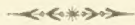




Abhandlungen
der
Königlichen
Akademie der Wissenschaften
zu Berlin.



Abhandlungen

der

Königlichen

Akademie der Wissenschaften

zu Berlin.

~~~~~  
Aus dem Jahre  
1835.  
~~~~~



43

Berlin.

Gedruckt in der Druckerei der Königlichen Akademie
der Wissenschaften.

1837.

In Commission bei F. Dümmler.



I n h a l t.



Historische Einleitung.....	Seite I
Verzeichniß der Mitglieder und Correspondenten der Akademie.....	- XIII
✓ Gedächtnisrede auf Rudolphi.....	- XVII

Abhandlungen.

Physikalische Klasse.

ESCHRICHT und MÜLLER über die arteriösen und venösen Wundernetze an der Leber und einen merkwürdigen Bau dieses Organes beim Thunfische, <i>Thynnus vulgaris</i>	Seite 1
✓ KUNTH über die Linnéischen Gattungen <i>Scirpus</i> und <i>Schoenus</i>	- 33
✓ LINK über den Bau der Farrnkräuter (zweite Abhandlung)	- 83
✓ MÜLLER über die organischen Nerven der erectilen männlichen Geschlechtsorgane des Menschen und der Säugethiere	- 93
✓ WEHRENBURG: Mittheilung einer sehr einfachen Methode zum Festhalten, Vergleichen und Aufbewahren der feinsten und vergänglichsten mikroskopischen Objecte	- 141
✓ Derselbe: Zusätze zur Erkenntniß großer organischer Ausbildung in den kleinsten thierischen Organismen	- 151
✓ Derselbe über die Akalephen des rothen Meeres und den Organismus der Medusen der Ostsee	- 181
✓ WEISS über eine versteckte gegenseitige Beziehung zwischen den Krystallsystemen des Feldspathes und des Kalkspathes	- 261
✓ Derselbe: Betrachtung des Feldspathsystems in der viergliedrigen Stellung	- 281
✓ H. ROSE über die Lichterscheinungen bei der Krystallbildung	- 321
✓ Nachtrag zu der Abhandlung der Herren ESCHRICHT und MÜLLER über die Wun- dernetze an der Leber des Thunfisches	- 325

Mathematische Klasse.

✓ NEUMANN: Theoretische Untersuchung der Gesetze, nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtigen Medien reflectirt und gebrochen wird	Seite 1
✓ BESSEL: Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels für Berlin	- 161
✓ CRELLE: Einige Bemerkungen zu den Mitteln, algebraische Gleichungen näherungsweise aufzulösen	- 263
✓ ENCKE über den Venusdurchgang von 1769	- 295
✓ POSELGER: Das Taylor'sche Theorem, als Grundlage der Functionen-Rechnung...	- 311
✓ ✓ DIRKSEN über die Trennung der Wurzeln einer numerischen Gleichung mit Einer Unbekannten	- 337
✓ LEJEUNE-DIRICHLET über eine neue Anwendung bestimmter Integrale auf die Summation endlicher oder unendlicher Reihen	- 391

Philosophisch-historische Klasse.

✓ WILKEN: Geschichte der Sultane aus dem Geschlechte Bujeh nach Mirchond	Seite 1
✓ HOFFMANN über die Besorgnisse, welche die Zunahme der Bevölkerung erregt	- 121
✓ PANOFKA: Zeus und Aegina	- 153
✓ LEPSIUS über die Anordnung und Verwandtschaft des Semitischen, Indischen, Alt-Persischen, Alt-Ägyptischen und Äthiopischen Alphabets	- 177
✓ LACHMANN über den Eingang des Parzivals	- 227
✓ GRAFF: Althochdeutsche, dem Anfange des 11 ^{ten} Jahrhunderts angehörige, Übersetzung und Erläuterung der Aristotelischen Abhandlungen: κατη- γορίαι und περὶ ἐξηγητικῆς	- 267
✓ RANKE: Zur Geschichte der italienischen Poesie	- 401
✓ UHLEN über die unter dem Namen der Farnesischen bekannte antike Onyxschale im K. Bourbonischen Museum zu Neapel	- 487
✓ RANKE: Nachträgliche Bemerkung zur Geschichte der italienischen Poesie	- 499



J a h r 1835.

Die öffentliche Sitzung der Königl. Akademie der Wissenschaften zur Feier des Jahrestages Friedrichs des Zweiten am 29. Januar wurde durch die Anwesenheit Ihrer Königl. Hoheiten des Kronprinzen und des Prinzen Wilhelm, Sohns Seiner Majestät des Königs, verherrlicht. Der vorsitzende Sekretar, Herr Wilken, eröffnete dieselbe mit einer Rede über Friedrich II. als Geschichtschreiber, worauf Herr Levezow, nach einigen einleitenden Worten, die Abhandlung des kürzlich verstorbenen Herrn Uhden über die unter dem Namen der Farnesischen berühmte antike Onyxschale im Borbonischen Museum zu Neapel vortrug und einige, zum Theil aus den hinterlassenen Papieren des Verfassers dieser Abhandlung geschöpfte, Erläuterungen hinzufügte.

Die am 9. Julius 1835 gehaltene öffentliche Sitzung der Königl. Akademie der Wissenschaften zum Andenken ihres Stifters Leibnitz eröffnete Herr Böckh, als vorsitzender Sekretar, mit einer Rede über Leibnitz in Bezug auf die Bestimmung der Akademien überhaupt, und der hiesigen insbesondere. Hierauf hielten die Herren Johannes Müller, Gustav Rose und Steffens ihre Antrittsreden. Den beiden ersteren antwortete Herr Erman, als Sekretar der physikalisch-

mathematischen Klasse, dem letztern Herr Böckh, als Sekretar der philosophisch-historischen. Hierauf las der andere Sekretar der letztgenannten Klasse, Herr Wilken, das Urtheil über die Abhandlungen, welche zur Beantwortung der vor zwei Jahren gestellten Preisfrage eingegangen waren. Die Klasse hatte verlangt: „aus den über das alexandrinische Museum vorhandenen sehr fragmentarischen Nachrichten mit Hülfe einer kritischen Combination ein Ganzes zusammenzustellen, das eine anschauliche Idee von dem Zwecke, der Organisation, den Leistungen und den Schicksalen dieser berühmten Anstalt gewähre.“ Es waren sechs Bewerbungsschriften eingelaufen, von denen jedoch die eine mit dem Motto: „*Feci quod potui, faciant meliora sequentes*,“ erst den 10. April d. J. eingegangen ist, weshalb sie, dem Programm gemäß, von der Bewerbung ausgeschlossen werden muß, und ein Urtheil über sie nicht gefällt werden kann. Da der Verfasser für diesen Fall bestimmt hatte, wem der versiegelte Zettel, welcher seinen Namen enthält, zuzustellen sei, so ist derselbe nebst der Abhandlung selbst zurückgesandt worden. Von den fünf anderen Abhandlungen ist die eine französisch verfaßt und mit der Devise: „*Εἰ φιλοσοφίας ἐπισυμεῖς, παρασκευάζου αὐτόθεν*“ u. s. w. versehene durchaus nicht eindringend, enthält Vieles, was sich als unrichtig herausstellt, und zeigt keine hinlängliche Kenntniß der Sache und der griechischen Sprache. Die vier übrigen sind deutsch geschrieben. Die eine derselben, bezeichnet mit dem Motto: „*Οὐκ ἀγαθὸν πολυκαιρανί, εἰς κοίραναι ἔσται, εἰς βασιλεὺς*,“ empfiehlt sich durch eine gebildete und lebhafte Darstellung, welcher man einige nicht zur Sache gehörige Scherze leicht verzeiht; indessen ist die Behandlung der einzelnen Partien sehr ungleich; Hauptgegenstände werden kurz abgefertigt, und Nebensachen überreich bedacht und durchgeführt; man vermißt

weder Geist noch Belesenheit, aber man findet zugleich Spuren von Flüchtigkeit und mangelhafter Kenntniß der neueren Forschungen auf dem Gebiete der griechischen Litteratur, auch fehlt eine genauere und kritische Benutzung der Quellen. Eine andere der genannten Schriften trägt das Motto: „*Prima sequentem honestum est in secundis et tertiis consistere.*“ Der Verfasser derselben hat sein Werk in vier Bücher eingetheilt; die beiden ersten enthalten die äussere Geschichte des Museums, und zwar handelt das eine von der Gründung, der Einrichtung und dem Zwecke desselben, das andere von seinen Schicksalen und Mitgliedern. Diese beiden Bücher, welche schon an sich einen bedeutenden Umfang haben, liegen allein vor, weil der Verfasser, seiner Angabe nach, die Reinschrift der beiden übrigen, welche der inneren Geschichte des Museums, d. h. der Darstellung seiner Leistungen in der Poesie und Beredsamkeit und den besonderen Wissenschaften gewidmet sind, zur gesetzlichen Frist nicht hat bewerkstelligen können, wiewohl sich Manches, die gelehrte Thätigkeit der Mitglieder betreffende, schon in der ersten Abtheilung vorweg genommen findet. Die Klasse kann dem vorliegenden Theile dieser Schrift das Lob nicht versagen, daß er mit grossem Fleiß, mit wissenschaftlichem Ernst und mit sorgfältiger Forschung gearbeitet ist, obgleich einzelne Fehler vorkommen, welche leicht vermieden werden konnten. Auch hat der Verfasser aus der politischen Geschichte sowohl, als aus der griechischen Litteraturgeschichte zu viel allgemein Bekanntes eingemischt, und damit sein Werk ohne Noth angeschwellt, so wie die Darstellung überhaupt durch Weitschweifigkeit lästig wird, und sich nicht über das Gewöhnliche erhebt. Der Preis konnte dieser Schrift schon aus dem Grunde nicht zuerkannt werden, weil sie nur einen Theil der Aufgabe umfaßt. Dagegen

hat der Verfasser der Preisschrift, welche das Motto trägt: „*Regium est iuvare litteras*,“ den Gegenstand in seinem ganzen Umfange bis ins Einzelste abgehandelt, auch die Quellen vollständig zusammengebracht, mit Ausführlichkeit, wiewohl auf eine den Leser nicht angenehm berührende schwerfällige Weise geprüft, und im Ganzen genommen gründlich benutzt. Es ist aber zu bedauern, daß er aus den meist wohl erwogenen Quellen und mit Hülfe der mannigfachen Kenntnisse, welche er darlegt, dennoch kein des Preises würdiges Werk gestaltet hat, und die Klasse wegen der bedeutenden Fehler der Schrift sich außer Stande gesetzt sieht, eine so mühsame Arbeit zu belohnen. Es hätte sich übersehen lassen, daß auch in diese Abhandlung bei weitem zuviel ägyptische und Kaisergeschichte hineingezogen ist, und zu wenig zwischen alexandrinischer Gelehrsamkeit überhaupt und den Leistungen des Museums insbesondere unterschieden wird, wodurch die Schrift einen unnöthigen Umfang erhalten hat; allein die ganze Darstellung, vorzüglich der Ausdruck und auch manche von dem Verfasser angestellte Betrachtungen zeigen einen auffallenden Mangel an gebildetem Geschmack und feinerem Urtheil; die Schreibart ist sehr vernachlässigt, breit, schlaft, ohne beredten Ausdruck, und der Stoff ist in eine große Anzahl kleiner schwach verbundener Abschnitte zersplittert, woraus öftere Wiederholungen entstanden sind: auch vermißt man eine geistvolle Verbindung des Thatsächlichen zu allgemeinen Ansichten. Die Preisschrift endlich, welche das Motto führt: *Et causas, non fata sequi*,“ empfiehlt sich durch Klarheit, Anmuth und Gefälligkeit der Darstellung, durch lebendige Auffassung des Alterthums, durch geist- und sinnvolle Betrachtung der Gegenstände und durch Feinheit des Urtheils und der Combination. Der Verfasser weiß den Stoff überall gleich in

Ideen umzubilden, und mischt sich solchen allgemeinen Ansichten auch leicht etwas Falsches bei, so sind die seinigen doch meistens wohl begründet. Am glänzendsten erscheint das Talent des Bewerbers in der vortrefflich verfaßten Einleitung. Im Folgenden bleibt sich zwar die Darstellung verhältnißmäßig zu den behandelten Gegenständen an Gewandtheit und Frische gleich, aber es finden sich doch neben den Vorzügen, welche auch darin vorwalten, einige bedeutende Mängel, welche die Klasse mit Bedauern bemerkt hat. Es fehlt nämlich der Abhandlung der einzelnen Theile an Gleichmäßigkeit; das Topographische ist fast mit zu großer Ausführlichkeit vorgetragen, wiewohl die mannigfaltigen Kenntnisse, welche der Verfasser dabei entwickelt hat, Anerkennung verdienen; dagegen ist ein und der andere Abschnitt dürftig, und giebt mehr Beiträge zur Lösung der Aufgabe als ihre vollständige Lösung. Davon liegt der Grund offenbar zum Theil darin, daß der Verfasser keine eigenthümliche Sammlung der Quellen für diese Parteen gemacht, sondern nur den früher bereits von Anderen zusammengebrachten Stoff verarbeitet hat, weshalb er auch öfter, wo man die Darlegung der vollständigen Quellen gewünscht hätte, nur auf seine Vorgänger verweist. Auch in der kritischen Sichtung der ihm zu Gebote stehenden Quellen läßt er Manches vermissen; insonderheit fehlt die Anwendung einer ausgebildeten philologischen Technik, und die schwächsten Seiten der Schrift sind diejenigen Erwägungen, welche eine genaue und gelehrte Kenntniß der alten Sprachen erfordern, wenn auch die hierbei vorkommenden Versehen nicht tief in die Ergebnisse der Forschung eingreifen. In der Auseinandersetzung der Leistungen des Museums ist die Einnengung zu vieler litteraturgeschichtlichen Thatsachen glücklich vermieden, und man findet dagegen geistvolle allgemeine

Urtheile; doch fehlt gerade hier tiefere aus eigener Forschung geschöpfte Kenntnifs mancher Einzelheiten. Wenn daher dieses Werk einerseits eine sehr erfreuliche Erscheinung ist, so fehlt demselben doch in einigen Beziehungen das Gepräge des Vollendeten.

Bei dieser Beschaffenheit der eingegangenen Schriften hat sich die Klasse bewogen gefunden, den Preis nicht zu ertheilen. Da indessen die Aufgabe eine so bedeutende Aufmerksamkeit erregt hat, und in den eingereichten Schriften theilweise schon sehr Dankenswerthes geliefert ist, so läßt sich erwarten, daß eine Wiederholung der Preisaufgabe einen günstigen Erfolg haben werde. Sie bleibt daher zu einer neuen Bewerbung für das Jahr 1837 mit Erhöhung des Preises auf 100 Dukaten bestehen, und die Herren Verfasser der eingegangenen Schriften werden ersucht, diese zu weiterem Gebrauche von der Akademie zurückzunehmen. Auch die dazu gehörigen Zettel, welche die Namen der Verfasser enthalten, werden zugleich ausgehändigt, und diejenigen Zettel, welche nicht abgefordert worden, in der Leibnitzischen Sitzung des Jahres 1836 verbrannt werden. Der äußerste Termin für die Einsendung der Preisschriften ist der 31. März 1837; über die Zuerkennung des Preises wird in der Leibnitzischen Sitzung desselben Jahres entschieden werden.

Herr Erman verkündigte hierauf zwei neue, von der physikalisch-mathematischen Klasse gestellte Preisaufgaben. Die erste, welche zu den von der Akademie nach der Reihefolge der Klassen regelmäfsig zu stellenden gehört, verlangt:

„eine genaue anatomische Untersuchung mehrerer Würmer des süßen und salzigen Wassers und mehrerer Eingeweidewürmer, deren Stellung im System noch nicht fest bestimmt ist, von Würmern namentlich des Gordius aqua-

ticus oder einer andern Species von Gordius, und vorzüglich, wo möglich, des Nemertes Borlasii, mit Rücksicht auf die schon bekannte Struktur der Anguillula fluviatilis Ehrenb., der Ringelwürmer, der Planarien und der Filarien, mit neuen anatomischen Aufschlüssen über Pentastoma, irgend eine Bandwurmspecies, einen Blasenwurm und die Cerkarien.“

Der äußerste Termin für die Einsendung der Abhandlungen ist der 31. März 1837, und der Preis, über welchen in der Leibnitzischen Sitzung desselben Jahres erkannt wird, 50 Dukaten. Die andere Preisaufgabe, welche nach einer besondern Stiftung aus dem Fache der Agrikultur und Agronomie entnommen werden muß, fordert,

„daß aus sehr vielen, häufig vorkommenden Vegetabilien Zucker dargestellt werde, wo es noch nicht mit Zuverlässigkeit geschehen ist, und daß man genau auch die Art des darin enthaltenen Zuckers unterscheide, weshalb zugleich kleine Mengen des dargestellten Zuckers beizulegen sind, und zwar, wenn dieser Rohrzucker ist, im krystallisirten Zustande.“

Die Abhandlungen, welche zur Bewerbung eingesandt werden, müssen spätestens den 31. März 1839 eingehen; die Entscheidung über den Preis wird in der Leibnitzischen Sitzung im Julius 1839 erfolgen; der Preis ist 100 Dukaten.

Nach der Verkündung der neuen Preisaufgabe gab Herr Böckh eine kurze Charakteristik des verewigten Freiherrn W. von Humboldt, als Mitgliedes der Akademie, indem er zugleich bemerkte, daß die nach den Gesetzen zu haltende Gedächtnisrede auf denselben einer späteren Sitzung vorbehalten bleibe. Herr Böckh

knüpfte hieran eine Nachricht von dem hinterlassenen, größtentheils bereits gedruckten, Werke des Herrn W. von Humboldt über die Kawi-Sprache, und von der dazu gehörigen Einleitung über die Verschiedenheit des menschlichen Sprachbaues und ihren Einfluss auf die geistige Entwicklung des Menschengeschlechts, in welcher der Verewigte seine Hauptansichten über die Sprache zusammengefasst hat. Zum Schluss las Herr Böckh ein Bruchstück aus dieser Einleitung, welches von dem Charakter der Sprachen in Rücksicht auf Poesie und Prosa handelt.

Die öffentliche Sitzung der Königlichen Akademie der Wissenschaften am 6. August 1835 zur Feier des Allerhöchsten Geburtstages eröffnete der vorsitzende Sekretar Herr Encke. In seinem Vortrage zeigte er die sehr nahe gänzliche Vollendung des von des Königs Majestät durch die Allerhöchste Cabinetsordre vom 15. Oktober 1828 gnädigst befohlenen und im Herbst des Jahres 1832 begonnenen Baues einer neuen Sternwarte an, wobei er die nähere Veranlassung zu diesem neuen Beweise der Königlichen Huld und Gnade und die Art der Ausführung erwähnte. Hierauf las Herr Ehrenberg über die Struktur der Medusen und die Einheit des Planes in der thierischen Organisation. Die Gedächtnisrede auf das verstorbene Mitglied der Akademie, Herrn Rudolphi, von Herrn Müller, seinem Nachfolger im Amte, vorgetragen, machte den Beschluss.

Durch die Gnade Seiner Majestät des Königs empfing die Akademie die marmorne Büste des Königs Friedrichs II. zum Geschenk, welche in ihrem Sitzungssaal aufgestellt worden ist.

Von dem *Corpus Inscriptionum graecarum* ist Fasc. II des zweiten Bandes erschienen.

Von den akademischen Sternkarten sind fertig geworden Stunde 12 von Herrn v. Steinheil in München und Stunde 23 von Herrn Harding in Göttingen.

Dem Professor Gerhard wurde zur Anfertigung von Zeichnungen etruskischer Kunstdenkmale eine Unterstützung von 400 Thlr. bewilligt.

Der Reg.-Rath und Professor Graff erhielt zur Herausgabe seines althochdeutschen Sprachschatzes eine Unterstützung von 200 Thlrn.

Zum Behuf des *Corpus Scriptorum historiae Byzantinae* wurden dem Herrn Heyse in Rom für die Vergleichung des Vatikanischen Codex des Cinnamos 25 Thlr.; ferner für die zu machende Vergleichung des Pariser Codex des Skylitzes und Cedrenus 40 Thlr. bewilligt. Da für die letztere Herrn Brunet's Rechnung 400 Francs oder 110 Thlr. 7 Sgr. betrug, so wurden nachträglich noch 70 Thlr. 7 Sgr. angewiesen.

Der Geh. Reg.-Rath und Professor Böckh erhielt für die Bearbeitung des *Corpus Inscriptionum Graecarum* eine Remuneration von 400 Thlrn. Zur Anfertigung des Registers wurden 50 Thlr. angewiesen.

Zur Anfertigung eines Verzeichnisses der arabischen Handschriften der hiesigen Königl. Bibliothek wurden dem Geh. Reg.-Rath und Oberbibliothekar Wilken 300 Thlr. bewilligt.

Dem Dr. Lepsius in Paris wurde zum Behuf einer wissenschaftlichen Reise nach Italien, welche die Untersuchung der dortigen ägyptischen Alterthümer, namentlich der in der Rosellinischen Sammlung in Pisa befindlichen, zum Zweck hat, eine Unterstützung von 500 Thlrn. ertheilt.

Zur ferneren Herausgabe der akademischen Sternkarten wurde die Summe von 300 Thlrn. ausgesetzt.

Zur Anschaffung einer koptischen Schrift für die akademische Buchdruckerei wurde die Summe von 300 Thlrn. bewilligt.

Im Jahr 1835 sind ernannt worden

zu ordentlichen Mitgliedern

der physikalisch-mathematischen Klasse:

Herr *v. Chamisso*;

der philosophisch-historischen Klasse:

Herr *Steffens*,

- *Zumpt*,

- *Gerhard*;

zum Ehrenmitgliede:

der Geh. Legationsrath *Bunsen*;

zu Correspondenten

der physikalisch-mathematischen Klasse:

Herr *Becquerel* in Paris,

- *Adolphe Brongniart* in Paris,

- *Döbereiner* in Jena,

- *Dufrénoy* in Paris,

- *Graham* in Glasgow,

- *Nobili* in Florenz,

- *Achille Richard* in Paris,

- *de la Rive* in Genf,

- *Sturm* in Paris.



Gestorben sind im Jahr 1834:

Herr *Wilhelm von Humboldt*, ordentliches Mitglied der
philosophisch-historischen Klasse.

- *Uhden*, desgl.
- *Levezow*, desgl.
- *Stromeyer* in Göttingen, Ehrenmitglied.
- *von Autenrieth* in Tübingen, Correspondent der
physikalisch-mathematischen Klasse.
- *Nobili* in Florenz, desgl.
- *Böttiger* in Dresden, Correspondent der philosophisch-
historischen Klasse.
- *von Lang* in Ansbach, desgl.
- *Hamaker* in Leyden, desgl.
- *Reuvers* in Leyden, desgl.



Verzeichnifs der Mitglieder und Correspondenten der Akademie.

December 1835.



I. Ordentliche Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Klasse.

Herr *Grüison.*

- *Hufeland*, Veteran.
- *Alexander v. Humboldt.*
- *Eytelwein*, Veteran.
- *v. Buch.*
- *Erman*, Veteran, Sekretar.
- *Lichtenstein.*
- *Weifs.*
- *Link.*
- *Mitscherlich.*
- *Karsten.*
- *Encke*, Sekretar.
- *Dirksen.*

Herr *Poselger.*

- *Ehrenberg.*
- *Crelle.*
- *Horkel.*
- *Klug.*
- *Kunth.*
- *Dirichlet.*
- *H. Rose.*
- *Müller.*
- *G. Rose.*
- *Steiner.*
- *v. Chamisso.*

Philosophisch-historische Klasse.

Herr *Hirt*, Veteran.

- *Ancillon*, Veteran.
- *Ideler.*
- *v. Savigny.*
- *Böckh*, Sekretar.
- *Bekker.*
- *Wilken*, Sekretar.
- *C. Ritter.*
- *Bopp.*
- *v. Raumer.*

Herr *Meineke.*

- *Lachmann.*
- *Hoffmann.*
- *Eichhorn.*
- *Ranke.*
- *Graff.*
- *Zumpt.*
- *Steffens.*
- *Gerhard.*

II. Auswärtige Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Klasse.

Herr *Arago* in Paris.

- *v. Berzelius* in Stockholm.
- *Bessel* in Königsberg.
- *Blumenbach* in Göttingen.
- *Robert Brown* in London.

Herr *Gauß* in Göttingen.

- *Jussieu* in Paris.
- *van Marum* in Haarlem.
- *Olbers* in Bremen.
- *Poisson* in Paris.

Philosophisch-historische Klasse.

Herr *Cousin* in Paris.

- *Jacob Grimm* in Göttingen.
- *Heeren* in Göttingen.
- *Gottfried Hermann* in Leipzig.
- *Jacobs* in Gotha.
- *Letronne* in Paris.

Herr *Lobeck* in Königsberg.

- *H. Ritter* in Kiel.
- *Silvestre de Sacy* in Paris.
- *v. Schelling* in München.
- *A. W. v. Schlegel* in Bonn.

III. Ehren-Mitglieder.

Herr *C. F. S. Freih. Stein vom Altenstein*
in Berlin.

- *Bunsen* in Rom.
- *Imbert Delonnes* in Paris.
- *William Gell* in London.
- *William Hamilton* in London.
- *v. Hisinger* auf Skinskatteberg bei
Köping in Schweden.
- *Graf v. Hoffmansegg* in Dresden.
- *I. F. Freih. v. Jacquin* in Wien.

Herr Colonel *Leake* in London.

- *Lhuillier* in Genf.
- *v. Lindenau* in Dresden.
- Gen. Lieut. Freih. *v. Minutoli* in
Berlin.
- Gen. Lieut. Freih. *v. Müffling* in
Münster.
- *Prevost* in Genf.
- *C. Graf v. Sternberg* in Prag.

IV. Correspondenten.

Für die physikalisch-mathematische Klasse.

Herr *Accum* in Berlin.

- *Biddel Airy* in Greenwich.
- *Ampère* in Paris.
- *v. Baer* in St. Petersburg.
- *Élie de Beaumont* in Paris.

Herr *Becquerel* in Paris.

- *P. Berthier* in Paris.
- *Biot* in Paris.
- *Brera* in Padua.
- *Brewster* in Edinburgh.

Herr *Adolphe Brongniart* in Paris.

- *Alexandre Brongniart* in Paris.
- *de Candolle* in Genf.
- *Carlini* in Mailand.
- *Carus* in Dresden.
- *Chevreul* in Paris.
- *Configliacchi* in Pavia.
- *Dalton* in Manchester.
- *Desgenettes* in Paris.
- *Döbereiner* in Jena.
- *Dufrénoy* in Paris.
- *Dulong* in Paris.
- *I. Dumas* in Paris.
- *Faraday* in London.
- *F. E. L. Fischer* in St. Petersburg.
- *Gotthelf Fischer* in Moskau.
- *Flauti* in Neapel.
- *Florman* in Lund.
- *Freiesleben* in Freiberg.
- *Fuchs* in München.
- *Gaudichaud* in Paris.
- *Gay-Lussac* in Paris.
- *Gergonne* in Montpellier.
- *C. G. Gmelin* in Tübingen.
- *L. Gmelin* in Heidelberg.
- *Graham* in Glasgow.
- *Hansen* in Seeberg bei Gotha.
- *Hansteen* in Christiania.
- *Hausmann* in Göttingen.
- *Herschel* in Slough bei Windsor.
- *Hooker* in Glasgow.
- *C. G. J. Jacobi* in Königsberg.
- *Jameson* in Edinburgh.
- *Ivory* in London.
- *Kielmeyer* in Stuttgart.
- *v. Krusenstern* in St. Petersburg.
- *Larrey* in Paris.
- *v. Ledebour* in Dorpat.
- *Liebig* in Gießen.

Herr Graf *Libri* in Paris.

- *Lindley* in London.
- *v. Martius* in München.
- *Möbius* in Leipzig.
- *Mohs* in Wien.
- *von Moll* in Dachau bei München.
- *van Mons* in Löwen.
- *F. E. Neumann* in Königsberg.
- *Nitzsch* in Halle.
- *Oersted* in Kopenhagen.
- *v. Olfers* in Berlin.
- *Otto* in Breslau.
- *Pfaff* in Kiel.
- *Plana* in Turin.
- *Poncelet* in Metz.
- *de Pontécoulant* in Paris.
- *de Prony* in Paris.
- *Purkinje* in Breslau.
- *Quetelet* in Brüssel.
- *Rathke* in Königsberg.
- *Achille Richard* in Paris.
- *de la Rive* in Genf.
- *Aug. de Saint-Hilaire* in Paris.
- *v. Schlechtendal* in Halle.
- *Schrader* in Göttingen.
- *Schumacher* in Altona.
- *Marcel de Serres* in Montpellier.
- *v. Stephan* in St. Petersburg.
- *v. Struve* in Dorpat.
- *Sturm* in Paris.
- *Tenore* in Neapel.
- *Thénard* in Paris.
- *Tiedemann* in Heidelberg.
- *Tilesius* in Mühlhausen.
- *G. R. Treviranus* in Bremen.
- *L. C. Treviranus* in Bonn.
- *Trommsdorff* in Erfurt.
- *Vigors* in London.
- *Wahlenberg* in Upsala.

Herr *Wallich* in Calcutta.

- *E. H. Weber* in Leipzig.
- *W. E. Weber* in Göttingen.

Herr *Wiedemann* in Kiel.

- *Wöhler* in Göttingen.
- *Woltmann* in Hamburg.

Für die philosophisch-historische Klasse:

Herr *Avellino* in Neapel.

- *Beigel* in Dresden.
- *Brandis* in Bonn.
- *Brøndsted* in Kopenhagen.
- *Cattaneo* in Mailand.
- *de Chambray* in Pougues im Dep.
de la Nièvre.
- *Graf Clarac* in Paris.
- *Constantinus Oeconomus* in Griechen-
land.
- *Degerando* in Paris.
- *Delbrück* in Bonn.
- *v. Frähn* in St. Petersburg.
- *Freytag* in Bonn.
- *Fries* in Jena.
- *Del Furia* in Florenz.
- *Gesenius* in Halle.
- *Göschel* in Göttingen.
- *Wilh. Grimm* in Göttingen.
- *Freih. v. Hammer-Purgstall* in Wien.

Herr *Hase* in Paris.

- *van Heusde* in Utrecht.
- *v. Hormayr* in Hannover.
- *Jomard* in Paris.
- *v. Köhler* in St. Petersburg.
- *Kosegarten* in Greifswald.
- *Kumas* in Smyrna.
- *Linde* in Warschau.
- *Mai* in Rom.
- *Meier* in Halle.
- *K. O. Müller* in Göttingen.
- *Mustoxides* in Corfu.
- *C. F. Neumann* in München.
- *Et. Quatremère* in Paris.
- *Raoul-Rochette* in Paris.
- *Rosellini* in Pisa.
- *Rosen* in London.
- *Schömann* in Greifswald.
- *Simonde-Sismondi* in Genf.
- *Thiersch* in München.



Gedächtnisrede

auf

CARL ASMUND RUDOLPHI.



[In der öffentlichen Sitzung vom 6. August 1835 von Hrn. Müller gelesen.]

Der Mann, von dem ich die Ehre habe, heute in der Akademie der Wissenschaften zu reden, war einer jener in der Geschichte der Naturwissenschaften seltener gewordenen Gelehrten, bei denen eine gleich gründliche und erfolgreiche Bildung in mehreren verschiedenen Zweigen der Naturwissenschaften mit einer seltenen Gelehrsamkeit in diesen Fächern zusammentraf. Wäre er auf der Bahn seiner Entwicklung in der Blüthe seiner Kraft abgerufen worden, so würde es uns schwer sein zu sagen, ob er in der äußern Naturgeschichte der organischen Körper oder in ihrer innern Naturgeschichte, der Anatomie, größer gewesen, ob er in der Anatomie der Pflanzen oder der Thiere trefflicheres geleistet habe. Diese ursprüngliche Vielseitigkeit seiner Bildung hat, als eine bei dem Wachsthum der Wissenschaften nothwendige Beschränkung und eine Stellung der ausgedehntesten Wirksamkeit seine Thätigkeit für immer der Naturgeschichte und Anatomie der thierischen Körper zuwandte, auch seine späteren Arbeiten beseelt und ihnen eine Frische gegeben, die man öfter in den Schriften der Anatomen vermisst.

Carl Asmund Rudolphi, Königlicher Geheimer Medicinalrath, Professor der Anatomie und Physiologie an der Friedrich-Wilhelms-Universität und an der medicinisch-chirurgischen Militair-Academie, Director des anatomischen Museums und anatomischen Theaters, Mitglied der wissenschaftlichen Deputation für das Medicinalwesen, Mitglied der Akademien der Wissenschaften zu Berlin, Stockholm, Petersburg und Neapel, Ritter des rothen Adler-Ordens dritter Klasse und des Schwedischen Nordsternordens, ist zu Stockholm den 14^{ten} Juli 1771 geboren, wo sein Vater, aus dem Magdeburgischen gebürtig, Conrector der deutschen Schule war. Über

seine früheren Lebensumstände hat er selbst einen Aufsatz hinterlassen, welchen Herr Link in der medicin. Zeitung des Vereins für Heilkunde in Preussen 1833 N. 4 mitgetheilt und welchem dieser Gelehrte, der Rudolphi am nächsten stand, das hinzugefügt hat, was Rudolphi den Lebenden auszufüllen übrig gelassen. Beiderlei Mittheilungen habe ich öfter benutzt. Seine erste Bildung erhielt Rudolphi auf der deutschen Schule in Stockholm und auf dem Gymnasium in Stralsund; in den Jahren 1790 bis 94 studirte er auf der Universität zu Greifswald, wo er schon mit besonderem Fleisse der Botanik sich hingab. Von seinen dortigen Lehrern sprach Rudolphi immer mit der größten Pietät. Die philosophische Doctorwürde erlangte er daselbst im Jahre 1793, nachdem er prophetisch für seine Laufbahn seine Dissertation *observationes circa vermes intestinales* vertheidigt. Im Jahre 1794 besuchte er Jena und dort die Vorlesungen von Hufeland und Batsch und im Frühling des folgenden Jahres machte er eine botanische Reise über Dresden, Karlsbad, Erlangen, Fulda, Göttingen, den Harz und nach Greifswald, wo er nach vertheidigter Inauguraldissertation *observationes circa vermes intestinales, pars secunda* die medicinische Doctorwürde erhielt. Seit 1793 war er Privatdocent in der philosophischen Facultät zu Greifswald und 1796 wurde er Privatdocent in der medicinischen Facultät. Im Winter desselben Jahres ging er nach Berlin, um sich im Seciren zu üben und im folgenden Jahre wurde er Adjunct der medicinischen Facultät und Prosector. Im Herbste 1801 reiste er abermals nach Berlin um sich für die Thierheilkunde auszubilden, deren Professur ihm am Veterinär-Institut zu Greifswald übertragen wurde. Dort wirkte er bis zum Jahre 1810, nachdem er 1808 zum ordentlichen Professor der Medicin ernannt worden. In diese Zeit fallen einige seiner wichtigsten Schriften.

Im Jahre 1802 gab Rudolphi seine anatomisch-physiologischen Abhandlungen heraus. Er schrieb dies Werk nach dem Tode seiner ersten Gattin in einer sehr bewegten Gemüthsstimmung. Als ich dies Buch schrieb und oft aufspringen und mich ausweinen mußte über die, die mir so frühe voranging, beginnt der edle Mann eine handschriftliche Bemerkung aus viel späterer Zeit, die er in sein Exemplar von jenem Buch geschrieben. Rudolphi theilt in diesem Werk außer einigen neuen Schriften auch Bemerkungen über früher von ihm besprochene Gegenstände mit. Er handelt zuerst von verschiedenen Theilen des

Auges, wo er beweist, daß die *Zonula* ein von der Netzhaut verschiedenes Gebilde sei, von der Durchkreuzung der Schnerven bei den Fischen, von der Structur der Zähne, der Gehirnhöhlen, von den bewohnten und unbewohnten Hydatiden, vom Athemholen der Frösche, vom Bau der Darmzotten und der Peyerschen Drüsen. In der letzten Abhandlung beschreibt er bei vielen Thieren die Varietäten des äußern Baues der Peyerschen Drüsen, die man noch vor nicht langer Zeit als zufällige und krankhafte Vorkommenheiten dargestellt hatte. Wie richtig er hier gesehen, beweist die Wichtigkeit, welche dieser Gegenstand in der neuern Zeit erlangt hat. Rudolphi hatte sich auf den innern Bau der räthselhaften Körper nicht eingelassen, den er vielleicht allein damals aufklären konnte. Erst nachdem die *Cholera* und der *Typhus abdominalis* Viele bei der Unkenntniß des Wesens dieser Gebilde überrascht, die Rudolphi gleichsam von neuem in die Wissenschaft eingeführt hatte, ist die Erforschung ihres innern Baues so sehr Bedürfnis geworden.

Durch seine Arbeit über die Darmzotten nahm Rudolphi eine noch bedeutendere Stelle unter den Anatomen ein, welche sich mit der Structur der Gewebe beschäftigt haben; und wenn auch Rudolphi den Zotten die Gefäße absprach und zu allgemein das Dasein der Zotten bei den Fischen läugnete, so haben seine Beobachtungen doch die Irrthümer der Ältern in Hinsicht der sichtbaren Öffnungen dieser Theile gezeigt; auch hat er das *Epithelium* der Darmzotten schon deutlich in einigen Fällen nachgewiesen und durch die Erforschung der Variationen im Vorkommen dieser Organe den physiologischen Hypothesen eine Grenze gesetzt. Rudolphi blieb fast durchgängig bei den in diesem Werk niedergelegten Ansichten. In seinem Exemplar des fraglichen Buchs befindet sich die handschriftliche Bemerkung: *Librum duodecim annis elapsis legi anatomicus duodecies melior ac tum temporis eram, plurima tamen probo.*

Im Jahre 1802 machte Rudolphi eine Reise durch einen Theil von Deutschland, Holland, Frankreich und gab seine Bemerkungen hierüber aus dem Gebiete der Naturgeschichte, Medicin und Thierarzneikunde 1804 heraus. Diese Reise entwickelt eine bewunderungswürdige Fülle von Kenntnissen in der Botanik, Zoologie, pathologischen Anatomie und Thierheilkunde und ist durch die vielen interessanten Bemerkungen, welche durch das Zusammentreffen eines so kenntnißreichen Mannes mit den ersten Ge-

lehrten von Deutschland, Holland und Frankreich veranlaßt wurden, ungemein schätzbar. Von allen seinen Schriften sind diese Bemerkungen, die Beiträge zur Anthropologie und allgemeinen Naturgeschichte und die Physiologie am meisten geeignet, denjenigen, welche Rudolphi nicht persönlich kannten, seinen Charakter aufzuschließen. Wer sollte nicht den Mann mit dem billigen, gewiegten Urtheil, den unbefangenen, offenen, geraden, der Erforschung der Realitäten gewidmeten Sinn lieben lernen, der überall einen richtigen Tact gegen das Unfruchtbare und die phantastische Richtung hat, der er hie und da begegnet. Wie wohlwollend und doch wie richtig sind seine Urtheile, wie interessant ist, was er über die damaligen Ärzte und Anstalten am hiesigen Orte sagt und wie anziehend ist sein Zusammentreffen mit Brugmans, Cuvier, Tenon, Richard, Gall, bis auf den wunderlichen Beireis geschildert, dessen Zeichnung nicht weniger interessant ist als die von Goethe gegebene. Rudolphi's Werk enthält so ausführliche Notizen über das was er gesehen, daß es noch jetzt bei der Benutzung der Anstalten des Auslandes werthvoll ist.

Wie vielseitig Rudolphi's Kenntnisse in der Botanik waren, beweisen theils seine zerstreuten Bemerkungen in dieser Reise, theils verschiedene Aufsätze, vor Allem aber seine im Jahre 1807 erschienene Anatomie der Pflanzen. An dieser Stelle wird jeder lieber meinen Collegen Herrn Link als mich selbst reden hören. Er war so gütig mir über Rudolphi's botanische Studien das Folgende mitzutheilen.

Rudolphi wurde von Weigel in Greifswald zur Botanik angeleitet und er verband diese Wissenschaft so mit dem anatomischen Studium, wie vormals Haller, dessen Vorbild überhaupt sehr auf ihn wirkte. Er sammelte fleißig, beobachtete im Garten zu Greifswald, erhielt durch kaufmännische Verbindungen Pflanzen aus Barcellona und von einem Freunde Pflanzen aus Lissabon. *Ornithogalum Rudolphii* im Greifswalder Garten als neu beschrieben hat noch seinen Namen. Seine Pflanzenbeschreibungen stehen in Schrader's Journal. Willdenow nannte nach ihm eine Pflanzengattung aus der natürlichen Ordnung der Leguminosen, die in unserm Garten seit langer Zeit war und noch ist. Sprengel machte ihn auf die Anatomie der Pflanzen durch seine Anleitung aufmerksam und als die Göttinger Societät eine Preisfrage darüber aufwarf, arbeitete er daran. Der Preis wurde zwischen ihm und seinem Freunde Link getheilt. Sie hat-

ten beide vorher darüber oft aneinander geschrieben. Die Untersuchung des Zellgewebes ist bei ihm der schwächste Theil; doch erklärt er sich bestimmt und mit seiner gewohnten Lebhaftigkeit gegen Mirbel's Lehrsystem, der auf seine vorgeblich deutlich zu sehenden Löcher in den Wänden der Zellen und Gefäße die ganze Physiologie der Pflanzen gründete. Die Beschreibung der Tracheen ist genauer; er hält sie für Nahrungsgefäße. Aber noch immer wahrhaft classisch und die Grundlage unserer Kenntnisse darüber sind seine Untersuchungen über die Spaltöffnungen, Poren, *Stomatia*, auf den grünen Theilen, worauf er eine große Menge Gewächse untersucht hat. Dieser gleich steht seine Untersuchung über die Luftbehälter in den Pflanzen, die so gut noch nie wieder geliefert ist. Er hat endlich die sonderbaren gestrahlten Körper in den Zellen der Nymphaeen und anderer Wasserpflanzen wieder aufgesucht, und die besten Beobachtungen darüber gegeben, die wir noch jetzt haben.

Indefs der Ruf, den Rudolphi 1810 an einen viel größern Wirkungskreis hieher erhielt, entfernte ihn für immer von den botanischen Studien. Als Professor der Anatomie und Physiologie, Director der anatomischen Anstalten, Mitglied der wissenschaftlichen Deputation für das Medicinalwesen und der Akademie der Wissenschaften hat er nun 22 Jahre für die Anatomie und Physiologie in der ruhmvollsten Thätigkeit gewirkt.

Walter war als practischer Anatom unübertrefflich gewesen und auch durch seine Schriften nimmt er den Rang unter den ersten Anatomen ein; aber die mikroskopische Anatomie, in welcher sich Rudolphi frühe ausgezeichnet hatte, war Walter fremd geblieben; er hatte so viel mit bloßen Augen geleistet, daß er die Anatomie beinahe für vollendet hielt und doch ist hier so viel mit bloßen Augen zu entdecken. Die vergleichende Anatomie umfaßte Walter nicht und Rudolphi mußte der Universität und sich das Material erst schaffen. Vor Rudolphi fand sich für vergleichende Anatomie außer den Präparaten der Thierarzneischule und einigem, was Privateigenthum war, nichts vor. Als die Waltersche Sammlung 1803 von Sr. Majestät dem Könige angekauft wurde, enthielt sie 3071 Präparate größtentheils aus der menschlichen Anatomie. Von dieser Zeit bis 1810 unter Walter's Direction vermehrte sich die Sammlung noch um 162 Präparate; unter Rudolphi's Direction vermehrte sie sich um 3964 Präparate. Zugleich enthielt das Magazin mehrere Tausend Gegenstände, wovon ein großer Theil

schon präparirt war, aber dermalen wegen der Ausgaben nicht aufgestellt werden konnte ⁽¹⁾. Rudolphi hat also in der Zeit seines Wirkens das zootomische Museum von Grund aus geschaffen, und wenn diese Sammlung noch nicht mit den Museen von Paris und Leyden in Hinsicht der Skelete sich messen darf, so kann sie doch in Hinsicht der Präparate von weichen Theilen den ersten Sammlungen des Auslandes sich schon vergleichen; für menschliche und pathologische Anatomie ist unsre Sammlung unter den vorzüglichsten ausgezeichnet. Man muß übrigens bedenken, daß das Museum erst seit 1803 als öffentliche Anstalt besteht, daß die Sammlung erst seit der Gründung der Universität (1810) sich auf vergleichende Anatomie ausgedehnt hat, daß unsere Mittel für Zootomie beschränkter sind als die von London, Paris und Leyden und daß unsere Handelsverbindungen so sehr geringe sind. Eine seefahrende Nation ist in dieser Hinsicht im Besitz außerordentlicher Vortheile und es erregt unsere gerechte Bewunderung, wenn der Pflanzengarten von Paris mit seinen mineralogischen, botanischen, zoologischen und anatomischen Sammlungen acht Reisende in den entlegensten Weltgegenden unterhält ⁽²⁾.

Rudolphi erwarb sich in Berlin durch sein Lehrertalent und durch seine persönlichen Eigenschaften bald eine große Anerkennung und wie durch seine Schriften so war er als Lehrer eine der ersten Zierden der Universität. Welchen Impuls er namentlich dem Studium der vergleichenden und pathologischen Anatomie hier gegeben, beweisen die vielen guten Inauguralschriften dieses Inhaltes, welche theils merkwürdige Präparate des anatomischen Museums beschrieben, theils solche veranlaßt haben. Man hat

(1) Durch Aufstellung der sehr vielen Präparate, die schon unter Rudolphi gefertigt waren, die er aber nicht mehr hatte aufstellen können, und der seit jener Zeit neu gefertigten Präparate, ist die Zahl der Gegenstände jetzt auf 11000 gestiegen, wobei nur die ganzen Gegenstände gezählt und die sehr zahlreichen Materialien des Magazins (gegen 3000) nicht mitgezählt sind. Die Präparate aus der vergleichenden Anatomie der Menschen-Racen belaufen sich auf 214 Nummern, worunter 16 Skelete aufereuropäischer Racen und 134 Racenschädel. Die osteologische Sammlung von Wirbelthieren umfaßt 434 ganze Skelete von Säugethieren, 336 von Vögeln, 154 von Amphibien, 279 von Fischen. Die pathologisch-anatomische Sammlung ist besonders reich an angeborenen Misbildungen, an Knochenkrankheiten und specifisch bestimmten Geschwülsten.

(2) *Rapport sur les besoins du museum d'histoire naturelle pour l'année 1835, présenté au ministre de l'instruction publique. Paris 1834.*

bei den größten Gelehrten öfter eine Zurückgezogenheit bemerkt, die sie hinderte, ihre Methoden Anderen mitzutheilen, und Talente auszubilden, fähig sie zu ersetzen. Rudolphi hatte in dieser Hinsicht große Verdienste: nicht seine Lehren allein, auch sein Eifer gingen auf seine Schüler über. Er war den Jüngern leicht zugänglich, und wenn man sich mit Empfehlungen keinen besondern Vorschub bei ihm verschaffte, so fand doch Jeder, der sich durch gute Eigenschaften empfahl, ohne alle Introduction Eingang zu Allem was er hatte. Studirende, hiesige und fremde Ärzte und Naturforscher wurden in seiner Bibliothek einheimisch; und da er die Jüngern durch seinen Unterricht anzog, durch seinen Rath aufmunterte und durch seine Bibliothek, durch die Hülfsmittel des anatomischen Museums und dessen was er selbst gesammelt, mit der Liberalität eines Banks unterstützte, so fehlte es nicht an eifrigen Schülern, die sich unter seiner besonderen Leitung für die Anatomie ausbildeten. Sein Enthusiasmus für die Wissenschaft, seine Wahrheitsliebe, sein edler und uneigennütziger Character, seine kräftige Opposition gegen falsche Richtungen zogen unwiderstehlich an. Solche Eigenschaften machen bei einem Lehrer auf das jugendliche Gemüth einen unverilgbaren und das ganze Leben dauernden Impuls, und nie werde ich den Eindruck vergessen, den Rudolphi auf mich gemacht; er hat meine Neigung zur Anatomie zum Theil begründet und für immer entschieden. Ich habe anderthalb Jahre seinen Unterricht, seinen Rath, seine väterliche Freundschaft genossen, als ich fortging beschenkte er mich mit mancherlei wissenschaftlichen Hülfsmitteln; seine Theilnahme hat mich auch später begleitet, wenn unsere Ansichten auch öfter sehr abwichen und er nicht gerne sah, daß ich mich mit dem abstracteren Gebiet der Sinnesphysiologie beschäftigte und lieber mit solchen Untersuchungen in der Anatomie der Sinnesorgane, wie die über die Augen der Insecten und Spinnen mich beschäftigt sah. Mit seinem Prosector und seinen Collegen stand Rudolphi in dem freundlichsten Verhältniß. Wie hochachtungsvoll er sich gegen Knappe, seinen nächsten Collegen im Fache der Anatomie, benahm, mußte jeden einnehmen. In der Facultät, im Senat hat sich Rudolphi durch seinen Antheil an den Geschäften, durch sein richtiges und mit Entschiedenheit kräftig ausgesprochenes Urtheil unvergeßlich gemacht, und seine trefflichen Arbeiten machten seine Stellung in der wissenschaftlichen Deputation für das Medicinalwesen, die er bald nach seiner Ankunft in Berlin antrat, gewichtig und einflußreich.

Im Jahre 1812 gab Rudolphi seine Beiträge zur Anthropologie und allgemeinen Naturgeschichte heraus. Die darin enthaltene Biographie von Pallas, die Aufsätze über die Eintheilung der Thiere nach dem Nervensystem, über die Verbreitung der organischen Körper, über die Schönheitsverhältnisse zwischen beiden Geschlechtern gehören zu dem Anziehendsten, was er geschrieben. In der Eintheilung der Thiere ging Rudolphi von dem anatomisch-physiologischen Princip und demjenigen Organsystem aus, das am meisten formgebend für alle übrigen ist, von dem Nervensystem. Die Wirbelthiere mit dem Spinalsystem nennt er *Notoncura*, auch *Diploncura*, wegen des gleichzeitigen Vorkommens des Spinal-Nervensystems und des *Nervus sympathicus*. Eine zweite Abtheilung nennt er *Gastroncura* oder *Myeloncura*: bei ihnen liegt der Nervenstrang am Bauch, in der dritten Abtheilung umfaßt er die Thiere mit zerstreuten Ganglien, in der vierten diejenigen, deren Nervensystem zur Zeit noch unbekannt ist, *Cryptoncura*. Wenn auch viele Wirbellose das System der Bewegungs- und Empfindungsnerven und das der organischen Nerven besitzen, auch beide Nervensysteme durch die ganze Thierwelt verbreitet sein mögen, so ist doch das Princip der Eintheilung treffend und es bringt uns die Hauptabtheilungen der Thiere, freilich nicht der niedersten, in durchgreifenden Verschiedenheiten zur Anschauung.

Die größten Verdienste hat sich Rudolphi durch seine Arbeiten über die Naturgeschichte der Eingeweidewürmer erworben. Wenn die Geschichte der Naturwissenschaften einst nur bei den Namen der Entdecker verweilt, derjenigen, welche wichtige Thatsachen gefunden, aus denen viele andere erklärt werden, welche uns die Fülle der Formen und den Bau ganzer Klassen der Naturkörper aufgeschlossen und welche die Principien für die Ordnung derselben gefunden und glücklich angewandt, so ist Rudolphi's Namen allein durch seine Arbeiten über die Entozoen unsterblich. Linné hatte in der 12^{ten} Ausgabe des *Syst. nat.* nur 11 Arten Eingeweidewürmer aufgeführt, Gmelin in der 13^{ten} Ausgabe 299, Zeder 391. Rudolphi's erstes großes Werk über die Eingeweidewürmer, *Entozoorum historia naturalis*, welches noch vor seinem Abgang nach Berlin 1808 bis 1810 in 3 Bänden erschien, enthält die Beschreibung von 603 größtentheils genau bestimmten Arten. Diese Zahl hat er durch eigene Forschungen, vorzüglich auf einer Reise nach Italien, die er 1817 hauptsächlich wegen der Eingeweidewürmer machte, ferner durch die Benutzung der Mittheilungen seines

geliebten Freundes Bremser, durch die Sendungen der Herren v. Olfers und Natterer aus Brasilien in seinem spätern Werke *Entozoorum synopsis*, das 1819 zu Berlin erschien, fast um das Doppelte vermehrt. Hierin beschrieb er 552 genau bestimmte und 441 zweifelhafte, im Ganzen 993 Arten.

Über die Anatomie der Eingeweidewürmer hat Rudolphi schon viele schätzbare Beobachtungen mitgetheilt und was er zum Vortheil der *generatio acquivoca* sagt, ist jetzt noch fast das einzige, wohin sich die Vertheidigung dieser Lehre zurückziehen kann. Rudolphi's Classification hat sich auch immer noch als die bewährteste erhalten. Die Anatomie hat hier zwar, namentlich durch Mehlis, große Fortschritte gemacht; aber sie hat uns nicht berechtigt, diese an sich so verschiedenen Thiere in schon vorhandene Abtheilungen der übrigen zu vertheilen, daher es bei dem heutigen Zustand der Wissenschaft am zweckmäßigsten sein dürfte, die natürlichen Gruppen von Würmern des süßen und salzigen Wassers und der Binnenwürmer einfach nebeneinander hinstellen, so daß die Annulaten, die Turbellarien von Ehrenberg, die Nematodeen von Rudolphi, die Trematoden desselben, die Tänien nebeneinander stehen, gleichviel ob eine dieser anatomisch verschiedenen Gruppen in oder außer dem thierischen Körper wohnt. Ein Punkt, worin ich Rudolphi nicht beistimmen kann, ist seine Trennung der Cestoideen und Blasenwürmer. Sie zeigt sich schon bei näherer Betrachtung der Tetrarhynchen und der ihnen ähnlichen Anthocephalen, welche letztere Rudolphi unter die *Cystica* versetzte, unstatthaft. Diese Abtheilung der Blasenwürmer enthält Thiere, die nicht ähnlicher einander sind, als die Blasenwürmer den Cestoideen überhaupt sind. Die längeren bandwurmähnlichen Arten der *Cysticercus* (*C. fasciolaris*) machen den Übergang von den Cestoideen zu den übrigen Blasenwürmern. Die Köpfe der *Coenurus*, *Echinococcus* sind bandwurmähnlich und die jetzt unter den Cestoideen sich befindenden Tetrarhynchen haben abgesehen von den Rüsseln manche Ähnlichkeit mit den *Echinococcus*, obgleich sie nicht in Blasen leben und in Blasen entarten. Daher hat schon Wiegmann bemerkt, daß die *Cystica* die Grubenköpfe und Bandwürmer wiederholen und als unausgebildete Formen derselben angesehen werden können. Nach meiner Meinung müssen die Cestoideen und *Cystica* in eine Ordnung kommen und 2 Abtheilungen darin bilden. Was man von der Entwicklung der Bandwürmer kennt, ist dieser Stellung günstig, indem mehrere Bandwürmer nach Mehlis im Ju-

gendzustande nur aus dem Kopftheil bestehen. Diejenige scheinbare Zusammensetzung, welche aus der Gliederung hervorgeht, kann in beiden Abtheilungen stark oder fast gar nicht ausgebildet sein. Bei den Bandwürmern bezieht sie sich auf die Vervielfältigung von Leibesgliedern und Geschlechtstheilen. Einige *Cystica* hingegen, die *Coenurus* und *Echinococcus* erscheinen als wirkliche zusammengesetzte Thiere, mit gemeinsamem Stamm (Blase) und vielen Köpfen.

Wenn wir uns in diesen verwandtschaftlichen Verhältnissen jetzt leichter zurecht finden, so verdanken wir das eben Rudolphi. Er hat die Ordnung und das Maafs in diese neue Fauna der Natur gebracht, indem er gleichsam einen neuen Welttheil der Naturgeschichte in allen Beziehungen erforscht und gemessen hat. Selten haben Deutsche das Glück gehabt, in vaterländischen Unternehmungen die Naturkörper fremder Welttheile zu erforschen. Forster, Pallas, Lichtenstein, Tilesius, Kuhl wurden in die Ferne geführt, indem sie sich Unternehmungen des Auslandes anschlossen. Diese Beschränkung, in die wir durch unsere geographische Lage versetzt sind, hat binwieder unserm Geist eine bestimmte Richtung auf das Verborgene der Gegenwart gegeben und hat uns desto gröfser in der Erforschung einer Welt von verborgenen Bewohnern unserer heimathlichen Geschöpfe, in der Erforschung der Structur der Naturkörper und ihrer innern Lebensvorgänge gemacht.

In seinen naturhistorischen Arbeiten verband Rudolphi die Methode von Linné und von Pallas. Seine Diagnosen sind einfach, kurz und bestimmt wie die des grofsen Schweden; in seinen ausführlichen Beschreibungen nimmt er überall auf die Anatomie Rücksicht. In seinen Arbeiten über die Eingeweidewürmer, über *Balacna rostrata* und *longimana*, über *Rana pipa* und in anderen osteologischen Monographien, in den Schriften über die electrischen Fische, deren Nerven und Organe er genauer als einer seiner Vorgänger kennen lehrte, in den Aufsätzen über den Orang Utang, über den Embryo der Affen sieht man diese Verknüpfung des naturhistorischen und anatomischen Interesses; charakteristische Naturbeschreibung erscheint auch in seiner Physiologie wieder und was er von den Racen der Menschen und von den geistigen Eigenschaften der beiden Geschlechter sagt, kann als ein Muster naturhistorischer Behandlung dieser Gegenstände dienen.

Die Schriften der Akademie der Wissenschaften enthalten von Rudolphi eine Reihe schätzbarer Abhandlungen. Die vergleichend-anatomischen sind theils osteologisch, wie einige der erwähnten, theils neurologisch, wie die Arbeiten über den electrischen Aal und Wels und die Beobachtungen über den sympathischen Nerven, worin er den von Sömmering nur angedeuteten mit der *Arteria vertebralis* verlaufenden Theil des *Sympathicus* beschreibt; theils myologisch wie die Abhandlung zur Anatomie des Löwen. Unter seinen Arbeiten in der pathologischen Anatomie hebe ich besonders die über den Wasserkopf und über die aus einem bloßen Kopfe bestehende menschliche Frucht hervor. Bei dem letzteren Fall, wozu ich vor 2 Jahren ein Gegenstück erwarb, zeigte er zuerst, wie dergleichen Früchte ohne Herz, die so viele Hypothesen veranlaßt, ernährt werden, indem jener Kopf mit der Nabelschnur eines zweiten vollkommenen Fötus verbunden und seine Gefäße Äste der Nabelgefäße waren, wie sich dies auch in unserem Fall wiederholte. Seine Abhandlung über den Wasserkopf des Embryo scheint mir noch wichtiger, indem sie mannigfaltige angeborene Defecte in der Ausbildung des Gehirns und Schädels als aus derselben Quelle fließend erklärt. Mich wundert, daß Rudolphi, der viele Facta der pathologischen Anatomie hier unter dasselbe Gesetz brachte, die Idee einer secundären Zerstörung oder Hemmung der Entwicklung nicht auch zur Erklärung anderer Defecte anwandte, da er sie so auslegte, daß der Keim nur zur Bildung eines Kopfes, Fusses u. s. w. hingereicht habe. Von einem in frühester Zeit rachitischen Embryo, an dem der Kopf so groß als der ganze übrige Körper ist, ist es nicht weit bis zur unvollständigen Entwicklung der ganzen untern Hälfte und bis zur Insertion des Nabelstranges unter dem Kopfe. Die Abhandlung vom Hermaphroditismus zeichnet sich durch Gelehrsamkeit und Scharfsinn gleich sehr aus. Rudolphi betrachtet diese Erscheinung unter dem allgemeinsten Gesichtspunkt und geht sie in den mehrsten Thierklassen durch. Die gewöhnlichen sogenannten hermaphroditischen Bildungen, welche nichts anders als Hemmungsbildungen der männlichen oder progressive Metamorphosen der weiblichen Genitalien sind, schließt er mit Recht aus; beschreibt aber einen seltenen wirklichen hermaphroditischen Fall vom Menschen, in welchem einerseits Hoden und *Ductus deferens*, anderseits *Uterus* und *Tuba* vorhanden waren. Dieser Fall ist sehr merkwürdig, obgleich ich mich nicht von der Existenz eines Eierstocks auf der weiblichen Seite, den Ru-

dolphi annahm, überzeugen konnte. Wie in der Regel die Anatomen thun, so legte Rudolphi auf jede Abweichung in der Bildung des thierischen und menschlichen Körpers einen grossen Werth. Wenn man gewohnt ist Alles mit der Schärfe der Sinne aufzufassen und sein Fach enthusiastisch lieb hat, so geräth es einem oft so; mag man auch zuweilen das Sonderbare überschätzen, die Abweichung von der Regel kann auch zur Erkenntniß des Gesetzes führen, das über der Regel ist. Cuvier, dem die pathologische Anatomie fremd war, konnte den pathologisch-anatomischen Einzelheiten keinen Geschmack abgewinnen, und es ist sehr charakteristisch was Cuvier einst Rudolphi erwiederte, als dieser ihn in Paris von seltenen pathologisch-anatomischen Merkwürdigkeiten unterhielt: *Mais ce n'est qu'accidentel*. Rudolphi erzählt es selbst in seinen Reisebemerkungen. Man muß übrigens gestehen, Cuvier's Landsleute haben, abgesehen von der Theorie der angeborenen Misbildungen, worin die Deutschen so viel gethan, aus der Bearbeitung des Accidentellen für die Arzneikunde das Meiste zu machen gewußt. Diese Verknüpfung der practischen Arzneikunde und der Anatomie mußte in einem Lande entstehen, wo Bichat aufstand und die Gesetze der gesunden und kranken Gewebe entwickelte.

Übrigens war Rudolphi für alle Zweige der Anatomie gleich eifrig. Oft sprach er sich aus, daß man in einem Zweig derselben nicht hinreichend ausgebildet sein und nicht leicht etwas Großes leisten könne, ohne mit allen übrigen Zweigen vollständig vertraut zu sein. Sichere Kenntnisse in der Zoologie sind hinwieder zur fruchtbaren Bearbeitung der vergleichenden Anatomie nöthig. Daher verlangte er, daß die Anatomen menschliche, vergleichende, pathologische Anatomie zugleich, wenn auch nicht alle Zweige mit gleicher Liebe, umfassen, und zuweilen äußerte er sich sehr tadelnd, wenn er aus dürftigen Studien oder aus einseitigen Kenntnissen oder Unkenntniß in einem jener Fächer Fehler bei den Anatomen hervorgehen sah.

Rudolphi war ein Gegner der eine Zeit lang herrschend gewesenen Art der Naturphilosophie. Bei jeder Gelegenheit äußerte sich Rudolphi auf das Kräftigste gegen eine mit misverstandener Philosophie verbundene Art der Naturstudien, welche sich lange ziemlich anspruchsvoll durch Mangel an einer exacten Methode und durch gewaltsame Tendenz zum Allgemeinen aussprach. Rührend ist was Rudolphi hierüber in Pallas Biographie zur Warnung der Jüngeren sagt und kann seine Wirkung nicht verfehlen: und

eben so merkwürdig sind seine Äußerungen in dem von ihm bearbeiteten Artikel Anatomie im encyclopädischen Wörterbuch der medicinischen Wissenschaften. Dafs er dabei eine auf Erkenntniß der Bildungsgesetze gerichtete vergleichende Anatomie anerkannte, läßt sich nicht bezweifeln. Sowohl in jenem Aufsatz als in seinen Vorlesungen sprach er sich für die Existenz von ein Paar Wirbeln im Schädel aus und tadelte nur den Misbrauch mit dieser Idee, die, gelegentlich sei es gesagt, weder Goethe, noch Oken, noch Dumeril zuerst geäußert oder in Schriften aufgestellt, sondern J. P. Frank in seinem Werk *de curandis hominum morbis* 1792 lib. II. p. 42 so glücklich war, kurz hinzuwerfen. Wenn Rudolphi bei seinen Arbeiten auf dergleichen Fragen wenig einging, so mochte es gröfstentheils daran liegen, dafs ihm die willkührliche Art, wie die Naturphilosophie diese Gegenstände behandelt, die Sache überhaupt verleidet hatte. Es hat mir jedoch zuweilen geschienen, als wenn Rudolphi auf diese Erkenntniß der Bildungsgesetze in der Anatomie zu wenig Werth gelegt. Die Entdeckung, dafs alle Embryonen frühzeitig Kiemenbogen am Halse haben, sagte seinen Ideen gar nicht zu: er vermuthete Täuschung und berief sich auf andere Erklärungen. Eine ganze Zeit lang stellte er Brütversuche an; die Resultate fielen nicht gerade zum Vortheil der Idee der Kiemenbogen aus; aber es war doch mancherlei bei diesen Versuchen gesehen worden, welches eine viel gröfsere Übereinstimmung des Fötuszustandes der Vögel mit dem der Fische zeigte, als man erwartet haben mochte. Die Idee, dafs der Mensch bei der Entwicklung die übrigen Thierstufen durchlaufe, war ihm zuwider und darin hatte er Recht. Die Existenz der Kiemenbogen am Halse der Embryonen hätte indess Rudolphi nicht beunruhigen können, wenn er mit der Idee des Durchlaufens der Thierstufen nicht vielleicht auch die der Einheit des Plans in den Classen der Wirbelthiere verworfen hat. Wie sich nun Rudolphi diese allerdings vorhandenen Bogen und Spalten am Halse der Embryonen erklärte, ist mir niemals ganz klar geworden. Vielleicht hat er schon das Richtige eingesehen, dafs die Anlage für alle Wirbelthiere anfangs ähnlich ist, dafs sich aber nur bei den Fischen auf jenen Bogen Kiemen bilden, und dafs jene Bogen bei den übrigen Thieren theils eingehen, theils in Hörner des Zungenbeins verwandelt werden. Rudolphi war mit seinem Zweifel gegen Dinge, welche Andere, nicht er, annahmen, nicht zurückhaltend und hartnäckig: doch fanden gute Gründe bei ihm immer

Eingang und gern liefs er eine Meinung fahren, von deren Ungrund er sich überzeugete. Die Verbindung des Nabelbläschens mit dem Darm durch einen Gang hatte er nicht gesehen, vermuthlich weil er ältere Eier untersuchte, noch 1828 ist er dagegen eingenommen; Prof. Gurlt zeigte ihm die Verbindung eines *Diverticulum ilei* mit dem Nabel und er wurde in Hinsicht der Erklärung zweifelhaft.

Rudolphi's Tendenz in der Physiologie war Kritik der Beobachtungen und der herrschenden Lehren. Die Zeit in welcher Rudolphi zu wirken anfang, war für die Physiologie eine glänzende gewesen. Nachdem Aloysius Galvani den Galvanismus entdeckt, wurde diese Erscheinung lange von den ersten Physikern und Physiologen für ein physiologisches Phänomen gehalten. Wenn sich auch diese Ansicht später widerlegte, so gab sie doch Gelegenheit zur Entdeckung der Gesetze der thierischen Reizbarkeit, und auf der Bahn, welche A. v. Humboldt eröffnet, folgten viele Physiker und Physiologen. Rudolphi nahm an dieser Thätigkeit insofern Antheil, als er die Hypothese von der sensibeln Atmosphäre der Nerven prüfte und die Gründe, womit er die aus den galvanischen Versuchen an Thieren gezogenen Beweise dafür bestritt, sind noch heutzutage gut. Nachdem man eingesehen, daß der Galvanismus nur ein Reiz für die Kräfte der thierischen Theile ist und nachdem die Anwendung dieses Reizes auf die thierische Faser den Physiologen geleistet, was damals gewonnen werden konnte, erkannte man, daß man zu viel von jener Entdeckung für die Physiologie erwartet, und statt sich dieses Mittels unter neuen fruchtbaren Gesichtspunkten zu weiteren Forschungen zu bedienen, verfielen die Ärzte in eine Abspannung. Was war für Viele nun leichter, als sich den Täuschungen einer physiologischen Mystik und Magie hinzugeben, welche immer prä-tensioser und ansteckend den Supernaturalismus der sogenannten thierisch-magnetischen Kräfte geltend machte und welche die Räthsel der Physiologie auf eine viel bequemere und leichtere Weise zu lösen vorgab. Wie traurig ist das Bild jener Bestrebungen, wie niederschlagend im Gegensatz der hoffnungsvollen Periode, in welcher das Werk über die gereizte Muskel- und Nervenfaser erschien und die Methode gezeigt, auf der man fortzuschreiten hatte. Eine herrschend gewordene übermüthige und oft leichtfertige Art über die natürlichen Dinge zu philosophiren konnte dem Besonnenen im Angesichte jenes Schwindels auch wenig Trostreiches darbieten. Auch in

Berlin, dem Sammelplatz der würdigsten wissenschaftlichen Bestrebungen, fehlte es nicht an Leichtgläubigen. Da war es vorzüglich Rudolphi, der durch seine kräftige Opposition die Verbreitung hemmte und viel verdankt man seiner Stimme, daß die Ärzte von dem Felde des medicinischen Wunderglaubens zurückgekehrt sind. Es ließen sich noch andere Beispiele von den Diensten anführen, welche Rudolphi's offenes Urtheil gegen falsche Richtungen leistete. Die Früchte genießen wir jetzt, sie sind ähnlicher Art, wie jene fruchtbaren Wirkungen, welche die Jahresberichte des großen schwedischen Chemikers auf die exactere Bearbeitung der Naturwissenschaften gehabt.

Einen Inbegriff seiner physiologischen Lehren gab Rudolphi in seinem Grundriß der Physiologie, wovon der erste Band 1821, des zweiten erste Abtheilung 1823, die zweite 1828 erschien. Die letzte Abtheilung fehlt; sie sollte von den Excretionen und von der Zeugung handeln. In seinen Papieren fand sich nur ein Fragment über die Harnabsonderung, für ihn hatte die Arbeit zuletzt wohl an Reiz verloren, besonders da dieser Theil der Physiologie anderweitig viele Fortschritte gemacht, und Rudolphi am liebsten davon handelte, wobei er eigne Untersuchungen benutzen konnte. Kritik der Beobachtungen, eine bewunderungswürdige Gelehrsamkeit und die Benutzung eines reichen Schatzes von kostbaren anatomischen Erfahrungen zeichnen dieses treffliche Werk aus. Mit dem dogmatischen Zuschnitt anderer Werke verglichen fehlt darin allerdings manches, was man gewohnt war, einiges sogar, was zu dem actuellen Zustand der Wissenschaft gehörte; über manches war er kurz, wenn er keine kritischen Bemerkungen zu machen oder keine eigne Beobachtungen anzuführen hatte; er hatte den Fortschritten der Nervenphysik noch nicht die Aufmerksamkeit geschenkt, welche sie in Anspruch nimmt. Endlich verdeckte der ungemeine Reichthum von vergleichend-anatomischen Thatsachen und die Kritik manches Einzelnen, worin Rudolphi wegen eigner Untersuchungen ausführlicher war, einigermaßen die wirklichen Mängel und Unvollkommenheiten unserer Wissenschaft. Indessen wird dieses treffliche Werk immer einen großen Werth behalten, wenn viele Schriften, die mehr physiologische Erfahrungen aber mehr Irrthum enthalten, längst verschollen sind.

Rudolphi's Richtung in der Physiologie war überwiegend anatomisch und skeptisch, meistens gelten seine physiologischen Untersuchungen der

Widerlegung herrschender Meinungen. Die physiologischen Erfahrungen sah er in gar keinem Verhältniß mit der Gewißheit der Anatomie; kein Wunder wenn der treffliche Mann, der seine Scheu vor Vivisectionen bei jeder Gelegenheit aussprach, gegen alle Hypothesen und schlecht begründeten physiologischen Erfahrungen eine feindliche Stellung annahm. Man mußte ganz seine gerechte Indignation theilen, wenn man sah, wie manche Physiologen ihr Bestreben, die Physiologie zu einer Erfahrungswissenschaft zu machen, durch ein planloses Eröffnen und Quälen von recht vielen Thieren äußerten, wobei die Resultate oft so gering und so unbeständig waren. Das Inwendige eines verletzten Thieres sehen ist so wenig sehen wie es lebt, als die Anschauung seines äußern Lebendigen. Rudolphi ging aber wohl zu weit, wenn er glaubte, daß die Experimente an Thieren uns noch wenig gelehrt. Experimente in wichtigen Fragen angestellt, haben hier wie in der Physik zu den größten Entdeckungen geführt. Die Entdeckung der verschiedenen Eigenschaften der vorderen und hinteren Wurzeln der Rückenmarksnerven war zuerst allerdings ein Gedanke eines genialen Geistes, der dann von ihm und Andern durch Experimente bestätigt werden mußte. Rudolphi blieb indeß durchaus nicht gleichgültig bei der Entwicklung der Nervenphysik in der neuern Zeit. Auf seine Veranlassung und unter seinen Augen wurden 1823 in der Thierarzneischule viele Experimente zur Prüfung der Bellschen Ansichten über den *Nervus facialis* und *trigeminus* angestellt und wenn er anfangs sich zweifelnd gegen die Lehre von den verschiedenen Eigenschaften der Wurzeln der Rückenmarksnerven verhielt, vielleicht weil er der jetzigen Physiologie keine Gewißheit über solche Lebensfragen zutraute, so sprach er sich später, als entscheidend bestätigende Erfahrungen bekannt wurden, offen für die Sache aus und betrachtete sie als einen der größten Fortschritte in der Physiologie. Eine mehr philosophische Zergliederung der allgemeinen Verhältnisse der Lebensthätigkeit, die ihm weniger sicher als die Kritik der Thatsachen war, vermied Rudolphi und auch das Gebiet des Geistigen betrat er mit Resignation und meist nur so, daß er bald in eine naturhistorische Auffassung des Factischen überging, die ihm so sehr gelang. Unter den allgemeineren physiologischen Schriften zeichnete er nur wenige aus, in denen er Consequenz und Schärfe sah und wenn er die Mängel von Reil's Abhandlung über die Lebenskraft, und seine Ableitung aller Lebenserscheinungen aus der Mischung und Form anerkannte, so

betrachtete er diese Arbeit gleichwohl als ein Meisterstück von Behandlung solcher Gegenstände, wie er denn überhaupt von Reil immer mit großer Achtung sprach.

Was Rudolphi sehr betrübte, war sein Verhältniß zu Meckel. Beide waren voller Anerkennung gegeneinander und doch kamen sie aus den gegenseitigen Neckereien nicht heraus und diese haben, obgleich Niemand darauf als sie selbst achtete, beiden ihre Tage verbittert. Rudolphi's gerade jedoch niemals scharfe Art seine Meinung in seinen Schriften zu äußern, hat ihm auch sonst manche Kränkung zugezogen, diese wäre ihm nicht unerwartet gewesen, wenn er die Art der Menschen genauer gekannt und nicht Anderer Denkungsart wie die seinige sich gedacht. Herr Link sagt von ihm sehr schön, er war zu unschuldig, um den Menschen zum Gegenstand seiner Beobachtung zu machen, und ich möchte hinzusetzen, keine Erfahrung war ihm bitterer, als wenn er sich in den Menschen getäuscht hatte.

Rudolphi's früher feste Gesundheit hatte in den letzten Jahren merklich abgenommen; früher war es ihm inmer auf der Anatomie zu warm gewesen: es mußte immer kühl um ihn sein, so daß sich die Anderen öfter erkälteten; in den letzten Jahren konnte er es nicht warm genug haben. Als ich 1828 nach 5 Jahren ihn wiedersah, war ich sehr erschüttert die Züge des edeln Mannes ernster und schärfer zu sehen, er hatte sehr gealtert, obgleich seine scharfe Sehkraft ihn noch zu allen feinen Untersuchungen befähigte, wozu die Sicherheit der Hand weniger nothwendig war. Ich hatte mich so sehr gefreut meinen väterlichen Freund wiederzusehen und ich sollte ihn zum letztenmal sehen. Dies wußte ich und empfand es auf das schmerzlichste. Denn zu auffallend sah ich ihn verändert gegen die ganze frühere heitere Pracht seiner Züge. Doch blieb Rudolphi noch bis ins letzte Jahr in frischer Thätigkeit; im August 1832 fing *Ascitis*, von einer Leberaffection verursacht, an sich einzustellen, an diesem erlag er am 29^{ten} November desselben Jahres. Seine Sammlungen sind durch Genehmigung Seiner Majestät des Königs angekauft worden, seine Entozoen sind dem zoologischen Museum, seine einzige Bibliothek der königlichen Bibliothek, seine Medaillensammlung dem Kunstmuseum einverleibt worden.

Rudolphi war als Mensch nicht kleiner denn als Gelehrter, *integer vitae scelerisque purus*. Wer ihn kannte mußte ihn lieben und hochachten

und wenn seine offene Art zuweilen empfindlich machte, so konnte man ihm auf die Dauer nicht widerstehen. Das Erste was er von den Menschen verlangte war Rechtlichkeit, Wahrheit der Gesinnung, Freiheit des Gemüths von allem unedlen Wesen. Wo er diese fand, gab er Alles hin und liefs sich nicht wieder durch den Schein irre machen. So äufsert sich schon sein Wesen in seinen Gedichten, in denen er die Freundschaft oft besingt. Erinnere ich mich der freien heiteren ehrfurchtgebietenden Züge seines Antlitzes, des lebenswürdigen männlichen Ernstes mit dem Ausdruck der Energie und Wahrheit des Charakters, sehe ich alles dies in einem Bildnifs von ihm wieder, so bin ich immer gerührt. In einer unedlen Stimmung würde ich mich scheuen das Bild des väterlichen Freundes zu betrachten und erinnere ich mich der edelsten Begegnisse meines Lebens, so fällt mir sogleich Rudolphi ein.

Was Rudolphi als seinen höchsten Wunsch einst aufstellte, ist ihm gewährt. Schon als Knabe liebte er den Linné, ihn singt er begeistert in seinen Gedichten. Er ist es, der ihm erscheint und ihn in den Tempel führt, wo die Tafeln beschrieben sind mit den Namen Hedwig, Gärtner, Thunberg. Damals ahnete er nicht wie nahe er stand dem Denkstein von Hunter, Daubenton und Vicq D'Azyr. Eine Tafel war leer und darüber war heiliges Dunkel; nun ist sie beschrieben. Da glänzen auch Pallas und Peter Camper und jener, der als er noch lebte, sich eine Stelle zu Peter Camper's Füfsen wünschte, Bojanus.

Schriften von C. A. Rudolphi.

a. Botanische Schriften.

1. Einige botanische Beobachtungen. In: Journal für die Botanik, herausg. von H. A. Schrader. 1799. Bd. II. St. IV. Göttingen. 1799. 8. I. Nr. 4. p. 274.
2. Einige botanische Bemerkungen. In: Journal für die Botanik, herausg. von H. A. Schrader. 1800. B. II. St. I. u. II. Göttingen. 1801. 8. I. Nr. 8. p. 201.
3. Anatomie der Pflanzen. Eine von der Societät der Wiss. in Göttingen gekrönte Preisschrift. Berlin. 1807. 8. Mit VI Kpftln.

b. Zoologische Schriften.

4. *Observationes circa vermes intestinales. Gryphiswaldiae. 1793. 4.*
5. *Observationum circa vermes intestinales Pars II. Gryphiswaldiae. 1795. 4.*
6. Beobachtungen über die Eingeweidewürmer. In: Archiv für Zoologie und Zootomie, herausg. von C. R. W. Wiedemann. B. II. St. I. Braunschweig. 1801. 8. Nr. I. p. 1.
7. Fortsetzung der Beobachtungen über die Eingeweidewürmer. Mit 1. Kpftl. In Demselben. B. II. St. II. Braunschweig. 1802. 8. Nr. I. p. 1. und tab. I.
8. Fortsetzung der Beobachtungen über die Eingeweidewürmer. Mit 1. Kpftl. In Demselben. B. III. St. I. Braunschweig. 1802. 8. Nr. II. p. 61. und tab. II.
(In der folgenden Nr. 10 wurde der Beschlufs dieser Beobb. versprochen: ist aber nicht erschienen.)
9. Neue Beobachtungen über die Eingeweidewürmer. In: Archiv für Zoologie und Zootomie, herausg. von C. R. W. Wiedemann. B. III. St. II. Braunschweig. 1803. 8. Nr. I. p. 1.
10. *Entozoorum sive vermium intestinalium historia naturalis. Amstelædami. Vol. I. 1808. Vol. II. P. I. 1809. Vol. II. P. II. 1810. 8. cum XII. tab. aen.*
11. Erster Nachtrag zu meiner Naturgeschichte der Eingeweidewürmer. In: der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin Magazin für die neuesten Entdeckungen in der ges. Naturkunde. Jahrg. VI. Berlin. 1814. 4. Quart. II. 1812. Nr. XII. p. 83.
12. *Entozoorum synopsis, cui accedunt mantissa duplex et indices. Berolini. 1819. 8. cum III. tab. aen.*

c. Vermischte anatomische und physiologische Schriften.

13. Anatomie. In: encyclopädisches Wörterbuch der medicinischen Wissenschaften, herausg. von den Profess. der med. Facult. zu Berlin, C. F. v. Gräfe, C. W. Hufeland, H. F. Link, K. A. Rudolphi, E. v. Siebold. B. II. Berlin. 1828. 8. p. 357.
- 13 b. Besonderer Abdruck: über Anatomie. Berlin. 1828. 8.
14. Beiträge zur Anthropologie und allgemeinen Naturgeschichte. Berlin. 1812. 8. Mit dem Bildnis von Pallas.
15. Anatomisch-physiologische Abhandlungen. Berlin. 1802. 8. Mit VIII. Kpftln.

d. Vergleichend-anatomische Schriften.

16. Über die Anatomie des Löwen. Mit v. Kpftln. (vorgeles. d. 19. Febr. 1818.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1818-1819. Berlin. 1820. 4. Phys. Kl. p. 131.
- 16 b. (Besonderer Abdruck.) Beitrag zur Anatomie des Löwen (eine in d. K. Preufs. Akad. d. Wiss. vorgel. Abhandl.) Berlin. 1820. 4. Mit v. Kpftln.
17. *Resp. C. Guil. F. Reimann: (diss. med.) spicilegium observationum anatomicarum de hyaena. Berolini. 1811. 4. cum I. tab. aen.*
18. Anatomische Bemerkungen (1. über den Orang-Utang, und Beweis, daß derselbe ein junger Pongo sei. 2. über den Zitterwels.) Mit v. Kpftln. (geles. am 21. Octbr. 1824.) In: Abhandlungen der physikalischen Klasse der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1824. Berlin. 1826. 4. p. 131.
19. Über den Embryo der Affen und einiger anderen Säugthiere. Mit iv. Kpftln. (geles. am 12. Juni 1828.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1828. Berlin. 1831. 4. Phys. Kl. p. 35.
20. Anatomische Beobachtungen 1. über den Knochen am Hinterhaupt des Seeraben, *Pelecanus Carbo* L. 2. Bemerkungen über das Auge. 3. Eine seltene Art des Hermaphroditismus bei einem Affen, *Simia capucina* L.) Mit II. Kpftln. (Vorgeles. d. 27. März 1817.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin aus den Jahren 1816-1817. Berlin. 1819. 4. Phys. Kl. p. 111.
21. Einige anatomische Bemerkungen über *Balaena rostrata*. Mit v. Kpftln. (vorgeles. den 26. Octbr. 1820.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus den Jahren 1820-1821. Berlin. 1822. 4. Phys. Kl. p. 27.
22. Über *Balaena longimana*. Mit v. Kpftln. (geles. am 23. Juli 1829.) In: Abhandlungen der physikalischen Klasse der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1829. Berlin. 1832. 4. p. 133.
23. Beobachtungen aus der vergleichenden Anatomie (1. über die elektrischen Fische. 2. über den sogen. Giftsporn des männlichen Schnabelthiers, *ornithorhynchus paradoxus*.) Mit III. Kpftln. (vorgeles. d. 7. Juni 1821.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus den Jahren 1820-1821. Berlin. 1822. 4. Phys. Kl. p. 223.
24. Einige Bemerkungen über den Bau der Brüste (geles. am 20. Octbr. 1831) und nachträgliche Bemerkungen im Juli 1832. Mit II. lith. Tln. In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1831. Berlin. 1832. 4. Phys. Kl. p. 337.
- 24 b. (Besonderer Abdruck des ersteren.) Einige Bemerkungen über den Bau der Brüste. Berlin. 1831. 4. Mit II. lith. Tln.
25. Einige Bemerkungen über die Durchkreuzung der Sehnerven bei den Fischen. In: Archiv für Zoologie und Zootomie, herausg. von C. R. W. Wiedemann. B. I. St. II. Braunschweig. 1800. 8. Nr. V. p. 156.
26. *Resp. F. Guil. Breyer: (diss. med.) observationes circa fabricam ranae pipae. Berolini. 1811. 4. cum II. tab. aen.*
27. *Resp. F. Ch. Massalien: diss. sistens descriptionem oculorum scombri, thynni et sepiae. Berolini. 1815. 4. cum I. tab. aen.*
28. *Resp. L. Wolff: diss. anat. de organo vocis mammalium. Berolini. 1812. 4. cum IV. tab. aen.*

e. Schriften über Anatomie des Menschen und allgemeine Anatomie.

29. *Resp. E. M. H. Schwarz: disp. anat. de pilorum structura. Gryphiae. 1806. 4.*
30. *Resp. C. F. L. Gantzer: diss. anat. musculorum varietates sistens. Berolini. 1813. 8.*

31. *Resp. Sels: diss. musculorum varietates sistens. Berolini. 1815. 8.*
32. Einige Beobachtungen über die Darmzotten. In: Archiv für Physiologie von J. Ch. Reil. B. IV. Halle. 1800. 8. Hft. I. p.63.
33. Fortsetzung der Beobachtungen über die Darmzotten. In Denselben. Hft. III. p.339.
34. *Diss. de oculi quibusdam partibus. Gryph. 1801. 4.*
35. *Resp. J. H. Carger: diss. de ventriculis cerebri. Gryphiae. 1796. 4.*
36. Einige Bemerkungen über den sympathischen Nerven. (vorgeles. d. 18. Aug. 1814.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1814-1815. Berlin. 1818. 4. Phys. Kl. p. 161.
37. *Progr. de solidorum c. h. partibus similaribus. Gryphiae. 1809. 4.*
38. *Resp. J. L. Held: (diss.) observationes circa dentitionem. Gryphiae. 1809. 4.*
39. Beitrag zur Geschichte der Zähne. In: Archiv für Physiologie von J. Ch. Reil. B. III. Halle. 1799. 8. Hft. III. p.401.
40. *Resp. J. G. Tesmer: diss. anat. sistens observationes osteologicas. Berolini. 1812. 4. cum II. tab. aen. (vorzüglich über Zähne.)*
41. Über Hornbildung. (vorgeles. d. 2. Febr. 1815.) Mit I. Kpftfl. In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1814-1815. Berlin. 1818. 4. Phys. Kl. p.175.

f. Physiologische Schriften.

42. Etwas über die sensible Atmosphäre der Nerven. In: Archiv für die Physiologie von Reil. B. III. p.188.
43. Über die sensible Atmosphäre der Nerven (vorgeles. d. 22. Juli 1813). In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1812-13. Berlin. 1816. 4. Phys. Kl. p.208.
44. *Dubia contra J. Galli de organis in cerebro distinctis iisque cranii ope detegendis hypothesin. Nova act. academiae scientiarum imp. Petropolitanae. T. XIV. Petropoli 1805.*
45. Grundriß der Physiologie. Berlin. B. I. 1821. B. II. Abth. I. 1823. Abth. II. 1828. 8.

g. Pathologisch-anatomische Schriften.

46. Übersicht der bisher bei den Wirbelthieren gefundenen Steine. (vorgeles. d. 11. Novbr. 1812, vermehrt zum Druck Sptbr. 1815.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1812-1813. Berlin. 1816. 4. Phys. Kl. p.171.
47. Beschreibung des Gehirns von einem Kinde, welchem das rechte Auge und die Nase fehlten. Mit II. Kpftfln. (vorgeles. d. 26. Oct. 1815.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1814-1815. Berlin. 1818. 4. Phys. Kl. p.183.
48. Über eine menschliche Mißgeburt, die nur aus einem Theil des Kopfes und Halses besteht. Mit IV. Kpftfln. (vorgeles. d. 20. Juni 1816.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1816-1817. Berlin. 1819. 4. Phys. Kl. p.99.
49. Über den Wasserkopf vor der Geburt, nebst allgemeinen Bemerkungen über Mißgeburten. (geles. am 1. Apr. 1824.) In: Abhandlungen der physikalischen Klasse der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1824. Berlin. 1826. 4. p.121.
50. Beschreibung einer seltenen menschlichen Zwitterbildung, nebst vorangeschickten allgemeinen Bemerkungen über Zwitter-Thiere. Mit III. Kpftfln. (geles. am 20. Octbr. 1825.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1825. Berlin. 1828. 4. Phys. Kl. p.45.

51. Über das Fehlen einzelner Theile in sonst ausgebildeten Organismen. (geles. am 20. Juli 1826.) In: Abhandlungen der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1826. Berlin. 1829. 4. Phys. Kl. p.83.

h. Vermischte naturwissenschaftliche und medicinische Schriften.

52. Bemerkungen aus dem Gebiet der Naturgeschichte, Medicin und Thierarzneikunde, auf einer Reise durch einen Theil von Deutschland, Holland und Frankreich gesammelt. Berlin. Th. I. 1804. Th. II. 1805. 8.
53. Schwedische Annalen der Medicin und Naturgeschichte. B. I. Berlin und Stralsund. 1800. (Hft. I. 1799. Hft. II. 1800.) 8.
54. Übersicht der Schwedischen medicinischen Litteratur von 1799. In: nordisches Archiv für Naturkunde, Arzneiwissenschaft und Chirurgie, herausg. von Pfaff, Scheel und Rudolphi. B. II. St. II. Kopenhagen. 1801. 8. Nr. III. p.79.
55. Übersicht der Schwedischen medicinischen Litteratur in den Jahren 1800 und 1801. In: nordisches Archiv für Naturkunde, Arzneiwissenschaft und Chirurgie, herausg. von Pfaff, Scheel und Rudolphi. B. III. St. III. Kopenhagen. 1803. 8. Nr. I. p.3.
56. Nordisches Archiv für Natur- und Arzneiwissenschaft, herausg. von Pfaff und Scheel. B. I. (St. I. II. III.) Kopenhagen. 1799-1801. 8. Mit i. Kpftln. — Nord. Arch. für Naturkunde, Arzneiwiss. und Chirurgie, herausg. von Pfaff, Scheel und Rudolphi. B. II. III. IV. (3 St.) Kopenh. 1801-1805. 8. Mit v. Kpftln. — Neues nord. Arch. für Nat. Arzn. u. Chir. herausg. von Pfaff, Scheel und Rudolphi. B. I. (St. I. u. II.) Frankfurt a. d. Oder. 1807. 8.
57. Recensionen in der Jenaischen, Hallischen u. Leipziger Litteraturzeitung von 1800 bis 1810.
58. Anatomische und physiologische Artikel im encyclopädischen Wörterbuch der medicinischen Wissenschaften.

i. Übersetzungen.

59. Schwedische Robbenarten aus (C. P.) Thunberg *Beskrifning på Svenske djur. Upsala.* 1798. p.85.
60. A. J. Retzius, Versuch einer Aufstellung des Mineralreichs. Übersetzt von K. A. Rudolphi. Leipzig. 1798. 8.

k. Anderweitige Schriften nicht naturwissenschaftlichen Inhalts.

61. Peter Simon Pallas, ein biographischer Versuch. Berlin. 1812. Mit dem Bildniss von Pallas. Abdruck aus den Beiträgen zur Anthropologie und allgemeinen Naturgeschichte.)
62. *Index numismatum in virorum de rebus medicis aut physicis meritorum memoriam percussorum.* (Gratul. honores doctorales decem ante lustra acceptos Ch. Knape.) Berolini. 1823. 8. cum I. tab. aen. (effig. Ch. Knape in nummo.)
63. *Index numismatum in virorum de rebus medicis vel physicis meritorum memoriam percussorum.* (Physiophili Germanici gratul. diem semisecularem J. F. Blumenbach.) Berolini. 1825. 8. (ed. II.) cum I. tab. aen. (effig. J. F. Blumenbach in nummo.)
64. *Recentioris aevi numismata virorum de rebus medicis et physicis meritorum memoriam servantia collegit et recensuit.* Berolini. 1829. 8. (ed. III.)
65. Gedichte. Berlin und Greifswald. 1798. kl.8.



Physikalische
A b h a n d l u n g e n

der

Königlichen

Akademie der Wissenschaften

zu Berlin.

Aus dem Jahre
1835.

Berlin.

Gedruckt in der Druckerei der Königl. Akademie
der Wissenschaften.

1837.

In Commission bei F. Dümmler.

Inhalt.



ESCHRICHT und MÜLLER über die arteriösen und venösen Wundernetze an der Leber und einen merkwürdigen Bau dieses Organes beim Thunfische, <i>Thynnus vulgaris</i>	Seite 1
KUNTH über die Linnéischen Gattungen <i>Scirpus</i> und <i>Schoenus</i>	- 33
LINK über den Bau der Farrnkräuter (zweite Abhandlung)	- 83
MÜLLER über die organischen Nerven der erectilen männlichen Geschlechtsorgane des Menschen und der Säugethiere	- 93
EHRENBURG: Mittheilung einer sehr einfachen Methode zum Festhalten, Vergleichen und Aufbewahren der feinsten und vergänglichsten mikroskopischen Objecte	- 141
Derselbe: Zusätze zur Erkenntniß grofser organischer Ausbildung in den kleinsten thierischen Organismen	- 151
Derselbe über die Akalephen des rothen Meeres und den Organismus der Medusen der Ostsee	- 181
WEISS über eine versteckte gegenseitige Beziehung zwischen den Krystallsystemen des Feldspathes und des Kalkspathes	- 261
Derselbe: Betrachtung des Feldspathsystems in der viergliedrigen Stellung	- 281
H. ROSE über die Lichterscheinungen bei der Krystallbildung	- 321
Nachtrag zu der Abhandlung der Herren ESCHRICHT und MÜLLER über die Wundernetze an der Leber des Thunfisches	- 325



Über
die arteriösen und venösen Wundernetze an der Leber
und einen merkwürdigen Bau dieses Organes beim
Thunfische, *Thynnus vulgaris*.

Von
H^{rn}. ESCHRICHT und H^{rn}. MÜLLER.



[Mitgetheilt von dem Letztern in der Akademie der Wissenschaften am 29. Juni 1835.]

Mit einigen neueren Zusätzen.

I. Veranlassung der Untersuchung.

Wie lange bekannt auch die Thunfische in der Geschichte der Fischereien sind, so ist doch die Naturgeschichte derselben bis auf Cuvier an Dunkelheiten und Verwechslungen reich gewesen und die anatomischen Eigenthümlichkeiten derselben in der Ordnung der Scomberoiden sind größtentheils bis jetzt unbekannt geblieben. Aristoteles hatte zwar schon Thiere dieser Familie untersucht, und die außerordentlich lange und enge Gallenblase seiner Amia (*Pelamis sarda*) entdeckt ⁽¹⁾, mit welcher die Gallenblase der Thunfische (*Thynnus vulgaris*, *alalonga*) nach Cuvier's ⁽²⁾ Beobachtungen übereinstimmt. Eine allgemeine sehr unvollständige Kenntniß von der Form und Lage der Eingeweide und von den Eigenthümlichkeiten des Skelets ist indeß das einzige, was wir von der Anatomie dieser Thiere kennen. Die physiologischen Verhältnisse dieser Familie sind in mehr als einer Hinsicht merkwürdig. Man denke nur an die regelmäßigen Wanderungen, über welche freilich noch vieles zu untersuchen übrig bleibt. Noch eigenthümlicher ist die hohe eigene Temperatur der Thunfische, auf welche ganz vor Kurzem

⁽¹⁾ *Hist. anim. ed. Schneid. Lib. II, 11. vulg. 15.*

⁽²⁾ *Hist. nat. des poissons. T. VIII, p. 66. 125.*

John Davy ⁽¹⁾ aufmerksamer geworden. *Thynnus pelamys*, ein Thunfisch des atlantischen Meeres, hat nach J. Davy's Beobachtung 99° F. eigene Temperatur bei 80°,5 F. des Mediums, und auch bei anderen Thunfischen soll die Temperatur nach weniger sicheren Nachrichten beträchtlich sein. Die Beobachtungen, die wir hier mitzutheilen haben, betreffen eine in anatomischer wie physiologischer Hinsicht gleich wichtige Eigenthümlichkeit in dem Bau der Unterleibseingeweide und ihrer Gefäße, wovon sich bis jetzt keine Spuren bei irgend einem andern Thiere gezeigt haben. Die nächste Veranlassung zu den folgenden Beobachtungen war eine Entdeckung meines verehrten Freundes Herrn Eschricht in Copenhagen. Derselbe schickte mir unter dem 1. November 1833 ein Stück von der Leber des Thunfisches mit der Bemerkung, daß er nirgends eine so eigenthümliche Structur der Leber erkannt habe. Sie bestehe aus lauter parallelen Gängen mit sehr kleinen Anhängseln und die Masse reisse sich nur in Längsschichten, die ganz faserig erscheinen. Das von Herrn Eschricht gesandte Stück erregte meine Aufmerksamkeit in hohem Grade; in der That schien die ganze Lebermasse nur aus solchen mit den kleinen *acini* besetzten Röhren zu bestehen; da die Stämme der Gefäße nicht mehr an diesem Stück erhalten waren, so blieb es mir ungewiß, ob diese Röhrenbildung der eigentlichen Drüsen-substanz der Leber oder den Blutgefäßen angehörte und der erstern fremd war. Glücklicherweise befand sich die Leber und der Darmkanal eines Thunfisches auf dem Königlichen anatomischen Museum. Hier bestätigte sich nicht bloß die von Herrn Eschricht entdeckte Bildung; sondern ich konnte auch ermitteln, daß diese zum Theil parallelen, größtentheils aber strahligen Röhren, woraus die Leber zu bestehen schien, in der That nicht die eigentliche Drüsen-substanz der Leber, sondern nur Blutgefäße waren, welche von großen Blutbehältern an der convexen Fläche der Leber ausgingen; daß dagegen die Drüsen-substanz der Leber nur in den kleinen, mit bloßen Augen noch ganz gut erkennbaren Anhängseln bestand, womit die Röhren besetzt waren. Ein solcher Blutbehälter war im convexen Theile jedes der 3 Leberlappen. Der Blutbehälter des rechten Leberlappens ging nach außen in einen dicken kurzen Gefäßstamm, die vereinigten Blutbehälter des linken und mittleren Leberlappens in einen gleichen Gefäßstamm über. Beide Ge-

(¹) *L'Institut. Journal général des sociétés et travaux scientifiques.* N. 108.

fäßstämme waren dicht an der Leber abgeschnitten. Beim Aufblasen jener Behälter schwollen alle strahlenförmigen Röhren der Leber auf. Die Gallengänge dagegen nahmen an dem Zerfallen in parallele und in strahlenförmige Röhren keinen Antheil: überhaupt konnte ich die Lebersubstanz durch Aufblasen des *Ductus hepaticus* nicht aufblasen. Keine jener Röhren füllte sich. Es war nun zu ermitteln, welche der Blutgefäße, die Arterien, die Venen oder die Pfortaderzweige jene Röhren bilden. Leider waren auch die Stämme der Blutgefäße auf der concaven Seite der Leber abgeschnitten und die Leber hing durch keine Blutgefäße weder mit dem Darmkanal noch mit der Milz zusammen. Indefs bewies die Ausmündung der *Sinus* auf der convexen Fläche der Leber, daß diese, wie die von ihnen ausgehenden Röhren, den Lebervenen angehören; denn jene Seite ist die dem Herzen zugewandte. Auch liefs sich von dem Hauptstamm an der concaven Seite der Leber nicht die ganze Leber aufblasen, und obgleich er auch viele Gefäße in die Leber abgab, so war doch die Bildung sehr von der der Lebervenen auf der andern Seite verschieden, deren ganze strahlenförmige Verbreitung mit einemmale von dem *Sinus* aufgeblasen werden konnte.

Was vorläufig an unserm Präparat gewifs wurde, daß der strahlig röhrrige Bau der Leber des Thunfisches von den Lebervenen herrührt, theilte ich meinem Freunde Eschricht mit, mit der Aufforderung, an seinem Präparate weitere Untersuchungen anzustellen. Doch war an den isolirten Theilen der Leber weiteres nicht zu ermitteln. Mein Freund bemerkte, daß er diese Gänge wenigstens hauptsächlich für Gefäßfortsetzungen gehalten habe, und daß es ihm sehr willkommen sei, zu erfahren, daß sie es wirklich sind. Er glaube auch, daß man in neueren Zeiten vielleicht etwas zu wenig Rücksicht genommen auf die Rolle der Blutgefäße in den Drüsen, vor allem in der Leber. Denn wenn es deutlich ist, daß bei Embryonen der Ausführungsgang die Hauptrolle spielt als Fortsetzung der Darmhöhle, so ändere sich dieses Verhältniß wenigstens der Masse nach in der Leber doch ganz sicher. Auf den vortreflichen Injectionspräparaten von Ibsen in Copenhagen, wo die drei Gefäßsysteme und die Gallengänge mit vier verschieden gefärbten Massen injicirt, dann das Ganze ungemein sorgsam corrodirt ist, zeige sich dieses sehr deutlich, obgleich allerdings von den Haargefäßen und den letzten blinden Endigungen der Gallengänge dabei nicht die Rede sein könne.

Er rathe die Leber von Delphinembryonen nachzusehen, wo dasselbe Verhältniß ihm sehr deutlich zu sein scheine.

Etwas Eigenthümliches, was ich an der Thunfischleber des hiesigen anatomischen Museums sah und zum Theil noch an dem von Herrn Eschricht gesandten Stück der Leber erkannte, konnte ohne neue Hülfsmittel keine Erklärung finden. Diefs waren 2 Zoll lange und über 1-2 Zoll dicke und dichte Büschel von mehr röthlich grauen, nicht mit Lebersubstanz besetzten Röhren, welche von der eigentlichen Leber verschieden, auf die concave Seite der Leber, da wo die Gefäße verliefen, aufgesetzt und damit verwachsen waren. Diese Lappen enthielten auch in ihrem Innern keine Spur von Lebersubstanz: sie ließen sich von irgend einer stärkern Röhre am Anfang der Quäste aus oder auf dem Querdurchschnitt aufblasen. Die quastartigen Lappen waren sehr viel fester als die eigentliche Lebersubstanz und doch zugleich noch viel poröser durch die darin enthaltenen Röhren. Was nun diese mit der Leber verwachsenen Massen waren, liefs sich an unserem Präparat nicht ausmachen. Obgleich nämlich die unzähligen durch Zellgewebe verbundenen Röhrechen an der von der Leber abgewandten Spitze sich plötzlich in stärkere Gefäße sammelten, so waren doch wieder diese Stämme durchschnitten und ich konnte also nicht ausmitteln, ob diese röhrigen, der Leber angewachsenen Massen eine eigene den Thunfischen zukommende Drüse bilden oder dem Gefäßsystem angehören. Mit den ungeheuren Massen der *appendices pyloricae* waren diese Lappen nicht zu verwechseln. Auf dem Durchschnitt glichen dieselben einigermassen dem Durchschnitt der Hoden einiger Fische. Auch der Hoden des Thunfisches kann ganz aufgeblasen werden. Aber diese Massen gehören nicht zu den Geschlechtstheilen. Nachdem so viel Merkwürdiges erkannt war, mußte uns alles daran gelegen sein, die besser erhaltenen Eingeweide eines Thunfisches zu erwerben. Hierzu gelangte ich durch die Gefälligkeit des Hrn. Lichtenstein, Königl. Preufs. Consuls in Montpellier. Die Eingeweide dieses Thieres von 3 Fuß Länge waren zwar schon etwas macerirt, aber über die Hauptfragen konnte man bald ins Klare kommen. Ich entdeckte nämlich, daß die auf die concave Seite der Leber aufgesetzten Massen Wundernetze darstellen, zwischen den in der Leber sich verbreitenden Zweigen der Pfortader und den Darmvenen, Milzvenen und Magenvenen, so zwar, daß alle Venen des chylopoetischen Systems sich erst in diese röhrigen Massen auflösen und aus den Wundernetzen erst

das Blut in die Leber sich verbreitet. Diese Bildung ist einzig in der Thierwelt und ist um so merkwürdiger, als sie allen bisherigen Ideen über den Zweck der Wundernetze an verschiedenen Arterien und Venen entgegen scheint. Die Wundernetze an der Leber der Thunfische sind aber zusammengesetzter als alles, was wir bis jetzt von den Wundernetzen der einzelnen Gefäße bei den Wiederkäuern, Tardigraden, Stenops, Delphinen u. a. wissen. Denn eines der mehrfachen größeren Wundernetze an der Leber des Thunfisches besteht allein schon aus vielen Hunderten von Röhren.

Ehe ich zur genauern Beschreibung der Leber und der Wundernetze des Thunfisches übergehe, muß ich eine kurze Beschreibung der Verdauungseingeweide dieses Thieres vorausschicken.

II. Allgemeines von den Verdauungsorganen des Thunfisches.

Die Verdauungseingeweide des Thunfisches und anderer Scomberoiden hat Cuvier bereits in seiner *Histoire des poissons* T. VIII. im allgemeinen beschrieben: er kennt die lange darmähnliche Gallenblase des *Thynnus vulgaris*, *alalonga*, des *Pelamis sarda* und die gleichfalls lange Gallenblase der *Scomber*, *Auxis*, *Thyrsites*, *Lepidopus*. Meckel hat in seinem System der vergleichenden Anatomie die Scomberoiden, wohl aus Mangel an Materialien, vernachlässigt, und auch Rathke giebt uns in seiner Abhandlung über das Pfortadersystem der Fische in Meckel's Archiv 1826 keine Mittheilungen von der Leber und der Pfortader der Scomberoiden.

Der Magen des Thunfisches Taf. III. Fig. 1. A. ist ein langer conischer, bis in den hintern Theil der Bauchhöhle ragender Blindsack von fleischigen Wänden, die unmittelbare Fortsetzung des Schlundes. Das blinde stumpfspitze Ende sieht nach hinten. Der *pylorus* befindet sich am obern Seitentheile des Sackes. Die *pars pylorica* des Darms, worin die Stämme der *appendices pyloricae* (H.) einmünden, liegt vor dem Magen, die *appendices pyloricae* theils vor dem Magen, theils links von demselben. Der Darm steigt von der *pars pylorica* anfangs vorwärts unter die Leber, biegt sich dann um und steigt rückwärts bis zur Länge des Magens, dann wieder vorwärts bis unter die erste obere Biegung, nun wieder rückwärts, dicht an dem letzten aufsteigenden Theil bis zum After, ohne seinen Durchmesser zu verändern. Die Milz (S.) ist lang und schmal und liegt zwischen dem ersten absteigenden und

dem wieder aufsteigenden Theil des Darms. In Hinsicht der sehr zahlreichen Bündel der *appendices pyloricae* und ihres Baues verweise ich auf die Abbildung und Beschreibung, welche ich in der Schrift *de glandularum structura penitiori* p. 64 Tab. VII. Fig. 4. 5. gegeben.

Die Leber bildet drei platte Hauptlappen, wie schon Cuvier angiebt, einen mittlern (*G.*) und zwei seitliche (*F. II.*). Im allgemeinen von dreieckiger Gestalt, sind sie hie und da eingeschnitten, wodurch Nebenlappen entstehen; die Nebenlappen sind indeß bei verschiedenen Individuen durchaus ungleich und ihre Zahl unconstant. Die drei Hauptlappen der Leber hängen durch dünne lappige Streifen von Lebersubstanz zusammen; überdieß verschmilzt der mittlere Lappen mit dem linken an seiner Basis ganz; wie denn auch diese zwei Lappen nur einen gemeinsamen Lebervenenstamm haben.

Die Gallenblase (*L.*) ist ein sehr langer, bei kleineren Thunfischen selbst gegen 1 Fuß langer, enger Kanal, mit unterem blindem Ende. Ihre Länge entspricht der Länge des ersten absteigenden Theiles des Darms, an welchem sie anliegt, und ihr blindes Ende reicht bis nahe zum After. In zweien Fällen war ihr Ausführungsgang, da wo er die Lebergänge aufnimmt, etwas erweitert. Die Einnündung des Gallenganges in den Darm befindet sich an der Stelle, wo der letztere die fünf Stämme der *appendices pyloricae* aufnimmt. Lage und Zusammenhang der Verdauungseingeweide sind in Fig. 1. Taf. III. abgebildet.

III. Strahlenförmiger Bau der Lebervenen. Wundernetze des Pfortadersystems.

Auf der convexen Seite der Leber sieht man die Abgangsstellen der beiden Lebervenenstämme (Taf. I.). Der kleinere gegen 4 Linien breite Stamm führt das Blut aus dem rechten Leberlappen, der zweite stärkere aus dem linken und mittlern Lappen. Die beiden Stämme der Lebervenen durchbohren das Diaphragma und senken sich in den gemeinschaftlichen, auch die rechte und linke gemeinschaftliche Hohlader aufnehmenden Sinus aller Körperven, von wo das Blut in den Vorhof gelangt. Das mit der Leber verbundene Ende der Lebervenenstämme dehnt sich in dem oberen Theile der Leber sinuös aus. Die sinuöse Erweiterung des rechten Lebervenenstammes im Innern des rechten Leberlappens ist gegen 2 Zoll lang; im linken und rechten Leberlappen, wo die Erweiterung gemeinschaftlich, gegen 4 Zoll lang; beide Er-

weiterungen gegen 8 Linien bis 1 Zoll breit. Die inneren Wände dieser Höhlen, welche der Lebersubstanz zugekehrt sind, bestehen aus den Häuten der Venen und zeigen viele beckenartige Vertiefungen, von welchen die strahlenförmigen Zweige der Lebervenen entspringen. Diese gehen an den verschiedenen Stellen theils abwärts, theils auswärts, alle mehr oder weniger strahlig divergirend, ab. Jeder strahlige Lebervenenzweig theilt sich bald wieder in mehrere Zweige, die so wie ihre dichotomischen Zweigleichen wieder in derselben Richtung durchaus gerade gegen den Rand der Leber und die untere Fläche derselben fortgehen. Die stärksten radialen Gefäße haben einen Durchmesser von $\frac{1}{2}$ - 1 Linie, die feinsten von $\frac{1}{4}$ und weniger. Die feinsten Röhren sind nun mit der flockenartigen Substanz der Leber besetzt, was man an den macerirten Stücken sieht. Wahrscheinlich findet also hier, trotz der strahligen Vertheilung der Lebervenenzweige, doch ein ähnliches Verhältniß wie beim Menschen und den Säugethieren statt, wo nach Kiernan's vortrefflichen Untersuchungen die Lebervenen auch mit den *acini* besetzt sind und durch unzählige kleine Öffnungen die *venulae centrales* der *acini* aufnehmen.

Auf der untern Fläche der Leber sieht man die Wundernetze des Pfortadersystems. Die Wundernetze sind verschiedene 2 Zoll lange und $\frac{1}{2}$ Zoll bis 2 Zoll dicke Quäste von feinen gestreckten, hier und da anastomosirenden Blutgefäßen, die untereinander durch dichtes Zellgewebe vereinigt sind. Jede zum Pfortadersystem gehörende Vene geht abgesondert, ehe sie ihr Blut der Leber zuführt, in ein solches Wundernetz über und meist treten in den Anfang des Wundernetzes mehrere Venen zugleich ein. An der Basis des Wundernetzes sammelt sich das Blut wieder in stärkere Gefäße, welche sich dann in der Leber als Pfortaderzweige verbreiten. Einige der Quäste der Wundernetze haben eine birnförmige Gestalt, die Spitze ist dann von der Leber abgewendet und nimmt die Venen auf; die Basis sitzt auf der Leber auf; diese angewachsene Basis ist schmaler als der Körper. Andere namentlich kleinere Wundernetze sind spindelförmig; doch ist der gegen die Leber gerichtete Theil immer dicker als der Stiel. Eines der größten Wundernetze ist fast so breit als lang und ist platt. Diese Form entsteht dadurch, daß die Zahl der in das Wundernetz tretenden Venen zunimmt und daß diese in einer Reihe nebeneinander eintreten. An einem solchen zusammengesetzten Wundernetz sieht man dann wieder die den einzelnen Venen angehörenden kleineren Büschel; und so wie die kleineren Büschel birnförmig

oder spindelförmig sind, so ist auch das Ganze, wo es auf der Leber aufsitzt, etwas zusammengezogen, der schmalern Basis der Büschel entsprechend. Der im Stiel des Wundernetzes liegende Gefäßstamm zerfällt sogleich in eine Menge von Ästen, diese wieder in kleinere Zweige, so daß nun die Hauptmasse des Wundernetzes viele Hunderte nebeneinander liegende, meist gestreckte Röhrchen von $\frac{1}{4}$ – $\frac{1}{3}$ Linie darstellt, welche hier und da untereinander anastomosiren und alle die Richtung gegen die Leber nehmen. Bläst man die Gefäße im Stiel auf, so schwellen die verschiedenen Theile des Wundernetzes auf, deren Röhrchen von jenen Gefäßen ausgehen. An der Basis hängen die Röhrchen wieder, in größere sich sammelnd, auf das mannigfaltigste zusammen.

Vom Magen gehen drei Gefäße zu den Wundernetzen, eines an der rechten Seite des Magens, eines an der linken, ein drittes auf der hintern Fläche. Ein starker Gefäßstamm tritt von der Milz zu einem besondern Wundernetz und viele Blutgefäße kommen von den *appendices pyloricae* und dem Darm, um sich einzeln in das größte aller Wundernetze einzusenken. Diese bilden eine ganze Reihe über das *pars pylorica* des Darms.

Der rechte Leberlappen hat zwei große Wundernetze, welche von einander getrennt sind. Sie sitzen mit ihren Basen an dem breitem Theil der concaven Fläche des rechten Leberlappens; das eine ist birnförmig, das andere mehr spindelförmig. Das spindelförmige Wundernetz nimmt ein Gefäß von der rechten Seite des Magens auf; in die Mitte und den vordern Theil des Büschels treten noch mehrere kleine Gefäße von dem vordern Theil der untern Fläche des Magens. Das birnförmige Wundernetz nimmt die große Milzvene auf. Am dünnern Theil dieses Wundernetzes treten überdies noch einige kleine Venenstämmchen vom Darm ein.

Der mittlere Leberlappen besitzt ein sehr breites plattes Wundernetz, das keinen einfachen Stiel hat, sondern in viele Zipfel nach der freien Seite hin zerfällt. Es ist 2 Zoll lang und eben so breit, 1 Zoll dick. In die Zipfel treten viele einzelne kleinere Venenstämmchen von der *pars pylorica* des Darms und von den *appendices pyloricae*. Jeder Zipfel erhält ein oder mehrere Stämmchen. In dieses Wundernetz tritt auch noch ein Gefäß vom Magen, welches hinter der Gallenblase und Milz hergeht.

Die Wundernetze des linken Leberlappens sind mehrere Büschel, zwei größere und drei kleinere Büschel. Von den größeren erhält der eine das

Blut von der hintern linken Seite des Magens, die anderen von den *appendices pyloricæ*, von letzteren noch mehrere kleinere Venen. An der concaven Seite der Leber liegt noch ein sehr starkes, dickhäutiges Gefäß, welches auch theils in der Leber sich verzweigt, theils mit der Basis der Wundernetze zusammenhängt. Es ist in Taf. II. Y. abgebildet. Dieses Gefäß, dessen Ursprung an dem letzten Präparat nicht ermittelt werden konnte, weil der Stamm beim Herausnehmen der Eingeweide von anderen Gefäßen des Rumpfes abgeschnitten worden, theilt sich in zwei Äste, einen der an der concaven Seite des rechten, den andern, der an der concaven Seite des mittlern Leberlappens und des mit ihm verbundenen linken Leberlappens hergeht. Bläst man diese Gefäßstämme auf, so schwellen die Wundernetze auch an. Da aus den Wundernetzen theils viele Zweige unmittelbar sich in der Leber verbreiten, aber auch die letzterwähnten Gefäßstämme sowohl in der Leber als in den Wundernetzen sich verzweigen, so wurden diese Gefäße noch räthselhafter. Ist jener Stamm Arterie oder Vene? ist er ein Stamm der Pfortader, der sich aus den Wundernetzen wieder bildet und sie untereinander in Communication setzt? aber woher dann das abgeschnittene Hauptgefäß, in welches sich die beiden Äste vereinigen. Nimmt dieß vielleicht, fragte ich mich, Venen des Rumpfes oder der Geschlechtstheile auf, die an den Wundernetzen keinen Antheil nehmen, aber doch ihr Blut in die Pfortader ergießen? Dagegen spricht die Stärke der Wände an diesem Gefäßstamm und seinen Ästen. Dieß so wie die ganz außerordentliche Stärke der dieses Gefäß begleitenden Nerven blieben mir räthselhaft. Um darüber ins Klare zu kommen, mußte ein neuer Thunfisch und die Gefäße *in situ* untersucht werden.

Die vorhergehenden Beobachtungen über die Leber und die Wundernetze des Thunfisches wurden mit dem letzten Abschnitte der Abhandlung und den Tafeln I. und II. der Königl. Akademie der Wissenschaften am 29. Juni 1835 mitgetheilt. Neue Materialien, die sowohl in Copenhagen als hier gewonnen wurden, veranlaßten seither noch weitere Aufschlüsse, als sie unsere gemeinschaftliche Untersuchungen bisher ergeben hatten. Die späteren Ergebnisse, bestehend aus neuen und wichtigen Mittheilungen von Herrn Eschricht und aus den Resultaten der Untersuchung eines zweiten hier angelangten Thunfisches sind in den zwei nächsten Abschnitten enthalten. Die gemeinsame Angelegenheit war uns, nachdem ich meinem Freunde im Herbste 1835 in Copenhagen persönlich über die Wundernetze der Pfortader

berichtet hatte, immer wichtiger geworden. Eine reiche Quelle eröffnete sich plötzlich in Copenhagen. Bald nach meiner Abreise von Copenhagen kam dort ein frischer im Sunde gefangener sehr großer Thunfisch an. Herr Eschricht hat daran nicht bloß die Wundernetze der Venen des chylopoetischen Systems bestätigt, sondern eine neue und wichtige Entdeckung gemacht, daß ein Theil der Röhren der Wundernetze arteriös ist und daß die Arterie des chylopoetischen Systems, eben jenes mir noch räthselhafte Gefäß, wovon vorher die Rede war, sich einestheils in die Leber verzweigt, anderntheils an der Basis der Wundernetze sich in unzählige Röhren auflöst, die einen Theil der Röhren der Wundernetze ausmachen und sich an den freien Enden der Wundernetze wieder in einzelne Gefäße sammeln, um zu den Eingeweiden hinzugehen. Besondere Röhren der Wundernetze nehmen daher das Blut aus den Darmvenen, Magenvenen, pancreatischen Venen und aus der Milzvene auf, um es zur Leber zu bringen und besondere Röhren, die zwischen den anderen liegen, nehmen das Arterienblut auf, um es zu den Eingeweiden, zur Milz, zum *pancreas*, Magen, Darm zu bringen, während die arteriösen Gefäße der Leber nicht erst durch die Wundernetze durchgehen. Die Wundernetze haben daher die doppelte Beziehung, zur Leber einestheils durch die Pfortader, zu allen übrigen Eingeweiden des chylopoetischen Systems durch die Arterien. Obgleich sie an der Leber liegen und an ihr angewachsen sind, haben sie doch eine gleich große Beziehung zu allen übrigen Organen des *systema chylopoeticum*.

Das Resultat der Untersuchungen von Hrn. Eschricht an dem letztgenannten Thunfische theile ich nun wörtlich mit.

IV. Wundernetze der Arterien des chylopoetischen Systems. Verhalten derselben zu den Wundernetzen der Pfortader und zu den Lebervenen.

(Beitrag zur Anatomie der Thunfischleber von Herrn ESCHRICHT.)

Der Thunfisch, dessen Leber zu folgender Untersuchung benutzt wurde, kam am 29. September 1835 in Copenhagen an. Er war (angeblich am 27.) bei Helsingör in einem großen Fischernetz gefangen worden, das er größtentheils zerrissen hatte. Sein Gewicht wurde auf 400 Pfund geschätzt,

seine Länge betrug von der Schnautze zum Schwanzende 8' 10'', zum Rande des *Operculum* 2' 2½'', sein Umfang, wo er am größten war, 4' 2½''. Er war männlichen Geschlechts (wie sich später ergab).

Es wurde die Bauchhöhle weit aufgeschnitten bis ans *Pericardium*, und, da die Lebermasse sehr weich war, so daß sie bei dem Anfassen leicht rifs, näherte man sich mit vieler Vorsicht den Hauptästen ihrer Gefäße, denen am leichtesten anzukommen war, und Herr Ibsen injicirte die zwei großen Lebervenenstämme, die dicht am *Pericardium* eingeschnitten wurden, mit grüner Masse; einige Arterienstämme, die an der rechten Seite der Leber neben mehreren Pfortaderzweigen verliefen, mit rother, und mehrere Pfortaderzweige mit gelber Masse. Auch wurden die Gallengänge von dem *Ductus cysticus* aus mit weißer Masse injicirt, allein mit wenigem Erfolg. Die Injectionsmassen waren sämmtlich aus gefärbtem Leim bestehend. Es dauerte diese Arbeit an dem colossalen Thiere von 1 Uhr Mittag bis in den Abend hinein, und da unterdessen die Leber noch viel mürber geworden war, wurde sie herausgenommen und in starkem Weingeist aufbewahrt. Einige Tage später versuchte Herr Ibsen wieder noch mehrere Zweige zu injiciren, was jedoch nur einen unvollkommenen Erfolg hatte. Die Leber lag darauf mehrere Wochen im Weingeist und wurde erst untersucht, nachdem die Haut längst zum Ausstopfen benutzt, das Fleisch aber in sehr vielen Portionen als esbar vertheilt war. Die Breite der Leber betrug 2' 3½'', von vorn nach hinten 11''.

Die Thunfischleber ist sowohl an dem vordern convexen, als an dem hintern etwas concaven Rande mehrfach eingeschnitten und dadurch stark gelappt. Man kann auf jenem Rande 6, auf diesem 4 solcher Lappen unterscheiden, die in verschiedenem Grade getrennt sind, und selbst wiederum mehrere weniger tiefe Einschnitte haben, oder mit kleineren Anhängen versehen sind.

Die obere Leberfläche ist im Ganzen genommen convex; die untere etwas concav. Auf dieser unteren Fläche zeichnen sich einige kegelförmige Massen von den eigentlichen Lappen sogleich aus. Es sind deren 8. Die 6 größten stehen paarweise und können als rechtes, mittleres und linkes Paar unterschieden werden. Jedes dieser Paare besteht aus einem vordern und einem hintern Kegel, die an ihrer Basis mehr oder weniger verbunden

sind. Außerdem aber finden sich zwischen dem linken und dem mittlern Paare 2 nicht gepaarte kleinere Kegel.

Wo die Kegel mit ihrer Basis auf der unteren Leberfläche ansitzen, kann man mit einem Spatel zum Theil zwischen ihnen und der eigentlichen Leber eindringen, wenn man bloß etwas Zellengewebe entfernt. Sie sitzen also nicht mit ihrer ganzen Basis, als sich hiemit in die Lebersubstanz verlängernd, an; der Umkreis derselben ist nur *contiguus* damit, nicht *continuus*.

An der Anheftungsstelle der Kegel ist die Leber selbst ungemein dünn, an meinem colossalen Exemplare höchstens 3''' dick, Diese dünneren Stellen der Leber lassen sich auf der obern Leberfläche nicht unterscheiden, auf der untern Fläche aber erscheinen sie als Vertiefungen, die sämtliche Kegel umfassen, und mit einander mittelst schmalerer Gänge zusammenfließen. Sie bilden die Leberpforte.

In der Leberpforte finden sich 1) die Gallengänge, 2) einige Nervenstämmе und 3) eine große Arterie, die wir wegen ihrer fast knorpeligen Wände die dickhäutige nennen werden. Die Pfortader tritt hingegen in die Spitzen der Kegel hinein, und die Leberblutadern aus der convexen Leberfläche heraus, ohnweit des hintern Leberrandes. An den Spitzen der Kegel befinden sich aber außer den eintretenden Venen noch mehrere Arterienstämme mit ungleich dünneren Häuten als jene in der Pforte; und an dem rechten vordern Kegel (der besonders gut injicirt und deshalb auch besonders genau untersucht wurde), ein Nervenstamm von der Dicke eines Federkiels. Ein ähnlicher noch dickerer Nervenstamm war an der Basis desselben Kegels, oder an dem damit paarigen Kegel zu sehen.

Unter den Gallengängen ist der *Ductus choledochus* ziemlich eng, noch mehr aber sein einer Zweig, der *D. cysticus*, obgleich dieser in eine enorme (trocken 2' 9" lange) Gallenblase überging, die längs der Mittellinie des ganzen Unterleibes lag, so daß sie beim Aufschneiden des Unterleibes mit Noth entging beschädigt zu werden. Der *D. hepaticus* wechselte in seiner Weite mehrmals und sehr bedeutend ab, und verlief quer über die untere Leberfläche, sich in der Pforte für die verschiedenen Leberlappen verästelnd. Auffallend war der Verlauf seines einen Zweiges zwischen den beiden mittleren Kegeln, woselbst er von der diese verbindenden Mittelsubstanz brückenartig bedeckt wurde.

In der Leber scheinen die Lebergänge hauptsächlich dem *Tractus* der Arterienzweige zu folgen; doch sind sie in der Tiefe, wegen ihrer dünnen Wandungen, sehr schwer zu verfolgen, und ihre Injection war nur sehr unvollkommen gelungen.

Die Pfortader wird aus sehr vielen kleineren Zweigen gebildet, die in die Kegelspitzen hineintreten. Diese Zweige kommen hauptsächlich von den Verdauungswerkzeugen, vielleicht auch, wie sich vermuthen läßt, von anderen Theilen der hintern Körperhälfte (¹). Die drei vorderen der gepaarten Kegel scheinen vorzugsweise Eingeweideblutadern, die hinteren sowohl Venen der Eingeweide als der umliegenden Theile aufzunehmen. Der Eintritt des letztern Blutes, also in die hinteren Kegel, geschieht durch viele Stämme, z. B. 14-16 für die hinteren mittleren Kegel; jeder dieser Stämme wandelt sich aber alsbald in eine platte Masse um, dem Anschein nach einen Theil der Lebermasse.

Schon vor der Injection hatte die Oberfläche der Leber zum allergrößten Theil, nämlich überall an den Kegeln und an der convexen Oberfläche, ein gestreiftes Aussehen, wie es mir schon vor langer Zeit an einer in Spiritus lange aufbewahrten Thunfischleber aufgefallen war, und wodurch im Grunde diese Untersuchungen zuerst veranlaßt wurden. Nach der Injection wurde dieses auf einmal ganz klar. Die Arterien waren roth, die Pfortader gelb, die Blutadern grün, die Gallengänge (sehr unvollkommen) weiß angefüllt.

Nach der Injection hatten die verschiedenen Leberparthieen ein auffallend buntes Aussehen, indem es fast überall gestreift mit abwechselnden Farben erschien. Die Kegel wurden durchaus roth und gelb gestreift, ohne Spur der grünen Masse oder sonst irgend einer zwischenliegenden Substanz. Die convexe Oberfläche der Leber zeigte sich fächerförmig gestreift; die Streifen hauptsächlich grüner Farbe mit weniger rothen, noch viel weniger gelben und einzelnen weißen Streifen. Die untere Leberfläche war der Pforte zunächst ebenfalls mittelst derselben Farben gestreift; mehr nach dem vorderen Rande hin aber ohne Streifen, graubräunlich gefärbt mit isolirten dunkleren rundlichen Flecken von etwa 1^{'''} Durchmesser.

(¹) Diese Vermuthung, die ich theilte, hat sich an dem letzten Thunfisch nicht bestätigt.

Nachdem mehrere Einschnitte in die Substanz gemacht und viele Versuche angestellt worden, die einzelnen Stämme dorthinein zu verfolgen, ergab sich Folgendes.

Bau der Kegel. Sie sind wahrhafte *Corpora spongiosa*, indem sie nur aus Gefäßgeflechten der Pfortader und der Pulsadern bestehen. Diese Geflechte von beiderlei Blutgefäßen sind aber von einander durchaus getrennt, so daß die Injectionsmasse nirgends aus jenem in dieses System gedrungen war. Die Gefäßgeflechte bilden ferner keine Zellen, sondern nur sehr viele lange, ohngefähr gleich breite Röhren (etwa $\frac{1}{3}$ ''' breit) [alle Messungen nur nach dem Augenmaafs genommen], die ziemlich gerade und mit der Axe der Kegel parallel durch deren ganze Länge verlaufen. Dies sieht man sowohl an der Oberfläche der Kegel, als auch bei Einschnitten in dieselbe. Bei Querdurchschnitten nehmen die Schnittflächen sich siebförmig aus durch die Menge ohngefähr gleich starker Löcher der durchgeschnittenen Röhren. An mehreren Stellen weichen jedoch die Röhren von diesem gradlinigen Verlaufe ab. So namentlich um den oben erwähnten großen Nervenstamm herum, welcher sich nur wenig in dem Kegel selbst verzweigend, auch ohngefähr mit der Kegelaxe durch die röhrige Substanz verläuft, und daselbst von einer zelligen Scheide eingeschlossen ist, ohngefähr wie die *Commisura anterior* im Gehirn. Um diese Scheide herum liegen die Gefäßröhren nicht grade, sondern bilden eine Art Geflecht um sie herum. An der Basis der Kegel weichen die Röhren ganz und gar von ihrer Richtung ab, indem sie sich in die Quere legen, sich erst nach dem Centrum der Kegelbasis wendend, dann aber sich unbiegend und auswärts strahlend, um alsbald als wahre Gefäßstämme zu erscheinen.

Die Gefäßröhren der Kegel stehen also sowohl an deren Spitze als an deren Grundfläche mit Gefäßstämmen in Verbindung, und dies gilt sowohl von den zum Arteriensysteme als von den zum Pfortadersysteme gehörigen Röhren. Die Gefäßröhren sind analog den Wundernetzen überhaupt, zumal aber denen an den Pulsadern der Extremitäten der trägen Säugethiere. Die Thunfische wären Leberfaulthiere zu nennen, wenn nicht im Grunde diese Kegel gar nicht wesentlich zur eigentlichen Leber gehörten, sondern nur als Divertikel anzusehen wären des Kreislaufs der hinteren Körperhälfte überhaupt, zumal aber al-

lerdings des Kreislaufs in den Verdauungseingeweiden, wie sich sogleich ergeben wird.

Es entsteht nämlich jetzt die Frage, ob die Blutbahn in jedem Kegel von der Spitze nach der Basis, oder von dieser nach der Spitze hingehet, eine Frage, deren Lösung bei der Untersuchung der Theile im Zusammenhange sich sogleich ergeben muß, jedoch auch durch die Untersuchung der isolirten Leber sich entscheiden läßt.

Die Gefäßstämme, mit denen die Kegelhöhlen an den Grundflächen in Verbindung stehen, liegen in der Pforte, und von hier aus verzweigen sich die Pfortaderstämme in die Leberlappen hinein und nur in diese; also offenbar eine spätere oder zweite Verästelung. Für die Pfortaderblutröhren wäre also die Frage leicht beantwortet; das Blut tritt aus den Verdauungseingeweiden in die Spitzen der Kegel, um darin in mannigfaltige Röhren zu zerfallen, und wiederum in der Pforte zusammenzustreten und sich dann erst auf die gewöhnliche Weise für die Leberlappen zu vertheilen.

Dafs die Blutbahn für die Arterien hiermit übereinstimmend sei, ließe sich vielleicht daraus vermuthen, dafs auch sonst das Arterienblut mit dem Pfortaderblute einen Weg nimmt, es ist hier aber offenbar umgekehrt. Erstlich kommen die Pfortaderzweige von den Unterleibseingeweiden her, das Arterienblut kann nicht daher kommen, sondern muß dorthin gehen. Zweitens sind die Arterienstämme in den Kegelspitzen ziemlich dünnwandig, die in der Pforte hingegen sind sehr dickhäutig, so dafs das Durchschneiden der sogenannten dünnen Leberstellen etwas Knorpeliges spüren läßt. Sie sind Äste der dickhäutigen Arterie in der Leberpforte, und sie verzweigen sich wiederum, die secundären oder wahren Pfortaderäste begleitend, in die Leberlappen hinein. Für diese Ansicht spricht außerdem auch noch der Umstand, dafs jener grofse Nervenstamm (*Vagus*) des rechten vordern Kegels auch nur ein durchgehender ist und zwar so, dafs er an der Basis hinein, an der Spitze heraustritt, in dem Kegel nur wenige Äste von sich schickend, alle mehr nach der Spitze hingerrichtet, den letzten an der Spitze ausgenommen, der allerdings in die Kegelspitze hinein zurückläuft.

Die Blutbahn des arteriellen Blutes ist demnach folgende. Die dickhäutige Arterie ist der gemeinsame Stamm der Leberarterien und der Arterien für die Verdauungseingeweide. In der Pforte verzweigt sie sich eines-

theils als wahre Leberarterie in die Leberlappen hinein, mit ihren Zweigen denen der Pfortader folgend, anderntheils aber zerfällt sie in unzählige dünne Röhren, die in ziemlich stumpfen Winkeln von ihren Hauptzweigen entspringen und darauf (mit den ähnlichen Wundernetzröhren der Pfortaderstämme) die schwammigen Kegel bilden, um sich wieder, aber in sehr spitzen Winkeln, in Äste zu sammeln (an den Spitzen der Kegel) und ihrer Bestimmung gemäß an die Verdauungseingeweide zu treten.

Wir gehen jetzt zur Beschreibung der eigentlichen Leberlappen. Es ist bereits angeführt worden, daß die Lebervenen von der convexen Leberfläche dicht an ihrem hintern Rande entspringen; daß dieselbe Fläche durch die Injection sehr dicht mit grünen (Farbe der Leberblutadern) Streifen bedeckt wurde, die fächerförmig über die ganze Fläche nach dem vordern Rande ausstrahlen, und daß hiermit seltene Zweige der Pfortader, der Leberarterien und einzelne der Gallengänge parallel verlaufen. Ferner wurde bemerkt, daß zwar auch an der untern Fläche, wenigstens an ihrem zunächst der Pforte liegenden Theile, eine ähnliche fächerförmige Ausbreitung Statt hatte, sonst aber hier die Leberoberfläche mehr gleichförmig graubräunlich erschien mit isolirten dunkleren Flecken.

Die Streifen, die sich an der Oberfläche der Leberlappen zeigen, rühren allerdings auch von ziemlich gleichdicken, gerade gestreckten, also röhrenförmigen Gefäßzweigen her, und namentlich von allen drei Gefäßklassen (besonders aber den Leberblutadern), so viel ich weiß, auch von den Gallengängen. Doch haben diese Röhren eine ganz andere Bedeutung als die der Kegel. Es sind keine Wundernetze. Ihre lineare Form rührt nur daher, daß überhaupt die Leber sehr regelmäfsig von der Pforte aus in Unterabtheilungen zerfällt, ohngefähr in folgender Form:

Zunächst der Pforte ist die ganze Lebersubstanz allerdings röhrenförmig. Von hier aus verästeln sämmtliche Zweige sich auch nur schwach, verbreiten sich aber erst nach dem vorderen Rande hin, dann gebogen mehr der untern Fläche zu. Auf diesem Wege tritt aber mehr und mehr eine körnige Substanz zwischen die Gefäßröhren, und zunächst an der untern Fläche und dem vordern Rande zu macht diese Substanz einen großen Theil des Ganzen aus. Zerreißt man die Lebersubstanz, zumal an etwas macerirten Stücken, so bricht sie immer parallel mit der angegebenen Richtung, erscheint aber nicht zellig, wie jene Kegel, sondern körnig, durch

die den Gefäßen anhängende Substanz. Die Gefäße erscheinen hiedurch wieder oft wie mit blinden Anhängen versehen, doch fand ich nirgends die Injectionsmasse von einem Aste aus in sie hineingetreten.

Wenn die Natur dieser körnigen Masse genügend erläutert werden könnte, so würden wir beim Thunfisch wohl die erste Leber haben, deren Bau hinlänglich ergründet wäre. So bleibt uns aber gewöhnlich eine — oft nur eine kleine — allein leider eine wichtige Brücke übrig, wo wir nicht hinüberkommen können.

Gehen wir also auf einem Umwege jenseits dieser Brücke, und folgen dem zurückkehrenden Lebervenenblut, so sammelt sich dies in zwei große Becken, die auf der convexen Fläche der Leber transversal liegen, ohnweit des hintern Randes verlaufen, und von dort aus ergießt es sich in zwei sehr große Stämme, die alsbald in den venösen Sinus sich ergießen.

So weit reichen die besonderen Mittheilungen von Herrn Eschricht.

V. Verhalten der übrigen Eingeweide und Gefäße.

Das Wesentliche der ganzen Untersuchung war nun ermittelt. Was noch aufzuklären übrig blieb, war das Verhältniß der Venen der Geschlechtstheile und Harnwerkzeuge zu den übrigen Venen. Frühe genug, um auch dieses vor dem Abschluß unserer Arbeit aufzuhellen, langte in Berlin noch gegen Mitte April ein schon im Herbst 1835 von Montpellier abgegangener Thunfisch (*Thynnus vulgaris*) von 3 Fuß Länge an, dessen Besorgung wir abermals der Gefälligkeit des Herrn Lichtenstein in Montpellier verdanken. Zugleich war Herr Eschricht so gütig, mit dem vorher mitgetheilten Bericht die injicirte Leber des für Copenhagen acquirirten Thunfisches hieher zur Vergleichung zu senden, nachdem derselbe schon lange vorher die Resultate seiner Untersuchung brieflich mitgetheilt hatte. Zur Vervollständigung der letztern habe ich nach Untersuchung der injicirten Leber nichts zuzusetzen.

Eine Beobachtung, die ich zuletzt noch hier an dem zweiten Thunfisch von Montpellier gemacht habe, betrifft eine merkwürdige Eigenthümlichkeit im Bau der Nieren. Die Eingeweide dieses Thieres wurden *in situ* präparirt, nachdem die Seitenwände des Rumpfes abgeschnitten worden, und hiernach wurde die Zeichnung Tab. III. Fig. 6. entworfen.

Physikal. Abhandl. 1835.

C

Die Nieren des Thunfisches liegen nicht wie bei den meisten Fischen in der Länge der obern Bauchwand, sondern bloß über dem vordern Theile der Bauchhöhle, und zwar die Hauptmassen, innerhalb des Schultergürtels zu beiden Seiten des Anfangs der Aorta, wo sie aus der Vereinigung der Kiemenvenen entsteht, über dem Schlund und über und hinter den Kiemen. Siehe Tab. III. Fig. 5. Ihr vorderes Ende reicht bis an die vorderen Kiemenvenen und fast bis in die Nähe des Hinterhaupts; die beiden hinteren Kiemenvenen jeder Seite sind schon von den Nieren von oben bedeckt. Von dem Anfang der Aorta bis zu der Stelle, wo rechts und links die großen Arterien für die seitlichen Rumpfwände abgehen, sind die Nieren getheilt und zwischen ihnen liegt der stärkste Theil der Aorta. Von dieser Stelle an verschmelzen die Nieren, vor der Fortsetzung der Aorta als *arteria caudalis*, mit einander zu einer Masse und von dem verschmolzenen Theil der beiden Hauptmassen setzt sich die untere Hälfte der Nieren unpaarig und schmal an der Mitte der obern Bauchwand noch eine Strecke fort, ohne jedoch die Hälfte der Länge der Bauchhöhle zu erreichen. Der vordere paarige Theil der Nieren ist sehr dick und breit, liegt mit der äußern und obern Fläche dicht an dem äußern und obern Theil der inneren Rumpfwandungen und des Schultergürtels an; der schmalere hintere Theil ist hingegen sehr dünne. Die Niere besteht deutlich aus kleinen platten Lappen, wie man besonders an dem obern Theil und an dem hintern schmalen Theil derselben sieht. Dicht vor dem hintern Ende theilt sich die unpaarig gewordene Niere wieder in zwei kurze Endlappen, aus denen jederseits ein Ast des Ureters hervorgeht. Beide Äste vereinigen sich sogleich unter spitzem Winkel zu einem unpaaren Kanal, welcher als eine dickhäutige Röhre in der Mittellinie der hintern Bauchwand herab läuft. Nur der Anfang des Ureters der Thunfische ist also doppelt; der durch den größten Theil der Bauchhöhle herabgehende Stamm ist unpaarig, eine Bildung, die uns noch von keinem Fische bekannt ist. Nach Eröffnung der Bauchhöhle werden weder die Nieren noch der Ureter sogleich sichtbar. Sie sind durch eine fibröse Haut von der Bauchhöhle geschieden, die man erst wegnehmen muß, um sie zu sehen. Wo diese Haut vor dem unpaarigen Ureter herabgeht, ist sie sehr stark und fest. Mit der untern Wand des hintersten Endes des Ureters ist der Körper der 1 Zoll langen, festen Urinblase verbunden. Die Harnröhre geht hinter dem Mastdarm in den für die Geschlechtstheile und Harnwerkzeuge,

bestimmten Ausgang über, dessen Mündung, wie gewöhnlich bei den Fischen, hinter dem After liegt.

Der Anfang der Aorta entsteht aus den zwei ersten Paaren der Kiemenvenen. Die beiden ersten Kiemenvenen verbinden sich jederseits zuerst zu einem gemeinschaftlichen Stamm, beide gemeinschaftliche Stämme, *venae branchiales communes*, gehen unter spitzem Winkel, rückwärts gerichtet, zusammen. Hierdurch entsteht der unpaare Anfang der Aorta zwischen den vorderen Enden des paarigen Theiles der Nieren. Der Anfang der Aorta nimmt dann noch die zwei hinteren Kiemenvenen jeder Seite auf. Vom Anfang der Aorta bis zum Abgang der Arterien der seitlichen Rumpfwände, *arteriae axillares* (?), ist die Aorta sehr dick. Von diesem Theil der Aorta gehen mehrere Nierenarterien seitlich und die einzige grofse Arterie des chylopoetischen Systems nach unten und hinten ab. Die *arteriae axillares* selbst durchbohren mit den *venae axillares* die hinteren Theile der seitlichen Hauptmassen der Nieren, um zu den Muskeln der Bauchwände zu gelangen, schief. Während des Durchganges geben die *arteriae axillares* auch noch Zweige für die Nieren ab. Nach dem Abgang der *arteriae axillares* wird die Aorta plötzlich mehr als um die Hälfte dünner im Durchmesser. Dieser Theil der Aorta läuft nur eine kurze Strecke noch über dem hintern unpaaren Theil der Nieren, der hier noch Zweige erhält, weiter und tritt dann in den Kanal der unteren Dornfortsätze, bis er als *arteria caudalis* endigt. Der Kanal der unteren Dornfortsätze beginnt beim Thunfisch schon über dem vordern Theil der Bauchhöhle am neunten Wirbel, indem die hinteren Rippen an den unteren Dornen hängen; erst am neunzehnten Wirbel beginnt der Schwanz. In dieser ganzen Länge liegt also die Aorta schon in dem Kanal der unteren Dornfortsätze.

Die *arteria systematis chylopoetici* geht mit den starken Nerven der Verdauungsorgane zwischen Schlund und Niere abwärts, kommt rechts vom Schlunde zur concaven Fläche der Leber und theilt, Zweigelehen an das Diaphragma und die Umgegend gebend, sich hier in zwei Äste, wovon der eine an der concaven Fläche des rechten Leberlappens, der andere an derselben Fläche des mittlern und linken Leberlappens hergeht. Da wo sie an der Basis der Wundernetze ihrer Lappen hergehen, geben sie viele Zweige in die concave Fläche der Leber, *arteriae hepaticae*, der ganze übrige Theil dieser zwei Arterienäste vertheilt sich ganz in die Basis der Wundernetze und bildet den

arteriösen Theil derselben. Aus den Wundernetzen sammeln sich die arteriösen Zweige wieder in die früher beschriebenen Stämme von viel dünneren Wänden als vor dem Eintritt der Arterien in die Wundernetze. Die aus den Wundernetzen entstehenden arteriösen Stämme verzweigen sich überall in Begleitung der Venen am Magen, Darm, an der Milz und an den *appendices pyloricae*. Alle Arterien des ganzen chylopoetischen Systems mit Einschluss der Leber kommen aus jener einzigen Arterie, und alle Zweige derselben, die für den Magen, Darm, die Milz, das Pancreas bestimmt waren, lösen sich erst in die Wundernetze auf. Die Arterien der Geschlechtstheile konnte ich ohne Injection nicht finden.

Der Sinus aller Körpervenen, der mit dem Vorhof zusammenhängt, hat links einen zipfelförmigen Anhang. Der Sinus nimmt von unten die beiden Lebervenenstämme, nachdem sie das Diaphragma durchbohrt haben, auf; von unten und vorn empfängt er eine Vene von der untern Wand der Kehlgegend, *vena jugularis inferior*, links und rechts nimmt er die *venae cavae communes* auf, wovon jede aus einem vordern und hintern Ast entsteht, der vordere Ast liegt an der untern Seite des obern paarigen Theils der Nieren zwischen diesem und dem Herzbeutel, *vena jugularis* der hintere durchbohrt den untern Theil der paarigen Hauptmasse der Niere auf jeder Seite, nimmt Nierenvenen auf diesem Wege, dann auch die Venen des Hodens auf und endigt als hintere Hauptvene der muskulösen Seitenwände *vena axillaris* oder *vena lateralis posterior*. Da wo die Fortsetzung der Aorta in den Kanal der unteren Dornfortsätze kommt, tritt kein Venenstamm aus diesem Kanal heraus. Man sieht, dass die Anordnung der Hauptvenenstämme von derjenigen bei anderen Fischen etwas verschieden ist.

VI. Wundernetze bei anderen Fischen.

Die Wundernetze des Thunfisches sind nicht die einzigen Erscheinungen dieser Art in der Klasse der Fische. Für's erste scheint diese Bildung bei den Arten der Gattung *Thynnus* allgemein zu sein. Wir haben Gelegenheit gehabt außer *Thynnus vulgaris* auch *Thynnus brachypterus* zu untersuchen. Herr Dr. Grube hatte die Gefälligkeit, aus Cette das Bauchstück eines Thunfisches hieher zu senden, woran ich den *Thynnus brachypterus* Cuv. erkennen konnte, weil gerade dieser Thunfisch eine kleine silberglänzende Schwimmblase hat, wie Cuvier angiebt. Die Wundernetze verhalten

sich ganz wie bei *Thynnus vulgaris*, auch die Nieren liegen an derselben Stelle und der Ureter ist unpaarig wie dort. Die Wundernetze nehmen auch hier von denselben Theilen das Blut auf, nur gelangt hier das Blut der kleinen Schwimmblase auch in die Pfortader und zwar in das hintere der Wundernetze der rechten Seite; diese kleine Vene nimmt das Blut von der Oberfläche der Schwimmblase und der hintern Fläche des Peritoneums, wo es auf der Schwimmblase liegt, auf; noch andere Venen als die des chylopoetischen Systems gehen auch hier nicht in die Wundernetze ein. *Pelamis* und *Thyrsites* habe ich noch nicht untersuchen können. Bei *Scomber scombrus* habe ich keine Wundernetze gefunden. Aber schon habe ich Gelegenheit gehabt, eine ähnliche Bildung bei einem Knorpelfische aus der Ordnung der Plagiostomen, bei *Squalus (Lamna) cornubicus* zu beobachten. Vor Kurzem erhielt das Königliche anatomische Museum ein sehr großes Exemplar von *Squalus cornubicus*, das bei Copenhagen gefangen war, in Salz. Herr Eschricht hat diesen großen weiblichen Hai als Tauschgegenstand für uns acquirirt und frisch abgesandt. Obgleich die Tonne lange Zeit unterwegs gewesen, so hatten sich doch die Eingeweide in so weit erhalten, daß sie untersucht werden konnten. Beim Herausnehmen derselben wurde ich auf zwei aus lauter Blutgefäßen zusammengesetzte Massen aufmerksam, welche im obersten Theile der Bauchhöhle zu jeder Seite des Schlundes, zum Theil noch über der Leber lagen. Sie hatten eine pyramidale plattgedrückte Form; so daß die Basis der Pyramiden nach hinten gerichtet war. Sowohl ihre Form als ihr Bau stimmten ganz mit den Wundernetzen des Thunfisches überein. Sie bestanden nämlich aus lauter der Länge nach verlaufenden anastomosirenden Blutgefäßen, welche vom obern und untern Theil der Massen vollständig aufgeblasen werden konnten. Am obern und untern Theil der Gefäßkörper bildeten die Gefäße weitläufige Communicationen und gingen in Stämme über. Ich konnte auch arteriöse und venöse Gefäße an diesen Körpern unterscheiden. Die abgeschnittenen Gefäße gingen vom obern Theil der Massen büschelförmig aus. Hier traten sie auf jeder Seite des Schlundes in das Innere der Wundernetze. Woher die Stämme kamen, ließ sich an den ausgeschnittenen Eingeweiden nicht mehr unterscheiden. Der arteriöse Theil der Wundernetze schien überall von venösen Geflechten durchflochten. An der Basis der Wundernetze sammelten sich viele (arteriöse) Gefäße wieder in Stämme, welche sich an den Eingeweiden des

chylopoetischen Systems aber auch in der Leber selbst verbreiteten. In letztem Punkt schien die Bildung mit den Wundernetzen des Thunfisches nicht überein zu kommen. Der venöse Theil der Wundernetze verhielt sich aber entschieden anders. Er wurde nicht von der Pfortader gebildet, denn diese trat ganz und unmittelbar zur Pforte, um sich in den beiden gar langen platten Leberlappen zu verbreiten. Die Lebervenenstämme hingegen, statt sogleich zum Sinus der Körpervenen zu gelangen, verliefen an der Basis der Wundernetze her und gaben eine große Menge von Büscheln in die Wundernetze ab; während am obern Theil der Wundernetze diese Gefäße sich wieder in große Becken sammelten. Diese letzteren Becken waren indeß beim Ablösen der Eingeweide von der obern Bauchwand gerade durchgeschnitten. Wie sich die Gefäße weiter verhalten, liefs sich nicht mehr ermitteln. Überhaupt konnte bei dem verdorbenen Zustande der Eingeweide nur das Allgemeinste erkannt werden; und wird es von weiteren Untersuchungen abhängen, wie weit diese vorläufige Mittheilung erweitert und ergänzt werden kann. Die Nieren des *Squalus cornubicus* liegen nicht wie beim Thunfisch im vordersten Theil der Bauchhöhle, sondern in der hintern Gegend derselben, wie gewöhnlich bei Haifischen. Auffallend war das Zerfallen der Milz in eine große Menge von Läppchen und die außerordentliche Dicke des *Ductus choledochus*, die von seinen ungemein starken Wänden abhängt. Dieser ganz von einem muskulösen Gewebe mit deutlichen Längsfasern umgeben, senkt sich in den Anfang des mit der Spiralklappe versehenen Theils des Darms. Nach dem Herausnehmen der Augen fand sich beim Skeletiren auf dem Grunde der Augenhöhle auch ein Gewebe von gewundenen Röhren, dessen Zusammenhang nicht mehr erkannt werden konnte. Ich habe mehrere Haie aus den Gattungen *Scyllium*, *Galeus*, *Squatina*, *Mustelus*, *Spinax*, *Centrina*, *Zygaena* (*Tiburo*) auf die Wundernetze der Bauchhöhle untersucht, aber bei keinem eine analoge Bildung vorgefunden. Die einzelnen Gattungen der Familie der Haifische haben so viele anatomische Eigenthümlichkeiten, daß uns diese Verschiedenheit nicht sehr wundern darf. Auch die Rochen der Gattungen *Myliobates*, *Raja*, *Trygon*, *Torpedo*, *Rhinobatus*, die ich untersuchte, zeigten keine analoge Bildung. Die Leber des *Squalus cornubicus* besitzt nicht den ausgezeichnet strahligen Bau der Lebervenen, wie die Leber des Thunfisches, obgleich die Gefäße zum Theil divergirend lange Strecken hingehen.

VII. Bedeutung der Wundernetze.

Dafs die verschiedenen Venen, welche die Pfortader zusammensetzen, einzeln zur Leber treten, kommt bei den Fischen öfter vor. Rathke hat davon mehrere Beispiele beobachtet. Aber die ungeheuren Wundernetze bei diesem Übergang sind eine noch nicht beobachtete Bildung. Eben so wenig hat man bisher einen Fall bemerkt, der einigermaßen eine Parallele zu den Wundernetzen der Arterien des chylopoetischen Systems bildete. Dafs die Arterien des Darnkanals bei allen Thieren anastomotische Bogen erster, zweiter, dritter Ordnung bilden, kann hier nicht angeführt werden. Denn zum Wesen eines Wundernetzes gehört, dafs die Stämme wieder einfach oder in geringer Zahl aus der netzförmigen Auflösung hervorgehen. Eine geflechtartige Vertheilung einer Arterie, ohne Entwicklung eines neuen Stammes, mag wohl mit dem wahren Wundernetze einige Verwandtschaft haben, indess steht sie doch dem gewöhnlichen anastomotischen Verhalten der kleineren Arterien näher, welche überall, lange vor dem Übergang in die Capillarnetze, Netzwerke bilden. Die Auflösung eines Arterienstammes in ein Netz, das nicht zur bequemern Vertheilung des Blutes bestimmt ist, sondern das Blut in einen neuen Stamm sammelt, zeigt hingegen einen geheimen besondern Zweck der Natur in der Anordnung dieser Apparate an. Vergleicht man die Wundernetze der Eingeweide der Thunfische mit ähnlichen Bildungen anderer Thiere, so erkennt man, dafs sie zu den wenigen wahren Wundernetzen gehören, und dafs sie die zusammengesetztesten aller bis jetzt bekannt gewordenen Bildungen dieser Art sind. Ohne Zweifel müssen sich die Erklärungen des Zwecks der Wundernetze an ihnen prüfen lassen.

Die Wundernetze an den Extremitäten der Stenops und Tarsius, der Faulthiere, der Ameisenfresser und am Schwanz der letztern, an der *carotis cerebialis* der Wiederkäuer, an der *arteria ophthalmica* einiger Säugethiere und Vögel, am Penis der Vögel, an den *venae iliacae* und Intercoastalarterien der Delphine, an der sogenannten Carotisdrüse der Frösche sind bekannt (¹).

(¹) Wir verweisen in dieser Hinsicht auf die Schriften von Carlisle, Vrolik, Rapp, Huschke, Barkow, v. Baer, Breschet.

Carlisle *Philos. Transact.* 1800. *Account of a peculiarity in the distribution of the arteries sent to the limbs of slowmoving animals.* Continuation *Philos. Transact.* 1804.

Vrolik *disquisitio anatomico-physiologica de peculiari arteriarum extremitatum in nonnullis animalibus dispositione.* Amstelod. 1826.

Die Erklärungen, welche sich für diese Bildungen anführen lassen, legen ihnen zum Theil einen mechanischen Zweck zu Grunde, wie man in der Vermehrung der Oberflächen und in der Kleinheit der Röhren eine Ursache zur örtlichen Verlangsamung des Blutstroms im Gegensatz der Geschwindigkeit desselben in den übrigen Theilen erkennt, indem die Wirkungen der Reibung und der Capillarität in diesen Bildungen zunehmen. Hieran hat man bei dem Wundernetz der *Carotis cerebialis* gedacht. Es ist merkwürdig, daß die Thiere, bei denen wahre Wundernetze an den Extremitäten vorkommen, wie die Faulthiere und Stenops, sich durch die Langsamkeit ihrer Bewegungen auszeichnen. Anderntheils hat man bei den Wundernetzen der Arterien der Extremitäten und des Schwanzes daran gedacht, daß diese Bildungen bei den anhaltenden Anstrengungen der Muskeln beim Klettern die Strömung des Blutes erleichtern und die Hindernisse aufheben, welche durch die Zusammenziehung der Muskeln für die Bewegung des Blutes entstehen können. Die letztere Erklärung läßt sich nicht auf die Wundernetze anwenden, welche dem Muskeldrucke nicht ausgesetzt sind, wie die Wundernetze der *Carotis cerebialis* der Wiederkäuer, der *Carotis* der Frösche, die arteriösen und venösen Wundernetze des Thunfisches und des *Squalus cornubicus*. Der Umstand, daß bei den Thieren mit einem Wundernetz der *Carotis cerebialis* nach Rapp's Beobachtung die *arteria vertebralis* gar nicht das Gehirn mit Blut versieht, zeigt ziemlich deutlich, daß in diesen Fällen mehr eine Retardation der Blutströmung bezweckt ist. Diese Erklärung hat den Vortheil, daß sie auf alle Wundernetze angewandt werden kann, wenn man auch den Zweck einer örtlichen Retardation der Blutströmung im Gegensatz der übrigen Theile nicht einsieht. Auf die arteriösen und venösen Wundernetze des Thunfisches und des *Squalus cornubicus* liefse sich jene Erklärung folgendermaßen anwenden. Die gewöhnliche Anordnung des Pfortadersystems bei allen Thieren wird schon Ursache zu einer localen Verlangsamung des Blutstroms in den Capillargefäßen des Darms, der Milz und der Leber sein.

-
- Rapp über das Wundernetz (der Carotis). Meckel's Archiv für Anat. und Physiol. 1827.
 Huschke über die Carotidendrüse einiger Amphibien. Tiedemann's Zeitschr. f. Phys. IV. 1.
 Barkow anatom. physiol. Beobachtungen. Meckel's Archiv für Anat. und Physiol. 1829.
 v. Baer über das Gefäßsystem des Brautfisches. Nov. Act. Nat. Cur. XVII.
 Breschet hist. anat. et physiol. d'un organe de nature vasculaire de couverte dans les cetacés.
 Paris 1836.

Dadurch daß das vom Darm, von der Milz und dem Pancreas kommende Blut noch ein zweites Capillargefäßsystem, nämlich das der Pfortader in der Leber durchgehen muß, muß die Bewegung des Blutes in den Gefäßen des ganzen chylopoetischen Systems etwas langsamer als in den übrigen Theilen des Körpers sein, deren Blut, nachdem es den Widerstand der Reibung und Capillarität eines einfachen Capillargefäßsystems überwunden hat, sogleich wieder in die allgemeine Strömung gelangt. Die Wundernetze des Pfortadersystems beim Thunfisch werden die Blutbewegung noch mehr verlangsamen als es schon im Pfortadersystem der übrigen Thiere geschieht. Die tausende von feinen Röhren, durch welche alles Blut der Pfortadern durchgehen muß, ehe es in die Leber gelangt, vermehren die Hindernisse durch einen neuen Widerstand der Reibung und der Capillarität, und dem zufolge wird das Blut sowohl in den Capillargefäßen des Darms als der Pfortaderzweige der Leber noch langsamer als bei anderen Thieren fließen. Die Wundernetze der Arterien des chylopoetischen Systems beim Thunfisch bilden abermals ein neues Hinderniß, welches auf alle in Hinsicht des Blutstromes hinter diesen Netzen liegenden Theile zurückwirkt, also auch wieder den Durchgang durch die Gefäße des Darms, der Milz und der Leber verlangsamt. Beim Thunfisch könnte man aus den Wundernetzen der Pfortadern auf eine Beziehung dieser Wundernetze zur Leber schließen. Bei den Wundernetzen des *Squalus cornubicus*, an welchen die Pfortader keinen Antheil nimmt, fällt diese Beziehung weg. Nimmt man indeß die obige Erklärung des Zwecks der Wundernetze an, so paßt dieselbe ebensogut auch auf die Wundernetze des *Squalus cornubicus*. Denn die Bewegung des Blutes wird hier in denselben Theilen gleich stark local gehemmt werden. Der Ursprung des arteriösen Theils der Wundernetze hat dort nicht aufgeklärt werden können; in Hinsicht des Hindernisses, welches aus den venösen Netzen hervorgeht, ist es aber für das ganze chylopoetische System gleich, mag die Hemmung vor dem Durchgang des Blutes durch die Leber oder nach demselben angebracht sein. In beiden Fällen wird die Blutbewegung im ganzen chylopoetischen System langsamer werden.

Es läßt sich vor der Hand nicht erweisen, ob diese Erklärung richtig ist. Die Verschiedenheit in der Anordnung des venösen Theils der Wundernetze beim Thunfische und *Squalus cornubicus* spricht aber dafür. Denn daß das Blut, nachdem es das ganze chylopoetische System verlassen, ehe es zur

Masse des übrigen venösen Blutes gelangt, noch Wundernetze durchkreisen soll, kann wohl mechanisch auf die Bewegung des Blutes im ganzen chylopoetischen System zurückwirken, aber das Blut nicht qualitativ für die Verbreitung in der Leber verändern. Letztere Voraussetzung ist nur beim Thunfisch möglich, wo die venösen Wundernetze vor dem Durchgang des Blutes durch die Leber liegen.

Ob nun in den Wundernetzen des Thunfisches und überhaupt in Wundernetzen nicht auch qualitative Umänderungen des Blutes statt finden, läßt sich nicht bestimmt entscheiden. Mehrere Gründe veranlassen uns indeß vor der Hand diese Idee nicht aus den Augen zu verlieren.

Die lymphatischen *plexus* und ihr Übergang in Lymphdrüsen, die wesentlich aus feinerer Vertheilung der Lymphgefäße bestehen, liefern eine gute Parallele zu den Blutgefäßbildungen, die hier genannt sind. Was sind die Lymphdrüsen anders als Wundernetze der lymphatischen Gefäße, die zwischen die *vasa adferentia* und *effferentia* gelegt sind? Hier sind die qualitativen Veränderungen, die chemische Einwirkung der vermehrten thierischen Oberflächen offenbar der Zweck und ganz dasselbe könnte in den analogen Bildungen der Blutgefäßwundernetze der Eingeweide angenommen werden.

Vielleicht liegt in den Wundernetzen der Thunfische und in der chemischen Action der Gefäßwände und des Blutes eine Hauptquelle der bedeutenden eigenthümlichen Temperatur der Thunfische, die J. Davy entdeckte (1). Derselbe beobachtete schon vor mehreren Jahren, daß *Thynnus Pelamys* Cuv. eine Temperatur von 99° F. hatte, während das Medium 80°,5 zeigte. Nach Schiffernachrichten soll der gemeine Thunfisch, *Thynnus vulgaris*, auch warmblütig sein und nach denselben Aussagen sollen auch die anderen Arten dieser Gattung eine höhere Temperatur besitzen. J. Davy vermuthet, daß die hohe Lage der Nieren in der Nähe der Kiemen bei den Thunfischen mit der Wärmeerzeugung im Zusammenhange stehe, insofern die Kiemennerven so außerordentlich stark und mit großen Ganglien versehen sind. Diese Vermuthung ist unwahrscheinlich. Aus der bloßen Lage der Organe läßt sich für ihre Functionen kaum jemals etwas folgern. Die Nebennieren z. B., in der Nähe der Nieren, haben mit diesen nicht den geringsten physiologischen Zusammenhang; sie könnten ebensogut im Becken oder

(1) *L'institut. Journal général des sociétés et travaux scientifiques.* No. 108.

gar in der Brusthöhle liegen, und oft trennen sich Nebennieren und Nieren ganz von einander, indem die letzteren ihre Lage verlassen und tief herabsinken. Der Versuch, aus der Lage der Eingeweide Schlüsse in Beziehung auf den physiologischen Zusammenhang zu machen, hat sich auch in Hinsicht des Verhältnisses der Wolffschen Körper, der Nieren, Nebennieren und Hoden nicht gerechtfertigt.

Von *Thynnus Pelamys*, an welchem J. Davy allein seine Beobachtung anstellte, während das vom gemeinen Thunfisch Beigebrachte auf Fischernachrichten beruht, haben wir noch keine Kenntnisse in Hinsicht des Vorhandenseins der Wundernetze. Indessen läßt es sich nicht bezweifeln, daß eine so ausgezeichnete Bildung den verschiedenen Arten der Gattung *Thynnus* zugleich zukommen werde. Da die außerordentlich starken Eingeweidenerven nach Hrn. Eschricht's Beobachtung nicht bloß durch die Wundernetze durchgehen, sondern ihnen auch Äste abgeben, so wird es einigermaßen wahrscheinlich, daß in diesen Organen ein eigenthümlicher chemischer Prozeß stattfindet. An noch lebenden Thunfischen angestellte Beobachtungen über die Temperatur verschiedener Theile des Körpers, namentlich der Wundernetze und der davon entfernteren Organe werden die Richtigkeit oder Unrichtigkeit dieser Supposition bald entdecken lassen. Eben so wichtig werden in dieser Hinsicht Beobachtungen über die eigene Temperatur des *Squalus cornubicus* werden können.

VIII. Analogien des eigenthümlichen Baues der Lebergefäße.

Nachdem das Wesentliche der vorher beschriebenen Bildungen erkannt war, suchte ich nach Analogien bei anderen Fischen. Bei unseren Flußfischen liefs sich nichts ähnliches erkennen. Vorzüglich begierig war ich indeß andere Scomberoiden zu untersuchen. Bei *Caranx trachurus* suchte ich vergebens ähnliche Bildungen der Blutgefäße. Die Exemplare von *Scomber colias*, die ich untersuchen konnte, waren ohne Eingeweide; indessen habe ich mich in Copenhagen an der frischen Makrele *Scomber scombrus* überzeugt, daß der Bau ihrer Leber sich ganz vom Thunfisch entfernt und daß sie keine Wundernetze besitzt. Dagegen fand ich bei *Auxis vulgaris* des mittelländischen Meeres einen Anfang von strahliger Bildung der Lebervenen, ohne Sinus. Unter vielen anderen von mir unter-

suchten Fischen des mittelländischen Meeres, welche Hr. Dr. C. W. Schultz (jetzt in Neapel) dem anatomischen Museum als sehr schätzbares Geschenk überwiesen hat, ist mir nur noch ein einziges Beispiel von strahliger Bildung der Lebergefäße vorgekommen. Bei der Bestimmung und Ordnung der Fische der Schultzschen Sammlung traf ich in einem Glase zwei von einander getrennte große Leberlappen mit dem davon getrennten Darmkanal eines großen Knorpelfisches aus der Ordnung der Plagiostomen, wie sich aus dem gleichzeitigen Vorhandensein des dichten Pancreas und der Spiralklappe des Darmes ergab. Die ganz platten Leberlappen mit parallelen Seitenrändern, abgerundetem Endrande gehören offenbar zusammen; der eine ist 1 Fuß, der andere 8 Zoll lang, beide $3\frac{1}{2}$ Zoll breit. An dem Seitenrand des einen Endes der Leberlappen treten alle Gefäße aus und ein, von wo aus der ganze Leberlappen aufgeblasen werden konnte. Diese Gefäßstämme laufen oberflächlich der Länge nach auf der platten Fläche der Lappen hin, ohne Sinus zu bilden, und schicken lauter schief abgehende theils parallele, theils (am Ende der Leber) strahlige Zweige nach der Peripherie hin, so daß diese Gefäße durchaus einer Federfahne gleichen. Beim Aufblasen zeigte sich ihre strahlige Verbreitung nur auf der flachen Seite der Leber. Alle vom stumpfen abgeschnittenen Ende der Leber in sie eindringenden Gefäße zeigten jenes Verhalten. Nach der Größe der Leber konnte sie nur einem der größten Knochenfische oder einem schon ansehnlichen Knorpelfische des Mittelmeers angehören.

Von Thunfischen fand sich in der Schultzschen Sammlung nichts vor. Die Beschreibung der Leber anderer Thunfischarten durch Cuvier paßt auch nicht auf diese Leber. *Thynnus brachypterus* habe ich selbst untersucht; die Leberlappen sind dreiseitig. Eben so wenig paßt die Beschreibung der zweilappigen Leber des *Thynnus alalonga*, wovon der eine Lappen kartenherzförmig, der andere dreiseitig ist. Mehr würde noch die Leber von *Pelamis sarda* passen, der aber nur 2 Fuß und einige Zoll Länge erreichen soll. Cuvier sagt, seine Leber ist in zwei Lappen getheilt, wovon der linke breit mehr als ein Drittheil der Länge des Unterleibs einnimmt, der rechte ein wenig schmaler ist. Indefs die fraglichen Leberlappen sind ungleich lang, dagegen gleich breit und sehr viel länger als breit. Unter die großen Knochenfische des Mittelmeers gehören noch der Schwertfisch, *Sciaena aquila* und *Coryphaena hippurus*. Die Leber der letztern

ist nach Cuvier's Beschreibung ganz von der fraglichen verschieden. Über die Leber der *Sciaena aquila* theilt Cuvier nichts mit und leider war ein in der Nordsee gefangenes, hieher gesandtes Exemplar dieses großen Fisches ohne Eingeweide. Doch deutet Cuvier's Bemerkung über die Leber der *Sciaena hololepidota* vom Cap eine gänzliche Verschiedenheit an. Die Leber des Schwertfisches ist auch ganz verschieden. Ich erhielt die Eingeweide ganz frisch aus einem ansehnlichen Exemplar, das zur Zeit meiner Anwesenheit in Swinemünde dort gefangen wurde.

Hiernach wurde es wahrscheinlicher, daß die fraglichen Leberlappen mit strahliger Bildung der Gefäße und der Darm eines großen Plagiostomen, die sich zusammen in demselben Glase vorfanden, in der That zusammengehören. Freilich zeigte bei allen wohl erhaltenen Rochen und Haifischen der Schultzschen Sammlung die Leber keine solche strahligen Gefäße, obgleich die Form unserer Leberlappen im Allgemeinen sehr mit der Leber der Haifische übereinstimmte. Die Rochen und Haifische der Schultzschen Sammlung aus den Gattungen *Spinax*, *Mustelus*, *Scyllium*, *Galeus*, *Squatina*, *Centrina*, *Raja*, *Rhinobatus*, *Trygon*, *Myliobates* hatten ihre großentheils wohl erhaltenen Eingeweide noch und konnten untersucht werden. Ein Exemplar von *Carcharias Fulpes* der Schultzschen Sammlung war ohne Eingeweide. Auch fand sich ein einzelner Kopf von einem großen Hammerfisch, nämlich *Zygacna malleus* vor. Von einem von beiden konnten Darm und Leber herrühren. Ich konnte nur die Eingeweide der von Hrn. Erman aus Brasilien mitgebrachten kleinen *Zygacna Tiburo* vergleichen. Hier zeigte sich die Form der Leber im Allgemeinen ähnlich; beide Leberlappen waren sehr lang, schmal und platt; aber sie waren gleich lang, die Lage der Gefäßstämme war auch ähnlich, aber die strahlige oder federartige Vertheilung ihrer Äste fehlte; die übrigen Baueingeweide paßten. Herr Dr. Schultz hat mir auf meine Anfrage brieflich mitgetheilt, daß die Leber *Zygacna malleus* angehören könne ⁽¹⁾. Ich bedaure sehr, daß dieser Punkt nicht zur

(¹) Denn außer den Eingeweiden dieses Thieres besaß Herr Dr. Schultz von einzelnen Eingeweiden von Fischen nur noch die eines großen *Squalus*. Letztere seien jedoch in seiner Abwesenheit von Palermo verpackt und daher bis auf die Leber, die er in einem besondern Glase verschlossen habe, verdorben in Berlin angekommen. Die Leber der verschiedenen *genera* von *Squalus*, die ich untersuchte, zeigt nur die gewöhnliche Anordnung der Blutgefäße. *Squalus cornubicus* zeigt kaum eine ganz schwache Spur der divergirenden Vertheilung der

Gewissheit erhoben werden kann und bitte die Naturforscher, welche Gelegenheit haben, die genannte Art der Gattung *Zygacna* zu untersuchen, zu entscheiden, ob diese Species in der That, abweichend von *Zygacna Tiburo*, jenen Bau der Leber besitzt oder nicht.

Was übrigens das Verhältniß des strahligen Baues der Lebergefäße zu den Wundernetzen der Pfortadern und der Eingeweidearterien betrifft, so stehen beide offenbar in keinem abhängigen Verhältniß. Die Leber des *Auxis vulgaris*, wo eine Andeutung des strahligen Baues vorhanden ist und die zuletzt beschriebene strahlige Leber haben keine Wundernetze. Daß der strahlige Bau der Lebervenen nicht zu den Wundernetzen gehöre, ist schon vorher bemerkt worden. Die Ursachen einer solchen Bildung sind gänzlich unbekannt.

Erklärung der Abbildungen.

Taf. I.

Convexe Seite der Leber des Thunfisches nach einem Präparat des anatomischen Museums.

- A. Sinus der Lebervenen auf der convexen Seite des rechten Leberlappens. a. Stamm, der aus dem Sinus hervorgeht und die Oberfläche der Leber verläßt.
 B. Sinus der Lebervenen des mittlern und linken Leberlappens. b. Stamm, der aus dem Sinus hervorgeht.
 C. Strahlige Lebervenenzweige.

Taf. II.

Die Wundernetze der Thunfischleber *in situ*, nach dem Präparat des ersten Thunfisches (*Thynnus vulgaris*) von Montpellier. Die Leberlappen sind aufwärts geschlagen und die Verdauungsorgane aus der natürlichen Lage so gezogen, daß man Alles übersehen kann. Die natürliche Lage siehe Taf. III.

- D. E. Lebervenenstämme. D. Rechter, E. linker aus dem mittlern und linken Leberlappen.
 F. Rechter Leberlappen.
 G. Mittlerer Leberlappen.
 H. Linker Leberlappen.
 I. Gallenblase. I'. Anschwellung ihres Ausführungsganges. I''. Gemeinschaftlicher Gallengang kommt hinter dem Wundernetz V. des mittlern Leberlappens zum Vorschein, liegt zwischen den Blutgefäßen der *appendices pyloricae* und senkt sich in die *pars pylorica* des Darms.
 K. Magen, nach rechts gezogen. K'. Seitenast des Magens, *pars pylorica* desselben.

Lebervenenäste. Sollten die fraglichen Leberlappen und der Darm von einem großen *Squalus* herrühren, so sind sie doch keinesfalls von *Squalus cornubicus*. Die Milz paßt ohnehin gar nicht auf diesen.

- L.* *Pars pylorica* des Darms.
- M.* *Appendices pyloricae*.
- N.* Schief aufsteigender Theil des Darms.
- O.* Erster absteigender Theil des Darms.
- P.* Zweiter aufsteigender Theil des Darms.
- Q.* Zweiter absteigender Theil des Darms.
- R.* Mastdarm.
- S.* Milz.
- T.* Spindelförmiges Wundernetz des rechten Leberlappens.
- T'.* Magenvene, die es aufnimmt. *T''.* Kleine Venenzweige vom Magen.
- U.* Birnförmiges Wundernetz des rechten Leberlappens.
- U'.* Milzvene, die es aufnimmt. *U''.* Kleine Darmvenenzweige.
- V.* Plattes Wundernetz des mittlern Leberlappens.
- V'.* Venen vom Darmkanal und den *Appendices pyloricae*, welche in die Zipfel des Wundernetzes eintreten. *V''.* Magenvene, welche in dieses Wundernetz tritt.
- X.* Kleine Wundernetze des linken Leberlappens.
- X'.* Venen von den *Appendices pyloricae*, welche hineintreten.
- Y.* Arterie des chylopoetischen Systems.
- Y'.* *Y''.* Ihre beiden Äste. *Y'* tritt an die Basis des Wundernetzes *T.* und *U.* verzweigt sich theils im rechten Leberlappen, theils löst er sich in die Wundernetze auf, aus deren Spitzen die die Venen begleitenden Arterien für den Magen *Z.* und die Milz *Z'.* entstehen.

Taf. III.

Fig. 1. Abbildung der Eingeweide des Thunfisches *in situ*, nach dem zweiten Thunfisch (*Thynnus vulgaris*) von Montpellier (verkleinert). Der Magen ist etwas nach links gezogen.

- A.* Herzkammer.
- B.* *Bulbus aortae*.
- C.* Vorhof.
- D.* Sinus der Körpervenen. *D'.* Zipfel von diesem Sinus.
 - a. a.* Lebervenen.
 - b. b.* Quervenenstämme. *c.* *Vena iugularis*, *d.* *Vena lateralis posterior*. Die letztere geht durch die Nieren *E.* durch und empfängt Venen aus den Nieren und Genitalien und tritt in die Rumpfmuskeln.
- F.* Rechter, *G.* mittlerer, *H.* linker Leberlappen.
- I.* Gallenblase. *I'.* Erweiterung am Anfang derselben, hier treten einige Lebergänge aus dem rechten Lappen ein. *I''.* *Ductus choledochus*.
- K.* Magen. *K'.* *Pars pylorica* desselben.
- L.* *Pars pylorica* des Darms.
- M.* *Appendices pyloricae*. *N. O. P. Q. R.* wie in Taf. II.
- S.* Milz.
- T. U.* Wundernetze des rechten Leberlappens.
- V.* Wundernetze des mittlern Leberlappens.
- X.* Wundernetze des linken Leberlappens.

Fig. 2. Stück des rechten Leberlappens (natürliche Größe).

- a.* Zweig der Eingeweidearterie, der sich sowohl in der Leber als im Wundernetz verbreitet.
- b.* Wundernetz.
- c.* Pfortaderzweige, die aus dem Wundernetz hervorkommen.

32 ESCHRIEHT u. MÜLLER über *Wundernetze an der Leber des Thunfisches*.

- d. Pfortaderzweig, der in das Wundernetz führt.
- e. Arterie, die aus dem Wundernetz kommt.

Fig. 3. Zusammenhang eines Astes der Eingeweidearterie mit der Leber und seinem Wundernetz, aufgeschnitten.

- a. Arterie.
- b. b. Wundernetz.
- c. Zusammenhang der Arterie mit dem Wundernetz.

Fig. 4. Ein Ast der Eingeweidearterie mit den davon abhängigen Wundernetzen; aus der von Copenhagen gesandten injicirten Leber.

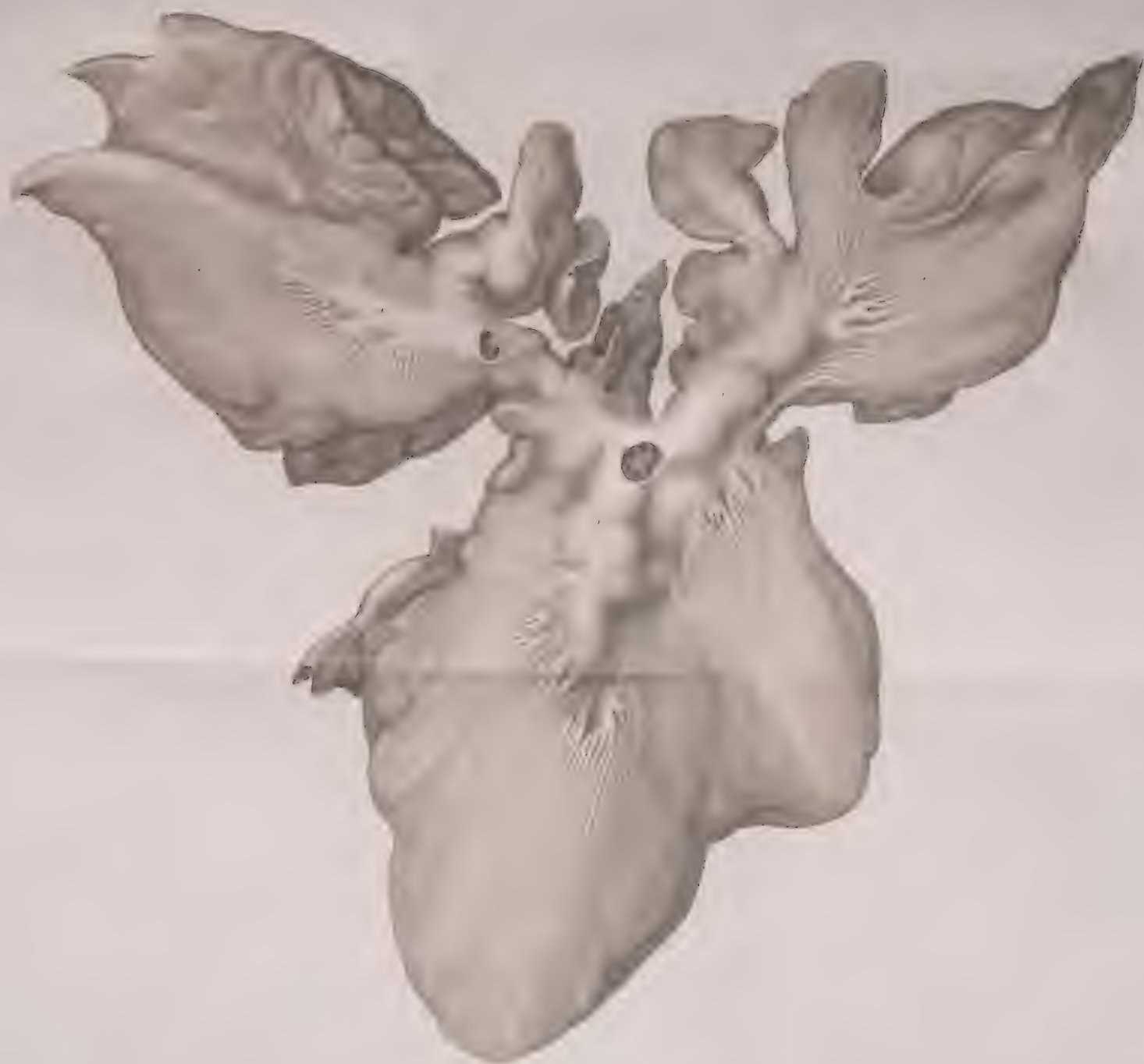
- a. Arterie.
- b. b. Leberzweige der Arterie.
- c. c. Zweige der Arterie in die Wundernetze.
- d. d. Wundernetze.
- e. f. Pfortaderzweige, die von den Organen des chylopoetischen Systems kommend, in die Wundernetze eintreten, Arterien, welche heraustreten und zu den Organen des chylopoetischen Systems sich begeben.

Fig 5. Querdurchschnitt eines Stückchens von einem Wundernetz der Thunfischleber.

Fig. 6. Hauptarterienstämme und Nieren des Thunfisches von der Rückseite (etwas verkleinert).

- A. A. Oberer paariger Theil der Nieren, über dem vordersten Theil der Bauchhöhle dicht hinter und über den Kiemen.
- B. Commissur der paarigen Theile der Nieren.
- C. Unterer unpaariger platter und schmaler Theil der Nieren, C' C". Theilung desselben nach unten.
- D. Unpaariger Ureter. D' D'. Paariger Anfang desselben. D". Harnblase. D"". Harnröhre.
- E. Samengänge. E'. Gemeinschaftlicher Samengang, liegt vor der Harnröhre und ist bis zur gemeinschaftlichen Ausmündung davon getrennt. F. Mastdarm.
- a. Vordere Wurzel der Aorta, aus den beiden ersten Kiemenvenen a' a'.
- b. b. Hintere Wurzeln der Aorta aus den beiden hinteren Kiemenvenen.
- c. Stamm der Aorta zwischen den paarigen Theilen der Nieren.
- d. d. d. Nierenarterien. d' d". Hintere Nierenarterien aus der Aorta.
- e. Gemeinschaftlicher Arterienstamm des chylopoetischen Systems (Y Taf. II.). e' e'. Seine beiden Äste (Y' Y" Taf. II.)
- f. Arteria axillaris durchbohrt mit der vena lateralis posterior, die Nieren.
- g. Dünner Fortsetzung der Aorta für die Mittellinie, sie tritt in den Kanal der unteren Dornfortsätze.
- h. Vena lateralis posterior.
- h'. Vena lateralis anterior, iugularis.





Zu Herrn Esch

Taf. II.



Phys. Cl. 1835.

Tal. III.

2.



Über die
Linnéischen Gattungen *Scirpus* und *Schoenus*.

Von
H^{rn}. KUNTH.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 16. Juli 1835.]

Erste Abtheilung.

Über die Gattungen *Scirpus*, *Isolepis*, *Fimbristylis*, *Eleocharis*, *Abildgaardia*,
Ficinia und *Melancranis*.

Wir verdanken Herrn Nees von Esenbeck in Breslau mehrere Abhandlungen über die Familie der Cyperaceen, unter denen die im 9^{ten} Bande der *Linnæa* abgedruckte die neueste, vollständigste und wichtigste ist. Das wiederholte Zurückkommen eines so ausgezeichneten Beobachters auf dieselbe Pflanzengruppe beweiset auf der einen Seite, welche Schwierigkeiten das Studium derselben darbietet, auf der andern, mit welcher Beharrlichkeit Herr Nees von Esenbeck dieselben zu überwinden strebt. Ich hoffte mir durch obige Abhandlung die Bearbeitung der Cyperaceen für meine *Enumeration* sehr zu erleichtern, und Herrn Nees v. Esenbeck in Begrenzung der Gattungen und Arten unbedingt folgen zu können. Allein bei einer nähern Vergleichung unserer Ansichten über diesen Gegenstand ergab sich eine so große Verschiedenheit, daß ich mich genöthigt sah, meine Untersuchungen über die Cyperaceen wieder aufzunehmen, und über die ganze Familie auszudehnen. Das freundliche Anerbieten des Herrn Professors E. Meyer in Königsberg, mir die Cyperaceen der so reichen Drègeschen Sammlung zur Bearbeitung anzuvertrauen, die große Bereitwilligkeit, mit welcher mir Herr Prof. Hornemann in Copenhagen die Ansicht der Vahlschen Cyperaceen gestattete, die mir vergönnte unbedingte Benutzung aller kostbaren Materia-

Physikal. Abhandl. 1835.

E

lien der hiesigen Königl. Herbarien, des Meyenschen und Lucaeschen, bestärkten mich in meinem Vorhaben, und flößten mir die Hoffnung ein, dasselbe mit einigem Erfolg ausführen zu können. Wenn sich Herr Nees v. Esenbeck seinerseits mit Recht rühmen darf, bei seinen Arbeiten, an neuen Species reichere Sammlungen benutzt zu haben, so war ich meinerseits so glücklich, eine größere Menge gutbestimmter Arten untersuchen zu können. Ich hoffe der Akademie in kurzem meine Arbeit über die ganze Familie, welche sich auf sorgfältige Untersuchung und Vergleichung vieler Tausende von Exemplaren gründet, und mit einer großen Zahl analytischer Zeichnungen begleitet ist, in ihrem ganzen Umfange vorlegen zu können, und beschränke mich gegenwärtig blofs auf einige vorläufige Bemerkungen über mehrere von Vahl, Brown, Schrader und Nees v. Esenbeck aufgestellte Gattungen.

Vahl und Brown waren die ersten, welche die großen Linnéischen Gattungen *Scirpus* und *Schoenus* nach der Gegenwart oder Abwesenheit gewisser Borsten, und nach dem Verhalten des Staubwegs bei der Fruchtreife abtheilen versuchten. Ihre auf diese Weise gebildeten Gattungen *Fimbri-stylis*, *Rhynchospora*, *Dichromena*, *Melanocranis*, *Isolepis*, *Eleocharis*, *Chaetospora* und *Cladium* wurden von den meisten Botanikern mit Recht anerkannt, und auch ich nehme jetzt zurück, was ich vor zwanzig Jahren über die Unzulässigkeit einiger derselben zu äußern wagte. Durch jene wichtigen Arbeiten waren aber die Gattungen *Scirpus* und *Schoenus* noch nicht von allem Fremdartigen gereinigt, manche Art hat vielmehr noch in der Folge, durch die Bemühungen späterer Botaniker, ihren Platz anderweitig gefunden, oder ist der Typus einer neuen Gattung geworden. Mit diesem höchst verdienstlichen Streben, die Gattungen nach allgemeinen und richtigen Grundsätzen abtheilen und zu begrenzen, ist keinesweges jene, in neuerer Zeit immer mehr um sich greifende Sucht zu verwechseln, welche darin besteht, eben so kleinliche als unwichtige Unterschiede aufzusuchen, und ohne Auswahl zur Zersplitterung der Familien, Gattungen und Arten zu benutzen. Dieser letztern ist es hauptsächlich beizumessen, daß manche der größern Pflanzengruppen, rücksichtlich der Begrenzung ihrer Gattungen und Arten, noch so vieles zu wünschen übrig lassen, und einer nochmaligen genauern Bearbeitung dringend bedürfen. In wie weit sich diese Betrachtung auf die Familie der Cyperaceen bezieht, wird aus Folgendem hervorgehen.

Über *Eleocharis* Brown.

Die Gattung *Eleocharis*, von Herrn Brown unterschieden, und hauptsächlich auf die in der Frucht stehenbleibende, verdickte Basis des Staubwegs, so wie auf die Gegenwart von Kelchborsten gegründet, scheint mir um so mehr eine der natürlichsten in der Gruppe der Scirpeen zu bilden, da sich sämtliche, hieher gehörige Arten durch einen eigenthümlichen Habitus auszeichnen. Der Stengel ist nämlich in diesen Gewächsen durchgängig an der Basis mit blattlosen Scheiden bedeckt, und trägt an der Spitze eine nackte, einfache Ähre. Nach Herrn Brown kann der Griffel bald zwei-, bald dreitheilig sein; ich habe diesen Unterschied zuweilen selbst an einem und demselben Individuum wahrgenommen, z. B. in *Eleocharis geniculata* R. et S., *E. obtusa* R. et S., *E. palustris* Brown., *forma capensis*. Wenn Herr Brown die Frucht als meist linsenförmig zusammengedrückt angiebt, so hat er damit das theilweise Vorkommen einer dreieckigen keinesweges ausschließen wollen. Die Borsten unter der Frucht können zuweilen fehlen. So gelang es Herrn Brown nie, dieselben in *Eleocharis acicularis* aufzufinden, während ich und andere Botaniker an dieser Pflanze deren stets zwei oder drei antrafen. In *Eleocharis uniglumis* Link., einer an trocknen Stellen gewachsenen Form von *Eleocharis palustris*, zeigte sich mir etwas gleiches. Die meisten Individuen, welche ich davon untersuchte, waren mit Borsten versehen, und nur in einem einzigen, bei Rostock gesammelten Exemplare fehlten sie gänzlich.

Was die Natur jener Borsten und Schuppen betrifft, welche sich in vielen Cyperaceen, z. B. in *Scirpus*, *Eleocharis*, *Rhynchospora*, *Fuirena* etc. vorfinden, und bei Unterscheidung der Gattungen vielfach benutzt werden, so läßt sich aus ihrer Lage vollkommen erweisen, daß sie die Stelle des Kelches vertreten, oder richtiger, daß sie als ein rudimentärer Zustand dieses Organs zu betrachten sind, und daß folglich die von Herrn Brown dafür gebrauchte Benennung *Setae hypogynae* als unpassend zu verwerfen ist. Sie umgeben nämlich jederzeit ringförmig die Staubgefäße, zeigen sich meist sechs an der Zahl, und sind in diesem Fall so gestellt, daß in den triandrischen Species die drei mehr nach außen befindlichen den Staubgefäßen entsprechen. Außer diesem Organe findet sich aber in einigen kelchlosen Gattungen, z. B. in *Ficinia*, *Melaneranis*, *Fimbristylis* etc. ein wirklicher Discus, welcher das Ovarium trägt oder an der Basis umgiebt, und an welchem (in den herma-

phroditischen Blüten) äusserlich die Staubgefässe befestigt sind. Auffallend erscheint es, wie Herr Nees v. Esenbeck, welcher diese Familie so sorgfältig beobachtete, diesen Discus mit dem Kelche, unter der gemeinschaftlichen Benennung *Perigynium*, verwechseln konnte. Natürlich mußte eine so abweichende Ansicht auf seine Erklärung des Blütenbaus einen sehr nachtheiligen Einfluss haben. So betrachtet er z. B. den rudimentären Kelch als das Produkt metamorphosirter Staubfäden etc. Ich behalte mir gleichfalls vor, in meiner gröfsern Abhandlung diesen Gegenstand näher zu beleuchten.

Die früher erwähnte grofse Übereinstimmung der zu *Eleocharis* gezählten Gewächse, im Habitus, Blüten- und Fruchtbau, hat jedoch Herrn Nees v. Esenbeck nicht verhindert, diese Gattung von neuem abzutheilen; seine Gattungen *Eleogenus*, *Scirpidium*, *Limnochloa*, *Chaetocyperus* sind auf Unkosten derselben gebildet worden ⁽¹⁾. Untersucht man die jenen Gattungen beigelegten Charaktere genauer, so wird es oft schwer, sie gehörig zu verstehen oder wenigstens die Wichtigkeit, welche Herr Nees v. Esenbeck ihnen beizulegen scheint, gehörig einzusehen. So sagt er von *Eleogenus*, zu welchem *Scirpus capitatus* Vahl, *Sc. atropurpureus* Retz. et Vahl. und *Sc. oratus* Roth. gerechnet werden, dafs der *Stylus bifidus* und die stehenbleibende Basis desselben *callosa* sei; von *Eleocharis*, nach seiner Begrenzung ⁽²⁾, dafs sich der *Stylus 2-3-fidus* und die stehenbleibende Basis des-

(¹) Ich glaube bei dieser Gelegenheit auf das Bestimmteste versichern zu müssen, dafs die hier theilweise niedergelegten Resultate meiner Untersuchungen über die Cyperaceen bei der nothwendig gewordenen Bearbeitung des zweiten Bandes meiner Enumeratio entstanden sind, dafs ihnen durchaus keine, der Wissenschaft fremden Gesinnungen zum Grunde liegen, dafs sie vielmehr dazu dienen sollen, meine, bald im Druck erscheinenden, abweichenden Ansichten über Begrenzung der Gattungen zu rechtfertigen und zu unterstützen. Die Schwierigkeit des Gegenstandes, welchen ich der Discussion unterwerfe, läfst übrigens verschiedene Meinungen zu, und selbst in dem Falle, dafs die hier ausgesprochene als die richtigere erkannt werden sollte, könnte dies keinen Einfluss auf den hohen Rang haben, welchen die Person, der meine Bemerkungen hauptsächlich gelten, unter den ersten Botanikern der gegenwärtigen Zeit einnimmt, und den sie mit Recht ihren vielen und geistreichen Arbeiten verdankt.

(²) Herr Nees v. Esenbeck zählt zu dieser Gattung folgende Arten:

<i>Scirpus obtusus</i> Willd.	<i>Scirpus Baeothryon</i> Ehrh.
— <i>tenuis</i> Willd.	— <i>caespitosus</i> L.
— <i>multicaulis</i> Smith.	— <i>planifolius</i> Mühlenb.
— <i>recurvatus</i> Poir.	— <i>acuminatus</i> Mühlenb.
— <i>palustris</i> L.	<i>Eleocharis tetraquetra</i> Nees.
— <i>uniglumis</i> Link.	— <i>albibracteata</i> Nees.

selben *suberosa*, *rugosa* zeige, während er in *Limnochloa* ⁽¹⁾ den *Stylus* für *trifidus* und die Basis desselben für *cartilaginea*, *compressa* *colorataque* erklärt. Alle übrigen Charaktere sind als übereinstimmend angegeben. Hiernach würde also der ganze Unterschied jener neuen Gattungen auf der Beschaffenheit der stehengebliebenen Basis des Staubweges beruhen, ob dieselbe nämlich *callosa*, *suberosa* oder *cartilaginea* erscheint; denn da der Staubweg in seiner *Eleocharis* zwei- und dreispaltig vorkommen kann, so ist kein Grund vorhanden, in den beiden andern Gattungen auf die Zahl seiner Abtheilungen eine Wichtigkeit zu legen. Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, daß die Verschiedenheit in der Consistenz der stehengebliebenen Basis des Staubweges allein, selbst wenn dieselbe in der Art stattfände, wie sie Herr Nees von Esenbeck angiebt, nicht zur Begründung von Gattungen hinreichen würde. Mir ist es übrigens nicht gelungen, eine solche Verschiedenheit deutlich aufzufassen. Erwähnungswerth ist noch, daß Herr Nees v. Esenbeck in seine Gattung *Eleocharis* drei Arten setzt, nämlich *Scirpus Baeothryon* Ehrh., *Sc. caespitosus* L. und *Sc. planifolius* Mühlenb., wo jene verdickte Basis des

Eleocharis costulata Nees.

— *constricta* Nees.

— *ochreatea* Nees.

— *polymorpha* Nees.

Eleocharis sulcata Nees.

— *biocreatea* Nees.

— *gracilis* Brown., Nees.

Von diesen Pflanzen sind mir die sechs letztern und *Scirpus acuminatus* völlig unbekannt. Die übrigen habe ich sämmtlich untersucht und, bis auf drei, richtig klassifizirt gefunden. *Scirpus Baeothryon*, *caespitosus* und *planifolius* gehören nämlich nicht hieher, sondern bestimmt zur Gattung *Scirpus*. Einen *Scirpus recurvatus* Poir. giebt es nicht, wahrscheinlich ist *Scirpus retroflexus* damit gemeint, welcher alsdann einerlei mit *Cyperus depauperatus* Vahl. und eine *Eleocharis* sein würde. Ich habe beide Species in Originalexemplaren untersucht.

(1) Früher hieß diese Gattung *Limnocharis*. Herr Nees v. Esenbeck rechnet dazu:

Scirpus plantagineus Retz. (*Eleocharis plantaginea* Brown.)

— *mutatus* L. (*Eleocharis mutata* Brown.)

— *fistulosus* Poir. (*Eleocharis fistulosa* Schult.)

— *acutangulus* Roxb. (*Eleocharis acutangulus* Schult.); nach meiner Untersuchung einerlei mit dem vorigen.

— *spiralis* Rottb. (*Eleocharis spiralis* Brown.)

— *quadrangulatus* Mich. (*Eleocharis quadrangulatus* Brown.)

— *limosus* Schrad. (*Eleocharis limosa* Schult.)

— *medius* Roxb. (*Eleocharis media* Schult.)

Limnochloa articulata Nees.

— *obtusangula* Nees.

Die vier letzten Species habe ich nicht untersuchen können.

Staubwegs gar nicht vorhanden ist, und die deshalb unfehlbar zu *Scirpus* gehören. Wahrscheinlich hat er diese Pflanzen, ob sie gleich sehr gemein in den Herbarien sind, gar nicht untersucht, und ist bei ihrer Klassifikation Herrn Link gefolgt, der die beiden erstern gleichfalls zu *Eleocharis* zählt.

Eben so wenig wie *Limnochloa* und *Eleogenus* läßt sich *Scirpidium* bloß wegen der *Setae* 1-3 *graciles fugaces* unterscheiden; denn als *fugaces* kann ich diese letztern nicht betrachten, da sie in der Frucht stehen bleiben, und was ihre Zahl und Zartheit betrifft, so verdient dieser Umstand um so weniger Berücksichtigung, da dieselbe Verschiedenheit auch in andern Arten vorkommt, und hier stets unbeachtet geblieben ist. In *Eleogenus* giebt Herr Nees v. Esenbeck selbst zu, daß die *Setae* zuweilen ganz fehlen können, was ich übrigens bei *Scirpus atropurpureus* Retz., den er als Beispiel anführt, nicht gefunden habe. Außerdem ist noch zu bemerken, daß *Scirpus tenuis* Willd., der bei Herrn Nees v. Esenbeck die dritte Species der Gattung *Scirpidium* bildet, auf der folgenden Seite seiner Abhandlung wieder, und zwar diesmal mit allem Recht zu *Eleocharis* gezogen wird.

Seine Gattung *Chaetocyperus* scheint mir eben so wenig haltbar, wie die eben genannten, ob er sie gleich, von *Eleocharis* weit getrennt, in einer ganz andern Abtheilung seiner Scirpeen suchen läßt. Was zuerst die Arten betrifft, welche er dazu rechnet, so ist *Scirpus capillaceus* Mich. und *Scirpus trichodes* Humb. et Kth. mit Unrecht in eine Species vereinigt. Der erstere ist bestimmt einerlei mit *Scirpus pusillus* Vahl. und ein ächter *Scirpus*, der zweite dagegen eine *Eleocharis* und, wie Herr Nees v. Esenbeck sehr richtig vermuthet, nahe mit *Cyperus setaceus* Retz. et Vahl. verwandt. Auf diese letztere Species gründet sich aber hauptsächlich die Gattung *Chaetocyperus*. Auch selbst wenn nicht schon Herr Brown in seinem Prodrömus p. 224 erklärt hätte, daß diese Pflanze zu *Eleocharis* gehöre, so würde ich mich, wegen ihrer großen Ähnlichkeit mit *Eleocharis acicularis* und andern Species, nie entschließen können, sie von dieser Gattung zu entfernen, denn von allen angegebenen Charakteren bleibt bloß die *Spica disticha* übrig, die ich lieber *subdisticha* und außerdem noch *depauperata* nennen möchte, welche zu obiger Trennung berechtigen würde. Bedenkt man aber, wie oft in mehrblüthigen Ähren, deren Schuppen die gemeinschaftliche Achse nach allen Seiten bedecken, die untern Schuppen *distichae* erscheinen, so wird man in dem vorliegenden Falle um so weniger hierauf eine Wichtigkeit legen,

da es wahrscheinlich ist, daß bei einer längern Entwicklung der Ähre die obern Schuppen eine mehrfache Richtung angenommen haben würden. Daß sich aber jene Neesischen Gattungen selbst nicht als Unterabtheilungen der Brownschen Gattung *Eleocharis* benutzen lassen, werde ich an einem andern Orte zu zeigen mich bemühen.

Über *Scirpus* Brown.

Von Herrn Brown folgendermaßen charakterisirt: *Squamae undique imbricatae, conformes, omnes floriferae paucissimaeve exteriorum vacuae. Setae squamis breviores. Stylus cum ovario inarticulatus (basi simplici), deciduus vel basi mucroniformi remanente.* Als wesentliche Merkmale verdienen hiervon herausgehoben zu werden, die Gegenwart von Kelchborsten und der abfallende Staubweg, dessen einfache Basis meist in Gestalt einer mucronartigen Spitze auf der Frucht stehen bleibt. Die Unzulässigkeit der Angabe, daß die Borsten jederzeit kürzer als die Schuppen sind, wird sich in der Folge ergeben. Herr Brown erwähnt nicht die Zahl der Abtheilungen des Staubweges, was zu beweisen scheint, daß er diesen Umstand hier nicht als wichtig betrachtet. Nach Herrn Nees von Esenbeck kann derselbe zwei- oder dreispaltig sein, welcher Behauptung ich nicht allein beistimmen, sondern noch hinzufügen muß, daß sich eine solche Verschiedenheit zuweilen in derselben *Spica* beobachten läßt, z. B. bei *Scirpus juncoides* Roxb., *Scirpus Duvallii* Hopp. etc.

Auch in dieser Gattung hat Herr Nees v. Esenbeck wieder mehrere Trennungen vorgenommen. Nachdem er nämlich mit vollem Rechte dazu *Scirpus luzoniensis* Presl., *Sc. mucronatus*, *Sc. maritimus* und *Sc. lucustris* L., *Sc. juncoides* Roxb., *Sc. debilis* Mühlenb., *Sc. sylvaticus* L., *Sc. atrovirens* W., *Sc. pungens* Vahl. (der mit *Sc. americanus* Pers. verbunden werden muß), *Sc. triqueter* L., *Sc. Tabernaemontanus* Gmel. und *Sc. validus* Vahl. (zu dem bestimmt *Sc. Meyeni* Nees. gehört) gezogen hat, unterscheidet er (in *Wight. Bot.* und in *Linnæa* tom. 9.) *Scirpus grossus* L. mit zwei mir noch unbekannten Pflanzen, wegen der *Setae filiformes molles pubescentes deciduae*, als besondere Gattung unter dem Namen *Hymenochaete*; nimmt die Gattung *Trichophorum* Pers., in welcher die *Setae*, 6 an der Zahl, *capillares persistentes* und *squamam superantes* sind, unbedingt an, und vereinigt endlich, wegen der *Setae membranaceae pubescentes aut ciliatae, demum deciduae*,

unter dem Namen *Malacochaete* folgende Arten: *Scirpus littoralis* Schrad., *Sc. pectinatus* Roxb., *Sc. riparius* Presl., *Pterolepis scirpoides* Schrad. und eine den Peruanern unter dem Namen *Tatora* wichtige Pflanze. Nimmt man zuerst auf die Länge, die verschiedene Krümmung und die sonstige Beschaffenheit der Borsten Rücksicht, so findet man denselben Unterschied, welcher Herrn Persoon und Herrn Nees v. Esenbeck zur Aufstellung ihrer Gattung *Trichophorum* veranlafte, mehr oder weniger auch bei *Scirpus brizoides* Willd. herb., Link. Jahrb., bei *Scirpus polyphyllus*, *radicans* und *lineatus* Mich. Diese Gewächse müßten also hiernach vielleicht sämmtlich zu jener Gattung gezogen werden, was den Übelstand haben würde, daß sich alsdann *Scirpus sylvaticus* L. und *Sc. atrovirens* Willd., in denen die Borsten die gewöhnliche Beschaffenheit zeigen, von den nahe verwandten *Scirpus radicans* und *polyphyllus* weit getrennt befinden würden. Liefse man aber diesen Umstand unberücksichtigt, und behielte man die Gattung *Trichophorum* bei, so würde noch zu bemerken sein, daß sich rücksichtlich der Länge und Behaarung jener Borsten von einer Art zur andern einige Verschiedenheit zeigt, welche auf jeden Fall im Gattungscharakter angegeben werden müßte. In *Trichophorum cyperinum* Pers. (unter welcher Benennung übrigens zwei sehr verschiedene Pflanzen⁽¹⁾ verwechselt worden sind), dem Typus der Gattung, und in *Scirpus brizoides* Willd. sind die *Setae* überaus lang, haarförmig, völlig kahl und verschiedentlich gekräuselt. In *Scirpus polyphyllus* Vahl. und *Scirpus radicans* Schk. erscheinen die *Setae* gleichfalls dünn, haarförmig und etwas hin- und hergekrümmt, aber sind nur ungefähr doppelt so lang als die Frucht, und außerdem an der Spitze in dieser Art mit weichen, nach vorn gerichteten, in jener mit steifern, rückwärts stehenden Härchen besetzt. In *Scirpus lineatus*, den Herr Persoon deshalb zu *Trichophorum* zieht, sind die *Setae* haarförmig, bloß noch wenig gekrümmt, wie in *Sc. radicans*, an der Spitze mit kleinen Härchen besetzt, und nur um wenig länger als die Frucht. Wie schwierig ist es hiernach, zwischen *Scirpus* und *Tricho-*

(¹) *Scirpus cyperinus* Kth. und *Scirpus Eriophorum* Mich. et Vahl. Zu diesem gehört *Eriophorum cyperinum* Vahl. herb., *Scirpus thyrsiflorus* Willd. Enum. et herb. n. 1241. fol. 1-3, zu jenem *Scirpus paniculatus etc.* Gron., *Eriophorum cyperinum* L., *Trichophorum cyperinum* Mich. (excl. syn. Mich.), *Scirpus thyrsiflorus* Willd. herb. n. 1241. fol. 4. Beide Arten unterscheiden sich leicht durch die Stellung der Ähren, welche in *Sc. Eriophorum* einzeln, in *Sc. cyperinus* zu dreien bis fünfen vereinigt angetroffen werden.

phorum eine Grenze zu ziehen, und was wird am Ende bei einer solchen Trennung gewonnen? Ist es in diesem Falle nicht besser, jene Arten neben ihren Verwandten einzuschalten, und dabei die bemerkten Abweichungen jedesmal sorgfältig anzugeben?

Die fedrige Beschaffenheit der Borsten von *Scirpus littoralis*, der im jungen Zustande aus Versehen von Vahl *Fimbristylis mucronatum*, von Willdenow aber *Scirpus balearicus* genannt worden ist, war längst von Schrader und andern bemerkt und beschrieben worden, ohne dafs es Jedem eingefallen wäre, diese Pflanze deshalb von dem ihr so ähnlichen *Scirpus lacustris* L. zu trennen, und zu einer besondern Gattung zu erheben. Herr Nees v. Esenbeck fand eine ganz gleiche Struktur in *Scirpus pectinatus* Roxb., der übrigens von *Scirpus subulatus* Vahl. durchaus nicht verschieden zu sein scheint, und den ich selbst nur für eine indische Form des *Sc. littoralis* halten möchte, und stellte danach seine neue Gattung *Malacochaete* auf. Herr Schrader seinerseits beobachtete an einer Cap'schen Cyperacea gleichfalls jene fedrigen Borsten, ohne jedoch, wie es scheint, dadurch an die nahe Verwandtschaft seiner Pflanze mit *Scirpus littoralis* erinnert zu werden, und benutzte gleichfalls diesen Charakter zur Begründung einer neuen Gattung, der er den Namen *Pterolopis* gab, und die später von Herrn Nees v. Esenbeck mit Recht für völlig übereinstimmend mit *Malacochaete* erklärt wurde. Die Reise des Hrn. Meyen lieferte Hrn. Nees v. Esenbeck ausserdem noch zwei amerikanische Arten dieser Gattung, wovon er die eine für *Scirpus riparius* Presl., die andere dagegen für neu erkannte und mit dem Namen *Malacochaete Tatora* belegte. Es war ihm aber hierbei gänzlich entgangen, dafs die erstere dieser beiden Pflanzen schon 1825 (im ersten Bande der *Mémoires des savants étrang. de Petersbourg*) von Hrn. C. A. Meyer unter dem Namen *Elytrospermum californicum* beschrieben und abgebildet worden war. Der Staubweg ist in sämmtlichen, von Hrn. Nees v. Esenbeck zu seiner Gattung *Malacochaete* gezogenen Arten zweispaltig, was jedoch unter den angeführten Charakteren anzugeben von ihm vernachlässigt worden ist. In *Malacochaete Tatora* Nees., vorzüglich aber in *M. riparia*, welche ausserdem die grösste Ähnlichkeit mit *Scirpus littoralis* zeigt, nähert sich die Beschaffenheit der Borsten mehr der von *Scirpus*; sie sind nämlich zwar breiter, aber, wie bei diesem, mit rückwärts gerichteten oder abstehenden etwas steifen Härchen besetzt, und bilden den Übergang von *Malacochaete*

zu *Scirpus*. Dieser Umstand, und vorzüglich die schon mehrfach erwähnte grofse Verwandtschaft sämmtlicher zu *Malacochaete* gezählten Arten mit *Scirpus lacustris*, *triqueter* u. s. w. veranlafst mich, dieselben sämmtlich mit *Scirpus* wieder zu vereinigen, und sie nicht einmal als eine Abtheilung dieser Gattung zu betrachten. Noch mehr verdient dies aber *Hymenochaete*, wenigstens rücksichtlich der mir bekannten Species *Scirpus grossus*. Hier fand ich nämlich die Borsten jederzeit, wie in den meisten *Scirpus*-Arten, mit rückwärts stehenden, steifen Härchen versehen und stehenbleibend; außerdem zeigten sie sich an der Spitze etwas hakenförmig gekrümmt und ungefähr von der Länge der Frucht. Der von Herrn Nees v. Esenbeck seiner Gattung beigelegte Charakter *Setae filiformes, molles, pubescentes, deciduae* paßt also durchaus nicht auf meine Pflanze, welche aus so unbedeutenden Rücksichten von *Scirpus lacustris*, *glaucus*, *brizoides*, *Eriophorum* u. s. w. zu entfernen, ich mich übrigens nie entschließen könnte.

Über *Isolepis* Brown.

Nach Hrn. Brown ist *Isolepis* von *Scirpus* blofs durch die Abwesenheit der Borsten verschieden; er fügt außerdem hinzu: *Stylus cum ovario inarticulatus, basi simplici, deciduus*. Herr Brown rechnet zu seiner Gattung, aufser einer grofsen Menge von ihm entdeckter, neuholländischer Arten, *Scirpus fluitans* L. (*Eleogiton fluitans* Link., Nees., *Scirpus stolonifer* Roth., *Scirpus fascicularis* Willd. herb.), *Scirpus nodosus* Rottb. (*Scirpus globosus* Spreng. [Sieb. Agrost. n. 29.], *Scirpus gracilis* Rudge.), *Scirpus supinus* L. (*Scirpus lateralis* Retz., *Schoenus junceus* Willd. Phyt., *Scirpus erectus* Poir.), *Scirpus setaceus* L., *Scirpus prolifer* Rottb. und *Scirpus barbatus* Rottb., worin ich ihm mit Ausnahme des letztern, von welchem in der Folge die Rede sein wird, vollkommen beistimme. Als ächte *Isolepis*-Arten habe ich außerdem noch folgende erkannt:

1) *Scirpus pumilus* Vahl. (*Isolepis pumila* R. et S.), zu dem ich *Isolepis oligantha* Mey. rechnen mufs.

2) *Fimbristylis pygmaeum* Vahl. Gewifs keine *Fimbristylis*, sondern eine ächte *Isolepis*, zu der folgende Pflanzen als Synonyme gehören: *Isolepis magellanica* Gaudich., *Scirpus brevis* Urv., *Isolepis Meyeniana* Nees., *Isolepis brachystachya* Presl., *Isolepis brevifolia* Presl., *Isolepis pumila* Link. Hort. [excl. syn. Vahl.], *Scirpus leptaleus* Koch., *Isolepis leptalea* Schult.,

Scirpus acicularis Salzm. [nec L.], *Scirpus setaceus* Brot. et? Sieb., *Isolepis tenuis* Presl., *Eleocharis riparia* Nees. in Sieb. Agrost. 20. [nec? Brown.], *Isolepis chlorostachya* Nees., *Isolepis trigyna* Kunze, *Isolepis fuscata* Nees., *Scirpus cernuus* Vahl., *Isolepis cernua* R. et S., *Eleogiton cernua* Dietr., *Isolepis Saviana* Link. Hort. [excl. syn.], *Scirpus pumilus* Willd. herb. n. 1158 und wahrscheinlich *Isolepis chaetodes* Link. Eine sehr verbreitete Species, welche in Südeuropa, England, mehreren Theilen von Südamerika, auf den Malouinen-Inseln, auf Neuzeeland, Neuholland, auf St. Helena und am Vorgebirge der guten Hoffnung angetroffen wird.

3) *Scirpus Savii* Sebast. et Mauri, zu der als Synonyme gehören *Scirpus setaceus* Bivon., *Scirpus filiformis* Savi, *Isolepis sicula* Presl., *Isolepis Saviana* Schult., *Scirpus numidianus* Vahl., *Isolepis numidiana* R. et S. Ich möchte diese Species für eine Varietät der vorigen halten; von *Isolepis setacea* unterscheidet sie sich aber hinlänglich durch die *Fructus tuberculato-scabrati*, während dieselben in jener *costati*, *transversim striatuli* sind.

4) *Scirpus articulatus* L. (*Isolepis articulata* Nees., *Scirpus fistulosus* Forsk.)

5) *Scirpus praelongatus* Poir. (*Scirpus subarticulatus* Roxb., *Isolepis praelongata* Nees.)

6) *Scirpus Holoschoenus* Thunb. (*Isolepis Thunbergiana* Schrad. et Nees., *Cyperus prolifer et marginatus* Thunb.)

7) *Scirpus Holoschoenus* Linn. (*Scirpus romanus et globuliferus* Linn., *Isolepis Holoschoenus* R. et S., *Holoschoenus vulgaris* Link. Hort.)

8) *Fimbrystilis Ludwigii* Steud. (*Trichelostylis Ludwigii* Nees.); weder zu der einen noch zu der andern dieser Gattungen gehörig, vielmehr eine ächte *Isolepis*.

9) *Scirpus adscendens* Willd. herb. n. 1208. (*Isolepis uninodis* Delile.)

10) *Isolepis Eckloniana* Schrad., Nees. (*Scirpus verruculosus* Steud., Nees.)

11) *Isolepis atropurpurea* Nees. (excl. syn. ad *Eleocharidem atropurpuream* spectante.)

12) *Isolepis conspersa* Nees.

13) *Isolepis incomtula* Nees.

14) *Isolepis Bergiana* Schult., Nees. (*Scirpus Bergianus* Spreng., *Isolepis plebeja* Schrad., Nees., *Scirpus setaceus* var. Steud., *Scirpus minimus* Sieb. Cap. n. 98., *Scirpus setaceus* Thunb. Cap., *Isolepis chrysocarpa* Nees.)

15. *Isolepis rivularis* Schrad. (*Scirpus natans* Spreng., *Isolepis Hystrix* Nees?, *Isolepis palustris* Schrad., *Scirpus setaceus* var. Steud., *Isolepis natans* Nees. ab Esenb. [excl. syn. Thunb. et Brown.])

16. *Isolepis nigricans* H. et K. (*Scirpus nigricans* Spreng., *Isolepis psilocarpa* Kunze.)

17. *Isolepis bicolor* Nees.

18. *Isolepis tenuissima* Nees.

19. *Scirpus tenuis* Spreng. (*Isolepis tenuis* Schrad., *Isolepis atropurpurea* Nees.)

Herr Nees v. Esenbeck findet für nöthig, die Linksche Gattung *Eleogiton* anzunehmen, und bezeichnet sie durch folgende Merkmale: *Stylus bifidus, basi cum fructu continuus, post casum mucronulum relinquens; caryopsis compressa, pedicellata*, und rechnet dazu *Scirpus fluitans* Linn., *Isolepis digitata* Nees., Schrad. und mehrere neue Species, welche er blofs mit Namen anführt. Was zuerst den aufgestellten Charakter betrifft, so ergibt sich bei der Vergleichung mit *Isolepis* kein anderer Unterschied, als dafs der *Stylus* in dieser *trifidus* und in jener *bifidus* sein soll; denn auf die *Caryopsis pedicellata* kann nicht Rücksicht genommen werden, da sich dieses Merkmal in *Isolepis fluitans* durchaus nicht auffinden läfst. Dieselben Gründe, welche ich bereits gegen die Unzulässigkeit eines zwei- oder dreitheiligen Staubweges als Gattungsunterschied angeführt habe, mufs ich auch hier geltend machen, und noch ausserdem hinzufügen, dafs Herr Nees v. Esenbeck, ungeachtet er dem *Genus Isolepis* einen *Stylus trifidus* zuschreibt, dazu eine Pflanze rechnet, wo der *Stylus* offenbar *bifidus* ist, nämlich *Isolepis Eckloniana* Schrad. Ich habe bis jetzt blofs von *Isolepis fluitans* gesprochen, weil ich rücksichtlich der zweiten mir bekannten Species, nämlich *Isolepis digitata* Nees in Schrad., eine Verwechselung der Namen befürchten mufs. Meine Pflanze, welche nach der Beschreibung und dem angeführten Synonyme die ächte Schradersche Pflanze zu sein scheint, hat einen *Stylus trifidus*, und so wenig Ähnlichkeit mit *Scirpus fluitans*, der sich übrigens sehr natürlich an *Isolepis Ludwigii*, *Eckloniana*, *tenuissima*, *pygmaea*, *bicolor* u. a. anreihet, als dafs ich mir denken könnte, Herr Nees von Esenbeck habe sie neben einander stellen, und als Gattung unterscheiden wollen.

Ich habe mich vielfältig überzeugt, dafs in denen Species, wo sogenannte *Setae* oder *Squamulae hypogynae* vorkommen, diese Organe sich zuweilen

sehr wenig ausbilden oder wohl gar verschwinden können. Den erstern Fall beobachtet man in einigen *Eleocharis*-, *Rhynchospora*- und *Fuirena*-Arten, ferner in *Scirpus debilis*, den zweiten habe ich in *Scirpus supinus* vorgefunden. Ich besitze nämlich von dieser Pflanze, welche bei uns stets ohne Borsten vorkommt, ein Exemplar, was bei Nismes in Frankreich gesammelt worden, von den unsrigen im übrigen durchaus nicht verschieden, aber mit fünf vollkommen ausgebildeten Borsten versehen ist, und also hiernach zu *Scirpus* gerechnet werden müßte. Es sollte mich daher nicht wundern, wenn sich in unsern Verzeichnissen Pflanzen unter verschiedenen Gattungen vorfinden, welche bloße Formen einer und derselben Art wären. So könnte *Scirpus melanospermus* Mey. leicht eine mit Borsten begabte Form von *Isolepis supina* sein, *Scirpus parvulus* R. et S., Mert. et Koch. eine *Isolepis fluitans* ohne Borsten, und *Isolepis pumila* R. et S. gleichfalls eine borstenlose Varietät von *Scirpus caespitosus* L. Herr Link, gleichsam als wenn er dies geahnet hätte, stellt *Scirpus parvulus* und *Isolepis fluitans* in seiner Gattung *Eleogiton* schon neben einander. Nach diesen Bemerkungen würde ich nicht abgeneigt sein, selbst die Gattung *Isolepis* mit *Scirpus* wieder zu vereinigen.

Eine besondere kleine Gruppe in der Gattung *Isolepis*, welche ich wegen ihrer Ähnlichkeit mit *Lipocarpha*, *Lipocarphoides* nennen möchte, bilden folgende Arten:

Scirpus squarrosus L. (*Isolepis squarrosa* R. et S.)

Scirpus micranthus Vahl. (*Isolepis micrantha* R. et S., *Scirpus subsquarrosus* Mühlenb., *Isolepis subsquarrosa* Schrad., *Scirpus minimus* Pursh. [excl. syn. ?])

Isolepis squarrosa Humb. et Kth. excl. syn. (*Scirpus sesquipollicaris* Willd. herb., *Isolepis Humboldtii* R. et S.)

Scirpus Michelianus L. (*Isolepis Micheliana* R. et S., *Dichostylis Micheliana* Nees.)

Isolepis Drègeana mihi, wozu *Scirpus dipsaccus* Vahl. herb. fol. 2. ex Cap. 6. spei, a Dahlia accepto (nec fol. 1 et 2.) gehört.

Scirpus hamulosus Stev. (*Cyperus hamulosus* Bieb., *Dichostylis hamosus* Nees. (1))

(1) In *Linnaea* IX. 289. Vier Seiten vorher (pag. 285.) ist diese Pflanze von Hrn. Nees von Esenbeck schon unter *Cyperus* aufgeführt.

Scirpus dipsaceus Rottb. (*Echinolytrum dipsaceum* Desv., Nees., *Isolepis dipsacca* R. et S.)

Die Schuppen sind in den eben angeführten Arten mehr oder weniger in eine Spitze verlängert, zuweilen fast in eine Granne auslaufend, der Staubweg dagegen erscheint zwei- oder dreitheilig, oft in derselben Ähre. Die beiden Neesischen Gattungen *Echinolytrum* und *Dichostylis* gehören hierher. Aus der letztern muß aber auf jeden Fall *Cyperus pygmaeus* Rottb. entfernt werden, und ein *Cyperus* bleiben. *Dichostylis* soll nach Herrn Nees von Esenbeck *Spicae pauciflorae*, *trifariam imbricatae* und einen *Stylus bifidus*, *basi subbulbosa persistente* besitzen. Ich habe aber in den beiden Arten, die unfehlbar hierher gehören würden, nämlich in *Scirpus Michelianus* und *Scirpus hamulosus* keine einzige dieser Angaben richtig gefunden; die *Spicae* sind vielmehr *pluriflorae*, die *Squamae* *undique imbricatae*, der *Stylus* in *Sc. Michelianus* bi-, in *Sc. hamulosus* trifidus und an der Basis keinesweges verdickt. *Echinolytrum* wird bloß wegen der, an den Rändern mit gestielten Papillen besetzten Frucht von *Dichostylis* getrennt, wozu aber ihre große Ähnlichkeit mit den genannten Arten nicht zu berechnen scheint.

Über *Fimbristylis* Vahl., Brown.

Der wesentliche Charakter dieser Gattung besteht in dem mit dem Fruchtknoten gegliederten, abfallenden Staubwege. Dieser ist außerdem gewöhnlich plattgedrückt, gewimpert, an der Basis knollig angeschwollen, öfters zwei-, seltner dreispaltig. In sämtlichen von mir untersuchten Arten habe ich ferner einen kleinen häutigen Discus angetroffen, an dessen äußerer Basis die Staubgefäße entspringen. Die zu *Fimbristylis* gehörigen Pflanzen sind meist tropisch, von den 29 Brownschen Arten kommen bloß zwei außerhalb der Wendekreise vor.

Herr Brown rechnet zu *Fimbristylis*, außer mehreren neuen, folgende bekannte Arten: *Scirpus polytrichoides* Retz. (zu dem nach Hrn. Nees von Esenbeck *Scirpus scaber* Roxb. gehört), *Scirpus junceus* Forst., *Scirpus nutans* Retz. und *Scirpus miliaceus* Thunb. Jap.

Die von Vahl angeführten 24 Species sind, rücksichtlich der Gattung, bis auf zwei richtig bestimmt. Sie heißen 1) *F. acuminatum* Vahl. 2) *F. nutans* Vahl. (*Scirpus nutans* Retz.) 3) *F. serrulatum* Vahl. (eine bloße

forma humilis, monostachya von *F. laxa*.) 4) *F. schoenoides* Vahl. (*Scirpus schoenoides* Retz.; hierher gehört auch nach Herrn Nees v. Esenbeck *Scirpus monostachys* Roxb., und nach meinen Untersuchungen *Isolepis rariflora* Schrad.) 5) *F. hirtellum* Vahl. (gehört zu *F. laxum*.) 6) *F. miliaceum* Vahl. (*Scirpus miliaceus* L., *Isolepis miliacea* Presl., *Trichlostylis miliacea* Nees., *Scirpus tetragonus* Poir., Roxb., *Fimbristylis tetragona* Dietr., *Isolepis tetragona* Schult., *Trichlostylis tetragona* Nees., *Scirpus parviflorus* Willd. herb., *Scirpus benghalensis* Pers. [fide Nees.], *Fimbristylis benghalensis* R. et S., *Fimbristylis emarginata* Wight., *Fimbristylis littoralis* Gaudich.) 7) *F. dichotomum* Vahl. (*Scirpus pallescens* Roxb., *Isolepis pubigera* Schrad.) 8) *F. glaucum* Vahl. 9) *F. aestivale* Vahl. 10) *F. squarrosus* Vahl. (hierher gehört *Isolepis hirta* H. et Kth., *Fimbristylis comata* Nees., *Scirpus aestivalis* Wall. in adn. ad Roxb. Flor.) 11) *F. puberulum* Vahl. (gehört zu *F. laxum*.) 12) *F. diphyllum* Vahl. (*Scirpus miliaceus* Nees., *Isolepis curvifolia* Schrad., *Fimbristylis pilosum et tomentosum* Vahl., *Fimbristylis mauritiana* Nees., *Scirpus fimbriatus* Willd. herb., *Fimbristylis ovalis, cincta, marginata, tristachya et obtusifolia* Nees., *Fimbristylis gracilis* Sieb. Agrost., *Fimbristylis rigidula* Nees.) 13) *F. tomentosum* Vahl. (vide *F. diphyllum*.) 14) *F. pilosum* Vahl. (vide *F. diphyllum*.) 15) *F. arvense* Vahl. (ist die indische Form von *Fimbristylis ferrugineum*.) 16) *F. umbellare* Vahl. (*Scirpus globulosus* Retz., Vahl. [nec Roxb.], *Trichlostylis globulosa* Nees., *Isolepis globulosa* R. et S.) 17) *F. ferrugineum* Vahl. (*Scirpus cinereo-fuscus* Willd. herb., *Fimbristylis castaneum et arvense* Vahl., *Fimbristylis marginata* Labill., *Fimbristylis compressa* R. et S. [fide Nees.], *Scirpus bonariensis* Poir. [fide Nees.], *Scirpus tranquebarensis* Roth. [fide Nees.]) 18) *F. laxum* Vahl. (*Scirpus Candelabrum* Willd. herb. *Fimbristylis Candelabrum* Schult., *Fimbristylis brizoides* Smith., *Isolepis dichotoma* H. et K. excl. syn., *Scirpus annuus* All., *Fimbristylis puberulum et serrulatum* Vahl., *Isolepis varia* Schrad., *Scirpus depauperatus* Willd. herb., *Isolepis depauperata* Link., *Fimbristylis verrucosa* Presl., *Scirpus sulcatus* Ell., *Scirpus Elliottii* Spreng., *Fimbristylis hirtellum* Vahl. [forma depauperata].) 19) *F. castaneum* Vahl. (gehört zu *F. ferrugineum*.) 20) *F. cylindricum* Vahl. 21) *F. spadiceum* Vahl. 22) *F. argenteum* Vahl. (hierher gehört *Scirpus nanus* Poir.) 23) *Fimbristylis pygmaeum* Vahl. endlich ist eine *Isolepis* und 24) *Fimbristylis mucronatum* Vahl. ein junger *Scirpus littoralis*.

Außerdem müssen zu *Fimbristylis* noch folgende Species gerechnet werden: 1) *Scirpus villosus* Poir. (wahrscheinlich einerlei mit *Fimbristylis puberula* [Vahl.] Willd. herb.). 2) *Fimbristylis mariana* Gaudich. 3) *Fimbristylis scaberrima* Nees. 4) *Fimbristylis speciosa* Rhode. 5) *Fimbristylis decora* Nees. 6) *Scirpus glomeratus* Retz. (*Scirpus cymosus* Lam., *Isolepis Haenkei* Presl., *Scirpus rigescens* Willd. herb.) 7) *Scirpus bispicatus* Koenig in Roxb. (*F. bispicata* Nees., *Scirpus tristachyus* Roxb.) und 8) *Scirpus Vahlü* Lam. (*Fimbristylis Vahlü* Link., *Isolepis Vahlü* H. et K.) Die genannten Arten haben sämmtlich einen zweispaltigen Staubweg.

Alle Vahlschen Species, mit Ausnahme von *F. umbellare* et *F. miliaceum*, sind gleichfalls mit einem zweitheiligen Staubwege versehen. Herr Nees v. Esenbeck betrachtet bloß diese als ächte *Fimbristylis*, und bildet aus denen mit einem dreispaltigen Staubwege die Gattung *Trichelostylis*. Außer den bereits genannten beiden Arten *F. miliaceum* und *umbellare* gehören hieher folgende: 1) *Scirpus autumnalis* Linn. (*Fimbristylis autumnalis* R. et S., *Isolepis autumnalis* Presl., *Trichelostylis autumnalis* Nees., *Scirpus mucronatus* Mich., *Scirpus castaneus* Willd. herb.) 2) *Scirpus complanatus* Retz. (*Fimbristylis complanata* Link., *Isolepis complanata* R. et S., *Trichelostylis complanata* Nees., *Scirpus anceps* Willd. et? Roxb., *Isolepis Willdenowii* R. et S., *Cyperus complanatus* Willd., *Fimbristylis autumnalis* var. *indica* Roth., *Isolepis anceps* Dietr.) 3) *Scirpus cinnamometorum* Vahl. (*Trichelostylis cinnamometorum* Nees.) 4) *Scirpus quinquangularis* Vahl. (*Trichelostylis quinquangularis* Nees., *Scirpus pentagonus* Roxb., fide Nees.) 5) *Scirpus obtusifolius* Vahl. (*Isolepis obtusifolia* Beauv., *Trichelostylis obtusifolia* Nees.) 6) *Scirpus falcatus* Vahl. (*Isolepis falcata* R. et S.) 7) *Trichelostylis filiformis* Nees. 8) *Abildgaardia pubescens* Presl. 9) *Isolepis pubigera* Reichenb. (*Isolepis exilis* H. et K.) 10) *Isolepis gracilis* H. et K. (*Fimbristylis gracilis* R. et S.) 11) *Trichelostylis salbundia* Nees. 12) *Fimbristylis Torreyana* Gaud. 13) *Fimbristylis brevifolia* Presl. und 14) *Trichelostylis junciformis* Nees.

Trichelostylis Nees. kann nach meiner Ansicht nicht einmal als Abtheilung der Gattung *Fimbristylis* beibehalten werden, da oft in demselben Individuum der Staubweg bald zweispaltig, bald dreispaltig erscheint, z. B. in *Trichelostylis juncifolia*, *autumnalis* et *filiformis*.

1) *Scirpus festucoïdes* Poir. 2) *Scirpus barbatus* Rottb. (*Isolepis barbata* Brown., Nees., *Scirpus antarcticus* Vahl. [excl. syn.], Roxb., *Scirpus capillaris* L. spec., *Scirpus monander* Roxb. [nec Rottb.], *Isolepis fascicularis* Sieb., Spreng., *Isolepis Sieberi* Schrad., *Cyperus* [*Scirpus*] *capitatus* Willd. herb.) 3) *Scirpus stenophyllus* Ell. (*Dichromena caespitosa* Mühlenb.) 4) *Scirpus filamentosus* Vahl. 5) *Cyperus recurvus* Willd. herb. 6) *Scirpus vestitus* Reichenb. (*Scirpus hirsutus* Willd. herb., *Scirpus barbatus* Vahl. eclog.?) 7) *Isolepis junciformis* H. et K. (*Scirpus juncoides* Willd. herb., *Scirpus Humboldtii* Spreng., *Scirpus luzulinus et congestus* Reichenb.) 8) *Schoenus juncoides* Vahl. 9) *Scirpus tenellus* Willd. herb., Link. (*Fimbristylis tenella* Schult.) 10) *Scirpus puberulus* Poir. (*Scirpus Thouarsii* R. et S., *Isolepis Thouarsii* Nees., *Scirpus cuspidatus* Willd. herb.) 11) *Scirpus capillaris* Pursh. (*Isolepis capillaris* R. et S., Nees., *Scirpus Mühlenbergii* Spr., *Scirpus brachyphyllus* Willd. herb., Link., *Isolepis brachyphylla* Schult., *Scirpus ciliatifolius* Ell., *Scirpus minimus* Vahl. [excl. syn.], *Isolepis trichodes* var. *minima* Schrad., *Scirpus tenuifolius* Rudge, *Isolepis tenuifolia* Dietr., *Isolepis bufonia* H. et K., *Scirpus bufonius* Spr., *Isolepis asperiuscula* H. et K., *Scirpus asperiusculus, fuscus et humilis* Willd. herb., *Isolepis fusca* Link., *Isolepis scabra et ciliata* Presl., *Scirpus densus* Wall., Roxb., *Isolepis densa* Schult., Nees., *Isolepis tenuissima* Don., *Scirpus capillaris* L., *Isolepis tenerrima* Fisch. et Mey.) und einige andere neue Brasilianische und Capische Arten bilden eine kleine Gruppe von Gewächsen, welche mit *Trichelostylis* sehr nahe verwandt ist, sich aber dadurch unterscheidet, daß die Basis des dreitheiligen (höchst selten zweitheiligen) Staubwegs in Gestalt eines kleinen Höckers auf der Frucht stehen bleibt, wie bei *Eleocharis*, von welcher Gattung sich jedoch diese Gewächse durch Habitus und Abwesenheit der Borsten hinlänglich unterscheiden. Die Schuppen sind *carinatae* und am Rücken meist dreinervig. Da sich die verschiedenen Gattungen der Cyperaceen vorzüglich auf das Verhalten des Staubwegs zur Frucht gründen, so verdiente diese Gruppe vielleicht um so mehr eine besondere Gattung zu bilden, da sie sich nicht füglich in einer der bekannten unterbringen läßt.

Über *Abildgaardia* Vahl., Brown.

Abildgaardia ist von *Trichelostylis* allein durch die *Squamae distichae* verschieden. Nach Herrn Nees v. Esenbeck sind diese aber bloß an-

G

fänglich *distichae*, und werden später, bei der Fruchtreife, durch eine leichte Drehung der Spindel, *trifariae*. Der Staubweg ist dreispaltig, an der Basis pyramidenartig verdickt, mit dem Ovarium articulirt und später abfallend. Außer den beiden Vahl'schen Species *Abildgaardia monostachya* (zu der *A. Rottboelliana et indica* Nees., *A. compressa* Presl. und *Xyris brasiliensis* Spr. gerechnet werden müssen) und *A. tristachya* gehören mit Gewißheit hieher *Schoenus pilosus* Willd. herb. (*Abildgaardia pilosa* Nees.), *Abildgaardia fusca* Nees. und *Abildgaardia Eragrostis* Nees. Die letztere, welche einerlei mit *Scirpus* (*Fimbristylis*) *obtusifolius sive Scirpus hybridus* Vahl. herb. fol. 27 ist, bildet einigermassen den Übergang dieser Gattung zu *Schoenus* Brown. *Abildgaardia monostachya* Vahl. herb. fol. 2 ist bestimmt *Fimbristylis schoenoides* Vahl.

Über *Ficinia* Schrad., Nees.

Diese Gattung wurde von Herrn Schrader in seinen *Analecta ad Floram Capensem* aufgestellt, und durch folgende Charaktere beschrieben: *Spicae multiflorae. Glumae undique imbricatae, infima vacua. Perigynium subcyathiforme, trilobum. Stylus tripartitus, deciduus. Nucula perigynio stipata, crustacea.* Vergleicht man die gegebenen Merkmale mit denen von *Isolepis*, so findet sich, daß der Unterschied beider Gattungen bloß auf der Gegenwart oder Abwesenheit eines Discus beruht, welchen Herr Schrader unter dem Namen *Perigynium* mit dem kelchartigen Organe in *Scirpus*, *Rhynchospora* etc. zu verwechseln scheint. Jener Discus ist nämlich in *Ficinia* vorhanden, erscheint hier meist stielartig und an der Spitze dreilappig, fehlt dagegen gänzlich in *Isolepis*. Hiernach hat Herr Schrader zu der erstern mit Recht folgende fünf Arten gezogen: 1) *Ficinia truncata* Schrad. (*Scirpus truncatus* Thunb., *Isolepis truncata* Nees. olim.) 2) *Ficinia filiformis* Schrad. (*Schoenus filiformis* Lam., Vahl. [excl. syn. Thunb.], *Schoenus oliganthos* Steud., *Isolepis oliganthos* Nees., *Scirpus marginatus* Thunb., Vahl., *Scirpus crinitus* Poir., *Isolepis marginata* Dietr., *Bacothryum crinitum* Dietr.) 3) *Schoenus indicus* Lam., Vahl. (hierzu rechnet Vahl *Schoenus Capitellum* Thunb., welche beide zu meiner *Ficinia striata* ⁽¹⁾ gehören.) 4) *Ficinia gracilis*

(¹) Ich rechne hierzu *Schoenus striatus* Thunb., Vahl., *Schoenus indicus* Lam., Vahl., *Schoenus Capitellum* Thunb., *Chaetospora striata et Capitellum* Dietr., *Hypolepis Capitellum* Nees., *Ficinia Capitellum* Nees., *Melanocranis pallida* Nees., *Schoenus coronatus et subserratus*

Schrad. (Herr Nees v. Esenbeck vereinigt hiermit *Scirpus gracilis* Poir., *Trichelostylis gracilis* Nees. olim, *Isolepis gracilis* Schrad.) und 5) *Ficinia setiformis* Schrad. (eine Form meiner *Ficinia striata*.)

Später (im 9^{ten} Bande der Linnaea pag. 292) hat Herr Nees v. Esenbeck die Gattung *Ficinia* mit folgenden Arten bereichert: 1) *Ficinia scariosa* (*Schoenus scariosus* Vahl., nec Thunb.) 2) *Ficinia acuminata* (*Scirpus acuminatus* Steud., *Isolepis acuminata* Nees. olim.) 3) *Ficinia bulbosa* (*Schoenus bulbosus* L. Außerdem gehören folgende Synonyme hieher: *Scirpus capensis* Rottb., Steud., *Isolepis bulbosa* Nees. olim [excl. *Schoeno bulboso* Thunb.], *Scirpus vaginatus* Thunb., Vahl. [fide Nees.], *Schoenus spicatus* Thunb. [fide Schrad.], Vahl., Schrad., *Scirpus bicapitatus* Poir., *Scirpus biceps* R. et S.) 4) *Ficinia brevifolia* (hiermit muß nach meinen Untersuchungen *Melancranis radiata* Vahl. vereinigt werden.) 5) *Ficinia præcusta* 6) *Ficinia atrata* (gehört zu meiner *Ficinia striata*.) 7) *Ficinia pallida* (ist gleichfalls mit *Ficinia striata* nob. zu vereinigen.) 8) *Ficinia Capitellum* (eine Form von *Ficinia striata* nob.) 9) *Ficinia antarctica* (*Isolepis diabolica* R. et S., *Scirpus diabolicus* Steud., *Scirpus antarecticus* Thunb.) 10) *Ficinia Eckloniana* (*Isolepis Steudelii* Schrad., *Scirpus Ecklonianus* Steud.) 11) *Ficinia tristachya* (*Scirpus tristachyus* Rottb., Thunb., Vahl. [excl. syn. L. et Burm.], *Isolepis tristachya* R. et S., *Scirpus Pseudoschoenus* Steud.) 12) *Ficinia filamentosa* (*Isolepis filamentosa* Nees. olim. Von *Scirpus filamentosus* Vahl. sehr verschieden.) 13) *Ficinia laciniata* (*Isolepis laciniata* Schrad.) 14) *Ficinia composita* ⁽¹⁾ (*Hypolepis composita* Nees. olim.) 15) *Ficinia*

Schrad., *Schoenus atratus* Schrad., *Hypolepis atrata* Nees., *Ficinia atrata* Nees., *Ficinia setiformis* Schrad., *Schoenus pallens* Schrad. und *Ficinia pallida* Nees.

(¹) Herr Nees v. Esenbeck stellte diese Species zuerst im 7^{ten} Bande der Linnaea unter dem Namen *Hypolepis composita* auf, und rechnete dazu *Schoenus aggregatus* Thunb., *Scirpus laciniatus* Thunb., *Scirpus acrostachys* Steud. und *Isolepis acrostachya* Schrad.; im 9^{ten} Bande desselben Werkes gab er die Gattung *Hypolepis* mit Recht auf, und änderte daher jenen Namen in *Ficinia composita* um, ohne jedoch der übrigen frühern Synonyme zu erwähnen; in seiner neuesten, im 10^{ten} Bande erschienenen Arbeit über die Capischen Cyperaceen endlich findet sich wieder eine *Ficinia composita* aufgeführt und beschrieben; da aber dabei durchaus keine Synonyme angegeben sind, so kann ich mit Gewißheit nicht ausmitteln, ob sie einerlei mit der frühern ist, wie es die Beschreibung vermuthen läßt. In diesem Falle muß hier wenigstens das zweite Thunbergsche Synonym wegfallen, da Herr Nees von Esenbeck diese Pflanze für eine besondere Art hält, und unter dem Namen *Ficinia laciniata* aufführt.

ixioides 16) *Ficinia picta* 17) *Ficinia semibracteata* 18) *Ficinia contexta* 19) *Ficinia involuta* und 20) *Ficinia laevis*.

Von diesen 20 Arten kenne ich die 7 letztern blofs dem Namen nach, und mufs mir darüber jedes Urtheils enthalten (¹). Was die übrigen 13 betrifft, so habe ich in den 8 erstern den Discus deutlich beobachtet, in den 5 übrigen aber keine Spur davon auffinden können, wobei jedoch zu bemerken ist, dafs ich diese Pflanzen blofs im blühenden Zustande untersuchen konnte. Dieser Discus, wodurch sich *Ficinia*, wie bereits bemerkt, allein von *Isolepis* unterscheidet, erscheint erst in der Frucht vollkommen ausgebildet, und läfst sich zuweilen nur in dieser auffinden. So habe ich davon an *Ficinia gracilis*, im blühenden Zustande, keine Spur wahrnehmen können, während er sich mir später unter der Frucht in Gestalt eines fleischigen Stiels deutlich zeigte. In *Ficinia striata* habe ich ihn mehrmals am Ovarium beobachtet, sehr oft schien er mir aber auch gänzlich zu fehlen. In *Ficinia scariosa*, *filiformis*, *acuminata*, *bulbosa* und *brevifolia* ist er jederzeit vorhanden, und läfst sich schon im blühenden Zustande der Pflanze leicht auffinden. Hiernach wird es wahrscheinlich, dafs mehrere der Neesischen Arten, an denen ich bisher keine Spur des Discus entdecken konnte, sich in dem erstern Falle befinden, den Discus nämlich erst später im Fruchtzustande entwickeln. Nach obigen Bemerkungen möchte ich Anstand nehmen, die Gegenwart eines solchen Discus für wichtig genug zu erachten, um darauf eine Gattung zu gründen, und die damit versehenen Pflanzen für von *Isolepis* hin-

Jener *Scirpus laciniatus* Thunb. wird übrigens in demselben 7^{ten} Bande der Linnaea, wo (pag. 525) er als Synonym von *Hypolepis composita* erscheint, neunzehn Seiten vorher (pag. 506) fragweise zu *Isolepis Eckloniana* β gezogen. (Spätere Anmerk. des Verfassers.)

(¹) Die neueste, von Herrn Nees v. Esenbeck im 10^{ten} Bande der Linnaea publicirte Arbeit hat in obige Angaben einige Änderungen gebracht. So finden sich z. B. von den früher blofs mit Namen angeführten Species hier zwei genauer beschrieben, nämlich *Ficinia ixioides* und *Ficinia involuta*; *Ficinia praecusta* dagegen wird für einerlei mit *F. laevis* erklärt. Als ganz neue Arten kommen folgende hinzu: *Ficinia praemorsa*, *leiocarpa*, *albicans*, *argyropus*, *fascicularis*, *anceps* und *conifera*. *Scirpus fastigiatus* Thunb. wird als eine *Ficinia* betrachtet, zu der vielleicht die mir blofs noch dem Namen nach bekannte *F. picta* gezogen werden mufs. *Scirpus gracilis* Poir., *Trichelostylis gracilis* und *Ficinia gracilis* Schrad. gehören endlich jetzt drei verschiedenen Species an, wovon blofs die letztere in der Gattung *Ficinia* bleibt, die beiden andern aber unter *Isolepis* gesetzt werden. (Spätere Anmerkung des Verfassers.)

länglich verschieden zu halten, wenn sie nicht sämmtlich im Habitus eine große Übereinstimmung zeigten, und ohne Ausnahme dem Vorgebirge der guten Hoffnung angehörten. Ob nämlich die auf der Norfolk-Insel aufgefundene *Ficinia guttata* Endl. wirklich hieher gehört, lasse ich bis zur Ansicht der Pflanze noch unentschieden.

Man mag sich aber hiernach entweder für die Vereinigung oder für die Beibehaltung von *Ficinia* entscheiden, so können auf keinen Fall *Hypolepis* Nees., *Schoenidium* Nees., *Sickmannia* Nees. und *Pleurachne* Schrad. als besondere Gattungen bestehen. Die erste ist bereits von Herrn Nees v. Esenbeck selbst aufgegeben worden. Was die übrigen betrifft, so unterscheidet sich *Schoenidium* von *Ficinia* bloß durch den zweitheiligen Staubweg, während es sich durch seine übrigen Charaktere sehr natürlich an diese Gattung anreihet. Da die Zahl der Abtheilungen des Staubwegs in keinem andern Falle zur Unterscheidung von Gattungen als allein hinreichend betrachtet worden ist, so muß sie in dem gegenwärtigen um so mehr unberücksichtigt bleiben, da sich der Staubweg in *Ficinia guttata* (von der jedoch noch zweifelhaft bleibt, ob sie wirklich hieher gehört), nach Herrn Endlicher, gleichzeitig zwei- und dreispaltig zeigt. Mit noch mehrerem Rechte muß aber *Sickmannia* eingehen, und mit *Ficinia* vereinigt werden, indem sich zwischen beiden Gattungen durchaus kein Unterschied auffinden läßt; denn die von Herrn Nees v. Esenbeck angegebenen Merkmale sind entweder gar nicht vorhanden, z. B. die *Spicula androgyna* und der *Stylus apice tridentatus* (ich finde ihn nämlich jederzeit *trifidus*), oder werden auch gleichzeitig in *Ficinia* angetroffen. Herr Nees v. Esenbeck erwähnt nur einer einzigen Art, die er *Sickmannia radiata* nennt, und zu welcher von ihm *Scirpus radiatus* Thunb., *Schoenus radiatus* Linn. und *Melancranis radiata* Vahl. gezogen werden. Das letzte Synonym gehört aber nicht hieher, sondern zu *Ficinia brevifolia*.

Wie bereits angedeutet worden, ist auch die Schraderche Gattung *Pleurachne* mit *Ficinia* zu verbinden. Der einzige Unterschied nämlich, welcher sich hier wirklich vorfindet, besteht in der Stellung der *Spicae*, welche in *Pleurachne* ährenartig, in *Ficinia* dagegen kopfförmig vereinigt erscheinen; denn diese sind keinesweges, wie Herr Schrader angiebt, *pauciflorae*, sondern *multiflorae*, und die Schuppen, aus welchen sie bestehen, nicht *distichae*, sondern *undique imbricatae*.

Über *Melanocranis* Vahl.

Die Gattung *Melanocranis* Vahl., welche wahrscheinlich auf eine einzige Art, nämlich *M. scariosa* Vahl. beschränkt werden muß (¹), unterscheidet sich von *Ficinia* allein durch den Habitus. Die Ähren sind nämlich auch hier, wie in den meisten Ficiniën, kopfförmig vereinigt, aber durch sehr grofse, hervorstehende, trockne Bracteen getrennt. Außerdem scheinen jene *pauciflorae* zu sein. Der Staubweg ist tief dreispaltig und nicht zweispaltig, wie Vahl, aus Versehen, angiebt. Ich schlage vor, die Gattung noch vorläufig beizubehalten, und auf folgende Weise zu begrenzen:

Melanocranis (richtiger *Melanocranis*) Vahl.

Spicae pauciflorae, capitato-congestae, bracteis distinctae longioribus undique imbricatis membranaceis acuminato-mucronatis, dorso convexis. Squamae undique imbricatae, carinatae. Setae squamulaeque calycinac nullae. Stamina 3. Ovarium disco impositum. Stylus profunde trifidus, basi aequalis, deciduus. Achenium trigonum, obtusum, disco trilobo insidens. — Culmi caespitosi, filiformes. Folia filiformi-capillaria. Capitulum terminale, involucreatum.

(¹) *Melanocranis radiata* Vahl. ist schon bei *Ficinia brevifolia* als Synonym aufgeführt worden, und *Melanocranis nigrescens* Schrad. ist eine blofse Form von *M. scariosa* Vahl.



Über die Linnéischen Gattungen *Scirpus* und *Schoenus*.

Von
H^{rn}. KUNTH.

~~~~~

[Gelesen in der Königlichen Akademie der Wissenschaften am 14. Juli 1836.]

---

## Zweite Abtheilung.

Über *Rhynchospora*, *Dichroma*, *Cladium*, *Machaerina*, *Lepidosperma* und mehrere andere mit ihnen verwandte Gattungen.

---

Eine noch grössere Theilung als *Scirpus* Linn. hat *Schoenus* Linn. erlitten, und die Zahl der daraus gebildeten Gattungen ist jetzt so bedeutend, daß sie die größte natürliche Gruppe in der Familie der Cyperaceen ausmachen. Linné führte in der zweiten Auflage seiner *Species plantarum* zwölf *Schoenus*-Arten auf, welche nach den jetzigen Ansichten fast eben so viel verschiedenen Gattungen angehören. Es ist daher nicht zu verwundern, wenn der von ihm gegebene Charakter nicht auf alle Arten paßt, und fast unverständlich erscheint. Dasselbe läßt sich gleichfalls von der Jussieuschen Begrenzung der Gattung *Schoenus* sagen. Ich halte es für überflüssig, diese Behauptung hier mit weitem Beweisen zu unterstützen, da sie aus dem folgenden von selbst hervorgehen.

Spätere Botaniker bis auf Vahl haben hierin nichts wesentliches geändert, vielmehr dieses Übel durch das Hinzufügen einer Menge neuer, nicht dazu gehöriger Arten vergrößert. Dieser Vorwurf trifft hauptsächlich Thunberg, indem die meisten seiner *Species* seitdem anderweitig ihren Platz gefunden haben, die übrigen aber noch zweifelhaft sind, und es so lange bleiben dürften, bis man Gelegenheit finden wird, davon Original-exemplare zu untersuchen. Die Compileren der damaligen Zeit haben

jene fremdartigen Materialien ohne Kritik aufgenommen, und in der Gattung *Schoenus* vereinigt gelassen. Auf solche Weise finden sich in Willdenow's *Species plantarum* 39 Arten, und Persoon bringt ihre Zahl selbst bis auf 49, obgleich er davon schon in Folge Richardscher Mittheilungen zwei bekannte Arten getrennt, und darauf die Gattungen *Dulichium* und *Dichroma* gegründet hatte.

Vahl fand bei seiner freundschaftlichen Verbindung mit Richard noch mehr Gelegenheit die scharfsinnigen Ansichten und reichen Materialien jenes unsterblichen Mannes kennen zu lernen, und vielfach zu benutzen. Die Gattungen *Rhynchospora*, *Machacrina*, *Melaneranis* sind auf diese Weise entstanden. Ausserdem nahm Vahl die beiden Richard-Persoon'schen Gattungen *Dulichium* und *Dichroma* an, änderte blofs, und zwar mit Unrecht, den letztern Namen in *Dichromena* um. Ungeachtet dieser vorausgegangenen Trennungen zählt bei Vahl die Gattung *Schoenus* noch 48 Arten, welches aber meist Gewächse von sehr verschiedenem Blüthen- und Fruchtbau sind, und worauf der von ihm gegebene kurze und unbestimmte Gattungskarakter daher keinesweges paßt.

Herr Brown benutzte bei Bearbeitung der Neuholländischen Cyperaceen die vorgefundenen Materialien, säuberte die ältern Gattungen von vielem Fremdartigen, begrenzte dieselben durch neue und bestimmtere Charaktere, und bildete mehrere neue Gattungen theils nach ältern, theils nach vorher unbekannten, von ihm oder andern aufgefundenen Arten. Wenn seine Reform nicht gleich den allgemeinen Beifall fand, den sie verdiente, so lag es vielleicht darin, dafs sie sich nicht auf alle bekannte Arten erstreckte, und hauptsächlich, weil sie eine zu grofse Vermehrung der Gattungen und Arten befürchten liefs. Dieses letztere war wenigstens der Grund, welcher mich damals veranlafste, mit einer kleinen Abhandlung über diesen Gegenstand aufzutreten. Wie weit sich seitdem meine Ansichten in dieser Beziehung geändert haben, wird aus dem Folgenden deutlich hervorgehen.

Durch Brown's vortreffliche Arbeiten war aber rücksichtlich der Gattung *Schoenus* noch nicht alles abgemacht und geordnet. Da sich Hr. Brown, wie bereits bemerkt, nicht über alle bekannte Arten erklärt hatte, so enthielt sie noch eine grofse Anzahl von Gewächsen, auf welche der von Hrn. Brown neu aufgestellte Gattungskarakter keinesweges paßte.



Von den Brownschen Ansichten mehr oder weniger durchdrungen und geleitet, suchten spätere Botaniker durch neue Trennungen diesem Übelstande abzuhelpfen. So bildeten theils auf Unkosten der Gattung *Schoenus*, theils mit neuen Materialien Herr Schrader die *Genera Acrolepis, Hemichlaena, Pleurachne, Ecklonia, Melachne* und *Ficinia*, Herr Link die Gattungen *Blysmus* und *Streblidia*, Herr Gaudichaud die Gattungen *Merlotia* und *Baumea*, Herr Adolph Brongniart die Gattung *Pleurostachys* und Herr Desvaux die Gattung *Nemum*.

Palisot de Beauvois beabsichtigte, die Familie der Cyperaceen einer ähnlichen Bearbeitung zu unterwerfen, wie er sie über die Gräser geliefert hat, wurde aber durch einen frühen Tod daran verhindert. Was wir rückichtlich der Gattungen von ihm zu erwarten hatten, läßt sich aus den kurzen Mittheilungen des Hrn. Lestiboudois bloß ahnden. Die Gattungen *Spermodon, Zosterospermum, Schoenopsis, Trasi, Nemochloa* und *Elynanthus* rühren von ihm her, und dürften bis auf eine einzige wohl in der Folge nur noch unter den unnützen Synonymen ihren Platz finden.

Herr Nees von Esenbeck, wahrscheinlich von dem Grundsatz ausgehend, daß sich kleinere Gruppen leichter und schärfer begrenzen lassen, hat sich mit den vielen, auf Unkosten von *Schoenus* gebildeten Gattungen nicht begnügt, sondern noch 16 neue hinzugebracht, so daß auf diese Weise die Zahl derselben mehr als um das Doppelte vermehrt worden ist. Die von ihm neu aufgestellten Gattungen sind folgende: *Morisia, Haplostylis, Mitrospora, Calyptrostylis, Cephaloschoenus, Diplochaete, Ceratoschoenus, Haloschoenus, Echinoshoenus, Chapelliera, Asterochaete, Cyatocoma, Buekia, Sclerochaetium, Sickmannia* und *Schoenidium*. Außerdem behält er die meisten der frühern Gattungen bei, und sucht sie durch feinere Charaktere zu unterscheiden.

Von *Sickmannia* und *Schoenidium* habe ich bereits im ersten Theile dieser Abhandlung gesprochen, und gezeigt, daß beide Gattungen zu *Ficinia* gezogen werden müssen, und also zur Gruppe der Scirpeen gehören. Was von den übrigen zu halten ist, wird sich bei Beleuchtung der einzelnen Gattungen ergeben, welche nach meiner Ansicht vor der Hand beibehalten werden müssen, und meine Gruppe der Rhynchosporéen bilden, welche die gleichnamige Neesische und seine Cladien in sich begreift.

Über *Rhynchospora* Vahl.

Diese Gattung, von Richard aufgestellt, von Vahl publicirt, von Herrn Brown und den meisten neuern Botanikern fast unverändert angenommen, gehört zu den an Arten reichsten dieser natürlichen Gruppe. Sie ist vorzüglich durch die Frucht ausgezeichnet, welche mit der stehenbleibenden, verdickten Basis des Staubweges gekrönt, und von Kelchborsten umgeben erscheint. Obgleich sie eine der natürlichsten ist, so zeigt hier dennoch der Habitus nicht immer die große Übereinstimmung, welche wir in dergleichen Fällen zu beobachten gewohnt sind. Die Ähren erscheinen bald zerstreut stehend, bald büschelförmig vereinigt, bald in dichte Köpfchen zusammengedrängt. Diese Verschiedenheit ist wahrscheinlich die Hauptursache weiterer Trennungen geworden, denn die Gattungen *Morisia*, *Cephaloschoenus* und *Echinoschoenus* scheinen offenbar diesem Umstande ihr Entstehen zu verdanken, da sie im Blüthen- und Fruchtbau durchaus keine wesentlichen Verschiedenheiten mit *Rhynchospora* zeigen.

Rücksichtlich der Form und Länge des schnabelartigen Fortsatzes der Frucht findet bei den einzelnen Arten eine große Mannigfaltigkeit statt, kann aber durchaus nicht zu weiteren Theilungen der Gattung benutzt werden, da ganz ähnliche Arten hierin oft bedeutende Verschiedenheiten zeigen. Der Schnabel erscheint bald ungewöhnlich lang und dünn, wie in *R. longirostris*, *R. triflora*, *R. polycephala* u. a., bald kurz und breit, wie in *R. ciliata* und *R. setacea*. Am häufigsten aber kommen die verschiedenen Zwischenformen vor.

Eine eben so große Verschiedenheit zeigt sich gleichfalls in der Zahl, Länge und sonstigen Beschaffenheit der borstenartigen Organe, welche hier die Stelle des Kelches vertreten. Sie sind meist mit kurzen, steifen Härchen besetzt, welche gewöhnlich nach oben gekehrt sind; nur selten (in *R. fusca* und *R. glomerata*) zeigen sie die entgegengesetzte Richtung. Zuweilen werden diese Asperitäten durch längere, seidenartige Haare ersetzt, welche den Borsten ein federartiges Ansehen geben, z. B. in *Rhynchospora capitata*, *globosa*, *armerioides*, *barbata* und *plumosa*. Sehr nahe verwandte Arten, wie *R. globosa* und *armerioides*, *R. plumosa* und *R. laxa*, zeigen sich hierin verschieden, daher auch noch niemand gewagt hat, darauf weitere Trennungen der Gattung zu gründen. Die Zahl und Länge der Borsten liefern hier eben

so unbeständige Charaktere, und variiren oft in ein und derselben Art. Man findet deren gewöhnlich sechs, zuweilen auch mehr, oft weniger. Die Borsten zeigen sich zuweilen so kurz, daß sie von Herrn Nees von Esenbeck in meiner *R. Wallichiana* übersehen worden sind, oder verschwinden wohl auch zuweilen gänzlich, wie in *R. exaltata*, welche ich bei ihrer großen Ähnlichkeit mit *R. polycephala*, aus diesem einzigen Grunde, nicht von *Rhynchospora* trennen möchte. Ich werde mich in der Folge bei Gelegenheit der Gattung *Dichroma* auf diesen Umstand beziehen.

Nachträglich zu den oben angeführten Beispielen von allmähligem Verschwinden der Kelchborsten verdient noch bemerkt zu werden, daß Herr Nees von Esenbeck die erwähnte *Rhynchospora Wallichiana* als zwei verschiedenen Gattungen angehörig betrachtet, und diejenigen Exemplare, an welchen er die Borsten auffand, unter dem Namen *Haplostylis Meyeni*, diejenigen aber, an denen er sie, wegen ihrer Kürze, übersah, *Morisia Wallichii* nannte. Da sich jene beiden vermeintlichen Gattungen bloß auf die Gegenwart oder Abwesenheit der Borsten gründen, dieser Unterschied hier aber nicht vorhanden ist, so müssen sie schon aus diesem Grunde vereinigt werden. Herr Nees von Esenbeck beschreibt sie außerdem als monöcistisch, was ich vollkommen richtig gefunden habe; es fragt sich aber ob dieser Umstand allein zur Begründung von Gattungen benutzt werden kann, zumal in einer Gruppe von Gewächsen, wo sich fast überall die obern oder untern Blüthen des Ährchens unvollkommen ausbilden. Ich werde mich nie dazu entschließen können, jenes Gewächs von der so ähnlichen *Rhynchospora polycephala* zu trennen, mit welcher letztern übrigens *R. triceps* und viele andere, als verschieden angesehene zusammenfallen. Unbegreiflich bleibt es mir, wie Herr Nees von Esenbeck jenen *Schoenus triceps* von seinem *Cephaloschoenus* (*Rhynchospora mihu*) *polycephalus* entfernen, unter dem Namen *Echinoschoenus* zu einer besondern Gattung erheben, und in eine verschiedene Abtheilung seiner *Rhynchosporeen* setzen konnte.

Eben so wie *Morisia*, *Haplostylis* und *Echinoschoenus* halte ich auch die Neesische Gattung *Mitrospora* für nicht verschieden von *Rhynchospora*, denn die *Setae fugaces vel nullae*, welche den alleinigen Unterschied bilden sollen, halte ich nicht für wichtig genug, zumal da diese Angabe noch dahin berichtigt werden muß, daß die *Setae* meist fehlen, wenn sie aber vorkommen, zwar sehr klein und zart erscheinen, aber keinesweges *fugaces* genannt

werden können, indem sie an der Basis der Frucht jederzeit stehen bleiben. Übrigens zeigt *Rhynchospora polyphylla* Vahl., womit diese Gattung gebildet worden ist, die grösste Ähnlichkeit mit meiner *Rhynchospora Schiedeana*, welche gewifs auch Hr. Nees von Esenbeck als eine ächte *Rhynchospora*-Art betrachten würde.

Eine etwas abweichende Struktur der Anthere fand ich in *Rhynchospora* an mehreren von Herrn Nees von Esenbeck unter dem Namen *Cephaloschoenus* vereinigten Arten, scheint aber von ihm bei Aufstellung seiner Gattung übersehen worden zu sein. Die Antheren sind hier nämlich an der Basis bedeutend zusammengezogen, und enthalten an dieser Stelle keinen Pollen. *R. albiceps* und *R. exaltata*, zwei neue Species, die sich durch ihren Habitus unfehlbar an jene Gruppe anschliessen, zeigen aber diese Verschiedenheit gar nicht, oder wenigstens nur in sehr geringem Grade.

Der Staubweg ist in *Rhynchospora* jederzeit mehr oder weniger zweispaltig, in einigen Arten, z. B. in *R. armerioides*, *Wallichiana*, *barbata*, *polycephala*, *aurea* u. a. überaus lang, und blofs an der Spitze in zwei kurze Lappen getheilt. In diesem letztern Falle wird zuweilen die Theilung übersehen, oder durch das Abbrechen der Spitze unbemerkt, ein Irrthum, in den Herr Nees v. Esenbeck bei Aufstellung der Gattungen *Morisia*, *Haplostylis*, *Cephaloschoenus*, *Calystrostylis* verfallen ist, denen er daher sämtlich, mit Unrecht, einen *Stylus simplex* zuschreibt. Dies würde einen neuen Grund liefern die vorgeschlagene Vereinigung obiger Gattungen mit *Rhynchospora* zu rechtfertigen. Der zwischen dieser und *Cephaloschoenus* ausserdem von Herrn Nees von Esenbeck angegebene Geschlechtsunterschied ist gleichfalls nicht vorhanden, ich finde vielmehr in sämtlichen, von mir beobachteten *Cephaloschoenus*-Arten die obern Blüthen, wie in *Rhynchospora*, jederzeit männlich.

Die Frucht zeigt in der Gattung *Rhynchospora* zwar einige Verschiedenheit rücksichtlich der Form und Oberfläche, ist aber bis jetzt bei Trennungen mit Recht fast unbeachtet geblieben. Dafs sie zuweilen durch die herablaufende Basis des Staubweges geflügelt erscheint, habe ich, meines Wissens, zuerst bemerkt, mich aber geirrt, die Art, an der ich diesen Charakter beobachtete, für neu zu halten. Nach Vergleichung von Original-exemplaren bin ich vielmehr zu der Überzeugung gelangt, dafs meine *Chaetospora pterospora* mit *Schoenus globosus* Rudg., *Scirpus macrostylis* Spreng.



und *Haplostylis bahiensis* Nees. zu *Schoenus barbatus* Vahl. gehört, und also eine ächte *Rhynchospora* ist. Herr Nees von Esenbeck gründet auf jene Verschiedenheit eine Unterabtheilung seiner Gattung *Haplostylis*, die er *Pterorhynchium* nennt, und eben so wenig wie die ganze Gattung beibehalten zu werden verdient, da sich bei ganz ähnlichen Arten, wie in *R. Wallichiana* und *polycephala*, nicht diese, sondern die gewöhnliche Fruchtbildung vorfindet.

Unter den von Herrn Nees von Esenbeck zur Gattung *Cephaloschoenus* gezogenen Arten findet sich eine, welche er für neu hält, und *Cephaloschoenus divergens* nennt. Sie scheint in allen Stücken mit *Rhynchospora aurea* übereinzustimmen, und sich von dieser als Species nicht wesentlich zu unterscheiden. Ich besitze sie aus verschiedenen Gegenden, unter andern auch, in einem sehr unvollkommenen Exemplare, aus den Marianen, von meinem Freunde Gaudichaud gesammelt. Sonderbar ist, daß diese letztere Pflanze der Typus einer neuen Gattung geworden, und von Herrn Nees von Esenbeck unter den Namen *Calyptrostylis Gaudichaudii* bekannt gemacht worden ist. Daß hierbei meinerseits kein Irrthum obwaltet, geht aus dem Umstande hervor, daß Herr Nees von Esenbeck die verschiedenen Exemplare meines Herbariums untersucht und selbst benannt hat. Hiernach findet sich also ein und dieselbe Species von Herrn Nees von Esenbeck in drei verschiedenen Gattungen zweier besondern Abtheilungen aufgeführt, nämlich in *Rhynchospora* als *R. aurea*, in *Cephaloschoenus* als *C. divergens* und in *Calyptrostylis* als *C. Gaudichaudii*. Herr Nees von Esenbeck hält ferner *Schoenus floridus* Rudg. für eine zweite Art seiner neuen Gattung, wahrscheinlich ohne darauf geachtet zu haben, daß bereits seit 26 Jahren Herr Brown diese Pflanze zu *Rhynchospora aurea* rechnet. *Calyptrostylis Rudgei* Nees. würde auf diese Weise das vierte Synonym jener Pflanze sein. Daß sich übrigens die Gattung *Calyptrostylis* Nees. durch keine wesentlichen Merkmale von *Rhynchospora* unterscheidet, geht von selbst aus folgendem von Herrn Nees von Esenbeck aufgestellten Charakter hervor: *Spicae hermaphroditae, basi apiceque steriles. Perigynii setae 6. Stylus simplex, basi incrassatus. Caryopsis compresso-hexagona, scrobiculata, styli basi crassa calyptrata.*

Was von *Diplochaete* und *Ceratoschoenus* zu halten ist, wage ich ohne Ansicht der Pflanzen nicht zu entscheiden. Herr Nees von Esenbeck

läßt sie auf *Rhynchospora* folgen, was ihre nahe Verwandtschaft mit dieser Gattung anzudeuten scheint.

#### Über *Dichroma* Persoon.

Von *Rhynchospora* bloß durch den Mangel der Borsten verschieden, denn die *Fructus transverse undulato-rugosi* würden keinen Gattungsunterschied liefern, selbst wenn sie sich überall vorkänden; in *Dichroma rigida*, *speciosa* und *consanguinea* aber sind die Früchte nicht runzlich, sondern mit kleinen warzenartigen Punkten besät.

So lange sich diese Gattung auf die fünf Vahl'schen Arten beschränkte, zeigte der Habitus etwas eigenthümliches, und der Name derselben war selbst von der verschiedenen Färbung des Involucrum's hergenommen. Seitdem man aber *Rhynchospora*-Arten mit dem Habitus von *Dichroma*, und umgekehrt *Dichroma*-Arten mit dem Habitus von *Rhynchospora* aufgefunden hat, fällt dieser Unterschied gänzlich weg, und es bleibt selbst fast kein Grund mehr übrig, diese Gattung beizubehalten, da ich eine *Dichroma* (*D. rigida*) besitze, die zwei kleine *Setulae* zeigt, und es umgekehrt *Rhynchospora*-Arten giebt, an denen die Borsten sehr kurz sind, wie in *R. Wallichiana*, oder selbst zuweilen gänzlich verschwinden, wie in *R. exaltata*.

Wird aber die Gattung beibehalten, so muß dazu nach meiner Überzeugung *Haloschoenus* Nees. gezogen werden, da die als Unterschied angegebenen *Spiculae polygamae* sich auch bei *Dichroma* vorfinden, und das *Perigynium fructus quadrilobum breve* selbst an Original Exemplaren von mir nicht hat aufgefunden werden können, also auch wohl nie vorhanden gewesen ist. Um so mehr muß man sich wundern, daß Herr Nees von Esenbeck beide Gattungen weit entfernt in zwei verschiedene Abtheilungen setzt, nämlich *Haloschoenus* unter die Rhynchosporeen, in die Nähe von *Rhynchospora*; *Dichroma* dagegen, welche, wie wir eben gesehen haben, von *Rhynchospora* schwerlich zu unterscheiden sein dürfte, unter die Scirpeen, neben *Isolepis*. Gelegentlich muß ich noch bemerken, daß *Haloschoenus sparsus* und *pygmaeus* Nees. derselben Species angehören, und beide zu *Rhynchospora micrantha* gezogen werden müssen.

*Spermodon* Beauv. et Nees., von Richard früher mit dem Namen *Triodon* belegt, kann eben so wenig eine besondere Gattung bilden. Der einzige Unterschied, welcher angegeben wird, besteht darin, daß hier die

Frucht an der Spitze buchtig eingedrückt ist, und zu beiden Seiten ohrförmige Lappen zeigt, was Herr Nees von Esenbeck weniger passend durch *Caryopsis apice bidentata* ausdrückt. Diese eigenthümliche Bildung zeigt sich allein bei *Schoenus setaceus* Vahl., und dient dazu, diese Pflanze von allen verwandten zu unterscheiden. Die Ähnlichkeit mehrerer derselben ist in der That so groß, daß sich Herr Nees von Esenbeck dadurch bewogen fand, eine dieser Arten zu *Spermodon* zu ziehen, obgleich sie den geforderten Gattungskarakter nicht besitzt, wie es der Name *Spermodon edentulus* hinlänglich andeutet. Hiermit scheint mir Herr Nees von Esenbeck selbst das Urtheil über seine Gattung gesprochen zu haben.

*Dichromena squarrosa* Link. Jahrb. ist, gelegentlich bemerkt, eine neue *Rapatea*, also einer sehr verschiedenen Familie angehörig.

#### Über *Pleurostachys* Brongn.

Diese Gattung, von Herrn Adolph Brongniart aufgestellt, unterscheidet sich von der nahe verwandten *Rhynchospora* bloß durch den eigenthümlichen Habitus, die kurzen, unter der Frucht stehenbleibenden Schuppen, und die fedrigen Kelchborsten.

Herr Nees von Esenbeck hat eine neue Trennung dieser Gattung für nöthig gefunden, gründet sie aber auf Unterschiede, welche mir, da ich die beiden zu seiner *Nemochloa* gezogenen Arten nicht in vollständigen Exemplaren besitze, weder aufzufinden, noch zu verstehen vergönnt ist. In *Pleurostachys* nämlich soll der *Stylus deciduus* sein, und die Frucht (Nur Nees.) *in vertice delapsis stylis bipunctatus*, bei *Nemochloa* dagegen heißt es: *Stylus ab ovario rostrato-attenuato deciduus; caryopsis in rostrum angustum attenuata*. In meinen *Pleurostachys*-Arten, welche auch die Neesischen sind, fällt aber der *Stylus* keinesweges ab, sondern zeigt sich, wie bei *Rhynchospora* und *Dichroma*, an der Spitze der Frucht in Gestalt eines schnabelartigen Ansatzes, was folglich ganz im Widerspruch mit der von Herrn Nees von Esenbeck gegebenen Beschreibung steht, und mich vermuthen läßt, daß wenigstens hierin zwischen *Nemochloa* und *Pleurostachys* keine Verschiedenheit statt findet.

Über *Ecklonia* Schrad.

Im Habitus der *Dichroma setacea* (*Spermodon setaceus* Nees.) ähnlich, durch Blüten- und Fruchtbildung aber am nächsten mit *Rhynchospora* verwandt, vorzüglich mit den Arten, welche fedrige Kelchborsten zeigen, z. B. *R. armerioides*, *capitata* etc.

Diese Gattung dürfte beizubehalten sein, indem sie sich durch die eigenthümliche Form der Kelchblätter auszeichnet. Es finden sich nämlich deren jederzeit nur drei, sie sind schmal, nach unten fedrig, nach oben in drei grannenartige Spitzen auslaufend, wovon die mittelste die zur Seite stehenden an Länge übertrifft. Die Form der Frucht, auf der äußern Seite erhaben stumpfeckig, scheint anzudeuten, daß der ungleich dreitheilige Staubweg hier nicht zu vernachlässigen ist. Die stehenbleibende schnabelartige Basis des Staubwegs erscheint außerdem an der Spitze haarig.

Über *Arthrostylis* Brown.

*Arthrostylis aphylla*, die Pflanze, worauf sich dies Genus gründet, ist mir unbekannt, wenn aber *Rhynchospora pauciflora* Willd. herb. n. 1143 fol. 1 und *R. echinata* Willd. herb. n. 1144 fol. 1 (*specimen sinistrum*) wirklich eine zweite Art (meine *Arthrostylis Thouarsii*) bilden, so dürfte sich diese Gattung von *Dichroma* bloß durch den dreispaltigen, abfallenden Staubweg und die dreieckige Frucht unterscheiden, was mit der Brown'schen Bemerkung *differt a Rhynchospora stylo decido et defectu setarum* keinesweges in Widerspruch stehen würde.

Über *Cladium* Patrin Browne.

Diese merkwürdige Gattung, welche Linné und die Botaniker seiner Zeit gänzlich vernachlässigt hatten, wurde zuerst wieder von Herrn Schrader ins Leben gerufen, und seitdem allgemein angenommen. Ob Herr Schrader aber ihre eigenthümliche Struktur gehörig verstanden hat, geht aus seiner Beschreibung nicht recht deutlich hervor; er sagt nämlich von *Cladium germanicum*: *Nux putamine duplici: exterius substantiae tenuioris ac fragilis, ex ovata basi in apicem subtrigonum, obsolete corrugatum desinens, pagina exteriori laevissima, nitida, castanea, interiori farina tenui virescente adspersa. Putamen interius subrotundum, crassiusculum, osseum, griseum, nitore*



*expers, striis 4 concentricis exaratum, nullatenus vero quadrialatum, ut a pluribus describitur. Nucleus putaminis interioris cavitati conformis, punctato-scaber, ex pallescente albidus.*

Diese Beschreibung ist zwar richtig, enthält aber viel Außerwesentliches, und sagt durchaus nicht, wie jene sonderbare Fruchtbildung entsteht. Um dieselbe einzusehen, ist es nöthig, das Pistill zu untersuchen, und seine allmähliche Umbildung in Frucht zu verfolgen. In jenem jüngern Zustande bemerkt man nämlich ganz deutlich, daß der Fruchtknoten (welcher ein aufrechtes Eichen enthält) allmählich in die verdickte Basis des Staubweges übergeht, und von derselben kaum durch eine schwache Einschnürung getrennt wird. Bei der Ausbildung des Ovariums in Frucht (*Achenium osseum*) tritt dieses allmählich in die gleichzeitig anschwellende schwammige Basis des Staubweges hinein, wird endlich von derselben gänzlich umhüllt, und verwächst mit ihrer innern Wand; daher die raue Beschaffenheit seiner Oberfläche bei nachheriger Trennung.

Ich habe bei *Cladium triglomeratum* Nees., zu der *Scleria triglomerata* Mich., *Schoenus mariscoides* Mühlenb. und *Schoenus inermis* Willd. gehört, eine ganz gleiche Fruchtbildung beobachtet, und halte diese Pflanze daher nur für eine kleinere Form von *Cladium germanicum*, mit welchem Herr Brown schon *Schoenus Cladium* und *Schoenus effusus* Swartz., unter dem Namen *Cladium Mariscus*, vereinigt hat.

Es ist zu verwundern, daß dieser genaue Beobachter, indem er die Gattung *Cladium* annahm, jenen eigenthümlichen Bau der Frucht gänzlich übersehen hat, sie als eine *Nux calva* beschreibt, und zu dieser Gattung eine Menge von neuholländischen Arten rechnet, die auf keinen Fall hierher gehören, sondern vielmehr in vielen Stücken mit seiner Gattung *Schoenus* übereinzustimmen scheinen. Da ich von den letztern keine vollständigen Exemplare besitze, so muß ich es bei der ausgesprochenen Vermuthung bewenden lassen. Auch Herrn Nees von Esenbeck trifft jene Bemerkung, indem er die *Nux* als mit einem *Pericarpium apicem versus incrassatum suberosum* versehen beschreibt. Herr Link sagt *Tunica caryopsis perigynio Caricis similis, comitatur styli basin et ubi solvitur stylus desinit*, was gleichfalls mit meiner gegebenen Beobachtung nicht übereinstimmt, auch nicht die sonderbare Fruchtbildung dieser Gattung erklärt.

Vielleicht wäre es endlich passender gewesen, der Gattung *Cladium* den Linnéischen Namen *Schoenus* zu erhalten, da die Gruppe von Gewäch-

I

*Physikal. Abhandl. 1835.*

sen, welche Herr Brown ganz willkürlich mit diesem Namen bezeichnet, keine einzige der ältern Linnéischen Species in sich begreift.

#### Über *Caustis* Brown.

Diese Gattung scheint mit den neuholländischen *Cladium*-Arten sehr nahe verwandt, und von denselben vielleicht gar nicht verschieden zu sein. Da ich nur eine Species (*C. flexuosa*), und zwar allein im blühenden Zustand zu untersuchen Gelegenheit hatte, so glaube ich mich aller weitern Bemerkungen über die Haltbarkeit dieser Gattung entbunden.

Als eine vor der Hand noch zweifelhafte Art der Gattung *Caustis* möchte ich *Gahnia psittacorum* Sieb. Agrostotheca no. 13 betrachten. Dafs diese Pflanze nämlich von der gleichnamigen Labillardièreschen sehr verschieden und keine *Gahnia* ist, erkannte schon Herr Presl, und gründete darauf seine Gattung *Epiandra*, welchen Namen er später in *Didymonema* umänderte. Herr Nees von Esenbeck erwähnt dieser Gattung nicht, scheint sie vielmehr gänzlich übersehen zu haben, und zieht die Siebersche Pflanze zu *Caustis pentandra*, während er eine andere, in derselben Sammlung unter no. 36 ausgegebene, von jener sehr verschiedene, gleichfalls dafür erklärt. Diese letztere scheint in der That die ächte Brownsche Art zu sein. Obgleich also hiernach jene Vereinigung zu verwerfen ist, so geht dennoch daraus, noch mehr aber aus nachfolgender Beschreibung, die nahe Verwandtschaft jener von Sieber fälschlich *Gahnia psittacorum* genannten Pflanze mit *Caustis* hervor. Die *Spicae* enthalten in dem mir vorliegenden Sieberschen Exemplare jederzeit zwei Blüthen, wovon allein die obere fruchtbar ist, und werden von sechs Schuppen gebildet, welche nach allen Richtungen sich dachziegelartig decken, und blofs an der Spitze der Ähre Blüthentheile umschliessen. Diese beschränken sich in der untern Blüthe auf vier Staubgefäße und ein unvollkommenes Pistill mit dreitheiliger Narbe. An der Stelle der obern Blüthe fand ich blofs die Frucht. Sie zeigte sich mir länglich, stumpfdreieckig, am äufsersten Ende zugespitzt und etwas haarig, und mit vier langen Staubfäden umgeben. Der Same erfüllt den innern Raum des Pericarpiums, und erscheint an seiner Oberfläche vollkommen glatt und eben. Diese Charaktere stimmen bis auf den Staubweg, welchen ich nicht gesehen habe, mit *Caustis* vollkommen überein. Es bleibt blofs noch an vollkommnern Exemplaren als die meinigen zu ermitteln übrig,

ob die von mir an der Frucht bemerkte haarige Spitze dem Pericarpium angehört, oder die stehenbleibende Basis des Staubweges ist. Wenn sich dies letztere bestätigen sollte, würden alle Zweifel über die definitive Vereinigung dieser Gattung mit *Caustis* gehoben sein.

#### Über *Elynanthus* Beauv.

Unter denen uns von Herrn Lestiboudois aus dem Beauvoisschen Nachlasse mitgetheilten Gattungen scheint *Elynanthus* die einzige haltbare zu sein, und ist daher auch mit Recht von Herrn Nees von Esenbeck beibehalten worden. Sie begreift außer *Schoenus compar* Linn. (zu welcher *Schoenus arenarius et viscosus* Schrad., *Elynanthus compar, arenarius et viscosus* Nees., *Rhynchospora nitida* Spreng. und *Schoenus pungens* Willd. herb. gehört) und *Schoenus cuspidatus* Rottb. (*Elynanthus cuspidatus et filiformis* Nees., *Chaetospora cuspidata* Nees., *Fuirena filifolia* Reichenb.) mehrere neue Arten in sich, und zeichnet sich durch folgende Charaktere aus:

#### *Elynanthus* Beauv.

*Spicae 1-4-florae; flos terminalis hermaphroditus, 3-, interdum 4-6-ander; reliqui masculi, pistillo effeto, 5-8-andri. Squamae distichae. Setae squamulaeque calycinae nullae. Stylus trifidus, basi bulboso-incrassatus, in achenio triangulari persistens.*

Hiernach dürfte sich *Elynanthus* in vielen Stücken der Gattung *Caustis* nähern.

#### Über *Lepisia* C. B. Presl.

Von *Elynanthus* bloß durch *Flores triandri* und durch den *Stylus basi pyramidato-incrassatus, cum fructu continuus* unterschieden, also kaum als Gattung beizubehalten.

#### Über *Buekia* Nees ab Esenb.

Eine Neesische Gattung, welche sich auf eine einzige Art, *Schoenus punctorius* Vahl., beschränkt, und wegen der *Setae octo, longissimae*, des *Stylus longissimus, apice sexfidus, basi bulbo-incrassatus* aufgenommen zu werden verdient, und am nächsten mit *Asterochaete* verwandt zu sein scheint. Man muß hier nothwendig drei verwachsene Staubwege annehmen, wovon jeder an der Spitze gespalten ist.

Über *Ideleria*.

Eine von mir aufgestellte, neue Gattung, welche sich von *Asterochaete* hauptsächlich durch die doppelte Zahl der Staubgefäße unterscheidet, und an folgenden Merkmalen zu erkennen ist:

*Ideleria*.

*Spicae biflorae; flore utroque hermaphrodito? Squamae paucae, distichae, carinato-naviculares; inferiores vacuae. Setae 5, capillares, hyalino-albidae, superne? pubescentes; duae multo breviores et tenuiores. Stamina 6. Stylus trifidus, basi conico-incrassatus ibique hispidus. Achenium ..... Culmi trigoni, foliati, scabri. Folia angusta, rigida, canaliculata, margine scabra. Pedunculi axillares et terminales, fasciculati, polystachyi; spicis fasciculato-conglomeratis, brachiatis.*

Diese neue Gattung beschränkt sich gegenwärtig auf eine Art, welche Herr Drège am Vorgebirge der guten Hoffnung gesammelt, und mir, auf Veranlassung des Herrn Professors E. Meyer in Königsberg, mit vielen andern Pflanzenschätzen zur Publication mitgetheilt hat. Wahrscheinlich gehört *Carpha hexandra* Nees. hieher, und ist vielleicht selbst einerlei mit meiner *Ideleria capensis*.

Ich wünschte bei Benennung dieser Gattung das Andenken eines Jünglings (Edward Ideler) zu ehren, welchen vorzügliche Anlagen des Geistes und Herzens, ein großer und unbegrenzter Eifer, vielseitige und gründliche Kenntnisse unter die edelsten unserer Hochschule setzten, welcher mir als Schüler lieb und theuer geworden war, und mit welchem ich mich einst zu gemeinschaftlichen Arbeiten zu verbinden gedachte. Sein früher Tod hat leider diese und andere schöne Hoffnungen schmerzlich zerstört, und ihn verhindert, einen schon in vielen andern Wissenschaften hochgefeierten Namen, seinerseits auch in der Botanik zu verewigen.

Über *Asterochaete* Nees ab Esenb.

Herr Nees von Esenbeck stellt diese Gattung im 9<sup>ten</sup> Bande der *Linnaea* auf, und rechnet dazu *Schoenus glomeratus* Thunb. (*S. dactyloides* Vahl.) und zwei neue Arten, welche er *Asterochaete angustifolia* und *A. capitata* nennt, nachdem er früher, im 7<sup>ten</sup> Bande desselben Werks, die Thunbergsche Pflanze zu *Carpha* gerechnet hatte. Seine neue Gattung wird



von ihm mit folgenden Worten charakterisirt: *Perigynium setosum. Stylus trifidus. Nux trigona, pericarpio tenui, mucronata. Spiculae glomeratae, pauciflorae, squamis suffultae*. Vergleicht man hiermit die gleichzeitig von *Carpha* gegebenen Gattungsmerkmale, so scheint sich nach Herrn Nees von Esenbeck der einzige Unterschied derselben auf die Natur der Frucht zu gründen, denn er sagt von diesem Genus: *Perigynii setae 3-6, elongatae, plumosae aut antrorsum hispidulae. Stylus elongatus, trifidus. Caryopsis triquetra, in stylum cuspidata*. Hiernach hat also *Carpha* eine *Caryopsis in stylum cuspidata* und *Asterochaete* eine *Nux mucronata, pericarpio tenui*. Da aber Herr Nees von Esenbeck unter *Caryopsis* etwas ganz anderes als Richard versteht, nämlich das *Achenium* des letztern, und (in *Linnaea* 9. p. 252) den Unterschied zwischen Caryopse und Nüßchen (was also durch *Nucula*, nicht durch *Nux* zu übersetzen wäre) blofs in einer größern oder geringern Verdickung des Pericarpiums sucht, so scheint der Zusatz bei *Asterochaete* „*Pericarpium tenue*“ dem Begriff der *Nux* zu widersprechen. Übrigens schreibt Herr Brown, der Begründer der Gattung *Carpha*, dieser eine *Nux* zu. Ich muß daher vermuthen, daß Herrn Nees von Esenbeck der Unterschied zwischen diesen beiden Gattungen nicht ganz klar gewesen ist, da er seine *Asterochaete* früher zu *Carpha* rechnete, und sich noch jetzt wirkliche *Asterochaete*-Arten bei ihm unter *Carpha* finden.

Ich kenne von der Gattung *Carpha* nur eine Art, nämlich *C. alpina* Brown. Diese hat ein *Achenium* (*Nux* Brown.) *oblongo-prismaticum, triangulare, stipitatum, apice in stylum attenuatum*, welches mit 6 fedrigen Kelchborsten umgeben ist. Dieser letztere Charakter findet sich nach Herrn Brown jedoch nur in zwei Arten. Die übrigen haben kahle, haarförmige Borsten. Der Staubweg von *C. alpina* ist an der Basis keinesweges verdickt, und bleibt blofs theilweise in der Frucht stehen, was auch mit der von Herrn Brown gegebenen Beschreibung vollkommen übereinstimmt. Hiernach setzt dieser ganz passend seine Gattung zwischen *Rhynchospora* und *Chaetospora*.

In *Asterochaete glomerata* erscheint die Frucht gleichfalls als ein dreieckiges, an der Basis mit Borsten umgebenes *Achenium*, ist aber mit der pyramidenartig verdickten Basis des Staubweges gekrönt. Eine ganz ähnliche Struktur der Frucht fand ich bei *Schoenus radiatus* Forst. (*Schoenus arundinaceus* Vahl., *Carpha arundinacea* Brongn., *Carpha Urvilleana* Gaudich. et Nees.), *Schoenus elongatus* Willd. herb. und *Schoenus nitens* Willd. herb.

(*Carpha Aubertii* Nees.), welche ich daher vorläufig als zu *Asterochaete* gehörend betrachte. Die letztere Art entfernt sich jedoch etwas von jener Gattung, indem hier der Staubweg mit der Frucht articulirt erscheint, und sich in der Folge von derselben trennt. Sie verhält sich daher zu *Rhynchospora*, wie *Arthrostylis* zu *Dichroma*, oder ist vielmehr eine mit Borsten versehene *Arthrostylis*. Dies alles beweist hinlänglich, wie sehr auch in dieser Gruppe von Gewächsen, wie überall, die Charaktere sich verschiedentlich zusammenstellen, in einander übergehen, und wie behutsam man daher bei Aufstellung neuer Gattungen verfahren muß.

Nach den vorausgegangenen Bemerkungen dürften die wesentlichen Merkmale beider Gattungen auf folgende Weise zu stellen sein:

*Carpha* Brown.

*Spicae* 1-2-florae. *Squamae* distichae; inferiores vacuae. *Setae calycinae* 3-6, *squamae* floriferas aequantes, plumosae vel capillares. *Stylus* subulatus, cum ovario articulatus, 3- v. 2-fidus. *Achenium* (Nux Brown.) prismaticum, stylo persistente cuspidatum.

*Asterochaete* Nees ab Esenb.

*Spicae* biflorae; flore utroque hermaphrodito. *Squamae* paucae, distichae, carinato-naviculares; inferiores vacuae. *Setae calycinae* hispidae vel pubescenti-plumosae, persistentes. *Stamina* 3. *Stylus* trifidus, basi pyramidato-incrassatus. *Achenium* triangulare, basi persistente styli mucronatum vel rostratum, setis persistentibus cinctum.

Hiernach nähert sich also *Asterochaete* am meisten der Gattung *Rhynchospora*, und unterscheidet sich von derselben bloß durch die dreieckige Frucht und den etwas abweichenden Habitus. *Carpha* stimmt dagegen in vielen Stücken mit *Chaetospora* überein, und entfernt sich von *Asterochaete* hauptsächlich durch den überall gleichdicken Staubweg.

*Carpha hexandra* Nees. scheint zu keiner der beiden Gattungen zu gehören, vielmehr, wie bereits bemerkt worden, sich der Gattung *Ideleria* anzuschließen.

Über *Machaerina* Vahl.

Nach der so eben gegebenen Begrenzung der Gattung *Asterochaete*, dürfte sich *Machaerina* kaum von jener unterscheiden lassen, wie aus folgender Beschreibung hervorgeht:

*Machaerina* Vahl.

*Spicae subseptemflorae. Squamae distichae, carinato-naviculares, persistentes; duae inferiores vacuae. Setae calycinae 6, superne hispidulo-pubescentes, persistentes. Stamina 3. Stylus trifidus, basi conico-incrassatus. Achenium pyriforme, stipitatum, interne planiusculum, externe convexo-angulatum, laeve, nitidum, rostratum; rostro continuo, conico, puberulo. — Culmus anceps, foliatus. Folia lineari-ensiformia, equitantia. Panicula ramosa, subfoliata. Spicae in ramulis ternae, bracteis duabus inclusae; laterales minores, imperfectae (semper?).*

Hiernach zeigen sich alle wesentliche Merkmale übereinstimmend, blofs die Ähren sind in dieser mehrblüthig, in *Asterochaete* dagegen zweiblüthig, auch unterscheidet sich *Machaerina* durch einen eigenthündlichen Habitus, und nähert sich in dieser Rücksicht mehr der Gattung *Lepidosperma*. Sollte in der Folge eine Vereinigung beider Gattungen für nöthig gefunden werden, so müfste nothwendig der frühere Vahl'sche Name den Vorzug vor den spätern Nees'schen behaupten.

Über *Vincentia* Gaudich.

Von *Machaerina* blofs durch die *Squamae undique imbricatae*, und die Abwesenheit der Kelchborsten verschieden. Sie beschränkt sich ausserdem kaum auf mehr als eine Species, *Vincentia latifolia* mihi, zu der *Scirpus indifolius* Bory. (nicht Poiret.), *Scirpus lacinarum* Poir. und *Lepidosperma ensifolia* Willd. herb. no. 1089 als Synonyme gehören; denn die von Gaudichaud unter dem Namen *Vincentia angustifolia* aufgestellte, ist wohl nichts als eine schmalblättrige Form von jener. Ob *Scirpus anceps* Poir. (*Lepidosperma anceps* Willd. herb. et Link. hierher oder vielmehr zu *Chapelliera* gehört, wage ich, bei dem Mangel an vollständigen Exemplaren, mit Gewifsheit nicht zu entscheiden.

*Vincentia latifolia* zeigt im äufsern Ansehen eine so grofse Übereinstimmung mit *Machaerina restioides* Vahl., dafs sie von mehreren Botanikern fälschlich mit dieser verwechselt worden ist. So trägt z. B. im Königlichen Herbarium zu Paris jene Pflanze den Vahl'schen Namen; Herr Gaudichaud hielt früher (in Freycinet, *Voy. autour du Monde, partie botanique* 104.) seine *Vincentia ensifolia* für *Machaerina restioides* Vahl., und Herr Link (in Jahrb. 3. 75) verfallt in denselben Irrthum, wenn er die Vahl'sche Pflanze

als Synonym zu *Lepidosperma ensifolia* Willd. zieht. Folgendes ist der Gattungscharakter:

*Vincentia* Gaudich.

*Spicae subsexfloae. Squamae undique imbricatae, carinato-convexae; inferiores minores summaeque vacuae. Setae squamulaeque calycinae nullae. Stamina 3. Ovarium stipitatum, triangulare; angulis membranaceis, in stipitem decurrentibus. Stylus trifidus, inferne incrassatus, triangularis, cum ovario continuus. Achenium . . . . — Culmi compresso-subancipites, foliati. Folia rigida, ensiformia, equitantia, basilaria disticha. Paniculae pedunculatae, ramosae, ex axillis foliorum superiorum per fasciculos erumpentes, paniculam constituentes ramosissimam terminalem.*

Über *Baumea* Gaudich.

Auch *Baumea* ist eine von den kaum beizubehaltenden Gattungen, indem sie sich, wie aus nachstehendem Gattungscharakter hervorgeht, von *Vincentia* bloß durch die *Spicae 1-2-florae* und die *Squamae subdistichae* unterscheidet. Der Habitus zeigt sich in beiden vollkommen ähnlich. Auch mit der Brownschen Gattung *Caustis* scheint *Baumea* in den meisten Merkmalen übereinzustimmen. Auf jeden Fall sind dergleichen Gattungen nicht zur Nachahmung zu empfehlen.

*Baumea* Gaudich.

*Spicae 1-2-florae. Squamae perpaucae, subdistichae, carinato-naviculares. Setae squamulaeque calycinae nullae. Stamina 3. Stylus profunde trifidus, basi conico-incrassatus, sericeo-hirsutus. Achenium sessile, osseum, obsolete trigonum, basi styli persistente conica continua sericeo-hirsuta rostratum. — Culmi compresso-ancipites, foliati. Folia equitantia, disticha, lineari-ensifolia, rigida. Pedunculi polystachyi, ex axillis foliorum superiorum per ternos vel plures erumpentes, paniculum referentes terminalem, simplicem vel compositam.*

Herr Nees von Esenbeck zieht zu seiner *Baumea glomerata*, welche er früher im Meyenschen Herbarium *Trachyrhynchium iridifolium* nannte, die Gaudichaudsche Pflanze, von der sie jedoch verschieden zu sein scheint.



Über *Chapelliera* Nees ab Esenb.

Diese Gattung zeigt mit dem Habitus von *Baumea* alle Charaktere der Brownschen Gattung *Schoenus*, und dürfte daher, von dieser kaum als hinlänglich verschieden, beizubehalten sein. Sie beschränkt sich auf eine einzige Art, nämlich *Chapelliera iridifolia* Nees., zu der *Scirpus iridifolius* Poir. (nicht Bory.) und *Lepidosperma iridifolia* Willd. herb. et Link. gehören. Ich schlage vor, sie folgendermassen zu charakterisiren:

*Chapelliera* Nees ab Esenb.

*Spicae* 3-4-florae; flore terminali tabescente. *Squamae* 5-6, distichae, carinato-naviculares, persistentes. *Setae squamulaeque calycinae* nullae. *Stamina* 3. *Stylus trifidus*, basi aequalis. *Ovarium apice subgloboso-incrassatum et hirtellum*. *Achenium osseum, obovato-ellipticum, trigonum, apice rotundatum, erostre, basi cuneatum*. — *Culmus anceps, foliatus*. *Folia equitantia, lineari-ensiformia*. *Panicula terminalis, foliata*. *Spicae per ternas congestae, bractea duplici spathaeformi involucretae*.

Über *Lepidosperma* Labill., Brown.

Ich habe den Brownschen Gattungscharakter an allen von mir untersuchten Arten (<sup>1</sup>) richtig gefunden, und erlaube mir blofs, ihn auf folgende Weise zu erläutern:

*Lepidosperma* Labill., Brown.

*Spicae bi- (vel uni-) florae; flore inferiore (vel superiore, fide Brown.) abortiente*. *Squamae undique imbricatae, naviculari-carinatae; inferiores subdistichae, vacuae*. *Squamulae calycinae* 5 vel 6, spongiosae, basi connatae, apice in setulam desinentes. *Stamina* 3. *Stylus trifidus, basi aequalis, deciduus*. *Achenium subosseum, ventricosum, umbonato-submucronatum vel calvum, ad basim squamulis induratis cinctum*. — *Herbae perennes, rigidae*. *Culmi simplices, aphylli, basi foliis saepe equitantibus cincti*. *Panicula vel spica, saepius divisa, terminalis*.

Herr Brown erklärt diese Gattung für sehr nahe mit *Cladium* verwandt, denkt aber wohl hierbei blofs an seine neuholländischen, von *Schoe-*

(<sup>1</sup>) *Lepidosperma gladiatum, elatius, longitudinale, globosum und tetragonum* Labill., *Lepidosperma lineare, flexuosum, tetragonum* (L. Nesii mihi) und *gladiatum* (L. Sieberi mihi) Nees ab Esenb. in Sieb. Agrost.

*nus* kaum zu trennenden Arten, und hat alsdann vollkommen Recht, indem sich *Lepidosperma* von jenen, aufser dem etwas abweichenden Habitus, blofs durch die Gegenwart von Kelchschuppen unterscheidet. Diese sind hier schwammig verdickt, an der Basis verwachsen, in eine feine Borste verlängert und stehenbleibend. Ob *Lepidosperma chinense* Nees. zu dieser oder einer sehr verschiedenen Gattung gehört, läfst sich mit den unvollkommenen Exemplaren nicht ermitteln. Die Wissenschaft würde dabei nichts verloren haben, wenn diese Fragmente unpublicirt geblieben wären.

Über *Sclerochaetium* Nees ab Esenb.

Die beiden hierher gehörigen Pflanzen *Schoenus thermalis* Linn. und *Schoenus involucratus* Rottb. wurden früher von Herrn Schrader zu *Lepidosperma* gerechnet, woraus sich auf ihre nahe Verwandtschaft mit dieser Gattung schliessen läfst, und in der That findet man auch bei genauer Vergleichung der beiderseitigen Gattungsmerkmale blofs einen geringen Unterschied im Habitus, welcher darin besteht, daß in *Sclerochaetium* die Bracteen sehr entwickelt und scheidenartig sind, und in eine lange steife Granne auslaufen. Ich habe diese Gattung vorläufig beibehalten, und auf folgende Weise charakterisirt:

*Sclerochaetium* Nees ab Esenb.

*Spicae biflorae; flore superiore hermaphrodito; inferiore masculo, pistillo effeto. Squamae undique imbricatae, carinato-naviculares; inferiores vacuae, subulato-aristatae. Setae calycinae 6, breves, cartilagineae, piloso-ciliatae. Stamina 3. Stylus trifidus, basi aequalis. Achenium stipitatum, trigonum, ad basin setis persistentibus brevibus cinctum. — Culmi subtrigoni, foliati. Folia anguste linearia, carinata, rigida. Panicula terminalis, ramosa, subfoliata, nutans. Spicae fasciculato-congestae, bracteatae; bracteis spathaeformibus, elongatis, subulato-aristatis.*

Aufserdem finde ich rücksichtlich der hierher gehörigen Arten noch folgende Berichtigungen für nöthig. *Sclerochaetium Rottboellii* Nees. (*Lepidosperma Rottboellii* Schrad.) ist nach dem Vahl'schen Herbarium bestimmt einerlei mit *Schoenus thermalis* Linn., folglich mit *Sclerochaetium thermale* Nees. (*Lepidosperma thermale* Schrad.) zu vereinigen. Herr Schrader will sein *Lepidosperma Rottboellii* durch schmälere Blätter, einen mehr zusammengesetzten Blüthenstand und einen zweispaltigen Staubweg unterschieden

wissen, worin ihm auch Herr Nees von Esenbeck beistimmt. Die beiden erstern jener Unterschiede beruhen lediglich auf einem vollkommnern Zustand der Entwicklung, während der letztere, wenn dabei kein Irrthum obwaltet, nur als eine Ausnahme angesehen werden kann, indem ich sowohl in den Schraderschen, als in den Vahl'schen Exemplaren den Staubweg jederzeit dreispaltig gefunden habe. Zu obiger Species gehören ferner *Schoenus ductyloides* Nees. in Sieb. herb. Cap. (excl. syn. Vahl.), *Lepidosperma involucratum* Schrad. (excl. synonym., praeter Sieb.) und, nach Vahl's Angabe, *Schoenus bromoides* Lam. *Schoenus involucratus* Rottb., welcher die zweite Species dieser Gattung bildet, ist nach Exemplaren des Vahl'schen Herbariums von der gleichnamigen Schraderschen Pflanze zwar durch den schlankern Habitus und die am Kiel und an den Rändern kahlen Blätter hinlänglich verschieden, könnte aber doch zuletzt vielleicht blofs eine schwächliche Form von *Schoenus thermalis* sein.

#### Über *Cyathocoma* Nees ab Esenb.

Diese Gattung ist mir noch völlig unbekannt.

#### Über *Chaetospora* Brown.

Von Herrn Brown aufgestellt und auf folgende Weise charakterisirt: *Spiculae distichae (nec undique imbricatae), pauciflorae; squamis extimis majoribus, vacuis. Setae hypogynae squamis breviores. Stylus deciduus.* Hiernach unterscheidet sich *Chaetospora* von der Brownschen Gattung *Schoenus* blofs durch die Gegenwart von Kelchborsten, und von *Rhynchospora* durch die *Squamae distichae* und den *Stylus deciduus*.

Die *Squamae distichae* scheinen mir in diesem Fall keinen so wesentlichen Unterschied zu begründen, da sich in der Gattung *Rhynchospora*, bei der größten Übereinstimmung aller übrigen Merkmale, *Squamae distichae, subdistichae* und *Squamae undique imbricatae* vorfinden. Es würde daher als alleinige Verschiedenheit der *Stylus deciduus* übrig bleiben.

Ich habe leider nur eine Brownsche Art (*C. turbinata*) untersuchen können, aber in derselben die angegebenen Charaktere aufgefunden. Folglich nehme ich keinen Anstand nachstehende Pflanzen mit der Gattung *Chaetospora* zu vereinigen.

- 1) *Schoenus ferrugineus* Linn. (*Chaetospora ferruginea* Reichenb.)

- 2) *Schoenus nigricans* Linn.
- 3) *Schoenus circinalis* Schrad. (später von ihm und Hrn. Nees von Esenbeck gleichfalls zu *Chaetospora* gezogen. *Schoenus microstachys* Vahl. Enum. gehört hieher; das in seinem Herbarium liegende Exemplar ist sehr jung und unvollständig.)
- 4) *Chaetospora Burmanni* Schrad., Nees. (*Schoenopsis?* *Burmanni* Nees., *Lepidosperma Burmanni* Spr.)
- 5) *Chaetospora flexuosa* Schrad., Nees. (*Schoenus flexuosus* Thunb., Vahl., *Schoenopsis flexuosa* Nees., *Lepidosperma involucratum* Steud.)
- 6) *Chaetospora capillacea* Nees. (*Schoenus capillaceus* Thunb., Vahl.) und
- 7) eine neue Art vom Kap, welche ich *Chaetospora robusta* nenne.

Die Linksche Gattung *Streblidia*, zu welcher *Schoenus ferrugineus*, nicht aber der ganz nahe verwandte *Schoenus nigricans* gerechnet wird, muß nothwendig der frühern Brownschen weichen, und mit ihr vereinigt werden, da zwischen beiden durchaus keine Unterschiede vorhanden sind. Den von Herrn Link und Herrn Nees von Esenbeck (welcher letztere diese Gattung beibehält) angegebenen *Stylus basi disciformi secedens* kann ich nicht auffinden: dieser ist vielmehr an der Basis überall von gleicher Dicke, fällt später ab, und läßt an der Frucht bloß eine kurze Spitze zurück, wie solches bei *Scirpus* und vielen anderen Gattungen dieser Familie angetroffen wird.

Ob übrigens die Gattung *Chaetospora* in der Folge so fortbestehen kann, wie sie jetzt begrenzt ist, wird sich erst bei Untersuchung der vielen neuholländischen, mir unbekannten Arten ergeben.

#### Über *Blysmus* Panzer.

Diese Gattung wurde von Panzer aufgestellt, und von den Herren Link und Nees von Esenbeck angenommen. Obgleich sie sich in vielen Stücken den Gattungen *Chaetospora*, *Schoenus* und *Elyna* nähert, so scheint sie sich doch durch den eigenthümlichen Habitus, die Struktur der Frucht und des Staubweges hinlänglich auszuzeichnen. Ich glaube sie auf folgende Weise charakterisiren zu müssen:

#### *Blysmus* Panzer., Link.

*Spicae 2-8-florae; flores omnes hermaphroditi. Squamae distichae?, carinato-convexae; infima plerumque vacua. Setae calycinae 3-6, retrorsum spinulosae, interdum nullae. Stamina 3. Stylus bifidus. Achenium plano-*



*convexum, basi styli mucronatum. — Rhizoma horizontale, repens. Culmi erecti, basi foliati. Spica magis minusve composita, compressa, folio suffulta; spicis partialibus distichis, bractea squamis simillima, nisi latiore suffultis, ferrugineis.*

Die Gattung *Blysmus* beschränkt sich bis jetzt auf zwei Arten, welche hauptsächlich in der Beschaffenheit der Frucht verschieden sind. In *Blysmus compressus* Panzer. (*Schoenus compressus* Linn., *Scirpus Caricis* Retz., *Scirpus compressus* Pers., *Scirpus caricinus* Schrad., *Carex uliginosus* Linn.) ist diese umgekehrt eiförmig-elliptisch, stachelspitzig, von 3 bis 6 langen Borsten umgeben, in *Blysmus rufus* Link. (*Schoenus rufus* Huds., *Scirpus rufus* Schrad.) dagegen ist die Frucht elliptisch, und an der Spitze schnabelartig verdünnt. Die Kelchborsten fehlen hier außerdem gewöhnlich gänzlich.

#### Über *Dulichium* Pers.

*Dulichium spathaceum*, die einzige hierher gehörige Pflanze, zeigt beim ersten Anblick viel Ähnlichkeit mit einigen *Cyperus*-Arten, worunter sie auch Linné in der ersten Auflage seiner *Species plantarum* begriffen hatte. Später zog er dieselbe zu *Schoenus*, worin ihm Vahl folgte, aber noch außerdem ohne Grund den specifischen Namen *spathaceus* in *angustifolius* umänderte. Mit dieser letztern Gattung, vorzüglich aber mit der später davon getrennten *Chaetospora*, zeigt *Dulichium* in der That eine sehr nahe Verwandtschaft. Der einzige wichtige Unterschied selbst, welchen ich bisher zwischen *Chaetospora* und *Dulichium* aufgefunden habe, besteht blofs im Habitus und in der Beschaffenheit des Staubwegs, welcher in diesem zwispaltig und in jener dreispaltig erscheint, was nothwendig eine dreieckige Frucht in *Chaetospora* und eine zusammengedrückte in *Dulichium* nach sich zieht. Hiernach würde sich *Dulichium* wieder kaum von *Blysmus* unterscheiden, wie aus nachfolgendem Gattungscharakter deutlich hervorleuchtet, obgleich der sehr abweichende Habitus einer definitiven Vereinigung noch entgegen steht.

#### *Dulichium* Pers.

*Spicae lanceolato-lineares, compressiusculae, 6-10-florae; floribus omnibus hermaphroditis. Squamae distichae, remotae, subcarinato-naviculares; infima minor, vacua. Setae calycinae 8 (6-10, fide Vahl.), retrorsum*

*spinulosae. Stamina 3. Stylus bifidus. Achenium (immaturum) stipitatum, lineari-oblongum, squamae parallele compressum, apice in stylum attenuatum. — Culmi simplices, foliosi. Folia plana, membranacea. Pedunculi e vaginis foliorum superiorum erumpentes, solitarii, 7-8-stachyi, racemosim dispositi; spicis alternis, sessilibus, distichis.*

#### Über *Hemichlaena* Schrad.

Die wesentlichen Merkmale dieser Gattung sind folgende: *Spicae 5-9-florae; flores omnes hermaphroditi. Squamae disticho-imbricatae, carinato-naviculares; 1 v. 2 inferiores vacuae. Setae squamulaeque calycinae nullae. Stamina tria. Stylus trifidus, basi aequalis, deciduus. Achenium interne planum, externe convexo-angulatum, vix umbonatum, disco turbinate irregulariter lobato suffultum. — Culmi simplices vel ramosi, foliati. Spicae terminales, solitariae-ternae vel plures, fasciculato-congestae.*

Nach obiger Beschreibung ist diese Gattung sehr nahe mit *Schoenus* Brown. und *Ficinia* Schrad. verwandt, und unterscheidet sich von dieser durch die *Squamae distichae* und den eigenthümlichen Habitus, von jenem durch die Abwesenheit des *Discus*.

#### Über *Acrolepis* Schrad.

Ich kenne diese Gattung, welche sich auf eine einzige Art beschränkt, nur nach ganz unvollständigen Sieberschen Exemplaren, und wage daher nicht zu entscheiden, ob sie beizubehalten oder mit *Hemichlaena* zu vereinigen ist. Folgende von Herrn Schrader entnommene Merkmale würden für das letztere sprechen. *Spicae bi-triflorae. Squamae disticho (?) -imbricatae; infima vacua. Setae squamulaeque calycinae nullae. Stamina 3. Stylus profunde trifidus, basi aequalis, deciduus. Achenium crustaceum, trigonum, umbonatum, disco persistente cyathiformi triangulari, margine crenato stipitatum. — Culmi ramosissimi, foliosi. Spicae terminales et laterales, pedunculatae, bractea vaginante suffultae.*

#### Über *Gahnia* Forst.

Labillardière war der erste, welcher die Forstersche Gattung *Gahnia* wiedererkannte, mit zwei neuen Arten bereicherte, und durch genauere Merkmale zu begrenzen suchte. Später fand Herr Brown, dafs sich

*Gahnia schoenoides* von der andern Forsterschen Species durch die Fruchtbildung unterscheidet, und betrachtete sie als den Typus einer neuen Gattung, welche er *Lampocarya* nannte, und mit einer zweiten Art vermehrte. Außerdem wird von ihm noch *Gahnia trifida* Labill. als zweifelhaft zu *Lampocarya* gezogen. Wie wenig Grund vorhanden ist, diese Gattung von *Gahnia* zu trennen, geht hinlänglich aus der Vergleichung der beiderseitigen Gattungskaraktere hervor. Hierbei zeigt sich, daß der einzige etwas wichtige Unterschied bloß auf der Beschaffenheit des Endocarpiums beruht. Diese innere, das Fach bildende Schicht des Pericarpiums erscheint nämlich in *Lampocarya* vollkommen eben, während sie in *Gahnia* durch häufige Einschnürungen gleichsam in Glieder getheilt wird, und auf dem dicht anliegenden Samen ringförmige, durch Kanten getrennte Eindrücke zurückläßt.

Die Gattung *Gahnia*, nach dieser Begrenzung, begreift bei Herrn Brown, außer der Labillardièreschen *G. psittacorum*, drei neue Arten in sich. Der Forsterschen *Gahnia procera* wird jedoch hierbei nicht erwähnt; nach der von Gärtner gegebenen Abbildung scheint sie aber in der That die angegebenen Gattungskaraktere zu besitzen.

Jene vier Arten gehören nach Herrn Brown zwei verschiedenen Unterabtheilungen an, wovon die erstere *G. psittacorum*, *G. leucocarpa* und *G. erythrocarpa* in sich faßt, und durch sechs Staubgefäße und zweispaltige Narben, die zweite dagegen, welche sich auf *Gahnia melanocarpa* beschränkt, durch drei Staubgefäße und ungetheilte Narben charakterisirt wird. Ich kenne von diesen Pflanzen bloß die Labillardièresche, und habe daran die von Herrn Brown angegebenen Merkmale der Frucht und der Staubgefäße bestätigt gefunden, dasselbe gilt auch rücksichtlich der Frucht von zwei andern, mir neu scheinenden Arten. Die Zahl der Staubgefäße aber stimmt hier keinesweges mit den Brownschen Angaben, indem *G. Sieberiana* deren 3 bis 4, und *G. Urvilleana* deren 7 zeigt. Hiernach würden also die von Herrn Brown angegebenen Unterabtheilungen auf jene beiden Arten nicht passen, und vielleicht aufzugeben sein, was bei der großen Unbeständigkeit dergleichen, von der Zahl entnommenen Unterschiede übrigens nicht auffallen wird. Leider war es mir nicht vergönnt, in meinen neuen Arten die Narben zu sehen, und ermitteln zu können, ob jene von Herrn Brown angegebene Verschiedenheit wirklich vorhanden ist, und die Berücksichtigung verdient, welche er darauf nimmt.

Was endlich die Verwandtschaft betrifft, so scheint *Gahnia* sich am meisten den Gattungen *Schoenus* und *Lepidosperma* zu nähern, unterscheidet sich jedoch von diesem durch den Mangel der Kelchborsten, von jenem durch die zweizeilige Stellung der Schuppen, und außerdem von beiden durch die harte, nufsartige Frucht.

#### Über *Lampocarya* Brown.

Ich habe von der geringen Haltbarkeit dieser Gattung schon bei Gelegenheit von *Gahnia* gesprochen, und beschränke mich hier blofs auf einige Bemerkungen rücksichtlich der dazu gehörigen Arten. Herr Brown führt deren drei an, nämlich *Gahnia schoenoides* Forst., eine neue, welche er *Lampocarya aspera* nennt, und *Gahnia trifida* Labill., die letztere jedoch als zweifelhaft. Ich habe leider keine derselben untersuchen können, besitze aber zwei andere Pflanzen, welche hierher zu gehören scheinen, nämlich Gaudichaud's *Morelotia gahniaeformis* und die Nees'sche *Lampocarya aspera*. Was zuvörderst diese letztere betrifft, so läfst sich bei der Kürze der Brownschen Beschreibung leider nicht mit Gewifsheit ermitteln, ob beide Pflanzen wirklich verschiedenen Species angehören, wie es die abweichende Zahl der Staubgefäfsse und das verschiedene Vaterland vermuthen lassen. Die Brownsche Pflanze stammt nämlich aus Neuholland und ist tetrandisch, während die von Herrn Nees von Esenbeck in meinem Herbarium *Lampocarya aspera* genannte, von Herrn Gaudichaud auf Rawak, einer der Molukkischen Inseln, gesammelt worden ist, und sich hexandrisch zeigt. Ich habe daher die letztere vorläufig *Lampocarya rawacensis* genannt. Dafs *Morelotia gahniaeformis* Gaudich. keine besondere Gattung bilden kann, vielmehr zu *Lampocarya* gehört, hat schon Herr A. Brongniart erkannt. Sie ist triandrisch, und von Herrn Nees von Esenbeck im neunten Bande der *Linnaea* nach einem in meinem Herbarium befindlichen blühenden Exemplar von Owhyhee zum zweitenmale als ein neues *Cladium*, unter dem Namen *C. quadrangulare* publicirt worden.

#### Über *Schoenus* Brown.

Die Gattung *Schoenus* bildet, so viel sich aus den wenigen, von mir untersuchten Arten urtheilen läfst, eine sehr natürliche Gruppe, welche sich durch die *Spicae* 1-3-florae, die *Squamae distichae imbricatae deciduae*, in-



*feriores* (3-9) *gradatim minores vacuae*, die Abwesenheit der Kelchborsten, den dreispaltigen, an der Basis gleichdicken, abfallenden Staubweg und die dreieckige Frucht von den verwandten leicht unterscheiden laßt. Ob dies aber auch der Fall rücksichtlich der neuholländischen *Cladium*-Arten ist, wage ich zu bezweifeln, da z. B. *Schoenus acutus* Labill., welchen Herr Brown zu *Cladium* rechnet, vielmehr ein Brownscher *Schoenus* zu sein scheint. Durch eine solche Vereinigung der neuholländischen *Cladium*-Arten mit *Schoenus*, welche ich nicht für unpassend halte, da sich der ganze Unterschied beider Gruppen bloß auf die Richtung der Schuppen zu gründen scheint, würde die Brownsche Gattung *Cladium* von allen fremdartigen gereinigt werden, und sich bloß auf die wenigen ächten Arten beschränken. Welche Meinung man auch hinsichtlich dieser Vereinigung haben mag, so wird man immer zugeben, was ich schon früher bemerkt habe, daß der Name *Schoenus* dieser Brownschen Gattung keinesweges zukommt, da sie keine einzige der ältern Arten in sich begreift, vielmehr der Gattung *Cladium* beigelegt werden, und diesem später aufgenommenen Namen vorgezogen werden muß.

Schlüsslich füge ich noch hinzu, daß *Schoenus flavus* Link. Jahrb. mit seiner *Dichromena squarrosa* zu derselben Gattung gehört, und eine neue *Rapatea* ist.

#### Über *Nemum* Desvaux.

Die Gattung *Nemum* findet sich in Hamilton's kleinem, mit Desvauxschen Materialien angefertigtem, wenig verbreitetem *Prodromus plantarum Indiae occidentalis* aufgestellt, und mit folgenden Worten charakterisirt: *Squamae horizontales, apice latiores, quadrifariam imbricatae. Styli 2. Semina minutissima, atro-nitentia*. Sie ist von Sprengel, Dietrich, Römer und Schultes gänzlich übersehen worden. Auch Herr Nees von Esenbeck scheint sie nicht gekannt zu haben, denn sie wird in seiner Übersicht der Cyperaceen-Gattungen nirgend erwähnt. Obige kurze Angabe allein würde zu einem Urtheile über die Haltbarkeit dieser Gattung nicht geeignet sein, selbst wenn sie überall richtig wäre, was ich noch außerdem bestreiten muß. Die *Squamae*, welche Herr Desvaux als *quadrifariam imbricatae* angiebt, sind nämlich *undique imbricatae*, und, wenn unter *Styli 2*, was wahrscheinlich ist, zwei getrennte Staubwege verstanden wer-

den sollen, so finde ich dies gleichfalls nicht bestätigt, vielmehr jene bis über die Mitte verwachsen. Auch dürfte hier wohl zum ersten Male Gröfse und Färbung der Frucht als Gattungscharakter benutzt worden sein. Bei einer etwas genauern Untersuchung des Vahlschen *Schoenus spadiceus*, worauf die Gattung *Nemum* gegründet ist, ergeben sich folgende wesentliche Merkmale:

*Spicae multiflorae. Squamae undique imbricatae; vix ullae inferiores vacuae. Setae squamulaeque calycinae nullae. Stamina duo? Stylus complanatus, bifidus, basi parum constrictus, haud ciliatus, deciduus. Achenium (minutum) subrotundum, lenticulari-compressum, apice nudum. — Culmi simplices, basi vaginati?, aphylli? <sup>(1)</sup>, monostachyi. Spica terminalis, solitaria, elliptica, bractea brevi subulata suffulta. Squamae obovatae vel obovato-cuneatae, acutiusculae, uninerviae, convexae, membranaceae, glabrae, ferrugineae, apice sanguineae, siccae spadiceae, persistentes.*

Nach vorstehender Beschreibung weifs ich *Schoenus spadiceus* nirgends passend unterzubringen, und sehe mich daher genöthigt, die Gattung *Nemum* vorläufig beizubehalten. Von *Fimbristylis* und *Isolepis*, denen sie sich in vielen Stücken nähert, scheint sie durch die Bildung des Staubweges und die stehenbleibenden Schuppen hinlänglich verschieden zu sein. Der Habitus erinnert an beide Gattungen, zumal an *Isolepis conifera* und *lanata*, an *Fimbristylis polytrichoides* und *juncea*.

Es ist mir jetzt nicht mehr erinnerlich, was mich früher zu den Irrthum verleiten konnte, eine mir selbst jetzt noch zweifelhafte Humboldt'sche Pflanze, nämlich meine *Isolepis paradoxa*, für den Vahlschen *Schoenus spadiceus* zu halten. Wahrscheinlich fand ich jene Pflanze in irgend einem Pariser Herbarium als *Eriocaulon spadiceum* bestimmt, und wählte die ächte Lamareckische Art vor mir zu haben, welche Vahl mit *Schoenus spadiceus* vereinigt hat.

Die Bedeutung des Wortes *Nemum* habe ich bis jetzt noch nicht errathen können.

---

<sup>(1)</sup> Hamilton sagt *Culmus aphyllus*, und beschreibt dennoch die Blätter als *semiteretia filiformia*, wahrscheinlich meint er hiermit die wurzelständigen.

# Über den Bau der Farrnkräuter.

## Zweite Abhandlung.

Von  
H<sup>rn</sup>. L I N K.

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 6. März 1835 und 3. März 1836.]

In der vorigen Abhandlung habe ich den Bau der *Filices Epiphyllaspermae*, was die vorhandenen Arten von Stamm betrifft, abgehandelt. Es ergab sich, daß man den wahren Stamm der Farrn ganz übersehen hatte, und eine verlängerte Knospe oder Knolle dafür gehalten. Die Farrn kehren durch die Untersuchung des wahren Stammes in ihre alte Reihe zurück, in die Reihe der Monokotylen, aus der man sie entfernen wollte. Es wäre eben so leicht möglich, den Wedelstiel mit dem wahren Stamme zu verwechseln, und es ist nöthig zur Untersuchung der Theile überzugehen, welche man gewöhnlich Blätter nennt.

Die Blätter der *Epiphyllaspermae* tragen die Früchte auf der untern Fläche, was bei andern Pflanzen äußerst selten geschieht, und wenn es geschieht, von einer Verwachsung des Blütenstiels mit dem Blatte deutlich herrührt, wie *Ruscus* zeigt. Hier dringen aber die Früchte mit ihren Stielen, wenn solche vorhanden sind, aus dem Innern der Blätter hervor, auf eine Weise, welche man nie an andern Pflanzen gefunden hat. Wir haben hier also eine innige Verbindung der Früchte mit dem Blatte, und nur diese Verbindung darf man Wedel (*frons*) nennen.

Die Vermuthung, daß hier ein Schaft (*scapus*) oder Fruchtsiel mit dem Blatte innig verbunden und verwachsen sei, liegt sehr nahe. Sie kann aber auch erwiesen werden, und wie es mir scheint nicht schwer. Folgende Gründe scheinen dieses zu leisten.

Wenn man den wirklichen Stamm, welcher dicht auf oder unter der Erde liegt, betrachtet, so fällt es auf, daß die Blätter oder Wedel einzeln aus ihm hervorkommen. Das ist ganz gegen die Regel für die übrigen Pflanzen, die im Blattwinkel eine Knospe haben und wenn sie fehlt, wenigstens eine Andeutung derselben. Auch die Blüten und mit ihnen die Früchte kommen aus dem Winkel eines Blattes oder einer Bractee hervor. Da hier nun nichts dergleichen vorhanden ist, so kann man wohl vermuthen, daß Beides in Eins übergegangen sei. Dieses wird noch wahrscheinlicher, wenn man einen Wedelstiel genau betrachtet, und mit einem Blattstiel der Phanerogamen aufmerksam vergleicht. Der Blattstiel ist gewöhnlich rinnenförmig, seltener walzenförmig oder stielrund (*teres*); der Wedelstiel ist auch rinnenförmig, aber man bemerkt eine halbrunde Erhabenheit in demselben, welche in der Rinne der Länge nach herabläuft, und gar oft von einer braunen und ganz anderen Farbe ist, als die grüne Umgebung oder Umhüllung. Man kann diese Erhabenheit gar oft durch den ganzen Wedel verfolgen. Es scheint ein Stiel in den andern gleichsam eingedrückt und versenkt zu sein und zwar, wie die Lage anzeigt, der Blütenstiel in den Blattstiel. Dadurch wird es nun leicht erklärlich, daß man nie ein Blatt mit einer Knospe aus dem Stamme hervorkommen sieht. Nur ist hier allerdings eine Sonderbarkeit, daß nämlich die Früchte der Farnn auf der untern und hintern Fläche der Blätter hervorkommen und nicht auf der obern, wo der Fruchtsiel eingesenkt erscheint. Aber es ist im Pflanzenreiche nicht selten der Fall, daß die Blüten und Früchte eines Schafts nur nach einer Seite gekehrt sind, und hier scheint der lockere Bau der untern Blattfläche das Hervorbrechen der Früchte auf derselben zu veranlassen, oder wenigstens zu befördern.

Einen andern und sehr wichtigen Grund für die Verbindung des Blattes und der Inflorescenz im Wedel giebt der innere Bau des Wedelstiels in Vergleich mit den Blattstielen der Phanerogamen. In den Dikotylen findet sich in dem rinnenförmigen Blattstiele ein Bogen, selten ein Halbkreis von Holzbündeln, die zusammenwachsen, wenigstens gegen die Mitte des Bogens und stralig anwachsen; in den Monokotylen findet man einen Bogen von getrennten Holzbündeln, welche niemals stralig anwachsen. Der runde Blattstiel bekommt in den Dikotylen nicht immer einen Holzring, sondern die Holzbündel bleiben oft getrennt, in den Monokotylen



bleiben sie immer getrennt. In den Wedelstielen der Farrn verhält sich die Sache anders und auf folgende Weise.

Die Holzbündel — es ist aus der vorigen Abhandlung bekannt, was hier darunter verstanden wird — bilden ebenfalls einen Bogen im Blattstiel der Farrn, nur ist dieser Bogen immer viel gröfser; er nähert sich nicht allein gar oft einem Halbkreise, sondern er geht auch darüber hinaus und nähert sich einem Kreise; die Holzbündel sind ungleich, wie im Stamme der Farrn, besonders aber fällt es auf, dafs die beiden äufsersten Holzbündel des Bogens, gegen die gerinnte Seite des Wedelstiels gröfser sind als die übrigen, welches man an den Phanerogamen nie bemerkt. Man sieht dieses Fig. 1. an dem Wedelstiele von *Polypodium cristatum* und andern Polypodien, Fig. 2. noch deutlicher an *Woodwardia radicans*, *Struthiopteris germanica*, *Blechnum occidentale* u. s. w., auch wo viele Holzbündel vorhanden sind, wie Fig. 3. an *Didymochlaena*, *Tectaria*, *Polypodium Phyllitidis* u. a. m. Die Öffnung des Bogens ist zuweilen mit andern Holzbündeln gefüllt, wie Fig. 4. an *Acrostichum alaicorne*, wo sich auch die Stellung der Holzbündel in mehreren Kreisen und Reihen, wie Fig. 5. an *Blechnum brasiliense* zeigt. Zuweilen ist die Öffnung des Bogens durch ein langes, in die Quere stehendes Holzbündel geschlossen, wie *Polypodium aurcum* lehrt. In allen diesen Fällen ist das Hinzutreten von zwei grofsen Holzbündeln, so wie die Schließung des Bogens durch ein grofses oder durch mehrere kleine Holzbündel etwas zu der Form der Phanerogamen Hinzukommendes; denn mit dem runden Blattstiele der Phanerogamen kann man diese nicht zusammenstellen, zuerst weil die Blattstiele nicht rund sind und dann, weil die Stellung der Holzbündel in Kreisen bei den Farrn nie ganz genau und deutlich ist. Doch zuweilen weicht dieser Bau noch mehr von dem Baue der Phanerogamen ab. Es erscheinen nämlich zwei grofse Holzbündel, die entweder gerade sind und parallel liegen, wie an *Gymnogramma sulphurea* Fig. 6., oder gekrümmt, und zwar mit den concaven Seiten gegen einander, wie an *Onoclea*, *Aspidium patens* u. a. m., oder sie sind mit dem Rücken gegen einander gekrümmt, wie Fig. 8. an *Doodia aspera*, *Scolopendrium vulgare*, *Asplenium palmatum*, *Pteris aquilina* u. a. m. Die kleinen Bündel sind in diesen letztern Fällen zuweilen ganz verschwunden, zuweilen sind einige aber kleinere übrig geblieben.

Ich muß noch hinzufügen, daß die Bündel gegen die Spitze des Wedels zusammenwachsen, entweder in einen Bogen, oder wenn nur zwei Bündel vorhanden sind, und mit der hohlen Seite gegen einander stehen, an einer Seite, oder wenn sie mit dem Rücken gegen einander stehen, mit diesem Rücken selbst, wodurch bei unserer *Pteris aquilina* der doppelte Adler entsteht.

Durch das Zusammenwachsen der Gefäßbündel scheinen die Farn mit den Dikotylen übereinzustimmen, aber dieses ist nur scheinbar. Denn die Bündel sind hier viel größer und wachsen nur mit ihren Rändern zusammen, da sie hingegen bei den Dikotylen durch das strahlige Anwachsen des Holzes zusammenkommen, welches hier nie der Fall ist. Dieses stralige Anwachsen ist ein Hauptkennzeichen der Dikotylen.

Das braune Zellgewebe, charakteristisch für die Familie der Farn, ist hier auf mannigfaltige Weise vertheilt; zuweilen umgiebt es die Bündel, alle oder einige, zuweilen umgiebt es sie an einer Seite und an der gegenüberstehenden sieht man ein Bündel allein, zuweilen fehlt es auch ganz und gar.

Offenbar zeigt der innere Bau des Wedelstiels, daß zu der gewöhnlichen Blattform der Phanerogamen hier noch etwas hinzugekommen, welches wohl nur vom Fruchtschaft herrühren kann. Diese hinzugekommenen Bündel sind, die beiden äußersten großen Bündel in dem Bogen, wenigstens der eine, ferner die Bündel, welche die Öffnung des Bogens schließen und endlich eins von den beiden großen Bündeln, welche sich im Wedelstiel befinden.

An der Fruchtbildung von einigen Farn, z. B. *Onoclea* und *Struthiopteris*, werden wir ebenfalls neue Beweise für die Behauptung finden, daß der Wedel der Farn eine Verbindung von Blatt und Fruchtschaft sei.

Der vierte Beweis für die eben gegebene Behauptung besteht darin, daß die Nerven der Farn gar oft auf beiden Flächen der Blätter hervortreten, welches bei den Phanerogamen nie der Fall ist. Es muß also noch etwas im Wedel sein außer dem Blatte, welches dieses Hervortreten verursacht. Für die größern Nerven ist dieses schon angegeben, denn sie haben Antheil an der Gestalt der Blattstiele oder Wedelstiele. Aber von den kleinen Nerven gilt dieses nicht. Hier ist aber die Menge von Spiralgefäßen größer, als sie an den Nerven der Phanerogamen zu sein pflegt, welches ebenfalls von

der Verdoppelung der Nerven herrühren mag. Sie sind mit wenig straffem Parenchym umgeben. Nicht selten hören die Nerven der Farrn mit verdickten, keulenförmigen Enden auf. Eine mikroskopische Untersuchung zeigt, daß die Verdickung ganz und gar aus Spiralgefäßen, oder vielmehr halsbandförmigen Gefäßen besteht, s. Fig. 10., wo ein solches Ende aus *Dicksonia adiantoides* bei einer 584fachen Vergrößerung vorgestellt ist. Auch hier wird die Menge von Spiralgefäßen eines so feinen Nerven auffallen. Was diese Verdickung bedeute, ist schwer zu sagen. Ich hielt sie einst für die Antheren der Farrn, aber sie könnte nur eine ferne Andeutung sein, denn gerade das absondernde Organ, das Zellgewebe, schwindet hier gegen das nährnde, die Spiralgefäße.

Die Nerven der Farrn unterscheiden sich von den meisten Nerven der Phanerogamen dadurch, daß hier die kleinen verbindenden Nerven ganz fehlen, welche sich sogar an den Monokotylen finden, wenn nicht sehr zarte, dichtstehende Nerven das ganze Blatt einnehmen, wie an den Gräsern und einigen andern Familien. Die Seitennerven der Farrn sind alle von einerlei Dicke und nehmen gegen den Umfang allmähig ab, wenn nicht Verdickungen erscheinen, von denen eben geredet wurde. Daß mehrerle starke Nerven zugleich ins Blatt und den Wedel treten, oder daß sie sich gegen den Rand verbinden und von dort kleine Nerven zum Rande senden, ist in den Farrn nie gesehen, so häufig beides auch bei den Phanerogamen ist, besonders den Dikotylen. Alles dieses entfernt die Farrn von den Dikotylen und stellt sie den Monokotylen gleich, ungeachtet die häufige Zusammensetzung des Wedels sie beim ersten Blicke auf eine größere Stufe der Ausbildung und Entwicklung zu stellen scheint.

Ad. Brongniart hat die fossilen Farrn nach den Nerven des Wedels mit Rücksicht auf die Gestalt überhaupt in Gattungen getheilt und ihnen besondere Namen gegeben, als *Pachypteris*, *Neuropteris* u. s. w. Das ist sehr zu loben, denn es ist nothwendig, Namen zu haben, um sich bei der Menge der Gegenstände zu verständigen. Auch konnte er die Kennzeichen, welche wir bei der Unterscheidung der Farrn in der jetzigen Welt brauchen, nicht anwenden, die Stellung der Fruchthaufen und Indusien, weil man äußerst selten Spuren von Fruchthaufen an den fossilen Farrn antrifft. Dazu kommt, daß sich wirklich die Nerven der fossilen Farrn viel besser erhalten

haben, als man erwarten sollte. Es ist also gar sehr zu billigen, daß der Verfasser vorzüglich auf die Nervenvertheilung bei der Bestimmung der Gattungen sah, mit einiger Rücksicht auf die Gestalt. Doch jeder erste Versuch erfordert Verbesserungen. So trennt der Verfasser die getheilten Nerven, welche einen wenig schiefen Winkel mit dem Hauptnerven machen, von denen, welche einen sehr schiefen Winkel machen, welches keine scharfe Eintheilung giebt. Auch bringt er zu den letzten die Farrn, wo die Blättchen sehr schief sind und der Hauptnerve beinahe an der Seite liegt, da diese doch vielmehr zu der zweiten Haupteintheilung mit fächerförmigen Nerven gehören. Es ließen sich noch mehre Ausstellungen an dem System des Verf. machen. Die Rücksicht auf die Gestalt der Blättchen giebt ebenfalls keine Befriedigung; es ist nicht sehr von Bedeutung, ob die Blättchen von einander völlig getrennt sind oder nicht. Endlich ist es gewiß nicht zweckmäßig und hat vielmehr etwas Verwirrendes, daß der Verf. den Gattungen der fossilen Farrn ganz neue Namen giebt, wodurch alie Andeutung auf die Farrn der jetzigen Welt aufgehoben und dem Studium der fossilen Farrn das genommen wird, was uns sonst die größte Theilnahme dafür einflößt, die Vergleichung mit den jetzt noch lebenden natürlichen Körpern. Viel zweckmäßiger ist es, wie es sonst die Naturforscher machten und noch machen, die fossilen Gattungen mit denselben Namen zu belegen, als die jetzt lebenden, nur mit der Endigung *ites*, welche man den Namen der fossilen Körper giebt. Die Nomenclatur des Verf. ist auch um so weniger zu billigen, da die Betrachtung der Nerven und der Gestalt des Wedels auch auf eine genauere Bestimmung der Gattungen oder Untergattungen der jetzigen Farrn sich anwenden liefse. Ich will es versuchen, eine solche Bestimmung der jetzt lebenden Farrn nach Nervenvertheilung und Gestalt zu geben, die sich auf die fossilen Farrn leicht wird anwenden lassen, und welche dazu vielleicht dienen wird, ein Band wieder zu knüpfen, was durch die übrigens äußerst schätzbaren Untersuchungen des Verf. zerrissen wurde.

Diese Eintheilung der jetzt lebenden Farrn nach der Gestalt des Wedels und der Nervenvertheilung wird man auch als Unterabtheilungen brauchen können; wenn nämlich unter *Polypodium* die Unterordnungen von *Polypodites*, *Phlebopterites*, *Struthiopterites* u. s. w. vorkommen, eben so unter *Aspidium* und andern, so wird man leicht die Unterordnungen



zusammenstellen und daraus eine Gattung machen können, wovon die bisher eingeführten Unterabtheilungen sind.

*Struthiopterites*. Gleichseitige Fiederung — die obere und untere Seite der Blättchen ziemlich gleich, die dritte kurz und angewachsen —; Federstücke gegen die Basis nicht abnehmend; ganze Fieder gegen die Basis sehr abnehmend; Nervenvertheilung einfach gefiedert, Seitennerven einfach, zweite wenig mehrtheilig (dichotom). Hieher *Struthiopteris germanica*; *Polypodium concinnum*; *Aspidium patens*, *molle*, *Kaulfussii*, *Orcopteris*, *Thelypteris fragrans*; *Physematum* u. a. m. Wenig abweichend ist hiervon die Form *Arrhenopterites*, indem hier nur die Fieder wenig an der Basis abnimmt. Hieher: *Cystopteris*; *Aspidium Filix mas*, *cristatum*, *chrysolum*; *Polypodium deflexum*, *armatum*, *diffusum*, *Ctenitis*; *Alsophila*; *Diplazium obtusum* u. s. w. Auch ist nicht sehr von *Arrhenopterites* verschiedenen *Synpterites*, dessen Blättchen zusammengewachsen und durch Nerven anastomosisch verbunden sind. Hieher gehören: *Polypodium crenatum*, *polystichum*, *attenuatum*, *lactum*, *vacillans*; *Diplazium dubium*, *decussatum*; *Aspidium trifoliatum*, *macrophyllum* u. a.

*Polypodites*. Gleichseitige, zickzackförmige Fiederung <sup>(1)</sup>; Fieder gegen die Basis sehr abnehmend; Nervenvertheilung dichotom. *Polypodium vulgare*, *Paradiseae*, *pulvinatum*; *Gymnogramma tomentosa* u. a.

*Phlebopterites* (Brongn.). Wedel einfach und mehrfach gefiedert; Federstücke an der Basis nicht abnehmend, auch nicht die Fieder. Nervenvertheilung der Seitennerven netzförmig. *Polypodium serpens*, *percussum*, *excavatum*, *lycopodioides*, *dimorphum*, *peltideum*, *phymatodes*, *aureum*, *lepidopodium*, *proliferum*; *Antrophyum*; *Acrostichum aureum*; *Aspidium articulatum*; *Camptosorus* u. a. m.

*Taeniopterites* (Brongn.). Wedel einfach oder handförmig getheilt; Nervenvertheilung der Seitennerven dichotom. An der Basis verschmälert: *Grammitis*; *Acrostichum conforme*; *Asplenium Nidus*; *Diplazium plantagineum* u. a. Nicht verschmälert und mit wenig sichtbaren Nerven: *Scolopendrites*; *Scolopendrium*. Wenig abweichend von *Taeniopteris* ist *Vitta-*

---

(<sup>1</sup>) Der Ausdruck zickzackförmig braucht keiner Erläuterung, da er sich beim ersten Blicke erklärt. Unter den Phanerogamen haben nur mehrere Arten von *Banksia* und *Dryandra* eine solche Blattform.

*rites*, wo die Seitennerven unter einem sehr spitzen Winkel von dem Hauptnerven auslaufen, so daß sie demselben fast parallel erscheinen. Hieher: *Vittaria*, *Pteris Scolopendrium* u. a.

*Phyllitites*. Wedel einfach; Seitennerven einfach, durch zarte, wenig netzförmige Mittelnerven verbunden: *Polypodium Phyllitidis*, *caespitosum*; *Aspidium contiguum*; *Meniscium*.

*Doodites*. Gleichseitige, zickzackförmige Fiederung; Fieder abnehmend. Seitennerven netzförmig verbunden, die Nerven der Verbindung, welche mit dem Hauptnerven parallel laufen, stärker. *Doodia*.

*Woodwardites*. Gleichseitige Fiederung, Nervenvertheilung netzförmig; die am Hauptnerven liegenden Maschen groß zur Aufnahme der Fruchthaufen.

*Caenopterites*. Gleichseitige Fiederung; die Nervenvertheilung ist so, daß sich der Hauptnerve in die Abtheilungen des Wedels verläuft: *Darca*; *Asplenium trichomanes*, *viride*, *Ruta muraria*, *Halleri*, *praemorsum*, *Adiantum nigrum*; *Allosorus*; *Pteris auriculata*; *Gymnogramma leptophylla*, *calomelanos*; *Dicksonia*; *Davallia* u. a. m.

*Ceterachites*. Dreiseitige, zickzackförmige Fiederung; Fieder an der Basis abnehmend; Nervenvertheilung wenig sichtbar. *Ceterach vulgare*. Sehr nahe steht dieser *Notochlaenites* mit rundlicher, an der Basis nicht abnehmender Fiederung und wenig sichtbarer Nervenvertheilung: *Notochlaena*; *Cheilanthes odora*, *lentigera*, *ferruginea*; *Ceterach crenatum* u. s. w.

*Onocleites*. Dreiseitige Fiederung; Federstücke und Fiederung nach oben breiter; Nervenvertheilung nach oben verästelt in die Theile des Wedels. *Onoclea*.

*Lonchitites*. Gleichseitige Fiederung, Blättchen mit einem Ansatz an der Basis nach oben; Fieder an der Basis abnehmend; Seitennerven dichotom. *Aspidium Lonchitis*, *acrostichoides*, *Nephrodium tuberosum*, *exaltatum*; *Lomaria*; *Blechnum*; *Asplenium marinum*, *auriculatum*; *Gymnogramma tartarea* u. a. m.

*Adiantites*. Ungleichseitige (schiefe) Fiederung, wenigstens mit einem Ansatz an der Basis nach oben. Nervenvertheilung fächerförmig nur oft an der Basis nach unten im Blättchen der Anfang von einem Hauptnerven. *Adiantum Capillus*, *pedatum*, *curvatum*, *formosum*, *concinnum* u. a. m.

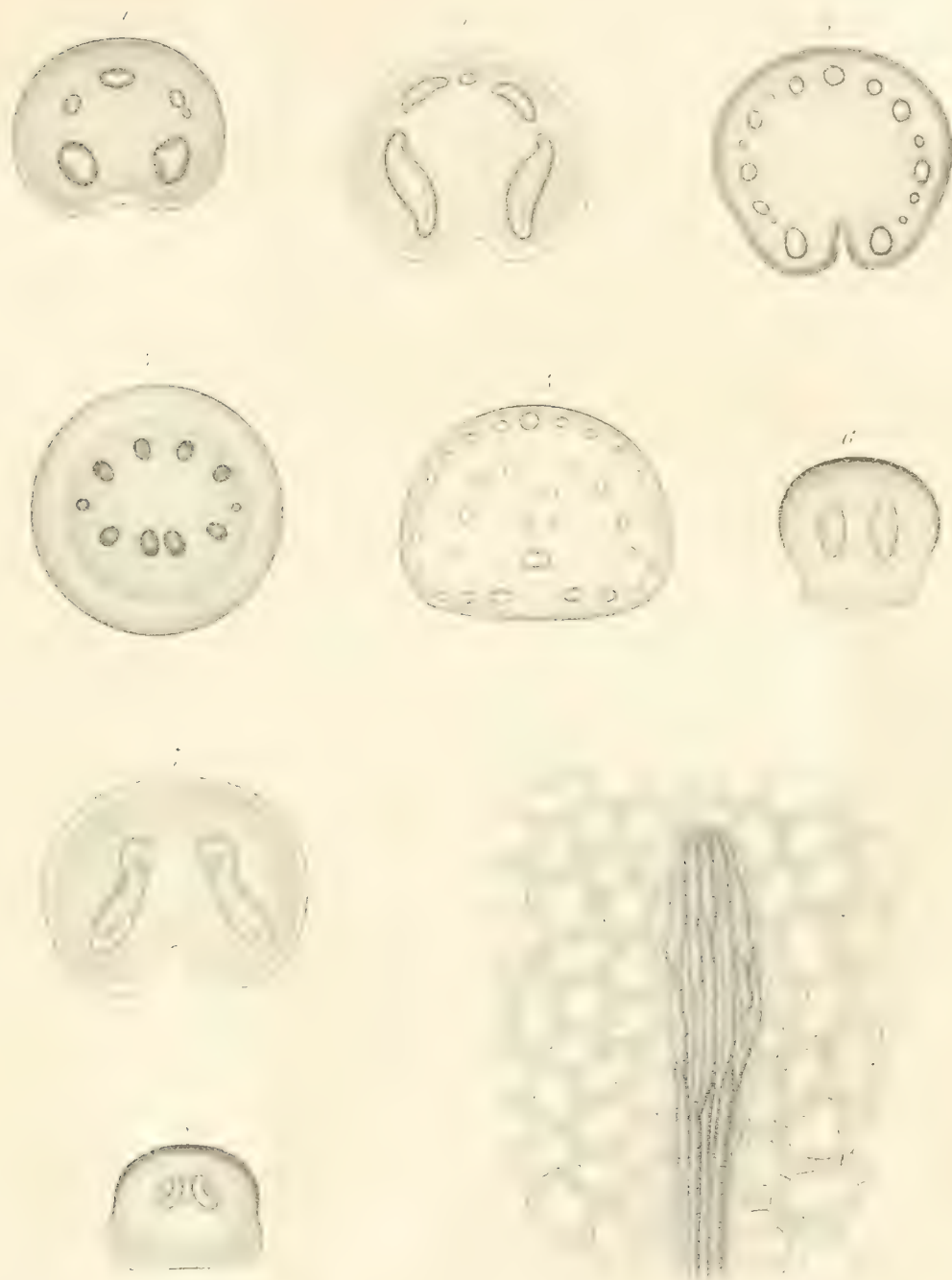
*Pterites*. Gleichseitige Fiederung mit einem Ansatz nach unten, oder einem dort unsymmetrischen Aste. Seitennerven wenig dichotom: *Pteris*: doch könnte man von denen, welche gestielte Blättchen haben, eine besondere Abtheilung machen.

Zuletzt muß ich noch der großen Veränderlichkeit erwähnen, welche die Blätter der Farrn besonders in Rücksicht der Zuspitzung haben. An einem und demselben Wedel findet man länger und kürzer zugespitzte Federstücke durcheinander, ja man sieht gestumpfte und rundliche Abtheilungen oben, auch unten, wo man in der Mitte lang zugespitzte hat.











Über  
die organischen Nerven der erectilen männlichen  
Geschlechtsorgane des Menschen und der  
Säugethiere.

Von  
H<sup>rn</sup>. M Ü L L E R.

---

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 26. November 1835.]

Der Hauptgegenstand der gegenwärtigen Abhandlung ist die Darstellung einiger bisher unbekannt gebliebener Nerven, welche dem erectilen Gewebe des *penis* bestimmt, wohl von den großen Gefühls- oder Rückenmerven des männlichen Gliedes zu unterscheiden sind. Um das darüber vorzutragende einigermaßen leichter verständlich zu machen, ist es nöthig einen kurzen Abriss meiner bisherigen Untersuchungen über das erectile Gewebe voranzuschicken. Der größte Theil des Gewebes im Innern der *Corpora cavernosa* des männlichen Gliedes besteht aus einem anastomosirenden Venengeflecht, in dessen cellulösen Räumen das Blut bei der Erection sich anhäuft. Nach Cuvier's Untersuchung der Ruthe des Elephanten und Tiedemann's Untersuchung der Ruthe des Pferdes sollten keine andern anatomischen Elemente im Innern der *corpora cavernosa* vorkommen. Vor mehreren Jahren beobachtete ich im *corpus cavernosum* des Pferdes eine mir unbekannte, röthliche, faserige, zusammenhängende Bündel bildende Substanz, in deren Zwischenräumen die Venengeflechte liegen. Ich legte mir die Frage vor, ob diese Substanz bei der Erection thätig sei und studirte ihren Bau. Ihre Primitivfasern sind etwas stärker als die der Muskeln, sie besitzen keine perlschurartigen Anschwellungen wie die Muskelfasern des animalischen Systems und des Herzens und ihre Bündelchen zeigen unter dem Mikroskop nicht die charakteristischen Querlinien wie die letzteren. Da indeß die Muskelfasern des Darms, der Urinblase, des *uterus*, der Iris, also der meisten unwillkürlichen Mus-

keln, weder das eine noch das andere besitzen, konnte die Frage von der Natur jener Fasern nur durch chemische Versuche und Beobachtungen am lebenden Thiere entschieden werden. Die Fasern des *penis* der Pferde gehören in die Klasse der eiweißartigen Körper. Sie geben beim Kochen keinen Leim, und ihre essigsaurer Auflösung wird von Cyaneisenkalium gefällt. Hierdurch sind sie hinreichend vom Zellgewebe, Sehngewebe und elastischen Gewebe geschieden. Sie gehören in eine Klasse mit dem Eiweiß, Muskelgewebe und den übrigen eiweißartigen Körpern. Über ihre Stellung in dieser Klasse konnten nur Versuche an lebenden Thieren entscheiden. Durch Galvanisiren des bloßgelegten cavernösen Gewebes am lebenden Pferde, Schafbock, Hund, habe ich mich überzeugt, daß dies Gebilde keine Muskelkraft besitzt <sup>(1)</sup>.

Die glückliche Beobachtung der bei der Erection thätigen Arterien gab meinen Untersuchungen eine neue Richtung. Man hat sich bisher allgemein vorgestellt, daß das Blut bei der Erection in die anastomotischen Venen oder Zellen der cavernösen Körper durch die gewöhnlichen Capillargefäßübergänge der Arterien in Venen gelange. Ich war so glücklich zu entdecken, daß gewisse bei der Erection thätige Arterien von den bei der gewöhnlichen Circulation erfüllten Arterien verschieden sind, obgleich beide von denselben Stämmen ausgehen. Die bei der Circulation wirksamen Arterien verhalten sich wie in allen Theilen, die bei der Erection thätigen sind quastartige *Diverticula* der *Arteria profunda penis*, welche aus krummen, blindgeendigten,  $\frac{1}{5}$  Millimeter und mehr dicken, kurzen Zweigeln bestehen, und frei in die Zellen des *penis* hineinhängen, *Arteriae helicinae*. Obgleich diese Gefäße keine sichtbaren Öffnungen haben, so ist es doch ziemlich wahrscheinlich daß sie es sind, welche das Blut in großer Menge in die Zellen der cavernösen Körper ergießen. Denn die Zinnober-Leiminjection gehen mit der größten Leichtigkeit ohne Zerreißen aus ihnen über <sup>(2)</sup>.

Die Venen, welche das Blut aus den cavernösen Körpern wieder abführen, kommen zum Theil an der Oberfläche und Seite des *penis* in großer Menge durch Öffnungen in der fibrösen Haut der cavernösen Körper hervor;

---

<sup>(1)</sup> Zeitung des Vereins für Heilkunde in Preußen 1833. N. 48. Müller's Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medicin. 1835. p. 27.

<sup>(2)</sup> Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie. 1835. p. 220.



ich nenne sie *Emissaria venosa*. Diese Venen ergießen sich in die *Vena dorsalis penis* oder in Äste von ihr, die das Blut aus dem *corpus cavernosum urethrae* bringen. Dann treten am hintern Ende der *corpora cavernosa* aus ihrer innern Seite große Stämme, welche unter der Symphyse ins Becken treten und in das gemeinsame Labyrinth der Schamvenen übergehen, ohne sich vorher in die *vena dorsalis penis* zu ergießen <sup>(1)</sup>. Hieraus gieng deutlich hervor, daß kein Muskeldruck auf die *vena dorsalis penis*, der ohnehin nicht möglich ist, die Ursache der Erection sein könne. Denn dieser Druck theiligt auf keine Weise diese hinteren oder tiefen Venen der *corpora cavernosa*. Man kann sich daraus auch erklären, warum man durch einen künstlich auf die *vena dorsalis penis* ausgeübten Druck keine Erection hervorbringen kann. Die Ursache der Erection liegt also offenbar *primo loco* in dem erectilen Gewebe selbst und wahrscheinlich in den *arteriae helicinae*. Das einmal angesammelte Blut kann dann allerdings durch die *musculi ischio-cavernosi*, welche den hintern Theil der *Corpora cavernosa* drücken, vorge- drängt werden. Ich stellte mir ferner die Frage auf, ob, wie es zwei Systeme von Arterien an den *Corpora cavernosa* giebt, es auch zwei Systeme von Nerven gebe, wovon das eine als die Ursache der Empfindungserscheinungen, das andere als Conductor für den Impuls zur Erection zu betrachten ist. Im Sommer 1834 war ich so glücklich an einer menschlichen Leiche zu finden, daß die großen Nerven des *penis*, *nervi dorsales* nur wenige Zweige in das Innere des *penis* senden, während sie sich in der Haut, besonders aber in der Eichel verbreiten, daß dagegen eine ganze Anzahl von grauen organischen Nerven, die nicht dem animalischen System sondern dem Sympathicus angehören, schon am hintersten Theile des *penis* unter der Symphyse der Schambeine in die *Corpora cavernosa* eindringen und sich im erectilen Gewebe verbreiten.

Um die Lage dieser Nerven in der bisher sehr vernachlässigten Gegend zu den Seiten des häutigen Theils der Harnröhre besser kennen zu lernen und ihren Verlauf genauer zu beschreiben, mußte ich eine neue Untersuchung dieser Gegend vornehmen.

---

(1) Encyclopädisches Wörterbuch der medicinischen Wissenschaften, herausgegeben von den Prof. Busch, v. Gräfe, Hufeland, Link, Müller. B. XI. p. 458.

Die gegenwärtige Abhandlung zerfällt nun in zwei Abschnitte, I. von den Dammuskeln des Menschen, insbesondere den Muskeln des häutigen Theils der Harnröhre, und II. von den Nerven des erectilen Gewebes.

## I. Abschnitt.

### Über einige Dammuskeln des Menschen, insbesondere über den *musculus constrictor urethrae membranaceae*.

Die Dammuskeln des Menschen sind von allen Theilen des Muskelsystems desselben diejenigen, deren Kenntniß und Beschreibung noch einen geringern Grad von Vollkommenheit erreicht haben. Albinus, in der Beschreibung der Muskeln sonst unübertrefflich, und von denjenigen, die sich speciell mit gewissen Muskeln beschäftigen, immer genau befunden, ist in der Beschreibung der Dammuskeln dürftig und so fast alle späteren. Santorini, dessen meisterhafte myologische Beschreibungen immer ein Muster bleiben werden, hat dagegen eine fast vollkommene Abbildung und theilweise vollkommene Beschreibung dieser Muskeln gegeben, zu welcher durch die späteren Beobachtungen von Wilson über den *musculus pubo-urethralis* nichts wesentliches und eher etwas unrichtiges hinzugekommen ist. Leider ist Santorini's Werk *Septemdecim tabulae, Parmae 1775*. in dieser Hinsicht von den Anatomen durchgängig unbenutzt geblieben; indem man gewöhnlich, wo man auf seine Beobachtungen über die Dammuskeln Acht hatte, die Abbildungen und Beschreibungen der Dammuskeln in den *Observationes anatomicae, Venetiis 1774*. zu Grunde legte. Gleichwohl enthalten die *Tabulae posthumae*, obgleich ohne genügende Erklärung, für denjenigen, welcher die Dammuskeln selbst genauer studirt, sehr schätzbare weitere Beobachtungen. Da keine vollkommene Beschreibung dieser Gegenstände für das *Opus posthumum* vorliegt, so war freilich die Benutzung dieser Tafeln in Hinsicht mehrerer neuer Gegenstände ohne eigene Untersuchungen sehr schwer, ja fast unmöglich, so daß auch Girardi, der die Erklärung der *Tabulae posthumae* besorgte, sich oft in nicht geringer Verlegenheit befand, wie er die Abbildungen von Santorini zu deuten hätte. Bei Untersuchungen über die Ursachen der Erection konnte ich eine genauere Zergliederung mehrerer zweifelhafter Theile der Dammuskeln nicht überge-

hen. Ich untersuchte sie während der Winter 18<sup>33</sup><sub>34</sub> und 18<sup>34</sup><sub>35</sub> in vielen muskulösen Leichen von unten und von oben her; so gelang es mir mehrere bisher nicht beachtete muskulöse Theile zu erkennen, die ich hernach regelmäßig in jeder Leiche wiederfand, und von denen es mich sehr wunderte, keine Beschreibung in den anatomischen Werken zu finden. Meine Verwunderung war noch gröfser, als ich einen vor einiger Zeit beschriebenen Muskel, den *musculus pubo-urethralis seu Wilsoni* durchaus nicht wiederfand, so wie er beschrieben ist, obgleich dieser Muskel sowohl von Wilson als von Velpeau abgebildet und auch von Bell und Meckel aufgeführt, von Seiler aber wenigstens nach eigener Erfahrung in Schutz genommen wurde. Erst durch die Zergliederung der Dammuskeln sehr vieler Leichen, wobei ich nie den Wilsonschen Muskel, immer aber ganz andere constante muskulöse Theile der Harnröhre fand, gewann ich die feste Überzeugung, dafs jener Muskel in der Art wie er beschrieben ist, nicht existirt und nur durch eine verkehrte Präparation entstehen kann. Später fielen mir Santorini's *Septemdecim tabulae* in die Hände; hier freute ich mich einen gründlichen Vorgänger zu finden; nach meinen Untersuchungen war mir die Erklärung einiger seiner Figuren nicht schwer; denn ich sah hier ganz ähnliche Theile wenngleich nicht beschrieben, doch bildlich dargestellt; dagegen hier ebensowenig etwas von dem Wilsonschen Muskel zu finden ist. Um mich zu überzeugen, dafs auch andere Anatomen die von mir gesehenen Theile leicht finden würden, bat ich meinen hochverehrten Collegen Schlemm den Constrictor der Harnröhre in der Art, wie ich ihn nun schon so oft dargestellt, aufzusuchen und zu präpariren. Dies gab dasselbe Resultat. Da nun alle untersuchten Leichen übereinstimmten, die Abbildungen von Santorini hinwieder das ähnliche, von allen Späteren verkannte, zeigten, so mußte ich mich zu einer neuen Beschreibung dieser Theile anschicken, welche mir Gelegenheit gab, noch mehrere Bemerkungen über die Dammuskeln einzuflechten und mehreres mitzutheilen, was auch dem trefflichen Santorini noch nicht ganz klar sein mochte, was wenigstens durch seine Abbildungen nicht erläutert wird. Diese Untersuchungen wurden im Winter 18<sup>33</sup><sub>34</sub> und 18<sup>34</sup><sub>35</sub> vorgenommen. Nachdem die hieher gehörigen Tafeln schon im Stich vollendet sind, lerne ich das schon 1834 erschienene Werk von Guthrie *on the anatomy and diseases of the neck of the blad-*

*der and the urethra*, London 8., kennen und sehe darin eine mit meinen Untersuchungen im Wesentlichen übereinstimmende Beschreibung der muskulösen Schicht der Harnröhre, die er mit 4 Abbildungen begleitet hat. Dies mußte mich in der Ansicht von der Richtigkeit der Untersuchungen von Santorini und meiner eigenen noch mehr bestärken. Guthrie ging es bei dem Aufsuchen der Wilsonschen Muskeln gerade so wie mir; er fand bald, daß dessen falsche Ansicht von der theilweisen Zerstörung des eigentlichen Muskels bei der Präparation von der Seite entstanden ist.

Die Abbildungen und die Darstellung meiner Untersuchungen konnte ich, obgleich Guthrie auf das Wesentliche schon aufmerksam gemacht hat, um so weniger vorenthalten, als meine Beobachtungen diesen Gegenstand sowie den Zusammenhang mit den übrigen Dammuskeln weiter als Guthrie verfolgen und eine ganz genaue Beschreibung dieses Gegenstandes schon zum Verständniß der folgenden Beschreibung der cavernösen Nerven nöthig ist. Die hinlänglich bekannten größeren Dammuskeln werde ich theils übergehen, wie den *Sphincter ani*, *transversus superficialis*, *ischio-cavernosus*, *bulbocavernosus*, theils nur kurz berühren, wie den *Levator ani*, da es sich hauptsächlich um den *musculus transversus profundus* und *constrictor urethrae membranaceae* handelt.

## I.

### Vom *Musculus levator ani*.

Dieser Muskel entspringt bekanntlich von der innern Beckenwand, und zwar von der hintern Fläche der Synchondrose der Schambeine, ferner von der *fascia pelvis*, wo sie den obern Theil des *musculus obturatorius int.* überzieht und im Begriff ist vom *musculus obturatorius int.* auf die innere oder Beckenfläche des *Levator ani* zu treten, endlich von der *Spina ossis ischii*. Diese Ursprünge sieht man sämmtlich am besten bei der Präparation von oben, indem man die innere Beckenfascie vom *Levator ani* und wo sie sich an die Seitenwand der Blase anschließt, aufhebt; hierbei kann man sich auch überzeugen, daß am vordern Rande des Muskels in den meisten Fällen noch ein Bündelchen zum vordern Rand von den mit der innern Beckenfascie zusammenhängenden *ligamenta pubo-vesicalia* hinzukommt; Bänder, von welchen sonst auch ein Theil der Längensfasern der Urinblase



den Ursprung nimmt <sup>(1)</sup>. Die Bündelchen des Muskels gehen größtentheils parallel abwärts und rückwärts, der vordere Theil umgeht das vordere Ende der *prostata* und endigt vor dem *anus*, indem die Fasern mit denen der entgegengesetzten Seite zusammenstoßen; die folgenden stoßen auf den Seitenrand des Afters oder den *Sphincter*, die folgenden gehen schief am After vorbei nach rückwärts; die übrigen, und zwar der größte Theil, gehen hinter dem After theils mit denen der entgegengesetzten Seite zusammen, theils bis zum *os coccygis*, wo sie sich befestigen. Die Endigung des vordersten Theils des Muskels vor dem *anus* oder am vordern Umfang des *anus* wird meistens nicht beachtet; um diese Endigung zu sehen, muß man zwischen *prostata* und Mastdarm bis auf den muskulösen Grund zwischen der Einsenkung der *pars membranacea urethrae* in den *bulbus* und dem After eindringen, zugleich den an der Seite der *prostata* nur scheinbar befestigten vordern Rand des *levator ani* ablösen, wo man dann sehen wird, daß der vordere Rand des *levator*, ohne wahre Insertion an der *prostata*, um sie herumgeht und vor dem After mit dem der entgegengesetzten Seite zusammenkommt. Auf diese Art bildet also der *levator* ein *diaphragma*, worin vorn eine große unpaare Öffnung und hinten die Afteröffnung sich befindet, während sich der hintere Rand an den Rand des *musculus coccygeus* anschließt. Die vordere Öffnung ist oval und reicht von den *ligamenta pubo-vesicalia* bis vor den vordern Rand des Afters; diese vordere Öffnung wird vom vordern Rand des Muskels gebildet. In diese Öffnung ragt der vordere Theil der *prostata* mit der *pars membranacea* hinein, und es läuft der vordere Rand des *levator* um die Seite des vordern Theils der *prostata* bis vor den After hin. Unter der *prostata*, nämlich von der Insertion des vordern Theils des *Levators* vor dem After bis zum untern Rand der Symphyse oder dem *ligamentum arcuatum* würde nun an dem muskulösen *diaphragma* des Dammes etwas

---

(<sup>1</sup>) Santorini, welcher die *Ligamenta pubo-vesicalia* *Ligamenta prostatae* nennt, giebt dies sehr richtig an. *Septemdecim tabulae*. p. 167. *Haec autem prostatae ligamenta... comperimus ex duobus fibrarum generibus conflata, scilicet ex summis extremisque vesicae fibris in longitudinem ductis cet. Aliae autem fibrae sunt ex iis, quae pertinent ad elevatorum ani, quae cum imae sint, non prostatae, sed urethrae principio adjungi videntur* (Es scheint bloß so); *quae tametsi in posteriora atque ima elevatoris ani ferantur, tamen sic eum locum urethrae quasi inter duas regulas constitutum arctare posse videntur, ut nonnullis sphincteris munere fungi posse credendum sit.*

fehlen, nämlich gerade der Boden, auf welchem die *prostata* ruht, und welcher die untere Fläche der *prostata* von der obern Fläche jenes hintern Endes des *bulbus* trennt, das die Insertionsstelle der *pars membranacea* nach hinten überragt und in die Nähe des Afters kommt. Dieses fehlende Stück an dem *diaphragma* des Dammes wird, wie wir hernach sehen werden, von der obern Schicht des *transversus profundus* ausgefüllt, während die untere Schicht desselben den dreieckigen Raum zwischen dem aufsteigenden Ast des Sitzbeins und *bulbus* mit Querfasern, die zum obern Seitenrand des *bulbus* gehen, ausfüllt und der vorderste Theil dieses dreieckigen Raumes nämlich zwischen *ramus descendens ossis pubis* und *corpus cavernosum urethrae*, oder zwischen *corpus cavernosum penis* und *urethrae*, von fibrösen Fasern oder dem *ligamentum perinaei* ausgefüllt wird. Indem sich nun der hintere Rand des *musculus transversus profundus* an die unter der *prostata* vor dem After zusammenkommenden vordern Ränder des *levator* anschließt, ist das *diaphragma perinaei* vollständig.

Der vorher beschriebene Ursprung des *musculus levator ani* findet in einer zusammenhängenden überall gleich hoch gelegenen Linie statt, von der hintern Fläche der Symphyse der Schambeine bis zur *spina ischiü*. Es kommt aber noch eine andere tiefer entsprungene Muskelportion zum *levator ani* hinzu, deren Ursprung in gleicher Höhe mit den *musculi transversi perinaei* ist. Diese Portion entspringt von der innern Fläche des aufsteigenden Sitzbeinastes und theilt sich in zwei Bündel, wovon das eine über dem *musculus transversus superficialis* rückwärts und über dem *sphincter ani* am After vorbeigeht (Santorin. *Septemid. tabul. XVI. fig. 1 h.*), das andere, wie ich mehrmals bei der Präparation von oben gesehen habe, schief rückwärts vor den After geht, um sich am vordern Umfang des Afters zu endigen. Diefes letztere Bündel grenzt an den *musculus transversus profundus*, welcher als die vordere Fortsetzung des *levator* betrachtet werden kann.

#### Kritische Bemerkungen.

In den meisten Werken ist der vorderste am besten von innen und oben sichtbare Theil des *levator ani*, der von der Symphyse der Schambeine und zugleich vom *ligamentum pubo-vesicale* entspringt, um den vordern Umfang der *prostata* geht und vor dem After mit dem der andern Seite zusammenkommend endigt, in Hinsicht seiner untern Insertion vor dem After

nicht beschrieben. Bei Albinus heisst diese von dem übrigen Muskel nicht im geringsten getrennte Portion *m. compressor prostatae*, bei Dumas (*syst. method. de nomenclature et de classification des muscles. Montp. 1797.*) *pubio-prostatique*, was jedenfalls unrichtig ist, da der vordere Rand des *levator* nur an der *prostata* angewachsen ist und sich nicht daran inserirt. Albinus beschreibt diese Portion ganz mit Unrecht als besondern Muskel. Dieser Muskel soll über dem Anfang des *levator* vom Innern des Schambeines in der Mitte zwischen dem untersten Theil der Synchondrose und dem nahen obern Theil des *foramen obturatorium* entspringen und schmal gekrümmt die *prostata* umfassen und zwischen *prostata* und *rectum* enden. So verläuft nur der vorderste Theil des *levator*; aber niemals entspringt diese Portion über dem Ursprung des übrigen Muskels und ist auf keine Weise davon getrennt. Sollte Albinus das vom *ligamentum pubo-vesicale* entspringende Bündelchen des *levator*, das in der That ein paar Linien tiefer, aber nicht höher entspringt, gemeint haben, so gilt hier dasselbe. Dies gehört ebenso zum vordern Rand des *levator*, aber verliert sich nicht zwischen *prostata* und *rectum*, sondern vor dem After mit dem der andern Seite zusammenkommend. Albinus citirt bei seinem Muskel Santorini *observ. anat. Tab. III. fig. 5. lit. V.* Der hier abgebildete *levator prostatae* des Santorini ist wohl auch nichts anders. Santorini nahm ihn für einen besondern Muskel, weil er den continuirlichen Zusammenhang mit dem *levator ani* von innen oder oben nicht aufsuchte. Doch sagt er selbst, daß er sich mit den äussersten Fasern des *levator* verbinde. *Observ. anat. p. 181.* Santorini sagt auch, daß diese Portion von dem untern Theil des Schambeines entspringe; dies ist jedoch nicht richtig; der um die *prostata* gehende vor dem *anus* von beiden Seiten zusammenkommende vorderste Theil des *levator ani* entspringt von der hintern Fläche der Symphyse neben den *ligamenta pubo-vesicalia*. Einen eigenen *compressor prostatae* giebt es also nicht; aber der vorderste Theil des *levator* kann die *prostata* heben und zusammendrücken, indem sie eben zwischen den vordern Rändern des *levator* liegt.

Sömmering beschreibt den problematischen *compressor prostatae* des Albinus nach dessen Worten und citirt Santorini *observat. anat. Tab. III. fig. 5. V.*, weit schöner sei er *tab. posth. XV. fig. 3. F.* zu sehen. Dies ist aber ein sonderbares Mißverständniß; denn der *Tab. posth. XV. fig. 3. F.* abgebildete Muskel ist ein ganz anderer und geht ja über die *prostata*, nicht

unter ihr weg. Haller (*elem. physiol.* VII. lib. 26. §. 24.) läßt den *compressor prostatae* auf sich beruhen, was offenbar besser ist als ihn ferner als einen besondern Muskel zu beschreiben.

## II.

### Vom *musculus transversus perinaei profundus*.

Einige Anatomen haben den *musculus transversus perinaei alter seu internus seu profundus* vermißt; ich habe diesen Muskel, der viel breiter aber dünner und kürzer als der *transversus superficialis* ist, gewöhnlich gesehen und ich bezweifle, daß er oft vermißt wird, wenn man ihn auf die geeignete Art und an der zu bezeichnenden Stelle aufsucht. Dieser Muskel liegt in derselben Ebene, wie der vordere Theil der *aponeurosis perinealis*, die zwischen den absteigenden Ästen des Schambeines und aufsteigenden Ästen des Sitzbeines einen sehnigen Rahmen bildet, in welchen die Oberfläche des *bulbus cavernosus* eingespannt ist. Unter der *aponeurosis perinealis* versteht man die von Carcassonne, Bouvier, Velpeau (*Chirurg. Anat.* Weimar. p. 801) und Paillard (*Traité des aponeuroses; Paris 1827. p. 40*) beschriebene *fascia*, welche an der Ursprungstelle des *levator* von der *fascia pelvis* entspringt, unterhalb des *musculus levator ani* liegt und von besonderer Stärke ist, wo sie den Raum zwischen dem absteigenden Schambeinast und dem obern Umfang des *bulbus* ausfüllt. Den vordersten dreieckigen und stärksten Theil dieser Aponeurose nannte Colles *ligamentum triangulare urethrae*, was unrichtig ist, indem es nur zwischen dem innern Rande des absteigenden Schambeinastes und dem obern Seitenrand des *bulbus cavernosus* liegt. Es würde hier viel besser *ligamentum bulbi urethrae* heißen. Man trifft dieses starke Band immer sogleich, wenn man den dreieckigen Raum zwischen der Wurzel des *corpus cavernosum penis* und dem *bulbus cavernosus* von unten untersucht. In der Ebene dieses Bandes liegt nun der *musculus transversus perinaei profundus*. Untersucht man die Basis jenes dreieckigen Bandes zwischen dem absteigenden Schambeinast, aufsteigenden Sitzbeinast und dem *bulbus*, und hebt einige sehnige Querfasern auf, so findet man den *musculus transversus perinaei alter seu internus seu profundus*, welcher von dem aufsteigenden Aste des Sitzbeines quer entspringt, den hintern und größten Theil jenes dreieckigen Raumes durchsetzt und sich an den obern Seitenumfang des *bulbus* befestigt. Auch in dem vordern



Theile jenes Bandes findet man oft noch einige zerstreute Muskelfasern zwischen den queren starken Sehnenfasern. Hinten grenzt dieser Muskel dicht an den tiefern Ursprung des *levator ani* von der innern Fläche des aufsteigenden Astes des Sitzbeines. Die Muskelfasern dieses kurzen, dünnen, aber breiten Muskels heften sich nicht bloß an den obern Seitenrand des *bulbus cavernosus* an, sondern die obere Schichte des dünnen platten Muskels setzt sogar über die Oberfläche des hintern Endes des *bulbus* hinter der Insertion der *pars membranacea* weg und kommt mit denen der andern Seite (zuweilen in einer Raphe) zusammen. Dieser obere Theil der Schichte des Muskels bildet also eine muskulöse Unterlage für die untere Fläche der *prostata* und eine muskulöse Decke des hintern Endes des *bulbus*, so daß der Muskel die *prostata* heben, aber auch in Gemeinschaft mit dem *bulbo-cavernosus*, der den *bulbus* von unten und von den Seiten zusammendrückt, den *bulbus* comprimiren kann. Diese über die obere Fläche des hintern Endes des *bulbus* weggehende Schichte des *transversus perinaei profundus* scheint verkannt in den verwirrten Beschreibungen der mittlern Beckenfascie eine Rolle zu spielen, indem man die *pars membranacea* durch die mittlere Beckenaponeurose durchtreten läßt. Die *pars membranacea* durchbohrt weder eine Aponeurose, noch die obere Schichte des *transversus*, die auf dem hintern Ende des *bulbus* hinter der Insertion der *pars membranacea urethrae* in den *bulbus* liegt, sondern sie geht nur durch ihren eigenen Constrictor durch und senkt sich in die obere Fläche des *bulbus* vor seinem hintern Ende und vor der über den *bulbus* weggehenden Production des *transversus profundus*. Man kann den *transversus profundus* mit dem *musculus myohyoideus* vergleichen; er bildet auch eine Art *diaphragma* im vordersten Theile der untern Beckenapertur, welches den obern Seitenrand des *bulbus* theils anfaßt, theils über den *bulbus* weggeht. Dieses *diaphragma* schließt denjenigen vordern Theil der untern Beckenapertur, welcher von dem eigentlichen *levator ani* nicht geschlossen wird und ist die Fortsetzung der tieferen Ursprünge des *levator ani* vom aufsteigenden Ast des Sitzbeines, während der Muskel einen Boden für die *prostata* bildet, deren Seiten von den vordern Rändern der hohen Ursprünge des *levator ani* umfaßt werden.

Um sich eine deutliche Ansicht von diesem Muskel zu verschaffen, muß man ihn sowohl von oben als von unten präpariren. Von oben legt man ihn bloß, wenn man zwischen *prostata* und *anus* bis auf den Grund ein-

dringt. Hier, wo die vorderen Ränder des *levator ani* vor dem After von beiden Seiten zusammenkommen, liegt vor dieser Commissur noch eine muskulöse Querschichte, welche nicht wie der vordere Rand der hohen Ursprünge des *levator* um die *prostata* herumgeht, sondern quer von einer Seite zur andern geht: diese muskulöse Scheidewand liegt auf dem hintern Ende des *bulbus* zwischen der Insertion der *pars membranacea* in den *bulbus* und dem vordern Rande des After. Es ist die obere Schichte des *transversus profundus*, welche man auch mit einem besondern Namen (*transversus bulbi*) bezeichnen könnte. Man sieht bei dieser Präparation, daß diese auf dem *bulbus* liegende Lage von queren Muskelfasern auch mit einem vom aufsteigenden Aste des Sitzbeines zum vordern Seitentheil der *prostata* gehenden Bande zusammenhängt. Dieses Band, wovon bei dem folgenden Muskel mehr die Rede sein wird, entspringt nämlich dicht über dem Ursprung des *musculus transversus profundus* und geht aufwärts zum vordern Seitentheil der *prostata*; indem nun der *musculus transversus profundus* unter dem Bande an den obern Seitenrand des *bulbus* geht, entspringen diejenigen Muskelfasern, die wir eben *transversus bulbi* genannt haben, zum Theil noch von diesen Bändern.

### III.

Von dem *ligamentum ischio-prostaticum* und *musculus constrictor istmi urethralis*.

Um die hier zu beschreibenden Theile gehörig zu untersuchen, muß man sich ein Beckenstück von einer Leiche so zurecht schneiden, daß man ganz bequem von oben in die Tiefe präpariren und observiren kann. Man schneidet die Darmbeine ab und nimmt auch den obern Theil des Kreuzbeines durch einen Querschnitt weg, so daß man von oben und hinten die bequemste Einsicht in die *regio pubis* und *perinaei* von oben gewinnt. Man nimmt dann das *peritoneum* weg und erblickt die obere Beckenfascie, welche sich von der Oberfläche des *musculus levator ani* auf die *prostata* und die obere Seitenfläche der Urinblase schlägt. Als Verstärkung der obern Beckenfascie sieht man die *ligamenta vesicae anteriora seu pubo-vesicalia*. Schneidet man diese von der Symphyse der Schambeine ab und entfernt die obere Beckenfascie, so kann man die Urinblase von allen Seiten frei machen; ebenso lassen sich die Seiten der *prostata* von der innern Seite des vordern

Theiles und vom vordern Rande des *levator ani* trennen, daß der Damm bis hinter die *prostata* und bis vor den Mastdarm frei wird. Unter den *ligamenta pubo-vesicalia*, zwischen diesen, der *prostata*, *pars membranacea urethrae*, Symphyse der Schambeine und dem vordern Rande des *levator ani* liegt ein Venengeflecht, *plexus pubicus impar, seu labyrinthus Santorini*, in welches die *vena dorsalis penis* und die tiefen Venen der *corpora cavernosa penis*, die zwischen den Wurzeln der *corpora cavernosa penis* hervorkommen, übergehen, und welches sich theils über die Seiten der *prostata* in die beiden *plexus prostatico-vesicales* fortsetzt, theils in die die *arteriae pudendae internae* begleitenden Venen, die sich unter dem *levator ani* verbergen, verlängert. Hebt man den mittlern Theil des Geflechtes oder den *plexus pubicus* von der Symphyse der Schambeine bis zur *prostata* schichtweise vorsichtig ab, so kommt man auf eine muskulöse Schichte von Querfasern, die den Raum von dem vordern Ende der *prostata* bis zum *ligamentum arcuatum pubis* einnehmen; dieses *planum musculare* ist vorn breiter, hinten schmaler an der *prostata* und ist zwischen zwei bogenförmigen Bändern eingespannt, welche unter dem vordern Rande des *levator ani* von aussen heraufsteigen und sich an die Seiten des vordern Endes der *prostata* befestigen. Diese Bänder, *ligamenta ischio-prostatica*, müssen zuerst beschrieben werden. Jedes Band kommt also unter dem vordern Rande des *levator ani* zum Vorschein, entspringt, vom vordern Theil des *levator ani* bedeckt, in der Mitte zwischen dem aufsteigenden Aste des Sitzbeines und absteigenden Aste des Schambeines vom innern Rande dieser Knochen, über dem Ursprung des *musculus transversus perinaei profundus*, dessen obere über den hintern Theil des *bulbus* weggehende Fasern damit zusammenhängen, wie man sieht, wenn man den Grund zwischen der untern Fläche der *prostata* und dem Ende des Mastdarms untersucht. Dieses Band geht jederseits von unten und aussen nach oben, innen und vorn um den vordern Rand des *levator ani* in die Höhe (Tab. I. fig. 1. 2. a.) und erreicht bogenförmig die Seite des vordern Endes der *prostata*, wo es sich inserirt, indem seine Fasern theils an der Seite der *prostata*, theils an der Seite der obern Fläche sich noch etwas verlängern. Von der obern Insertion dieses Bandes auf der Fascie der *prostata* entspringen auch noch einige der Längenasern der Urinblase; diese Fasern gehören theils der Seite der Urinblase theils der Seite der obern Fläche derselben an. Das eben beschriebene Band darf mit dem *ligamentum*

*prostatæ* des Santorini, welches er *observ. anat.* Tab. II. fig. 2. lit. n. n. abbildet und p. 198 beschreibt, nicht verwechselt werden. Denn Santorini's *ligamentum prostatæ* ist was man jetzt *ligamenta pubo-vesicalia* nennt, doch findet sich unser *ligamentum ischio-prostaticum* auf *tab. posth.* XV. fig. 1. m. deutlich abgebildet, mit Angabe seiner Insertion am *ram. descendens oss. pub.*

Zwischen den beiden *ligamenta ischio-prostatica* liegt die *pars membranacea* der Harnröhre, vom vordern Ende der *prostatæ* zur Oberfläche des *bulbus cavernosus* gehend und beträchtlich vor dem hintern Ende des *bulbus cavernosus* in diesen sich einsenkend. Sowohl über als unter der *pars membranacea* sind Muskelfasern quer ausgespannt, die von einem *ligamentum ischio-prostaticum* zum andern brückenartig über die *pars membranacea* hinübergehen. Den ganzen muskulösen Apparat zwischen den *ligamenta ischio-prostatica* um die *pars membranacea urethrae* kann man *musculus constrictor urethrae membranaceae seu constrictor isthmi urethralis* nennen, und daran 3 Schichten unterscheiden: 1) eine obere Schichte zwischen den *ligamenta ischio-prostatica*, eine Brücke von Querfasern von dem *ligamentum arcuatum pubis* an bis auf die Oberfläche des vordern Endes der *prostatæ*, 2) eine untere viel schwächere Schichte zwischen den *ligamenta ischio-prostatica* unter der *pars membranacea urethrae*, 3) eine innere zwischen den vorhergehenden gelagerte Schichte von Cirkelfasern, welche um die *pars membranacea urethrae* herumlaufen, ohne von den *ligamenta ischio-prostatica* zu entspringen, *stratum circulare*.

*Stratum superius.* Tab. I. fig. 1. 2. b.

Dies ist eine ganz starke Lage von röthlichen queren Muskelfasern, ein ganzes *planum musculare*, vorn breiter, hinten schmaler, von dem *ligamentum arcuatum ossium pubis* an bis zur Oberfläche des vordern Endes der *prostatæ*, wo der Muskel am schmalsten ist. Über diesem Muskel liegt der *plexus venosus pubicus*, den man vorher vorsichtig weggenommen haben muß, um diesen Muskel zu sehen. Zwischen der Insertion der *ligamenta pubo-vesicalia* und dem Anfang dieses Muskels am *ligamentum arcuatum* ist eine Distanz von mehreren Linien. In diesem Raume liegt eben der *plexus pubicus* oder das Labyrinth des Santorini. Die vordersten Querbündel entspringen noch nicht vom *ligamentum ischio-prostaticum*, sondern vor ihm



vom *ramus descendens ossis pubis* jeder Seite und laufen bogenförmig aufsteigend und dann wieder absteigend am hintern Rande des *ligamentum arcuatum pubis* (B) vorbei. Zuweilen sind sie an einen vom letzten Bande abgehenden sehnigen Streifen in der Mittellinie befestigt; dann sind diese Fibern getheilt und stellen zwei Schenkel eines Bogens dar. Dies ist indess nicht constant; in den meisten Fällen sind schon die vordersten Bündel des *constrictor superior* ganze Bogen und gehen ohne Unterbrechung zur andern Seite hinüber; und alle folgenden Bündel sind immer ganze Querbrücken, ohne Raphe in der Mittellinie. Nur die vordersten Querbündel entspringen vom *ramus descendens ossis pubis*; alle folgenden liegen durchaus zwischen den *ligamenta ischio-prostatica* über der *pars membranacea*; die hintersten schmalsten Bündel liegen schon auf der Oberfläche des vordern Endes der *prostata* und inseriren sich an den Verlängerungen der *ligamenta ischio-prostatica* auf die *prostata*, oder entspringen von der *fascia prostatae*. Diese scheint Santorini gesehen zu haben. *Observ. anat. p. 199. In cujus (prostatae) quidem priore facie, qua pectinis ossibus jungitur, non exiguos muscularium fibrarum fasciculos in lacertosis praesertim cadaveribus intextos observasse meminimus, quarum duplex incessus erat; aliae etenim lata superne basi in prostatae imum contrahebantur, ac velut inversam pyramidem exhibebant; aliae vero quasi transversim ductae subjectas fere ad decussim secabant.* Auf die schmalen Querbündel auf der Oberfläche des Anfangs der *prostata*, *tegumentum musculare prostatae*, folgen wieder breitere Bündel von bogenförmiger Gestalt mit nach hinten gerichteter Concavität. Diese bogenförmigen Bündel auf der Oberfläche der *prostata* sind von ganz anderer Beschaffenheit, als der *constrictor urethrae membranaceae*, nämlich blafs, von der Farbe der Muskelfasern der Blase, während der *constrictor urethrae membranaceae* in seinem ganzen Verlauf und bis auf das vordere Ende der *prostata* röthlich aussieht, wie die Muskeln des animalischen Lebens.

Die bogenförmigen Bündel (Tab. I. fig. 1. 2. c'.) auf der Oberfläche der *prostata* laufen mit ihren Schenkeln nach rückwärts und auswärts, erreichen den Seitenrand der obern Fläche der *prostata* jedoch nicht und scheinen sich früher in die *fascia prostatae* zu inseriren; die hinteren (c) dieser bogenförmigen Bündel gehen sogar deutlich von der obern und Seitenfläche der *prostata* auf die Blase über und sind der Anfang derjenigen Längenfaser der Blase, die sich an den Seiten der Blase ausbreiten. Es gehören also die bogenförmigen

Bündel auf der Oberfläche der *prostata* größtentheils schon der Blase oder dem Blasenhalse an. Stellt man sich mit Velpeau das Drüsengewebe der *prostata* zwischen der Schleimhaut des Blasenhalses und der Muskelschicht der Blase entwickelt vor, so begreift man dieses Verhältniß sehr gut. Doch muß man bemerken, daß nur auf der Oberfläche der *prostata* Muskelfasern liegen; die Seitenflächen und die untere Fläche der *prostata* sind ganz von Muskelfasern frei (<sup>1</sup>).

Was den Ursprung der Längenasern der Urinblase betrifft, so habe ich darüber folgendes hier gelegentlich zu bemerken:

a. Die Längenasern der obern Fläche entspringen größtentheils von den *ligamenta pubo-vesicalia* (Tab. I. fig. 1. 2. d.), ferner auch aus den bogenförmigen Bündeln auf der Oberfläche der *prostata* (c).

b. Die Längenasern der Seitenfläche der Blase entspringen aus den Seitenschenkeln der Bogen auf der Oberfläche der *prostata* (c), zum Theil auch von Verlängerungen der *ligamenta ischio-prostatica* in die *fascia prostaticae*, von wo sie sich nach oben und unten ausspreizen.

c. Die Längenasern der untern Fläche der Blase, welche die Fortsetzung der vom *fundus* der Blase umkehrenden übrigen Längenasern sind, inseriren sich zwischen der untern Fläche des Blasenhalses und dem untern hintern Ende der *prostata* in der *fascia* derselben. Daß die Blase keinen *sphincter* habe kann ich nicht annehmen. Zerschneidet man die Längenasern am hintern Ende der obern Fläche der *prostata*, so kommt man auf einen deutlichen Ring von gehäuften Zirkelfasern. Santorini hat diese Schichte früher nicht gekannt und übersehen. Man muß die oberflächlichen bogenförmigen Bündel hinter und auf der *prostata* wegnehmen, dann sieht

---

(<sup>1</sup>) Velpeau hat diese Fasern ganz gut gekannt. Er sagt nämlich von der *prostata*: *Elle est enveloppée par une couche d'apparence charnue plus ou moins distincte, comme confondue avec son tissu propre et dont la direction des fibres est longitudinale. Je les ai suivies bien des fois jusqu'à la vesie, dont elles me paraissent une dependance d'autant plus evidente, qu'on les cherche plus haut. Santorini drückt sich noch besser aus: Hae igitur transversae fibrae, quae frequentissimae sunt in priore cervicis facie sub nostro prostaticae ligamento (nämlich lig. pubo-vesicale) ita eo loci inflectuntur, ut arcum potius, cujus cornua superiora spectant, quam orbem describere videantur. Observ. anat. p. 203. Ferner Tab. posth. p. 167. Hae praeterea fibrae, ubi a vesicae fundo, seu vertice ex priori facie ad ima deducuntur, luculentissimi feruntur in decussim, atque seu obtusi anguli, seu arcus in modum conformatae in adversum latus feruntur.*

man die Cirkelfasern. Von einer Verwechslung mit den *tubuli* der *prostata*, die Santorini dem Bianchi vorwirft, kann an dieser Stelle dicht hinter der *prostata* nicht die Rede sein. Später *Tab. posth.* sagt er, daß er den *sphincter* in der *prostata* gefunden habe, *Tab. posth.* p. 176, wo er ihn ohngefähr, wie ich eben gethan, beschreibt.

Da der *constrictor urethrae membranaceae superior* zwischen den *ligamenta ischio-prostatica* nicht bloß die gewöhnliche Farbe der animalischen Muskeln sondern auch die mikroskopischen Querstreifen seiner Bündel hat und sich dadurch ganz von den Muskelfasern der Blase unterscheidet, so bin ich der Meinung, daß nur der *constrictor urethrae membranaceae* entschieden zum animalischen System, zusammen mit den übrigen Dammuskeln, gehöre. Am obern Drittheil der Speiseröhre grenzen die animalischen Muskelfasern des Schlundes, sich über den Anfang der Speiseröhre nach Schwann's Beobachtung verlängern, auch an die organischen Muskelfasern der Speiseröhre.

Santorini scheint einige Kenntniß von unserm *musculus constrictor urethrae membranaceae superior* gehabt zu haben. Denn dieser Muskel findet sich zum Theil in den *Tab. posth.* XV. fig. 1. o. und fig. 3. r. dargestellt, aber ohne alle Erklärung. In fig. 1. des Santorini sieht man ihn wohl nur auf dem Durchschnitt; denn er reicht viel weiter und ist bis zur *prostata* noch bedeckt. Girardi macht zu letzterer Figur die sehr richtige Anmerkung: *Praeter hosce Santorini sinus cum alias, tum etiam in praesentia mihi haec conscribenti fibrae tenues in latam veluti membranam fusae occurrunt, quae huic delineationi plurimum respondentes, ex interna processuum pubis et ischii facie supra urethrae isthmum in transversum excurrentes, in oppositum pubis latus contendunt, eo valenter insertae.* Wahrscheinlich gehören hieher auch die *muscles prostatiques superieurs* des Winslow. *Exposit. anatom.* p. 572. *Les muscles prostatiques superieurs sont de petits plans minces, attachés à la partie supérieure de la face interne des petites branches des os pubis, d'où ils vont se repandre sur les prostates et s'y attacher. Leurs attaches aux os pubis sont à côté de celle des muscles obturateurs internes.* Guthrie hat den Muskel sehr gut beschrieben; nur darin weichen meine Beobachtungen ab, daß ich eine mittlere Raphe nicht, und nur ausnahmsweise vorfinde (<sup>1</sup>).

---

(<sup>1</sup>) Guthrie *on the anatomy and diseases of the neck of the bladder and of the urethra.* London 1834. *On the upper part then is a central median line of tendon, which runs back-*

*Stratum inferius.*

Um diese Schichte zu sehen muß man die *prostata* von hinten frei machen und sich zwischen *prostata* und Mastdarm bis auf den Grund des vordern Endes des *levator ani* hineinarbeiten. Schlägt man dann die Urinblase nach vorn über die Symphyse der Schambeine, so sieht man die untere Fläche der *prostata* und statt der untern Fläche der *pars membranacea urethrae*, eine dünne Schichte von Muskelfasern, welche ebenfalls von einem *ligamentum ischio-prostatae* zum andern hinübergangen. Hier ist der Verlauf der Fasern jedoch etwas anders als an der obern Fläche. Die stärksten und deutlichsten Muskelfasern kommen von dem Ursprung des *ligamentum ischio-prostaticum* oder vom *ramus descendens ossis pubis*, gehen aufwärts vorwärts an der untern Fläche des *ligamentum ischio-prostaticum* ihrer Seite hin, theils gegen die Seite des Anfangs der *prostata*, so daß sie als Adductoren wirken, theils breiten sie sich auch bogenförmig an der untern Fläche der *urethra membranacea* gegen die der anderen Seite, mit denen sie zusammenkommen, aus. Auch von den *ligamenta ischio-prostatica* gehen Muskelfasern aus, die, zwischen diesen beiden Bändern quer ausgespannt, ebenso unter der *urethra membranacea* verlaufen, wie die früher beschriebenen über derselben liegen; sie sind nur sehr viel schwächer. Die hintersten dieser Muskelfasern gehen

---

*wards to be inserted into the fascia covering the upper surface of the prostata, and again forwards on the urethra through the triangular ligament to be inserted in front of it near the union of the corpora cavernosa. On the under part a similar tendinous line is to be observed, which is attached backwards to the fascia underneath the apex of the prostata and forwards to the central tendinous point in the perinaeum. The muscle on its upper surface is covered by fascia descending from the pubes which adheres to it, and this I take to be what Mr. Wilson described as the tendinous origin of his muscle and from which he supposed the fibres descended to surround the urethra, which they really do not. From the median tendinous line in the upper part of the urethra the fibres pass outwards on each side, converging towards the centre, where they form a leg, as I term it, of muscular fibres. On the under surface the same thing takes place; and a leg on each side being thus formed from the superior and inferior fibres running from each half of the urethra, they pass outwards, that is transversely across the perinaeum to be inserted into the ascending ramus of the ischium a little below its junction with the descending ramus of the pubis on each side, they are inclosed between the two layers of fascia forming what is commonly called the deep perineal fascia. Cowper's gland on each side lies under or posterior to the muscle and seems to be enveloped by it.*



über das hintere Ende des *bulbus cavernosus* weg zur andern Seite und hängen mit dem *transversus profundus* zusammen; diese hinterste das *bulbus*-Ende von oben und hinten bedeckende Lage ist schon vorher unter dem Namen der tiefern oder obern Schichte des *musculus transversus perinaei profundus* beschrieben worden.

Santorini muß ebenfalls einige Kenntniß von dieser dünnen Schichte von Muskelfasern gehabt haben. Wenigstens glaubt man sie in *Septemdecim tab. XV. fig. 1. i.* zu erkennen, wo wieder die Beschreibung fehlt; es kann jedoch hier auch der *musculus transversus profundus* abgebildet sein. Vielleicht gehört auch *fig. 3. I.* hierher. Der *musculus prostaticus inferior* des Winslow, den er auch *transversus internus* nennt, scheint nicht die hier beschriebene muskulöse Schichte, sondern wirklich der *transversus internus* zu sein. Vielleicht aber gehört der *prostaticus superior* des Winslow, den wir schon oben bei dem *constrictor superior urethrae membranaceae* anführten, mit hierher. Der *compressor prostatae* des Albinus ist nicht hierher zu rechnen, wohl aber wahrscheinlich der *transversus prostatae* von Walter. *Myol. Handb. Berlin 1784. p. 186.* Walter sagt: er nimmt seinen Ursprung von der innern Seite des *rami ascend. oss. ischii* und befestigt sich seitwärts an die *prostatam*. Seiler beschreibt den *transversus prostatae* des Walter etwas weitläufiger. Er soll bedeckt vom Anfange des *levator ani* vom *ramus ascendens oss. ischii* entspringen, ohngefahr einen halben Zoll breit, abwärts rückwärts gehen, um sich verbunden mit den Fasern des *levator ani* theils an der Seiten- und hintern Fläche der *prostatata*, theils am Blasenhal zu befestigen. Genau genommen paßt jedoch dies alles wenig auf die oben beschriebene zarte muskulöse Schichte, welche nicht bloß an das vordere Ende der *prostatata*, sondern unter der *pars membranacea urethrae* zur andern Seite geht.

#### *Stratum internum circulare.*

Nach der bisherigen Beschreibung stellt der *constrictor urethrae membranaceae* eine doppelte Querschichte von Fibern dar, die beide zwischen den *ligamenta ischio-prostatica* liegen und wovon der obere über, der untere unter der *pars membranacea urethrae* weggeht. Es giebt indeß noch eine tiefere oder innere Schichte von Cirkelfasern um die *pars membranacea*, welche von den vorhergehenden bedeckt werden und nicht von den *ligamenta ischio-*

*prostatica* entspringen. Diese Schichte, welche dicht an der obern und untern Querschichte inwendig anliegt und hinwieder die *pars membranacea* dicht umgiebt, wird gesehen, wenn man die obere Querschichte durch einen Längenschnitt bis auf die *pars membranacea* theilt, wo man die letztere von dem dicht anliegenden Muskelgewebe an den Seiten frei macht. Man sieht dann sehr gut, daß die innere Schichte des *constrictor urethrae membranaceae* nicht von den *ligamenta ischio-prostatica* entspringt, sondern an den äußeren Querschichten dicht anliegend, rund um die *pars membranacea* herumläuft. Diese Schichte reicht von dem *ligamentum arcuatum* bis zum vordern Ende der *prostate*, oder so weit als die obere Querschichte. Bei Santorini (*Septemdec. tab. T. XV. fig. 4. C.*) findet sich eine Abbildung, wo Santorini wahrscheinlich dasselbe Object vor sich gehabt hat, und welche sein Erklärer Girardi auch zu deuten wufte. Dieser sagt nämlich, als er die über die *urethra* weggehenden queren Muskelschichten aus eigener Beobachtung angegeben: *His aliae subsunt in orbem ductae, totumque urethrae isthmum adeo comprehendentes, ut hasce figura hujus Tab. IV. lit. C. Santorinum exhibere voluisse, conjectura assequi posse existimemus.*

Die zuletzt beschriebene innere Schichte des *constrictor urethrae membranaceae* ist von kleinen Venen sehr durchdrungen, so daß sie dadurch ein etwas schwammiges Ansehen erhält. Dieses Ansehen erhält sie aber nur dann, wenn man sie nicht nach der Richtung der Fasern präparirt. Bei mikroskopischer Untersuchung kann man sich endlich ganz bestimmt überzeugen, daß dieses nur scheinbar spongiöse und deutlich cirkelförmig gefaserte Wesen aus Muskelfasern besteht; indem man auf den kleinsten Bündelchen die charakteristischen mikroskopischen dichten Querstreifchen aller animalischen Muskeln sieht.

Der *musculus constrictor isthmi urethralis* ist nicht bloß dem Menschen eigen, sondern ist auch bei den Säugethieren sehr deutlich und verhältnißmäßig noch viel mehr entwickelt, wie man beim Pferde, Hunde und bei den Nagern leicht sehen kann.

#### Erläuternde Bemerkungen.

James Wilson hat in den *medico-chirurgical transactions* Vol. I. London 1813, zwei Muskeln beschrieben, welche die *pars membranacea urethrae* umgeben sollen. Das Folgende enthält einen Auszug seiner Be-

schreibung. Sie haben eine dreieckige Gestalt, sind unterhalb der *pars membranacea* durch eine gemeinschaftliche Sehne verbunden, aber jeder hat einen besondern tendinösen Ursprung an der innern Seite der Symphyse der Schambeine. Die Sehne, anfangs rundlich, wird bald flach und steigt herab; sie ist am hintern Theil der Symphyse der Schambeine befestigt, beim Erwachsenen ungefähr  $\frac{1}{8}$  Zoll über dem untern Rande des Schambogens (*above the lower edge of the cartilaginous arch of the pubis*) und fast ebenso weit unter der Befestigung des *ligamentum vesicae anterius*, mit welchem und der Sehne des correspondirenden Muskels die Sehne durch lockeres Zellgewebe verbunden ist. Die Sehne steigt zuerst in Contact mit der gleichnamigen andern herab, wird dann breiter und giebt Fleischfasern ab, welche an Breite zunehmen und nahe der obern Fläche der *pars membranacea urethrae* sich von denen der andern Seite trennen, sich an den Seiten der *pars membranacea* in ihrer ganzen Länge ausbreiten, dann sich unter dieselbe begeben und in einer tendinösen Mittellinie mit denen der entgegengesetzten Seite zusammenkommen. Die Sehne, welche die beiden Muskeln unter der *pars membranacea urethrae* verbindet, sehe man deutlich von der Spitze der *prostata* unter der *pars membranacea* bis zum *corpus spongiosum penis*. Die Fleischfasern, welche sich von dem *ligamentum vesicae anterius* über die *prostata* ausbreiten, seien ganz verschieden von dem Wilsonschen Muskel. Diese Muskeln seien nicht bemerkt worden, weil ihre Fasern etwas in der Richtung der *levatoris ani* verlaufen, von welchem man sie jedoch durch bloße Trennung des Zellgewebes absondern könne. Kleine Venen von den Seiten der Urinblase und *prostata*, die mit der *vena dorsalis penis* zusammenhängen, sollen unveränderlich in dem Raum zwischen den Wilsonschen Muskeln der Harnröhre und dem vordern Rande der *levatoris ani* durchgehen. Zuweilen beobachte man allerdings eine kleine Vermischung der Fasern der Wilsonschen Muskeln unter dem Durchgang dieser Venen, aber nie mehr als man es oft finde zwischen sich berührenden Muskeln und die man als getrennte beschreibe. Am angeführten Ort sind diese Wilsonschen Muskeln abgebildet.

Die Anatomen haben die Beschreibung des Wilsonschen Muskels zum Theil, wie Meckel, aufgenommen; aber nur wenige scheinen sich die Mühe genommen zu haben, diese Beschreibung zu prüfen. Diese Gleichgültigkeit läßt sich nur aus der Vorstellung erklären, dafs, wenn auch an

der bezeichneten Stelle keine besonderen Muskeln vorhanden sein sollten, man doch den vordersten Theil der *levatoris ani* dafür in Anspruch nehmen könne. In der That betrachten viele Anatomen nur den vordersten Theil der *levatoris ani* als die Wilsonschen Muskeln. Da ich in der großen Anzahl der Leichen, in welchen ich den oben beschriebenen *constrictor urethrae membranaceae* mit aller Sorgfalt präparirt habe, nie einen mit dem vordern Rande des *levator* parallel laufenden Wilsonschen Muskel gesehen habe, so mußte ich auf den Gedanken kommen, daß Wilson den *constrictor urethrae membranaceae*, der nichts weniger als mit dem vordern Rande des *levator* parallel läuft, gar nicht gekannt habe, und daß er in der That nur das vordere Ende des *levator* für einen besondern Muskel beschrieben habe.

Daß Wilson den wahren *constrictor* nicht gekannt hat, geht offenbar aus dem Umstande hervor, daß der Wilsonsche Muskel unter der *pars membranacea urethrae* herumgehen soll, während der größte Theil unseres *constrictor urethrae membranaceae* gerade über der *pars membranacea* gelegen ist. Aber auch die Ansicht, daß Wilson den vordersten Theil des *levator ani* für seinen Muskel genommen habe, läßt sich nicht durchführen; denn Wilson sagt bestimmt, daß kleine Venen, die mit der *vena dorsalis* zusammenhängen, zwischen dem vordern Rande des *levator* und dem Wilsonschen Muskel durchgehen; diese Venen gehen aber in der That zwischen dem vordern Rande des *levator* und dem Rande unseres *constrictor urethrae membranaceae* durch. Es ist daher wahrscheinlich, daß Wilsons Beschreibung nur durch eine fehlerhafte Präparation von der Seite entstanden ist, wo er mit der Wegnahme des *ramus descendens ossis pubis* einer Seite zugleich das *ligamentum ischio-prostaticum* wegnahm. Niemals als durch fehlerhafte Präparation, durch theilweises Verschneiden des ganzen *constrictor urethrae membranaceae* kann man einen solchen Muskel darstellen, wie ihn Wilson abgebildet hat, und niemals lassen sich, wenn man nicht den vordersten Theil des *levator* dafür nimmt, zwei schnige Ursprünge zwischen *ligamenta pubovesicalia* und *ligamentum arcuatum* darstellen, von welchen zwei anfangs parallele, hernach die *pars membranacea* umgreifende Muskel ausgehen. Diese Fehler sind nicht verbessert in der Abbildung, welche Velpéau in der neuen Ausgabe seiner chirurgischen Anatomie von dem Wilsonschen Muskel gegeben. Da der wesentlichste und stärkste Theil des *constrictor urethrae membranaceae*, nämlich das über der *pars membranacea* weggehende *stratum superius*,



bei Wilson unerwähnt ist, da das unter der Harnröhre weggehende *stratum* nicht, wie er darstellt, von oben entspringt, sondern auch zwischen den *ligamenta ischio-prostatica* ausgespannt ist, da endlich das um die Harnröhre rund herumlaufende *stratum internum* nicht oben zwei sehnige Ursprünge hat, sondern circular ist, so weichen die Beobachtungen von Wilson von den meinigen ganz ab, mit welchen hingegen diejenigen von Santorini, Girardi und Guthrie übereinstimmen.

Meckel giebt die Beschreibung Wilson's wörtlich wieder, und es scheint, daß er diesen Gegenstand nicht selbst untersucht hat. Charles Bell (*the anatomy and physiology of the human body*. 7 ed. Vol. I. Lond. 1829. p. 380.) drückt sich vorsichtig aus. *There is a muscle described by Mr. Wilson, as a levator or compressor urethrae. The origine of this muscle is from the arch of the pubis and its fibres run around the membranous part of the urethra, being inserted on the lower part into each other: it is situated between the Cowper's gland and the levator ani, being separated from the last muscle by a thin fascia and some small veins. In order to make out this muscle distinctly and with as large a tendon as Mr. Wilson describes it, it is necessary to sacrifice several of the fasciae.* Auch bei dieser Beschreibung ist das *stratum superius* unerwähnt, welches nicht herabsteigt, sondern sich brückenförmig über die *pars membranacea* wölbt, und der Ursprung des Muskels ist so angegeben, so daß man eher an die unter der *pars membranacea* weggehende *portio inferior* unseres *constrictor*, der von dem *ligamentum ischio-prostaticum* aus zur andern Seite geht, denken kann.

Die einzigen anderen Anatomen, welche sich auf eine Beschreibung dieses problematischen Wilsonschen Muskels nach eigener Untersuchung eingelassen haben, sind Seiler und Velpeau. Seiler (*Pierer's med. Realwörterbuch*) beschreibt den Wilsonschen Muskel folgendermaßen: An der hintern Fläche der Schambeinvereinigung entspringen diese Muskeln von beiden Seiten kurzsehnig nebeneinander; sie gehen schräg abwärts und rückwärts; so wie sie an den häutigen Theil der Harnröhre gekommen sind, so trennen sich die Muskelfasern, ein Theil umgiebt die Harnröhre, ein anderer Theil geht aufwärts zu der Muskelhaut der Harnblase. Zwischen ihnen und dem vorderen Rande des *levator ani* liegt ein kleines Venengeflecht, welches unter dem Schamknochen hervorkommt. In

dieser Beschreibung ist einiges wie bei Wilson, unter andern das Venengeflecht in Hinsicht des *situs* des Muskels; anderes ist eigenthümlich, nämlich die Fortsetzung des Muskels in die Muskelfasern der Blase. Wäre das Venengeflecht nicht angegeben, so könnte man vermuthen, daß Seiler nur denjenigen vordersten Theil des *levator* vor sich gehabt habe, der öfter noch vom *ligamentum pubo-vesicale* mit entspringt, indem dießs Ligament auch den Längenfaseru der Blase zum Theil zum Ursprung dient.

Velpeau sagt: ausser dieser Art von Muskelhülle (der *prostata*) nimmt die *prostata* an ihrer obern Fläche noch zwei kleine Muskelfascikel auf, welche dem *m. levator ani* angehören, sich hinter der *symphysis ossium pubis* von ihm trennen, um fast perpendiculär auf den Ursprung der *pars membranacea urethrae* herabzusteigen; sie sind in England unter dem Namen *musculi Wilsonii* bekannt. *Traité complet d'anatomie chirurgicale. 2 edit. T. 2. p. 279. Pl. VIII. 16.* Dieser hier abgebildete Muskel kann nichts anderes als der vorderste Theil des *levator ani* sein, diejenige Portion, welche noch zugleich vom *ligamentum pubo-vesicale* entspringt. Der innere Rand dieser vordersten Portion des *levator ani* ist bloß mit der Seite des vordern Endes der *prostata* verwachsen. Trennt man diese Verwachsung, so bleibt das Muskelbündel unverletzt und schließt sich den übrigen Bündeln des vordern Theiles des *levator ani* an, welche nach unten und hinten um die *prostata* ganz herumgehen und vor dem *anus* denen der entgegengesetzten Seite begegnen. Nur durch eine künstliche Präparation bleibt dieses Muskelbündel am Seitenumfang des vordern Endes der *prostata* sitzen und verläuft dann so, wie es in der Abbildung von Velpeau dargestellt ist. Ich habe den Wilsonschen Muskel wohl in 30 muskulösen Leichen aufgesucht und ihn niemals finden können, wenn ich nicht den Anfang des *levator ani* dafür nehmen wollte. An einer andern Stelle der angeführten Schrift (p. 292) giebt Velpeau von der muskulösen Umgebung der *pars membranacea* eine andere Beschreibung. *Elle (la portion membraneuse de l'urètre) est enveloppée par un prolongement de la gaine prostatique qui lui donne beaucoup plus de force et de resistance qu'on ne serait tenté de le croire au premier abord. Plus immédiatement on trouve une véritable tunique charnue tantôt forte et très distincte, tantôt au contraire, comme transformée en tissu jannâtre et dont la composition est assez remarquable pour mériter qu'on s'y arrête un moment. Les fibres les plus extérieures, verticales dependent*

*évidemment de l'épanouissement du muscle de Wilson, qui prenant son point fixe derrière les pubis peut tirer l'urètre en haut, mais sans le comprimer d'une manière très prononcée. Les plus profondes, parallèles à la direction du canal paraissent être la continuation de celles qui entourent la prostate et venir du col de la vessie. Etant croisées par d'autres fibres annulaires l'urètre peut être fortement retréci et repousser la sonde ou le cathéter qu'on cherche à conduire dans la vessie. Les glandes de Cowper sont enveloppées dans ces fibres ect.*

Auch in dieser Beschreibung des verdienstvollen Autors des trefflichen Handbuchs der chirurgischen Anatomie kann ich den von mir beobachteten Bau der muskulösen Hülle der *pars membranacea urethrae* nicht wiedererkennen.

## II. Abschnitt.

Von den organischen Nerven der erectilen männlichen Geschlechtsorgane bei dem Menschen und den Säugethieren.

Nachdem ich die Thatsache gefunden, daß die *arteriae helicinae*, Zweige der *arteria profunda penis*, von den ernährenden Zweigen dieses Gefäßes verschieden sind (Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie 1835) stellte ich mir die Frage, ob die Nerven des *penis* von einerlei oder verschiedener Beschaffenheit sind, ob sie bloß dem animalischen oder auch dem organischen Nervensystem angehören, ob diejenigen Nerven, von welchen die Wollust-Empfindungen des *penis* abhängen, ihrer Natur nach verschieden sind von denjenigen, welche die Anhäufung des Blutes in den *corpora cavernosa* bewirken. Ich bin so glücklich gewesen, sowohl beim Menschen als beim Pferde zu finden, daß das organische Nervensystem zugleich mit dem animalischen die Nerven der cavernösen Körper zusammensetzt, während das animalische Nervensystem allein die Empfindungsnerven des männlichen Gliedes abgibt.

Die vorderen cavernösen Nerven des Pferdes, welche vor der Symphyse der Schambeine in das *corpus cavernosum penis* eindringen, sind Äste der *nervi dorsales penis*. Die hinteren, welche unter und hinter der Sym-

physe in die Wurzeln der *corpora cavernosa* eindringen, werden sowohl durch Zweige des *nervus pudendus*, als durch Zweige des *plexus hypogastricus n. sympathici* zusammengesetzt und das organische Nervensystem hat durch den *plexus hypogastricus* ebensoviel Antheil an diesen Nerven, als der *nervus pudendus*. An der Seite der Urinblase gehen viele feine Zweige des *plexus hypogastricus* gegen den Blasenhalshals vorwärts, die sich auf ihrem Wege öfter verbinden und wieder theilen oder geflechtartig zusammenhängen. In diesem vom *plexus hypogastricus* abhängigen Geflecht, an der Seite des Blasenhalshalses und der *prostata*, liegen mehrere kleine Ganglien durch grössere oder kleinere, oft sehr grosse Zwischenräume von einander getrennt, von  $\frac{1}{2}$  bis 2, 3 und mehr Linien Durchmesser. Von diesen Ganglien gehen Zweige zur *prostata* und zum Blasenhalshals und durch sie gehen die vom *plexus hypogastricus* zu den cavernösen Nerven bestimmten grauen Nervenfasern hindurch, worauf sie wieder geflechtartig weiter gehen. Ehe diese Nerven bis hinter die Symphyse der Schambeine gelangen, verbinden sie sich in der Gegend des Blasenhalshalses mit Ästen des *nervus pudendus*. Durch diese Verbindung entstehen nun mehrere stärkere Nerven, die hinteren cavernösen Nerven, von welchen ich gegenwärtig allein handele. Nämlich mehrere stärkere auf diese Art gebildete Nerven, wovon ich im vorliegenden Fall 4 dickere und 2 dünnere zählte, gehen schon unter und hinter der Symphyse der Schambeine in die Wurzeln des *corpus cavernosum penis* ein, theils mit der *arteria profunda penis*, theils an anderen Stellen. Ich bemerke ausdrücklich, dass weder die hinteren cavernösen Nerven, noch die vorderen vom *nervus dorsalis penis* entspringenden bei ihrem Durchtritt durch die fibröse Hülle der *corpora cavernosa* Anschwellungen bilden.

Beim Menschen hängt ein noch viel grösserer Theil der cavernösen Nerven mit dem *plexus hypogastricus* zusammen, und die Zahl der Zweige, welche allein vom *n. dorsalis penis* kommen, ist viel kleiner als beim Pferd. Bisher hat man nur die cavernösen Zweige des *n. dorsalis* gekannt. Die Auffindung der fraglichen Communicationen beim Pferd ist so leicht, dass man die Hauptsache innerhalb einiger Wochen darlegen kann; dagegen erfordert die Präparation der cavernösen mit dem *plexus hypogastricus* zusammenhängenden Nerven beim Menschen eine ganz ausserordentliche Geduld und ein befriedigendes Präparat derselben mit dem *plexus hypogastricus* kann



erst in einem Zeitraum von mehreren Monaten vollendet werden. Die ganz starken cavernösen Nerven findet man leicht vor und unter der Symphyse der Schambeine, nachdem diese vorsichtig ausgeschnitten worden: aber das Schwierige ist die Verbindung derselben mit dem *plexus hypogastricus* darzustellen. Ich suchte im Sommer 1834 die Zweige des *nervus dorsalis penis* zu den *corpora cavernosa* auf, von welchen ich mit den anderen Anatomen glaubte, daß sie ihre Nerven allein von den *nervi dorsales penis* erhalten. Hierbei traf ich an der Wurzel des *penis* auf eine ganz ansehnliche Zahl grauer Nervenfasern, welche zum Theil schlingenartig von der rechten und linken Seite zusammenhängend zwischen den *vasa dorsalia* vorwärts giengen, um sich bald mit Zweigen der *nervi dorsales* zu verbinden, zum Theil aber an der Wurzel des *penis* schon in die Tiefe drangen. Als ich die Stämmchen dieser grauen Nerven rückwärts verfolgte, war ich sehr erstaunt, daß die Stämmchen nicht von den *nervi dorsales* abgehen, sondern in ganz abweichender Richtung gegen die Seite des Anfanges der *prostata* unter dem hier liegenden Venengeflecht rückwärts gehen. Einer von diesen Nerven ist hier besonders stark. Vor der *prostata* gehen nun diese Nerven in ein Geflecht von weichen wieder feineren organischen Nerven über, welches theils in der fleischartigen Hülle der *pars membranacea urethrae* verborgen liegt, theils zwischen *prostata* und *levator ani* nach rückwärts sich fortsetzt. Dieses Geflecht der cavernösen Nerven hängt mit Zweigen des *nervus pudendus* innerhalb der fleischartigen Hülle der *pars membranacea urethrae* und am Anfang der *prostata* zusammen; die mehrsten Zweige dieses Geflechtes gehören aber den organischen Nerven an. Diese setzen sich nun in viele feine Fäden zerspaltend an der Seite der *prostata*, zwischen dieser und dem *levator ani* nach rückwärts fort, hängen wieder geflechtartig an der Seite der *prostata* zusammen und treten am hinteren Ende der *prostata*, noch weit vor dem *plexus hypogastricus*, durch mehrere kleine Ganglien, *ganglia pudenda*, welche theils wieder unter sich zusammenhängen, theils Zweige zum hintern, seitlichen und obern Theil der *prostata* geben. Die Ganglien sind theils oval, theils dreieckig, theils länglich. Von diesen Ganglien setzen sich die Fäden theils gegen den *plexus hypogastricus* fort, theils gegen den Ursprung des dritten und vierten Sacralnerven, in welchen sie enden. Die Ganglien entstehen also durch Verbindung theils von organischen, theils von animalischen Nerven, obgleich die ersteren bei weitem vorwiegen. Man verfährt bei der Präparation der

fraglichen Nerven am zweckmäfsigsten so, daß man die cavernösen Nerven zuerst an der Wurzel des *penis* an den Stellen aufsucht, wo die meisten sich in die *corpora cavernosa* einsenken, nämlich unmittelbar vor und unter der Symphyse der Schambeine. Vor der Symphyse, zwischen der *vena dorsalis* und den *arteriae dorsales*, findet man sehr bald einige graue Nerven, von denen aus man nun rückwärts geht, nachdem die Wurzel des *penis* sehr vorsichtig von der darüber liegenden Symphyse der Schambeine, die man aussägt, befreit worden. Ist man bis auf die Stämmchen der cavernösen Nerven gekommen, so verfolgt man sie durch die fibröse Masse, welche das Venengeflecht unter und hinter der Symphyse einhüllt, nach rückwärts bis vor die *prostata*, wo sie sich wieder feiner zu zertheilen anfangen und das genannte Geflecht bilden. Nun ist es gut das Präparat einige Zeit in Weingeist liegen zu lassen, damit man die feinen Nerven von ihren Umgebungen besser unterscheiden kann. Dann kann man nun vor der schwierigsten Arbeit den *plexus hypogastricus* von hinten her heraussetzen, so daß man jetzt von hinten nach vorn gegen das Geflecht der cavernösen Nerven vorschreitet. Die Ausarbeitung der Verbindungen selbst ist sehr schwer und erfordert die meiste Geduld. Denn die Verbindungsfäden zwischen dem *plexus hypogastricus* und dem cavernösen Geflecht sind zahlreich, aber sehr fein.

Aus dem *plexus cavernosus*, der durch die vom *plexus hypogastricus* und die vom *n. pudendus* herkommenden Wurzeln zusammengesetzt wird und theils zwischen *levator ani* und *prostata*, theils in der fleischartigen Hülle der *pars membranacea urethrae* liegt und am vordern Ende der *prostata* am stärksten ist, kommen nun die *nervi cavernosi*, mehrere kleinere und ein stärkerer. Diese stehen unter sich und mit Zweigen des *nervus dorsalis penis* in Verbindung, und treten theils unter der *symphysis ossium pubis*, theils bald vor derselben in das *corpus cavernosum penis*, theils mit der *arteria profunda penis*, theils durch besondere Öffnungen der fibrösen Hülle. Einige Zweige verbinden sich mit dem *nervus dorsalis* selbst, andere mit den cavernösen Nerven der entgegengesetzten Seite und mit Zweigen des *nervus dorsalis* der andern Seite, wodurch ein die *vena dorsalis* begleitendes Geflecht entsteht, wovon an verschiedenen Stellen Zweige in die *corpora cavernosa penis* treten. Andere von den Zweigen des *plexus cavernosus* verbinden sich mit Zweigen des *nervus dorsalis* und steigen am hintern Theile des *penis* über

das *corpus cavernosum penis* herab, um in der Furche zwischen diesem und dem *c. cavernosum urethrae* in das letztere sich zu verzweigen.

Die *nervi dorsales penis* sind gegen alle diese Nerven ganz weiß, gehen an der Seite der *arteriae dorsales* vorwärts, schicken auch mehrere kleine Zweige in das *corpus cavernosum*. Ihre Verbindungen in der Mittellinie durch communicirende Fäden werden beim Menschen so bewirkt, daß Fäden, die von dem *plexus cavernosus* herkommen, daran Antheil haben. Der bei weitem größte Theil der Zweige der *nervi dorsales* ist der Eichel, kleinere der Haut des *penis* und der Vorhaut bestimmt. Von ihnen hängen die Empfindungen in diesen Theilen ab.

### I.

Beschreibung der cavernösen Nerven nach einem Präparat vom Pferde. Taf. II.

Obleich diese Nerven in einer Reihe hintereinander theils unter der Symphyse der Schambeine, theils vor derselben in die *corpora cavernosa penis* eindringen, so kann man diese Nerven doch in 2 Abtheilungen bringen, nämlich 1) in diejenigen, welche mit dem *plexus hypogastricus* des *nervus sympathicus* zusammenhängen, diese liegen noch unter und hinter der *symphysis ossium pubis* und 2) diejenigen, welche bloße Äste des *nervus dorsalis penis* sind, diese gehen vor der *symphysis ossium penis* an verschiedenen Stellen von dem *nervus dorsalis penis* ab.

1) Die hinteren cavernösen Nerven des *penis*, welche mit dem *plexus hypogastricus* zusammenhängen. Diese Nerven werden durch Wurzelzweige verschiedener Art, nämlich animalischer Art, aus dem *nervus pudendus* und durch Zweige des *plexus hypogastricus* zusammengesetzt und das organische Nervensystem hat durch diesen *plexus* ebenso vielen Antheil an ihrer Bildung, als das animalische. Der *plexus hypogastricus* des Pferdes entsteht aus fortlaufenden Fäden des *plexus aorticus* und *plexus mesentericus inferior*. Von der Ursprungsstelle der *arteria mesenterica inferior* gehen aus diesen Geflechten namentlich 2 starke und einige schwächere Nerven in das Becken hinab; jeder dieser starken Nerven bildet mit den schwächeren zusammen und mit Ästen des dritten Sacralnerven den *plexus hypogastricus*, von welchem Zweige auf den Harnleiter, die Samenblase und den *ductus deferens* gehen; der größte Theil des Geflechtes geht aber zur Harnblase, zum Mastdarm und zum *plexus prostaticus*. Die auf den Mastdarm übergehenden Zweige enthalten keine

Ganglien. Aber in dem langen und breiten Geflecht, welches an der Seite der Urinblase zur *prostata* hin sich ausbreitet und viele Zweige in die anliegenden Theile schickt, liegen am Blasenhalse und an der Seite der *prostata* viele graurothe Ganglien von theils rundlicher, theils spindelförmiger, theils pyramidalen Gestalt. Taf. II.  $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \vartheta \iota$ . Die Knoten liegen schon sehr weit von dem übrigen Theil des *plexus hypogastricus* entfernt. Dieser Knoten, welche ich von den Schriftstellern nicht erwähnt finde, sind gegen 9 kleine und gröfsere, die kleineren nur 1 Linie grofs, die gröfsere 2 bis 3, das gröfste pyramidale am Seitentheil des Blasenhalses, wo überhaupt die meisten zusammenliegen, gegen 6 Linien lang. Die Knoten nehmen von verschiedenen Richtungen her Zweige des an der Harnblase liegenden Theiles des *plexus hypogastricus* auf und schicken wieder Zweige in neuen Ordnungen nach vorwärts und seitwärts aus. Die vom *plexus prostaticus* zu den cavernösen Nerven des *penis* tretenden Zweige kommen alle aus solchen Knoten und einige gehen durch mehrere kleinere graurothe Anschwellungen hindurch. Man kann 4 gröfsere gegen  $\frac{3}{4}$  Linie dicke und mehrere kleinere hintere cavernöse Nerven unterscheiden. Ich beschreibe sie nach der Ordnung, wie sie in die fibröse Haut der *corpora cavernosa penis* eintreten, also nach der Reihe von hinten nach vorn.

Der hinterste grofse cavernöse Nerve (Taf. II. 1.) *N. cavernosus major postremus* ist nach seiner Bildung aus mehreren Wurzeln des animalischen und organischen Nervensystems  $\frac{3}{4}$  Linie dick und 2 Zoll lang; er liegt unter und hinter der Symphyse der Schambeine über dem *bulbus* der Harnröhre. Er entsteht mit mehreren Wurzeln, die sich unter einander vereinigen. Es sind mehrere Nervenwurzeln vom *nervus pudendus* (1<sup>'''</sup>) und mehrere Wurzeln aus einem Geflecht von feinen organischen Fäden vom *plexus prostaticus*. In diesem letztern Geflecht unterscheidet man 2 längere dünne organische Nerven 1' und 1''. Der erstere theilt sich am vordern Ende der Urinblase bald wieder in 2 Fäden, welche divergirend nach rückwärts gehen und mit anderen organischen Nerven des *plexus prostaticus* zusammenhängen. Der zweite geht rückwärts, hängt bald durch Schlingen wieder mit den Wurzeln der anderen cavernösen Nerven zusammen und weiter nach rückwärts fortgehend, hängt er durch geflechtartig sich ausbreitende Zweige mit dem *plexus prostaticus* und mehreren seiner Knoten ( $\alpha \beta \gamma \delta$ .) zusammen. Durch



den *plexus prostaticus* und seine Knoten sind diese organischen Wurzeln wieder mit dem *plexus hypogastricus* verbunden.

Der *nervus cavernosus major postremus* tritt in die fibröse Scheide des *corpus cavernosum* unter der Symphyse, gerade wo sich die beiden Wurzeln der *corpora cavernosa penis* eben verbinden, mit 3 Zweigen nahe der Mittellinie des Körpers ein.

Der *nervus cavernosus posterior major secundus* (2) liegt neben dem vorhergehenden und ist ebenso dick und lang. Er senkt sich dicht dahinter ein mit einem großen und einem kleinen Zweig neben der Mittellinie; er steht mit dem Stamm des hintersten großen cavernösen Nerven in Verbindung. Dieser Nerve entspringt mit mehreren Wurzeln aus dem *nervus pudendus* und ebenso starken Zweigen aus dem *plexus prostaticus* 2' 2'' 2''' 2'''. Die letzteren hängen mit den organischen Wurzeln des vorhergehenden cavernösen Nerven zusammen, vorzüglich sind aber 2 organische Wurzeln (2' und 2''') von diesem Nerven zu bemerken, die sich rückwärts bald mit mehreren anderen grauen Nerven verbinden. Diese Wurzeln hängen am Halse der Urinblase mit den kleineren Knoten und den 5 bis 6 Linien langen pyramidalen, dicht dabei liegenden Knoten  $\beta$   $\gamma$ . zusammen. Aus diesen kleineren und dem pyramidalen Knoten  $\gamma$ , dessen Spitze vorwärts und dessen 3 Linien breite Basis rückwärts gewandt ist, gehen Zweige hervor, die sich mit Zweigen des *n. pudendus* verbinden und in die Häute des Blasenhalbes und in die *pars membranacea* eindringen. An den vom cavernösen Nerven zu den vorher erwähnten Knoten tretenden Wurzelzweigen befinden sich, ehe sie zu diesen Knoten kommen, noch mannigfaltige Verbindungen.

Der dritte *nervus cavernosus posterior major* (3) ist ebenso stark als die vorhergehenden. Er tritt dicht vor dem vorhergehenden unter der *symphysis ossium pubis*, dicht neben der Mittellinie, in das *corpus cavernosum* auf seiner Seite ein. Er entspringt mit einer starken langen Wurzel aus dem Ruthen-Ast des *nervus pudendus*. Dieser Nerve hängt am wenigsten mit dem *plexus hypogastricus* zusammen, nämlich nur durch die zum vorhergehenden Nerven gehenden organischen Zweige, die sich mit ihm verbinden. Der Nerve steht übrigens mit Fäden von dem vorhergehenden *nervus cavernosus* dicht vor seinem Eintritt in das *corpus cavernosum* in Verbindung. Auch der folgende *nervus cavernosus* (4), welcher schon kleiner ist und mit 3 starken Wur-

zeln vom Ruthen-Ast *nervus pudendus*, einer sehr weit hinten abgehenden entspringt, hat nur mittelbare feinere Verbindungen mit dem *plexus hypogastricus* durch das cavernöse Geflecht, welches alle diese cavernösen Nerven an ihren Wurzeln verbindet. Er tritt an der Stelle ein, wo der Ast der *arteria obturatoria* in das *corpus cavernosum penis* tritt, also mehr nach aufsen als die anderen. Hierauf folgen 2 kleine *nervi cavernosi*, *nervi cavernosi posteriores minores* (5). Sie treten an derselben Stelle in das *corpus cavernosum penis*. Sie entstehen mit dünnen Wurzeln vom *nervus pudendus* unter dem Schambogen und zwar vom *ramus dorsalis* des *nervus pudendus*. Sie bilden zusammen ein kleines Geflecht um die Eintrittsstelle des *ramus pudendus* der *arteria obturatoria*, hängen hier auch mit dem vorhergehenden cavernösen Nerven zusammen und erhalten einen starken und langen organischen Nerven (5"), der vom *plexus hypogastricus* der entgegengesetzten Seite herkommend unter der *symphysis ossium pubis* schief über die Mittellinie wegsetzt und sich mit diesem Geflechte verbindet. Aus dieser Verbindung treten 2 Nerven in das *corpus cavernosum penis* unter der Symphyse mit den Zweigen des *ramus pudendus* der *arteria obturatoria* ein. Der eine hängt mit dem mittlern hintern cavernösen an der Eintrittsstelle des letztern zusammen.

2) Die vorderen cavernösen Nerven des *penis*, welche allein aus dem *nervus dorsalis penis* entspringen. Diese treten vor der Symphyse der Schambeine an verschiedenen Stellen der Länge des *penis* in das *corpus cavernosum penis*. Die meisten sind dünnere Nerven, von denen ich an der kleinen abgebildeten Strecke allein gegen 8 Zweige unterschied, die hinter einander eintreten, vorher aber geflechtartig unter einander zusammenhängen. Aber 3 bis 4 Zoll von der Symphyse treten noch zwei starke *nervi cavernosi anteriores majores* ein, der eine in die obere Fläche, der andere an der Seite des *corpus cavernosum*. Von vielen sehr feinen Zweigen, welche auf der obern und Seitenfläche des *corpus cavernosum penis* sich verbreiten und Zweige zu dessen fibröser Hülle schicken, bleibt es zweifelhaft, ob sie ins Innere der *corpora cavernosa* eintreten.

An keinem einzigen der cavernösen Nerven, sowohl der vorderen als der hinteren mit dem *plexus hypogastricus* zusammenhängenden, habe ich bei dem Durchtritt durch die fibröse Hülle des *corpus cavernosum* gangliöse Anschwellungen bemerken können.

## II.

## Die cavernösen Nerven des Menschen.

In Hinsicht der bekannten Zweige des *plexus hypogastricus* werde ich mich kurz fassen. Er giebt bekanntlich theils Zweige zum Mastdarm, theils zur Urinblase, *prostatata*, zum Ureter, zum Samenbläschen. Weniger bekannt ist eine von diesem Geflecht abgehende Fortsetzung auf den *ductus deferens*, welche von Götz schon angedeutet wurde. Mein hochverehrter College Schlemm hat beobachtet und es liegt in einem kostbaren Präparate vor Augen, daß ein eigener ziemlich starker Nerve vom *plexus hypogastricus* auf den *ductus deferens* übergeht und diesen durch den Bauchring bis zu dem Hoden begleitet. Die Nerven des Hodens kommen also nicht bloß von demjenigen *plexus spermaticus internus*, welcher die *arteria spermatica interna* begleitet. Ein großer Theil der feinsten Zweige des *plexus hypogastricus* ist dem prostatischen und cavernösen Geflecht bestimmt. Es ist auffallend, daß die cavernösen organischen Nerven, welche bestimmt sind ins Innere des erectilen Gewebes einzutreten, nicht die Blutgefäße zunächst bis zur Ruthe begleiten, sondern einen viel kürzern Weg dahin nehmen. Die *arteria pudenda communis* ist zwar auch wie alle Zweige der *arteria hypogastrica* von feinen organischen Nervenzweigen begleitet, aber diese sind außerordentlich fein im Verhältniß zu den dem erectilen Gewebe bestimmten organischen, vom *plexus hypogastricus* unmittelbar kommenden Nerven. Dieser Umstand allein schon zeigt deutlich genug an, daß die organischen Nerven eine wichtige Rolle in den Phänomenen der Erection spielen.

## A. Beschreibung der cavernösen Nerven nach einem Präparat vom Menschen.

## Taf. III.

Der *plexus hypogastricus* entsteht wie gewöhnlich aus der Fortsetzung des *plexus aorticus*. Nämlich der *plexus hypogastricus medius seu impar* (Tab. III. p) auf der Theilungsstelle der *aorta abdominalis* und *vena cava inferior* ist zunächst die Fortsetzung des *plexus aorticus m*, hängt durch mehrere Fäden mit dem *plexus mesentericus inferior* (n) und mit dem Lumbaltheil des Grenzstranges des *nervus sympathicus* (o) zusammen. Nach unten auf dem Anfange des Kreuzbeins theilt sich der *plexus hypogastricus superior*

*seu medius* in seine beiden Seitentheile ( $p'$ ), welche zur Seite des Mastdarms und der Harnblase herabsteigen und sich jederseits in den *plexus hypogastricus inferior* verbreiten. Dieser ( $q$ ) hängt durch mehrere Fäden mit dem zweiten, dritten und vierten Sacralnerven zusammen. Zwei Fäden vom zweiten Sacralnerven ( $r$ ) und mehrere Fäden vom dritten Sacralnerven ( $s$ ) vereinigen sich zu einem stärkern Nerven ( $r'$ ), der in den *plexus hypogastricus* eingeht. Mehrere Nervenfasern vom vierten Sacralnerven ( $t$ ) treten ebenfalls in den hintern untern Theil des *plexus hypogastricus*. In dem gegenwärtigen Präparat waren keine allein aus den unteren Sacralnerven entspringenden Harnblasennerven, wie es sonst vorkommt, vorhanden.

Der *plexus hypogastricus* besteht aus der mannigfaltigsten Verbindung und Kreuzung der vom *sympathicus* und von den Sacralnerven herrührenden Wurzeltheile; in diesen Verbindungen liegen einige gangliöse Massen, aus welchen sogleich viele feine Nerven hervorgehen. Eine durchlöchernte Membran, wie man zuweilen diesen *plexus* in den Abbildungen dargestellt sieht, bildet dieses Geflecht nicht, wenn es rein präparirt ist. Es versteht sich von selbst, daß diese Präparation, wie die aller ferner zu beschreibenden Nerven, unter der Loupe geschehen muß, damit die Nervenfasern und Ganglien von allem umgebenden fremdartigen Gewebe befreit werden können.

Vom *plexus hypogastricus* gehen nun die vorher schon im Allgemeinen angegebenen bekannten Nerven ab, bei deren Beschreibung wir uns nicht aufhalten werden, nämlich zur Harnblase ( $v. w$ ), zum Ureter ( $w$ ), zu dem Samenbläschen und *ductus deferens* ( $x$ ), zum Mastdarm ( $y$ ), endlich viele Zweige ( $z$ ) zum *plexus prostaticus* ( $aa$ ).

Der *plexus prostaticus* liegt am hintern und Seitentheil der *prostata*, zwischen *prostata M* und *musculus levator ani II*. Er giebt nicht nur die Nerven zum obern und hintern Theile der *prostata* (*nervi prostatici posteriores et superiores*), sondern setzt sich auch zwischen *levator ani* und *prostata* in das sehr feine Geflecht der cavernösen Nerven (*plexus cavernosus bb*) fort, welches zuletzt unter der Symphyse der Schambeine auf der Wurzel des *penis* hervorkommt.

In dem *plexus prostaticus* liegen mehrere theils größere theils kleinere und sehr kleine Ganglien, sämmtlich am hintern Seitentheil der *prostata*. Dieser Ganglien  $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta$  finde ich in gegenwärtigem Präparate 7. Zwei ( $\alpha$  und  $\delta$ ) sind gegen 3 Linien lang und  $\frac{1}{2}$  Linie breit, die anderen sind



viel kleiner, eine Linie lang und noch weniger. Die größten  $\alpha$  und  $\delta$  sind länglich, zwei sind oval,  $\beta$  und  $\gamma$ , diese sind gegen 1 Linie lang, die übrigen  $\epsilon$   $\zeta$   $\nu$  sind sehr klein und dreieckig. Die angegebenen Größtenverhältnisse sind ganz genau, da die Knötchen wie alle feinen aus ihnen hervorgehenden Nerven unter der Loupe auf das sorgfältigste von allem Fremdartigen befreit wurden. Diese Kette von Knötchen, welche regelmäßig in der Gegend des hintern Endes der *prostata* liegt, hängt mit dem *plexus hypogastricus* durch ziemlich lange und feine Nervenfasern zusammen, und muß von dem *plexus hypogastricus* selbst wohl unterschieden werden. Ehemals liefs man die vordersten Zweige des *plexus hypogastricus* in der Gegend der *prostata* enden; aber, wie wir eben dargestellt haben, es bilden sich hier neue Centra für eine viel weitere Verbreitung der sympathischen Nerven. Wir nennen die kleinen Ganglien an dem hintern Ende der *prostata* *ganglia pudenda, seu prostatica*. Zu dem *plexus prostaticus* und zu seinen Ganglien kommen übrigens auch noch Zweige vom vierten Sacralnerven hinzu, welche nicht erst durch den *plexus hypogastricus* durchgehen ( $u$ ,  $u'$ ), diese senken sich theils in die Ganglien des *plexus prostaticus* ein (wie  $u''$ ), theils schliessen sie sich den aus diesen Ganglien hervorgehenden Zweigen zum *plexus cavernosus* an ( $u'$ ).

Die einzelnen Ganglien haben folgende Verbindungen: Das größte  $\alpha$  gegen 3 Linien lang,  $\frac{1}{2}$  Linie breit, mit fast parallelen Rändern zwischen dem hinteren Ende der *prostata* und dem *levator ani* liegend, steht an seinem hintern Ende mit Fäden in Verbindung, die theils vom *plexus hypogastricus* ( $\alpha'$ ), theils von einem kleinen, weiter hinten liegenden, ovalen Knötchen ( $\beta$ ), theils vom vierten Sacralnerven ( $u$ ) kommen. Der letztere Faden verbindet sich durch einen Ast ( $u''$ ) mit dem Ganglion  $\alpha$ , mit dem andern ( $u'$ ) hängt er mit dem aus dem vordern Ende dieses wie der anderen Ganglien kommenden cavernösen Geflecht zusammen.

Das vordere Ende des *ganglion*  $\alpha$  theilt sich in 2 Zipfel, einen obern und untern. Der untere nimmt noch einen Zweig des *plexus hypogastricus* auf, der vorher durch das *ganglion*  $\gamma$  durchgegangen ist, hängt mit einem vom vierten Sacralnerven kommenden Zweig  $u'$ , der zum *plexus cavernosus* geht, zusammen und sendet mehrere Zweige  $\alpha'$   $\alpha'$  in den *plexus cavernosus*. Der obere Zipfel des vordern Endes des *ganglion*  $\alpha$  giebt einen Ast zu dem gegen 4 Linien langen vordersten *ganglion*  $\delta$  am hintern Seitentheil der *pro-*

*stata*, und einen andern Zweig zum *ganglion*  $\epsilon$ . Nämlich die Ganglien  $\alpha$  und  $\delta$  schicken zu  $\epsilon$  Zweige, welche sich zu einem verbinden. Das dreieckige *ganglion*  $\epsilon$  hat beinahe die Gröfse des *ganglion ophthalmicum*, liegt auf dem hintern Ende der *prostata* und hängt wieder mit den viel kleinern Knötchen  $\zeta$  und  $\eta$  zusammen. Aus den Ganglien  $\epsilon$   $\zeta$   $\eta$  gehen die hinteren und oberen Nerven für die *prostata* ( $\eta'$ ), aus dem grofsen Ganglion  $\delta$  ein ganzes Fascikel von feinen Nerven für den hintern Theil der *prostata* hervor ( $\delta'$ ).

Die Fortsetzung des *plexus prostaticus* nach vorn ist der *plexus cavernosus* *bb* an der Seite der *prostata*, zwischen dieser und dem *levator ani*. Er entsteht durch Fäden, welche aus den gröfseren Ganglien  $\alpha$  und  $\delta$  entspringen,  $\alpha'$   $\alpha'$  und  $\delta''$   $\delta''$ . Ein ganz starkes Fascikel von feinen Nervenfäden geht namentlich aus dem *ganglion*  $\delta$  hervor ( $\delta''$ ). Die Fäden  $\alpha'$  und  $\delta''$  verbinden sich geflechtartig untereinander, an sie schliessen sich Fäden an ( $u'$ ), welche vom vierten Sacralnerven kommen und vorher schon mit dem *ganglion*  $\alpha$  sich schlingenförmig verbunden haben. Das Geflecht der cavernösen Nerven zur Seite der *prostata* ist ungemein verwickelt, die Fäden ungemein fein, im Allgemeinen verfolgen die meisten Fäden die Längenrichtung gegen die Wurzel des *penis*. Aus diesem Geflecht treten noch Zweige für den Seitentheil und vordern Theil der *prostata* ( $\delta'''$ ) hervor. Weiter nach vorn liegt der *plexus cavernosus* zum Theil in der Substanz des *musculus constrictor isthmi urethralis* und ist seine Präparation ungemein schwer; unter der Symphyse werden diese zarten Nerven von der fibrösen Substanz eingeschlossen, welche die Wurzel des *penis* mit dem *ligamentum arcuatum* verbindet. So weit diese Nerven bis jetzt beschrieben sind, liegen sie zwischen *levator ani*, *prostata* und *pars membranacea urethrae*. So wie sie über den vordern Rand des *levator ani* weggegangen sind, schliessen sich einige feine Zweige vom *nervus pudendus* an sie an, welche bisher vom *plexus cavernosus* durch den *levator ani* getrennt waren ( $\Theta$ ). Aus der Verbindung der aus dem *plexus cavernosus* unter der Symphyse auf die Wurzel des *penis* tretenden Zweige und dieser Zweige vom *nervus pudendus* entstehen die einzelnen *nervi cavernosi*.

Man unterscheidet einen *nervus cavernosus major* und mehrere *nervi cavernosi minores*. Die *nervi cavernosi minores* durchbohren für sich am hintersten Theil des *penis* die Wurzel des *corpus cavernosum*  $\mathcal{S}$ . Durch die Verbindung von mehreren Zweigen des *plexus cavernosus* mit feinen Zwei-

gen des *nervus pudendus*, die schon frühe abgegangen waren und in der Nähe der *arteria penis* lagen, entsteht der sogleich unter der Symphyse auf der Wurzel des *penis* jederseits liegende *nervus cavernosus major* (1). Seine Wurzeln treten am vordern Rande des *levator ani* zusammen. Er hat eine Stärke von  $\frac{1}{2}$  Linie, erscheint als Stamm und ist viel stärker als die feinen Wurzeln, die zu seiner Bildung zusammentreten. Aus ihm treten schon hinten Zweige für den vordern Theil der *prostata*, die *pars membranacea* (1'), auch hängt er mit den kleinen cavernösen Nerven vielfach zusammen. Der *nervus cavernosus major* vertheilt sich schon am Anfang des *corpus cavernosum penis* unter und vor der Symphyse in das *corpus cavernosum*. Nachdem er sich in mehrere Äste zerspalten, durchbohren diese die fibröse Hülle des *corpus cavernosum* etwas schief, theils mit der *arteria profunda penis*, theils durch besondere Öffnungen eintretend ( $\kappa$   $\kappa'$   $\kappa''$ ). Die Zweige dieses Nerven bleiben nicht allein auf derselben Seite, einige treten hinüber auf die entgegengesetzte Seite. Im gegenwärtigen Fall wenigstens kommt von links ein cavernöser Nerve herüber zur rechten Seite ( $\kappa'''$ ), tritt in die Vertiefung zwischen den Wurzeln der beiden *corpora cavernosa*, dann zwischen *corpus cavernosum urethrae* und *corpus cavernosum penis dextrum* in die Tiefe und senkt sich an der innern Seite der Wurzel des *corpus cavernosum penis dextrum* mit mehreren Zweigen in das erectile Gewebe ein. Dagegen giebt der *nervus cavernosus major* der rechten Seite in diesem Präparat einen starken Zweig zwischen den Wurzeln der *corpora cavernosa* in das *corpus cavernosum urethrae*. Der *nervus cavernosus major* endigt übrigens nicht an der Wurzel des *penis*, wenn er die genannten Zweige in das Innere der Wurzeln der *corpora cavernosa* abgegeben hat, sondern setzt sich mit mehreren Zweigen über den Rücken des *penis* fort. Ein längerer Zweig  $\lambda$  verbindet sich mit mehreren Zweigen des *nervus dorsalis penis* und senkt sich mit mehreren Ästen  $\lambda'$  ohngefähr in der Mitte der Länge des *penis* unter der *vena dorsalis penis* ein. Ein Zweig des vorerwähnten organischen Nerven ( $\lambda''$ ) verbindet sich mit einem Aste des *nervus dorsalis* und tritt auf der Seite des Rückens des *corpus cavernosum penis*, auch in der Hälfte der Länge des *penis*, mit einem cavernösen Zweige der *arteria dorsalis penis* ein.

Feine Zweige des *nervus dorsalis* verbinden sich mit Zweigen des vorhererwähnten großen cavernösen Nerven, und steigen an der Seite des

*penis* schief herab, um unten zwischen *corpus cavernosum penis* und *corpus cavernosum urethrae* in das letztere einzudringen.

Die cavernösen Nerven der andern Seite nehmen denselben oder einen ähnlichen Verlauf; aber sowohl am mittlern als hintern Theil des *penis* findet eine Verbindung der cavernösen Nerven der rechten und linken Seite statt. Auf dem mittlern Theil des *penis* ist diese Verbindung sehr ansehnlich durch Zweige (*v*), welche noch unter der *vena dorsalis penis* von einer zur andern Seite hinübergehen. Da der *nervus dorsalis penis* sich nun mit den organischen Nerven des *penis* vielfach verbindet (*v'*), so ist durch Gemeinschaft der rechten und linken organischen Nerven auch eine Gemeinschaft der beiden *nervi dorsales penis*, welche Boek mit Unrecht läugnete, hergestellt; ohne Antheil der organischen Nerven scheinen die beiden *nervi dorsales* sich nicht zu verbinden.

Die letzten Zweige der organischen Nerven endigen theils in den *corpora cavernosa penis*, theils umstricken sie die *vena dorsalis penis* (*v*).

Der *nervus dorsalis penis* geht theils Verbindungen mit den cavernösen Nerven ein, theils schickt er an verschiedenen Stellen noch Zweige in das Innere der *corpora cavernosa penis* ein, theils giebt er Äste, welche die *arteria dorsalis* begleiten (*f*), theils giebt er viele Zweige in die Haut des *penis* und die Vorhaut (*f''*). Noch andere Zweige umstricken das vordere Ende der *vena dorsalis*, wo sie aus der Eichel entsprungen ist, sich fein verzweigend (*f'''*). Der größte Theil der Nervenmasse der *nervi dorsales penis* senkt sich an der Krone der Eichel in diese ein und durchdringt mit seinen Ästen das Innere der Eichel. Diese Zweige nehmen ihre Direction gegen die Oberfläche der Eichel (*f''''*) und scheinen dieser gefühlsreichen Oberfläche größtentheils bestimmt zu sein.

Die Verbreitung der cavernösen Nerven im Innern des erectilen Gewebes habe ich schon bei einer andern Gelegenheit, nämlich bei Beschreibung der *arteriae helicinae* dargestellt und durch eine Abbildung erläutert (<sup>1</sup>).

B. Beschreibung der cavernösen Nerven nach einem zweiten Präparat vom Menschen.

Die Zweige zum *plexus cavernosus* kommen theils von dem mittlern Theil des *plexus hypogastricus*, theils vom untern Seitentheil des *plexus hy-*

---

(<sup>1</sup>) Müller's Archiv für Anatomie und Physiologie 1835. Tab. III. fig. 6.



*pogastrius*, wo Zweige des dritten und vierten Sacralnerven sich mit dem *plexus hypogastricus* verbinden. Die vom Seitentheil des *plexus hypogastricus* kommenden Zweige sind die zahlreichsten; obgleich sie mit den Fäden vom dritten und vierten Sacralnerven in Verbindung stehen, so gehören sie doch hauptsächlich dem *nervus sympathicus* an. Alle unsere Nerven haben die Direction gegen den hintern Seitentheil der *prostata* und gegen die Stelle der Verwachsung der *prostata* mit dem vordern Ende des *levator ani*. Den an dem hintern Ende der *prostata* liegenden gangliösen Theil des Geflechtes kann man *plexus prostaticus* nennen, obgleich dieses Geflecht der *prostata* nur wenige Zweige abgibt (hintere Nerven der *prostata*). Ein Theil der zarten Fäden dieses Geflechtes liegt auf der *prostata* fest auf und in der fibrösen Hülle der *prostata*, andere und der gröfsere Theil der Fäden freier zwischen *prostata* und *levator ani*. Die vom mittlern vordern Theil des *plexus hypogastricus* kommenden hieher gehörigen Fäden gehen mehr am obern Seitentheil der *prostata* her. Einige dieser Fäden treten am hintern Ende der *prostata* durch mehrere kleine aber sehr deutliche Knötchen und andere Fäden kommen wieder daraus hervor und schliessen sich der Fortsetzung des prostatichen Geflechtes an. Aus dem prostatichen Geflecht und den kleinen Ganglien gehen alle Fäden in den *plexus cavernosus* über, welcher theils in der fleischartigen Hülle der *pars membranacea*, theils in dem fibrösen Gewebe verborgen liegt, welches am vordern Ende der *prostata* hinter der Symphyse das Geflecht der Venen, in welches die *vena dorsalis* übergeht, einhüllt. Der *plexus cavernosus* liegt also unter und hinter der *symphysis* zwischen der *prostata*, dem vordern Rande des *levator ani* und der *art. penis* und dehnt sich nach vorn bis auf die Wurzel des *penis* aus. Dieser *plexus* steht nun auch mit Zweigen des *nervus pudendus* in Verbindung, welche unter dem vordern Ende des *levator ani* hervorkommen und mit der *arteria penis* auf die Wurzel des *penis* treten, indem sie durch die fibrös-muskulöse Hülle der *pars membranacea* hindurch sich dem Geflechte einmengen.

Aus dem *plexus cavernosus* treten nun folgende Zweige. Aus seiner innern Seite kommen vorn mehrere Zweige zur Seite des vordern Endes der *prostata*. Diese verbreiten sich am obern Seitentheil der *prostata* und stehen mit den oben erwähnten hinteren, auch mittleren Nervenzweigeln zur *prostata* in Verbindung; man kann sie *nervi prostatici anteriores* nennen.

Alle übrigen Nervenzweige gehen nach vorwärts auf die Wurzel des *penis* unter der Symphyse durch. Diefs sind die Stämmchen der *nervi cavernosi*. Sobald diese aus dem *plexus* hervorgetreten sind, sind sie fester; sie unterscheiden sich von den weißen Zweigen des *nervus dorsalis penis* durch ihre graugelbe Farbe. Die *nervi cavernosi* zerfallen wieder in einen einzelnen stärkern, *nervus cavernosus major*, und mehrere *nervi cavernosi minores*.

Der *nervus cavernosus major* wird zusammengesetzt durch 4 bis 5 Wurzeln aus dem *plexus cavernosus* und einen Nervenzweig aus dem *nervus pudendus*, welcher Faden unter der *arteria penis* vorwärts einwärts geht. Sobald sich diese Wurzeln vereinigt haben, was unter der Symphyse innerhalb eines festen fibrösen Gewebes geschieht, hat nun der *nervus cavernosus major* eine viel gröfsere Stärke, und ist eine ganz kurze Strecke, soweit er keine Zweige abgiebt, gegen  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{1}{2}$  Linie dick. Der Nerve fängt aber sogleich an sich zu verzweigen. Einige Zweige gehen sogleich in das hintere Ende des *corpus cavernosum penis* von oben ein, abgesondert von der *arteria profunda penis*; andere Zweige gehen unter der *arteria penis* zur Seite der Wurzel des *corpus cavernosum* und dringen hier an verschiedenen Stellen durch die fibröse Hülle des *corpus cavernosum* wie die vorigen schief durch; ein sehr starker Zweig tritt mit der *arteria profunda penis* ins Innere; ein Zweig verbindet sich mit dem *nervus dorsalis penis* an der Wurzel des *penis*. Mehrere Zweige verbinden sich mit Zweigen des *nervus dorsalis penis* und steigen am hintern Theil des *penis* über das *corpus cavernosum* nach der Seite herab, um in der Furche zwischen dem *corpus cavernosum penis* und dem *corpus cavernosum urethrae* mit vielen Ästen in das *corpus cavernosum urethrae* einzutreten. Diese *nervi cavernosi inferiores* treten am hintersten Drittheil des *penis* ein: sie sind ebenfalls deutlich grau. Ein längerer Zweig des *nervus cavernosus major* verbindet sich mit einem ähnlichen der entgegengesetzten Seite und einem Zweig des *nervus dorsalis penis* derselben und der entgegengesetzten Seite. Dieses Geflecht geht an der *vena dorsalis penis* nach vorne hin bis zum vordersten Drittheil des *penis*, von ihm gehen Fäden an verschiedenen Stellen in die *corpora cavernosa penis*. *Nervus cavernosus communicans*. Durch diese Communication von Zweigen der *nervi dorsales* mit den *nervi cavernosi* beider Seiten kommt jene Communication des *nervus dorsalis penis dexter* und *sinister* zu Stande.

Die *nervi cavernosi minores*, welche besonders aus dem *plexus cavernosus* hervortreten, bilden mehrere kleine Stämmchen von  $\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{3}$  Linie Dicke; sie geben Äste zum hintersten Theil der *corpora cavernosa penis*, hängen von rechts und links gellechtartig zusammen; sie hängen auch mit dem *nervus cavernosus major* zusammen. Ihre Zweige durchbohren die fibröse Hülle des *corpus cavernosum penis* im hintersten Drittheil des *penis* von oben; einige liegen nach innen vom *nervus cavernosus major*; noch ein kleiner liegt mehr nach außen, hängt aber auch mit dem *nervus cavernosus major* zusammen.

Die *nervi cavernosi* durchbohren zum Theil schief, indem sie sich durch Ausbreitung ihrer Fasern abplatten, die fibröse Hülle der *corpora cavernosa*; jene mit der *arteria profunda penis* eintretenden Zweige verbreiten sich mit dieser, die anderen verbreiten sich für sich in dem erectilen Gewebe. Man kann sie ohne große Mühe weit in dem erectilen Gewebe verfolgen; sie scheinen nicht in demselben Maße feiner zu werden als sie im Innern Zweige abgeben. Obgleich sie sich wegen der Feinheit des Gegenstandes nicht bis in die von mir entdeckten Arteriënquäste der *arteria profunda penis*, *arteriae helicinae*, welche in die Zellen der *corpora cavernosa penis* hineinragen, verfolgen lassen, so erleidet es doch keinen Zweifel, daß sie vorzüglich diesen Theilchen, in welchen eine Hauptursache der Erection liegt, bestimmt sind.

Anschwellungen der cavernösen Nerven an den Stellen wo sie die fibröse Hülle der *corpora cavernosa penis* durchbohren, habe ich nie bemerkt.

Die *nervi dorsales penis* sind gegen alle diese organischen Nerven ganz weiß, sie gehen an der Seite der *arteriae dorsales penis*, nach außen von ihnen gelegen, vorwärts und verbinden sich, obgleich sie sich oft theilen und wieder vereinigen, von rechts und links nicht, sobald die cavernösen Nerven keine Verbindungen mehr mit ihnen eingehen, oder unter ihnen vermitteln. Kleine Zweige von ihnen treten auch noch in die *corpora cavernosa* ein, aber nur sehr feine Zweige, von denen es ungewiß ist, wie viel sie von eingemischten organischen Fasern enthalten. Die ganze Masse ihrer Äste, welche auf jeder Seite sich schlingenartig verbinden und wieder theilen, bleibt auf der Oberfläche des *penis*, die wenigsten Zweige verbreiten sich in der Haut des *penis*, der größte Theil der Zweige geht vorwärts, theils in der Vorhaut, besonders aber in der Eichel sich aus-

breitend, in welche das Ende des Nerven jederseits büschelförmig eintritt. Und so sind also die *corpora cavernosa penis et urethrae* grossentheils von organischen Fasern, die sensible Eichel vorzüglich von animalischen Nerven versehen.

Sämmtliche hier beschriebene Präparate sind dem Königl. anatomischen Museum zu Berlin einverleibt.

---



## Erklärung der Kupfertafeln.

### Tafel I.

#### Abbildungen des *musculus constrictor isthmi urethralis*.

Fig. 1. Abbildung des *musculus constrictor isthmi urethralis* von oben. Die Symphyse der Schambeine ist mit dem größten Theil des *levator ani* ausgeschnitten. Die *ligamenta vesicae anteriora* sind von der Symphyse abgeschnitten und die Urinblase nach rückwärts gezogen.

A. Symphyse der Schambeine.

B. *Ligamentum arcuatum*.

C. *Prostata*.

D. Harnblase.

E. *Musculus levator ani*.

a. *Ligamentum ischio-prostaticum*.

b. *Musculus constrictor isthmi urethralis*. *Stratum superius*.

cc'. Bogenförmige Muskelbündel auf der Oberfläche der *prostata*, theils auf die *prostata* beschränkt, *tegumentum musculare prostatae c'*, theils in die Längenfaser der Harnblase übergehend c.

d. *Ligamenta pubo-vesicalia*, von der Symphyse der Schambeine abgeschnitten.

Fig. 2. Seitenansicht des *constrictor isthmi urethralis*. Die Symphyse der Schambeine ist mit den anhängenden Theilen ausgeschnitten. Der vordere Theil des *musculus levator ani* rechter Seite ist bis auf das *ligamentum ischio-prostaticum* durchschnitten, damit dieses sichtbar wird.

A. *Symphysis ossium pubis*.

B. *Ligamentum arcuatum*.

C. *Prostata*.

D. Harnblase.

E. Theil des *musculus levator ani*.

E'. Theile des querdurchgeschnittenen vordern Theils des *levator ani* der rechten Seite.

a. *Ligamentum ischio-prostaticum*.

b. *Musculus constrictor isthmi urethralis*. *Stratum superius*.

cc'. Bogenförmige Muskelbündel auf der Oberfläche der *prostata*, theils auf die *prostata* beschränkt c', *tegumentum musculare prostatae*, theils in die seitlichen Längenfaser der Harnblase übergehend.

dd'. *Ligamenta pubo-vesicalia*. Das rechte ist durchgeschnitten, so daß das eine Ende an der Symphyse bleibt d', das andere der nach links hingezogenen Harnblase folgt d''.

## Tafel II.

*Plexus hypogastricus* des Pferdes, Verbindung der hinteren Nerven für das Innere der Ruthe mit dem *Plexus hypogastricus*.

(Vom *penis* ist nur die Wurzel dargestellt, der größte Theil der Ruthe fehlt wegen Ersparung des Raumes in der Abbildung.)

A. Mastdarm.

B. Urinblase.

C. Ureter.

D. *Ductus deferens*.

E. Samenblase.

F. *Prostata*.

G. Muskulöse Bedeckung des häutigen Theils der Harnröhre.

H. H. Wurzeln des *corpus cavernosum penis*.

H'. *Musculus ischio-cavernosus*.

I. Anfang des *penis*, das übrige ist abgeschnitten.

a. Stamm des *plexus hypogastricus* vom *nervus sympathicus*.

b. Verbindungsgast zum *plexus hypogastricus* vom dritten Sacralnerven.

a b. *plexus hypogastricus*.

c. Zweige zum Ureter.

d. Zweige zum *ductus deferens*.

e. Zweige zur Samenblase.

f. Zweige zur Urinblase.

g. Zweige zur *prostata*.

h. Zweige zum Mastdarm.

k. *Plexus prostaticus* und Ganglien des *plexus prostaticus*.

k'. Verbindungen zwischen dem *plexus prostaticus*, seinen Ganglien und dem *plexus hypogastricus*.

l. *Plexus cavernosus*.

m. *Nervus pudendus*.

n. Zweige desselben zur muskulösen Hülle des häutigen Theils der Harnröhre.

o. Zweige zum *musculus ischio-cavernosus*.

p. *Nervus dorsalis penis*.

$\alpha \beta \gamma \delta \epsilon \zeta \eta \vartheta \iota$ . Ganglien des *plexus prostaticus*.

1. Hinterster cavernöser Nerve.

1'. Verbindungen desselben mit dem *plexus cavernosus* und den Ganglien  $\delta \epsilon \zeta$  des *plexus prostaticus*.

1''. Verbindungen desselben mit dem *plexus cavernosus* und *prostaticus* und den Ganglien  $\alpha \beta$ .

1''' mit den Ganglien  $\delta \epsilon$ .

1'''. Verbindungen mit Ästen des *nervus pudendus*.

2. Zweiter hinterer cavernöser Nerve.

2'. Verbindung desselben mit dem *plexus cavernosus* und *prostaticus* und dem ganglion  $\vartheta$ .

2''. Verbindung dieses Nerven mit den organischen Wurzeln des vorhergehenden cavernösen Nerven.

- 2<sup>'''</sup>. Andere Verbindung mit dem *plexus prostaticus*.
- 2<sup>'''</sup>. Verbindung mit dem *plexus prostaticus* und dem *ganglion β*.
- 2<sup>+</sup>. Ursprünge des cavernösen Nerven vom *nervus pudendus*.
- 3. Dritter hinterer cavernöser Nerve.
- 3'. Ursprung aus dem *nervus pudendus*.
- 3''. Verbindung mit dem *plexus cavernosus*.
- 3<sup>'''</sup>. Verbindung mit dem vorhergehenden Nerven.
- 3<sup>'''</sup>. Verbindung mit dem *plexus cavernosus* der andern Seite.
- 4. Vierter hinterer cavernöser Nerve.
- 5. Hintere kleinere cavernöse Nerven.
- 5'. Ursprünge vom *nervus dorsalis penis*.
- 5''. Verbindung mit dem *plexus cavernosus* der andern Seite.
- 6. 6. 6. Vordere cavernöse Nerven vom *nervus dorsalis penis*.

### Tafel III.

Abbildung des *plexus prostaticus* und *cavernosus*, sowie der organischen Nerven der *corpora cavernosa* nach einem Präparat vom Menschen.

(Der vordere Theil der Darmbeine und die Schambeine sind weggeschnitten.)

- A. Durchschnitt der Darmbeine.
- B. B. B. Die 3 untersten Lendenwirbel.
- B'. *Ligamenta intervertebralia*.
- C. Kreuzbein.
- D. *Musculus quadratus lumborum*.
- E. *Musculus iliacus internus*.
- F. *Musculus psoas*.
- F'. *Musculus psoas minor*.
- G. Theil des *musculus pyriformis*.
- H. *Musculus levator ani*.
- I. Harnblase.
- I'. Harnleiter.
- K. *Ductus deferens*.
- K'. Samenbläschen.
- L. Mastdarm.
- M. *Prostata*.
- N. Haut des *penis* abwärts geschlagen.
- O. *Corpora cavernosa penis*.
- O'. *Musculus ischio-cavernosus*.
- P. Eichel.
- P'. Vorhaut.
- Q. *Aorta abdominalis*.

*Physikal. Abhandl.* 1835.

S

- R. Arteria mesenterica inferior.*  
*S. Arteria iliaca communis.*  
*T. Arteria cruralis.*  
*U. Arteria hypogastrica.*  
*U<sup>1</sup>. Arteria obturatoria.*  
*U<sup>2</sup>. Arteria umbilicalis.*  
*U<sup>3</sup>. Arteria glutaea.*  
*U<sup>4</sup>. Arteria ischiadica.*  
*U<sup>5</sup>. Arteria pudenda communis.*  
*U<sup>6</sup>. Arteria dorsalis penis.*  
*V. Vena cava inferior.*  
*W. Vena iliaca communis.*  
*X. Vena cruralis.*  
*Y. Vena hypogastrica.*  
*Z. Vena dorsalis penis.*  
*a. Nervus cutaneus externus femoris.*  
*b. Nervus cruralis.*  
*c. Nervus obturatorius.*  
*d. Ursprünge des plexus sacralis vom 4. und 5. Lendennerven.*  
*d<sup>1</sup>. Erster Sacralnerv.*  
*d<sup>2</sup>. Zweiter Sacralnerv.*  
*d<sup>3</sup>. Dritter Sacralnerv.*  
*d<sup>4</sup>. Vierter Sacralnerv.*  
*e. Plexus sacralis.*  
*f. Nervus dorsalis penis.*  
*f'. Zweige desselben, welche die arteriae dorsales begleiten.*  
*f''. Zweige desselben zur Haut des penis und zur Vorhaut.*  
*f'''. Zweige, welche das vordere Ende der vena dorsalis umstricken.*  
*f'''. Endigung desselben in der Eichel.*  
*k. Lendentheil des Grenzstranges vom Sympathicus.*  
*k<sup>1</sup>. Ganglion lumbale tertium.*  
*k<sup>2</sup>. Verbindungen des Lendentheils des Sympathicus mit den Lendennerven.*  
*l. Sacraltheil des Grenzstranges des nervus sympathicus.*  
*l<sup>1</sup>. Ganglion sacrale primum.*  
*l<sup>2</sup>. Ganglion sacrale secundum.*  
*l<sup>3</sup>. Verbindungen der ganglia sacralia mit den Sacralnerven.*  
*m. Plexus aorticus.*  
*n. Anfang des plexus mesentericus inferior.*  
*o. Verbindung des plexus hypogastricus medius und aorticus mit dem Lumbaltheil des Grenzstranges.*  
*p. Plexus hypogastricus medius s. impar. Er theilt sich in die beiden Wurzeln p' der plexus hypogastrici inferiores.*  
*q. Plexus hypogastricus inferior dexter.*



- r. Zwei Nervenfasern vom 2. Sacralnerven und mehrere vom 3. Sacralnerven vereinigen sich zu einem Faden r', dieser geht zum *plexus hypogastricus inferior*.
- s. Mehrere Nervenfasern vom 3. Sacralnerven zum *plexus hypogastricus*.
- t. Mehrere Fasern vom 4. Sacralnerven.
- u. Zweige des 4. Sacralnerven zum *plexus prostaticus* und *cavernosus* und zu den *ganglia prostatica seu pudenda*.
- u'. Zweig eines Fadens vom 4. Sacralnerven zum *ganglion α* und *plexus cavernosus*.
- u''. Zweig desselben Fadens zum *ganglion α*.
- v. Zweige des *plexus hypogastricus* zur Harnblase.
- w. Zweige zum *ureter* und zur Harnblase.
- x. Zweige zum Samenbläschen und zum *ductus deferens*.
- y. Zweige zum Mastdarm.
- z. z'. Feine Zweige des *plexus hypogastricus* zum *plexus prostaticus* und *cavernosus*, und zu den *ganglia prostatica seu pudenda*.
- aa. *Plexus prostaticus* und *ganglia prostatica seu pudenda*.
- bb. *Plexus cavernosus*.
- α, β, γ, δ, ε, ζ, η. Kleinere und größere Ganglien (*ganglia prostatica seu pudenda*), welche mit dem *plexus hypogastricus* durch Fasern zusammenhängen und von welchen theils die Nerven der *prostata* abgegeben werden, theils der *plexus cavernosus* entspringt.
- 1'. Verbindungen zwischen den Ganglien unter sich.
- 1''. Verbindungsfäden zwischen den Ganglien und dem *plexus hypogastricus*.
- 1'''. Verbindung zwischen dem *ganglion α* und dem 4. Sacralnerven.
- 1'''. Verbindung zwischen dem *ganglion α* und einem zum *plexus cavernosus* gehenden Faden (u') vom 4. Sacralnerven.
- δ'. Nerven für den hintern Theil der *prostata* aus dem *ganglion δ*.
- γ'. Hintere obere Nerven für die *prostata* aus den kleinen Ganglien ε ζ η.
- α' α'. Zweige vom *ganglion α* zum *plexus cavernosus*.
- δ'' δ''. Zweige vom *ganglion δ* zum *plexus cavernosus*.
- δ'''. Zweige aus dem *plexus cavernosus* für den seitlichen Theil der *prostata*.
- Σ. Feine Zweige vom *nervus pudendus*, welche unter dem vordern Rande des *levator ani* hervorkommen und sich mit dem *plexus cavernosus* zur Bildung der cavernösen Nerven verbinden.
- Σ'. Kleinere Nerven für das Innere des *corpus cavernosum*, *nervi cavernosi minores*.
- ι. Stärkerer Nerve für das Innere des *corpus cavernosum*, *nervus cavernosus major*.
- ι'. Zweige aus demselben und dem *plexus cavernosus* für den vordern Theil der *prostata* und die *pars membranacea urethrae*.
- κκ' κ''. Zweige des *nervus cavernosus major* für das Innere des *corpus cavernosum penis*.
- κκ'''. Cavernöser Nerve der linken Seite, auf die rechte hinübertretend, er geht zwischen den Wurzeln der beiden *corpora cavernosa*, dann zwischen *corpus cavernosum penis dextrum* und *corpus cavernosum urethrae* und senkt sich in die Innere Seite des erstern.
- κκ'''. Zweig des *nervus cavernosus major* zum *corpus cavernosum urethrae*.
- λ. Längerer Zweig des *nervus cavernosus major*, der sich mit mehreren Zweigen des *nervus*

*dorsalis penis* verbindet und sich mit mehreren Ästen  $\lambda'$  in der Mitte der Länge des *penis* unter der *vena dorsalis* einseckt.

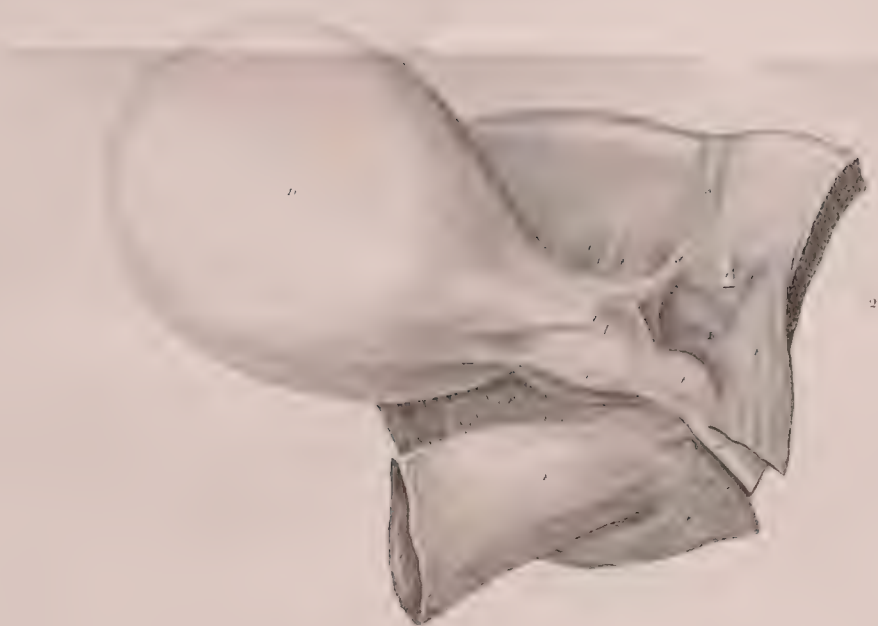
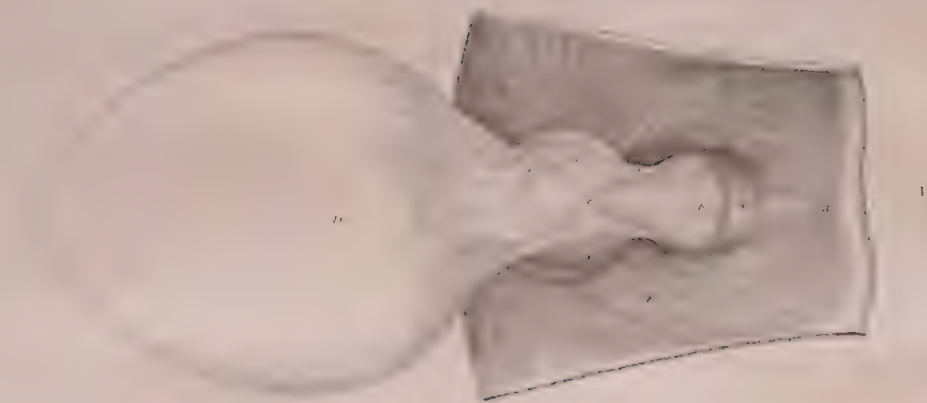
- $\lambda''$ . Anderer Zweig des *n. cavernosus major*, der sich mit einem Aste des *n. dorsalis* verbindet und auf der Seite des Rückens des *corpus cavernosum penis* in der Hälfte der Länge des *penis* mit einem cavernösen Zweig der *arteria dorsalis penis* sich einseckt.
- $\mu$ . Feine Zweige des *nervus dorsalis penis*, die mit Zweigen des cavernösen Nerven verbunden an der Seite des *penis* herabsteigen, um zwischen *corpus cavernosum penis* und *corpus cavernosum urethrae* in das letztere einzudringen.
- $\nu$ . *Nervus cavernosus communicans*, Verbindung zwischen den cavernösen Nerven der rechten und linken Seite und Zweigen der beiden *nervi dorsales penis*  $\nu'$ .









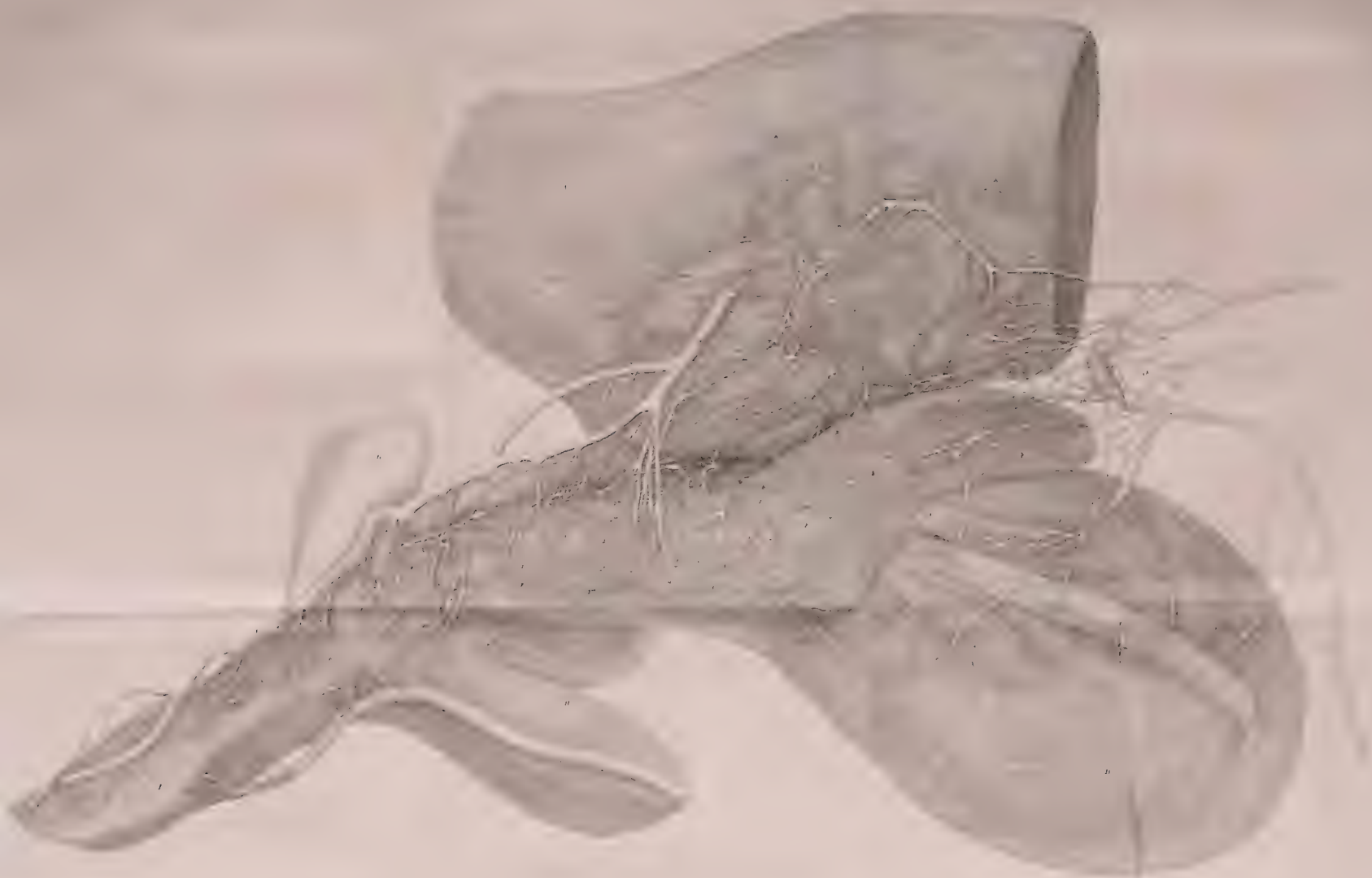














organi Phys. Cl. 1835.



















# Mittheilung

einer

sehr einfachen Methode zum Festhalten, Vergleichen  
und Aufbewahren der feinsten und vergänglichsten  
mikroskopischen Objecte.

Von  
H<sup>rn.</sup> ✓ EHRENBURG.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 21. Mai 1835.]

Die von mir der Akademie seit einer Reihe von Jahren in einer allgemeineren Beziehung vorgetragenen Organisations-Verhältnisse mikroskopischer Organismen haben, obschon meine Darstellung das Vertrauen sorgfältiger Beobachter gewonnen hat, doch auch hie und da Widerspruch erweckt. Ein individuelles peinigendes Gefühl, die obschon zu oft wiederholten Malen beobachteten Gegenstände doch zuweilen nur allein, oder nur mit einem und dem andern Beobachter übereinstimmend zu sehen, hatte mich früher zunächst zu den Versuchen angetrieben durch farbige Nahrung die von mir schon lange Zeit erkannte sehr zusammengesetzte Structur der Infusorien einigermaßen zur allgemeineren Ansicht zu bringen. Jene Versuche gelangen erst spät, aber vollständig, und es sind bereits so viele bestätigende Zeugnisse sorgfältiger Beobachter zur öffentlichen Kenntniß gekommen, daß über das Ernährungssystem der mikroskopischen und gallertigen Thiere späterhin nicht leicht mehr bedeutende Differenzen sich lange halten können (¹). Anders verhielt es sich aber immer noch mit den andern Ergebnis-

(¹) Auch der neuliche lebhafte Widerspruch der Herren Dujardin und Peltier in Paris über die Ernährungsorgane der Infusorien, zeigt sich nur als eine Folge individueller Schwierigkeit in der Behandlung des Mikroskops. Ich halte nicht für nöthig dagegen speciell etwas zu erinnern, denn die Farbenspectra des Mikroskops darf man freilich nicht, wie Herr Peltier, mit den durch Indigo oder Carmin gefärbten inneren Canälen verwechseln, auch ist es ein individueller, die Sache gar nicht berührender Irrthum, wenn Herr Dujardin die Bläschen in der Körpersubstanz der Eingeweidewürmer, welche mit dem Ernährungsgeschäft, wozu

sen der mikroskopischen Forschung. Beobachtungen über das Blut, die Nerven und andre für die animalische Organisation höchst wichtige Theile, sind immer noch nicht zur wissenschaftlichen Ruhe gekommen. So hat man die Röhrenform der Nervenfasern in Zweifel gezogen, so klar sie sich auch vorlegen laßt und andere bezweifelten ob alles Säugethier- und Menschenblut ebenfalls in seinen Kügelchen einen Kern enthalte, wie das Amphibienblut, bei dem der letztere durch Herrn Johannes Müllers Untersuchungen auch für andere so außer Zweifel gestellt worden war, wie es die ihm vorangegangenen erfinderischen Untersuchungen von Hewson nicht hatten bewirken können. Viele ähnliche wichtige Verhältnisse, welche des Einverständnisses der Förderer auf diesem so interessanten Felde der Forschungen über den innersten Bau des Menschen entbehren und auch die Schwierigkeit der beliebigen Darstellung der feineren Zusammensetzung der kleinsten selbstständigen Thiere, womit ich mich angelegentlich beschäftigte, haben mich angetrieben auf ein Mittel zu sinnen, dergleichen vergängliche und kleine Objecte haltbar und jeder beliebigen Beschauung und Vergleichung zugänglich zu machen. Wie man das Zweckmäßige gewöhnlich auf vielen Umwegen in der Ferne sucht und häufig endlich ganz in der Nähe findet, sich wundernd, daß es so nahe liege, so ist mir es auch mit diesen Versuchen gegangen. Alle Arten von Firnissen und Einbalsamirungs-Stoffen, die mir irgend zugänglich waren, benutzte ich mit mehr oder weniger mangelhaften, nie aber mit ganz erfreulichen Erfolgen. Endlich erreichte ich durch das einfachste Trocknen meine Absicht so vollständig, daß ich glaube, durch Bekanntmachung der Methode den wissenschaftlichen Forschungen einen nicht unwichtigen Dienst zu erweisen und eine rasche Förderung der Erkenntniß vieler organischen Verhältnisse herbeizuführen.

Es ist nämlich wohl keinem Zweifel unterworfen, daß, so störend auch oft die Lust zum Sammeln auf die Entwicklung und geistige Production einzelner Menschen wirkt, doch gerade den Sammlungen der Naturkörper die Naturwissenschaft den größten Theil ihrer raschen und sicheren Entwicklung verdankt. Vielfacher Irrthum, Leichtsinn, und in Folge jener

andere deutliche Organe dienen, gar nichts zu thun haben, mit den offenbaren Ernährungsorganen der Infusorien verwechselt und sie beide *vacuoles* nennt. Beide Aufsätze enthalten noch mehrere dergleichen ganz individuelle Verirrungen. Spätere Anmerkung.

Miftrauen und Mangel an Theilnahme, lasten noch auf den so wichtigen Bereicherungen, welche die Anatomie und Physiologie sowohl der Thiere als der Pflanzen durch das Mikroskop, das so vortrefliche Scharfungsmittel der menschlichen Sehkraft, erhalten könnte. Durch stehende Sammlungen wird es möglich sein, Wahres allgemein zu erkennen und Falsches mit aus den Gegenständen genommenen Gründen zu tadeln. So freut es mich denn der Akademie eine Sammlung von gegen 600 mikroskopischen Objecten der zartesten und vergänglichsten Art in einem Zustande vorzulegen, wie sie zur Vergleichung und scharfen Prüfung keiner weiteren Vorbereitung bedürfen, sondern von jedermann auf das bequemste betrachtet werden können.

Die ganze Kunst der Zubereitung besteht darin, daß man je nach dem größeren oder geringeren eigenen Feuchtigkeitsgehalte der zarten Objecte einen angemessenen Wärmegrad zum raschen Trocknen derselben benutzt. Zuweilen ist Lampen-Wärme und Feuer nöthig, zuweilen ist diese Wärme viel zu stark und man erreicht seinen Zweck mit dem geringen Wärmegrad, welchen die flache innere Hand darbietet, zuweilen ist auch diese zu stark, es bedarf nur der gewöhnlichen aber durch Entziehen der größern umgebenden Feuchtigkeits-Menge beschleunigten Verdunstung. Bei den meisten der für diesen Zweck sich eignenden Objecte laßt sich das Verfahren auf folgende Theorie stützen und demgemäß modificiren. Die zartesten organischen Körper und Stoffe sind beim Trocknen gewöhnlich zum Zerfließen geneigt und dieses Vergehen derselben unter den Augen des Beobachters hat eine große Menge der wunderlichsten Ansichten herbeigeführt. Jenes Zerfließen und Vergehen ist meist eine Folge der großen Weichheit und des gallertigen Zustandes, nur selten ist es ein durch partielle Contractionen der festeren Haut bedingtes Zerplatzen und Austreiben der inneren weichern Theile, wie es von größeren Thieren Ascariden und Holothurien zeigen. So lange nämlich jene zarten und weichen Körper in der sie umgebenden Flüssigkeit suspendirt sind, sind auch alle ihre peripherischen Theile noch gleichmäßig gestützt und die Form ist natürlich. Sobald aber das Wasser verdunstet, verlieren die Körper allmählig ihre allseitigen Stützpunkte und der erste Erfolg ist, daß sie, wenn sie kugelförmig oder überhaupt angeschwollen sind, sich abplatten. Mit der Verdunstung des Wassers nimmt die platte Form zu und bei einem gewissen höheren Grade des Wassermangels reißt die zu stark ausgedehnte Oberhaut und die Eingeweide treten der Erscheinung nach wie

durch starken Druck zermalmt hervor. Zu dieser Ausdehnung der Körper bis an das Moment des Zerplatzens ist eine gewisse Zeit nöthig, die nicht immer von der Verdunstungszeit, sondern häufig von der Eigenthümlichkeit der Substanzen abhängig ist. Es kommt bei einem Versuche, solche Objecte in der natürlichen Form zu erhalten, darauf alles an, daß die Verdunstung der umgebenden Feuchtigkeit früher beendet werde, als die Ausdehnung des Körpers den höchsten Grad erreicht, oder vielmehr schon früher als der Körper eine unnatürliche Form annehmen kann. Steigert man jedoch die Wärme plötzlich so weit, daß die Substanz, welche man aufbewahren will, chemisch verändert wird, so erhält man kein angemessenes Präparat. Wesentlich ist noch für solche Sammlungen, daß die Objecte sogleich auf ein durchsichtiges Täfelchen angetrocknet und mit einem andern bedeckt und beschützt werden, zu welchem Zwecke ich Glimmer benutzt habe, ob- schon ich Glas für zweckmäßiger halte. Die Glimmerblättchen kann aber jeder sich kostenfrei leicht selbst beliebig formen. Ähnliche geformte sehr dünne Glasblättchen sind schwieriger zu haben und sehr kostbar. Am bequemsten schien mir im Übrigen die Einrichtung zu sein, bei welcher man solche Objecte im möglich kleinsten Raum nebeneinander hat und die schon seit alter Zeit benutzten Schieber der Mikroskope mit einer Reihe von runden Öffnungen, in denen man Schmetterlingsschuppen, Ungeziefer und hie und da den Durchschnitt eines Krautes zur Bewunderung vorlegte, werden künftig unter der Sorgfalt treuer Pfleger der Wissenschaft den Fortschritten der Forschungen zur Beglaubigung und Stütze dienen.

Unter den Objecten, welche ich der Akademie vorlege, befindet sich eine Sammlung von 364 Arten jener Infusorien, über welche ich bereits öfter Mittheilungen gegeben habe, deren vertrauensvolle Aufnahme von Seiten der Akademie für mich sehr aufmunternd und belohnend war, die ich mich aber allerdings freue nun auch belegen zu können. So habe ich denn einige getrocknete Infusorien zur Vergleichung mit den früher von mir gelieferten Zeichnungen, welche für die Schriften der Akademie in Kupfer gestochen worden sind, zur Ansicht vorgelegt, unter denen, neben samt ihrem Rüssel wohl erhaltenen Monaden, besonders der *Folvox Globator* in seinem ganzen Entwicklungs-Cyclus nicht unbefriedigt lassen dürfte.

Rücksichtlich der physiologischen und anatomischen Präparate bemerke ich noch, daß ich durch diese Methode der Aufbewahrung doch

einige bisher schwankende Sätze schon sogleich befestigt zu haben meine. Besonders rechne ich dahin die Form und das Verhältniß der Blutkerne zu ihrer Hülle, sowie derselben Kerne zu den peripherischen Hirnkörperchen und den *Retina*-Körperchen. Durch die einfache Methode, mit einem in Wasser getauchten nicht zu nassen Pinsel einen feinen Strich über das mit Blutkörperchen belegte Glimmerblättchen zu machen, erreicht man sogleich eine Ansicht der Einwirkung des Wassers auf die Blutkörperchen, welche man übrigens in allen Größen und Entwicklungsverhältnissen auf einmal im ruhigen Bilde vor sich hat und die sich für immer erhält.

Besonders wichtig erscheint es, daß man all diese Objecte in dem so erhaltenen Zustande noch messen und sogar zeichnen kann, ohne von ihrer Natürlichkeit, wenn sie nur gut getrocknet waren, ein sehr Bedeutendes zu verlieren. Ja es geht sogar so weit, daß sich durch diese Methode die Gefäße, Muskeln, der Kauapparat und selbst die Nerven der Räderthierchen, z. B. der *Hydatina senta*, deutlicher erhalten lassen, als es im lebenden Zustande vielen gelungen sein mag. Man kann diese zarten Organismen im Moment des Eierlegens, im Moment des Auskriechens aus dem Ei und in vielen ähnlichen schwer zu belauschenden Lebenszuständen plötzlich antrocknen, und so den Act für jedermann leicht anschaulich machen, auch damit scharf erweisen, daß die eben auskriechenden Jungen schon die vollendete Form der Alten haben. Ferner habe ich die Verhältnisse des Rüssels und der Geschlechtsorgane in der Monadenfamilie erst recht gründlich erkannt, seitdem ich diese Methode der Aufbewahrung der Objecte angewendet habe und habe bemerkt, daß oft da zwei Rüssel vorhanden sind und ganz scharf nachgewiesen werden können, wo ich bisher nur einen zweifelhaft zu erkennen meinte.

Zu den völlig auf diese Weise befestigten physiologischen Sätzen rechne ich auch den schlauchartigen die Magen verbindenden Darmkanal der polygastrischen Infusorien. Die mit Indigo oder Karmin erfüllten Paramecien, Kolpoden, Bursarien u. s. w. lassen im wohlgetrockneten Zustande ihre Speisebehälter oder Magen scharf erkennen und zählen. Die eiförmige männliche Samendrüse ihres mittlern Körpers laßt sich nicht so scharf im lebenden als im getrockneten Zustande erkennen. Auch die strahlenförmig sich verbreitenden contractilen Organe des *Paramecium Aurelia* bleiben sichtbar. Oft kann man den hervorgeschobenen Rüssel deutlich erhalten

und ganz leicht erkennt man die reihenweis gestellten Knötchen der ganzen Körperoberfläche, auf denen die Wimpern ruhen und welche die ganze Fläche chagrinirt erscheinen lassen. Die Wimpern selbst sieht man scharf am Körperande, alles dies aber ansehnlich deutlicher als im lebenden Thiere. Ja die Monaden selbst zeigen getrocknet ihre farbigen Magenblasen, ihre männliche Samendrüse und ihren Rüssel. Das rothe Pigment der Augen entfärbt sich aber nach dem völligen Austrocknen sowohl bei den Räderthieren als den *Polygastricis*, obschon es mehrere Tage lang deutlich sichtbar bleibt. Bei *Nassula* und *Chilodon* lassen sich die Zahncyliner des Mundes recht deutlich für immer festhalten und demonstrieren. Ausser letzteren Structurdetails der so kleinen Körper und ausser den farbigen Magenblasen läßt sich aber auch der wirkliche Darmkanal der polygastrischen Thierchen ebenso anschaulich erhalten, wie der der Räderthiere. Es gelang mir besonders gut bei *Ophrydium versatile*, und ich zweifle nicht, daß eine intensiv darauf verwendete Mühe es bei vielen, vielleicht allen Formen so darstellbar machen wird, daß man bei Vorträgen es sogleich vorzeigen kann. Die schon mir selbst bisher gelungenen Präparate sind geeignet das Factum an sich bereits völlig zu demonstrieren und der Meinung keinen Raum mehr zu gestatten, daß dieses Structurverhältniß eine nur individuelle Ansicht sei.

Ganz besonders erfreulich ist es, daß man auf die angegebene Weise nicht bloß die Größe, Form und viele Structurverhältnisse nicht bloß der gepanzerten, sondern der weichsten und zartesten Infusorien zu steter Vergleichung bereit haben kann, sondern daß sich auch die Farbe vollständig gut erhält. Ich besitze einzelne Präparate, die schon seit Jahresfrist aufbewahrt sind und noch die Farbe wohl erhalten haben. Die liebliche grüne Farbe des *Folvox Globator*, der Euglenen, Pandorinen, Gonien, der grünen Monaden u. s. w. erhält sich seit langer Zeit. Nur das rothe Pigment der Augen verschwindet. Ganz auffallend aber war es mir, daß die so schön violette Farbe des gallertigen Darmsaftes der *Nassula elegans* und *ornata* sich völlig schön erhält, nur etwas bläulicher wird.

Die angegebene Methode des Trocknens der mikroskopischen Objecte erlaubt aber nicht nur das bisher für unmöglich gehaltene Sammeln aller Arten von Infusorien und deren physiologischen und anatomischen Präparaten, sondern es ist auch auf die feinsten Theile der größeren Thiere und

des menschlichen Körpers anwendbar. Die Gefäße hatte man durch Injection schon erhaltbar gemacht. Es gelingt aber durch rasches Trocknen auch die Elementarfasern der Sehnen, Muskeln und Häute anschaulich zu erhalten. Ich besitze sogar Präparate von gegliederten und cylindrischen Nervenröhren, welche von der Form ein bleibendes Bild geben und den Durchmesser treu erhalten. Man wird also Präparate von seltenen Thieren und pathologische Umbildungen zur Vergleichung sammeln und aufbewahren können. Ebenso besitze ich eine lange Reihe von so wohl getrockneten Blutkörperchen der verschiedenen Thiere, daß sie die natürliche Form und Gröfse von der platten Seite völlig gut erhalten darstellen und untereinander nützlich vergleichbar sind. Ich besitze überdies eine Reihe von wohl erhaltenen Spermatozoen vieler Thiere, selbst sehr kleiner Insecten ⁽¹⁾, deren Form durchaus vergleichbar bleibt und ich halte die Anlegung solcher Sammlungen zum Gebrauch für akademische Vorträge für sehr nützlich, so wie sie leicht ausführbar ist.

Um noch anderer sehr zahlreicher, nicht blofs Anwendungen, sondern Resultate zu erwähnen, welche diese Methode des Festhaltens und Aufbewahrens ergeben hat, bemerke ich, daß man bei solchem Auftrocknen der Süßwasserpolypen (*Hydra*) ganz klar erkennt, daß die Fangarme mit ihren Warzen keineswegs die eigentlichen Fangorgane dieser Thiere sind, sondern daß aus den einzelnen Würzchen jener Arme erst noch viel feinere bis $\frac{1}{1000}$ Linie dicke sehr contractile Fäden hervorthängen, an deren Enden Knoten befindlich sind und welche offenbar das Geschäft des Fühlens und Fangens vorzugsweise übernehmen. So sind denn die scheinbaren Saugwarzen gar keine Saugwarzen, sondern nur die Kapseln der contrahirten Fangfäden ⁽²⁾.

Ebenso leicht als die genannten thierischen Objecte lassen sich sehr feine Pflanzen-Objecte auf dieselbe Weise sehr rein und scharf anschaulich machen und erhalten. Nur bedarf es dabei oft eines Gegendruckes beim

(1) Neuerlich auch von Mollusken, Balanen, Actinien u. s. w. Spätere Anmerkung.

(2) Noch neuere Untersuchungen haben mich belehrt, daß die Knötchen am Ende der feinen Fangfäden aller Hydren birnförmige crystalhelle Körperchen sind, welche mit ihrem dünneren Ende an dem feinen Fangfaden ansitzen und ebenda drei sehr scharfe und lange Widerhaken führen, oder daß sie geradehin Angeln sind. Vergl. die Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft zu Berlin, 2^{tes} Quartal. 1836.

Spätere Anmerkung.

Trocknen, so daß man 2 Glas- oder Glimmerblättchen aufeinander und das Object dazwischen zu legen hat, bis es völlig trocken ist, so ungefähr, wie man zarte Pflanzen trocknet.

Besonders leicht ist es alle Formen des Pollens und dessen herausgetriebene Schläuche, die Gefäßformen u. s. w. aufzubewahren.

So lege ich denn hiermit der Akademie in 2 Kästchen, deren jedes in $4\frac{1}{2}$ Zoll Höhe, 2 Zoll Breite und $2\frac{1}{2}$ Zoll Tiefe 50 Täfelchen und in jedem Täfelchen Raum zu 6 Objecten enthält, die erste Sammlung von 364 Arten von Infusorien, selbst der feinsten Monaden, zu vieljähriger Aufbewahrung und beliebiger Demonstration so zubereitet vor, daß man die verschiedenen organischen Systeme bei den meisten panzerlosen, selbst bei Monaden häufig wiedererkennt, Form, Gröfse und Farbe aber oft gar nicht, oder doch nicht mehr verändert sieht, als es bei den größeren Thieren der zoologischen Museen der Fall zu sein pflegt, wenn man ihre Darstellung schon gelungen nennt.

N a c h s c h r i f t.

Seit der Vorlegung des Obigen hat sich meine Sammlung von dergleichen Objecten auf 1208 Gegenstände vermehrt. Ich besitze jetzt 456 Arten von Infusorien wohl erhalten und habe diese Präparate, von jeder Art oft 10 bis 100 Specimina in allen Entwicklungsstufen, bei Vollendung des jetzt erscheinenden größeren Infusorien-Werkes zur Vergleichung sehr nützlich gefunden, ja ich glaube dem letzteren dadurch einen besonders hohen Grad von Sicherheit und Wahrheit der Darstellung verschafft zu haben. Übrigens habe ich dergleichen Objecte dem pariser Institut sowohl als dem londoner Museum zugesendet und habe einzelne Präparate an viele Naturforscher vertheilt. Bemerken möchte ich noch, daß ich nun auch die Augensterne der Medusen und deren Kalkkrystalle aufbewahrt vor mir habe und daß es sogar möglich geworden ist mit Farbestoffen erfüllte Ernährungs-

organe der Infusorien durch zweckmäßigen Druck aus dem Körper hervor zu bringen und so frei zu legen, daß sie nun als freie Organe jedermann beliebig anschaulich sind.

Auf ganz ähnliche Art lassen sich sowohl chemische Producte, als mineralogische und technische mikroskopische Gegenstände zu wiederholter bequemer Beschauung und Vergleichung in kleinem Raume systematisch ordnen und aufbewahren.

Möge denn diese wissenschaftliche conservative Behandlungsweise mikroskopischer Objecte an die Stelle der Spielerei mit Streusand, Zwirnsfäden, Haaren, Flöhen, schillernden Flügeldecken der Insecten u. s. w. treten und die Früchte tragen, welche zu hoffen wohl einiger Grund vorhanden ist.



Zusätze

zur Erkenntniß großer organischer Ausbildung in den
kleinsten thierischen Organismen.

Von
H^{rn.} EHRENBURG.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 21. Mai 1835.]

Seit meinen letzten Mittheilungen über die Structur der kleinsten selbstständigen Thierkörper hat sich die Kenntniß dieser Formen sowohl an Zahl als an Intensität der Übersicht ihrer organischen Verhältnisse wieder ansehnlich gemehrt. Am kürzlich vergangenen 21. April dieses Jahres (1835) habe ich bereits in der hiesigen Gesellschaft der naturforschenden Freunde mit einem mündlichen kurzen Vortrage auf einige der Verhältnisse aufmerksam gemacht, welche ich jetzt in größerem Detail vorlegen, mit anderen in Verbindung bringen und vermehren will.

Nach den bisherigen Kenntnissen der thierisch-organischen Bildungen hatte man ein gewisses Recht zu meinen, daß es Formen gebe, welchen einzelne der organischen Hauptsysteme, wie sie in dem vollendeten Organismus des Menschen, des Maafses und Messers der Schöpfung, erkennbar sind, ganz abgingen. Diesen wichtigen Gegenstand zu einer größeren Klarheit zu bringen habe ich mich seit langer Zeit bemüht und meine intensivere Beschäftigung mit den Infusionsthieren und ähnlichen kleinen Organismen beruht auf diesen Bestrebungen. Die gewonnenen Resultate weichen von jenen früheren Ansichten ganz ab und liegen in einer vielleicht schon entscheidenden Reihe der Akademie vor. Allein das wissenschaftliche Interesse auf dem Standpunkte, welchen ich genommen hatte, erheischte dennoch jenen Gegenstand noch nicht fallen und liegen zu lassen und so mögen denn nachfolgende ähnliche Bemerkungen die ähnliche nachsichtsvolle Aufnahme finden.

I.

Über eine bis zu den Monaden hinab darstellbare Duplicität des Geschlechts der Infusorien.

Man hat zwar noch vor Kurzem bestimmt bezweifelt, dass den Infusorien, als den kleinsten Thierkörpern, ein Geschlecht überhaupt zukomme und die Annahme des Entstehens dieser Formen durch *Generatio spontanea* oder *primaria* liefs die Existenz desselben unnöthig erscheinen. Durch meine früheren Mittheilungen glaube ich aber schon vorbereitet und zu völliger Evidenz erwiesen zu haben, dass den Räderthieren wenigstens sowohl ein weiblicher Eierstock, als zwei männliche samenbereitende Organe oder Hoden, verbunden durch eine sehr irritable und contractile Samenblase zugestanden werden müssen, und dass diese Geschlechtsverhältnisse eine überaus grosse Ähnlichkeit mit denen der kleinen Schalkrebse oder *Entomostraca* haben, welche letztere nur dadurch einigermaßen bedeutend abweichen, dass bei ihnen die Geschlechtsfunctionen auf zwei verschiedene Individuen vertheilt sind, während bei den Räderthieren jedes Individuum beide organischen Verhältnisse und Functionen gleichzeitig enthält. In dieser Hinsicht ist die Organisation der Räderthiere offenbar zusammengesetzter als die der *Entomostraca* und Krebse, welchen beiden Reihen auch die irritablen Samenblasen abgehen. Ja selbst die sämmtlichen Wirbelthiere und der Mensch haben in dieser Beziehung grössere Einfachheit im individuellen Organismus. Ich will versuchen dies noch weiter zu entwickeln.

1. Weiblicher Geschlechts-Organismus der Infusorien.

a. Eierstock und Entwicklung des Eies der Räderthiere.

Bei den Räderthieren kann über die wirkliche Function des weiblichen Geschlechts-Apparates kein verständiger Zweifel mehr ausgesprochen werden, denn man sieht zu jeder beliebigen Zeit die Jungen aus den im Eierstocke sichtlich allmählig entwickelten Eiern auskriechen und die leere Eischale zurücklassen. Ich habe aber der Entwicklung selbst noch eine besonders scharfe Aufmerksamkeit geschenkt und bin im Stande darüber folgendes mitzutheilen: Bei den jungen so eben dem Ei entschlüpften Thieren der gemeinen *Hydatina senta* findet sich im hintern Körpertheile der von

mir schon bisher als Eierstock bezeichnete drüsige Körper in der Form eines gestielten Pilzes oder einer länglichen Birne und zeigt im dicken Theile eine feinkörnige, homogene, weiße, etwas undurchsichtige Masse. Nach 3 bis 4 Stunden erkennt man in seinem Innern rundliche hellere Stellen, die sich alsbald mit ihrem allmäligen Erscheinen scharf begrenzen. Diese hellen Stellen sind Eikeime und zwar offenbar zuerst mit bloßem Eiweiß oder der Keimflüssigkeit erfüllte Bläschen. Nach wieder 2 bis 3 Stunden erkennt man in der Mitte jedes der hellen Flecke (Bläschen), in den zuerst entstandenen zuerst, einen dunkeln Fleck, welcher im Verlaufe von einer Stunde sehr deutlich wird und offenbar Eidotter ist. In 5 bis 6 Stunden entwickelt sich der dunkle Fleck im hellen Bläschen so, daß er die helle Flüssigkeit, welche ihn früher umgab, verdrängt und in seiner Mitte, etwas excentrisch, erscheint ein anderer hellerer runder Fleck. Dies ist der Zustand, in welchem die Eier vom Eierstocke getrennt und ausgeschieden, d. h. gelegt werden. Das Legen der einzelnen Eier folgt sich absatzweise meist in 4 bis 5 Minuten bis 1 Stunde.

Verfolgend die Entwicklung gelegter Eier, die man am Rande der Gläser, worin solche Thiere leben, leicht haben kann, erkannte ich folgende Entwicklungsverhältnisse.

Nach 3 Stunden war allmähig der mittlere hellere Fleck, welcher etwa $\frac{1}{3}$ des Querdurchmessers des Eies einnimmt, verschwunden und die körnige Dottermasse war verändert, zeigte nicht mehr die deutlichen Dotterkörnchen, war aber bis auf eine hellere unsicher umschriebene Stelle an einem Ende des Eies noch homogen. Nach wieder 2 Stunden, also 5 Stunden nach dem Legen, bildet sich in der Mitte des Eies ein dunkler Fleck aus, welcher in der sechsten Stunde nach dem Legen schon deutlich als Schlundkopf mit Kiefer- und Zahnsuren erkennbar ist. In der elften Stunde nach dem Legen des Eies bemerkte ich die ersten Bewegungen des Fötus, die im Spielen mit den Mundwimpern bestanden. Nach 12 Stunden ließ sich die spiralförmige Lage des ganzen Körpers im Ei deutlich erkennen. Man unterscheidet dann den gegen den Kopf zurückgebogenen Zangenfuß und das Räderorgan scharf. Gleichzeitig erkennt man so kräftige Umdrehungen des ganzen Fötus, daß man jeden Augenblick das Platzen der Eischale erwartet, welches aber oft noch 2 Stunden dauert. Hiernach ist die ganze Entwicklung, vom ersten Erscheinen des Keimes an, das Werk von 24stündiger

organischer Thätigkeit, so, daß ungefähr die Hälfte dieser Zeit innerhalb des Mutterleibes, die andere Hälfte ausser demselben abläuft. Schnellere Entwicklung habe ich bei dieser Form nicht beobachtet, wohl aber oft viel langsamere. Um den rascheren Verlauf zu sehen, muß man die Hydatinen in Wasser halten, worin viel grüne Monaden, *Chlamidomonas Pulvisculus*, *Euglena viridis*, oder ähnliche Formen leben, die zur reichlichen Nahrung dienen.

Manche Eier überziehen sich bald nach dem Legen mit einer *Hygrocrocis* oder andern Algenform und sehen dann gewimpert aus. Dies hat einen sonst vortreflichen Beobachter, Wagner, getäuscht, welcher es für Normal-Zustand gehalten (siehe Isis 1832 p. 386. Tafel IV.). Ferner giebt es Eier, welche ganz deutlich zwei Häute haben, eine festere äussere und eine weichere innere, während man im gewöhnlichen Falle diese beiden Häute nicht deutlich gesondert erkennt. Sowohl die scheinbar gewimperten als die doppelhäutigen muß man nicht zur Beobachtung der Entwicklung wählen, indem beide Formen sich viel langsamer entwickeln. Ja ich glaube mit ziemlicher Sicherheit ermittelt zu haben, daß es eine durchgehende Eigenthümlichkeit der Räderthiere ist, zu gewissen Zeiten zweischalige oder mit festerer äusserer zuweilen zackiger Schale versehene Eier zu legen, die vielleicht zum Überwintern oder zum Schutz gegen Austrocknen im trocknen Boden dienen. *Brachionus urceolaris* trägt häufig einfach- und doppelhäutige Eier auf dem Rücken. Viele andere Räderthiere zeigen periodisch dasselbe (¹).

b. Eierstock und periodische Entwicklung eiertiger Körperchen im Körper der Magenthiere.

Was nun die polygastrischen Infusorien anlangt, so war es mir ebenfalls schon gelungen in ihren Organisations-Gliedern einen Geschlechts-

(¹) Rücksichtlich der neueren feineren Unterscheidungen der inneren Theile des thierischen Eies im Allgemeinen dürfte zweckmässig sein hier zuzufügen, daß ich in den schon 1830 publicirten Figuren der Räderthiere auf Tafel VIII. Fig. II. die Dotterbildung im Eibläschen des Eierstockes bei *Hydatina senta* und in den 1832 vorgelegten, 1834 publicirten Figuren anderer Räderthiere dasselbe mehrmals auf Tafel X. dargestellt habe. Der auf Tafel XI. 1834 in den Eiern der *Polyarthra Trigla* angegebene große helle und runde Fleck ist, wie es mir die neueren Untersuchungen bestätigt haben, ganz deutlich der Keimfleck im Dotter und in diesem also entwickelt sich der Embryo ganz so wie bei den größten Thieren.

Spätere Bemerkung.

Apparat deutlich zu erkennen. Die Beobachtung von regelmäßigen kugel- oder eiförmigen periodisch den ganzen Körper des Thieres erfüllenden, zu anderen Zeiten aber fehlenden Körnern, welche in netzförmig anastomosirenden Röhren um den Darm und ganzen Ernährungs-Apparat dieser Formen liegen, läßt sich leicht und zu jeder beliebigen Zeit wiederholen und die oft farbige innere Substanz der Eier (welche wahrscheinlich das Eidotter ist) trägt zur leichten Erkenntniß dieser Verhältnisse mit bei. Besonders die lebhaft grünen eiförmigen Körperchen, welche viele polygastrische Infusorien in sich entwickeln und ihr periodisches Verschwinden, wodurch ein und dieselbe Thierart, ja dasselbe Individuum, ohne allen Einfluß gefarbter Nahrungsmittel bald farblos wasserhell, bald lebhaft grün erscheint, lassen nicht wohl daran zweifeln, daß diese Theile des Organismus der Fortpflanzung wirklich dienen. Die Beobachtung des gemeinen grünen Trompetenthierchens (*Stentor polymorphus*) zeigt diese Eier in lebhaft grüner Farbe sehr deutlich und wenn man solche Thierchen in Gläsern einige Tage aufbewahrt, so erkennt man sehr bald zur vollen Überzeugung, daß viele Individuen sich allmählig der grünen Körner entledigen und fast ganz weiß oder wasserhell werden. Künstlich kann man sich den Act des Ausscheidens selbst deutlich machen, wenn man solche Thierchen auf einem Glastäfelchen mit wenig Wasser beobachtet. Sie werden erst breiter und sondern an irgend einer Körperstelle einige der grünen Körner durch Zerreißen der Bedeckungen aus. Thut man in diesem Momente etwas neues Wasser hinzu, so runden sie sich meist wieder, der Riß der Haut schließt sich und sie schwimmen munter weiter, während sie im andern Falle allmählig ganz zerfließen.

Den Act des Gebährens durch die After- und Geschlechtsöffnung zu beobachten gelingt auch, aber nur bei solchen Formen zuweilen leicht, von denen man gleichzeitig viele in das Gesichtsfeld bringen kann, wie bei *Kolpoda Cucullus*, wovon eine Abbildung des Gebähractes bei meinem ersten Vortrage im Jahre 1830 mitgetheilt worden ist.

Es verhält sich nun diese körnige Substanz im Innern des Körpers der Magenthierchen als Eierstock in Rücksicht auf ihre Verbreitung in der ganzen Formenreihe so, daß dieselbe in allen Familien ohne Ausnahme, daß sie in den meisten Gattungen und in sehr vielen Arten der letzteren mit Zuversicht neben den durch gefarbte Nahrung deutlich unterschied-

denen Ernährungsorganen aufgefunden worden sind. Bei vielen Formen ist die grüne, gelbe, blaue oder braune Farbe der Eikörner schon leicht überzeugend für ihre Anwesenheit.

Gewöhnlich werden diese Körner so wie sie sind ausgeschieden, allein ich habe neuerlich auch Formen beobachtet, bei denen mir deutlich wurde, daß sie zuweilen schon im Innern lebendig werden und also auskriechen, wodurch denn ein Lebendiggebären bedingt wird, wie es bei den Räderthieren an *Rotifer* und *Philodina*-Arten schon ebenfalls erkannt und aufser allen Zweifel gesetzt wurde. Ob bei diesem Lebendiggebären, wie ich es besonders bei *Monas vivipara* sehr auffallend beobachtete, sich auch eine doppelte oder nur einfache Eihaut vom Embryo löst, wie ersteres bei den Räderthieren der Fall ist, war bisher der Kleinheit halber der Beobachtung nicht zugänglich. Übrigens ist ein Umherirren von scheinbarer Brut im inneren Körper in der Bacillarien-Familie eine ebenfalls sehr allgemeine und schon mehrseitig ausgesprochene Erfahrung, nur haben andere Beobachter im letztern Falle diese bewegten Körperchen für Samen oder parasitische Monaden und die Bacillarien selbst für Pflanzen gehalten. Es lassen sich aber so viele entscheidende Gründe für den thierischen Character dieser Formen angeben, die ich neuerlich immer wieder bestätigt und schon öfter angezeigt habe ⁽¹⁾, daß hierüber jetzt mehr zu sagen unnöthig erscheint, ja daß man bei deren genauerer Beobachtung viel geneigter wird, daran zu zweifeln, ob wohl nicht die Oscillatorien und *Confervae conjugatae* auch Thiere sind, als jene offenbaren Bacillarien-Thiere zu den Pflanzen zu stellen. Der wirkliche Act des Auskriechens eines jungen polygastrischen Thieres aus einem solchen Eie, was die Natur dieser Körper ein für allemal feststellen würde, oder auch leere zurückgelassene Eischalen sind noch nicht beobachtet worden, indem die große Kleinheit dafür große Schwierigkeit bedingt, allein alle erreichbaren Erscheinungen und Beziehungen an denselben bis auf die meist lebhafteste oft grüne, gelbe, blaue, braune, rothe oder milchweiße Färbung des Dotters, lassen mit überaus großer Wahrscheinlichkeit vermuthen, daß ein solches Verhältniß statt finde.

(1) Zuletzt in einer Anmerkung in Poggendorffs Annalen der Physik 1836. p. 223.
Spätere Bemerkung.

2. Männlicher Geschlechtsorganismus der Infusionsthier.

a. Der Räderthiere.

Die Structurverhältnisse aller Infusorien, sowohl der Räderthiere als Magenthier, sprechen dafür, daß sie hermaphroditisch sind. Jedes einzelne Individuum bildet Eier und hat überdies einen Apparat im Körper, welcher mit großer Leichtigkeit und Wahrscheinlichkeit sich mit dem männlichen Geschlechtsorganismus solcher Thierformen vergleichen läßt, die getrenntes Geschlecht haben.

Bei den Räderthieren habe ich die beiden langgestreckten keulenförmigen Samendrüsen, wie sie bei *Cyclops* in den *Entomostracis* leicht sichtbar sind, bereits früher, schon 1830, erläutert und schon damals bemerkt, daß dieselben außer den Drüsen und deren gewundenen Ausführungsgängen noch ein besonderes, allen nicht hermaphroditischen Thierformen abgehendes, contractiles blasenförmiges Organ besitzen, welches zur unmittelbaren Übertragung (Ejaculation) der spermatischen Flüssigkeit in den Eierstock sichtlich zu dienen scheint. Dieses blasenförmige contractile Organ der Räderthiere befindet sich allemal an der Stelle, wo die Ausführungsgänge der Samendrüsen (Samenleiter) mit dem Eileiter zusammentreffen, am hintern Ende des Körpers dicht vor der Analöffnung und es ist völlig deutlich sichtbar, daß derselbe sich zu den Samenleitern gerade so verhält, wie der Uterus zu den Eileitern, oder die Harnblase zu den Ureteren. Beide Samenleiter endigen in dieser contractilen Blase und die Mündung der Blase selbst ist sichtlich in der hintern Wand des Endes des Eileiters (*oviductus*) auf dessen Bauchseite. Die fortgesetzten Untersuchungen haben dieselbe Bildung bei allen wieder vorgekommenen Formen aller Gattungen der Räderthiere ebenfalls auffinden und dasselbe als ein zur Characteristik der ganzen Classe wesentliches Organ erkennen lassen. Gewöhnlich, aber nicht immer, sind an die Samendrüsen (wie es scheint an ein besonderes Gefäß) die kleinen zitternden Organe geheftet, welche ich als innere Kiemen betrachtet habe. Bei den Rotiferen sind die beiden Samendrüsen eng an den Darm geheftet, gewöhnlicher sind sie frei. Spermatozoen sind mir im Innern der Samenleiter, obwohl ich angestrengt und oft danach suchte, so wenig als in den spermatischen Drüsen bisher anschaulich geworden, aber die Feinheit derselben kann leicht das alleinige Hinderniß ihres Erkennens sein. Den Sporn

im Nacken der Räderthiere halte ich aus den schon früher angegebenen Gründen jetzt mehr als je für eine Respirations-Röhre und meine, man könne sich die nackten sowohl als die gepanzerten Räderthiere dadurch erläutern, daß man sie als Thiere betrachtet, welche den *Entomostracis* oder Crustaceen im Allgemeinen gleichen, nur nicht mit einem an der Bauchseite offenen, sondern mit einem geschlossenen, nur durch eine kleine Nackenöffnung oder Respirationsröhre durchbohrten, bald weichen, bald harten, die Kiemen einhüllenden Mantel versehen sind. Ueberdies sind sie nicht getrennten Geschlechts und ohne pulsirende Gefäße, was sie als eigene Thierklasse hinreichend zu begründen scheint.

b. Der Magenthierchen.

Außer der Beobachtung vielseitig zugänglichen Eierstocke der Magenthierchen mit seinen Eikeimen als weiblichen Geschlechts-Apparat habe ich schon vor 3 Jahren (1832) der Akademie Mittheilungen über noch andere Organe im innern Körper einiger dieser Formen vorgelegt und durch naturgemäße Zeichnungen erläutert (Dritter Beitrag), welche nicht ohne große Wahrscheinlichkeit auch einen männlichen Geschlechts-Apparat in jedem Individuum erkennen ließen. Diese anderen, weder einem Bewegungssysteme, noch einem Ernährungssysteme, noch einem Circulationssysteme, noch auch einem Empfindungssysteme mit Wahrscheinlichkeit anzureihenden Organe waren zweierlei Art. Eine derselben bestand aus einer oder mehreren contractilen Blasen, welche hie und da mit strahlenförmig von ihrem Centrum abgehenden Canälen in unmittelbarer Verbindung sind und eine Verbreitung durch den ganzen Körper der Thiere erkennen lassen. Die andere bestand in einem oder zwei verhältnißmäßig großen drüsenförmigen Körpern, die gleichzeitig mit jenen fast immer in der Mitte des Leibes jedes Individuums liegen. Zuerst betrachte ich

α. Die bis zu den Monaden hinab sichtbaren contractilen Blasen (männlichen Samenblasen) der polygastrischen Infusorien:

Die besonderen contractilen Organe der Magenthierchen sind schon frühzeitig gesehen, aber nur nicht von den anderen zum Theil ähnlichen Organen dieser Thiere unterschieden worden. Schon Rösel hat sie bei Vorticellen deutlich abgebildet. Ganz neuerlich erst haben sie sich aber

dadurch als besondere Organe von den ebenfalls contractilen Magenblasen scharf unterscheiden lassen, daß sie nie durch farbige Speise, jenen gleich, sich anfüllen, sondern dann noch völlig klar bleiben, wenn alle Magenbehälter strotzend überfüllt sind. Sie gehören offenbar nicht dem Ernährungssysteme an. Es konnte nur ein Zweifel darüber bleiben, ob man diese Organe mit Herzen und Gefäßen, oder mit jenen ähnlichen contractilen spermatischen Organen zu vergleichen habe, welche sich bei den Rädertieren vorfinden. Ich habe in dem früheren diesen Gegenstand schon berührenden Vortrage mehr und wichtigere Gründe für die sexuelle Function als für die andere geltend machen zu können gemeint und finde nicht, daß die in Wiegmanns Archiv für Naturgeschichte Heft I. p. 12. dagegen angegebenen, wonach es doch Herzen sein möchten, sie entkräfteten. Ein würdiger Physiolog verglich mir auch dieselben Organe, welche ich ihm bei *Paramecium Aurelia* zeigte, mündlich mit den baumartigen Respirations-Organen der Holothurien, allein auch dieser Vergleich ist der Starrheit der letzteren und der großen Irritabilität der ersteren halber wenig befriedigend. Zu den schon früher ausgesprochenen Gründen gegen beide Meinungen bemerke ich hier noch, daß der viel zu langsame und ganz unregelmäßige Rhythmus der Bewegung und der große Durchmesser dieser Organe bei fortdauernder Unklarheit von Gefäßen und Circulation gegen alle Analogie für das Gefäßsystem mit Herzen anstreben und gewiß findet man sehr mit Recht, wie es auch in Wiegmanns angeführter anderer Darstellung nicht unbemerkt bleibt, in der unbeständigen Zahl dieser Organe selbst in den Arten der Gattungen, ein wesentliches Hinderniß für eine Deutung auf Herz und Gefäße. Daß diese Organe auch außer der Zeit der Eibildung thätig sind, scheint mir kein wichtiger Grund gegen die Geschlechtsfunction zu sein, weil die Eibildung meinen Experimenten zufolge durch reichliche Nahrung zu jeder Zeit beliebig künstlich hervorgerufen werden kann, sie also eigentlich wohl beim kräftigen Leben nie von selbst periodisch zurücktritt, sondern nur in Folge der karger Nahrung periodisch passiv beschränkt wird, weshalb sich denn der fortdauernde Reiz wohl leicht als naturgemäß denken läßt. Die Analogie der contractilen mit den Samendrüssen deutlich in Verbindung stehenden Samenblase der Rädertiere scheint mir noch immer der wichtigste Leitfaden für die Function dieser Organe und somit wären denn auch diese wohl, wie jene, die erweiterten Enden der Samenleiter, welche

sich unmittelbar in die Eileiter oder den Eierstock einmünden, was hier direct zu erkennen sich bisher nur der Sehkraft entzog.

* Verbreitung der contractilen Organe durch die Classe der Magenthierchen.

Rücksichtlich der Kenntniss der Verbreitung dieser contractilen Organe in der ganzen Formenreihe der polygastrischen Infusorien habe ich seit meinen letzten Mittheilungen viele Fortschritte gemacht, welche die Bedeutung derselben in noch klareres Licht stellen. Beim Druck des letzten Vortrages im vorigen Jahre (1834) erstreckte sich meine Beobachtung derselben auf 24 Formen von Magenthierchen, welche 13 verschiedenen Gattungen und 7 Familien angehörten, nämlich

Familie 1. *Enchelia*: Gattung *Leucophrys*;

2. *Euplota*: — *Euplotes*, *Himantopus*;

3. *Kolpodea*: — *Kolpoda*, *Amphileptus*;

4. *Monadina*? — *Urocentrum*;

5. *Oxytrichina*: — *Kerona*, *Oxytricha*, *Stylonychia*;

6. *Trachelina*: — *Bursaria*, *Nassula*, *Trachelius*;

7. *Vorticellina*: — *Stentor*.

Es haben nun die neueren Untersuchungen gelehrt, dafs sie noch in 8 anderen Familien und vielen anderen Gattungen, nämlich in der Familie der 1. Amoebaeen,

2. Aspidiscinen,

3. Astasiaeen,

4. Cryptomonadinen,

5. Cyclidinen,

6. Ophryocercinen,

7. Peridinaeen und

8. Volvocinen ebenfalls vorhanden sind, dafs mithin von den 22 Familien, in denen ich die Magenthierchen übersichtlich zu machen versucht habe, 15, also etwa $\frac{2}{3}$ dieselben erfahrungsgemäfs besitzen und nur 7 sie bisher noch nicht haben erkennen lassen. Auch liegen Gründe nahe, wodurch bei den letztern 7 Familien die Auffindung dieser Organe erschwert sein mag, nämlich

1) die Vibrionien sind zu fein, als dafs ihre innere Organisation überhaupt klar erkannt werden könnte,

- 2) die Arcellinen, 3) Bacillarien, 4) Closterinen, 5) Colepinen und 6) Dinobryinen sind sämtlich Panzerthiere, deren nur durch die Schale zu betrachtende Organe weniger deutlich unterschieden werden,
 7) die Ophrydinen oder gepanzerten Vorticellinen habe ich seitdem nicht wieder untersuchen und von neuem darauf prüfen können (¹).

In all jenen Familien fanden sich bisher schon diese Organe in mehreren Arten der verschiedenen Gattungen und nicht bloß bei den größeren, sondern bis zu sehr kleinen Arten der Vorticellen-Familie, ja sogar in mehreren Gattungen der wahren Monaden-Familie. Die Gattung *Urocentrum* rechne ich jetzt nicht mehr zu den Monaden, sondern zu den Vorticellinen, allein dafür treten die noch kleineren Formen der wahren Monaden, nämlich *Polytoma Uvella*, *Microglena monadina*, *Monas Guttula* und *tingens*, bei welchen jene Organe stets darstellbar sind, an ihre Stelle.

**** Form und Zahl der contractilen Organe der Magenthierchen.**

Es war schon früher von mir eine doppelte Form dieser Organe erkannt worden und obwohl sich jetzt die Übersicht über ihre Bildung durch die ganze Thierklasse sehr erweitert hat, so sind doch nicht mehr Verschiedenheiten in derselben zur Kenntniß gekommen. Diese beiden Formen sind die einfach blasen- oder kugelartige und die sternartige. Bei weitem mehr verbreitet ist die einfach blasenartige, sie ist offenbar die vorherrschende. Die sternartige Form sah ich bisher nur in 5 Arten ebensoviel verschiedener Gattungen deutlich, nämlich in *Paramecium Aurelia*, *Ophryoglena atra*, *Glaucoma scintillans* und *Bursaria Leucas*, an welche sich *Nassula ornata* anschließt, bei der man vielleicht eine dritte Form des Organs, die geperlte nämlich, annehmen könnte. Es hält schwer sich den Zusammenhang dieser Organe mit ihren zugehörigen Systemen klar zu machen. Meine individuelle Ansicht ist folgende: Die contractilen Blasen sind die erweiterten Enden der (noch nicht dargestellten) Samenleiter aus den bekannten und so gleich umständlicher zu bezeichnenden Samendrüsen, Testikeln. In den gewöhnlicheren Fällen münden diese erweiterten contractilen Enden unmittelbar in den Eileiter, wie bei den Räderthieren, daher die ebenso einfache

(¹) Ich habe nun auch bei *Ophrydium versatile* 1 bis 2 solcher contractilen Blasen deutlich gesehen.

Spätere Bemerkung.

Form. In andern Fällen aber mag wohl der Eierstock in viele Eileiter übergehen, welche sich an der Sexualöffnung (Afteröffnung) wieder vereinigen. Daher könnte wohl die contractile Blase mit den Canälen sternartig verbunden sein, die aus ihr in die verschiedenen Eileiter führten. Dafs diese radienartigen Canäle nicht Zuführungs-Canäle für die contractile Central-Blase sind, ist mir immer wieder auch aus ihrer Bewegung wahrscheinlich geworden und eine Concentration der Radien nach den Samendrüsen hin ist nicht vorhanden. Denkt man sich die contractilen Blasen auch da, wo sie einfach erscheinen, als mit mehrfachen Öffnungen versehen, die sogleich an die Eileiter angrenzen und in sie einmünden, so verschwindet die Schroffheit in den verschiedenen Formen, so hätten denn einige Thiere die Einmündungsstellen aus den contractilen Samenblasen in die Eileiter nur entfernter von der Blase selbst als die Mehrzahl und die Radien wären diese Verbindungstheile. Auch die geperlte Form liefse sich dann leicht einreihen. Doch hier ist das Feld der künftigen Forschung offen und ungeärndtet.

Was die Zahl der contractilen Organe anlangt, so ist zuweilen nur eins vorhanden und das scheint der Primitiv-Zustand wohl aller Individuen zu sein. Es liegt in den verschiedenen Arten zuweilen mehr nach vorn, zuweilen mehr nach hinten, oft in der Mitte, zuweilen seitlich im Körper. Dieser Primitivzustand ist aber nicht der gewöhnliche, vielmehr erkennt man häufiger 2 solcher Organe, zuweilen, jedoch seltner, auch 3 und 4 bei denselben Thierarten. Diese Verschiedenheit beruht, wie ich schon früher auch bemerkt habe, auf dem Vermehrungs-Zustande durch Selbsttheilung. Thiere, welche im Begriff sind sich durch quere Selbsttheilung in 2 Hälften zu spalten, entwickeln zuvor in sich alle Haupt-Organen doppelt. So erscheint denn, eh noch irgend eine äufsere Einschnürung sichtbar ist, Duplicität der contractilen Samenblasen; etwas später theilt sich dann auch die Samendrüse durch Einschnürung, zuletzt erst der äufsere Körper. Drei und vier solcher Organe sind mir nur dann vorgekommen, wenn die Thiere zu doppelter Selbsttheilung, Längs- und Quertheilung, disponirt sind, so sah ich es bei *Paramecium Aurelia* und *acutum* oft und auch bei *Chilodon Cucullulus* und *Nassula elegans* zuweilen. Nur in solchen Fällen scheinen zwei solcher Organe dem individuellen Normal-Zustande anzugehören, wo sie ganz dicht beisammen stehen und deren giebt es allerdings eine, nämlich *Paramecium Kōlpoda*. Vielleicht ist es aber nur ein durch eine Stricturng getheil-

tes. Zuweilen ist die Disposition zu schnell fortgehender Selbsttheilung so groß, daß die Thiere schon in den Theilen, noch eh sie sich vollständig getrennt haben, wieder Duplicität der Organe zeigen.

Endlich ist zu bemerken, daß die verschiedenen Thierarten einer und derselben Gattung in der Lage dieser Organe sowohl, als in ihrer Form und häufigen Zahl sehr von einander abweichen. Nur *Ophryoglena atra*, nicht eine andere Art der Gattung, hatte die sternartige Form. Ebenso hatte nur *Paramecium Aurelia* die Sternform, während die übrigen Arten der Gattung die einfache Blasenform zeigten. Ebenso ist es mit der geperlten Form bei *Nassula*. Diese Verschiedenheiten der Lage und Form bei den Arten einer Gattung laßt allerdings die Ansicht, als wären die contractilen Organe Herzen, abgesehen von allen übrigen Gegengründen, weniger annehmbar erscheinen, aber daß dergleichen Differenzen der Einnüpfung und Form der spermatischen Hilfsorgane bei den Arten von einerlei Gattungen vorkämen, scheint weniger anstößig in Rücksicht auf die allgemeineren Bildungsgesetze der thierischen Organismen.

ℒ. Die bis zu den Monaden hinab sichtbaren Drüsen (männlichen Samendrüsen) im Körper der polygastrischen Infusorien.

Die verhältnißmäfsig ansehnlich grofsen drüsenförmigen Organe im Körper der Magenthierchen erwähnte ich bereits in gleichem Sinne, als sexuelle, in meinem Vortrage von 1832 pag. 32 und 182, habe sie auch damals schon abgebildet, allein ich kannte sie nur bei wenigen Arten. Es waren deren 5: *Chilodon Cucullulus*, die 3 *Nassula*-Arten und nachträglich *Paramecium Aurelia*. Bei einigen *Stentor*-Arten hatte ich sie zwar gesehen und abgebildet, aber ich war nicht sicher über die Deutung. Seitdem habe ich mich nun überzeugt, daß dergleichen grofse Drüsen, die doch den Zweck irgend einer wichtigen organischen Absonderung haben mögen, bei allen polygastrischen Infusorien zu erkennen waren, deren Beobachtung ich mit der nöthigen Ruhe wiederholen konnte und die nicht in undurchsichtigen Bedeckungen ein bestimmtes Hinderniß zeigten. Ich habe dieselben bis zur Gattung der Monaden und in deren mit zu den kleinsten gehörigen Formen auffinden können und habe allmählig beobachtet, daß sie zwar bei allen Individuen einer und derselben Thierart sich immer vollständig gleich bleiben, allein bei verschiedenen Arten einer und derselben Thiergattung zuweilen

sehr merkwürdig verschieden gestaltet sind. So sind diese Drüsen bei *Stentor niger* allemal einfach kugelförmig, bei *Stentor Mülleri* allemal seidenschnurförmig und gebogen, bei *Stentor polymorphus* allemal perlschnurförmig u. s. w.

Überhaupt haben sich bei einer übersichtlichen Betrachtung 8 verschiedene Formen dieser Drüsen feststellen lassen:

- 1) Die Kugelform, vorkommend in 29 Gattungen: *Acineta tuberosa*, *Amoeba verrucosa*, *Amphileptus Anser*, *Fasciola*, die Arthrodesmen, *Chilodon aureus*, *uncinatus* und *ornatus*, *Chlamidomonas Pulvisculus*, *Chlorogonium eucolorum*, *Closterium?* *Cryptomonas erosa*, *Cyclidium Glaucoma*, *Euplotes Charon*, *appendiculatus*, *Gonium pectorale*, *Kerona Polyporum*, *Kolpoda Cucullus*, *Leucophrys patula*, *pyriformis*, *carnium*, die Micrasterien, *Monas Guttula*, *vivipara*, *tingens*, *Nassula ornata* und *aurea*, *Ophryoglena acuminata*, *Pandorina Morum*, *Paramecium Chrysalis*, *Kolpoda*, *Stentor niger* und *aureus*, *Synura Ucella*, *Tessararthra moniliformis*, *Trachelius Anas*, *vorax*, *Uroglena Volvox*, *Urostyla grandis*, *Volvox Globator*, *aureus*, *stellatus*, *Xanthidium aculeatum*, *fasciculatum* und *furcatum*.
- 2) Die Eiform, vorkommend in 15 Gattungen: *Bursaria vernalis*, *intestinalis*, *Chilodon Cucullulus*, *Chlamidodon Mnemosyne*, *Cryptoglena conica*, *Cryptomonas ovata*, *cylindrica*, *Euplotes Patella*, *Glaucoma scintillans*, *Kolpoda Ren*, *Loxodes Bursaria*, *Nassula elegans*, *Oxytricha rubra*, *Pellionella*, *Paramecium Aurelia*, *acutum*, *compressum*, *Peridinium Tripus*, *Stylonychia Mytilus*, *pustulata*, *lanceolata*, *Trachelius Meleagris*.
- 3) Die Scheibenform oder Linsenform, vorkommend in 1 Gattung: *Euglena Pleuronectes* und *longicauda*.
- 4) Die Nierenform, vorkommend in 3 Gattungen: *Bursaria Entozoon*, *Trichodina Pediculus* und einigen Vorticellen, wo sie an die Bandform gränzt und aus dieser verkürzten entsteht.
- 5) Die Bandform oder Seidenschnurform, meist gebogen vorkommend in 8 Gattungen: *Bursaria truncatella*, *Ranarum*, *Epistylis plicatilis*, *flavicans*, *leucoa*, *Microglena monadina*, *Ophrydium*

versatile, *Prorodon niveus*, *Stentor Mülleri*, *Tracheliuss Ovum*, *Vorticella nebulifera*, *microstoma*, *fasciculata*, *Campanula*.

- 6) Die Perlschnur- oder Paternosterschnurform ausgezeichnet in 3 Gattungen: im *Amphileptus moniliger*, im *Spirostomum ambiguum* und im *Stentor polymorphus* und *caeruleus*. Vielleicht gehört hierher auch *Closterium*.
- 7) Die Stäbchenform kommt als mehrere neben einander liegende Stäbchen oder als eckige, fast kugliche (kurz prismatische) Körperchen in 2 Gattungen bei *Amblyophis viridis*, *Euglena viridis*, *deses* und *Acus* vor. Endlich
- 8) Die Ringform. Diese hat sich nur in 1 Gattung, bei *Euglena spirogyra* erkennen lassen.

Um auch eine Übersicht des Vorkommens dieser so bestimmten und festen Organe nach den Familien zu erleichtern, theile ich folgendes Verzeichniß mit:

- 1) In der Familie der Monadinen wurden sie beobachtet in *Monas Gut-tula*, *vivipara* und *tingens*, ferner bei *Microglena monadina*.
- 2) Bei den Cryptomonadinen oder Panzermonaden in *Cryptomonas ovata*, *erosa*, *cylindrica*, *Cryptoglena conica*.
- 3) Bei den Volvocinen in *Pandorina Morum*, *Gonium pectorale*, *Synura Uvella*, *Chlamidomonas Pulvisculus*, *Uroglena Volvox*, *Volvox Globator*, *aureus* und *stellatus*.
- 4) Bei den Vibrionien fehlt die Beobachtung.
- 5) Bei den Closterinen gehören dahin vielleicht die hellen drüsigen Kugeln (scheinbaren Blasen), welche in der Mitte mehrerer Arten von *Closterium* in einfacher Reihe, bei andern weniger regelmäßig geordnet liegen.
- 6) Bei den Astasiäen sah ich sie in *Amblyophis viridis*, *Euglena Spirogyra*, *Acus viridis*, *Pleuronectes longicauda* und in *Chlorogonium euchlorum*.
- 7) Bei den Dinobryinen sind sie noch nicht erkannt.
- 8) Bei den Amöbäen in *Amoeba verrucosa*.
- 9) Bei den Arcellinen unbekannt.
- 10) Bei den Bacillarien scheinen sie in *Micrasterias Tetras*, *hexactis*, *heptactis*, *Boryana*, *tricyclia* und *elliptica*, ferner in allen Arten von

Arthrodesmus, in *Tessarathra moniliformis*, in *Xanthidium fasciculatum*, *furcatum* und *aculeatum* und in *Acineta tuberosa* erkannt zu sein.

- 11) Bei den Cyclidinen zeigten sie sich in *Cyclidium Glaucoma*.
- 12) Bei den Peridinaeen in *Peridinium Tripus*.
- 13) Bei den Vorticellinen in allen Arten von *Stentor*, in *Trichodina Pediculus*, *Vorticella nebulifera*, *microstoma*, *Campanula*, *fasciculata*, *Epistylis plicatilis*, *flavicans*, *leucoa* und *nutans*.
- 14) Bei den Ophrydinen in *Ophrydium versatile*.
- 15) Bei den Enchelien in *Leucophrys patula*, *pyriformis*, *carnium* und *Prorodon niveus*.
- 16) Bei den Colepinen fehlt die Beobachtung.
- 17) Bei den Trachelinen zeigten es *Trachelius Anas*, *vorax*, *Meleagris*, *Ocum*, *Loxodes Bursaria*, *Bursaria truncatella*, *Entozoon*, *Ranarum*, *intestinalis*, *vernalis*, *Spirostomum ambiguum*, *Glaucoma scintillans*, *Chilodon aureus*, *Cucullulus*, *uncinatus*, *ornatus* und die 3 *Nassula*-Arten.
- 18) Bei den Ophryocercinen sind sie in *Amphileptus Anser*, *moniliger*, *Fasciola*.
- 19) Bei den Aspidiscinen in *Aspidisca denticulata*.
- 20) Bei den Kolpodeen in *Kolpoda Cucullus*, *Paramecium Aurelia*, *caudatum*, *Chrysalis*, *Kolpoda*, *compressum*, *Ophryoglena acuminata*.
- 21) Bei den Oxytrichinen in *Oxytricha rubra*, *Pellionella*, *Kerona Polyporum*, *Urostyla grandis*, *Stylonychia Mytilus*, *pustulata*, *lanceolata*.
- 22) Bei den Euploten in *Chlamidodon Mnemosyne*, *Euplotes Patella*, *Charon*, *appendiculatus*.

Es geht hieraus hervor, dass die drüsigen Organe eine eben so allgemeine Verbreitung durch die ganze Classe der Magenthierchen zeigen, als die contractilen. In bei weitem den meisten Fällen wurden beide gleichzeitig erkannt. Von den 22 Familien sind nur 4 (Vibrionien, Dinobryinen, Arcellinen und Colepinen) der Beobachtung unzugänglich geblieben, dieselben deren Grössen- und Durchsichtigkeits-Verhältnisse überall Schwierigkeit der Anschauung ihres Organismus geben. Die Closterinen und Bacillarien

haben zwar keine den contractilen Blasen vergleichbaren Theile mit Bestimmtheit erkennen lassen, aber doch den Drüsen vergleichbare.

Somit ist denn die Anwesenheit dieser drüsigen Organe als nie fehlende Körpertheile als ein festgestelltes und sicheres Factum anzusehen. Es kann sich nur noch darum handeln, ihren Einfluss auf den Organismus zu beurtheilen und immer schärfer zu ermitteln. Da die Zartheit der hier abzuhandelnden Objecte bisher nicht erlaubte, den Gefäß-Zusammenhang dieser Organe mit den übrigen Körpertheilen direct zu erkennen, so sei es erlaubt vorläufig mit Hülfe der bei anderen nicht allzufern stehenden etwas größeren Thieren vorkommenden analogen Organe noch bestimmtere Erklärung zu versuchen und weitere bedächtige Forschung einzuleiten.

Es bedarf keiner sehr scharfen Untersuchung um eine große Ähnlichkeit im Baue der Saugwürmer, *Trematodea*, und der polygastrischen Infusorien zu erkennen, obschon beide Formen-Reihen sich von einander scharf sondern. Zwischen beiden liegen offenbar die Planarien. Wenn man daher versucht diese nächstverwandten Thierformen durch einfache Vergleichung ihres Baues in den einzelnen organischen Systemen gegenseitig zu erläutern, so geht man offenbar auf geradem und zweckmäßigem Wege.

Bojanus entdeckte 1821 im *Distomum lanceolatum* zwei große gelappte Drüsen. Mehlis und Laurer sahen deren Ausführungsgänge sich in den männlichen *Cirrus* der Sexualmündung öffnen. Diese Beobachtung ist bei anderen Formen von Gurlt (Pathologische Anatomie der Haus-Säugethiere bei *Distomum alatum*), Burmeister (Wiegmanns Archiv für Naturgeschichte 1835. p.187. bei *Distomum globiporum*) und von mir selbst an denselben Distomen wiederholt und bestätigt worden (¹). Es ist dadurch festgestellt, daß die beiden großen Drüsen der Trematodeen dem männlichen Sexualsysteme angehören und die eigentlichen Samendrüsen oder *Testes* sind. Ganz ähnliche kugelförmige drüsige große Körper finden sich, meinen eigenen Untersuchungen zufolge, im mittleren Körper mehrerer Planarien-Formen und auch da ließen sich deren Ausführungsgänge nach der männlichen *Spicula* und Sexualöffnung hin verfolgen. In beiden Fällen zeigen diese drüsigen Kör-

(¹) Dasselbe ist auch von Nordmann (Micographische Beiträge) und neuerlich von Siebold in Wiegmanns Archiv 1836 p.217 beobachtet worden. Spätere Bemerkung.

per die ganz ähnliche Form, verhältnißmäßige Größe und gleiche Stellung, wie die drüsigen Organe der polygastrischen Infusorien.

Sammelnd das Resultat all dieser Beobachtungen und Darstellungen glaube ich nun, daß es nicht mehr gewagt ist, diese Drüsen auch bei den Infusorien männliche Samendrüsen zu nennen und es scheint durch obige Untersuchungen die Duplicität des Geschlechts durch die ganze Classe der Magenthierchen bis zu Monaden nachgewiesen zu sein, welche, wie *Monas tingers*, $\frac{1}{300}$ und, wie *Volvox Globator*, $\frac{1}{500}$ einer Linie im Durchmesser führen.

II.

Über ein bisher unbekanntes kranzartiges Gefäßnetz am Kopfe der Räderthiere, und das Gefäßsystem dieser Thiere im Allgemeinen.

Unter den organischen Systemen der kleinsten Thiere hat das Gefäßsystem bisher sich der Betrachtung mehr als alle übrigen Systeme entzogen. Die Kenntniss desselben ist noch weit hinter der Ausdehnung zurück, welche es selbst im roheren Umriß haben zu müssen scheint. Zwar ist es mir schon vor 6 Jahren gelungen mehrere Theile desselben anschaulich zu erhalten und ich habe sowohl Beschreibungen als Zeichnungen davon damals mitgetheilt, allein, daß jene Erkenntnisse nur einen so kleinen Theil umfaßten, daß eine Beurtheilung der Form des ganzen Systems unmöglich war, ließ sich nicht überwinden. Es schien damals schon etwas und nicht wenig gewonnen zu sein, wenn nur Spuren desselben zur klaren Ansicht kamen, die einen weiteren Verlauf ahnen ließen.

Seit jenen ersten Mittheilungen habe ich die Aufmerksamkeit immer von Neuem auf dieses System mit besonderer Schärfe gelenkt und in den zum dritten Beiträge für die Kenntniss dieser Organisationen gegebenen Abbildungen finden sich die Fortschritte angegeben, welche bis dahin gelungen waren. Der wichtigste Fortschritt war ohne Zweifel das Respirationssystem, oder die Reihe von zitternden kiemenartigen Organen, welche jederseits meist die Samendrüsen begleiten. Besonders auffallend wurden die Formen, welche diese zitternden Kiemen, von den Samendrüsen gesondert, an freien Gefäßen angeheftet erscheinen ließen, deren letzteren Durchmesser

ebensogroß und größer war als der der Kiemen, was einen Grund mehr abgiebt warum diese zitternden Organe nicht wohl die Function von Herzen haben können, indem die Herzen doch dicker sein müssen, als die von ihnen abgehenden Gefäße, wenn sie zum Blutumlaufe gehörig wirken sollen.

Aus den ersten Untersuchungen schien hervorzugehen, daß ein Längsgefäß die Quergefäße so verbinde, wie die Rückengefäße der Insecten und daß ein großer Theil der Blutflüssigkeit frei in der ganzen oder einem Theil der Bauchhöhle befindlich sei, wozu die Daphnien und Krebse einige Analogie boten. Späterhin ergab sich daß der innere Raum der Bauchhöhle dem äußeren Wasser zugänglich zu sein scheine und die aufgefundenen Kiemen-*Analoge* bestätigten in dieser Ansicht. So mußte die Idee aufgegeben werden, daß das Blut frei im Körperraume sei. Ferner wurde es allmählig anschaulicher und wahrscheinlich, daß das Längsgefäß auf der Mitte des Rückens der Thiere kein wahres Gefäß, sondern ein Längsmuskel sei, dessen Contractionen sich erkennen ließen. So bleiben nur die Quergefäße übrig, ohne irgend einen Zusammenhang mit den Kiemengefäßen und den andern Körper-Organen erkennen zu lassen.

Die neueren Fortschritte bestehen darin, daß sich ein kranzartiges Gefäßnetz am Kopfe vieler Räderthiere hat erkennen lassen, welches ganz offenbar den Charakter von Gefäßen trägt. Zuerst trat es bei der großen *Notommata Myrmeleo* hervor, dann fand es sich bei *Diglena lacustris* und bei *Notommata Syrinx* in ganz ähnlicher Form und Lage. Neuerlich ist es von mir auch bei *Hydatina senta* und *Otoglena* erkannt worden. Man erkennt dieses sehr zarte Netz nur im ausgedehnten Zustande des ganzen Räderorgans dicht hinter dem Wimperkranze. Die Gefäßzweige, welche das Netz bilden, sind zwar nicht allzu fein, aber ihre Durchsichtigkeit und Flachheit erschwert das Erkennen sehr. Hat man es einmal gesehen, so findet man es wie vieles andere immer leicht wieder.

Von diesem Gefäßnetze nun gehen frei liegende feine einfache Fäden, Längsgefäße, zu einigen, vielleicht allen Quergefäßen des Rückens. So erscheint es bei *Notommata Myrmeleo*, wo an das erste Quergefäß 2 dieser Fäden gehen. Ebenso ist es bei *Notommata Syrinx*. Auch bei *Hydatina senta* gehen einfache Fäden von diesem Geflechte dem inneren Körper zu. Überdies hat sich nun immer deutlicher erkennen lassen, daß alle größeren inneren Organe durch ein freies Netz sehr feiner Fäden, die wahrscheinlich

Gefäße sind, locker umspannen und mehrseitig befestigt sind. Bei *Hydatina senta* wird es ferner noch deutlich, daß aus der Mitte jedes Quergefäßes des Rückens ein Gefäß-Faden in gerader Richtung vom Quergefäße nach dem Darne hingeht und mit seiner Richtung diesen und das Quergefäß im rechten Winkel schneidet. Diese quer laufenden freien Gefäße scheinen auch durch das lockere Darmnetz sich mit dem Respirations-Systeme zu verbinden und den Zusammenhang desselben mit den peripherischen Quergefäßen zu bilden.

Bei *Hydatina senta* sehe ich noch zwei bestimmte gefäßartige einfache parallele Fäden vom Darne nach dem Zwischenraume zwischen dem After und dem nächst vor diesem gelegenen Quergefäße gehen und ebenso 2 weit zartere Fäden von da nach innen wieder abgehen. Auch geht ein bestimmter gefäßartiger Doppelfaden vom letzten Quergefäße von der Bauchseite schief bei den Zangenmuskeln vorbei nach oben und hinten.

Dies ist was sich über das Gefäßsystem bis jetzt nachtragen liefse. Möge es so lange, bis eine gründliche Einsicht in den Zusammenhang dieses ganzen organischen Systemes erlangt ist, dazu dienen bemerklich zu machen, daß es nicht an vielfacher Zusammensetzung desselben, sondern nur an der mühsamen Theilnahme Vieler fehle, um die gewünschte Kenntniss wirklich zu erlangen. Hieran schloß sich

III.

Nachträge zur Formenkenntniss der kleinsten Organismen.

In den bisherigen Mittheilungen über die Infusorien habe ich 547 Arten, nämlich 394 Magenthierchen und 153 Räderthierchen verzeichnet. Die fortgesetzten Beobachtungen haben mir seitdem wieder eine sehr ansehnliche Zahl bisher unbekannter Formen zur Ansicht gebracht, die ich sogleich gezeichnet und rücksichtlich ihres Organisationsgehaltes möglichst scharf geprüft habe. Es sind nämlich wieder 98 Arten von Magenthierchen und 10 Arten von Räderthierchen, deren Zeichnungen ich hierbei vorlege und von denen ich viele Formen nach der so eben mitgetheilten Methode besser als es früher gelang habe aufbewahren können. Mit diesen Beobachtungen steigt nun die Zahl der bekannten Arten von Infusorien der beiden Classen auf 655. Von diesen gehören 492 zu den *Polygastricis* und 163 zu den Ro-

tatorien. Schon aus diesen Zahlen geht hervor, daß die Formenmasse der Magenthierchen, deren Kenntniß sich in gleicher Zeit wieder um das Zehnfache stärker gemehrt hat, in der Natur in ansehnlich größerer Menge vorhanden sein mögen, als die Räderthierchen.

Da ich durch die wissenschaftliche Theilnahme des Herrn Buchhändlers Leopold Vofs in Leipzig in den Stand gesetzt werde die sämtlichen Arten der beiden physiologisch so interessanten und in den Haushalt der Natur, ihrer unbegreiflichen Menge der Individuen halber, offenbar tief eingreifenden Thierklassen nach meinen Handzeichnungen in Kupfer stechen zu lassen und mit dem nöthigen erläuternden Texte zu begleiten, so daß ein zusammenhängender Codex aller sicher erkannten Species dieser mikroskopischen Thierwelt in Kurzem zu Stande kommen wird, so halte ich für unnöthig, daß die neuen jetzt vorgelegten Formen vorher schon bekannt gemacht würden und ich beschränke mich denn auch rücksichtlich speciellerer Mittheilungen über dieselben nur auf die Charakteristik der neuen *Genera* und Arten in Hinsicht auf ihren physiologischen Werth und Einfluß.

I. PHACELOMONAS *Pulvisculus* N. G.

Für die Monaden-Familie ist eine neuerlich vorgekommene Form wichtig, welche anstatt eines einfachen Rüssels deren viele hat. Ich zählte meist 10. Es ist dieselbe Form, welche ich früher in den Jahren 1828 bis 1830 häufig beobachtete und damals, auch noch im ersten Verzeichniß der Infusorien, *Monas Pulvisculus* nannte. Ich erkannte schon damals vorn offenbar nicht einen einfachen Faden, sondern viele Faden, welche wirbelnd zur Fortbewegung und zum Fange dienen. Gröfse und Farbe sind der *Chlamidomonas Pulvisculus*, die ich später für dasselbe hielt, sehr ähnlich, nur ist die Form mehr einem kurzen Kegel gleich, dessen stumpfe Spitze den Hinterleib bildet. Dieses Thierchen hat auch ein sehr deutliches rothes Auge und ebenfalls eine deutliche runde Samendrüse. Für Systematik hat diese Form den besonderen ansehnlichen Einfluß, daß sie die Bildung mit einem einfachen fadenförmigen Rüssel genauer mit der anderen verknüpft, welche anstatt des Rüssels Wimpern, das ist also viele Rüssel, um den Mund zeigt, so daß eine Eintheilung der polygastrischen Infusorien in Rüsselthiere und rüssellose (gewimperte) sich, wie andere, ebenfalls als der gewünschten Schärfe entbehrend zu erkennen giebt, zumal da es auch viele Formen constant mit 2 Rüsseln giebt und da eine Duplicität des Rüssels selbst bei vielen

einrüsseligen, welche Längstheilung haben, periodisch eintritt. Ich nenne diese neue Form *Phacelomonas*, Wedelmonade und bin der Meinung, daß sie wohl mehr als *Chlamidomonas Pulvisculus* die eigentliche *Monas Pulvisculus* von O. F. Müller sei, deren Abbildung einen länglicheren Körper anzeigt.

MONAS vivipara n. sp.

Diese neue Form der bekannten Gattung hat das schon oben erwähnte und im Special-Namen ausgedrückte physiologische Interesse, daß sie lebendige bewegte Junge mit sich führt, was keine der früheren zeigte. Sie hat übrigens alle Charaktere der Gattung, auch den fadenförmigen einfachen Rüssel und eine kugelförmige Samendrüse, welche bei der Selbsttheilung sich spaltet. Formen, welche, zur Selbsttheilung vorbereitet, oft nur erst leicht eingeschnürt sind, zeigen schon, anstatt eines Rüssels am Munde, deren zwei. Sie ist größer als *Monas Guttula* und kleiner als *Monas grandis*, mißt $\frac{1}{96}$ bis $\frac{1}{52}$ Linie und hat eine kuglige Form.

II. CHLOROGONIUM *euchlorum*. N. G.

Für die Familie der Astasiäen ist eine neue Form interessant, welche anstatt des einfachen peitschenartigen Rüssels, den alle Astasien und Euglenen führen, constant deren 2 hat. Es ist also eine *Euglena* mit doppeltem Rüssel. Diese Form, welche ich früher nie gesehen, bildet seit einem Jahre in Berlin die größte Masse der grünen Färbung stehenden Wassers und gehört sonach zu den Thieren, welche nach dem Tode die Priestleysche grüne Materie bilden. Mit dem spitzen Hinterleib hängen sich oft mehrere zusammen und bilden rollende Beeren, wie *Uvella*. Ein rothes Auge und eine kuglige Samendrüse sind leicht zu erkennen. Das erstere ist aber fein. Größe dieses *Chlorogonium* $\frac{1}{96}$ bis $\frac{1}{24}$ Linie.

III. CYPHIDIUM *aureolum*. N. G.

Für die Familie der gepanzerten *Protus*-Formen oder der Arcellinen ist eine neue Form vorgekommen, welche sich durch einen nicht in fadenförmige Fortsätze sich ausdehnenden, sondern nur unförmlich ausbreitenden Fuß auszeichnet. Die Panzerbildung ist auch eigenthümlich, mit vielen, meist 4 vorherrschenden Höckern, weshalb der Name *Cyphidium*, Höckerthierchen, gewählt ist. Das Bewegungsorgan, welches wenig vortritt und, wie bei allen Arcellinen, oft schwer zu sehen ist, gleicht dem

Fufse einer Sohlenschnecke und bildet die Übergangsform zu dem gleichen Organe der Bacillarien.

Zur Familie der Bacillarien sind mehrere mir neue Körper getreten, welche sich durch Gattungscharaktere auszeichnen, als:

IV. PENTASTERIAS *margaritacea*. N. G.

Diese sehr niedliche Form steht in der Nähe von *Desmidium* und *Staurastrum*, hat aber nicht eine dreikantige Gestalt, wie jenes, noch eine vierkantige, wie dieses, sondern ist fünfkantig. Liegt es auf der flachen Seite so bildet es einen fünfstrahligen Stern. Ich habe es bisher nur einzeln gesehen, habe es, wie die obigen alle, getrocknet aufbewahrt, und vermuthe dafs es auch bandartig vorkommen mag.

V. COCCONEIS *Scutellum*. N. G.

———— *undulata*. n. sp.

Zwei den *Naviculis* verwandte Formen, welche nicht prismatisch sind, sondern flache Kugelsegmente darstellen und die mittlere Öffnung der *Navicula* nicht auf beiden, sondern nur auf einer Seite haben. Beide Formen sitzen, wie *Coccus*, mit der flachen Seite auf Ceramien des Meeres und *Lemna*-Wurzeln der Sümpfe, die sie zuweilen ganz bedecken. Sie gehören zu den kleineren Bildungen, indem sie $\frac{1}{36}$ bis $\frac{1}{24}$ Linie messen.

Ich berühre nur die neuen Gattungen schon bekannter Formen:

VI. PYXIDICULA *operculata*. (*Frustulia* Agardh.)

VII. TESSARATHRA *moniliformis*. (*Tessarthonia* Turpin.)

VIII. ODONTELLA Agardh mit einer neuen Art.

IX. STRIATELLA Agardh.

X. PODOSPHEMA, so nenne ich jetzt die keilförmigen mit kurzem Fufse ansitzenden prismatischen Stäbchen, während ich die ähnlichen immer frei umherkriechenden zur Gattung *Meridion* ziehe, welche, bei gröfserer Entwicklung ihrer bandartigen Form durch Längstheilung, nothwendig zu der so auffallenden, fast ringartigen Spirale werden müssen, welche das keineswegs ringförmige *Meridion vernale* zeigt. Die gestielten und verzweigten keilförmigen prismatischen Körper sind *Gomphonemata*.

XI. TESSELLA *Catena*. N. G.

Eine neue, *Achnanthes* nah verwandte, aber fufslose Gattung, welche sich, wie *Bacillaria tabellaris*, in Täfelchen spaltet, die an einem Ende noch eine zeitlang zusammenhängen und am anderen klaffen.

XII. SYNCYCLIA *Salpa*. N. G.

Bei dieser sehr ausgezeichneten Bildung findet man die Form der *Nasacula* als kleine Röhren entwickelt, welche durch Längstheilung der Individuen entstehen. Jedes Individuum theilt sich so in mehrere concentrische Theile, daß ein leerer Raum in der Mitte bleibt. Diese Formen gleichen der zusammengesetzten Brut der Salpen-Schnecken und sind in gestaltlose von ihnen ausgeschiedene Gallerte gehüllt, die nicht ihr Keimstock ist.

Zur Familie der Peridinaeen hat sich eine Form mit Augen gefunden:

XIII. GLENODINIUM *cinctum*. N. G.

Das *Peridinium cinctum*, *Trichoda cincta* Müller, ist neben dieser Form, der es sehr ähnlich und an Gröfse gleich ist, auch vorhanden. Bei beiden ist ein fadenförmiger Rüssel sichtbar geworden, welcher zu den festen Characteren der Gattung zu gehören scheint. Jedes Individuum besitzt einen rothbraunen, hufeisenförmigen Pigmentfleck als Augenpunkt.

XIV. OPERCULARIA *articulata* Goldfufs.

Aus der Familie der Vorticellinen ist mir erst in diesem Frühjahr das sonderbare schöne Thierchen zur Anschauung gekommen, welches mehrere der älteren mikroskopischen Beobachter beschäftigt hat und das Baker schon gekannt zu haben scheint, nämlich *Opercularia articulata* von Goldfufs. Eichhorn hatte nur ein einzelnes Thierchen gefunden, aber viel schöner war es schon 1755 von Roesel abgebildet. Es ist der Afterpolyp mit dem Deckel, *Hydra opercularia* Linné, *Vorticella opercularia* Schrank, *Opercularia articulata* Goldfufs 1820, *Operculina Roeselii* Bory 1824. Wer der Vervielfältigung der Gattungen abhold ist könnte es zur Gattung *Epistylis* rechnen, allein da offenbar ein neues Organ bei diesem Thierchen hinzutritt, welches den übrigen *Epistylis* und Vorticellen-Arten fehlt, nämlich der ganz eigenthümliche starke Muskel, welcher den vordern *Discus* (Oberlippe) bewegt und bei schwacher Vergrößerung einem Stiele eines Deckels gleicht, so bin ich geneigter den von Goldfufs zuerst vorgeschlagenen besondern Gattungsnamen aufzunehmen. Ich fand es auf einem *Dytiscus marginatus* in großer Menge und habe es getrocknet ziemlich gut erhalten können. Diese Form ist physiologisch dadurch besonders interessant, daß man bei ihr den Verlauf des die polygastrischen Magenblasen verbindenden Darmkanals beim Füttern mit farbiger Substanz ganz leicht und deutlich zur Ansicht erhält.

Bei der Familie der Trachelinen ist zu bemerken, daß ich die in dem so eben 1835 erschienenen sehr fleissigen Werke von Purkinje und Valentin, über die Flimmerbewegungen pag. 43, unter dem neuen Gattungsnamen *Opalina Ranarum* beschriebene Form von der Gattung *Bursaria*, zu welcher ich sie früher zweifelnd zog, mit den ähnlichen anderen schon unter dem Namen *Frontonia* abgetrennt hatte und daß mithin wohl der letztere Name beibehalten werden muß. (Dritter Beitrag zur Erkenntniß der Organisation im kleinsten Raume 1832-1834, pag. 93.) Übrigens ist für die Wimperform und das Wirbeln der Oberfläche, welches bei den Infusorien überhaupt auf deutlicheren organischen Verhältnissen beruht, besonders *Paramecium Chrysalis* zu weiterer Vergleichung sehr zu empfehlen. Bei den großen Räderthieren: *Megalotrocha*, *Melicerta*, *Limnias* u. s. w. bleibt kein Zweifel über die von mir früher erläuterte Art der Bewegung.

Endlich ist noch eine neue Form der Familie der Euploten besonders interessant:

XV. CHLAMIDODON *Mnemosyne*. N. G.

Das so bezeichnete Thierchen ist der äufsern Gestalt und Ausbildung nach einer Art der Gattung *Euplotes* ähnlich, unterscheidet sich aber durch einen Zahnapparat im Munde, welcher ganz dem von *Chilodon* nahe kommt. Reichte das Schild des kleinen Panzerthierchens nicht über den hintern Körpertheil hinaus, so könnte man es für einen gepanzerten *Chilodon*, das heist eine Form der Familie der Aspidiscinen halten. Dieses Übertreten des Schildes verändert aber die relative Stellung der Ernährungs-Mündungen und bringt die Form zu den Euploten. Aufser dem Zahnapparat ist es noch durch sichtliche Behälter eines schön violetten Saftes, dem Darmsafte der *Nassula* ähnlich, ausgezeichnet, so daß sowohl der Zahnapparat als der gefärbte Darmsaft (Galle?) nun auch in der Familie der Euploten beobachtet sind. Das Thierchen selbst lebt im Ostseewasser bei Wismar und ist $\frac{1}{43}$ Linie groß.

Aufser diesen 15 in das System einzuschaltenden Gattungen von Magenthierchen hat sich auch eine neue Gattung von Räderthierchen dargeboten:

XVI. OTOGLENA *papillosa*. N. G.

Die Form gleicht ganz der auf Tafel X. des dritten Beitrags abgebildeten *Notommata clavulata*, welche auch nur wenig größer ist. Die innere

Structur ist sehr verschieden. Jedenfalls gehören beide Formen zur Familie der Hydatinäen. Das sogleich unterscheidende sind die Mehrzahl von Augen. Die neue Form hat nämlich ausser dem Nackenauge noch 2 Stirnagen. Diese 3 Augen würden dieselbe zur Gattung *Eosphora* ziehen lassen. Allein es hat keine Spur von Zähnen und Kiefern und die vorderen 2 Stirnagen werden von besondern Augenstielen so getragen wie die Pigmentflecke der *Medusa aurita*. Diese Pigmentstellen sind seitlich auf den Stielen nach innen und vorn einander zugekehrt. Das stärkere Nackenauge sitzt auf einem grossen conischen Hirnknoten und hat neben sich 2 dunkle (Kalk?) Beuteln. Die ganze Oberfläche ist mit ungleich grossen Wärzchen besetzt. Vier starke deutlich fasrige Längsmuskeln bewirken die Contraction. Der kleine Zangenfuß hat 2 kurze spindelförmige Muskeln, an deren vorderes Ende 2 dünne Faden geheftet sind, die gerade und einfach bis zum Räderorgan verlaufen. Ein starker Magen mit sehr dünnem Darne, eine grosse contractile Blase dicht an den Zangenmuskeln, 2 in diese Blase sich einmündende vielfach geschlängelte Samendrüsen und ein birnförmiger (unentwickelter) Eierstock, samt 4 Quergefässen, an deren in der Körpermitte gelegenen vordersten sich eine vom Augenknoten des NackenAuges kommende Nervenschlinge anlegt und wohl die Respirations-Öffnung bezeichnet, bilden die Summe der gröberen Organe des inneren Körpers. Im Nacken liefs sich beim Verändern des Lichtes ein zartes Gefässnetz erkennen, wie ich dergleichen oben bei anderen Formen angezeigt habe, und auch von diesen abgehende Fäden wurden deutlich. Diese neue Form fand sich zwischen grossen Mengen des *Folvox Globator* bei Berlin. Ihre Gröfse beträgt $\frac{1}{3}$ Linie.

Von den neuen Arten der Räderthiere bekannter Gattungen erwähne ich nur eine als wohl physiologisch besonders interessant, nämlich die *Notommata Brachionus*. Diese schon in ihrer Gestalt eigenthümliche Form, welche, wie keine andere der Gattung, ihre Eier auf dem Rücken mit sich herumträgt und ganz einem schalenlosen *Brachionus* gleicht, hat noch zu einer recht auffallenden Beobachtung Gelegenheit gegeben. Gleichzeitig mit diesem Thierchen nämlich fand sich wieder die schon früher von mir angezeigte *Notommata granularis*. Ich suchte umsonst nach den Eiern der letztern im Glase, worin sehr viele Individuen schwammen. Endlich fand ich bei Untersuchung der Eier, welche die *Notommata Brachionus* auf dem

Rücken trug, daß diese oft einen auffallend verschiedenen Durchmesser hatten und sah bald zu völliger Überzeugung, daß die kleineren Eier die der *Notommata granularis* waren, welche zum Theil das Thierchen schon ganz entwickelt in sich hatten und, durch leichten Druck platzend, frei liefen. Diese waren also der *Notommata Brachionus* parasitisch auf den Rücken gelegt. Dem Gedanken, daß ein und dasselbe Thier zweierlei Junge bilden sollte, habe ich nicht Raum gegeben, weil noch die andere eben gegebene Erklärung der Erscheinung zur Hand liegt ⁽¹⁾.

Mehr über diese und alle übrigen neuen Formen werde ich in dem bereits angezeigten schon angefangenen und kräftig fortrückenden Werke, welches alle bekannten Arten physiologisch darstellen soll, mittheilen.

⁽¹⁾ Am 16. Juni 1835 trug ich in der naturforschenden Gesellschaft zu Berlin vor, eine Menge von Beobachtungen habe mich belehrt, daß eine neue Art der Gattung *Notommata*, die ich *N. Parasita* nannte, sich im Innern der Kugel des lebenden *Volvox Globator* aufhalte und in dieselbe ihre Eier lege. Schon im letzten Vortrage über kleinste Organismen, der 1834 gedruckt worden, erwähnte ich der *Notommata Werneckii*, welche ihre Eier in die Vaucherien legt und neuerlich habe ich noch eine zweite Art von parasitischer *Notommata* im *Volvox Globator* und auch eine andere derselben Gattung gefunden, welche ihre Eier in die Büschel und zwischen die Zweige der zusammengesetzten baumartigen Vorticellen, *Epistylis*, legt. Hierdurch verallgemeinert sich das Factum des kukukartigen Verhaltens so sehr, daß die Lösung des Räthsels einfach wird und an Doppelformen zu denken unstatthaft erscheint.

Spätere Bemerkung.

Erklärung der Abbildungen.

Die beiliegende Tafel soll die angezeigte Beobachtung der männlichen Sexual-Organen bei den Infusorien anschaulich zu machen suchen. Um nicht die Abbildungen unnötig zu mehren, ist die Structur der Rädertiere in dieser Hinsicht als den Krebsen ähnlich und als mithin einer weiteren Vergleichung weniger bedürftig, weggelassen worden. Auch sind Abbildungen dieses Organismus auf den frühern Tafeln häufig mitgeteilt worden, welche denn zu vergleichen wären.

Einer besonderen Demonstration bedarf es nur noch bei den *Polygastricis*. Als deutliche Verhältnisse in dieser Beziehung sind die gewisser Eingeweidewürmer angesehen worden und so ist denn als erläuternd *Distomum globiporum* dargestellt.

Dafs das gleiche Verhältniss in die Klasse der Turbellarien (eines Theils der Planarien) übergreift, ergibt sich aus den beigefügten 2 Darstellungen solcher Formen und an diese nun als Typen schliessen sich die oben erläuterten Formen des Sexual-Systems bei den Infusorien an.

- Fig. 1. *Distomum globiporum* aus dem Darmkanale des *Cyprinus Brama*. *t* die Samendrüsen, *x* die männliche Sexual-Öffnung.
- Fig. 2. *Gyrator hermaphroditus* E. (*Symbolae physicae Evertabrata I.*) *a* die Mundöffnung, *oe* der Schlund oder Magen, *i* der Darm, *v. v* die vier ein inneres Zittern deutlich zeigenden Längsgefäße, *ov* der Eierstock mit den Eikeimen, *t* die männliche Samendrüse, *** ein dazu gehöriges unklares Organ, *sp* das männliche Sexual-Organ (*Spicula duplex*), *o* die Augen mit dem unterliegenden Nervenknotten, *x* die männliche Sexual-Öffnung.
- Fig. 3. *Vertex truncatus* E. (*Symbolae physicae Evertabrata I.*) = *Planaria truncata* Müller? *a* der Mund, *oe* Schlund oder Magen, *i* Darm, *ov* Eierstock mit Eikeimen, *t* männliche Samendrüse, *o* Augen durch einen Pigmentstreif abnorm vereinigt.
- Fig. 4. Junges Individuum derselben Art mit getrennten Augen. Man erkennt aus dieser Augenbildung, dafs es keine geschlossenen Linsenböhlen sein können.

Die folgenden Figuren stellen die verschiedenen Formen der männlichen Samen-drüsen bei den Magenthieren vor. *t* bezeichnet die Samendrüse, *s* die contractile Samenblase.

a. Kugelförmige Drüsen:

- Fig. 5. *Stentor niger*, einfache Drüse.
- Fig. 6. *Trachelius Meleagris* n. s., doppelte Drüse.
- Fig. 7. *Monas vivipara* n. sp.
- Fig. 8. *Micrasterias Boryana*.

b. Eiförmige Drüsen:

Fig. 9. *Chilodon Cucullulus*.

Fig. 10. *a. Paramecium Aurelia*.

β. Dasselbe in der Quertheilung, wo sich die Samendrüse mit theilt.

Fig. 11. *Cryptomonas erosa*.

c. Scheiben- oder linsenförmige Drüsen:

Fig. 12. *Euglena longicauda*. *a.* von der breiten, *b.* von der schmalen Seite.

d. Nierenförmige Drüsen:

Fig. 13. *Trichodina Pediculus*.

e. Band- oder seidenschnurförmige Drüsen:

Fig. 14. *Stentor Roeseli* n. sp.

Fig. 15. *Microglena monadina*.

f. Perlschnurförmige Drüsen:

Fig. 16. *Stentor Mülleri*.

g. Stabförmige und crystallartige Drüsen:

Fig. 17. *Amblyophis viridis*.

Fig. 18. *Euglena Acus*.

Fig. 19. *Euglena deses*.

h. Ringförmige Drüsen:

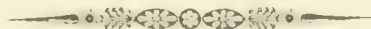
Fig. 20. *Euglena Spirogyra*.

Nachtrag zur Kupfererklärung.

Veranlaßt durch die interessanten Mittheilungen der Herren Burmeister und v. Siebold über *Distomum globiporum*, vergl. p. 167, ergreife ich die Gelegenheit meine eignen Beobachtungen ausführlicher als ich früher beabsichtigte beizugeben, weil sie noch neue Details in sich einschließen und zur Übersicht des Ganzen dienlich scheinen. Ich war durch Burmeisters verschiedene Ansicht der Eierschläuche über die Richtigkeit meiner Auffassung schwankend geworden und hatte deshalb die Absicht, auf dieser Tafel nur Umriss des Thieres und die *Testes* mit ihren Ausführungsgängen zu geben. Herrn v. Siebold's Ansichten stimmen aber nun mit den meinigen so sehr überein, daß ich theils zur Bestätigung, theils auch zur Förderung dieser Kenntnisse, meine Zeichnung im Detail für nützlich halte. Das Gefäßsystem in seinen Hauptstämmen und auch die zweite Blase an der Zusammenmündung der 4 Ovarien waren nicht erkannt worden. Die kleinere gelappte Drüse halte ich mit Burmeister, gegen v. Siebold, für einen dritten *Testiculus*. Das Fortlaufen des Endes

des Eileiters nach vorn bis neben die männliche Sexualöffnung mögen beide Beobachter durch Druck zur Anschauung erlangt haben. Ich sah ein Umbiegen des dicksten Endes des Eileiters links neben dem Saugfusse nach hinten und bei gelindem Druck rückten die Eier nach hinten in dem Canale fort. Verstärkter Druck gab unrichtige Canäle zum Austreten der Eier. Sollte nicht also doch der breite Canal, welcher, in der Körpermitte deutlich verlaufend, bei ω mündet, die Fortsetzung des von links kommenden Eileiters sein? Der gabelförmige mittlere Canal, welchen v. Siebold für die Fortsetzung des Canals ω hält, ist diese nicht, sondern begreift 2 starke Gefäßstämme, die, von oben kommend, sich in der Mitte vereinen und bald wieder nach hinten vielfach sich spalten, den ganzen Körper aber durch Verästelung mit einem Gefäßnetze überziehen. — Bei weniger entwickelten Eiern sieht man an der Stelle der beiden vorderen Ovarien eine kleinere markige Masse, die vielleicht das Hirn-Ganglion ist.

Die Details der Figuren sind folgendermassen bezeichnet: *A* Bauchfläche, *B* rechte Seitenansicht des *Distomum globiporum*. *a* Mund und Auswurfsöffnung; *oe* Schlundkopf; *v* vorderer Gefäßstamm; *x* männliche Sexualöffnung oder Mündung der Kapsel des Penis; *i* der zweispaltige Darm; *ov*¹ und *ov*² vordere beide Eierstöcke mit ihren einfachen Ausführungsgängen nach hinten; *f. sp.* Einmündung der beiden *funiculi spermatici* in den Penis; *p* Saugfuss, bei dem der Eileiter links nach hinten umbiegt; *f. sp*¹. Austritt des rechten Samenleiters aus dem vorderen rechten Hoden; *t*¹ vorderer rechter Hode; *f. sp*². Austritt des linken, vom rechten, hinteren Hoden kommenden, Samenleiters aus dem kleinen Hoden; *y* vorderer Beutel des Eileiters; *t*² linker kleiner Hode; ω Verzweigungsstelle des Hauptgefäßstammes; *f. sp*². Austritt des linken Samenleiters aus dem hinteren rechten Hoden, welcher sich durch den kleineren fortsetzt; *z* ist der hintere Beutel des Eileiters; *t*³ ist der hintere rechte Hode; *ov*³ und *ov*⁴ sind die beiden hinteren Eierstöcke; *i* der Darm; ω der Ausgang des mittleren Canals (Eileiters?). Die Canäle der verschiedenen Systeme haben verschiedene Pfeil-Zeichen. Besondere Respirations-Organen sind nicht deutlich geworden.



1

2

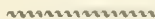
3

4

5

Über
die Akalephen des rothen Meeres und den Organismus
der Medusen der Ostsee.

Von
H^{rn.} EHRENBERG.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 18. Juni 1835.]

Nächst den Infusorien und Polypen, deren sehr zusammengesetzten Bau ich bereits umständlich vorgetragen habe, glaubte man bisher bei den Medusen einen einfacheren, nicht alle Systeme der gröfseren Thier-Organismen in sich einschließenden Bildungstypus mit Bestimmtheit nachweisen zu können und die von O. F. Müller, Gäde, Peron, Eysenhardt, Carus, Rosenthal, von Baer und neuerlich von Eschscholtz, Audouin und anderen gegebenen Beiträge für die Anatomie dieser Formen bestätigten um so mehr jene Ansicht, je reichhaltiger die Formenmasse und je weniger verhältnißmäfsig die Structurcomplicationen waren, welche man erkannte ⁽¹⁾. Ein geistreicher deutscher Anatom und Physiolog benutzte auch schon diesen Umstand im Jahre 1831, um damit die Allgemeinheit der Infusorien-Organisation zu bezweifeln, indem er sagte: „Wenn man ein *Rhizostoma Cuvieri* von 1 Fufs Durchmesser vor sich hat und auch in dieser Masse nichts als einige Nahrungshöhlen und Canäle in der sonst homogenen Eistoffmasse ausgehöhlt findet, so wird man sich überzeugen, dafs es nicht die Kleinheit ist, welche uns das Erkennen von Nerven, Muskeln, Drüsen, Zähnen und doppelten Geschlechtsorganen unmöglich macht.“ Die mühsamen und zahlreichen Beobachtungen, welche Eschscholtz von 2 Weltum-

(1) Ich habe einen Auszug aus diesen Beobachtungen vorläufig (1834) in Hrn. Müllers Archiv für Physiologie mitgetheilt, jedoch nur so weit sie die Structur der *Medusa aurita* allein betreffen.

seglungen, deren eine er mit Herrn von Chamisso unter Kapitain Kotzebue gleichzeitig machte, binnen 6 Jahren zusammengetragen, und welchen eine autoptische Untersuchung von 73 verschiedenen Arten, also $\frac{1}{3}$ aller Formen der ganzen Classe der Akalephen zum Grunde lag, befestigten wohl allerdings die Meinung einer gröfseren Einfachheit dieser häufig sehr voluminösen Formen. Auch die Untersuchungen von Audouin und Milne Edwards, welche Georg von Cuvier der 2. Auflage seines *Regne animal* 1830 in dieser Hinsicht zum Grunde legte, ergaben kein anderes Resultat, als dafs die Medusen oder Akalephen einfache gallertige Substanz ohne deutliche Faserung wären, bei denen man jedoch noch einige Gefäfsse erkenne, die meist deutliche Verlängerungen des Magens wären. Überdies erkannte Cuvier bei diesen Formen Eierstöcke an, ohne jedoch in der allgemeinen Übersicht ihrer zu erwähnen, vielleicht weil die Beobachter selbst noch verschiedener Meinung über die Function dieser Organe waren und ihre Berichte eine Überzeugung herbeizuführen nicht geeignet waren. Das 1829 erschienene classische Werk von Eschscholtz unter dem Titel: System der Akalephen, war Cuvier nicht zeitig genug bekannt geworden, um noch einiges Allgemeinere über die Structur daraus zu entlehnen. Es sind in diesem letzteren Werke besonders über die Rippenquallen oder Beroiden neue interessante Structur-Details mitgetheilt worden und wenn ich auch nicht der Meinung beitreten möchte, dafs die bei *Cestum Najadis* aufgefundenen Canäle dem Gefäfssystem angehören, wie der überall treu beobachtende gelehrte, leider schon verstorbene Verfasser annimmt und in den neueren Handbüchern wiederholt wird, so zeugen sie doch von einer ansehnlichen Complication der Structur bei Körpern, die man für ganz einfach hielt, und denen man daher zum Theil eine Ernährung durch Aufsaugen mit der ganzen Oberfläche zuschreiben mußte. Ja Eschscholtz selbst war noch der Meinung, dafs wegen Kleinheit des Mundes und schwerfälliger Bewegung ein grofser, sogar der gröfste Theil der Ernährung nicht durch den Mund, sondern durch die Fangfäden geschehe, p.22. Die scheinbare Circulation in jenen Gefäfsen des *Cestum* sowohl als der *Beroë* mag aber wohl die Bewegung des Speisebreies in den Darmverzweigungen gewesen sein, wie ich sie bei *Medusa aurita* sogleich anzeigen werde.

Obwohl mir das Studium der Medusen für die Physiologie immer von grofser Wichtigkeit zu sein schien, und obwohl ich auf meinen früheren Rei-

sen in verschiedenen Meeren dergleichen Formen kennen lernte, so war doch weder die Zahl der mir vorgekommenen Arten ansehnlich groß, noch war die Gelegenheit für eine feine anatomische Betrachtung je recht günstig. Auf all meinen Seereisen und Küstenwanderungen im Orient habe ich nur 6 Akalephen-Formen kennen gelernt. Bei Alexandrien im Mittelmeere beobachtete ich nur eine Art der Gattung *Medusa*, die ich für noch unbeschrieben halte und *Medusa stelligera* nenne. Im rothen Meere waren die übrigen 5, nämlich: 1) *Rhizostoma Cuvieri*, 2) *Medusa aurita*, beides bekannte weit verbreitete Formen, 3) *Cephea vesiculosa*, 4) *Rhizostoma lori-ferum*, 5) *Cassiopea Andromeda*, Lokalformen. Die letztere Form wurde zuerst von Forskål beschrieben, die 2 anderen waren bisher unbekannt. Mithin sind von den 6 in jenen Gegenden von mir und Hemprich beobachteten Akalephen 3 bisher unbekannt, 2 sehr allgemein verbreitet und eine zwar schon beschrieben, aber doch dem rothen Meere eigenthümlich. Von all diesen Formen habe ich Zeichnungen mitgebracht, ausgenommen von dem allzugroßen *Rhizostoma Cuvieri*, welches wir bei Sues immer nur am Strande und halb aufgelöst, aber nicht selten fanden ⁽¹⁾.

Forskål hat aus dem rothen Meere ebenfalls nur wenige Formen verzeichnet, nämlich auch 6, während er bei einem längeren Aufenthalte im Mittelmeere besonders auf dessen westlicher Seite, wo es offenbar viel reicher an solchen Formen, als in seinen mehr östlichen Theilen ist, 15 Species beobachtete. Forskål fand im rothen Meere 2 Formen der Gattung *Rhizostoma*, die er *Medusa tetrastyla* und *Corona* nennt, die erstere ist wegen gleicher Größe und gleichen Fundortes wohl offenbar dasselbe Thier, welches ich vorhin *Rhizostoma Cuvieri* nannte, die zweite Art ist eigenthümlich. Ferner 2 Arten der Gattung *Cephea*, beide von der verschieden, welche ich mit Hemprich sammelte. Er nennt sie *Medusa octostyla* und *Medusa Cephea*. Seine fünfte Art ist *Cassiopea Andromeda*, die er *Medusa Andromeda* nennt und die sechste ist *Cydippe? albens*, die er als *Medusa Beroë albens* verzeichnet.

⁽¹⁾ Vielleicht haben wir noch die *Mammalia scintillans* als Meeresleuchten viel gesehen, allein ich hielt damals diese scheinbar structurlosen Gallertkügelchen, welche meist auch zer-rissen waren, für bloßen Schleim.

Spätere Anmerkung.

Ich halte für zweckmäfsig der leichtern Übersicht der geographischen Verbreitung der Formen halber die Forskålschen Namen mit der neueren Synonymie und meinen Zusätzen in folgender kleinen Tabelle zusammenzufassen:

Forskål	Hemprich u. Ehrenberg	Eschscholtz
beobachteten:		Synonyme.
a. im rothen Meere:		
1. <i>Medusa tetrastyla</i>	= <i>Rhizostoma Cuvieri</i>	= <i>Rhizostoma Cuvieri</i> .
2.	——— <i>loriferum</i>	
3. ——— <i>Corona</i>		= <i>Rhizostoma Corona</i>
4. ——— <i>octostyla</i>		= <i>Cephea octostyla</i>
5. ——— <i>Cephea</i>		= ——— <i>cyclophora</i>
6.	<i>Cephea? vesiculosa</i>	
7. ——— <i>Andromeda</i>	= <i>Cassiopca Andromeda</i>	= <i>Cassiopca Andromeda</i>
8. ——— <i>Beroe albens?</i>		= <i>Cydippe Pileus?</i>
9.	<i>Medusa aurita</i>	= <i>Medusa aurita</i>
10.	<i>Mammariascintillans?</i>	
b. im Mittelmeere:		
1. <i>Medusa Persea</i>		= <i>Rhizostoma Persea</i>
2. ——— <i>proboscidalis</i>		= <i>Geryonia proboscid.</i>
3. ——— <i>mollicina</i>		= <i>Aequorea mollicina</i>
4. ——— <i>aequorea</i>		= ——— <i>Forskåliana</i>
5. ——— <i>cruciata</i>		= <i>Medusa crucigera</i> cf. <i>Oceania cacuminata</i>
6.	<i>Medusa stelligera</i>	
7. ——— <i>pileata</i>		= <i>Oceania pileata</i>
8. ——— <i>noctiluca</i>		= <i>Pelagia noctiluca</i>
9. ——— <i>Beroë rufescens</i>		= <i>Beroë?</i>
10. ——— ——— <i>densa</i>		= <i>Cydippe densa</i>
11. ——— ——— <i>albens</i>		= <i>Cydippe?</i>
12. <i>Physophora hydrostatica</i>		= <i>Physophora Forskålii</i>
13. ——— <i>filiformis</i>		= ——— <i>filiformis</i>
14. ——— <i>rosacea</i>		= <i>Anthorybia rosacea</i>
15. <i>Holothuria spirans</i>		{ = <i>Uclella spirans</i>
16. ——— ———		{ = <i>Rataria cordata?</i>
17. ——— <i>denudata</i>		= <i>Porpita mediterranea</i>
18. <i>Anonym. Tab. 27 f. B.</i>		= <i>Mesonema Coelum</i> <i>pensile.</i>

Es ergibt sich also hieraus, daß das rothe Meer sehr arm an Akalephen ist, indem ich und Hemprich, samt Forskål und Niebuhr, die einzigen Beobachter solcher Formen in jenem Meere, eines mehrjährigen Aufenthaltes daselbst ungeachtet, nur 9 bis 10 Formen zur Ansicht bekamen. Von sämtlichen 9 Formen sind nur 6 dem rothen Meere eigenthümlich, 3 sind allgemeiner verbreitet. Sämtliche 9 sichere Formen sind aus 5 Generibus und gehören mit Ausnahme einer einzigen zweifelhaften den Scheiben-Medusen an. Die zweifelhafte *Beroë* oder *Cydlippe albens* würde einen Repräsentanten der Ruder-Medusen abgeben, aber die Seeblasen oder Röhren-Medusen haben bisher noch gar keine Art aus dem rothen Meere erhalten. Merkwürdig ist das Vorkommen der bisher nur im Nordmeere und der Ostsee beobachteten *Medusa aurita* im südlichen rothen Meere, denn wir fanden dieselbe ohnweit Gumbude, bei Ga el ma, jenseits Djedda und die Zeichnung, welche ich von Finzi unter meiner Aufsicht nach dem Leben entwerfen liefs und hier vorlege, zeigt keinen wichtigen Unterschied. Nach Herrn von Humboldt kommt sie aber auch bei den canarischen Inseln vor und unterscheidet sich nur daselbst durch die Eigenschaften des Brennens und Leuchtens, welche sie in der Ostsee meiner Untersuchung nach nicht hat, obschon ersteres manche Badende behaupten. Auch verursachte die Form des rothen Meeres kein Brennen und das Leuchten wurde von uns bei ihr nicht beobachtet. Vielleicht entdecken spätere Reisende noch Special-Unterschiede an diesen geographisch sehr geschiedenen Formen. Da ich und Hemprich ungeachtet eines Aufenthaltes von 18 Monaten in jenem Meere, 4 der Forskålschen Arten nicht zur Ansicht erlangen konnten, Forskål hingegen bei einem ebenfalls mehrmonatlichen Aufenthalte daselbst 3 der von uns beobachteten Formen nicht fand, mithin nur 2, das *Rhizostoma Cuvieri* und die *Cassiopea Andromeda* von beiden Seiten aufgefunden wurden, so läßt sich wohl schließen, daß spätere Beobachter ebenfalls noch mehrere Formen daselbst finden werden, die uns nicht vorgekommen. Auf eine besonders reichhaltige Nachlese aber dürfte höchstens im südlichsten Ende des Meeres bei Moccha zu rechnen sein, wo die Formen des Südoceans mit der Fluth wohl zuweilen in größerer Anzahl eindringen mögen.

Obwohl ich nun auf jenen Reisen mit meinem Freunde Hemprich mir manche Mühe gegeben habe, ausser den Formen auch den Organismus dieser Geschöpfe kennen zu lernen, so hinderten doch ungünstige Lokal-

Verhältnisse, sehr oft die Seekrankheit, von der ich nur selten frei war, eine befriedigende Untersuchung, auch haben wir nur die *Cassiopea Andromeda* einen Tag lang in so großer Menge gesehen, wie man wohl gewohnt ist die *Medusa aurita* in der Ostsee zu finden.

Erst im Jahre 1833, wo ich eine zweimonatliche Reise mit meiner Familie nach der Ostseeküste und allein dann weiter nach Norwegen machte, erfasste ich die Gelegenheit meinen Wunsch der Structurkenntniß einiger Formen zu erreichen. Ich erreichte aber damals mehr die Zuversicht auf ein Gelingen bei größerer Intensität der Beschäftigung mit dem Gegenstande, als die Einsicht in die Structur selbst, denn die zusammenhangslosen oberflächlicheren Canäle, Wimpern, Tentakeln, Mund, Eierstöcke u. dergl. waren mir schon bekannt und ich rechnete dies nicht zur Einsicht in die Organisation. Jedoch erhielt ich schon damals eine mir erfreuliche Ansicht der Rippen-Medusen und mehrerer Leucht-Medusen aus bis dahin mir fremd gebliebenen Gattungen, sowie ich durch Färbversuche eine bestimmtere Kenntniß vom Ernährungssysteme mehrerer verschiedenen Gattungen erlangte. Erst im vorigen Jahre, wo eine Reise von einem Monat mich wieder zur Ostsee nach Wismar führte, wendete ich eine planmäßige Untersuchung an und der Erfolg erfreute mich mit in solcher Klarheit nicht erwarteten Resultaten.

Um mich nicht zu zerstreuen wendete ich mehrere Wochen lang meine ganze der Familie entziehbare Zeit und Aufmerksamkeit allein auf die Lebens-thätigkeit und die Organe der *Medusa aurita*, jener sonderbaren gallertigen, nicht selten bis über $\frac{1}{2}$ Fufs im Durchmesser haltenden Wesen, welche durch zarte bläuliche und röthliche Färbung, besonders durch ihre vier in ein Kreuz gestellten halbeirkelförmigen Eierschläuche, die Aufmerksamkeit der in der See Badenden erregen, die zuweilen ganz von ihnen umringt sind. Diese Form der Akalephen hatte noch das besondere Interesse, daß die Beschäftigung mit ihr eine weitere Entwicklung meiner Untersuchungen auf den früheren Reisen im Orient, namentlich dem rothen Meere war, wo dieselbe Thierform, wie ich bereits anzeigte, sich ebenfalls, aber unter weniger günstigen Umständen für die Untersuchung, vorgefunden hatte. Die weiche gallertige Consistenz dieser bald kleinen bald großen Organismen, die sich bald glockenförmig zusammenziehen bald scheibenförmig ausbreiten und dadurch fortbewegen, ist überall, selbst in bequemerer Lage, ein großes

Hinderniß für ihre Untersuchung. In größeren Glasgefäßen von weißem Glase holte ich mir vom Badeschiffe, welches ich täglich am frühen Morgen auch dieser Beobachtungen halber besuchte, dergleichen Thiere in frischem Wasser und erneuerte das Wasser der vom vorigen Tage. Obwohl die größeren Organisationsverhältnisse der größeren Exemplare mit bloßem Auge großentheils ganz deutlich zu erkennen waren, so fand ich doch bald, daß deren wiederholte Untersuchungen zu keinem bestimmteren Zwecke führten, daß vielmehr erst Klarheit über die mikroskopischen Structurverhältnisse aufzusuchen war, wozu kleine Exemplare besser sich eigneten als große. In großen Uhrgläsern und in nicht allzuweiten weißen Fläschchen mit großen Öffnungen sammelte und beobachtete ich nun kleinere Individuen und erhielt folgende Resultate:

Ernährungsorgane der *Medusa aurita*.

Schon im Jahre 1833 hatte ich einen glücklichen Versuch gemacht die Ernährungsorgane durch spontane Aufnahme von Indigo für das Auge zu isoliren und derselbe Versuch gelang auf das Vollständigste, so oft ich ihn wiederholte. Ich erlangte dadurch die Gewißheit, daß die Canäle, welche man mit dem Munde und Magen zusammenhängen sieht und die man schon öfter durch Einspritzungen glücklich dargestellt hatte, über deren Function man aber deshalb noch Zweifel haben konnte, weil einige Beobachter eine Circulation von Kügelchen darin gesehen zu haben berichteten, nicht bloß zum Ernährungssystem wirklich gehören, sondern daß sie den eigentlichen zertheilten Darmcanal dieser Thiere deutlich vorstellen. Durch diese künstlichen Färbungen des Ernährungsapparates liefs sich auch auf das Deutlichste nachweisen und erkennen, daß alle Ernährung nur durch den Mund und Magen vermittelt werde, daß es keine Aufsaugung und Assimilation von Nahrung durch die Haut gebe und daß auch die Randfäden dabei nicht concurriren, denn all diese Theile blieben in ihrem Inneren klar und wasserhell, während die fungirenden Canäle sich strotzend füllten. Auch die Fangarme oder 4 Mundlappen der Meduse, welche sich zwar äußerlich färbten, nahmen nichts in innere Räume auf, sondern zeigten nur eine Anziehung und ein äußeres Festhalten und Weiterschieben der sie umgebenden Farbstoffe, besonders in einer mittleren Rinne ihrer inneren Seite bis

zum Munde und Magen. Auf diese Weise liefs sich das Ernährungssystem vollständig zur Evidenz bringen ⁽¹⁾.

Die Methode wodurch ich es erreichte führte noch eine andere dem Zwecke sehr entsprechende Beobachtung herbei. Man hatte nämlich bis dahin den Medusen nur eine einzige Darmöffnung zuerkannt, welche zugleich zur Aufnahme von Speise und zum Auswerfen des Unverdauten diene, zugleich Mund und After sei. Ich bin auch jetzt der Meinung dafs es äufserst schwierig bleibt bei diesen Thieren in ihrem gewöhnlichen Zustande sich von einem anderen Verhalten des Verdauungssystems zu überzeugen. Nimmt man nämlich diese Thiere aus dem Wasser, um sie behutsam in ein Gefäfs oder aus einem Gefäße in ein anderes zu versetzen, so entleeren sie jedesmal ihre Analbeutel und da man sie gewöhnlich in klares Wasser setzt, ein getrübtes auch ihnen leicht schädlich oder doch so unbequem wird, dafs sie, wenn nicht die Trübung aus für sie geniefsbaren Substanzen besteht, bewegungslos zu Boden sinken und bald sterben, so füllen sie den Darm nicht leicht wieder an und man kann daher den Ernährungsprocefs nur vereinzelt oder nicht verfolgen. Überdies begnügt man sich allzu leicht, wie es bisher geschehen, mit der allerdings nicht seltenen Beobachtung, dafs man kleine Fische u. dergl. halbverdaut im Magen liegen und durch den Mund wieder auswerfen sieht.

Mit Hülfe der Färbeversuche bin ich aber zu einem sehr bestimmten ganz neuen Resultate gekommen. Wenn sich nämlich der strahlenförmig verästete Darm mit Indigo stark angefüllt hatte, so liefsen sich am Rande 8 grofse blaue Punkte erkennen, die gerade in der Mitte zwischen je 2 der 8 braunen Randkörperchen waren. Berührte ich die Thiere, dafs sie unruhig wurden, so lösten sich immer plötzlich sämtliche oder viele der 8 blauen Massen ab und fielen zu Boden. Ich untersuchte nun die Stellen selbst unter dem Mikroskope genauer und fand an den 8 bezeichneten Punkten eben-

(1) Es hat mich einige Zeitlang die Erscheinung in Irrthum geführt, dafs ich bei solchen Färbungen auch die Eierschläuche mit blauen Adern oder Querstreifen gefärbt sah, woraus hervorging, dafs auch die Eierhöhlen Nahrungsstoffe aufnahmen. Allein ich habe später dies oft nicht gefunden und halte es daher für abnorm erzeugt durch eine Art Paralyse der Eierhöhlen-Öffnung und ihrer Fühlfäden, welche zuweilen dem farbigen Wasser den Eintritt gestatten und die Ablagerung des Farbestoffes an der klebrigen Fläche passiv bedingen mögen.

soviel Erweiterungen des Randcanals mit einer besonderen Klappe. Schon früher hatte ich Anhäufungen von Räderthierhülsen und kleinen Muschelschalen in erweiterten Stellen des Randgefäßes zuweilen bemerkt. Jetzt überzeugte ich mich, daß an jenen Stellen Öffnungen waren und daß mithin jede Meduse 8 Afteröffnungen besitzt.

Sobald diese Beobachtung zur Klarheit geworden war, fing ich mir im Meere frische Thiere so behutsam, daß ich sie von selbst in ein nicht allzuweites Glas schwimmen liefs, welches ich ohne sie zu berühren mit ihnen erhob und worin ich sie sogleich mit der Lupe beobachtete. Fast immer fand ich so die kleinen Analbeutel mit braunen Stoffen so erfüllt, daß ich anstatt der gewöhnlichen 8 braunen Randpunkte 16 derselben sah, wovon 8 abwechselnd die Analbeutel und ebensoviel die gewöhnlichen braunen Körperchen bildeten. Nun schnitt ich auch von einigen mit Glück sehr rasch solche Randtheile ab, welche noch gefüllte Analbeutel hatten und sah unter dem Mikroskope, daß der braune Inhalt theils aus Bacillarien-Schalen, theils aus den Hülsen von Räderthieren, theils aus kleinen Krebs-Fragmenten oder jungen Muscheln bestand. Fing ich in einem Uhrglase die eben entleerten Excreta auf und untersuchte sie, so sah ich dasselbe.

Ferner suchte ich besonders solcher Formen habhaft zu werden, welche irgend einen großen sichtbaren Gegenstand im Magen hatten. Ich fand oft genug Individuen, deren Magen einen ganzen kleinen schon halbverdauten Fisch, oder einen *Gammarus*, oder auch eine andere weniger bestimmbare größere Masse enthielt. In Gläsern aufbewahrt verkleinerten und zersetzten die Medusen diese Dinge in Zeit eines Tages im Magen und die unverdaulichen oder unbehaglichen Überreste gingen sichtlich durch den Mund gewöllartig wieder ab.

Hiermit war es denn sowohl durch künstliche Mittel als durch Beobachtung des natürlichen Zustandes erwiesen, daß der Darmkanal dieser Medusen aus jenen vielen einzelnen meist verästeten Kanälen besteht, welche unmittelbar vom Magen radienartig abgehen, daß diese aber nur schon verdaute oder verkleinerte Substanzen, harte sowohl als weiche aufnehmen, und daß nur größere Substanzen durch den Mund wieder ausgeworfen werden. Die kleineren Nahrungsstoffe gehen durch die strahlenförmigen Canäle zum cirkelförmigen Randgefäße, welches die Stelle des Dickdarms vertritt und an 8 Punkten desselben sind cloakenartige Erweiterungen, in denen sich

die zum Auswerfen bestimmten Stoffe sammeln und wo sie durch Öffnungen ausgeschieden werden (¹).

Sinnesorgane und Crystallbildung der Medusen.

Nach vollständiger Ermittlung dieser organischen Verhältnisse wendete ich eine besondere Aufmerksamkeit auf die braunen Randkörper, welche man bisher für Excretionsorgane verschiedener Art gehalten.

Ich fing wieder mit Beobachtung kleiner Individuen an und bestätigte alsbald eine im vorigen Jahre von mir gemachte Beobachtung, daß unter jedem dieser von einer besonderen schützenden Hülle locker umschlossnen Körper eine kleine Blase sei, in der ein zweischenklicher drüsiger Körper liegt und daß in dieser Blase sowohl als in dem kurzen Stiele des braunen Körperchens darüber eine Circulationsbewegung von kleinen sehr gleichartigen Körnchen war. Im vorigen Jahre schloß ich, daß weil der Eierstock dieser Thiere sehr entwickelt sei, es auch wohl deutlich entwickelte männliche Organe geben möge und ich war geneigt anzunehmen, daß die braunen Randkörper, welche unter sich Drüsen (*testes*.) führten und bei den häufigen Contractionen der Scheibe durch Einwärtskehren des Randes immer in die Nähe der Eierstocköffnungen gebracht wurden, zu einem männlichen Zeugungsapparate gehören und die Befruchtung vermitteln mochten. Mit solchen Ideen verfolgte ich diese Verhältnisse eine Zeitlang von Neuem, und es störte mich nur besonders die sichtbare Circulation gerade in diesen Organen.

Bis dahin hatte mich auch ein anderer Zufall in Irrthum gezogen. Öfter hatte ich dergleichen braune Körper zerschnitten und mit dem Messer auch zwischen Glasplatten zerdrückt unter dem Mikroskope betrachtet, aber immer nur gefunden, daß sie aus einer zelligen drüsigen Masse mit einem braunröthlichen Pigmente gemischt bestanden. Nun kam mir aber bei weiterem Untersuchen eine andere Structur vor, ich fand, wie schon Gäde und andere vor mir auch gefunden hatten, einmal harte steinartige Körperchen darin und bald überzeugte ich mich, daß dieselben regelmäfsig auscrystallisirte Crystallformen hatten, nach Art des Quarzes, in sechsseitigen Säulchen

(¹) Ich habe solche Färberversuche auch an *Melicertum campanulatum*, *Oceania pileata* und *Beroë Pileus* im Meerbusen von Christiania schon im Jahre 1833 angestellt und, soweit sie die Darmform angehen, dieselben Resultate erlangt.

in längeren, kürzeren Formen mit doppelter 6flächiger Zuspitzung. Einige stellten hexagonische Tafelchen vor. Diese Beobachtung, welche mit den früheren selbstgemachten contrastirte, veranlafste mich sehr viele braune Körper nochmals zu untersuchen. Ich fand ebenfalls wieder einige, aber nur wenige, von einer fast drüsigen weichen zelligen Structur, die meisten hatten wieder viele kleine Crystalle. Dabei liefs sich erkennen, dafs solche Körperchen, welche Crystalle in sich hatten, immer länger waren als die rein drüsigen und es war leicht zu ermitteln, dafs die kleinen Crystalle in einem besondern, bald mehr bald weniger ausgedehnten Beutelchen über den drüsigen Theil der braunen Körperchen hinausragten und also die Crystallabsonderung bald häufig da war, bald (aber nur selten) weniger bemerklich war. Späterhin fand ich gar keine rein drüsigen Körperchen mehr, sondern weil ich überall scharf nachsah, fand ich auch überall Crystalle. Um die Substanz der Crystalle zu erkennen, that ich auf mehrere abgeschnittene und in ein Häufchen auf eine Glasscheibe zusammengeschobene braune Körper einen Tropfen Vitriolsäure, worauf sich zwar das Organische etwas aber nicht bedeutend veränderte und die Crystalle sich gar nicht veränderten. Rosenthal, welcher dasselbe Experiment mit demselben Erfolge machte, schlofs daraus, dafs die harten Körperchen abgelagerte Kieselerde wären und aus der Härte hatte schon O. F. Müller in der *Zoologia danica* geschlossen, dafs es wohl Excremente von Meeressand wären. Die hexaedrische Gestalt hatte schon Gäde richtig erkannt, aber die zugespitzte regelmäfsige Crystallform war noch niemandem deutlich geworden. Bei Wiederholung des Versuches fiel mir ein, dafs die organische Hülle, worin die kleinen Crystalle liegen, vielleicht die Einwirkung der Säure hindern möge und so zerdrückte ich denn erst die Beutelchen mit einem Messer so, dafs ich die Crystalle frei zu legen glaubte, was ich unter dem Mikroskope auch erreicht fand. Indem ich nun mit einem Glasstäbchen wieder einen Tropfen Schwefelsäure damit in Berührung und das Object sogleich unter das Mikroskop brachte, sah ich deutlich ein allmäliges Verschwinden der Crystalle und dafs sich bei ihrem Auflösen hie und da Bläschen bildeten. Ich habe später ein nicht sehr starkes aber deutliches Aufbrausen mit blofsen Augen sehen können, so wie man es bei den Crystallen am Rückenmark der Frösche, wo es besonders stark ist, recht leicht erkennt. Es geht hieraus mit Gewifsheit hervor, dafs die Crystalle keine Kieselerde sind, und mit Wahrscheinlichkeit, dafs sie

wohl kohlensaurer Kalk sein mögen, wie andere ähnliche Crystalle bei den Thieren.

Diese Reihe von Untersuchungen lenkte mich immer mehr davon ab, daß die braunen Körperchen männliche Geschlechtsorgane sein könnten. Vielmehr combinirte ich meine anderweitigen Erfahrungen über das Vorkommen von Crystallen und vergegenwärtigte mir, daß die bisherigen Fälle von Vorkommen der Kalk-Crystalle bei Thieren sämtlich in der Nähe von Nervensubstanz statt gefunden.

Fortgesetzte Untersuchungen derselben Organe an möglichst großen Individuen gaben plötzlich ein unerwartetes Licht über die wohl richtigere Function derselben. Ich bemerkte nämlich schon mit bloßen Augen einen rothen Punkt auf der Oberseite der braunen Körperchen und mit der Lupe erkannte ich alsbald, daß dieser Pigmentpunkt auf der Unterseite fehle. Daß diese rothen Punkte Augen sein würden und daß die zweischenkliche Drüse unterhalb des braunen Körpers ein Nervenknotten sei, dessen beide Schenkel Augenmerven darstellten, daß also hier wirklich sich wieder eine Nervenmasse in der Nähe von Kalk-Crystallen nachweisen lasse, waren Ideen, die mich gleichzeitig erfüllten und befriedigten. Ebenso passend fand ich die Blut-Circulation in der Nähe und um die Ganglien, denn gerade so überströmt das Blut der Daphnien ihr so sehr deutliches Gehirn mit seinen Augenmerven. Da die Medusen beim Schwimmen die Convexität der Scheibe nach vorn, den Mund nach hinten gerichtet führen, so ist auch die Stellung der Augenpunkte auf der Oberseite der braunen Körper, also nach vorn, zweckmäßig für das Erkennen der Richtung und das Dirigiren der Bewegung.

All diese Gründe zusammen genommen haben in mir zur Überzeugung gebracht, daß die Medusen wirkliche Sinnes-Organe und Nerven, nämlich 8 einfache gestielte Augen besitzen, die jedoch, der beiden Sehnerven wegen, vielleicht aus je 2 einander stark genäherten bestehen.

Der Erfolg dieser Untersuchungen fesselte mich nun immer mehr und ich ging zur Beobachtung noch anderer organischer Verhältnisse über.

Blutbewegung und Respiration.

Die Circulation eines Blutartigen Saftes, welche man schon öfter gesehen zu haben berichtet hat, und dessen Existenz mir deutlich geworden war, regte mich besonders an. Ich bediente mich zu Versuchen darüber der mög-

lichst kleinsten Individuen und ich fand junge Thiere von kaum 6 Linien Durchmesser, welche schon ganz ausgebildet waren und daher nebenbei bewiesen, daß das von O. F. Müller in der *Zoologia danica*, als ein wegen seiner Jugend noch tentakelloses Thier, abgebildete Individuum, seiner Größe halber, kein wohl erhaltenes, sondern ein verstümmeltes Individuum gewesen sein muß, und daß die Entwicklungsgeschichte dieser Thiere noch erst eine weitere Aufklärung über die ersten Zustände erwartet. Ich untersuchte zuerst die strahlenförmigen Canäle des Darmes, in deren Umgebung ich Gefäße vermuthete. Nebenbei konnte ich keine Circulation erkennen, wohl aber sah ich wieder, was ich auch früher schon beobachtet hatte, daß in den Canälen selbst eine körnige Masse sich hin und her bewege, was zuweilen einer Bluteirculation gar nicht unähnlich war. Ich war aber schon zu vielfach bekannt mit der wirbelnden Bewegung der innern Darmhaut vieler kleinen Thiere und mit wahren Blutkügelchen, als daß ich nicht in jener Bewegung, die deutlich genug vorlag, vielmehr eine Chymus-Fluctuation, als eine Blut-Circulation hätte erkennen sollen. Bei Haleyonellen, Sertularien und vielen andern kleinen Thieren hat man von Circulation gesprochen, wo nur an Chymus-Bewegung zu denken war und dadurch versäumt, sich nach der wahren Circulation mehr umzusehen. Ich habe schon erwähnt, daß ich die von Eschscholtz erkannte Blut-Circulation bei *Cestum* auch nur für Chymus-Fluctuation halten kann, da die Canäle, welche sie zeigen, deutlich mit dem Magen zusammenhängen und man erst ein dem Organismus genügendes Ernährungssystem nachgewiesen haben muß, ehe man ein Gefäßsystem wahrscheinlich machen kann, wie es denn bei den Beroën und bei *Cestum* an Ernährungsorganen für die Masse offenbar fehlen würde, wenn man jene Canäle für Blutgefäße halten wollte. Also weder die Bewegung in den Gefäßradien der Scheibe, noch die in dem Cirkelgefäße des Randes konnte ich für Blut-Circulation halten, obschon ich der Erscheinungen halber manchmal gern geglaubt hatte, daß wohl ein Blutgefäß über dem Darne liege. Querdurchschnitte belehrten mich deutlich, daß auch dies nicht der Fall sei. Nirgends weiter habe ich mich von wahren Blutkügelchen und deren kreisender Bewegung ganz überzeugen können, als in und unter den braunen Körpern, in deren Nähe mir zuweilen wohl auch neben dem Randgefäße ein Strom deutlich wurde. Eine Verbindung der 8 Circulationspunkte untereinander gelang mir nicht zur Überzeugung zu bringen, obschon ich

keine scharfe Grenze sah und jene auch hypothetisch lieber annehmen als glauben möchte, daß die große Masse des Thieres nur durch Serum benetzt werde, welches sich etwa in den sichtbaren unzähligen netzförmig anastomosirenden Canälchen unsichtbar fortbewegt. Man sieht nämlich ein deutliches Maschennetz in der Substanz überall verbreitet und durch zahllose kleine drüsige Körper unterbrochen, oder in diesen ihre Centralpunkte findend.

Nach diesen Untersuchungen wäre denn der allgemeine Ausdruck für das Gefäßsystem der, daß der Körper der Meduse durch ein dichtes Netz sehr feiner durch drüsige Körnchen verbundener Linien gebildet wird, welche leicht ein Gefäßnetz sein könnten, dessen Gefäße jedoch so fein sind, daß sie die Blutkugeln desselben Thieres ohne speciellen, dem Entzündungsprocesse ähnlichen Reiz nicht aufnehmen können. Ausser dieser netzförmigen Organisation lassen sich in der Basis der 8 braunen Körper am Rande 8 nicht deutlich verbundene Circulationen von rundlichen Blutkugeln erkennen, die von einfacher Structur zu sein scheinen und $\frac{1}{300}$ bis $\frac{1}{288}$ Linie Durchmesser haben, mithin den menschlichen Blutkugeln an Größe ziemlich gleichen und denen von *Daphnia Pulex* gleich sind. Vielleicht sind dieselben Stellen, wo die Circulation deutlich hervortritt und in die freistehenden Stiele der Augen übergeht, dem Respirations-Acte überwiesen und man muß vielleicht den Medusen 8 Kiemen zugestehen, welche gleichzeitig die Träger der Augen sind. Gegen die letztere Meinung spricht die Trägheit dieser Organe etwas, da die Kiemen, wo sie bestimmter vorkommen, in einer undulirenden oder wirbelnden Bewegung zu sein pflegen, allein die deutliche Circulation in den freien äußeren Organen dürfte auch ein Gewicht für die Deutung haben und die auf dem Rücken der *Asterias* hervortretenden Cirren, welche sich sehr ähnlich verhalten, erleichtern diese Ansicht. Vielleicht findet man bei noch schärferer Aufmerksamkeit selbst an der Oberfläche der vermeinten Medusen-Kiemen eine ähnliche Wirbelbewegung, auf welche scharf zu achten ich verabsäumt habe. Genug es giebt bei den Medusen Complicationen der Structur, welche darüber nachzudenken veranlassen, ob man ihnen nicht sogar Organe für eine Respiration zugestehen müsse.

Bewegungsorganismus der Medusen.

Nach diesen Untersuchungen, zum Theil gleichzeitig mit ihnen, habe ich mich bemüht, in das organische Bewegungssystem dieser Formen eine deutlichere Einsicht zu erlangen, als sie bisher vorhanden war und das Vertrauen auf das Vorhandensein von besonderen Bewegungsorganen, so wie das Mißtrauen in die Gründlichkeit meiner Untersuchungen, so lange ich keine fand, haben dieselben denn auch ans Licht gezogen.

Bei *Medusa capillata* kannte man schon vor Gäde's Untersuchungen, der es aber zur bestimmteren Klarheit brachte, daß die netzartigen parallelen Fasern, welche wie freie Schnüre concentrisch auf der Unterseite liegen und ansehnlich dick sind, die Contraction bewirkten und Muskeln wären. Allein diese Muskeln blieben doch verdächtig und gewannen kein allgemeines Vertrauen. Der Grund lag darin, weil nicht alle, ja nur sehr wenige Medusen solche Apparate zeigen, obschon sie alle eine kräftige Bewegung und Contraction erkennen lassen. Dies Mißverhältniß ist es besonders, welches aufzuklären ich mir vornahm und welches mir gelungen ist auf einen wohl ansprechenden Gesichtspunkt zu führen und auszugleichen.

Am frühesten überzeugte ich mich bei *Medusa aurita* von 2 keulenförmigen Muskelbündelchen in der Basis jedes einzelnen Randfühlfadens. Ich fand diese schon im Jahre 1833, da sie aber zur Bewegung des ganzen Thieres nicht beitragen und vielmehr dessen auffallende klappende Totalbewegung, wenn sie ohne besondere Organe vor sich gehen sollte, in Verwunderung setzt, so hielt ich das Problem damit nicht für gelöst. Ich suchte in der Substanz der Scheibe nach Organen der Bewegung. Die Durchsichtigkeit der gallertigen Masse ließ mich lange umsonst nach dem suchen, was ich mich hinterher wunderte nicht mit bloßen Augen sogleich erkannt zu haben, wie es ebenso mit den rothen Augenpunkten erging.

Man sieht ganz leicht mit bloßen Augen jeden strahlenförmigen Ernährungs-Canal, der vom Magen zum Rande geht, auf der Unterseite von 2 röthlichen Linien eingefast, die ich lange Zeit für bloßes Pigment der Oberfläche hielt, allein als ich feine Querschnitte der Substanz machte, um zu erkennen, ob die Canäle bloße Aushöhlungen in der Gallerte wären, oder ob sie eigne bestimmte Gefäßwände hätten, die sich anschaulich machen ließen, so bemerkte ich immer an 2 Stellen der unteren Seite der allerdings

deutlichen Gefäßhaut eine Verdickung. Diese Verdickungen befanden sich immer an den Stellen, wo die beiden das Gefäß einfassenden Pigmentstreifen äußerlich sichtbar waren. Dies erweckte in mir schon die Idee von Contractions- und Expansions-Organen für die Scheibe. Durch Compression abgeschnittener Theile, die nicht allzuviel Gallerte enthielten, erlangte ich sehr bald wirkliche Längsfaserung der röthlichen Linien zur Anschauung und es kann deshalb gar nicht gewagt sein, diese Linien für Muskellinien anzusprechen, welche überall die Darmeanäle begleiten und mit deren Gefäßwänden innig verbunden sind, da man sie leicht sehen kann. So ist denn also die Bewegung dieser Körper keineswegs ein unbestimmter Act der Irritabilität, sondern dem bestimmten Willenseinflusse des Thieres zugänglich.

Fortpflanzungs-Organismus.

Ein ähnliches doch etwas verschiedenes Verhalten beobachtete ich an *Cyanea capillata*, deren Darmverzweigung von obiger etwas abweicht, indem die vom Magen kommenden Haupt-Ernährungs-Canäle länger einfach bleiben und erst in der Nähe des Randes sich in viele kurze gebogene Zweige verästeln. Hier sah ich die röthlichen Muskelstreifen nur an den geraden Hauptradien, aber also doch wieder als Längsmuskeln. Ob nun diese Formen in jenen netzförmigen Schnüren der mittleren Scheibe noch concentrische Quermuskeln besitzen, wofür man bisher diese Fäden angesehen hat, oder ob diese freien Querfäden eine andere Function haben, konnte ich nicht entscheiden. Nach der Analogie von *Medusa aurita* würde die *C. capillata* auch ohne das concentrische Fasernetz ihre Bewegung hervorzubringen hinreichend organisirt sein.

Endlich hatte ich auch noch Zeit, Lust und Muße, mich nach dem Fortpflanzungs-Organismus derselben Thiere umständlich umzusehen. Obwohl Gäde, der erste umfassendere Monograph der Medusen-Organisation, die 4 röthlichen meist halbkugelförmigen Wülste in der Mitte der Medusenscheibe nicht für den Eierstock, sondern für die Leber hielt, so hatten doch später Eysenhardt, von Baer und Rosenthal die wahre Function derselben schon bestimmter ermittelt und ich konnte dies nur bestätigen. Auf der Unterseite um den Mund hinter den großen Fangarmen liegen 4 abgeschlossene Räume, welche vom Magen durch eine nicht sehr dicke Haut nach innen getrennt sind. In diesen Räumen liegen die 4 gelblichen oder röth-

lichen Cirkelwülste, welche leicht in die Augen fallen. Jeder Raum hat unterhalb eine runde ziemlich weite Öffnung, durch die das Wasser beständig freien Zutritt zum Eierstocke hat. Nicht weit von der Öffnung befindet sich am untern Blatte innerhalb ein Kranz von Fühlfäden, welche mit ihren von Saugwärzchen besetzten kolbigen Spitzen oft aus der Öffnung ragen. Am Grunde jedes solchen Fühlfadens, oder zwischen je 2, ist ein markiges Knötchen, welches wohl zum Nervenmark gehören könnte, so wie andere ähnliche Markknötchen zwischen je 2 Randfühlern liegen und mit ihren Schenkeln sich immer in 2 verschiedene Fühler einsenken. Im hinteren Raume der Eierstockhöhle liegt ein quergefalteter, festgehefteter, in der spätern Zeit locker werdender Schlauch, welcher mit violetten oder gelblichen Kugeln dicht erfüllt ist. Ich habe durchaus kein Bedenken, diesen Schlauch für den Eierstock und zugleich den Eileiter mit Zuversicht zu halten, denn die von ihm eingeschlossenen verhältnißmäfsig grofsen Kugeln bestehen, wenn sie kleiner sind und noch eine schön violette Farbe haben, aus einer farblosen Schale und einem dotterartigen, gefärbten, körnigen, zuweilen blasigen Inhalte, wie man es bei allen Eiern zu sehen gewohnt ist. Hat dieser Eierstock eine mehr gelbliche Farbe und ist er mehr aufgelockert, so sind die Kugeln gröfser, gelblich, einige eiförmig und bewimpert, die letztern ohne Schale, also schon ausgekrochen, und etwas später entleert der gefaltete Schlauch immer mehr von diesen Körpern, bis er zuletzt ganz farblos oder milchfarbig wird. Die befreiten Kugeln, welche rücksichtlich der Gröfse, als Eier, kein unrichtiges Verhältnifs zum Mutterthiere hatten, obschon man sie mehr klein als grofs nennen kann, sammeln sich an den gefranzten Falten der 4 grofsen Mundfühler, welche durch die herabhängenden langen Mundwinkel des viereckigen Mundes gebildet werden und durch ihren Reiz oder eine gleichzeitige Turgescenz des Mutterthieres bilden sich an jenen Mundfühlern dicht neben den Franzen kleine Taschen, welche sich immer mehr erweitern, je mehr bewimperte Junge oder Keime sich in sie hineindrängen, bis zuletzt die 4 Fangarme ebensoviel beerenhaltigen Trauben gleichen. Nach einiger Zeit entleeren sich die Taschen wieder, indem die Jungen im Wasser frei davon schwimmen und die Taschen selbst verschwinden. Fast scheint es, dafs die Saugwärzchen der Franzen an den grofsen Tentakeln nur zum Festhalten und Dirigiren der aus dem Eierstocke entleerten Brut dienen. Werden vielleicht auch die einzelnen Jungen durch die Fühlfäden der

Eierstockhöhlen erfasst und bis an die Fühlfäden der grossen Tentakeln hingeleitet? Diese Verhältnisse liessen sich nicht ermitteln.

Aus dieser einfachen Erzählung der Erscheinungen ergiebt es sich aber wohl deutlich, dass man jene rundlichen Körper der Eierstöcke für die Brut dieser Thiere zu halten hat. Dennoch giebt es einige Schwierigkeiten, die nicht übergangen werden dürfen.

Die Form der Brut, besonders wenn sie in den periodischen Beuteln der Fangarme aufgenommen ist, hat gar keine Ähnlichkeit mit einer Meduse, sondern eine sehr grosse mit einer *Leucophrys* oder *Bursaria* der Infusorien und man hat noch keine Entwicklung dieser Formen in Medusen gesehen. Deshalb hat man schon (wie v. Baer) davon gesprochen, dass diese Körper wohl Parasiten sein könnten. Obwohl ich selbst auch die Verwandlung direct zu verfolgen keine Zeit mehr übrig hatte und in den Versuchen, die ich machte, nicht glücklich war, weil sie starben, so scheint es mir doch sehr unnatürlich, dass das periodische Erscheinen der vielen Taschen an den Mundfühlern, das Anschwellen fast aller Individuen ohne Ausnahme mit solchen Beuteln zu gewissen Zeiten, ferner der Umstand, dass man dieselben Körper mit andern, blass violetten, kleinen Medusen ohne Fangarme mehr ähnlichen, an Zahl aber weit geringeren Körpern gleichzeitig schon im Eierstocke selbst findet, blos als Parasiten bezeichnen solle. Auffallend freilich waren mir auch die so sehr verschiedenen Formen der Eier der Eierstöcke, allein wenn man sich unter diesen Umständen nicht vorläufig mit den vorhandenen Erfahrungen begnügen will, so würde ich vielmehr die Verschiedenheit der Formen auf ein Geschlechtsverhältniss zu übertragen geneigt sein.

Ungeachtet nämlich sehr angestrebter Untersuchung der *Medusa aurita* gelang es mir nicht eine Spur von Organen zu finden, die sich etwa für männliche Sexual-Organen halten liessen. Anderweitige ausgebreitete Untersuchungen im Thierreiche lassen es mir aber nicht mehr wahrscheinlich werden, dass es in der Natur überhaupt blos weibliche Thiere gebe, die nicht getrennten Geschlechts, sondern wirklich *Anandra* wären. Unter diesen Umständen kommt jene grosse Verschiedenheit der Brut vielleicht etwas zu Statten, und es ist gewiss nicht mehr gewagt, die bewimperte, den Infusorien ähnliche, zahlreichere, in den Beuteln vorzugsweise aufgefangene Brut für eine sehr kleine männliche Form zu halten, als den immer mit Eierstöcken versehenen Medusen ein männliches Geschlecht ganz abzusprechen.

Die Größendifferenz, welche ansehnlich ist, würde hierbei gar nicht von großem Gewicht sein, da es sehr viele Thiere giebt, bei denen die Männchen den Weibchen an GröÙe ganz außerordentlich nachstehen. Diese Meinung spreche ich bloß als eine Hypothese aus, die keinen wissenschaftlichen Werth der Festigkeit haben soll, aber darauf hinleiten möge, auch diesen Gesichtspunkt bei den künftigen Untersuchungen nicht aus dem Auge zu lassen ⁽¹⁾.

Über die Zahlenverhältnisse und Varietäten der *Medusa aurita*.

Man hat die Zahl der Eierstöcke und äußeren Organe bei den Akalephen zu Gattungscharacteren benutzt. Nach den Beobachtungen, welche ich an *Medusa aurita* machen konnte, sind diese Zahlen bei den Individuen sehr unsicher und veränderlich. Schon frühere Beobachter, besonders aber Herr von Baer, haben speciell darauf aufmerksam gemacht, daß zwar am häufigsten 4, aber nicht immer 4 Eierstöcke und Fangarme vorhanden sind. Schon O. F. Müller beobachtete zuweilen 3. Herr von Baer beobachtete 3, 4, 5 und 6 und letzterer fand, daß mit der Zahl der Eierstöcke auch immer die Zahl der Fangarme und Canäle sich regelmäÙig anders zeigt. Das letztere Verhalten konnte ich leicht bestätigen und bei den Untersuchungen vieler Hunderte und dem prüfenden Anblick wohl vieler Tausende von Indi-

(1) Nach einer neueren öffentlichen Anzeige in Frorieps Notizen Sept. 1836 von Herrn Dr. von Siebold in Danzig und auch Privatnachrichten zufolge ist es demselben gelungen, in verschiedenen Individuen der *Medusa aurita* Geschlechtsdifferenzen zu erkennen, so daß es also allerdings ein getrenntes Geschlecht bei diesen Formen, aber auf andere Weise, gebe. Die Männchen sollen sich wenig, nur durch geringere GröÙe und durch Mangel der kleinen Beutel an den Fangarmen, besonders aber dadurch von den Weibchen unterscheiden, daß sie in den Eierstöcken keine Eier erkennen lassen. Dergleichen Formen sind auch mir sehr viele vorgekommen, allein ich habe all jene Charaktere nur für Jugendzustände der Weibchen deshalb halten zu müssen geglaubt, weil ich die entschiedensten allmäligen Übergänge all jener Zustände in die vollendet entwickelten eiertragenden Weibchen häufig vor mir hatte und nie bewegte Spermatozoen im Innern sah. Zuzolge einer Privatnachricht glaubt Herr von Siebold die Bewegung von Spermatozoen bei den Männchen beobachtet zu haben und das wäre allerdings, wenn es nicht krankhafte Entozoenbildung ist, wohl entscheidend. Dieselben Organe in ganz gleicher Form und Farbe, welche bei den Weibchen Eier enthalten, sollen bei den Männchen bewegte Spermatozoen führen. Obwohl die so sehr gleiche Form und Farbe jener Organe beider Geschlechter etwas beunruhigendes hat, auch die anderen Gegengründe einiges Gewicht behalten, so verlangen doch jene Mittheilungen des sehr achtungswerthen geübten Beobachters besondere Aufmerksamkeit und machen eine baldige weitere Entwicklung dieser Verhältnisse noch wünschenswerther.

viduen, habe ich die Beobachtung dieser Verhältnisse noch ansehnlich erweitern können. Ich habe Individuen gefunden mit 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 8 Eierstöcken. Die übrigen Organe verhielten sich dabei folgendermaßen. Die Individuen, welche einen einzelnen Eierstock zeigten, hatten diesen immer cirkelförmig um den Mund und gewöhnlich war er aus 3 oder 4 verschmolzenen Eierstöcken entstanden, die auch immer ihre besonderen Öffnungen zeigten, obschon die Räume innen zusammenhängen. Ein doppelter Eierstock, den ich beobachtet, war aus 6 einzelnen zusammengelassen und hatte 6 Öffnungen für 2 Räume. Andere Bildung habe ich bei diesen Zahlen nicht gesehen. In jenen Fällen waren immer so viele Mundlappen (Tentakeln) als Öffnungen für die Eierhöhlen da waren, also 3, 4, 6. Ganz in gleichem Verhältniß hatte sich die Zahl der Darm-Radien und braunen Randkörper von der Grundzahl 4 entweder vermehrt oder verringert. Bei 4 Eierstöcken sind als Regel 4 Fangarme an einem viereckigen Munde, 8 Kiemen-Augen (braune Körperchen), 8 Afteröffnungen und 16 Hauptradien des Darms, von denen 8 verzweigt sind. Bei 3 Fangarmen ist der Mund dreieckig und es finden sich 3 Eierstöcke mit 3 Öffnungen, 6 Augen-Kiemen, 6 Afteröffnungen und 12 Hauptradien des Darmes. Bei 5 Fangarmen ist der Mund achteckig, es finden sich 5 Eierstöcke mit 5 Öffnungen, 16 Kiemen-Augen, 16 Afteröffnungen und 32 Darmradien u. s. w.

Nicht selten gab es jedoch Abweichungen von diesen Regeln. Zuweilen fanden sich 3 Eierstöcke und 4 Tentakeln mit viereckigem Munde und Disposition der übrigen Organe nach der 4-Zahl. Bei genauerer Betrachtung fand sich dann immer, daß ein Eierstock etwas größer war und sogar zuweilen 2 Öffnungen hatte. Ähnliches fand sich bei anderen Zahlen des Eierstockes. Allein es fanden sich auch bei sechseckigem Munde, 6 Tentakeln, 6 Eierstöcken und Eieröffnungen, anstatt der nöthigen 12 braunen Körper und 24 Darmradien, nur 11 braune Körper und 22 Darmradien. Bei 3 Eierstöcken, dreieckigem Munde, 3 Tentakeln fand ich zuweilen 7 braune Körper und 14 Darmradien, statt 6 und 12. Bei 8 Eierstöcken und 8 Tentakeln zählte ich einmal 11 Kiemen-Augen und 28 Darmradien, anstatt 16 und 32.

Ich versuchte nun den Grund dieser schwankenden Zahlenverhältnisse zu erkennen und es gelang auch leicht. In allen Fällen, welche ich beobachtete, ergab sich ein Streben zur Vierzahl, das bald durch Wucherung in ein-

zeln Organisationstheilen überschritten, bald durch Hemmung nicht erreicht war. Nie nämlich waren in Fällen wo die Zahlenverhältnisse desselben Individuums untereinander differirten die Zwischenräume gleich, wie es sonst der Fall ist und was, wie es scheint, ein deutlicher Beweis ungleichartiger Ausbildung ist. Da hingegen, wo die Zahlen regelmäßig als 3, 6, 12, oder 4, 8, 16, oder 6, 12, 24 in gleichen Zwischenräumen auftraten, könnte es scheinen als liefse sich nicht entscheiden, welche von diesen Zahlen die wahre dem Thier angehörige und welche die zufällige sei, oder ob alle gleichmäßig normal wären. Jedoch auch da geben andere Verhältnisse ein befriedigendes Anhalten. Unter 100 Individuen nämlich, die ich beobachtete, laßt sich kaum ein anderes Verhältniß auffinden, als daß 90 die reine Vierteltheilung 4, 8, 16 zeigten, etwa 3 die Dreitheilung 3, 6, 12, etwa 3 die Fünftheilung 5, 10, 20, vielleicht 2 die Sechstheilung 6, 12, 24 und die übrigen 2 andere Zahlen erkennen ließen (¹). Es gab also einen häufigen Typus und seltene Schwankungen um denselben, wie das Lebendige sie überall zeigt. So finden sich 4 Blätter am Kleeblatt, so 5 Blättchen an der viertheiligen Fliederblume zuweilen sogar häufig, aber nicht als Regel. Ja wo durch Cultur der Typus vollkommen verändert erscheint, kehrt er zurück wenn die Pflege nachläßt, wie die Gartencultur bei den Pflanzen und Veredelung der Hausthiere es zu allen Zeiten gelehrt hat.

Bei Betrachtung dieser Zahlenverhältnisse in den Individuen der Medusen habe ich jedoch ein Gefühl nicht unterdrücken können, welches von mehreren Seiten her angeregt wurde und vielleicht auch anderen nicht fremd geblieben. Sind nämlich die Medusen wirklich einfache Thiere, Individuen, oder sind sie Aggregate von Thieren, den Polypenstöcken, den zusammengesetzten Ascidien gleich. Ich gestehe daß die vielen Darmöffnungen, welche sich deutlich machen ließen, mich ganz besonders mit dieser Idee erfüllt haben und daß die Schwankungen in den Zahlenverhältnissen keineswegs dazu beitragen, diese Idee zu entfernen. Auch die strahlenförmige Anord-

(¹) Unter den Tausenden der gesehenen Individuen erkannte ich nämlich nur 2 achttheilige und etwa 15 bis 20 sechstheilige, nur etwa 20 bis 30 fünf- und dreitheilige, alle übrigen waren viertheilig. Die ein- und zweitheiligen Eierstöcke hatten keinen weiteren Einfluß auf die übrigen Zahlenverhältnisse und waren sehr selten.

nung der gleichartig wiederkehrenden Organisations-Glieder leiten zu diesem Gesichtspunkte hin. Wäre die *Medusa aurita* ein zusammengesetztes Thier, so würde die einfache Form einen röhrenförmigen einfachen Mund mit runder Öffnung und einem einfachen Tentakel, einen halbeirkelförmigen Eierstock, 4 Darmradien, 2 Kiemen-Augen und freilich auch noch 2 Afteröffnungen haben. Rücksichtlich der Form-Entwicklung wird diese Idee nicht begünstigt. Ich habe 6 Linien große Formen dreitheilig, viertheilig und nicht viel größere achttheilig gesehen, während ich auch dreitheilige von 6 Zoll und viertheilige von fast 1 Fuß im Durchmesser zu beobachten oft Gelegenheit hatte. Alle von mir beobachteten größten Individuen waren viertheilig, was noch ein nicht unwichtiger Grund mehr für das Typische dieses Zahlenverhältnisses der Viertheilung ist und so erscheint denn in Rücksicht auf Entwicklung die Achttheilung nicht als eine Vergrößerung und Entwicklung der Viertheilung, sondern als ein Überbilden und Zertheilen des Keimes auf Kosten der inneren Kraft, oder, was gleich ist, als eine Monstruosität. Es scheint sich hiernit denn durch die Erwägung der Entwicklung der Medusen feststellen zu lassen, daß sie zu den zusammengesetzten Thieren nicht gezogen werden können, oder es müßte sich denn der Entwicklungsprozeß vom einfachen zum zusammengesetzten Thiere schon in der zartesten Jugend vollenden, was meinen Erfahrungen zufolge im Eie nicht geschieht, so lange dasselbe mit der Mutter in Verbindung ist. Auch die in den Brutbeuteln der Tentakeln sich weiter entwickelnden Jungen geben darüber keine Belehrung und doch erreichen sie da schon die Größe von $\frac{1}{3}$ Linie. Die nächstfolgenden Größen der frei umherschwimmenden Brut bis zu der von 6 Linien sind noch nicht beobachtet, allein es ist nicht wahrscheinlich, daß die Beobachtung derselben in der Sache, wie sie schon vorliegt, etwas ändern werde, weil nach vollendeter Entwicklung und dem Selbstständigwerden der Jungen die Anlage zur Scheibenbildung bereits anschaulich wird und bei 6 Linien Größe schon alle Complicationen des strahligen Organismus wie im 6 Zoll großen Thiere vollendet sind, mithin die Form in der Zwischenperiode gar nicht, oder doch nur durch allmälige Verlängerung der Tentakeln und Auseinandertreten der früher durch enges Aneinanderliegen undeutlichen Theile, verändert werden mag.

Übersicht aller der Nervensubstanz vergleichbaren Theile im Körper der Medusen.

Dafs 2 drüsige Knötchen unter jedem der kleinen Augentiele liegen und zur Pigmentstelle hinlaufende Schenkel haben und dafs diese Knötchen Nervensubstanz sein mögen, habe ich bereits als annehmlich auseinandergesetzt. Die feinkörnige Natur der rothen Pigmentmasse und die völlig analoge ja gleiche Augenbildung bei den Cyclopiden der *Entomostraca* und der Räderthiere erlauben und befestigen diese Annahme. Ich habe aber die Spuren eines Nervensystems noch weiter verfolgt, indem ich auf die am meisten irritablen Stellen dieser Thiere meine intensivste Aufmerksamkeit richtete. Ich glaube denn noch auf andere Nerven hinweisen zu können.

Um den Mund unmittelbar hat es mir nicht gelingen wollen etwas Nervenartiges oder Hirnartiges zu erkennen, allein ich fand längs des ganzen Scheibenrandes zwischen je 2 der feinen Fühlfäden einen beim auffallenden Lichte weißlichen, beim durchgehenden Lichte gelblichen, markigen, zweischenklichen Knoten in Form den obenbeschriebenen Augenknoten ähnlich und mit seinen 2 Schenkeln zu 2 verschiedenen Fühlfäden gehend. Diese Schenkel, oder dünner werdenden Verlängerungen, konnte ich in der Basis der Fühlfäden eine Strecke lang verfolgen, wo sie an der Innenseite der beiden keulenförmigen blaß röthlichen Basalmuskeln als gelbliche Streifen sichtbar waren. Zwischen den beiden Schenkeln je 2 benachbarter Ganglien liegt der kleine Blindfortsatz des ernährenden Randeans, welcher sich mit Farbe füllt. So anschaulich nun diese Verhältnisse waren, so hat es mir aber doch nicht gelingen wollen, den blau erfüllten Darm von der danebenliegenden drüsigen (Nerven) Substanz zu isoliren, vielmehr schien entweder die drüsige Substanz geradbin einen Theil der Darmwand zu bilden, oder letztere war so fein und so fest angeheftet, dafs sie eine Isolirung nicht gestattete.

Eine ähnliche Organisation erkannte ich bei den Fühlerkränzen, welche die Öffnungen der Eierstockhöhlen innerhalb umgeben. Auch hier fanden sich zahlreiche markige Knötchen an der Basis des Kranzes. Je 2 Knötchen schienen zu jedem einzelnen Fühlfaden zu gehören. Sind diese markigen oder drüsigen, d. h. feinkörnigen, an Farbe bei durchgehendem Lichte ebenfalls gelblichen Knötchen Nervenmasse, so wäre die Nervensub-

stanz bei *Medusa aurita* keineswegs der Gallerte unsichtbar beigemischt, sondern folgendermassen ganglienartig vertheilt:

Dem Schlunde zunächst liegen 4 Gruppen von Markknötchen kranzartig in den Geschlechtshöhlen neben den Eierstöcken und stehen mit eben sovielen Gruppen von Fühlfäden in nächster Beziehung. Eine andere mehr zusammenhängende Reihe von Markknötchen bildet einen dichten Kranz am äussersten Scheibenrande dicht an der Basis der Randfühlfäden, welcher aber auch durch die eingeschalteten 8 braunen Körper achtmal unterbrochen ist. Endlich giebt es 8 Paar isolirter Markknötchen an der Basis der 8 braunen Randkörperchen selbst, welche die Unterbrechung der übrigen Randknötchen zu ergänzen scheinen, aber sich mehr isoliren, es sind die, welche ich vorhin als Augennerven besonders bezeichnet habe ⁽¹⁾.

Die Localität und enge Verbindung mit den offenbar wahrscheinlich empfindungsreichsten Theilen dieser Thiere verdienen doch wohl die Aufmerksamkeit auf jene Markknötchen, welche ich denselben widmen zu müssen glaubte und die Verbindung einzelner mit einer deutlichen Absonderung von Kalkkrystallen und rothem Pigment, samt den übrigen angegebenen begleitenden Nebenumständen und Analogieen scheinen es genügend zu vertheidigen, wenn ich von isolirter Nervensubstanz und einem Nervensystem dieser Thiere zu sprechen mir erlaubte. Dafs aber unter diesen genannten verschiedenen Theilen des Systemes keine Verbindung sei ist höchst unwahrscheinlich, so wenig es auch ihrer Feinheit oder Durchsichtigkeit halber gelungen ist, dieselbe nachzuweisen. Für künftige Forschungen bleiben also die eigentlichen feinen Nervenverbindungen unter sich und den verschiedenen Organen ein weites Feld der Untersuchungen.

(¹) Nach einer neueren Untersuchung von Medusen in Helgoland im Jahre 1835 habe ich an der *Cyanea Lamarckii*, *helgolandica* und *Chrysaora isoscela* keine rothen Pigmentflecke erkannt, allein die beiden Drüsen unter dem gelben gestielten Crystallbeutelchen waren deutlich ebenso vorhanden und überall fanden sich sehr deutliche Crystalle. Es mag wohl augenlose Medusen geben, wie es solche Räderthiere, Planarien, Annulaten u. s. w. giebt, bei deren einigen auch Nerven und Ganglien in der Augengegend pigmentlos wahrgenommen werden. Man vergleiche meine Darstellung des Nervensystems der *Hydatina senta*.

Ich habe mich ferner nachträglich an in schwachem Weingeist aufbewahrten Exemplaren der *Medusa aurita* überzeugt, dafs dem ausgeblichenen Pigmentfleck noch ein ansehnlicher drüsiger (Nerven) Knoten zur unmittelbaren Basis dient, welcher denn dem ähnlichen bei Planarien, Räderthieren und dem *Cyclops* vergleichbar ist. Spätere Anmerkung.

Bau der Gallertscheibe der Medusen an sich.

Um die Aufeinanderfolge meiner Erfahrungen gerade so aufzuzählen, wie die Untersuchung statt gefunden, berühre ich jetzt erst specieller den Bau der Gallertscheibe. Gerade diese große Gallertmasse hat der früheren Untersuchung theils bei *Medusa aurita*, theils bei den Rhizostomen viel geschadet. Man hielt sie oft für den organischen Haupttheil des Thieres, welcher, die Oberfläche vergrößernd, die Ernährung durch Absorption vermittelt, während sie offenbar nur ein Nebentheil ist. Auch die, freilich nur scheinbare, Einfachheit ihrer Structur veranlaßte deutlich bis in die neueste Zeit die Ansicht von allgemeiner Einfachheit der Medusen. Ich habe an dieser Gallertmasse, abgesehen von den ihr unterhalb fast nur äußerlich anhängenden bereits erwähnten vielfachen organischen Verhältnissen, folgende bisher nur theilweis bekannte Structur beobachtet.

Die planconvexe Knorpelscheibe oder Gallertscheibe der *Medusa aurita* besteht aus einer in 3 Häuten eingeschlossenen, mit Gefäßen, drüsenartigen Körnern und schüsselförmigen Saugwürzchen dicht durchzogenen, mithin keineswegs einfachen, vielmehr sehr organisirten Gallerte. Die ganze Oberfläche ist mit einem sehr klaren Schleim überzogen, welcher wahrscheinlich die Stelle der *Epidermis* vertritt. Was zuerst die convexe oder Rückenseite anlangt, so liegt unter dem Schleimüberzuge eine glänzende und im Allgemeinen glatte Haut, welche nicht einzeln lösbar ist und ein dichtes Netz von meist sechseckigen Maschen einschließt. Diese Zellen enthalten hie und da eine trübe sehr feinkörnige weißliche Substanz. Die Fäden, welche das Netz bilden, sind nicht Zellwände, sondern erscheinen wie feine Gefäße, deren Durchmesser zwischen $\frac{1}{1000}$ bis $\frac{1}{2000}$ Linie liegt. Die Maschen sind oft $\frac{1}{100}$ bis $\frac{1}{96}$ Linie, zuweilen bis $\frac{1}{48}$ Linie breit, zuweilen viel kleiner und ihr Durchmesser zeigt keine feste Regel, so wie auch ihre sechseckige Form zuweilen der dreieckigen, viereckigen und fünfeckigen coordinirt ist. Diese Oberhaut ist zwar glänzend aber nicht völlig glatt, sondern durch in kleinen Abständen haufenweis gestellte schüsselförmige Körner (Saugnäpfchen), deren einzelne Häufchen auf kleinen Erhebungen (flachen Würzchen) stehen, uneben. Die größten dieser Saugnäpfchen, deren Zahl in jedem Haufen 5 bis 10 ist und um welche herum oft 10 bis 20 kleinere unregelmäßig gehäuft stehen, haben im Durchmesser $\frac{1}{200}$ Linie. Ein ganzes Häufchen mißt $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{24}$ Linie und man kann diese Häufchen der Saugnäpfchen, weil sie den

Glanz der Fläche unterbrechen, jederzeit recht wohl mit bloßem Auge schon erkennen.

Die concave oder flache Bauchseite der Knorpelscheibe, an welcher auch der Mund und die großen Fangarme befindlich sind, ist von der Rückenseite dadurch sehr verschieden, daß sie nicht eine einfache, sondern eine doppelte netzartige Haut in geringem Abstände hintereinander besitzt. Die äußere Haut, welche, wenn man den dünnen Schleimüberzug übersehen will, die *Epidermis* bildet, enthält, wie die der convexen Fläche, ein feines Gefäßnetz und Körner oder Saugnäpfchen von ganz gleichartiger Natur, allein die Saugnäpfchen sind nicht haufenweis gruppiert, sondern einzeln zerstreut und durchgehend kleiner. In geringem Abstände hinter dieser äußern Haut nach innen liegt eine zweite mit ihr parallele Haut, welche ebenfalls durch ein Gefäßnetz von oft sechseckigen Maschen ausgezeichnet ist, aber keine Saugnäpfchen, sondern verstreute wasserfarbene Körner enthält, die den benachbarten der Gallerte gleichen. Diese 3 Häute bezeichne ich mit den Namen Rückenhaul, Mittelhaul, Bauchhaul. Der Zwischenraum zwischen der Mittelhaul und der Rückenhaul ist viel größer, als der zwischen derselben und der Bauchhaul. Beide Zwischenräume sind mit wasserheller Gallerte erfüllt, die zahlreiche verstreute Körnchen, wie Drüsen in sich enthält. Diese Körnchen sind rundlich, nicht gleich groß und etwas, aber nicht viel kleiner als die Saugnäpfchen der Oberflächen. Jedoch differirt die Größe oft um die Hälfte. Alle Körnchen sind durch feine Fasern (Gefäße?), nicht Häute, verbunden. Die übrige Gallertmasse ist zu durchsichtig, um weitere Organisationsverhältnisse erkennen zu lassen, allein der scheinbar structurlose Raum ist nun nicht mehr bedeutend groß, zumal da er noch von den großen Ernährungsanälen durchzogen wird. Letztere liegen sämtlich zwar sehr nahe an der Bauchhaul, aber doch immer zwischen der Mittelhaul und Rückenhaul so, daß die Mittelhaul sich unter jedem Canale ganz dicht an die Bauchhaul anlegt.

Es ergibt sich hieraus, daß die Gallertscheibe der Medusen zwar kein unwesentlicher Theil ihres Körpers ist, daß er aber für den Organismus nur ein Nebentheil ist. Er erscheint als ein festerer Stützpunkt für den allzuweichen, meist an der Bauchseite und am Rande befindlichen Organismus und vielleicht als ein Reservoir für einen Theil der dem Organismus nöthigen Stoffe.

Gesammtorganisation oder übersichtliches Bild des Baues einer Akalephe.

Medusa aurita besitzt einen runden, planconvexen, leicht glockenartig am Rande eingebogenen, am äußersten Rande mit feinen kurzen Franzen (Fühlfäden) dicht besetzten Körper, mit vom Munde ab gleichartig strahlenförmiger, gewöhnlich, der Regel nach, viertheiliger, selten drei- oder mehrtheiliger Anordnung der organischen Systeme. Ein unterhalb in der Mitte gelegener vierwinkliger Mund läuft, der Regel nach, in seinen Winkeln in 4 dicke, armartige, zweiblättrige und gefranzte Lippen oder Fangarme von der Länge der Körperbreite aus, die zugleich periodisch Brutträger sind. Vier Schlünde und 4 Magen, die in ein vielspaltiges Gedärm übergehen, welches die leicht sichtbaren, zuweilen unregelmäßig anastomosirenden Canäle der Bauchseite (Mundseite) bildet und sich in einen eirkelförmigen Randeanal vereinigt, machen das Ernährungssystem. Acht mitten zwischen ebensoviel braunen Körperchen in gleichem Abstände am Rande gelegene Erweiterungen und Öffnungen, mit besonderer sich auszeichnender Klappe versehen, vermitteln die Excretion der verdauten Stoffe. Die Nervensubstanz ist in mehrere Ganglien-Gruppen im Körper vertheilt und scheint deutlich abgeschlossene Sinnesorgane zu bilden. *a.* Acht schönrothe, augenartige, auf (Nerven) Mark ruhende Punkte stehen, von je 2 Ganglien unterstützt, auf ebensoviel stielartigen, freien, eine innere Circulation und Absonderung von Kalkcrystallen zeigenden, sehr kleinen, dem bloßen Auge bräunlichen Körpern am Rande und die rothen Augenpunkte sind dem Rücken zugewendet. Dieselben Organe sind in dreitheilige, nach vorn offene, aber verschließbare Scheiden eingehüllt und besonders geschützt. *b.* Ein Ganglienkranz liegt am Rande der Scheibe mit ebensoviel sehr dehnbaren, und bei Beunruhigung schnell und stark contrahirten Fühlfäden in nächster Beziehung und abwechselnd, deren jeder einzelne zwischen je 2 Blättchen des eingekerbten Randes sitzt, welche kleiner sind als die Klappen der Analstelle. Sämmtliche Fühlfäden des Randes sind bei der Contraction, aufser den kleinen einen gekerbten Rand bildenden Blättchen der Bauchseite, noch von der Rückenseite durch eine schmale nicht eingekerbte freie Haut bedeckt und geschützt. *c.* Eine dritte Ganglien-Gruppe erkennt man unter den ebenso irritablen Fühlfäden, welche in den 4 Eierhöhlen liegen und bildet 4 dem Centrum und Schlunde näher liegende Massen. Ein Blutcirculationssystem

erscheint als in mehrere getrennte Systeme vertheilt und ist deutlich ohne pulsirende Central-Organ. Dieselben 8 freistehenden die Augen tragenden Körperchen bilden die 8 kiemenartigen Mittelpunkte dieser Bewegung und lassen deutliche Blutkörperchen erkennen. Überdies erkennt man ein über und durch den ganzen Körper verbreitetes feines und lockeres Netz von wahrscheinlichen Gefäßen ohne sichtbare Circulation im Innern und zu fein für die Blutkörperchen, zwischen welchem zahlreiche drüsenartige Körnchen eingestreut sind. Ein Bewegungssystem besteht aus doppelt soviel kleinen, keulenförmigen, röthlichen Muskeln am Rande der Scheibe, als Fühlfäden vorhanden sind und aus muskelartig streifigen, schmalen Bändern von blafsrothlicher Farbe, welche die strahlenartigen Darmverzweigungen auf beiden Seiten begleiten. Männliche Geschlechtsorgane sind anatomisch nicht erkannt. Alle größeren Individuen sind deutlich weiblich und die kleineren, von 6 Linien Gröfse an, mit den grofsen in Gestalt der feinsten und grössten organischen Verhältnisse, sowie der Farbe, nur die Entwicklung der Eierstöcke und Brut-Beutel ausgenommen, so übereinstimmend und so gleichartig variirend, dafs auch ein getrenntes Geschlecht bisher nicht zu erweisen war. Vier besondere Geschlechtshöhlen mit Fühlerkränzen um eigenthümliche Öffnungen umhüllen vier schlauchartige, rothe oder violette, gefaltete Eierschläuche, welche das sogleich in die Augen fallende röthliche Kreuz in der Mitte der Scheibe bilden und zunächst unter den 4 Magenhöhlen und dicht um den Mund auf der Bauchseite liegen. Das rechte Ende jedes Eierschlauchs scheint den Eileiter zu bilden, das linke den Eierstock zu enthalten. Die rundlichen Eier haben anfangs eine glatte Schale und eine intensive violette Farbe. Später verschwindet die Schale und die den Eiern noch ähnlichen Jungen sind überall bewimpert und schwimmen. Noch später bilden sich die armartigen Mundwinkel und die andern äufseren Organe aus. Alles dies ist aber schon vollendet, wenn die (weiblichen) Jungen 6 Linien Gröfse erreicht haben. Gröfsere defecte Exemplare sind also, wie es deren viele giebt, verstümmelt. Die aus dem Eierstocke ausgeschiedenen Jungen sind doppelter Art, blafsrothe und braune. Die blafsrothen scheinen alsbald wegzuschwimmen, die braunen werden vorzugsweise in die Brut-Beutel der grofsen Fangarme aufgenommen, wo man wenig scheibenförmige röthliche findet, welche doch vorher die Eierstöcke meist erfüllten. Sind jene braunen Jungen vielleicht Männchen? Wandeln sich die Formen erst in andere um?

Äußere Kiemen und fungirende Sinnesorgane bei Echinodermen.

Kurzer Beitrag zur Kenntniss der Structur der *Asterias violacea*.

Gleichzeitig mit den obigen Experimenten und Beobachtungen, welche, die organischen Verhältnisse der Medusen zu erläutern, angestellt wurden, hatte ich in Wismar 1834 Gelegenheit, kleine Exemplare der *Asterias violacea* lebend zu beobachten. Einige Resultate dieser Beobachtungen sind von allgemeinerem Interesse und schloß sich hier zweckmäßig an. Sie betreffen bisher unbekannte Kiemen oder Respirationsorgane der Seesterne, und auch, was ganz in den Kreis der Ideen paßt, welche die Untersuchung der Infusorien und Medusen erweckt haben, bisher unbekannte Sinnesorgane bei ihnen.

Seit Tiedemanns vortrefflichen und classischen Untersuchungen über den pomeranzenfarbenen Seestern, ist die von ihm ausgesprochene Meinung feststehend geworden, daß die Seesterne und Seeigel ebenso wie die Holothurien eine Respiration in ihrem inneren Körperraume haben, zu welchem Behufe sie durch besondere Öffnungen Wasser einnahmen. Diese Öffnungen fand Tiedemann an der Spitze zarter Röhren, welche das lebende Thier auf der Rückenseite zahlreich hervorstreckt. Er fand es durch Quecksilber-Injection, wobei das Quecksilber diese Röhren ausdehnte und aus den Spitzen ausfloß. Cuvier und alle neueren Zoologen haben diese Ansicht aufgenommen und jene Röhren als Wasser einsaugende Organe für die innere Respiration festgehalten. Directe Beobachtungen des Kreislaufes selbst machte Carus 1829 (Analecten p. 132) bei Seeigeln. Er sah innerlich unter den *Ambulacris* kleine abgeschlossene Kreisläufe des Blutes, was man denn wohl als Anschauung der inneren Respirationsorgane hätte ansehen können. Mir haben sich bei lebenden Thieren von den genannten sehr verschiedene Verhältnisse gezeigt, welche an die Stelle der inneren Kiemen bei Seesternen sogar äußere Kiemen setzen. Je größer nämlich die mikroskopisch zu untersuchenden Thiere sind, desto schwieriger pflegt die Klarheit des Zusammenhanges der einzeln beobachteten Theile zu werden. Man muß die größeren Thiere zerschneiden und jedenfalls gewöhnlich bedeutend in ihrer Lebensruhe stören, um sich dergleichen Anschauungen zu verschaffen, daher kommt mancherlei Schwierigkeit für das

Erkennen der wahren Verhältnisse, so sorgfältig und mühsam auch die Studien sind. Ich habe mich daher immer bemüht möglichst kleine Individuen ganz lebend zu erhalten und so mit dem Mikroskop in ihrer Lebensökonomie zu studiren. So sah ich denn 1833 beim *Echinus saxatilis* der norwegischen Küste, daß alle Stacheln mit einer gewimperten wirbelnden Haut überzogen waren, welche bei den größeren Thieren nur an der Basis übrig bleibt, so daß diese Stacheln sich also bei ihrer Bildung wie ein Hirschgeweih verhalten. Ein Umstand, welcher in diese bisher unerklärlichen Bildungen wohl einiges Licht bringt. Ebenso habe ich nun junge frei kriechende Exemplare der *Asterias* mit vieler Aufmerksamkeit betrachtet. Ich überzeugte mich sehr bald, daß alle auf dem Rücken hervorstehenden einziehbaren Fasern keineswegs offene Röhren sein konnten, die Wasser aufnehmen, sondern, daß in diesen Röhren eine ganz deutliche kreisende Bewegung von Blutkörperchen des Thieres Statt finde. An den stumpfen Spitzen aller Cirren kehrte der innere Strom dieser Körperchen gerade so wieder um, wie man es am Ende der Glieder bei der *Chara* oder in den Enden der Kiemen anderer Thiere deutlich sieht. Diese Circulation, einmal erkannt, liefs sich denn auch gegen das Licht schon mit der Lupe sehen und ich habe sie dann bei den größeren Individuen oft wieder aufgesucht und gefunden. Quecksilber mag sich also durch diese feinen Gefäß-Enden einen künstlichen Weg durch seine Schwere gebahnt haben. Überdies zeigte das zusammengesetzte Mikroskop auch die äußere Oberfläche der kleineren Respirationsröhren oder Kiemen in einer stark wirbelnden Bewegung und so mit hierzu thätigen Wimpern besetzt, wie sich diese oft in dergleichen Verhältnissen finden. In den weiteren Details des diesen Kiemen zum Grunde liegenden Gefäßsystems hatte ich nicht die Zeit Tiedemanns fleißige Untersuchungen tiefer zu verfolgen. Daß die Circulations-Erscheinung, welche Carus unter den *Ambulacris* des *Echinus* fand, ebenfalls eingezogene Organe dieser Art gewesen sind, deren weitere Beobachtung wünschenswerth ist, wird sehr wahrscheinlich.

Nach Entdeckung der Augen bei der *Medusa aurita* war ich denn sehr begierig einen Seestern schärfer als bisher nach ähnlichen Organen zu untersuchen. Die Stellung der Augen bei der *Medusa* gab mir auch einen Fingerzeig für den Ort, welchem ich wohl die Aufmerksamkeit zuzuwenden habe. Auf der Insel Pöhl nicht allzufern von Wismar hatte ich schon die

früheren Exemplare der *Asterias violacea* gefunden und eine neue Excursion dahin gab das allerdings wohl interessante Resultat, daß auch die Classe der Echinodermen, welcher man bisher, außer ein allgemeines Gefühl, bestimmte fungirende Sinnesorgane nicht zuerkannt und die man höchstens mit Cuvier an die Spitze der unvollkommenen Thiere gestellt hatte, sich durch höchst wahrscheinliche ganz bestimmte edlere Sinne den höheren Thierformen anschließt.

Ich suchte und fand sogleich an allen Spitzen der 5 Arme der lebenden *Asterias* auf der Bauchseite einen schönrothen scharf umschriebenen Punkt und die Art, wie die lebenden Thiere diese Spitzen beim Kriechen stets zurückgebogen trugen, ließ mich kaum zweifeln, daß ich nicht ebenfalls wahre Augen aufgefunden hätte. Eine große Anzahl kleiner und größerer Individuen, welche ich sogleich auf die Beständigkeit dieser Erscheinung prüfte, gab völlig dasselbe Resultat.

So haben denn also die Seesterne an den Spitzen ihrer Strahlen auf der Unterseite so viele bisher übersehene einzelne rothe Punkte, als sie einzelne Strahlen haben und diese Punkte bestehen ebenfalls aus einem schönrothen körnigen Pigment. Diese punktführenden Spitzen sind durch kleine Kalk-Pallisaden ganz besonders dicht geschützt und letztere bilden einen ganz deutlichen Wall, welcher gerade diese Stelle in der Mitte frei läßt. Nur im ganz ausgedehnten Zustande biegen sich alle Stacheln in 2 Reihen ab und verwischen die Form des Walles oder der Augenbraunen. Beim Kriechen der Seesterne biegen sich alle Spitzen der Strahlen nach dem Rücken zu um in die Höhe und die rothen Punkte kommen sonach, aus der gewöhnlichen Richtung der ruhenden Bauchfläche nach unten, ganz in die horizontale oder seitliche und obere Richtung, nach welcher alle Bewegung dieser Thiere geschieht. Sieht man die Bewegung derselben nur an, so bleibt gar kein Zweifel, daß alle Erscheinungen dazu beitragen es deutlich werden zu lassen, daß sie an den Spitzen ihrer Strahlen Schempfindungen besitzen mögen, die sie bei ihren Ortsveränderungen benutzen. Da es ferner ziemlich leicht ist den Tiedemannschen Nervenring und die von ihm abgehenden hinter dem Gefäß liegenden einzelnen Fäden für die einzelnen Strahlen der Seesterne aufzufinden, so verfolgte ich dieselben auch hier bis zur Spitze der Strahlen mit dem Messer. Da sie zähe sind gelang es leicht und ich fand an der Spitze dicht am Auge eine Verdickung des Nerven, auf

welcher das Auge aufsitzt, wie es bei den Rädertieren, Planarien u. s. w. häufig der Fall ist. Sie sitzen unmittelbar auf dem Ganglion und verhalten sich also mit den ebengenannten ganz so wie die einfachen Augen eines *Cyclops*.

Ähnliche rothe Augenpunkte sind mir bis jetzt nur, auſser an der *Asterias violacea*, noch an *Ast. militaris* bekannt geworden, wo sie von Vahl in der *Zoologia danica* abgebildet sind. Im Spiritus aufbewahrte Exemplare mehrerer groſsen Arten zeigten keine besonders gefärbten Augen, oder das Pigment entfärbt. Denn auch die Augen der *Asterias violacea* verlieren im Tode, sowohl im Weingeist als getrocknet, ihre rothe Farbe ⁽¹⁾. Vielleicht besitzen aber auch nicht alle, selbst nicht viele Arten dergleichen Augen, wie es augenführende und augenlose Formen in fast allen Thierabtheilungen giebt.

Zuweilen war die Intensität der rothen Farbe der Augen an den verschiedenen Strahlen verschieden. Auch fanden sich Individuen deren einzelne Strahlen einen undeutlichen oder gar keinen Pigmentfleck hatten. Manchmal waren alle sehr blaſs. Dieselbe Erscheinung findet sich aber auch bei den Augen der Rädertiere, Planarien u. s. w. Auch bei dem *Cyclops* variiert die Intensität des Roths. Bei den Philodinen der Rädertiere sind zuweilen beide Augenpunkte so blaſs, daſs man sie leicht ganz übersieht, während sie bei andern Individuen stechend roth sind.

Ich habe auch versucht die Faserung der Nervensubstanz selbst zu erkennen. Der zähe Strang, welchen ich untersuchte, bestand aus umhüllen-

(¹) Ich habe seitdem noch in Helgoland an der sehr kleinen, nur 2 Linien groſsen *Asterias* rothe Augen gesehen, welche sich daselbst zwischen den Tangen findet und die Tilesius bei seinem Aufenthalte dort leuchten gesehen zu haben berichtet, die ich aber nicht leuchten sah, obwohl ich sie direct darauf untersucht habe. Übrigens scheint es mir aber doch, als wäre dieser kleine weißliche Seestern nicht das Junge der dort gemeinen *Ast. violacea*, sondern eine eigene Art. Sie läſst sich folgendermaſsen charakterisiren: *Asterias helgolandica* n. sp. *Bilinearis*, disco *semilineari*, radiis 4 ad 5 *trevibus obtusis*, dorso *radiorum laevi*, margine *acicularum argute denticulatarum seriebus duabus armato*. Bei *A. violacea* ist auch der Rücken der Strahlen bewaffnet und es sind 3 Reihen von Stacheln auf jeder Seite. In der Form mögen die Jungen sich sehr ähnlich sein. Ich habe die Exemplare unter meinen mikroskopischen Objecten aufbewahrt und konnte noch zwei Monat nach dem Trocknen die jetzt verblüchnen rothfarbigen Augen in Berlin vorzeigen. Vergl. Schriften der Akademie 1836: Über das Leuchten des Meeres, unter: Tilesius 1819.

Spätere Bemerkung.

den Sehnenfasern und von diesen verschiedenen andern, weniger geschlängelten, die auch nicht viel stärker waren. Eine Röhrenform liefs sich nicht zur Sicherheit anschaulich machen, allein sie wird durch die Analogie wahrscheinlich. In der Nähe des Auges vor dem markigen Knoten nach dem Munde zu glaubte ich gegliederte Nervenröhrchen zu erkennen, was sie in der Nähe des Mundes deutlich nicht waren. Das Mark des Knotens selbst war feinkörnig, liefs sich aber nicht deutlich in Gliederfäden ausbreiten. Es verhielt sich wie die feinere graue Substanz des gröfsen Thiergehirns da wo ihre Faserung so fein und weich wird, dafs die weitere Entwicklung der Form der Theile nicht zugänglich ist. So wäre also der edlere Theil der Nervensubstanz bei diesen Thieren nur an den Spitzen der Strahlen.

Von andern Details der Beobachtung, welche weniger auffallend neues ergaben, bemerke ich endlich nur, dafs der von Tiedemann beschriebene spiralförmige Kalkbeutel keinen Kalkstoff zum Baue des Kalkgerüsts enthält, wie nach ihm Cuvier und andere angenommen haben. Er enthält nur ein dickes Gewebe von harten Kalkfasern, welche sechseckige oder fünfeckige Maschen bilden und eine kalklose Höhle einschliessen. Der Bau erinnert an die *Corpora cavernosa* der männlichen Zeugungsorgane gröfserer Thiere und wird dadurch nur noch interessanter für eine weitere künftige Forschung ⁽¹⁾.

Anwendung der bisherigen Beobachtungen auf die Vorstellung der thierischen Organisation im Allgemeinen.

Sei es mir noch erlaubt diese Darstellung mit meinen früher vorgetragenen Mittheilungen zu verbinden und zu versuchen einige Resultate derselben herauszuheben.

(1) Die Augenpunkte der Seesterne sind von Prof. R. Wagner in Erlangen und neuerlich von Prof. Volkmann in Leipzig, nach einer Mittheilung in Jena, bestätigt worden, letzterer hat auch den Markknoten darunter und das Kalkgerüst der leeren Kalkbeutel wiedererkannt. Eine vorläufige Notiz über die Beobachtungen an Seesternen theilte ich im Jahre 1834 in Müllers Archiv für Physiologie mit. Die folgenden Betrachtungen sind in Wiegmanns Archiv für Naturgeschichte 1835 zum Theil ausgezogen worden. Zweiter Band. p. 123.

Spätere Bemerkung.

Aus den Bemühungen der neueren Naturforschung scheint das Resultat hervorzugehen, daß es eine Abstufung in den Organisationen, eine stufenweise Entwicklung und Vervollkommnung der Organismen in der Natur gebe. Man hat diese Idee auch auf die geologischen Systeme angewendet und in den untersten Erdschichten einfachere Organismen gesucht, als in den oberen, so wie man umgekehrt durch bestimmte Formen bezeichnete Lagerungen von organischen Überresten bis zur Beimischung von Wirbelthierfragmenten in eine uns allmählig immer näher rückende Zeitfolge zu versetzen sich berechtigt meinte.

Es ist meine Absicht die organischen Verhältnisse an sich in Kürze übersichtlich zusammenzustellen, vielleicht daß es auch für jene Forschungen von einigem Interesse ist.

Der begünstigteste und umsichtigste Forscher im Gebiete des Thierisch-Organischen zu unsrer Zeit, soviel Verdienst sich auch andere gleichzeitig erwarben, war unstreitig Georg von Cuvier. Ihm verdanken die Naturwissenschaften eine Menge wohlbegründeter wichtiger Erweiterungen, das Gebiet des Thierisch-Organischen aber ganz besonders noch das ein ganzes langes und thätiges Leben hindurch fortgesetzte Prüfen und Sammeln der zahllosen Einzelheiten zu einem nicht in leerer Speculation befangenen, sondern geprüften, wahrhaft philosophischen Systeme. Sein reichhaltiges Werk über das Thierreich ist nicht vollständig, auch nicht seine Arbeit allein, es ist aber eine nüchtern prüfende Zusammenfassung und Verarbeitung des Besten und Wichtigsten aller neueren Beobachter. Nicht rasche und übereilte Aufnahme alles Alten und Neuen, sondern die Aufnahme des als werthvoll Erkannten ist der Character auch der neuesten Auflage desselben vom Jahre 1830. Nimmt man in diesem Sinne das 1830 erschienene Werk als die Summe aller einflußreicheren Kenntnisse der systematischen Zoologie, der Anatomie und Physiologie, mithin als Repräsentanten aller damaligen reellen menschlichen Kenntnisse in den Grundzügen des Thierisch-Organischen an, so ergibt sich, daß sämtliche Materialien der Zeit und das ernsteste Studium eines Menschenlebens in jenem großen Naturforscher die schon ältere Idee pflegten und unverändert erhielten, als gebe es im Thierreiche eine Abstufung und Vereinfachung der Organisation vom Menschen abwärts bis zum allmählichen Verschwinden aller seiner einzelnen organischen Systeme.

Bei den Wirbelthieren, welche ich, bezeichnender wie ich glaube, Rückenmarkthiere oder Markthiere nennen möchte, fand jedoch schon Cuvier selbst diese Abstufung nicht so in die Augen fallend, als bei den wirbellosen oder marklosen Thieren. Es giebt Fisch-ähnliche und Vogel-ähnliche Säugethiere und auch den Fischen nahestehende Wasservögel, überdies geflügelte Amphibien, Säugethiere, Fische. Dafs ein Hund höher organisirt sei als eine Schlange oder ein Sperling, scheint Vielen einleuchtend, ob aber ein lebendig gebärender Hayfisch, ein Krokodil, ein Geier oder ein Leopard mehr entwickelt sei, ist immer schwer genügend zu beweisen, indem man den Hayfisch nicht am Lande, nicht unbehüllich an der Angel, sondern frei im Meere, Krokodil und Geier nicht in Käfigen, sondern frei in ihren Elementen und natürlichen Verhältnissen zu berücksichtigen hat. Ebenso wird es schwierig zu entscheiden ob ein Aal, eine Schlange, ob ein Sperling oder eine Maus in höherer Entwicklung den Vorrang verdienen und um so schwieriger, je specieller man die Lebensthätigkeiten dieser, ganz verschiedenen Classen angehörigen Thiere studirt, wobei sich nicht selten erkennen läfst, dafs gewisse auffallende Verschiedenheiten im Bau der Organe für das Leben sehr unwesentlich sind. Dafs Linné mit dem Menschen, dem Affen, der Meerkatze und der Fledermaus das Thierreich anfangen liefs, war im Sinne der früheren nachdenkenden Menschen, schien aber doch dem beobachtungsreichen und geistvollen Pallas (dem durch d'Aubenton's starren Fleifs angeregten eigentlichen Begründer einer das innere Wesen mehr als die Form erfassenden physiologischen Naturgeschichte des Thierreichs) unnatürlich. Er schlug bekanntlich vor, den Löwen oder vielmehr den Tiger und das Katzengeschlecht, als die mit der meisten Lebensenergie begabten Formen, das Thierreich anfangen zu lassen und hat wirklich in seiner 1811 erschienenen *Zoographia rosso-asiatica* das Katzengeschlecht vor dem Menschen verzeichnet.

Cuvier, aller Einmischung von selbst geistreicher Willkühr und Poësie in die Wissenschaften abhold, ist, obwohl er den Grund seines Systemes, nach Pallas musterhafter Weise, von allen Seiten in noch gröfserer Tiefe fester zu begründen bemüht gewesen war, dennoch bei der Aristotelischen und Linnéischen Ansicht verblieben, zufolge welcher der Mensch als Maafs und Messer der Schöpfung den Anfang bildet und Affe, Meerkatze und Fledermaus ihm zunächst folgen. Die Möglichkeit, dafs ein so emin-

ter physiologischer, keineswegs phantastischer Naturforscher, wie Pallas, im kalten wissenschaftlichen Ernste die höchste organische Entwicklung dem Menschen vor dem Tiger und Seelöwen absprechen konnte, zeigt allein aber schon deutlich an, daß jene Stufenfolgen der materiellen Organisation in diesem Theile der Naturforschung auf schwachen Gründen beruhen mögen.

Anders als in jenen sogenannten oberen Classen der thierisch-organischen Wesen verhielt es sich bisher bei den unteren, den Wirbellosen, die ich Marklose zu nennen vorziehe. Hier fand man eine stufenweise Vereinfachung deutlich vor und es scheint klar, daß seit Aristoteles Zeit sich von hier aus die Idee der Vereinfachung der Organisationen in einer bestimmten Richtung des Thierreichs verbreitet habe.

Außer der für sichtlich gehaltenen Organisations-Abstufung in dieser Thierabtheilung hat man auch Grade der Geistesfähigkeiten geltend gemacht und sogar darin ganz besonders den Maafsstab für die einzelnen Gruppen des Thierreichs gesucht, wie bekanntlich Lamarck es durchgeführt hat. Georg von Cuvier schlug nach ihm diesen Weg zur Übersicht nicht ein. Er hat wohl die Unmöglichkeit erkannt, jene Fähigkeiten, die sich der genauen Beobachtung und Ermittlung entziehen, mit Schärfe zu beurtheilen und zu vergleichen und daher in seinem streng wissenschaftlichen Werke vorgezogen, die materiellen Organisationsglieder zu berücksichtigen, deren regelmäßigste und vollendetste, gleichmäfsigste Darstellung er, wie andere vor ihm, im Menschen erkannte.

Geht man Cuviers Eintheilung des animalischen Naturreichs (*Règne animal*) auf den Grund, so nimmt er nicht, wie die Überschriften von 4 gröfsern Abtheilungen, Wirbelthiere, Mollusken, Gliederthiere, Strahlthiere, glauben machen könnten, 4, sondern stillschweigend nur 2 grofse Abtheilungen im Thierreiche an, nämlich:

- 1) vollkommener, dem Typus des Menschen gleich organisirte und
- 2) einfacher organisirte Thiere.

Die Wirbelthiere, Mollusken und Gliederthiere, oder seine 3 ersten grofsen Abtheilungen, gehören in jene Reihe, die Strahlthiere oder Zoophyten allein in diese.

Cuvier benutzt nun, ohne es scharf hervorzuheben, folgende Charaktere zur Unterscheidung seiner 4 grofsen Abtheilungen:

Die Wirbelthiere charakterisirt ein inneres Skelet und Rückenmark;

Die Mollusken Mangel des Skelets und zerstreute Ganglienbildung;

Die Gliederthiere ein äufseres Skelet und eine Ganglienreihe;

Die Strahlthiere eine einfachere sehr verschiedene Organisation bis zum Verschwinden aller Organisation.

Die letzteren einfacheren oder unvollkommen organisirten und bis zum Nullpunkt der Organisation herantretenden Strahlthiere sind von Cuvier in 5 Classen vertheilt, die sich vom Zusammengesetztesten bis zum Einfachsten abstufen.

1. Echinodermen.

2. Entozoen.

3. Akalephen.

4. Polypen.

5. Infusorien.

Es ist nun lange Zeit hindurch mein Bestreben gewesen, die Formen all dieser verschiedenen Classen nach ihrem Organisations-Gehalte genau zu untersuchen, was mehr Schwierigkeiten darbot als andere Classen. Dabei bin ich allmählig zu dem wohlbegründeten Resultate gekommen, dafs in all den 5 genannten Classen die Organisation nicht einfacher ist als in den übrigen.

Mit den schwierigsten habe ich den Anfang gemacht, mit den Infusorien. Die durchgreifenden Structurverhältnisse dieser Formen habe ich bereits öffentlich vorgelegt und sie sind seitdem mehrseitig anerkannt worden.

Die Structur der Polypen ist von mir ebenfalls genauer untersucht und studirt worden und wenn sich auch deutliche Sinnesorgane in Verbindung mit markigen Massen, die man mit einiger Sicherheit für Nerven ansehen könnte, hier nicht haben nachweisen lassen, so liefsen sich doch einerseits dergleichen markige Massen allein erkennen und das gelungene Nachweisen von Ernährungs-Organen, Muskeln, Gefäfsen und Geschlechtsorganen liefs einen so vollendeten Organismus hervortreten, dafs die auffallend grofse Empfindlichkeit gerade dieser Formen auch die Anwesenheit von Empfindungsorganen allzu deutlich verräth. Die Weichheit der Substanz und Schwierigkeit der anatomischen Untersuchung machen es überdies wahrscheinlich, dafs jene Unsicherheit im Erkennen von Nerven nur eine Folge der mangelhaften Untersuchung ist. Ich habe über die Organisationsverhält-

nisse dieser Polypen bereits allgemeine zum Theil schon sehr umständliche Mittheilungen, sämtlich nach den eignen Erfahrungen, in den *Symbolis physisis Evertebrata* I. und in der Abhandlung über die Corallenthierc des rothen Meeres, zum Theil schon in ihrer Anwendung als Eintheilungs-Gründe, vorgelegt. Die Seeschwämme habe ich aber aus ebenfalls directer vielseitiger Beobachtung des Mangels aller thierischen Organisation und wegen großer Übereinstimmung mit der Pflanzenstructur, zum Pflanzenreiche verwiesen, wie es von Andern auch schon angeregt war.

Über die Entozoen habe ich mit besonderer Aufmerksamkeit und Hingebung gearbeitet. Ich habe auf meinen Reisen in Afrika allein aus 196 verschiedenen Thierarten, die ich selbst zergliedert habe, die inneren Parasiten sorgfältig untersucht und aufbewahrt. Fast alle habe ich lebend mikroskopisch betrachtet, viele zergliedert und gezeichnet. Die bisher noch dunkle Structur der Bandwürmer habe ich vielfach erkannt. Ihre zuweilen einfachen, oft doppelten, vorn anastomosirenden, sich durch alle Glieder ziehenden Ernährungs-Canäle habe ich oft detaillirt gezeichnet. Ihre Sexual-Organen sind sehr leicht zu erkennen, ebenso die Längs- und Querfasern des Bewegungsorganismus. Die Circulation der Säfte sah ich bei Distomen und meldete die Erscheinung am *Dist. militare* bereits im Jahre 1823 aus Afrika in einem Briefe an Herrn Rudolphi der Akademie der Wissenschaften ⁽¹⁾. Augen und Nerven waren schon bei einigen Entozoen erkannt, bei andern sind sie später deutlich nachgewiesen. Noch fehlten sie bisher in der Abtheilung der Rundwürmer, Nematoideen oder Ascariden, wo ich sie in frei lebenden Seethierchen, den *Anguillula* ähnlichen Formen, nun ebenfalls aufgefunden habe, so daß durch ihre Anwesenheit Rücken- und Bauchfläche dieser Formen nun bestimmt werden kann, was bisher unmöglich war, was aber den schwanzförmigen Hintertheil der Ascariden als Rückentheil, also nicht wie bei den Rädertieren als Fußglied, erkennen läßt. Ich nenne diese

(1) Dieser Säftelauf ist später von Herrn Nordmann in anderen Formen ebenfalls aufgefunden und noch umständlicher verfolgt worden. Ich bin jedoch nicht der Meinung, daß die in den Gefäßen sichtbare Bewegung eine sichtbare Blutbewegung sei, sondern erkläre sie als Bewegung der inneren Gefäßhaut und bei den Entozoen, wie bei den Turbellarien, glaube ich nicht sowohl wirbelnde Wimpern, als klappenartige Falten in oscillirender Thätigkeit zu erkennen, wodurch natürlich eine Fortbewegung des Blutes, das sich bisher nicht direct erkennen liefs, bedingt sein muß. Vergl. *Symbol. physic. Evert. I. Entozoa*. 1830.

augenführende *Anguillula* des Meerwassers bei Wismar *Enchelidium marinum* und halte sie für einerlei mit O. F. Müllers *Vibrio marinus*. Das rothe Auge ist der Körperdicke gleich vom Munde entfernt und hat einen markigen Knoten als Stützpunkt, den ich bei wahren Ascariden, ohne das Pigment, an derselben Stelle schon auch beobachtet habe. Dafs ferner der bisher sehr unklare *Gordius* durch getrenntes Geschlecht sowie durch Stellung und Form der weiblichen Geschlechtsorgane und deren Öffnung in der Körpermitte, auch der männlichen mit einer *Spicula* unter der Endspitze, den Ascariden sehr gleich gebildet sei, habe ich ebenfalls in den *Symbolis physicis* mitgetheilt. Im Darne finde ich jetzt mehr Ähnlichkeit mit dem des *Echinorhynchus*, da er doch blind zu enden scheint.

Über die Planarien und den *Nemertes* habe ich sehr umständliche Beobachtungen angestellt und sie in den *Symbolis physicis*, zur Begründung einer eignen Thierklasse mit ihnen, angezeigt. In Publication der Planarien-Structur ist mir Herr Duges zuvorgekommen und ich trete einem so tüchtigen Beobachter gern das Vergnügen ab, diese Verhältnisse zuerst erläutert zu haben. Einiges, besonders über die wirbelnden Wimpern des Körpers, die Circulation und die keineswegs der übrigen Substanz beigemischten, sondern deutlich geschiedenen Nerven habe ich noch berichtigen können ⁽¹⁾.

So bleiben denn von den 5 Classen der scheinbar einfacheren Thiere nur noch die Akalephen und Echinodermen übrig.

Durch Tiedemanns schöne Preisschrift über die Echinodermen wurden 1819 schon alle organischen Systeme bei diesen letzteren festgestellt, nur das Empfindungssystem blieb zweifelhaft und allzu einfach. Durch Auffinden von rothen Pigmentstellen und Ganglien am Endpunkte der von Tiedemann für Nervenfasern erkannten Organe habe ich bei einigen Seesternen wirkliche Sinnesorgane, nämlich Augen nachweisen zu können geglaubt und somit jene fraglichen Nervenfasern als deutliche fungirende Empfindungsorgane festgestellt. Überdies habe ich bei den Asterien äussere Kiemen und Blutcirculation in denselben erkannt.

⁽¹⁾ Über die Augenganglien der *Planaria lactea* habe ich am 19. Mai (1835) in der Gesellschaft der naturforschenden Freunde Mittheilungen gemacht, welche unterm 25. Mai in der berliner Zeitung angezeigt wurden. Die übrigen Organisationsverhältnisse wurden in den *Symbolis physicis* 1830, *Turbellaria*, mitgetheilt.

So blieben denn nun noch die Akalephen oder Medusen als Be-
weise der Existenz einfacher Organismen übrig. Diese letztere Thierklasse
habe ich aber durch gegenwärtigen Vortrag ebenfalls aus dieser Stellung her-
vorheben und in die Reihe der vollendeten Organismen stellen zu können
geglaubt.

Obschon nun noch nicht alle einzelnen Thiere aller Classen unter-
sucht worden sind, was natürlich bei unserm Leben nie der Fall sein wird,
so läßt sich doch so viel aussprechen und feststellen, dafs es keine der
bisherigen Thierklassen mehr giebt, welche man einfacher or-
ganisirt zu nennen berechtigt ist, als eine andre.

In Folge dieser Untersuchungen und Betrachtungen lege ich denn
einen Versuch zu einer systematischen Übersicht des Thierreichs vor, wel-
cher, jene frühere Idee von allmäliger Abstufung der Organisationen verlas-
send, sich an die neu gewonnene eines überall gleichen Bildungstypus an-
schließen, zugleich aber meine bereits mitgetheilten und mannigfache andere
noch nicht mitgetheilte eigne Erfahrungen über diese Naturkörper sam-
meln soll.

Übersicht des Thierreichs nach dem Principe eines und desselben bis zur Monade überall gleichen Bildungstypus.

Mit Berücksichtigung der der Akademie 1833 vorgelegten, 1836 ge-
druckten mikroskopischen Untersuchungen der Nervensubstanz, oder des
Seelenorgans, welche ich mich damals bemüht habe vergleichend durch alle
Thierabtheilungen zu verfolgen und deren allgemeinere Verhältnisse man seit
der frühesten Entdeckung des Nervensystems schon immer als die wesent-
lichsten im Organismus anzusehen pflegte, theilen sich, wie es scheint, sämt-
liche Thiere in Rückenmarkthiere und rückenmarklose Thiere, oder in
Markthiere und marklose Thiere. Die Markthiere entsprechen voll-
ständig den ehemaligen Wirbelthieren, welche aber weder sämtlich deutliche
Wirbel besitzen, noch sich vor den sogenannten Wirbellosen, oft nicht un-
deutlich wirbelführenden, durch jenen Charakter scharf unterscheiden. Bei
den Markthieren bildet das durch seine mikroskopischen nervenmark-

losen Gliederröhren ⁽¹⁾ erkennbare Gehirn ein durch alle Haupträume

(1) Dafs die mikroskopischen Elementartheile der Nervensubstanz überall aus Röhren mit einem weiflichen Inhalte bestehen, ist, so weit die Sehkraft reicht, ohne Ausnahme. Die Form des Inhalts und der Röhren aber erlaubt verschiedene Meinungen. Beurtheilt man die Natur und Form der Röhren nach dem erwachsenen Organismus so, wie man beim Vergleichen der festen Theile, des Skelets, die Knochen, nicht die Knorpel berücksichtigt, aus denen jene sich bilden und sowie man gewisse Knorpel mit Recht dennoch als von den Knochen charakteristisch verschiedene Dinge betrachtet, obwohl alle Knochen zuerst Knorpel waren und einzelne manchmal nie zu Knochen werden, so erkennt man leicht, dafs die regelmäfsige gliederlose Röhrenform der Muskelnerven u. dergl., obschon sie sich aus der Gliederröhrenform entwickelt hat und zuweilen noch Spuren der Gliederung an sich trägt, doch als charakteristisch betrachtet werden kann und mufs, da Hirn, Rückenmark und die edleren Sinnesnerven auch beim Erwachsenen sich anders verhalten als Muskelnerven. Ob die Gliederöhre der Nervensubstanz im Allgemeinen eine natürliche, nicht eine erst durch naturwidrige Behandlung erzeugte Form sei, kann man ohne Störung als gleichgültig ansehen und als unwesentlich ganz auf dem Urtheile jedes Einzelnen beruhen lassen, indem die Erscheinung der Gliederung auch im letztern Falle grofser Beachtung werth ist, weil sie die Nervenröhren jener Substanzen charakterisirt und von allen übrigen Dingen zu unterscheiden behülflich ist. Meine individuelle Ansicht ist aber, dafs auch wohl die Form, selbst bei schwächerer Spannung, prädisponirt, d. i. natürlich sei und dafs der leichte Druck, oder die leichte Spannung, durch welche man sie zur Anschauung erlangt, kaum etwas anderes wirkt, als, die Erschlaffung beim Tode und Ablösen des zu betrachtenden Theiles (welche daher naturwidrige, geschlängelte, fast gleichförmige, gliederlose Röhren bewirkt) aufzuheben und den verlorenen *Turgor vitalis* zu compensiren. Nur an lebenden Thieren wird man diesen im Characteristischen wenig ändernden Umstand einmal entscheiden können, was mir bisher nicht gelang. Endlich bemerke ich noch, dafs der sichtbare körnige Inhalt der cylindrischen Nervenröhren ein so wesentlicher Charakter für diese Form zu sein scheint, dafs man daran schon im jungen Zustande die wahren Cylinderröhren erkennt, obschon sie noch gegliedert sind. Nervenmark führende Gliederröhren sind also unentwickelte Cylinderröhren. Dieses Nervenmark der Cylinderröhren ist ohne Zusammenhang und von mir, auch im unverletzten, nur ausgebreiteten Schenkelnerven des lebenden Frosches, mehrfach unterbrochen gesehen, weshalb ich es mit einem nur mechanisch zusammengeläufigen, langsam beweglichen Coagulum zu vergleichen kein Bedenken trage. Viel feiner ist die weisse zähe Flüssigkeit, welche die Gliederröhren des Hirns und Rückenmarkes erfüllt, die ich von der *Medulla nervea* als *Liquor nerveus* zu unterscheiden vorschlug. Jenes im Gehirne und Rückenmarke selbst des Menschen fehlende körnige Nervenmark aller Cylindernerven erkennt man in den feinen Nervenröhren der Bauchganglienkeite bei den Insecten noch deutlich und beim Druck erscheint es an den verletzten Enden dieser Röhrchen, wie schon Treviranus früher abbildete, hervorge drängt, was zur Charakteristik dieser Theile wohl beiträgt. Übrigens mag auch in den Röhrenwänden noch eine tiefere Organisation verborgen liegen, die aber bis jetzt nicht zu erweisen ist. Weitere lebhaft e Theilnahme möge diese für die gröfsern Abtheilungen des Thierreiches wichtigen Structurverhältnisse noch vielseitig beleuchten und dadurch immer klarer entwickeln helfen.

des Körpers ununterbrochen verlängertes Centralorgan für die Empfindung und geistige Kraft, welches allerdings charakteristisch zu sein scheint, da es noch bei keinem aller übrigen Thiere bemerkbar geworden ist, deren Nerven, wo sie deutlich erreichbar sind, nur, durch nervenmarkführende Cylinderröhren verbundenen, kleineren Ganglien gleichen. Auch die in der Form einem Centralorgane und Rückenmarke ähnliche Bauchganglienkette der Insecten ist in ihrer Structur offenbar ganz abweichend vom Baue des Rückenmarkes und stellt nur eine lineäre Reihe von Ganglien dar, die wie die gewöhnlichen Ganglien von markführenden Cylinderröhren durchsetzt und verbunden werden ⁽¹⁾.

Diese Markthiere lassen sich nicht viel anders abtheilen, als sie schon immer geordnet gewesen sind, in Säugethiere, Vögel, Amphibien, Fische. Daß man aus dem Schnabelthiere und den übrigen Monotremen eine besondere Classe der Greife machen müsse, wie Wagler vorschlägt, ist nach der bisherigen Kenntniß jener Formen nicht zu entscheiden. Sie reihen sich, selbst wenn sie (doch wohl reife) Eier legen, leicht an die Säugethiere an. Anders ist es mit dem Menschen. Der Mensch ist bisher immer zum Thierreiche gestellt und auch von Cuvier, gewiß nach vieler Erwägung des abweichenden Urtheils Anderer, bei den Säugethiern einge-
reicht worden. So lange die vollkommene Structur des Menschen und der Wirbelthiere nur eine höhere Entwicklungsstufe der unvollkommenen wirbellosen Thiere zu sein schien, gab es, des allmähigen Überganges halber, allerdings ebensoviel Grund viele andere Gruppen der thierischen Organis-

(1) Man kann bei den Insecten mit vielen auch der neuesten Anatomen leicht verleitet werden aus der Function der Ganglienreihe auf ihre dem Rückenmark ähnliche Natur zu schließen. Die mikroskopische Structur scheint aber für das Urtheil entscheidend zu sein und ich bin dieser gefolgt. Sehr verschiedene Organe können zuweilen, und auch constant, sehr ähnliche Functionen übernehmen, ohne daß deshalb ihr tief begründeter organischer Unterschied wegfällt. Die Füße mancher Säugethiere werden zu Flügeln, der Schwanz der Affen und Springthiere, der Schnabel der Papageyen, die Rippen der Schlangen und der Mund des Blutegels zu Bewegungsorganen und sind doch so wenig Flügel und Füße, als die Harn oder Galle absondernde Haut eines Kranken zur Niere oder Leber wird. So vertritt auch bei Hirschen und Antilopen, die ich untersuchte, als Normal-Zustand eine Mehrzahl von Lebergängen die Stelle der Gallenblase und des Gallenganges, ohne den Namen der letztern zu verdienen und die wohl dem Pankreas ähnlich gestellten und vielleicht fungirenden Blinddärme der Fische sind kein Pankreas, weil es eben Blinddärme sind, die sich mit Chymus füllen.

men in ein besonderes Reich oder eine besondere Classe zu stellen, als gerade den Menschen. Anders aber erscheint es jetzt. Die allmäligen organischen Übergänge von Thieren bis zum Menschen, als zusammenhängende Reihe vom Einfachen bis zum Zusammengesetztesten, haben sich der forschenden Beobachtung als unbegründet erwiesen. Das Infusorium hat dieselbe Summe von Organisations-Systemen als der Mensch. Daher ist es denn doch jetzt natürlicher und besser gethan, nicht mehr im Menschen den Typus der Thiere, sondern in den Thieren den Typus des Menschen zu suchen und anzuerkennen.

Man hat nun, um den Menschen von den Thieren specieller zu sondern, die Geistesfähigkeiten der letztern als geringer bezeichnet und die Vernunft oder das Urtheilsvermögen den Thieren abgesprochen und hat gemeint mit dem Namen Instinct eine Kluft zwischen Thier und Menschen zu bezeichnen. Wer die Thiere in ihrer Lebensthätigkeit viel beobachtet, findet diese Kluft oft sehr gering und zweifelt wohl gar daran. Sie sind verständig und beurtheilen vieles. Ja ich könnte selbst über Infusorien manche Beobachtung offenerer freier Geistesthätigkeiten mittheilen. Es ist etwas andres was eine völlig abgeschlossene Scheidewand zwischen den Menschen und die Thiere stellt. Man hat es auch wohl längst erkannt und ausgesprochen (vergl. Rudolphi's Physiologie II. p. 259), allein es ist auf Systematik, meines Wissens, nicht angewendet worden. Es ist die geistige Entwicklungsfähigkeit des Geschlechts. Auch bei den Thieren entwickelt sich Verstand, Vorsicht und Urtheil im Individuum mit dem Alter, aber das Geschlecht entwickelt sich nicht. Dieselben Thiere standen, soweit die Geschichte reicht, auf derselben Stufe sowohl körperlicher Entwicklung als geistiger Fähigkeit, während die Geschichte die Menschen unsrer Zeit vor den früheren, selbst den Weisen der Griechen und Inder, als geistig auf das glänzendste weiter entwickelt, völlig klar erkennen läßt.

Es fragt sich nun, ist es erlaubt diesen einzigen abschließenden Unterschied des Menschen vom Thiere in die Systematik aufzunehmen. Die Fähigkeit zur Entwicklung ist allerdings wohl kein physiologischer oder organischer Grund, wonach der Mensch in der Reihe der Organismen rangirt werden dürfte, allein der doch mit großer Wahrscheinlichkeit hervortretende organische Grund dieser Fähigkeit scheint hinreichend zu sein, eine Isolirung des Menschen logisch zu vertheidigen. Der Grund der Fähigkeit einer

fortschreitenden Entwicklung, nicht bloß der Individuen mit dem Alter, sondern der Geschlechter, läßt sich organisch in dem Abgeglichensein der verschiedenen organischen Systeme erkennen. Bei den Thieren sind meist das Bewegungs-, Ernährungs- und Fortpflanzungssystem überwiegend entwickelt. Beim Menschen zeigt die mittlere Körpergröße und die verhältnißmäßig stärkere Größe des Gehirns und Rückenmarkes eine gleich große verhältnißmäßige Entwicklung des Empfindungssystemes, die sogar nicht selten überwiegend und für den Organismus des Individuums, wie bei keinem Thiere, nachtheilig wird.

Diesen Ansichten folgend habe ich denn das bisherige Thierreich dem Rechte und Gefühle des Menschen wie ich glaube angemessener als ein Naturreich des Menschen betrachtet, nach dessen vollendetem Typus auch die Thiere sämtlich, nur ohne gleiche Harmonie der Organisations-Glieder, gebildet sind. Der Mensch selbst steht durch dieselben organischen Characteres, welche die Thiere ihm unterordnen, in einem eignen Kreise dieses Naturreiches, welches man auch das Reich der beseelten willensfreien Naturkörper, oder vielleicht mit noch glücklicheren, nur nicht zu Gebote stehenden, Namen benennen könnte, allen Thieren gegenüber.

Der Kreis der Thiere im Gegensatze des Kreises des Menschen scheint im Reiche des Menschen bei einer, nicht durch vorgreifende Logik der Natur entfremdeten, Übersicht seiner besondern organischen Verhältnisse, 6 große Abtheilungen zu bilden, deren 2 die Rückenmarkthiere, 4 die rückenmarklosen Thiere umfassen. Es sind 1) Familienthiere, 2) Einzelthiere, 3) Gliederthiere, 4) Weichthiere, 5) Schlauchthiere, 6) Traubenthier oder Strahlthiere. Die letzten 3 nannte Linné *Vermes*, die ersten 2 nannte Cuvier *Vertebrata*, die letzten 2 derselbe *Zoophyta*.

Die 4 Classen der Markthiere, *Myeloneura*, lassen sich nämlich bequem, wie bisher, durch ihr Blutsystem in Warmblütige und Kaltblütige einteilen. Erstere sorgen, mit wenigen unsichern Ausnahmen, für ihre Jungen, letztere nicht, man kann sie daher, um einfachere Namen zu erhalten, auch Familienthiere und Einzelthiere nennen. Die warmblütigen Markthiere oder Familienthiere, *Nutrientia*, d. i. Säugethiere und Vögel, scheinen sich am schärfsten durch Reifgebären und Unreifgebären zu charakterisiren. Die Einzelthiere, *Orphanozoa* oder kaltblütigen Markthiere,

Amphibien und Fische, welche für ihre entwickelten Jungen nicht sorgen, sind nur durch das Athmungsverhältniß der erwachsenen und unverkümmer-ten Individuen charakterisirt. Amphibien, welche neben den Lungen die Kiemen der Jugend beibehalten, wie *Proteus*, entfremden sich dadurch ihrer Classe nicht.

Die marklosen Thiere, *Ganglioneura*, zerfallen, meinen Beobachtungen nach, ebenfalls durch eine Eigenthümlichkeit ihres Blut- und Gefäßsystemes in 2 Reihen, welche den beiden Reihen der Markthiere entsprechen. Während nämlich alle Rückenmarkthiere ein Centralorgan des Gefäßsystems, ein pulsirendes Herz, besitzen, welches zur Fortbewegung und Circulation der Blutmasse hauptsächlich einwirkt, so findet sich dies nicht ebenso überall bei den Rückenmarklosen. Ich habe mich überzeugt, daß die Circulation des Blutes bei all den Formengruppen, welche Cuvier Zoophyten nannte, ohne Pulsation eines Herzens oder erweiterter Gefäße auf bei ihnen näher zu bezeichnende Weise geschieht und wenn ich auch bei den Anthozoen oder Corallenthieren eine Säftebewegung überhaupt direct nicht deutlich sehen konnte, so sah ich doch pulslose mit Saft erfüllte Canäle, Gefäße, bei ihnen, wie ich bereits angegeben habe, deutlich und bei andern Gruppen wenigstens nirgends eine Pulsation. Dagegen haben aber allerdings alle wahren Gliederthiere und Mollusken deutlich pulsirende Herzen oder Gefäße. Ich glaube daher, durch viele eigne Beobachtungen unterstützt, die marklosen Thiere zunächst in Herzthiere oder Pulsthier, *Sphygmozoa*, *Cordata*, und in pulslose Gefäßthiere, *Asphycta* oder *Vasculosa*, nicht ohne Nutzen für klare Übersicht abzu- theilen.

Die marklosen Herzthiere oder Sphygmozoen, Pulsthier, werden durch die 2 großen Thiergruppen der Gliederthiere und Weichthiere repräsentirt und es handelt sich nun um einen wesentlichen organischen Unterschied und Charakter, welcher jede der beiden Gruppen bezeichnet. Die Gliederthiere, *Articulata* von Cuvier, *Insecta* von Linné, unterscheiden sich, wie es mir den Untersuchungen zufolge scheint, von den Mollusken nicht durch viele Gelenke, sondern durch eine wahre Gliederung ihres Körpers. Unter dieser wahren Gliederung verstehe ich aber keineswegs bloß gewisse deutliche ringartige Abtheilungen oder Einschnürungen des Leibes, denn solche ähnliche mehr-

fache Einschnürungen des Körpers giebt es auch bei den Corallenschnecken (*Ascidiae compositae*, *Aggregata*) und anderen wahren Mollusken. Vielmehr scheint mir ein Charakter in der gegliederten Vertheilung der Nervensubstanz zu liegen. Die Nervenknoten der Gliederthiere bilden eine Gliederreihe, welcher die Körpergliederung entspricht und die den Mollusken überall zu fehlen scheint. Zwar finden sich auch bei den Gliederthieren, obwohl oft, doch nicht immer gerade soviel Nervenknoten als Leibesgliederungen sind, allein dann treten doch, wie es scheint, immer bestimmte strahlige Fäden an die hin, denen die eignen Ganglien fehlen. Selbst in den Fällen wo die Ganglienreihe viel näher zusammenrückt als die Gliederreihe, oder wo sie gar in einen einfachen gröfseren Knoten verschmilzt, wie bei kurzschwänzigen Krebsen u. dergl., erkennt man theils die Zusammenhäufung, theils die zu den Körpergliedern einzeln davon hingehenden regelmässigen Strahlen. So weit die intensiven Untersuchungen und die Sehkraft reichten sind mir Ausnahmen nicht bekannt geworden. Die Mollusken aber zeigten bisher nie eine solche reihenweise Gliederung der Nervensubstanz, sondern ihre Ganglien sind, wie schon Cuvier als Charakter richtig bezeichnete, zerstreut und deren Strahlungen beziehen sich zwar auch auf alle Theile des Körpers, aber nicht auf Gliederungen. Die Gliederung der Gliederthiere kann man da, wo allen einzelnen Gliedern ein einzelnes Markganglion entspricht, eine vollkommene wahre Gliederung und wo die zusammengehäuften Ganglien nur durch Nervenstrahlen ihre Anwesenheit und directe Beziehung im Einzelnen anzeigen, wahre unvollkommene nennen.

Aufser den bisherigen 4 Classen der Gliederthiere, wie sie Cuvier in Übereinstimmung mit den neuesten Kenntnissen der Organisation gesichtet hat, scheint mir noch eine fünfte sich aus den bisher bei den Ringwürmern (Annulaten), oder bei den Planarien und Entozoen angehängten Naidinen (¹) zu ergeben, ich nenne sie die Classe der Spaltthiere oder So-

(¹) Cuvier hat sie zwar neuerlich zu den Annulaten gestellt, allein der vorsichtige tiefere Kenner der Ringwürmer, Savigny, hat sie nicht in deren Gruppe aufgenommen. Oken hatte sie in seinem Handbuche der Naturgeschichte von 1815 mit *Gordius* bei den Planarien. Ich stellte sie 1830 interimistisch auch zu den *Turbellariis rhabdocoelis* (*Symbolae physiscae Evertebrata* I.). Ich hatte dabei die Ansicht, dafs ihre Selbsttheilung eine systematische Berücksichtigung verlange, denn sie sind Thiere welche Ringwürmer-Stöcke bilden, wie

matotomen. Sie unterscheidet sich von den Ringwürmern durch Selbsttheilung ihrer Formen. Die Somatotomen oder Naidinen sind als Ringwürmer diejenige Entwicklung der Formen, welche die *Ascidiae compositae* (nur diese durch Knospenbildung) bei den Mollusken und die Strudelwürmer, Moosthiere und Kapselthiere (letztere beide Gruppen ebenfalls durch Knospenbildung) bei den Schlauchthieren darstellen. Unter den Strahlthieren oder Traubenthieren ist diese Erscheinung für die ganzen Classen der Corallenthier (Blumenthiere) und Magenthier wohl allgemein. All diese Formen bilden nämlich Thier-Stöcke, welche den Pflanzen-Stöcken, obwohl ihrer Natur nach völlig verschieden, in der Form sehr ähnlich sind. Es giebt Monaden-Stöcke, Corallenthier-Stöcke, Strudelwürmer-Stöcke, Kapselthier-Stöcke, Moosthier-Stöcke, Mollusken-Stöcke, Gliederthier-Stöcke, so daß es nur noch an Markthier- oder Wirbelthier-Stöcken fehlt, um dies Verhältniß im Thierreiche allgemein erscheinen zu lassen. Ja in den jetzt in Europa lebenden siamesischen Zwillingen ist diese Stock-Bildung, Bestockung, sogar bei lebenden Menschen anschaulich, jedoch pathologisch, indem der Grund der Erscheinung in diesem Falle offenbar ein anderer, weder normale Knospenbildung noch Theilung, sondern abnorme, widernatürliche Doppelbildung vom ersten Entstehen an ist.

Corallenthier Corallenstöcke und wie der *Polva* und andere Monaden durch Theilung Uvellen und Monadenstöcke bilden. Die Einwendung größerer Organisation der Naiden, als der Planarien, welche man hätte machen können, konnte mich vom Anschließen jener an diese so wenig abhalten, als die etwas abweichende Form, da ich ersteres als ungegründet und letzteres als unwesentlich aus vielfachen Untersuchungen kannte. Die Turbellarien haben eine ebenso große Zusammensetzung des Organismus, als die Ringwürmer und haben auch oft deutliche Glieder, die vielleicht sogar eine vollkommene wahre Körpergliederung darstellen, wie sie bei Blutegeln und andern fußlosen Annulaten vielleicht nicht vollkommener sein mögen, obwohl diese dort noch nicht klar dargestellt werden konnte. Der Grund, welcher mich jetzt veranlaßt die Naidinen von den Turbellarien wieder zu trennen, ist weder ihr röthliches Blut, noch sind es ihre Füße und Gliederung, noch ihr sonstiges äußeres Ansehn, Gründe, welche wohl Cuvier leiteten, die aber allzu leicht bestechen und verleiten, es ist vielmehr die deutliche Pulsation und Contraction der Gefäße, ein, wie ich hiermit festzustellen glaube, organisch sehr wichtiger, aber nur aus großen eignen Beobachtungsreihen abzunehmender Charakter. Naidinen sind Herzthiere, Strudelwürmer sind Gefäßthiere.

Diese Thierstock-Bildung, welche sich in sehr bestimmten Grenzen hält, scheint dem Organismus gewisser Gruppen und Classen ganz zuwider zu sein, dagegen anderen giebt sie durch ihre Anwesenheit offenbar einen Charakter. Nun scheint es zwar dafs in den einer Thierstock-Bildung fähigen Gruppen diese Entwicklung sich zuweilen nur in gewissen einzelnen, nicht in allen Formen zeigt, allein eine genauere Beobachtung hat mich belehrt, dafs da wo viele Formen es haben, die verwandten abweichenden sich wahrscheinlicher nur der Beobachtung mehr entzogen haben. So ist bei den *Polygastricis* die Monadenstock-Bildung, sei es auch als einfache Selbsttheilung oder Knospenbildung, ein meist nachweislicher, daher mit größter Wahrscheinlichkeit ganz allgemeiner Charakter. Ebenso verallgemeinert er sich, meiner Erfahrung nach, immer mehr bei den Anthozoen oder Corallenthieren u. s. w. Ich folgere daraus dafs man unrecht thun würde, wollte man aus diesen Classen die Formen entfernen, welche keine Stockbildung oder Knospenbildung und Selbsttheilung erkennen lassen. Solche sind offenbar nur einer weitem Beobachtung zu empfehlen. Anders verhält es sich mit den Thier-Classen, deren Formen in der Abgeschlossenheit der Gestalten einen Charakter haben. Ein sich selbst theilendes oder knospen-treibendes Markthier oder Wirbelthier erscheint in der Vorstellung so möglich, als ein sich selbst theilender Zoophyt, allein ein knospentreibender oder sich selbst theilender Fisch oder Vogel erscheint als ein Widerspruch, als eine *Contradictio in adjecto*, ebenso ist es mit Amphibien, Vögeln, Säugthieren und dem Menschen. Ganz ebenso kann ein Hirsch mit 6 Füfsen, wenn deren einst als normale Bildung vorkommen sollten, so ähnlich er auch übrigens der Gattung wäre, nicht Hirsch genannt werden. Ja es läfst sich mit Recht behaupten dafs es nie vorkommen werde, weil es, wenn auch scheinbar logisch möglich, doch gegen die Analogie ist, daher aber wahrscheinlich auch unlogisch ist. Ein eben solcher Widerspruch liegt in einem knospentreibenden oder sich selbst theilenden Räderthiere, einer solchen Akalephe, einem Seesterne, einem Seeigel, einem Saugwurme und einem Fadenwurme, ferner in einer sich selbst theilenden Scheidenschnecke, einer Armschnecke, einer Muschelschnecke, Sohlenschnecke, Flossenschnecke, wie in einem proliferirenden Tintenfisch, endlich in einem sich theilenden oder knospenbildenden Insect, einer Spinne, einem Krebse, einem Ringelwurme. Dagegen fällt die-

ses Gefühl des Widerspruchs, welches durch entgegengesetzte Congruenz der großen Massen von Erscheinungen hervorgebracht und mithin tief begründet ist, überall weg, wenn dergleichen Formen als besondere Classen von Thieren den großen Abtheilungen eingereiht werden.

Dasselbe Gefühl des Widerspruchs, der *Contradictio in adjecto*, scheint hie und da angeregt zu haben, die, wie man behauptet, eierlegenden Säugethiere in eine eigene Classe abzusondern, allein da läßt sich, wie ich bereits bemerkt habe, vielleicht ein andrer Ausweg zu Stande bringen. Erstlich ist das Factum nicht sicher und zweitens wäre im Falle dieser Sicherheit nur dann erst eine solche Schwierigkeit vorhanden, wenn die gelegten Säugethier-Eier nicht das Junge schon vollendet entwickelt enthielten, sondern eine Bebrütung oder Brutzeit verlangten. Nur das Unreife des Vogeles scheint die Verschiedenheit charakteristisch zu machen. Übrigens kommt bei vielen andern Thieren bekanntlich beides vereint in einem und demselben Individuum vor. Gewieht hat die Differenz nur bei den Familienthieren.

Als eine sichere Beobachtung eines proliferirenden Thieres in einer dem Proliferiren selbst widerstrebenden Thier-Classe und Gattung ist mir, wenn ich die Naidinen, als auch sonst unterscheidbar, ausnehme, nur die von O. F. Müller 1784 in der *Zoologia danica* beschriebene und auf Tafel 52 abgebildete *Nereis prolifera* bekannt, von welcher Savigny sagt (*Systeme des Annelides*) daß sie in die Gattung *Syllis* übrigens recht wohl passe. Da man nun aber außer dieser einzigen keine andere Form irgend einer unbestreitbar wahren Gattung der Annulaten, die so zahlreich an Formen und Individuen sind, bisher beobachtet hat, da ich auch selbst viele Tausende dieser Thiere lebend, zum Theil oberflächlich wenigstens gesehen und betrachtet, zum großen Theil aber sehr genau zergliedert habe, ohne je eine proliferirende zu bemerken, so dürfte es auch wohl naturgemäßer sein, dies einzelne Factum nicht für hinreichend zu erachten, so allgemeine Bildungsgesetze schwankend zu machen. Es läßt sich auf 2 Wegen etwas einwenden. Einmal ist das Factum wieder noch nicht bestätigt und selbst wenn man, den Entdecker ehrend, der Beobachtung allen Glauben schenkt, so lassen sich über das Gesehene verschiedene Meinungen feststellen. Müller selbst würde das Thierchen, seines Proliferirens halber, wenn er es in süßem Wasser gefunden hätte und wenn es keine Cirren an den Füßen gezeigt hätte, gewiß für eine *Nais* gehalten haben. Das Vorkommen im Meere,

die Augen und Cirren überredeten ihn offenbar, es zur Gattung *Nereis* zu stellen. Der Eindruck, den das Proliferiren auf Müller machte, ist in seiner Beschreibung deutlich ausgesprochen. Er hielt es für etwas Unerhörtes, *cujus ne suspicionis quidem rudimentum unquam in congeneribus adfuit*. Savigny, der Systematiker für die Ringwürmer, hatte die Anschauung nicht selbst gehabt und hielt sich deshalb an die besondern äußern Organe, wie sie Müller beschrieben und abgebildet und beachtete das Proliferiren wenig, daher stellte er die Form zur Gattung *Syllis*, obschon er in der geringen Körperlänge etwas ungewöhnliches fand. Auch ist die Anwesenheit eines ausziehbbaren Rüssels, die er annimmt, nicht aus Müllers Beschreibung klar, ja dieser sagt sogar ausdrücklich: *nee in congeneribus solita proboscis videbatur*. So kann man denn allerdings die den *Syllis* verwandte Form, welche sich durch den wichtigen Charakter des Proliferirens auszeichnet, doch wohl als gar nicht zu jener Gruppe gehörig betrachten. Es mag vielleicht eine Naidenform gewesen sein, die durch ihre Cirren, welche gar nicht Kiemen waren, d. h. keine Blutbewegung im Innern besaßen, wie es oft der Fall ist, sich nur als eigene Gattung dieser durch ihr Proliferiren sehr ausgezeichneten Gruppe zu erkennen giebt, an welche Eigenthümlichkeit sich denn auch noch andere bisher unbeachtete Organisations-Verschiedenheiten anschließen mögen. Genug ich halte es für sehr unsicher mit dieser Form irgend eine einflußreiche Vorstellung zu begründen (*).

Außer dieser *Nereis prolifera* wurde im Jahre 1815 von Savigny, Desmarest und Lesueur die interessante Entdeckung gemacht und durch ersteren völlig begründet, daß es proliferirende Mollusken gebe. Zwar hatte schon der Entdecker der Salpen, Peter Forskål, deren Zusammensetzung erkannt, allein dieses war kein Proliferiren und daß es Mollusken im begrenzteren Sinne unserer Zeit waren, blieb ihm auch unklar, er verband sie mit Akalephen (*Physophora*) und Echinodermen (*Fistularia* = *Holothuria*)

(*) Neuerlich ist noch eine ähnliche Erscheinung von Herrn Sars in Norwegen zur Sprache gebracht worden. Er glaubt nämlich eine sich selbst theilende Akalephe beobachtet zu haben, die er *Strobila octoradiata* nennt. Ich habe in einem Vortrage vor der hiesigen naturforschenden Gesellschaft vom 24. Mai 1836 wahrscheinlich zu machen gesucht, daß diese einem, wie es scheint, wichtigen physiologischen Bildungsgesetze widerstrebende Form wohl eine sich theilende *Lucernaria*, also keine Akalephe, sondern ein *Anthozoon* sei. Vergl. Mittheilung der berl. nat. Gesellsch. 2. Quartal. p. 22.

Spätere Bemerkung.

in seiner Mollusken-Classe. Erst nachdem Cuvier und besonders Savigny durch seine musterhafte Anatomie der so schwierigen Ascidien, Salpen, Pyrosomen und Botryllen (*Memoires sur les animaux sans vertebres*) die organische Übereinstimmung dieser Formen unter sich und mit den *Molluscis accephalis* außer allen Zweifel gestellt hatte, wurde die Ordnung der schalenlosen Akalephen, oder der Scheidenschnecken (*Mollusca tunicata*) durch Lamarck zu einer festen gesonderten Gruppe erhoben. Das Zusammenhängen der Salpen-Brut, welches durch von Chamisso's schöne Beobachtung noch interessanter geworden (Vergl. v. Chamisso *de Salpa*) mag wohl die Ursache gewesen sein, warum man auf den ganz verschiedenen Charakter des Proliferirens der Pyrosomen und Botryllen weniger Gewicht legte. Daher hat Savigny sowohl als Cuvier die proliferirenden Mollusken nur als eine besondere Familie der Scheidenschnecken abgehandelt. Man berücksichtigte und erkannte weniger ihr so merkwürdiges Kuospentreiben, als vielmehr den dauernden organischen Zusammenhang einer Mehrzahl von Individuen, welcher aber nur eine nicht nothwendige Folge jenes tieferen Bildungsgesetzes ist. Schon darin aber, daß man die Formen als eine besondere Gruppe bildend ansah, liegt eine Anerkennung der organischen Wichtigkeit des sie unterscheidenden Charakters, die ich hiermit noch mehr hervorzuheben beabsichtige.

Genug es scheint in jenen Charakteren und in deren organischen noch nicht ganz enthüllten Ursachen ein wichtiges Hinderniß für die Einreihung der Naidinen in die Classe der Ringwürmer obzuwalten, welches mich denn auch veranlaßt hat, dieselben in einer besondern Classe als Spaltthiere, *Somatotoma*, zu verzeichnen.

Übrigens habe ich die Gliederthiere nach der Festigkeit ihrer Gliederzahl abtheilbar gefunden, die ich bei den Spaltthieren und Ringwürmern als nie völlig fest erkannte. Die Insecten, Spinnen und Krebse nach dem Athmungssystem zu unterscheiden hat mir am naturgemäßeften erschienen. Einzelne Schwierigkeiten mögen in der bisherigen mangelhaften Beobachtung begründet sein. Die inneren Lungen und Kiemen (Gefäß-Blätter) der Spinnen scheinen mir von den äußeren Luftkiemen (Gefäß-Kämmen) einiger Crustaceen recht wohl unterscheidbar und wenn bei einigen Arachnoiden, wie ich es bei *Solpuga* beobachtet habe, Lufttröhren und innere Kiemen gleichzeitig vorkommen, so erinnert dies an die doppelt respirirenden Am-

phibien (*Protius*), welche dennoch wahre Lungenthier sind. Die rothe Farbe des Blutes bei den Ringwürmern als Classencharakter anzusehen scheint weder durchführbar noch nöthig. Den röthlichen Saft im mittleren Bauchcanale der *Aphrodita aculeata* möchte ich nicht für Blut halten, ob- schon ich seine Bestimmung nicht ermitteln konnte. Andere weifsblütige An- nulaten hat auch Mertens beobachtet. Die Classe der Cirropoden nach Cuvier ist als eine Abtheilung der Gliederthiere und zwar der Crustaceen neuerlich befestigt worden. Eben da schliesen sich meinen eignen, die Nordmannschen häufig bestätigenden, Untersuchungen noch die Lernaeen an, wenn auch einzelne Theile des Organismus, besonders das Verhältniß des Nervensystems zur Gliederung, noch nicht klar entwickelt sind.

In der Übersicht der zweiten grossen Abtheilung der Herzthiere, den Mollusken, der vierten des gesamten Thierreiches, scheint die von Cu- vier eingeführte Mehrzahl von Classen sehr natürlich. Ich selbst würde die sämtlichen Formen meinen Beobachtungen nach in 7 Classen theilen, deren 5 (Cephalopoden, Pteropoden, Gasteropoden, Acephalen und Brachiopo- den) mit den von Cuvier errichteten Classen übereinstimmen, eine von La- marek errichtet wurde, *Tunicata*, und eine von mir vorgeschlagen wird. Letzteres ist die bereits erläuterte Classe der *Aggregata*, welche die proli- ferirenden Mollusken umfaßt, die ich Corallenschnecken nenne. Die Cirropoden Cuviers sind keine Mollusken, sondern Gliederthiere. Die Heteropoden Lamarck's sind von den Pteropoden zu unwesentlich ver- schieden. Die ganze grössere Gruppe der Mollusken zerfällt in deutlich kopfführende und in kopflose Formen. Die kopfführenden geben nach den Bewegungsorganen, die kopflosen nach den Respirationsorganen die natür- lichsten kleineren Gruppen. Schwimmende Gasteropoden schwimmen, mei- ner Erfahrung nach, durch Bewegung des ganzen Körpers, nicht blos der Sohle. Brachiopoden habe ich nie lebend selbst beobachtet.

Die noch übrigen zu betrachtenden Formen des Thierreichs sind die rückenmarklosen Gefäßthiere, welche Cuvier *Zoophyta* nannte, die man bezeichnender *Asphycta* oder *Fasculosa* nennen kann. Sie zeigen, wie alle übrigen dem Gesichtssinne zugänglichen Thiere, Gefäße mit einem Kreisläufe von Säften, aber nie einen Pulsschlag. Der Säftelauf erscheint wie rinnendes Wasser in einer Glasröhre. Die äussere Gefäßwand ist ohne alle Bewegung, während im Innern ein rasches Strömen sichtbar ist. Zu-

weilen erkennt man die Ursache des Stromes deutlich als ein Zittern der innern Gefäßwand, welche Wimpern oder Falten, den Klappen der Venen ähnlich, erkennen läßt. Oft sieht man nur dieses Zittern der innern Darmanhänge, wo man Blutkörnerbewegung zu sehen meint. Anwesenheit von inneren bewegten Falten oder Wimpern in diesen Canälen beweist, daß die Canäle selbst, so fein sie auch sind, aus wenigstens 2 Häuten bestehen. Diese sehr eigenthümliche Einrichtung, welcher eine ähnliche andere zur Seite geht, wonach bei vielen dieser Thiere anstatt einer wahren peristaltischen Bewegung des Darmcanals bloß ein Wirbeln der inneren Darmhaut (Darmzotten) statt findet, welches den Speisebrei in oscillirende, kreisende oder fortschreitende Bewegung versetzt, ist der Charakter der ganzen Abtheilung. Man muß sich hüten die oft sehr ähnliche Chymusbewegung im Darne für Blutbewegung zu halten, daher die wahren Ernährungscanäle durch farbige Nahrung freiwillig anfüllen lassen. Auf diese Weise habe ich denn auch die verschiedenen Systeme gesondert erkannt. Pulsation der Gefäße verweist eine neue Thierform sogleich aus dieser Abtheilung in eine der früheren, so ähnlich sie auch einigen Formen derselben, der Gestalt nach, sein möge.

Diese *Asphycta*, oder Zoophyten nach Cuvier, habe ich durch Berücksichtigung der Form ihres Ernährungssystems am natürlichsten abtheilen zu können gemeint und dieser Charakter hat noch das Vorzügliche, daß er leicht erkennbar ist. Sämmtliche Formen der Abtheilung haben entweder einen einfachen schlauchartigen oder sackförmigen Darm, oder einen strahlenartigen, verzweigten. Zuweilen ist der letztere nur einfach gespalten oder traubenartig. Die Anwendung dieses bisher unbenutzten Charakters auf Systematik zertheilt zwar die meisten bisherigen Classen der Zoophyten in 2 Theile, allein, wie es scheint, gar nicht zum Nachtheil einer reineren Übersicht. Die neuen Gruppen werden offenbar natürlicher. Denn daß Seesterne und Seeigel als Echinodermen, Räderthiere und Magenthier als Infusorien, Saugwürmer und Fadenwürmer als Entozoen u. s. w. bisher unnatürliche Verbindungen waren, liegt wohl am Tage.

Die erste Abtheilung der Gefäßthiere und zugleich die fünfte des Thierreiches bilden dann die Schlauchthiere, deren Ernährungscanal ein einfacher, unverästeter Schlauch ist. Einige von diesen haben, wie Säugthiere und Insecten, eine beständige Form, andere proliferiren durch Knos-

penbildung oder Selbsttheilung und haben daher eine veränderliche Form. Die ganze Masse der Formen scheint sich mir in 6 Haupt-Gruppen oder Classen zu sondern. Unbeständige proliferirende Formen haben die 3 Classen der Moosthiere, *Bryozoa*, Kapselthiere, *Dimorphaea* und der Strudelwürmer, *Turbellaria*. Beständige Formen haben die andern 3 Classen, der Fadenwürmer, *Nematoidea*, der Räderthiere, *Rotatoria*, und der Seeigel, *Echinoidea*. Die Moosthiere, *Bryozoa*, welche aus den Haleyonellen, Flustren, Antipathes? und wohl den übrigen, in der Abhandlung über die Corallenthier pag. 153. 1834, von mir aufgezählten Gattungen bestehen, sind, soweit sie bekannt sind, immer weiblich, daher wohl hermaphroditisch und ihre männlichen Sexualorgane nur noch nicht beobachtet, weil alle Formen sehr klein sind. Die Kapselthiere, *Dimorphaea*, welche aus den Tubularinen und der großen Formenmasse der Sertularinen bestehen, sind durch die Eigenthümlichkeit sehr ausgezeichnet, daß es keine freien selbstständigen Weibchen zu geben scheint, sondern, daß alle Weibchen nur Knospen von Männchen oder Geschlechtslosen sind (¹). Diese beiden Classen haben Knospenbildung, aber keine Selbsttheilung. Die Strudelwürmer endlich, *Turbellaria*, haben zum Theil, vielleicht alle, Selbsttheilung, aber keine Knospenbildung und haben einen mehr oder weniger fein gegliederten Körper, dessen Gliederung jedoch wohl keine durch Nerventheilung bedingte wahre ist, indem die Strahlungen oder Ganglienreihen nicht sichtbar sind. Diese Turbellarien-Classe ist aber nicht mehr die frühere, welche ich 1830 in den *Symbolis physicis, Evertibrata*, zusammenstellte, sondern auch diese hat das Schicksal der durch Cuvier bestätigten Classen der Echinodermen, Polypen und Entozoen erlitten, indem ich sie, den neuen Principien gemäß, in 2 Classen getheilt habe, deren Charakter die verschiedene Darmform ist. Die jetzige Turbellarien-Classe, deren

(¹) Diese von mir 1831 der Akademie in der Abhandlung über die Corallenthier vorgebrachte Beobachtung ist neuerlich von Herrn Lovén durch neue Beobachtungen bestätigt worden, welchen sehr saubere Abbildungen beigelegt sind.

Die *Hydra* des süßen Wassers scheint sich aber doch, meinen neueren Beobachtungen zufolge, von den Sertularinen und selbst von den Corynen in ihrem Baue sehr zu entfernen, da sie keinen einfachen schlauchartigen Darm, sondern einen in die Fangarme hineingehenden verästeten hat, mithin den Blumenthieren, oder Corallenthieren, denen ich sie 1834 anreichte, näher bleibt. Vergl. Mittheilungen der naturf. Gesellsch. 1836. Spätere Bemerkung.

Formen häufig und vielleicht immer ein Wirbeln der Körperoberfläche zeigen, umfaßt nur die Gattungen mit einfachem Darne, welche die frühere Ordnung der *Turbellaria rhabdocoela* bildete, mit Ausschluss der Naidinen, die wegen ihrer pulsirenden Gefäße und Selbsttheilung eine eigne Classe der Spaltthiere bei den Gliederthieren ausmachen und mit Ausschluss des *Gordius*, der zu den Fadenwürmern gestellt ist. Diese neue Classe der Turbellarien besteht demnach aus den 18 Gattungen *Turbella* N., *Vortex* N., *Eurylepta* N., *Leptoplana* N., *Disorus* N., *Micrura* N., *Polystemma* N., *Derostoma* Duges, *Chaetogaster* Baer, *Orthostoma* N., *Gyratrix* N., *Tetrastemma* N., *Prostoma* Duges, *Hemicyclia* N., *Ommatoplea* N., *Amphiporus* N., *Nemertes* Cuvier und *Notogymnus* (*Notospermus* Henschke). Die *Turbellaria dendrocoela* mit verästetem Darne, oder die eigentlichen Planarien, bilden nun die eigne Classe der *Complanata* in der Abtheilung der Strahlthiere oder Traubenthiere ⁽¹⁾.

Die zweite Abtheilung der Schlauchthiere, welche keine Prolification, sondern eine beständige Form haben, besteht zuerst aus der Classe der Fadenwürmer, *Nematoidea*, einem früheren Theile der Entozoen, nämlich der Ordnung *Nematoidea* von Rudolphi, überdies aber aus den Gattungen *Gordius*, *Anguillula* (sonst *Vibrio*) und *Enchelidium*, welche letztere Gattung ich hier zuerst beschrieben habe (s. p. 219). Getrenntes Geschlecht, Mangel an Wirbelorganen und Scheingliederung des Körpers unterscheiden die Classe wesentlich von den beiden andern.

Es folgt die Classe der Räderthiere, *Rotatoria*, ausgezeichnet durch ihre Räder- oder Wirbelorgane am vordern Körperrande neben Hermaphroditismus und eigenthümlicher Bildung ihrer übrigen organischen Systeme. Es gehören dahin alle von mir bereits früher dieser Classe zugeschriebenen und ganz ausführlich bezeichneten Formen ⁽²⁾.

⁽¹⁾ In die gegenwärtige Classe der Turbellarien würde auch die neue Gattung gehören, welche Corda in Weitenwebers Beiträgen zur Natur- und Heilwissenschaft 1836 *Copopteroma Nais* genannt und abgebildet hat, die aber wohl nichts weiter als dieselbe Species von *Chaetogaster* ist, welche von Baer als *Ch. Limnaci* beschrieb und abbildete, der zuweilen frei im Wasser lebt. Vergl. *Nais diaphana* Gruith. *Acta Leop.* XIV. Spätere Bemerkung.

⁽²⁾ Die neue Gattung der Räderthiere, *Cystophthalmus Ehrenbergii*, welche zu Prag 1836 in Weitenwebers Beiträgen für Nat. und Heilwiss. II. p. 178, 1836 beschrieben und abgebildet worden, kann ich leider weder für der Familie der Ichthydinen angehörig, noch als

Endlich schließt sich hier die Classe der Seeigel, *Echinoidea*, an, welche der einfache Darm von den Seesternen trennt. Mangel an Räderorganen und periodisches Vortreten deutlicher Eierstöcke in allen Individuen, was Hermaphroditismus vermuthen läßt, unterscheiden die Classe von den beiden früheren. Zwar fehlt es noch immer an der Beobachtung männlicher Organe, allein da alle Individuen zu gewissen Zeiten Eiertrauben führen und da die männlichen Sexualorgane schon bei so vielen Thiergruppen, der Nachforschung ungeachtet, lange übersehen und dann doch aufgefunden worden sind, so wird es wahrscheinlich, daß auch hier mehr ein Mangel an Beobachtung, als ein Mangel an Organisation vorhanden sei. Die Holothurien gehören in diese Classe und den *Sipunculus* fand ich auch den Holothurien sehr ähnlich, wie man neuerlich schon öfter berichtet hat. Beiden fehlt das Kalkgerüst der Echinien, wie es Cephalopoden mit und ohne Rückenschulpe giebt. Die Kalkschale der Echinien ist nämlich ein inneres,

besondere Gattung anerkennen, indem es offenbar eine wohl kaum unbekannte, aber wegen Unklarheit der Beobachtung schwer zu entziffernde Species der Gattung *Notommata* zu sein scheint. Es ist nämlich in der Beobachtung und Darstellung Widersprechendes. Sehr scharf ist die schwierige Organisation des Auges aufgefaßt, so daß eine Crystalllinse und Augenkammern in Anregung gebracht werden, die nie vorher gesehen worden, allein damit stimmt nicht die geringe Erkenntniß der groben Muskeln und Bewegungsorgane des Körpers überein, die man bei allen größeren Räderthieren so leicht unterscheidet und welche samt dem zurückgezogenen Räderorgane und dem Zangenfusse gar nicht erkannt worden sind. Daß aber die Crystalllinse des Auges samt all jenen Feinheiten auf einer Täuschung beruht, läßt sich außer dem genannten Widerspruche noch anderweitig wahrscheinlich finden. Die Räderthiere können nämlich, wie auch die Planarien, schon deshalb keine Crystalllinse und wahre Augenkapsel besitzen, weil die Pigmentvertheilung auf ihrem Nervenganglion variabel ist. Die vierfüßigen Planarien zeigen oft die Augen in 2 verschmolzen und *Rotifer* zeigt nicht selten wie *Planaria lactea* 4 und 6 Pigmentflecke (Augen) anstatt der 2. Diese Variation hat man schon als Beweise gegen die Natur dieser Pigmentstellen als Sehorgane überhaupt angewendet, was aber nicht entscheidend ist. Entscheidend ist die deutliche analoge Structur des einfachen Auges der Daphnien, neben dem zusammengesetzten dieser Thiere, wegen des unterliegenden Hirnfortsatzes. Jener Augenbulbus der Räderthiere mit der sogenannten Crystalllinse u. s. w. ist also nur das Nervenganglion mit seinem dunkeln (Kalk?) Beutelchen und seinem aufsitzenden Pigment, welches allerdings in einer aber nicht bloß runden, sondern oft viereckigen Zelle liegt, die bei den *Brachionus*-Arten, so wie bei *Cyclops*, deutlich ist. Entweder scheinen zahllos viele kleine Linsen, die einzeln, wie bei den Insecten, mit Pigment umgeben sind, oder gar keine angenommen werden zu müssen. Der Gebrauch des Mikroskops wird freilich eine zeitlang noch viele, besonders junge Augen, zu raschen unrichtigen Vorstellungen und Mittheilungen verleiten, aber doch im Ganzen mehr nützen als schaden. Spätere Bemerkung.

kein äusseres Skelet und auch die Holothurien-Haut ist mit Kalkstacheln durchwirkt. Die Echinen haben aufser den Füßen äussere Cirren, welche denen der Seesterne sehr gleichen, in welchen ich eine Circulation beobachtet habe. Die Holothurien haben innere baumartige Respirationsorgane und all ihre äusseren Cirren scheinen nur Füße zu sein. *Sipunculus* hat weder äussere Füße noch Cirren. Seine Respiration geschieht vielleicht durch die Tentakel ähnlichen Organe des Mundes. *Priapulus*, den ich flüchtig gesehn, hat ebenfalls große Ähnlichkeit mit dem Baue der Holothurien und Echinen. Es fehlt hier noch einige Vervollständigung im Sinne dieser neuesten Ansichten.

Die sechste und letzte große Abtheilung des Thierreichs bilden alle solche rückenmarklosen und pulslosen Thiere, deren Ernährungscanal nicht einfach schlauchartig, sondern verästet, gabelförmig, sternförmig, baumartig oder traubenförmig ist. Ich nenne diese Thiere Traubenthier, *Racemifera*, und würde sie lieber Strahlthiere, *Radiata*, nennen, wenn nicht dieser Name schon in soviel andern Bedeutungen angewendet worden wäre. Auch in dieser Abtheilung zeigen sich 6 natürliche Gruppen oder Classen, deren einige gleichsam als Wiederholung und geringe Abänderung jener früheren Typen der Schlauchthiere erscheinen und bisher sogar mit diesen vereint besondere Classen bildeten. Die 6 Classen der Traubenthier oder Strahlthiere sind die Seesterne, *Asteroidea*, die Quallen, *Acalephae*, die Blumenthiere, *Anthozoa*, die Saugwürmer, *Trematodea*, die Plattwürmer, *Complanata* und die Magenthier, *Polygastrica*. Berücksichtigt man die Form und Stellung der Ovarien und sämtlichen Sexualtheile all dieser Formen, so treten sie in 2 größere Gruppen, welche die natürlichen Classen ungestört beisammenhalten. Eine dieser Gruppen zeigt eine strahlige Anordnung des Geschlechtsorganismus, die andere eine zerstreute. Jede enthält 3 Classen. Strahlige oder concentrische Anordnung der Ovarien besitzen die Classen der Seesterne, der Quallen und der Blumenthiere oder Corallenthier. Von diesen 3 Classen haben die beiden ersten nie eine Bestockung, weder durch Knospenbildung, noch durch Selbsttheilung, all ihre Formen haben vielmehr eine beständige, zuweilen wohl verbildete, monströse Gestalt, aber nie eine auch durch Auswachsen äußerlich entwickelnde Fortpflanzung. Die erstere der beiden Classen, die Seesterne, *Asteroidea*, welche man bisher mit den Seeigeln

verbunden *Echinodermata pedicellata* nannte, sind von den Akalephen organisches viel schwerer scharf zu unterscheiden, als von den Seeigeln, da harte und weiche Thiere sich in allen Classen finden. Die besten Charaktere der Seesterne sind wohl die Scheingliederung ihres Körpers, welche durch ein wirbelreiches daher biegsames inneres Kalkgerüst unterstützt und hervorgehoben wird, und die Anwesenheit von Kriechorganen ohne Schwimmorgane. Einige Seesterne sind festsitzend auf Stielen; verästete kann es aber darunter nie geben. Sollten ihnen ähnliche verästete, nicht vom Ei an doppelte, Formen vorkommen, so würden diese durch Knospenbildung oder Selbsttheilung entstanden sein müssen, eine auf organische Verhältnisse gegründete Erscheinung, die sie selbst, samt ihren einfach scheinenden nächsten Verwandten, zu *Umbellularia Emericus*, *Lucernaria* und den ähnlichen proliferirenden Anthozoen gesellen würde. Alle bekannten Formen der Seesterne zeigen den Charakter der Strahlung durch alle Systeme ihres Organismus.

Die Classe der Quallen oder Medusen, *Acalepha*, wie sie Eschscholtz reiner aufgefaßt hat, unterscheidet sich von den Seesternen durch Mangel an Gliederung und durch Vorhandensein von Organen zum Schwimmen, ohne Organe zum Kriechen. Es sind keine festsitzende bekannt und die Strahlung der Organisation geht zuweilen zwar deutlich, aber nicht bei allen Formen gleichartig, durch sämtliche organische Systeme. Einige Gattungen führen dachziegelförmig zusammengesetzte, mehr gelappte als gegliederte Schwimmblasen. Zuweilen besteht eine Strahlung nur aus Opposition von 2 gleichartigen Theilen in ihrer Beziehung auf den Centraltheil des Körpers (¹).

Jenen beiden Classen ähnlich ist der strahlige Bau der Corallenthiere (eines Theiles der Polypen Cuviers), welche ich als Classe der Blumenthiere, *Anthozoa*, bezeichne. Diese unterscheidet sich von jenen dadurch, daß ihre Formen sich in überwiegender Mehrzahl als proliferirend zu erkennen gegeben haben, durch welche Eigenthümlichkeit die wunder-

(¹) Über die *Strobila octoradiata* von Sars, welche eine theilbare Akalephe sein sollte, habe ich pag. 230 mich bereits erklärt und sie vorläufig zu den Lucernarien der Anthozoen (Polypen Cuviers) gezogen. Lovén vergleicht sie in seiner schätzbaren Abhandlung über *Campanularia*, die ich *Monopyxis* nannte, p. 21 mit *Syncoryna* der Anthozoen. *Vetensk. akad. Handlingar* 1836.

Spätere Bemerkung.

bare, so lange mißverstandene Form der Corallenstöcke hervorgeht, die eine in den Organisationsgesetzen des Individuums fest begründete, aber der Form des Individuums selbst ganz fremde, charakteristische Familienform bildet ⁽¹⁾. Nur wenige Anthozoen sind noch nie proliferirend gesehen worden, bei einigen dieser einfachen, z. B. den Actinien, hat es sich beim schärferen Nachforschen doch auch beobachten lassen, so daß die übrigen einfachen in der Einfachheit nur einen zufälligen Charakter *a potiori* zu besitzen scheinen. Besondere Bemerkung verdient es hier, daß alle Corallenthiere auf dem Rücken liegen und meist mit dem Rücken durch eigne Kalkabsonderung festgeheftet sind. In meinem specielleren Vortrage über die Corallenthiere von 1831, gedruckt 1834, habe ich die Familien der Sertularinen, Tubularinen und Hydrinen mit zu den Anthozoen gestellt. Neuere Beobachtungen haben mich davon abgehen lassen und rathsamer gemacht, die Sertularinen und Tubularinen als eine eigne Classe der Kapselthiere, *Dimorphaca*, festzustellen, wie ich schon pag. 9 jener Abhandlung vorbereitet hatte. Zu dieser Classe tritt denn auch die Gattung *Coryna* durch ihre Kapselbildung, so ähnlich sie auch der Form nach der Gattung *Hydra* ist, welche letztere der neuerlich von mir aufgefundenen Darmform halber, und da ihre sich auf Pallas stützende Kapselbildung noch unklar ist, bei den Anthozoen in besonderer Familie verbleiben mag. Die von Rösel beobachtete spontane Längs- und Quertheilung der *Hydra* ist von mir zwar nicht in Erfahrung gebracht, paßt aber allerdings für die Classe der Anthozoen. Seine haarigen Körper, die er für äußere Eier gehalten, mögen wohl ein parasitisches Infusorium (*Actinophrys*?) gewesen sein, dessen Vergrößerung er für Eientwicklung hielt.

Die letzten 3 Classen der Traubenthiere und des ganzen Thierreiches zeigen keine strahlige Anordnung der Ovarien und des ganzen Geschlechtssystems. Zwei derselben, die Saugwürmer und Plattwürmer, unterscheiden sich von der dritten, den Magenthierchen, durch Mangel an Prolification ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Daß diese oft pflanzenartigen Familien-Formen gar keinen innern physiologischen Charakter einer Pflanze, aber alle Haupt-Charaktere des Thieres enthalten, habe ich samt den speciellen Bildungsgesetzen der Corallenthier-Stücke in meinem Vortrage über die Corallenthiere zuerst entwickelt.

⁽²⁾ Ich bediene mich dieses neueren *terminus technicus* aus *Linné's philosophia botanica*,

Die erstere dieser Classen, die Saugwürmer, *Trematodea*, hatte man bisher mit den Fadenwürmern, *Nematoidea*, in eine und dieselbe Classe der Entozoen vereinigt. Die Verschiedenheit der Form des Ernährungsorgans hat mich veranlaßt, die Nematoiden als eine besondere Classe der Schlauchthiere anzusehen. Die übriggebliebenen ehemaligen Trematoden, samt den *Cestoides* und den *Acanthocephalis*, bilden vereint die gegenwärtige Classe der Trematodeen oder Saugwürmer, welche der gespaltene Darm charakterisirt. Die *Cystica*, deren Structur noch mannichfachen Unklarheiten unterliegt, scheinen sämtlich sich den Cestoiden anzuschließen, deren Kopfbildung sehr ähnlich ist, obschon sie einen blasenartigen Anhang haben, dessen Verhältniß unklar bleibt. Etwas Ähnliches findet sich aber auch bei einer von mir derselben Classe angeschlossenen, in den *Symbolis physicis* 1830 erläuterten Gruppe der Cercozoen, welche aus den Gattungen *Cercaria*, *Histrionella* und vermuthlich den Spermatozoen besteht, wozu auch das *Distoma duplicatum* der *Anadonta* von v. Baer als besondere Gattung gehören mag. Diese Cercozoen sind für die Gruppe der Distomen ziemlich dieselbe Entwicklungsform, wie die *Cystica* für die Bandwürmer, sie haben einen Anhang am Körper, dessen physiologischer Character unklar ist. Es unterscheidet sich aber die ganze Classe der Saugwürmer in diesem Sinne von der Classe der Plattwürmer, *Complanata*, durch Mangel an wirbelnden Wimpern auf der Oberfläche des erwachsenen Thieres und durch Anwesenheit von Saugscheiben, während der Aufenthalt im thierischen Körper oder außer demselben keinen Classencharacter bilden kann, sofern nicht ganz bestimmte eigenthümliche Organisationsverhältnisse jenes unterstützen und veranlassen. Planarien mit besondern Saugscheiben und Mangel an Wirbelorganen der Oberfläche würden also in besondern Gattungen den Saugwürmern und scheinbare Saugwürmer ohne Saugscheibe und mit Wirbelvermögen den Plattwürmern anzureihen sein. Rücksichtlich der Spermatozoen ⁽¹⁾ bemerke ich noch, daß ihre Formen starke Verschie-

weil er bei den Pflanzen angewendet wird und es gut ist die gleichen Verhältnisse des Thierreichs nicht durch andere Benennungen unklar zu machen.

(¹) Schon im Jahre 1830 schlug ich als Folge vieler Untersuchungen in den *Symbolis physicis* vor, die Spermatozoen den Cercarien und Histrionellen im neueren Sinne anzureihen. Seitdem ist von tüchtigen Beobachtern vieles Material für diese Untersuchungen zusammengetragen und publicirt worden. Die Neuheit der mikroskopischen Untersuchung hat einige

denheiten zeigen und daß sie späterhin wahrscheinlich noch mannichfachen Trennungen ausgesetzt sein werden. Obwohl ich bereits Material für eine solche Übersicht seit mehr als 6 Jahren eifrig gesammelt habe, so ziehe ich doch vor, nicht die schon bestehenden Schwierigkeiten durch zu rasche Mittheilung der Einzelheiten zu vermehren. Im Allgemeinen nur scheint es mir, daß wohl ein großer Theil derselben späterhin zu den Fadenwürmern zu stellen sein mag, wenn nämlich die Form nicht trügt, ein anderer großer Theil aber wohl bei den Saugwürmern bleiben wird. Einige Formen zeigen noch andere, beiden Classen fremde, Eigenschaften. Die besonderen Formen beschränken sich, beinah in der Art wie die Epizoen der Vögel und

wunderliche Meinungen zu Tage gefördert, z. B. Anwesenheit von Bacillarien in den Sexualorganen u. dergl., die niemand anerkennen wird, der den Charakter dieser Körper nicht in der Form, sondern in dem Kieselpanzer und der Organisation sucht. Körperchen mancherlei Art sind neben den spermatischen Würmern gesehen worden und allerdings vorhanden. Daneben sind auch die physiologischen Thiere samt der ihnen anhängenden *Generatio primaria* von neuem erstanden. So wenig man irgend die *Generatio primaria* ihrer Möglichkeit nach läugnen darf, denn wie gering ist unser Wissen und was wäre nicht alles möglich, so scheint es mir doch nöthig, das Wirkliche, das Wissen, nicht zu verläugnen und nicht das Unklare dem klar Erkennbaren gleich zu achten. So wenig die Distomen ins Fischauge und in die Leber der Schaaf, oder die Ascariden in den Darm und die Epizoen der Vögel zur Haut gehören, obwohl sie häufig, zuweilen in allen untersuchten Individuen, da sind, so wenig kann die häufige Erscheinung der Spermatozoen, deren viele den Cercarien der Schnecken, (welche in ihrer ganzen Masse fast zuweilen aus diesen zu bestehen scheinen) auffallend gleichen, für ihre Nothwendigkeit im Organismus beweisend werden. Die physiologischen Thiere haben sich, aller Geschichte nach, immer bisher (von den Fröschen im Magen und der Läusesucht an, bis zu den Monaden) in die Zoologie übersiedeln lassen. So lange die Sehkraft nicht verstärkt werden kann, ist es gewiß besser nicht der Speculation und Pösie, durch Anerkennen der nirgends klaren physiologischen Thiere, Thür und Thor zu öffnen. Alle Einzelheiten der Spermatozoen: abgeschlossene Form, Bewegung, Gliederung und die Details der Structur, so weit sie irgend der Sehkraft vorliegen, sprechen schlagend dafür, daß es selbstständige Würmer sind. Ihre unklaren Verhältnisse bei der Zeugung, die man immer ferner untersuchen mag, wiegen jene klaren Erscheinungen nicht auf und gründet sich die Annahme und Existenz einer *Generatio primaria* nicht auf anschaulichere Facta, als das Häutchen auf dem Wasser, welches für Geübte nachweislich meist aus erkennbaren Formen farbiger oder farbloser Infusorien-Cadaver besteht, oder auf die Entstehung der Spermatozoen, deren Eierstöcke und übrigen Organisations-Verhältnisse, ihrer Kleinheit halber, jenseits der Grenzen der Sehkraft liegen, so ist für diese Vorstellungsweise, der ganzen übrigen aus Saamen hervorgehenden Menschen-, Thier- und Pflanzen-Masse gegenüber, nichts gewonnen. Naturgesetze verstecken sich nicht, sondern treten, einmal erkannt, aller Orten klar entgegen.

ja auch die übrigen ehemaligen Entozoen, meist auf sehr bestimmte Thierarten. Fadenförmige ungegliederte Formen der Samenthierchen, welche den *Inguillulis* und der *Phacelura Paludinae* gleichen, bilden eine dieser Gruppen, die ich *Trichozoa* nenne, eine andere Gruppe zeigt eine gegliederte Form, welche einer *Cercaria* gleicht, diese nenne ich *Cephalozoa*. Bloße Kugeln sind mir nicht vorgekommen, denn bei den Fischen sind sie auch geschwänzt. Dafs die fadenförmigen Trichozoen ihrer Form halber zu den Fadenwürmern sogleich zu stellen wären, halte ich nicht für rathsam, weil die Acanthocephalen ebenfalls den Fadenwürmern in der Form sehr gleichen, aber doch im Bau der gespaltenen Ernährungsorgane sich den Trematodeen gleich verhalten. Übrigens ist die Form der letzteren im Leben bandartig und gefaltet, nur im Tode meist drehrund, den Ascariden ähnlich.

Die zweite Classe der Traubenthier, welche ebenfalls ohne Prolification oder Thierstockbildung ist, die vorletzte des Thierreichs, ist die der Plattwürmer, *Complanata*. Es umfaßt diese Classe den Theil der Planarien- und Turbellarienformen, welcher einen verästeten Darmcanal besitzt, die *Turbellaria dendrocoela* von 1830. Durch die bereits angezeigten Characteres des Mangels von Saugscheiben und der Anwesenheit wirbelnder Wimpern an der Oberfläche des Körpers, überall oder vorn, unterscheiden sich alle Formen von den Saugwürmern. Ein anderer Charakter scheint in der Schleimabsonderung zu liegen, welche alle Plattwürmer, aber nie Saugwürmer zeigen. Der Grund mag in der drüsigen Structur der Körperoberfläche der erstern liegen. Von den Magenthieren unterscheiden sie sich durch vieltheiligen Darm und einen einfachen oder keinen Magen. Alle haben nur eine Darmöffnung und sind gröfser als die Magenthierchen. Die hieher gehörigen Gattungen habe ich 1830 in den *Symbolis physicis* verzeichnet. Es sind die Gattungen *Typhloplana* N., *Planoceros* Blainville, *Monocelis* N., *Planaria* N., *Tricelis* N., *Tetracelis* N., *Polycelis* N., *Stylochus* N. Es scheint noch eine grofse Menge dieser Formen in Bächen und den Meeren zwischen Corallen zu geben, welche spätere Forschung zu Tage fördern wird. Duges, welcher gleichzeitig seine fleifsigsten Beobachtungen über die Planarien mit mir publicirte, hat eine Pulsation der Gefäße und herzartige Erweiterungen beschrieben und bei *Prostoma? arcuatum*, einer Turbellarienform, und *Polycelis viganensis* abgebildet, allein er spricht sich

rücksichtlich der Contractionen sehr behutsam aus. Er sah eine Anschwellung (*renflement pellucide*) und sagt 1828: *je crois l'avoir vu changer de forme mais lentement et non par pulsations régulières*. Derselbe sah es später, wie er 1830 sagt, bei *Planaria tremellaris*, wo es einem Nervenganglion gleich und bemüht sich Gründe für die Gefäßnatur geltend zu machen. Die Prostomen zeigten nach p. 14 deutlich contractile Gefäße und die Contractionen des Herzens: *quoique lentes et irrégulières assez marquées pour n'être pas douteuses*. Qoy und Gaimard hielten aber denselben Körper doch, wie er sagt, bei *Planaria pelagica* (*Planoceros Gaimardi*), für ein Nervenganglion. Neuerlich hat Mertens wieder dieses Organ für ein Herz erklärt und es mit Zweigen abgebildet. Contractionen sah er aber auch nur sehr schwach und unregelmäßig. Wer die Contractilität der Planarien in allen ihren Theilen nur einmal gesehen hat, dem wird es nicht sehr auffallen, daß darüber verschiedene Meinungen sein können, ob es bei ihnen ein langsam contractiles Herz giebt oder nicht. Was den Beobachter leiten muß, haben aber die frühern nicht beachtet. Es ist nämlich zwischen der sichtbaren äußerst raschen scheinbaren Säftecirculation in den Gefäßen (die aber nur ein sichtbares Wirbeln der inneren Gefäßwand ist, welche einen ebenso raschen Säftelauf allerdings befördern muß) und dieser zweifelhaften Contraction des sogenannter Herzens, wenn sie existirte, ein völliger Widerspruch im Rhythmus, welcher die Meinung, daß das Organ gar kein Herz sei, sehr unterstützt. Die Planarien müßten, der Circulationsbewegung nach, offenbar ein sehr schnell pulsirendes Herz haben. Ich glaube aber dadurch den Gegenstand völlig aufgeklärt zu haben, daß ich bei *Planaria lactea* 2 solcher drüsigen Körper erkannte, deren jeder einzelne unter einem einzelnen Augenpunkte liegt und das Pigment selbst trägt. Untersucht man nun die Stellen, wo jene andern Beobachter das Herz fanden, so ist es meist die den Augen entgegengesetzte Stelle auf der Bauchseite und weil da die Gefäße umbiegen und vom Ganglion bedeckt sind, so sieht es unter dem Mikroskope aus, als gingen Gefäße in diesen Körper einerseits ein und kämen auf der andern Seite wieder andere heraus. Bei der *Polycelis*, wo die Augenpunkte lange Reihen bilden, sind mehrere strahlige Nervenknotten in der Mitte. Die Sache wird sich leicht vollends entscheiden lassen, wenn man überall da, wo 2 Augen entfernt von einander stehen, 2 solche Körper und wo sie nah beisammen stehen, einen findet. Sollte es ein Herz sein, so müßten auch

seine kaum bemerkbaren, daher wohl passiven Contractionen rascher selbst vor sich gehen, als bei den Daphnien. Die scheinbaren Contractionen mögen durch Hautmuskel-Contractionen bedingt gewesen sein. Ich habe keinen Zweifel mehr über die Function, denn bei *Pl. lactea* habe ich es wiederholt geprüft und die weißen Flecke der *Planaria torva* entsprechen gerade auch oft nur den Ganglien der mitten darauf liegenden Pigmentstellen der Augen (¹).

(¹) Im Jahre 1828 legte ich die Tafeln zu den *Symbolis physicis, Evertabrata I.*, im September den zu Berlin versammelten deutschen Naturforschern fertig vor. Sie enthielten die in den Jahren 1820 bis 1825 von mir und Hemprich auf der Reise gemachten Beobachtungen. Der Text wurde erst 1830 gedruckt. Gleichzeitig im September 1828 sandte Duges seine erste Abhandlung über die Planarien an das pariser Institut und 1830 im Juli die zweite. Ich konnte damals nur die erste zum Text benutzen und versuche jetzt die Synonymie zu vergleichen. Duges hat seine Formen in 3 *Genera* einer Familie der Planarien und 1 *Subgenus* vertheilt. Ich habe sie nach wesentlichen Organen in mehr *Genera* getrennt. Folgendes sind meine Urtheile über diese Formen. Zwei *Genera* jener 3 von Duges und das *Subgenus* zähle ich zur Classe der Turbellarien, nämlich *Prostoma*, *Derostoma* und *Mesostoma*, mit Ausschluss des *Derostoma polygastrum* und *Mesostoma viridatum*, nach beistehender Synonymie.

Duges.

<i>Prostoma armatum</i>	= <i>Prostoma?</i> <i>Ommatoplea?</i>
———— <i>candidum</i>	= <i>Tetrastemma cand.</i>
———— <i>clepsinoideum</i>	= <i>Prostoma cleps.</i>
———— <i>lumbricoideum</i>	= <i>Tetrastemma lumbr.</i>
<i>Derostoma angusticeps</i>	= <i>Derostoma ang.</i>
———— <i>griseum</i>	= <i>Derostoma gr.</i>
———— <i>lanceolatum</i>	= <i>Turbella lanc.</i>
———— <i>laticeps</i>	= <i>Derostoma lat.</i>
———— <i>leucops</i>	= <i>Derostoma leuc.</i>
———— <i>lineare</i>	= <i>Derostoma lin.</i>
———— <i>megalops</i>	= <i>Phaenocora</i> N. G. <i>meg.</i>
———— <i>mutabile</i>	= <i>Derostoma?</i> <i>mut.</i>
———— <i>notops</i>	= <i>Turbella?</i> <i>Phaenocora?</i>
———— <i>platurum</i>	= <i>Turbella plat.</i>
———— <i>selenops</i>	= <i>Turbella sel.</i>
———— <i>Squalus</i>	= <i>Turbella?</i> <i>Sq.</i>
<i>Mesostoma fusiforme</i>	= <i>Mesostoma fus.</i>
———— <i>grossum</i>	= <i>Mesostoma gr.</i>
———— <i>rostratum</i>	= <i>Mesostoma rostr.</i>

Die zu den Plattwürmern gehörigen Formen von Duges vertheile ich wie folgt:

Herr Duges spricht 1830 pag. 9 noch von der Selbsttheilung der *Planaria subtentaculata* von Draparnaud, welche er von der *torva* oder *fusca* für verschieden hält und bildete auch schon 1828 ein zweischwänziges Exemplar der *Pl. lactea* ab. Beides waren aber doch wohl nur Monstruositäten oder Regenerationen nach Verletzung. Was derselbe sehr fleißige Beobachter über die nahe Verwandtschaft der Planarien mit den Egelu, *Clepsine*, den Distomen und den Infusorien (*Leucophrys* und *Vibrio*) sagt, beruht nur auf allgemeinen unwichtigen Ähnlichkeiten. Die Clepsinen haben zweifelloose Gefäßspulsationen, die Distomen haben Saugscheiben und wirbeln nicht, können daher auch nur kriechen, die Infusorien sind polygastrisch und proliferirend. Formähnlichkeit haben auch *Hydra* und *Sepia*, aber ihre organische Verschiedenheit trennt sie fern von einander (¹).

<i>Derostoma polygastrum</i>	= <i>Typhloplana pol.</i>
<i>Mesostoma viridatum</i>	= <i>Typhloplana vir.</i>
<i>Planaria coeca</i>	= <i>Typhloplana coec.</i>
———— <i>fusca s. torva</i>	= <i>Planaria torva.</i>
———— <i>gonocephala</i>	= <i>Planaria gon.</i>
———— <i>lactea</i>	= <i>Planaria lact.</i>
———— <i>longiceps</i>	= <i>Planaria long.</i>
———— <i>nigra s. brunnea</i>	= <i>Polycelis nigr.</i>
———— <i>pelagica</i> Qoy et G.	= <i>Planoceros Gaimardi?</i>
———— <i>subtentaculata</i> Drap.	= <i>Planaria subt.</i>
———— <i>terrestris</i>	= <i>Planaria terr.</i>
———— <i>tremellaris</i>	= <i>Planaria? trem.</i>
———— <i>viganensis</i>	= <i>Polycelis vig.</i>
———— <i>Vitta</i>	= <i>Planaria Vitta.</i>

Hieran schliesse ich auch die Synonyme zu Mertens 3 Arten, welche 1833 in den *Mémoires de l'Académie de Petersbourg, Sixième Serie Sect. physic. T. II.* gedruckt erschienen.

<i>Planaria lichenoides</i>	= <i>Discocelis? N. G. lich.</i>
———— <i>pellucida</i>	= <i>Stylochus pell.</i>
———— <i>sargassicola</i>	= <i>Stylochus sarg.</i>

Von den seltneren und 2 neuen Gattungen, welche aus dieser Vergleichung hervorgehen, ist *Planoceros* durch Hörner ohne Augen ausgezeichnet, vielleicht wurden aber letztere übersehen und die Form gehört zur Gattung *Stylochus*. *Phaenocora* ist ein *Derostoma* mit 2 Augen. *Discocelis* ist ein *Stylochus* mit vielen nebeneinander scheibenartig stehenden Augenpunkten jederseits, ohne Stiele. Waren die Stiele oder Hörnchen nicht eingezogen?

(¹) In diesem Jahre 1836 hat Herr F. F. Schulze zu Berlin in einer Inaugural-Disser-
tation *de Planariarum vivendi ratione et structura* einige interessante Mittheilungen seiner Beobachtungen gemacht und hatte dafür 1835 die Universitäts-Prämie erhalten. Von der

Die dritte Classe der Traubenthierc oder Strahlthiere, die letzte des Thierreichs nach dieser Anordnung, ist die der Magenthierchen, *Polygastrica*. Sie steht nicht am Ende wegen der Einfachheit ihres Baues, denn sie könnte ebensowohl den Anfang oder die Mitte bilden, aber sie giebt einen guten Schluß als diejenige Gruppe, welche die kleinsten, bis zur Grenze selbst der geschärfsten Sehkraft hinabsteigenden, Formen enthält. Diese Classe ist durch viele an einem verästeten, nur scheinbar einfachen Ernährungscanale, oder sogleich am Munde hängende Magen charakterisirt. Diese Magen sind keine Darmanhänge oder Blinddärme, sondern wahre Magen, weil sie sich mit rohen festen Stoffen unmittelbar und allein füllen. Alle Formen sind hermaphroditisch und sehr viele, wahrscheinlich alle, bestocken sich überdies durch Theilung und Knospenbildung. Dafs die bei ihnen geschlechterweis völlig beständig vorkommenden rothen Punkte am Kopfe Augen sind, zeigt der Bau und die Analogie der *Entomostraca* und *Rotatoria* ganz scharf und bestätigen die bei vielen andern Thierklassen gleichzeitig zu beobachtenden Markknoten unter solchen Punkten. Selbst bei den Magenthierchen haben neuerlich mehrere Arten der Gattung *Euglena* einen grofsen hellen Markknoten unter dem rothen Augenpunkte erkennen lassen. Diese Classe der Magenthierchen bildet einen Theil der Infusorien von O. F. Müller und aller Neueren, den ich in früheren Vorträgen scharf zu charakterisiren, der allgemeineren Beziehung halber, mich angelegentlich bemüht habe.

Circulation des Blutes sagt er, *ne minimam quidem vasorum contractionem et expansionem potui observare, quamquam sanguinis fluxum apertissime observavi* p. 18. Spontane Theilung läugnet er, obwohl er mehrere Tausende von Planarien beobachtet habe. p. 30. Dieser Charakter gehört auch nur den Turbellarien. Die Augenganglien hat er anders und noch complicirter gesehen, als ich sie beschrieben. Sein *Corpus vitreum* scheint aber das zu sein, was ich Markknoten nenne. Er hat bei *Planaria torva* überdies von den Augen 2 feine Fäden abgeben und, durch 4 Knötchen verbunden, die Mundöffnung umgeben gesehen. Die Körperwimpern hat er auch gesehen. Was er über die Classe sagt, konnte natürlich nur oberflächlich sein. Die Beobachtungen sind mit Liebe und Treue, fleissig und gut und eine Fortsetzung und weitere Mittheilung, die er verspricht, ist als Bestätigung und Fortbildung recht wünschenswerth.

Spätere Bemerkung.

Ich schliesse mit der Bemerkung, daß denn wohl durch die Erkenntniß der durchgreifenden Organisation bei den Thieren und durch die Darstellung eines und desselben Bildungstypus rücksichtlich der Hauptsysteme der Organisation ein bisher unbekannter Ausdruck für den Begriff des Thier-Individuums im Allgemeinen sich entwickelt hat. Ein Thier ist jeder dem Menschen in den Hauptsystemen des Organismus gleicher lebender Körper ohne Gleichmaafs dieser Systeme, oder jeder (und mit Sicherheit nur ein solcher) Organismus, welcher ein Ernährungssystem, ein Bewegungssystem, ein Blutsystem, ein Empfindungssystem und ein Sexualsystem besitzt. Darum ist auch ein Polypenstock ein Haufen von Thieren. Für den Begriff der Pflanze giebt es noch keinen genügenden durchgreifenden Ausdruck. Noch weiß man nicht was ein Individuum ist, die meisten sind offenbar den Corallenstöcken vergleichbare Aggregate von Individuen und daß man bis zu dieser Erkenntniß von einer Circulation der Säfte, welche mit der bei den Thieren vergleichbar sei, sehr vorsichtig zu handeln habe, liegt am Tage.

Endlich kann es in früheren Perioden der Erde wohl andere Thiere gegeben haben als die heutigen, aber einfachere würde es sonach schwerlich gegeben haben, da in den untersten Tiefen Mollusken und Crustaceen liegen. Wie tief die Markthiere gehen scheint ebenfalls unberechenbar. Weitere Schlüsse hieraus, auch auf die Analogie der Vegetabilien, liegen nahe und können füglich jedem überlassen werden. Werth erlangen sie aber erst nicht durch poëtische Ausschmückung, sondern durch fortgesetzte Prüfung, sorgfältige Feststellung und weitere Entwicklung der Thatsachen.

Die beiliegende Tabelle soll die Übersicht des vorgetragenen Details erleichtern helfen. Sie zeigt nur den momentanen Zustand meiner eignen vieljährigen, durch die Geschichte geleiteten und vorbereiteten Forschungen und Erkenntnisse, die oft unzureichend wie alles Wissen, aber mühsam verfolgt und hie und da in großen Reihen neu sind, daher wie ich hoffe im Ganzen nicht ohne Nutzen sein werden. Mögen sie von den Männern und Freunden der Wissenschaft freundlich und ernst aufgenommen werden.

Erklärung der Abbildungen.

Die beiliegenden 8 Tafeln sollen die Organisation einer Form der Acalephen, der *Medusa aurita*, in allen bisher erkannten Einzelheiten anschaulich machen und dadurch die in der ganzen Classe dieser Thiere vorhandenen Organisationsverhältnisse mit dem allgemeinen Typus thierischer Organisation vergleichbar machen. Ich habe sämtliche Abbildungen selbst gezeichnet.

Fig. I. der ersten Tafel und die sämtlichen Figuren der dritten Tafel sind die Normal-Formen der *Medusa aurita*, die übrigen sind Abänderungen verschiedener Art.

Die erste, zweite und dritte Tafel enthalten Abbildungen der *Medusa aurita* in ihrer natürlichen Gröfse. Die vierte bis achte enthalten vergrößerte einzelne Theile.

Als Zugaben sind auf der achten Tafel die Sinnesorgane und Kiemen der Seesterne und einige Details über andere Gattungen der Akalephen zur Vergleichung hinzugefügt.

Tafel I.

Fig. I. Darstellung einer Normalform der *Medusa aurita* der Ostsee bei Wismar in natürlicher mittlerer Gröfse von 7 Zoll Durchmesser, vom Rücken gesehen. Die 4 ein Kreuz oder einen Stern bildenden röthlichen Eierstöcke umgeben den von unten durchscheinenden vierwinkligen Mund in der Mitte, dessen verlängerte Winkel oder 4 dicke Arme durch die überliegende Gallertscheibe hier verhüllt und unsichtbar sind. In der Mitte jedes Eierstockraumes ist die Eihöhlenöffnung zuweilen, wie auf der Figur, durch die Gallertscheibe hindurch sichtbar. Dicht an jedem Eierschlauche liegt ein Wimpernkranz, der meist schwer zu erkennen ist, ehe man die Höhle selbst geöffnet hat. Derselbe äufsere Raum, welchen die Eierschläuche einnehmen, ist in seiner ganzen Ausdehnung durch eine horizontale Haut in 2 Theile geschieden, deren unterer nur die Eierschläuche enthält, deren oberer aber die Fortsetzung des Mundraumes als Magen ist, wie man beim senkrechten Durchschnitt der Scheibe auf Tafel III. deutlich erkennt. Mit diesem viertheiligen Magen hängen alle strahlenartigen Canäle zusammen, welche von der Unterseite her durchscheinen. Diese strahligen Canäle sind der verästete Darm. Oft anastomosiren sie, ohne Regel. Einige Äste enden auch wohl blind. Die alle Darmradien einfassenden röthlichen Linien sind Muskelparthieen. Die wichtigsten übrigen Theile der Organisation liegen am äufsersten Rande. Die Franzen daselbst sind sehr contractile und empfindliche Fühlfäden. An der Basis der Fühlfäden ist der gezahnte Rand sichtbar, welcher durch eine gekerbte Haut gebildet wird, die die Basis der Fühlfäden auf der Bauchseite bedeckt. Am äufsersten Scheibenrande, wo die Franzen oder Fühlfäden ansitzen, befinden sich in gleichen Abständen 8 gelbbraune in eine dreiklappige Scheide eingeschlossene Körperchen, *o*, mit einem rothen Punkte, dem Auge. Zwischen je 2 solchen Augen in der Mitte ist unter einer gröfsern Randklappe eine Analöffnung, *w*, so dafs deren auch acht vorhanden sind.

Fig II. bis VI. ist ein jüngeres Exemplar derselben *Medusa aurita* von Wismar in verschiedenen Stellungen, aber mit 6 getrennten Eierstöcken und Fangarmen anstatt der gewöhnlichen 4. Fig. II. und III. sind Seitenansichten des schwimmenden Thieres, letztere im ganz

flachen, erstere im etwas glockenartigen Zustande. Fig. IV. ist der ganz glockenartige Zustand, welcher entsteht, wenn das Thier sich nach der Richtung der Zahl hin fortbewegt, im Moment des Stosses selbst. Dabei verlängern sich die Randwimpern etwas und ihr Kreis wird trichterförmig. Fig. VI. ist vom Rücken gesehen (wie Fig. I.), Fig. V. vom Bauche, wobei die Fangarme, oder verlängerten Mundwinkel, oben liegen. Die Ovarien liegen zwischen den Fangarmen, mit ihnen abwechselnd. Der Mund ist sechseckig und es giebt 12 Augen am Rande und 24 Haupt-Darmradien.

Tafel II.

Darstellung der Abänderungen und Zahlenverhältnisse der *Medusa aurita* in 12 von den 2 der ersten Tafel verschiedenen Formen, in natürlicher Gröfse, aber nach kleineren Exemplaren. Alle vom Rücken gesehen. Bei allen Exemplaren entsprechen die Zahlen der Fangarme den Zahlen der getrennten Ovarien. Bei Fig. IX. waren aber nur 4 und bei Fig. X. nur 5 Fangarme zugegen, während die Zahlenverhältnisse der Darmradien den Ovarien gemäß gröfser waren.

Fig. I. und II. sind Exemplare, welche nur einen einzigen zusammenhängenden Eierstock um den Mund führen. Man sieht aber sogleich an der Form und auch an den Zahlenverhältnissen der Darmradien, dafs das scheinbar einfache Ovarium bei Fig. I. aus 3, bei Fig. II. aus 4 zusammengeflossenen entstanden ist. Auch ist der mittlere durchscheinende Mund bei Fig. I. dreieckig, bei Fig. II. viereckig. Bei ersterer waren am Munde unterhalb 3 grofse Fangarme, bei letzterer 4. *o* Augen, *w* Analstellen.

Fig. III. ist ein Exemplar mit 2 Eierstücken, dem man aber sowohl an der Form derselben, als an der Zahl der Hauptdarmradien deutlich ansieht, dafs es 6 zu je 3 verschmolzene Ovarien besitzt. Auch der sehr zusammengezogene Mund in der Mitte zeigt 6 Strahlen. Am Rande sind 12 Augen und 12 Analöffnungen. Am Munde waren 6 grofse Fangarme.

Fig. IV. ist ein Exemplar mit 3 getrennten Ovarien, dreieckigem Munde, 3 Fangarmen, 6 Augen, 6 Analöffnungen, 12 Darmradien und dies ist mithin die niedrigste wahre Zahl, welche bisher beobachtet wurde. Vergl. Fig. I.

Fig. V., VI., VII., VIII. und IX. sind 5 verschiedene Formen des Ovariums mit der Vierzahl, woran sich, als sechste, Fig. I. der ersten Tafel schliesst. In Fig. I. der ersten Tafel hat jedes Ovarium die Gestalt eines sanft triangulär eingebogenen Schlauches. In Fig. V. Tafel II. ist jedes einzelne Ovarium ein nierenförmiger gelappter Körper. In Fig. VI. ist es ein rundlicher gelappter Körper mit einem sehr kleinen leeren Raume in der Mitte. In Fig. VII. ist jedes Ovarium fast ein geschlossener Cirkel. In Fig. VIII. ist es hufeisenförmig. In Fig. IX. ist sichtlich keine reine Viertheilung mehr, indem eins der 4 Ovarien aus 2 verschmolzenen besteht. So haben denn auch die 5 ersten der genannten Exemplare 4 Fangarme, einen viereckigen Mund, 8 Augen, 8 Darmöffnungen und 12 Haupt-Darmstrahlen; die letzte Form hatte zwar ebenfalls nur 4 Fangarme, aber einen fünfeckigen Mund, 10 Augen, 10 Analöffnungen und 20 Darmradien. Die Figuren V. und VI. stellen jüngere Individuen mit weniger entwickelten Eierstücken dar, als die übrigen. Zu den Formen der Ovarien sind auch noch zu vergleichen Fig. III. und V. auf Tafel III., welche diese halbcirkelförmig und Fig. IV. Tafel III., welche sie halbmondförmig zeigen. Vergl. Fig. II.

Fig. X. ist ein regelmäfsig fünfteiliges Exemplar. Ähnliche Fünfteilung findet sich an Fig. IX. und XI., aber bei ersterer mit Mangel eines Fangarmes und mit unvollendeter Tren-

nung des fünften Ovariums. Bei letzterer dagegen ist Überschufs. Sie hat zwar nur 5 Fangarme, aber das fünfte Ovarium ist aus 2 zusammengefloffen, der Mund ist sechseckig und die Strahlung nach der Sechszahl.

Fig. XI. ist ein unvollkommen sechstheiliges Exemplar, welches nur 5 Fangarme hatte, aber einen sechstheiligen Mund und alle Darmstrahlen und Randorgane nach der Sechstheilung enthielt. Sein sechstes Ovarium ist mit dem fünften noch verschmolzen. Eine vollendete Sechstheilung ist auf Tafel I. Fig. II. bis VI. dargestellt. Auch Fig. III. der Tafel II. gehört zur Sechstheilung, obschon die 6 Ovarien in 2 verschmolzen sind.

Fig. XII. ist ein achttheiliges Exemplar. Ich habe nur 2 und beide in der dargestellten Gröfse gesehen. Beide waren in den Ovarien vollständig getrennt und hatten 8 Fangarme und 8 Mundwinkel. Das dargestellte hatte dabei aber nicht 16, sondern nur 14 Augen und 14 Analöffnungen und nicht 32, sondern nur 28 Hauptradien des Darms.

Tafel III.

Es sollen auf dieser Tafel besonders die Form und Verhältnisse des Ernährungssystems der *Medusa aurita* in natürlicher Gröfse dargestellt werden. Fig. II., III. und IV. sind natürliche Zustände. Fig. I. ist ein senkrechter Durchschnitt der Scheibe. Fig. V. ist ein durch Indigonahrung vorbereitetes Exemplar.

Fig. I. Senkrechter Durchschnitt einer viertheiligen *Medusa aurita* in der Mitte der Scheibe so, daß 2 ihrer Eierschläuche halbirt sind und mithin der Schnitt zwischen 2 Fangarmen durchgeht. Die dicke Gallert- oder Knorpelscheibe zeigt sich so in ihrem überwiegenden Verhältniß der Masse zu den übrigen zarten Organisationstheilen. Die Mundöffnung ist unten bei *a* zwischen den Fangarmen und ist mit gespalten. Mit *b* ist der innere Mundraum bezeichnet, welcher zwischen den Wurzeln *f* der Fangarme *g* liegt. Mit *c* sind 2 durch den Schnitt gespaltene *Oesophagi* bezeichnet, welche den Mund mit dem Magen verbinden und deren 4 sind. Mit *d* ist einer der Magen bezeichnet, dem gegenüber noch ein anderer ist und deren 4 vorhanden sind. Durch *e* ist der Zapfen der Gallertscheibe bezeichnet, welcher die Magen und Eierhöhlen trennt. Bei *f* ist die Schnittfläche, welche die Wurzeln der Fangarme in ihren Zwischenräumen trennt. Mit *g* ist einer der mit erfüllten Brutbeuteln besetzten großen Fangarme oder Mundwinkel bezeichnet. *h* zeigt die Eierstockhöhle an, worin der gefüllte Eierschlauch liegt. Bei *i* ist die Eierhöhlenöffnung. Zwischen *h* und *d* ist die zarte Scheidewand des Magens von der Eierhöhle. Bei *k* gehen die Darmradien vom Magen ab.

Fig. II. zeigt dasselbe Individuum in seiner glockenförmigen Gestalt mit den durchscheinenden bruttragenden 4 großen Armen und den leeren, über den Eierschläuchen als begrenzte Räume sichtbaren, Magenhöhlen.

Fig. III. ist ein Specimen von weniger als mittlerer Gröfse mit halbeirkelförmigen Ovarien und der gewöhnlichen Viertheilung, welches einen kleinen Fisch schon halb verdaut im Magen hat und sämtliche Analbeutel so erfüllt hat, daß man sie leicht für die 8 braunen Körper oder Augen hält.

Fig. IV. ist ein kleineres ebenfalls mit Nahrungsstoff natürlich erfülltes Thier. Es hatte in 3 seiner Magenhöhlen Nahrung aufgenommen, deren Bestandtheile nicht mehr sicher zu erkennen waren.

Fig. V. ist ein 24 Stunden lang in mit Indigo gefärbtem Wasser erhaltenes Thier in natürlicher Gröfse. Alle zum Ernährungssysteme gehörigen Theile sind mit einem Blick zu übersehen. Die Magen haben nicht viel von dem schon hinlänglich zerkleinerten Nahrungsstoffe aufbehalten, aber die Darmradien, der Randkanal und die cloakenartigen Analbeutel sind strotzend erfüllt. Bei ω entleert das Thier einen solchen Raum. Beunruhigt man es, so entleert es plötzlich alle. Besonders deutlich werden so auch die beiden kleinen Blindfortsätze des Darmes unter jedem Augensiele, bei o . Die blauen Furchen der Ovarien sind vielleicht nur die Rinnen der auf ihren Falten aufliegenden Scheidewand des Magens.

Tafel IV.

Diese Tafel zeigt die in den früheren Figuren mit o und ω bezeichneten zarten Randtheile unter 75 maliger Vergrößerung.

Fig. I. ist einer der mit o bezeichneten Theile eines mit wenig Indigo erfüllten Exemplares der Meduse, nämlich ein Augensiel oder brauner Körper in seiner dreiklappigen Kapsel, von der Bauchseite gesehen, wo man den rothen Pigmentfleck abgewendet, also nicht, sieht. Zu beiden Seiten der Augenkapsel liegen die Fühlerreihen des Randes, welche man ohne Vergrößerung als sehr zarte Franzen erkennt. Die Basaltheile dieser Franzen oder Fühlfäden sind doppelt eingehüllt. Unterhalb ist eine zusammenhängende feine Haut, oberhalb sind so viele einzelne sehr stumpfe zahnartige Häutchen, als es Fühler giebt. Jeder Fühlfaden ist sehr contractil und kann sich so stark verkürzen, daß er viel kleiner wird als die Häutchen seiner Basis, so daß er sich in den Zwischenraum seiner 2 Basalmuskeln ganz zurückziehen und verbergen kann. Am Grunde jedes Fühlfadens sind nämlich 2 deutliche etwas keulenartige Anschwellungen, wie Schenkel, welche bei den Contractionen sich verkürzen und breiter werden, bei den größten Expansionen bis auf die Farbe fast unmerklich werden. Sie verhalten sich ganz wie Muskeln, besonders ganz wie die Muskeln des Zangenfußes der Räderthiere, denen sie auch an Form ganz gleichen. Zwischen jedem Schenkelpaare sieht man noch 2 Streifen, die einen Fortsatz des Darmes vom Randcanale einschließen und welche von etwas stärkeren Anschwellungen kommen, die zwischen je 2 Paaren der Fühler-Schenkel liegen. Diese Anschwellungen, welche von zarten queren Muskelfasern bedeckt sind, mögen Nervenknötchen sein. Ähnliche noch deutliche Markknötchen liegen unter dem gelben Körper bei r , in dessen Stiele z eine Circulation von Blutkörperchen sichtbar ist. In den Darmcanälen sind viele kleine Strömungen der Farbethelichen, aber keine zusammenhängende sichtbar.

l bezeichnet das Gefäßnetz der untern Seite mit einzeln verstreuten Körnern. m ist der rechte Theil der Augenkapsel, n der linke, p der mittlere. q ist der Augensiel, r die 2 Markknötchen in der Kapsel unter dem Auge, deren Schenkel in q fortzugehen scheinen. s der Crystallbeutel über dem Auge. t der mittlere Raum im Augensiele, wo deutliche (Blut?) Circulation sichtbar ist. u die kleinen Blindanhänge des Darmes unter dem Auge. v die strahligen Ernährungsanäle samt dem Randcanale. w die Fühlermuskeln. x die Markganglien der Fühler. y die Fühlerfortsätze des Cirkelcanals am Rande. a das ganzrandige Deckhäutchen der Fühler, β das gelappte.

Fig. II. ist eine Analöffnung mit dem Analbeutelchen und der größern Randklappe, welche in den früheren Tafeln mit ω bezeichnet wurden, 75 mal vergrößert, von der Rückenseite gesehen. Das Gefäßnetz der Oberfläche mit den gehäuftten schüsselförmigen Körperchen

bezeichnet die Rückenseite. o ist der Ernährungscanal. z das Analbeutelchen mit Überresten verdauter organischer Stoffe, in denen man eine kleine bivalve Muschel, Räderthierchen (*No-tommata*?) und *Naviculas* erkennt. a die untere Deckhaut der Fühler, β die gezahnte obere, γ die grössere Randklappe der Analöffnung.

Tafel V.

Die Augen und Crystallbildung ist der Gegenstand der Darstellung auf dieser Tafel. Vergrößerung 75 mal im Durchmesser.

Fig. I. ist eins jener auf Tafel III. Fig. V. abgebildeten mit o bezeichneten Randkörperchen einer mit Indigo stark erfüllten Meduse, die ich als Augen betrachte, von der Rückenseite gesehen, wo es einen grellen rothen Pigmentpunkt zeigt. Das cylindrische Körperchen ist hier noch im Zusammenhange mit den ihm zunächst verbundenen Theilen und liegt in seiner dreiklappigen Kapsel nach oben von der mittleren Klappe bedeckt. m ist die rechte Klappe, n die linke, p die mittlere. q der Augenstiel oder der kiemenartige äussere Fortsatz unter dem Auge, in welchem Körnchen circuliren, die den Blutkörperchen ganz ähnlich sind. r sind die beiden Markknoten unter dem Auge, deren Schenkel nach dem Auge hin gerichtet sind. s ist das Crystallbeutelchen über dem Auge. t ist die Circulations-Höhlung in den Kiemen oder den Augenstielen. u sind die Blindfortsätze des Ernährungssystems unter dem Auge. v die Ernährungscanäle des Scheibenrandes. w die Basalmuskeln der Randfühler. x die Markknötchen zwischen den Fühlern. X der grössere Markknoten, auf welchem das, bei auffallendem Lichte zinnoberrothe, bei durchgehendem Lichte braunrothe Pigment des Auges unmittelbar aufsitzt. y der kurze Darmfortsatz des Randcanals zwischen den Fühlern.

Fig. II. bis VII. stellen 3 einzelne Augenkörperchen dar von einer und derselben Meduse, welche die ungleiche Grösse der Crystallbeutelchen anschaulich machen. Fig. III. und IV. sind dieselben Körperchen, wie Fig. II. und V., von der Bauchseite gesehen, während letztere von der Rückenseite gezeichnet sind. Die Zeichen bedeuten dasselbe.

Fig. II. bis V. sind ohne Druck, frei herauspräparirt gedacht, mit Weglassung der Nebenorgane gezeichnet.

Fig. VI. ist durch leichten Druck eines aufgelegten Glasblättchens etwas breit gedrückt, wodurch die Form der innern Crystalle schon hervortritt.

Fig. VI. ist durch etwas verstärkten Druck zerquetscht. Bei X ist der unter dem Pigment liegende Nervenknötchen. Die Pigmentfarbe der Figuren I. bis V. ist nach dem auffallenden oder reflectirten Lichte, die der Figuren VI. und VII. nach dem durchgehenden Lichte gegeben.

Tafel VI.

Bau der Gallertscheibe und der Fühlfäden.

Fig. I. stellt einen kleinen Randtheil mit natürlich ausgedehnten Fühlfäden vor. α die ungezahnte, β die gezahnte Deckhaut der Fühlfäden des Randes. w die Basalmuskeln der letztern. x die im Muskelrande des Cirkelcanals des Darmes liegenden, von feinen Muskelfasern zuweilen deutlich umhüllten, zweischenklichen Markknötchen, welche zu den in der Ausdehnung perlchnurförmig gegliederten, in der Contraction cylindrischen Fühlfäden gehen. Die Fühlfäden sind an ihrer ganzen Oberfläche sammtartig und mit Körnchen durchwirkt, unter denen

größere Schlüsselchen, wie Saugnüpfchen, liegen. Im gedehnten Zustande der Fühler liegen die Saugschüsselchen auf den Knoten beisammen. Die ganze Oberfläche wirbelt. Die Wimpern, welche es bewirken, sitzen auf Knötchen und diese sind zum Theil wieder gestielt. Die Fühlfäden haben eine so energische Contractions-Fähigkeit, daß sie (wie manche Ringwürmer, bekanntlich auch Krebse) dabei zerbrechen und theilweise sich ablösen. Solche Theile schwimmen dann selbstständig fort, wie die wirbelnden Fragmente der Schnecken-Kiemens.

Ich unterlasse nicht bei diesen in der Contraction cylindrischen und gebogenen, in der Expansion perlschnurartig gegliederten Fühlfäden das ähnliche Verhalten der weit feineren Elementar-Hirnröhren ins Gedächtniß zu rufen. Die ähnliche Form kommt aber in beiden Fällen nicht aus derselben Ursache. Bei den Fühlfäden der Medusen ist der cylindrische verkürzte und gebogene Zustand eine active Contraction und Spannung. Mit dem Tode, wo diese aufhört und Abspannung, Expansion, eintritt, kommt die Perlschnurform zum Vorschein. Auch im lebenden Thiere erscheint sie, durch willkürliche Erschlaffung, beim Verlängern der Fäden zum Tasten und Fangen. Umgekehrt ist es bei den elastischen Elementartheilen des Thierkörpers, wozu die Nervenmasse gehört. Willkürliche Erschlaffung oder Tod erzeugt bei diesen Contraction, Verkürzung, Biegung und eine mehr oder weniger cylindrische Form, leichte geradlinige Anspannung erzeugt die Perlschnurform oder Gliederung. Bei der Sehne der Armbrust ist der gebogene Zustand Erschlaffung, beim Bügel derselben ist der gebogene Zustand die Spannung. Auch diese Fühlfäden sind nicht streng regelmässig gegliedert, aber daß sie zur Gliederung, als ihrem natürlichen Zustande, nicht prädisponirt wären und daß dieser perlschnurartige Zustand nicht ein anatomisch und physiologisch wichtiger Zustand auch für sie wäre, dürfte schwer zu verneinen sein.

Fig. II. ist ein Theil eines 500 mal im Durchmesser vergrößerten Fühlfadens an seinem dünnen, durch Druck etwas gequetschten Ende. Der dickere Theil ist nur ausgebreitet und wirbelt noch, der dünnere aber von seiner äußeren Sammt-Schicht entblößt. Innen befindet sich nämlich, unter der Wimper-Lage, ein axenartiger contractiler (Muskel-) Cylinder, welcher noch manchen feinen Organismus enthalten mag, den man nicht specieller erkennt, aber, der obern Wimper- und Saugwarzenschicht halber, nicht grundlos vermuthen kann.

Fig. III. ist ein Stück eines feinen Querdurchschnittes der Gallertscheibe einer großen Meduse bei 50 maliger Vergrößerung und nach Anwendung von etwas Druck, wodurch der Schnitttrand der Rückenseite etwas weiter nach 1^1 hin getrieben ist, als der der Bauchseite 1^3 . Man erkennt so die 3 Gefäßshäute der Gallertscheibe. Mit 1^1 ist die Rückenhaut, mit 1^2 die Mittelhaut und mit 1^3 die Bauchhaut bezeichnet. Drei durchschnittene Darmröhren sind mit δ ϵ ζ bezeichnet. Sie liegen, obwohl sehr nahe an der Bauchhaut, doch zwischen der Mittel- und Rückenhaut. Wo sie liegen biegt sich die Mittelhaut gegen die Bauchhaut hin ein und legt sich dicht an diese an. Besonders anschaulich wird auch bei solchen feinen Durchschnitten, wenn sie gut gelingen, daß die Canäle selbst eigene Wände und darin Cirkelfaserung haben, was mit η bezeichnet ist. Jeder Canal hat bei \varnothing zwei verdickte Stellen mit Längsstreifung, welche den röthlichen Streifen der Scheiben-Radien entsprechen, die man mit bloßen Augen sieht. λ bezeichnet die körnige Gallertmasse zwischen der Mittel- und Rückenhaut, deren Körnchen man zuweilen durch zarte Fasern oder Gefäße verbunden sieht. In diese dicke Gallertmasse fressen sich zuweilen kleine, dem bloßen Auge recht wohl sichtbare Crustaceen verschiedener Krebsgattungen an. Es scheint meist Brut größerer Krebsformen zu sein, weshalb

man mit ihrer besondern Benennung, will man nicht schädliche Synonyme häufen, zurückhaltend sein mag, bis man die Entwicklung noch mehrerer Krebse genau verfolgt hat.

Tafel VII.

Diese ganze Tafel ist dem Fortpflanzungsorganismus, den Eiern und der Brut gewidmet, so weit sie bisher anschaulich wurde. Fig. I. und II. sind 75 mal vergrößerte solche Eierschläuche, welche auf den ersten Tafeln zu 4 bis 8 den farbigen mittleren Stern bilden.

Fig. I. ist ein einzelner Eierschlauch, vom Rücken aus gesehen, im jugendlichen Zustande. Er erscheint als ein cylindrischer, vielfach eingebogener, dicht mit violetten rundlichen Eiern erfüllter Schlauch in Form eines Halbkreises. Beide Enden des Schlauches sind meist anliegend und versteckt, ziemlich gleichartig. Ich habe aber einigemal beobachtet, daß die Eier im linken Ende bei μ mit weit mehr sehr kleinen Eikeimen (Eibläschen) vermischt waren und habe auch einigemal deutlich, wie es schien, bemerkt, daß das rechte Ende einen nach innen abgehenden Anhang ξ hat, der dem linken, damals nach oben angebogenen, fehlte. Ich vermuthete daher, daß die linke Seite des Eierschlauches (von oben gesehen) mehr Eierstock, die rechte mehr Eileiter ist und daß alle Eier rechterseits bei ξ entleert werden mögen, was ich nicht beobachten konnte. Der ganze Eierschlauch liegt in einer besondern häutigen Zelle π . In der Mitte ist eine ovale, große, stets offene Mündung, welche nur durch den Kranz von Fühlfäden willkürlich geschlossen zu werden scheint. Die Fühlfäden sitzen je auf 2 Markknötchen, die bei starker Expansion wenig sichtbar sind, zuweilen aber durch weißliche, im Mikroskope bei durchgehendem Lichte, gelbliche, Färbung stark ausgezeichnet bleiben.

μ linkes Ende des Eierschlauches (Eierstock); ξ rechtes Ende (Eileiter); π Zelle des Eierschlauches; ρ Mündung dieser Zelle; σ Fühlfäden der Eierzelle; τ Nervenknötchen der Fühlfäden.

Fig. II. Ein ähnlicher Eierschlauch im mehr entwickelten Zustande, wo die Mehrzahl der Eier und Brut schon entleert ist. Die größte Menge der Eier und Brut gleicht nicht der braunen cylindrischen Brutform, sondern der röthlichen, mehr kugelartigen und scheibenförmigen. Jedoch fehlt es auch nicht an cylindrischen braunen im Eierschlauche selbst.

Fig. III. Ein einzelner 300 mal vergrößerter Fühlfaden der Eierzelle.

Fig. IV. bis XIX. sind die verschiedenen Zustände der Eier und ihre Entwicklung, so viel sie meiner Beobachtung bisher zugänglich war. Alle, außer Fig. XIX., sind bei 300maliger Linear-Vergrößerung von $\frac{1}{144}$ Linie Größe an bis zu $\frac{1}{3}$ Linie im Durchmesser gezeichnet. Bei Fig. IV., V., VI. und XVI. sind die Größen angezeigt, wonach die andern leicht zu vergleichen sind. Von der $\frac{1}{8}$ Linie großen cylindrischen braunen Form Fig. XIX. ist nur der Vorderrand 500 mal vergrößert gezeichnet. Es erscheinen da einzelne längere Wimpern, welche auf besonderen Knötchen sitzen und sich samt den Knötchen leicht ablösen.

Fig. IV. bis X. sind Eiformen, die nur im Eierschlauche vorkommen und noch eine besondere Eischale erkennen lassen. In Fig. VII. und IX. ist bei * ein Keimbläschen im Innern des Eies sichtbar, dort central, hier excentrisch.

Fig. XI. bis XIX. finden sich theils im Eierschlauche, theils in den Brutbeuteln der Fangarme, oder schwimmen frei in Gefäßen, worin man solche Medusen hält. Fig. XI. bis XIII. sind brommbeerartige Formen ohne Schale (:) und ohne Bewegung. Man findet sie im Eierschlauche.

Fig. XIV. ist ein wirbelnder und etwas plattgedrückter, der Eischale entschlüpfter Fötus, welcher schon Ähnlichkeit mit dem Mutterthiere, aber keine Fangarme hat, von fast $\frac{1}{20}$ Linie Gröfse.

Fig. XV. bis XVIII. sind die sonderbaren braunen, bewimperten, frei schwimmenden Körper, welche vorzugsweise von den Brutbeuteln der Fangarme, wahrscheinlich mit Hülfe der Fühlfäden, aufgenommen werden und diesen die gelbbraune Farbe geben. Sie scheinen bei α offenbar eine Mundöffnung zu besitzen, zeigten aber nie eine Aufnahme farbiger Nahrung. Ihre Form ist die einer *Enchelys* der Infusorien, aber der Menge, Localität und constanten Erscheinung halber sind sie gewifs nicht erst ein *Entozoon*, dann ein *Epizoon*.

Eier und wirbelnde Junge verschiedener Entwicklungsstufen findet man zuweilen auch in den Darmröhren der Medusen, was aber nicht zu der Meinung verleiten darf, dafs sie dahin gehörten. Sie werden mit den übrigen Nahrungsstoffen zufällig mit aufgenommen und verdaut, wenn man nicht durch gewaltsame Zerreißung der Canäle sie befreit, wo sie denn zuweilen fortwirbeln und weiter schwimmen.

Tafel VIII.

Diese Tafel enthält, ausser den Brutbeuteln der *Medusa aurita* der Ostsee und, ausser den durch Indigo-Nahrung aufser Zweifel gestellten Ernährungsanälen noch anderer Akalephen der Nordsee, die im Jahre 1834 beobachteten physiologisch wichtigeren Organisationsverhältnisse der Seesterne.

Fig. I. ist die 100 mal im Durchmesser vergrößerte Spitze eines grossen Fangarmes der *Medusa aurita* mit den an ihren 2 Blättern befindlichen Brutbeuteln. Man vergleiche zur Orientirung Tafel III. Fig. I. g. Die Brutzellen sind in verschiedenem Grade ihrer Entwicklung. Bei * bildet sich eine, wegen der dort sich ansetzenden 2 Jungen. Oder fing die Zelle eher an sich zu vertiefen und benutzen nur die Jungen ihre Gegenwart, sich darin aufzuhalten? Die Mehrzahl der Brutformen gehört der cylindrischen, braunen, bewimperten an. Auch die Fühlfäden am Rande der Fangblätter sind bewimpert und wirbeln. Sie zeigen weder Muskeln noch Nervenknötchen.

Fig. II. bis IV. ist *Oceania pileata* aus dem Canal von Christiania, welche ich 1833 daselbst in Droebak, durch Indigo-Nahrung rücksichtlich ihrer Ernährungsorgane prüfte. Die gelblichen Beutel sind die 4 Eierstöcke. Fig. II. ist in natürlicher Gröfse. Fig. III. von der Schwimmscheibe, dem Rücken, gesehen. Fig. IV. vergrößert.

Fig. V. bis VII. ist *Melicertum campanulatum*, ebenfalls 1833 mit der vorigen beobachtet und mit Indigo geprüft. Fig. V. ist natürliche Gröfse. Die 8 gelben Beutel sind die Eierstöcke. Fig. VI. vom Rücken gesehen, Fig. VII. vergrößert.

Fig. VIII. bis X. ist *Beroë pileus*, gleichzeitig mit den vorhergehenden beobachtet. Es zeigten sich bei dieser, ausser dem grossen mittleren Canale, nur die beiden Höhlungen der Senkfäden farbig. Letztere wohl passiv. Es scheint dafs, bei glücklicher Behandlung, sich noch mehr besondere Canäle bei den Beroiden erkennen lassen werden.

Fig. XI. ist *Asterias violacea*, ein Seestern, in seinem lebendigen natürlichen Zustande, ein Exemplar von weniger als mittlerer Gröfse. Es kriecht auf der Bauchseite, den Mund nach unten gerichtet. Die Spitzen der Strahlen sind zurückgebogen und zeigen die rothen Augenpunkte offen. Das Thier kann demnach recht wohl sehen, wohin es kriecht und da es auf jedem

Strahle gleich organisirt ist, so kann es die Richtung sogleich verändern, ohne sich umzubiegen. Die Kalkstacheln seines Rückens sind durch die ausgedehnte Oberhaut fast ganz überdeckt und die weichen Cirren bewimpern den Rücken. An der Seite ragen die trompetenartigen Füße der Bauchseite hervor, welche die Bewegung bedingen.

Fig. XII. ist die vergrößerte Spitze eines Strahles desselben Seesternes im ausgedehnten Zustande. Ein rother Pigmentfleck, umgeben von einer nicht undeutlichen scharfen Begrenzung, welche den darunter liegenden Markknoten theilweis bezeichnet, liegt auf einer freien weichen Stelle der Unterseite. Dicht bei ihm, nach unten, fangen die vorn erweiterten, trompetenartigen Füße *a* mit ihrer Saugscheibe an, welche unterwärts in 4 Reihen stehen. Auf jeder Seite des Strahles verlaufen 3 Reihen etwas zackiger, rauher und stumpfer Kalkstacheln, *b, c, d*, zwischen deren beiden oberen, wie über den ganzen Rücken, Reihen von weichen conischen Röhrchen *e* stehen, in deren innerem Raume eine an der stumpfen Spitze umkehrende Bewegung von rundlichen Körperchen sichtbar ist; *f* ist eine zurückgezogene Röhre.

Nachträgliche Bemerkungen.

Obwohl ich mehrmals eifrig versucht hatte die zarten und voluminösen, schon beim Aufheben mit der Hand aus dem Wasser zerreisenden und zerfließenden gallertigen Organismen der Medusen lebend in vom Meere entferntere, für die Untersuchung bequemere Punkte zu transportiren, so lief es doch damit, über geringe Entfernung hinaus, stets unglücklich ab. Besonders im Jahre 1835 und in diesem Jahre, 1836, erhielt ich durch die Güte des Herrn Dr. Med. Ferdinand Rose in Wismar mehrere Sendungen lebender *Medusa aurita* der Ostsee, sowohl in Glas- als in Fayence-Gefäßen und auf verschiedene Weise verpackt, allein keine kam lebend in Berlin an, doch war mit jedem Transport der Zustand Hoffnung erregender, daß es doch gelingen werde. Die letzten waren einzeln in Gefäßen und so wohl erhalten, daß die ganze Form samt den Franzen des Randes und der großen Fangarme wohl erhalten, nur das Leben, wahrscheinlich wegen Luftmangels, erloschen war, was in wenig Stunden ihre schnelle Auflösung herbeiführte. Zu Ende Octobers dieses Jahres erhielt ich in Berlin eine Sendung von vielen kleineren Exemplaren der *Cyanea capillata* aus Copenhagen, wo diese Formen mit dem Nordwinde aus dem Cattegat zuweilen häufig vorkommen, durch die Güte des Herrn Dr. Switzer. Auch diese kamen, in einem hölzernen Fasse, nicht lebend und nicht unbeschädigt an, aber die Scheiben waren in Farbe und Substanz noch recht wohl erhalten, so daß sich einige Structurverhältnisse gut erkennen und andern mittheilen ließen. Die gesammelten Erfahrungen weiter benutzend bemühte sich der Studiosus Herr Hecht aus Stralsund, auf mein Ersuchen, in viel Wasser fassenden langen Cylindergläsern mit großem Korkpfropf, mit Ausschluss eines Verbandes von Blase und mit Einschluss von etwas aber wenig Luft, den Transport unschädlich zu machen. Dies gelang bei der kühleren Witterung im November so wohl, daß Sonnabend am 12. November 7 Stück 2 bis 4 Zoll große Exemplare ganz unversehrt und lebend von Stralsund in Berlin mit der Post ankamen, die noch Montag den 14. und Dienstags am 15. so deutliche Bewegung zeigten, daß sie in der Sitzung der physikalischen Classe der Akademie

und in der Versammlung der naturforschenden Gesellschaft als lebende Thiere vorgezeigt werden konnten. Am folgenden Tage waren sie todt. Die rothen Pigmentflecke, Augenpunkte, waren überall oberhalb deutlich zu erkennen. Die Augentiele waren bei allen lebenden Exemplaren samt ihrer dreiklappigen Kapsel frei in die Höhe zurückgebogen in einer ähnlichen Stellung wie die umgebogenen Spitzen der Seesterne. Die kleinen Kalkcrystalle fanden sich überall über den Augen wieder, die Nervenknötchen unter den Augentielen ebenfalls, weniger deutlich unter den Randfühlern und den Eierhöhlen-Fühlern, wovon die schwache Färbung aller Exemplare die Ursache sein mochte. Alle Exemplare hatten in ihren Eierhöhlen deutliche Eier, keins Spermatozoen. Das Wirbeln der Fangfäden bestätigte sich. Viele Eier, besonders alle von $\frac{1}{14}$ bis $\frac{1}{8}$ Linie Gröfse, hatten kein deutliches Keimbläschen, gröfsere hatten deren. Viele zerrissene und abgefallene Fühlfäden schwammen oder krochen wie selbstständige Infusorien umher, waren aber an der Structur leicht zu erkennen. Ihr noch nicht erloschnes Wirbeln bewirkte die Bewegung. Exemplare mit stark entwickelten Eiern hatten Brutbeutel, die andern nicht. An den cylindrischen braunen Jungen erkannte ich eine Mehrzahl längerer, mir unbekannt gebliebener Wimpern, die auf einem besondern Bulbus aufsafs und sich beim Trocknen samt diesem ablösten. Vorn waren deren bei einigen bis 10, hinten bis 5. Fig. XIX. Tafel VII. stellt dies dar. Weitere Entwicklung dieser Formen blieb unerkannt. Das Linien-Netz der Oberfläche der Scheibe zeigte deutlich 2 Contoure bei jeder Linie, also einen Gefäfsdurchmesser, keine einfache Zellwand. Leuchten war weder im Leben noch im Tode, weder gereizt noch ungereizt, im Dunkeln zu erkennen. Angestellte galvanische Versuche reizten auf der Unterseite, wo die Muskelstreifen liegen deutlich. Besondere galvanische Reizung an den Augentielen und Randfasern war nicht auffallend stärker. Eine Fortsetzung ruhigerer Versuche wird, wenn es wieder gelingt, lebende Thiere zu erhalten, wahrscheinlich noch bestimmtere Resultate geben. Diesmal mußte die Beobachtung der ganz erhaltenen Form die mögliche Beobachtungszeit ausfüllen. Kleinere Seethiere leben bei mir jetzt schon länger als ein Jahr in demselben Wasser, worin sie geschöpft wurden. Gefäße mit kleiner Öffnung verhindern die starke Verdunstung. *Oxytricha rubra*, *Isthmia enervis*, *Schizonemata* und selbst ein kleiner *Cyclops*, Seethiere, die ich am 19. Januar, als bereits 1 Mo-

nate alt, der hiesigen naturforschenden Gesellschaft lebend vorzeigte (Vergl. Mittheilungen der nat. Ges. 1836), leben mit *Uva Lactuca* noch jetzt im November. Vielleicht erlaubt auch Seesalz in Wasser aufgelöst, künstliches frisches Seewasser zu bereiten, welches zu noch längerer Erhaltung vieler solcher Thierformen, deren intensive mikroskopische Betrachtung jetzt ein besonderes größeres wissenschaftliches Interesse hat, beitragen wird. Alle Methoden, solche Thiere todt aufzubewahren erlauben keine sichere mikroskopische Analyse.

Es scheint, daß die Behauptung des Nesselns oder Brennens der *Medusa aurita* nur auf einer Verwechslung mit anderen Formen beruht. In der Ostsee, wo diese Meduse allein vorhanden ist, bin ich beim Baden oft mit dem Körper in Berührung mit diesem Thiere gekommen, ohne je ein Nesseln zu fühlen. Auch das Berühren mit der Zunge gab kein Gefühl von Schärfe. Dagegen habe ich nach vielem Berühren der rothen *Cyanea* (*Medusa*) *capillata* mit den Händen in der Nordsee an heftigem Brennen und Schwellen der Rückenseite der Hände sehr gelitten. In der Nordsee, in Wangeroge, Norderney, Helgoland, Cuxhaven dergl. Badende haben sich daher, wie im Mittelmeere und im atlantischen Meere, vor Berührung der Medusen mit dem Körper in Acht zu nehmen, dagegen alle an der Südküste der Ostsee, in Swinemünde, Doberan dergl. Badende, die im Wasser gar lieblich anzusehenden Medusen nicht zu fürchten haben. Badende, die nicht bloß in der Ostsee baden, warnt man allerdings zweckmäßig vor Berührung aller Medusen, weil sie an andern Orten leicht schädliche mit den unschädlichen verwechseln. Auch kommen schädliche schon an der Nordküste der Ostsee nach Nordstürmen häufig vor. Sie pflegen aber, weil sie salzigeres Wasser zu bedürfen scheinen, bald zu sterben, so daß es an der Südküste der Ostsee nur die unschädliche sehr zarte *Medusa aurita* giebt.

Kurze Beschreibung der 3 neuen Akalephen.

1. RHIZOSTOMA loriferum Hempr. et Ehr.

Disco sexpollicari, forma R. leptopodis, colore amethystinum, margine albo et violaceo late maculato, integro, brachiis discretis loriformibus, pedem longis, tenuibus, basi octaëdri, apice triquetris, corpusculo cartilagineo, conico, hyalino, glabro terminatis.

R. leptopus Chamissonis et Eyssenhardti, differt brachiis tetraëdri, appendicibus apice barbatis.

Ad Tor in mari rubro bis lectum Novembre.

2. CEPHEA vesiculosa H. et E.

Disco fere bipollicari, plano, glabro, roseo; radiatim plicato, hinc margine crenato, brachiis ramosissimis brevibus undique vesicularum nigro-fuscarum et coacervatarum capitulis obtectis, cirris hyalinis e medio disco plurimis, comae forma, pendulis, tripollicaribus.

A Medusa Cephea Forskælii differt: disco plano roseo glabro reliq.

Prope Tor in mari rubro Novembre semel lecta.

3. MEDUSA (AURELIA) stelligera H. et E.

Disco sexpollicari, habitu M. auritae, colore hyalino cinerascnte, ovariiis 4, conglomeratis, fusciscentibus, radius disci fere 16, rufo punctatis, stellam referentibus, cirris marginalibus paucis, inter ocellos rufos singulos quinis, validis, brachiis 4, plicatis, marginem non excedentibus.

Alexandriae Aegypti in portu novo Octobre frequens.



Naturreich des Menschen

oder

das Reich der willensfreien beseelten Naturkörper

in XXX Classen

überwiegend gestaltet nach dem von Professor Dr. Hermann Müller über die Thierformen im Allgemeinen

TYPUS

Organismus, bestehend aus einem Empfindungssysteme, einem vermittelnden Gefäßsysteme, einem Ernährungssysteme, einem Bewegungssysteme und einem (wahrscheinlich überall zweitheiligen) Fortpflanzungssysteme.

Erste Abtheilung

Gleiche Entwicklung aller Systeme. Empfindungssysteme dadurch zur Bildung von klarem Selbstbewusstsein und über das Individuum hinaus wachsender Entwicklung geschickt (Sprache, Wissenschaft, Kunst, Religion) (hierin unersetzbar unbeschränkter Ersatz für alle mangelhafte und einseitige Organisation):

Kreis der Völker.

Der Mensch

Im Verstande, vernunft, herabstehend, warmblütig, lungenathmend, getrennten Geschlechts, reif gebarend, saugend.)

Zweite Abtheilung.

Größere Entwicklung einzelner Systeme. Empfindungssysteme nur zur Bildung vielfacher unklarer Geistesthätigkeiten, ohne klaren Selbstbewusstsein, mit auf das Individuum beschränkter Entwicklung, geschickt (Laute, Kunststriche) (hierin unersetzbar unbeschränkter Ersatz für alle mangelhafte und einseitige Organisation):

Kreis der Thiere.

A.

Rückenmarksthier = Wirbelthiere.

Markthiere (MYELONEURA).

Getrenntes Geschlecht, Herz.

a. Warmblütige Markthiere

oder I. Familien-Thiere, NUTRIENTIA (Sorge für die Jungen).

1) warmblütig, Lungenathmung des Erwachsenen, Reif Gebären (Lebendes Gebären), Säugen der Jungen, Behaarung;

2) warmblütig, Lungenathmung des Erwachsenen, Unreife Gebären (Liegendes, Brüten), Ären der Jungen, Befruchtung;

Vögel, Aves;

b. Kaltblütige Markthiere

oder II. Einzel-Thiere, ORPHANOZOA (keine Sorge für die Jungen).

1) kaltblütig, Lungenathmung des Erwachsenen, mit Füßen oder Flossen

IV. Amphibien, Amphibia;

2) kaltblütig, Kiemenathmung des Erwachsenen, mit Flossen oder Flossentouren

V. Fische, Pisces.

B.

Rückenmarklose Thiere = Wirbellose Thiere.

Marklose Thiere (GANGLIONEURA).

Überall Lilielung. Gefäße mit oder ohne Herz.

a. Herzthiere (marklose Herzthiere),

SPHYMOZOA, CORDATA.

Mangel an Rückenmark, Blutlauf durch ein Herz oder pulsirende Gefäße angezeigt.

III. Gliederthiere, ARTHRODATA.

Wahre vollkommenste oder unvollkommenste Gliederung:

(Wahre Gliederung durch mehr oder weniger gezähnte Ganglien-Reihen der Nerven und deren Strahlen bezeichnet)

a. Glieder- und Ganglien-Zahl fest, getrenntes Geschlecht

* innere Luftröhren-Atmung beim Erwachsenen:

Kerbthiere, Insecta;

* innere Lungen- oder Luftkiemer-Atmung beim Erwachsenen:

Spinnen, Arachnoidea;

* äußere Luftröhren-Atmung (Wasser- oder Luftkiemer-Atmung) beim Erwachsenen:

Krebse, Crustacea; cum Entomostraca, Cirropodia, Lernaei

* Glieder- und Ganglien-Zahl schwankend, vereintes Geschlecht

* Gestalt lebendig, einfach, allmählig verlängert, keine Selbstheilung

Ringelthiere, Annelida;

* Gestalt durch Selbstheilung verändert, verkleinert

Spaltthiere, Sumatolonia; = Naidinae Turbellaria rhabdocoela

IV. Weichthiere, (Schnecken) MOLLUSCA.

keine Körpergliederung, zerstreute Nerven-Ganglien-

(Form beständig oder durch Knospungbildung veränderlich)

a. Form beständig, Mund in einen kopfartigen Fortsatz verlängert

* Bewegungsorgane aus dem Kopf gestellt, armartig oder segelartig, zum Fangen, Schwimmen und zum Kriechen dienlich

Tintenschnecke, Cephalopoda;

* Bewegungsorgane segelartig, nur zum Schwimmen dienlich

Flossenschnecken, Pteropoda;

* Bewegungsorgane eine Hausschale bildend, nur zum Kriechen dienlich

Schnecken, Gasteropoda;

b. Form beständig, Mund in den Mantel eingeschlossen ohne kopfartigen Fortsatz, keine Knospungbildung:

* Mätrige an den Mantel geheftete freie Kiemen

Muschelschnecken, Acapala;

* fadenförmige, gestülpte, freie Kiemen

Armschnecken, Brachyopoda;

* netzartige eingewachsene Kiemen

Schneidenschnecken, Tunicata; = Ascidiae simplices

c. Form unbeständig, durch Knospungbildung veränderlich, Mund vom Mantel eingeschlossen, netzartige eingewachsene Kiemen:

Corallenschnecken, Aggregata; = Ascidiae compositae

b. Gefäßthiere,

ASPHYCTA, VASCULOSA.

Mangel an Rückenmark, schneller Blutlauf in pulsirenden Gefäßen, durch zitternde Bewegung der inneren Gefäßwand bedingt (Gefäße, kein Puls). Verdauungsorgan einfach oder zertheilt.

V. Schlangenthier, TUBULATA.

Verdauungsorgan einfach sackförmig oder schlackförmig; keine wahre Körpergliederung oder Scheingliederung (durch Muskel- und Gefäßvertheilung).

a. Form unbeständig, durch Knospungbildung und Selbstheilung veränderlich

* Körpergliederung mangelnd, vorwaltende Knospungbildung, keine Selbstheilung

* Alle Individuen der gleichen Art weiblich (wahrscheinlich hermaphrodisch)

XVIII. Moosthiere, Bryozoa; = Halysidonia, Flustra, Eschara relq.

* Alle Individuen der gleichen Art mit ungleicher Geschlechts-Entwicklung (fruchtbar-bildend nicht selbst- und g. sondern aus geschlechtslosen (maulichen) sprossend):

XIX. Kapselthiere, Dimorphaea; = Sertularia, Tubularia;

* Scheingliederung des Körpers, Gliederzahl unbestimmt, keine Knospungbildung, zu-

weisen, vielleicht überall, Selbstheilung:

XX. Stachelwürmer, Turbellaria; = Turbellaria rhabdocoela, exclusis Naidinae et Gordia, = Derostoma, Turbellula, Felicia relq.

* Form beständig, weder Knospungbildung noch Selbstheilung, Scheingliederung

* Getrenntes Geschlecht, keine äußeren Wirbelorgane:

XXI. Fadenwürmer, Nematoida; = Entozoa intestino simpliciter cum Gordia et Anguillula

* Hermaphrodismus, (äußere Wirbelorgane zum Schwimmen, Fahren oder Atmen)

* Raderorgane zum Schwimmen oder Fangen, (eitrige innere Organe, Kiemen?)

* einfacher Saug-, Griffel- oder Zangen-Fuß, deutlich hermaphrodisch.

XXII. Raderthiere, Rotatoria;

* keine Raderorgane, kein Schwimmen (äußere Wirbel zum Atmen? keine inneren Zitterorgane), viele Füße oder Arme zum Kriechen, Alle eibildend

XXIII. Seeigel, Echinodermata; = Echinus relq. Holothuria, Siphonalia

VI. Traubenthier, RACEMIFERA (RADIATA).

Verdauungsorgan zertheilt, gabelförmig, sternförmig, baumförmig oder traubenförmig

(Häufig Selbstheilung, keine Gliederung oder Scheingliederung)

a. Strahlige Anordnung der Geschlechtsorgane (und oft aller übrigen):

* Form beständig, strahlig, keine Knospungbildung, keine Selbstheilung:

* Scheingliederung des Körpers, Strahlung durchgehend, Füße kein Schwimmen

XXIV. Seeesterne, Asteroidea;

* keine Gliederung, Strahlung einseitig oder durchgehend, Organe zum Schwimmen, zuweilen eine dachziegelförmig zusammengesezte Schwimmbalke

XXV. Quallen, Aequorea;

* Form unbeständig durch Knospungbildung und Selbstheilung, Strahlung durchgehend

XXVI. Blumenthiere, Anthozoa; = Sertularia, Tubularia et Coryna.

* keine strahlige Anordnung der Geschlechtsorgane:

* keine Selbstheilung, kein Wirbel, äußerer Wimpern beim Erwachsenen, einfacher, oder kein Magen, getheilte Darm.

XXVII. Saugwürmer, Trematoda; = Entozoa intestino ramoso (cum Cercaria: Cercaria, Heteracanthia, Spiracanthia relq.)

* keine Selbstheilung, wirbelnde äußere Wimpern beim Erwachsenen, einfacher oder kein Magen, getheilte Darm.

XXVIII. Plattwürmer, Ctenophora; = Turbellaria dendrocoela: Typhloplanus, Planaria rel

* Selbstheilung und Knospungbildung, meist wirbelnde Wimpern, einfacher Darm oder kein Magen, aber viele Magen.

XXIX. Magenthier, Polygastrica; = Monas relq.



MEDUSA aurita

I

II

III

IV

VI

VIII

VII

IX

X

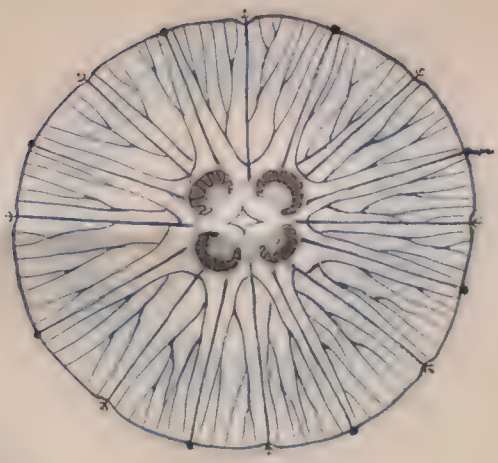
XI

XII

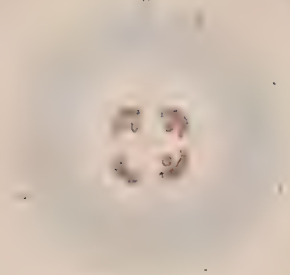
Handzeichnungen und
Zahlenverhältnisse der *Matapa aurea*



III



IV



VI



Crane and Crane



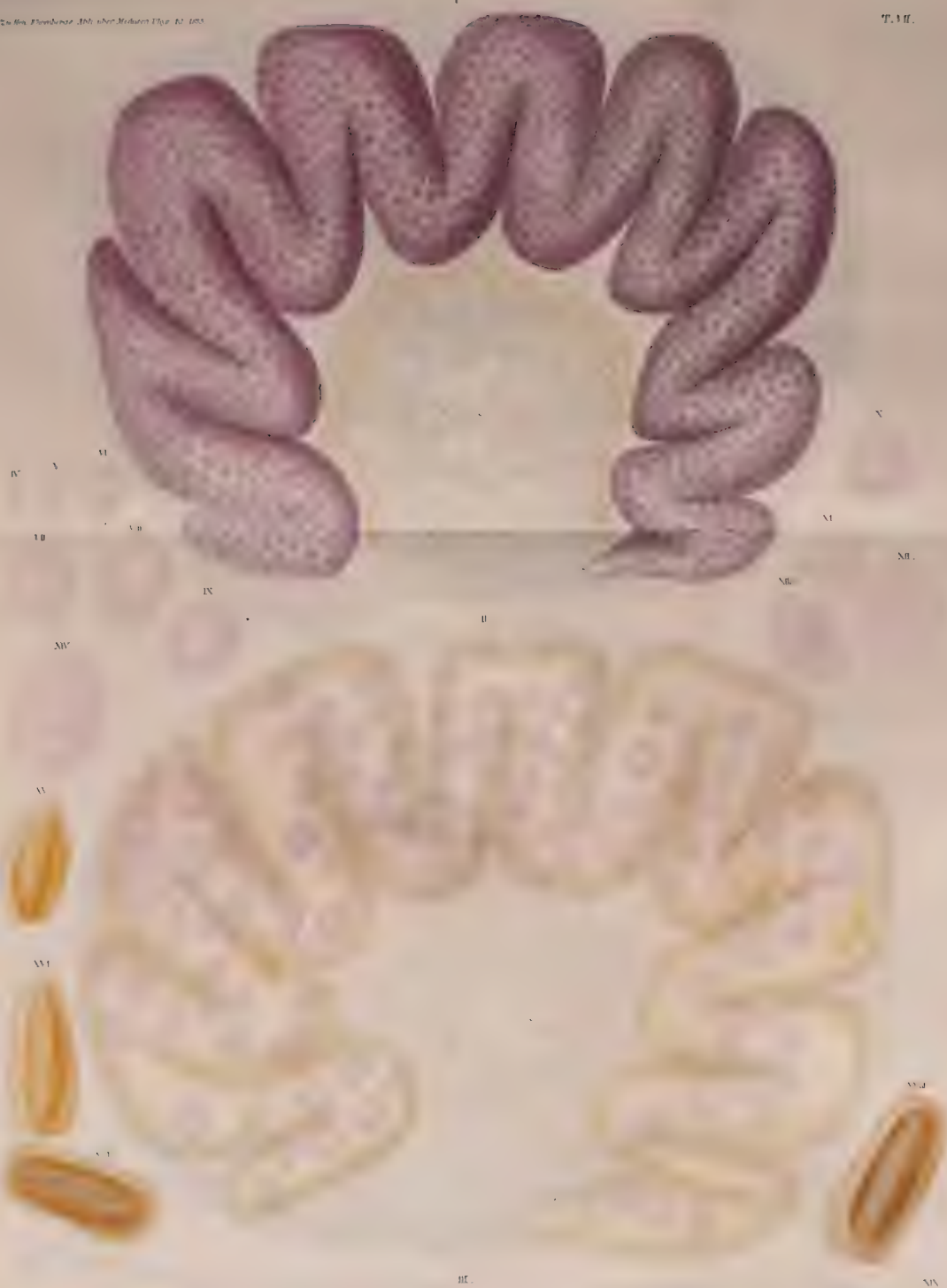
Augen und Crystallbildung von Melipha caesia

Bett et



*Part der Pfundfächer und der Gullerfächer
des *Melissa aurea**

Hyphozoa.



der Mechanik auszuheben



Über
eine versteckte gegenseitige Beziehung zwischen
den Krystallsystemen des Feldspathes und des
Kalkspathes.

Von
H^{rn}. WEISS.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 9. Decbr. 1833, nebst Nachtrag vom  
26. Febr. 1835.]

Daß das Feldspathsystem, wie ich es in den Schriften der Akademie für die Jahre 1816 und 1817 nach seinem Fundamentalverhältniß  $a : b : c = \sqrt{13} : \sqrt{39} : \sqrt{3} = 1\frac{1}{4} : 1 : 1\frac{1}{4}$  aufgestellt habe, und das System des Haüy'schen Kalkspathrhomboëders, wo  $s : c = 1 : 1$  ist, beide aus einander krystallonomisch sollten abgeleitet werden können, möchte auf den ersten Ansehen wohl die größte Unwahrscheinlichkeit gegen sich haben: und man möchte leicht glauben, daß, wenn irgend Krystallsysteme gänzlich verschiedenen und unvereinbar seien, es gewiß auch diese zwei sein werden.

Dem ist aber doch nicht so. Wenn ich die unter ihnen beiden wirklich Statt findende gegenseitige Ableitbarkeit geometrisch darthun werde, so bin ich allerdings weit entfernt, diesem geometrischen Zusammenhang eine reelle physikalische Bedeutung beizulegen und ein Krystallsystem aus beiden zu machen, oder in der Natur die Umgestaltbarkeit der wirklichen Kalkspath- in Feldspathformen, oder umgekehrt zu behaupten: es wird mir vollkommen genügen, meine Aufgabe geometrisch gelöst zu haben: und in dem ganz ungleichartigen physikalischen Werth und Beschaffenheit dessen, was geometrisch gleichartig gedacht werden kann, wird, nach wie vor, die wesentliche Verschiedenheit beider Krystallsysteme begründet erscheinen. Immer aber wird es eine neue, gewiß unerwartete Eigenschaft für das auf-

gestellte Feldspathbild sein, welches sich so unerschöpflich reich an merkwürdigen und interessanten versteckten Eigenschaften und Analogieen längst gezeigt hat: dafs es eine geometrisch gar nicht entfernt liegende Verwandtschaft mit dem Häüy'schen Kalkspathsysteme in sich verbirgt. Und gewifs, wenn je zwei Bilder von Krystallsystemen unabhängig von einander und ohne alle gegenseitige Beziehung aufgefunden oder aufgestellt worden sind, so sind es gewifs die zwei: das des Häüy'schen Kalkspathrhomboëders mit  $45^\circ$  Neigung gegen die Axe, und mein Feldspathbild,  $a:b:c = \sqrt{13}:\sqrt{39}:\sqrt{3}$ . Der Charakter einer besondern Einfachheit und grosser innern Regelmässigkeit ist in dem erstern evident, da für dasselbe gilt  $s:c = 1:1$ ; das zweite in der Form  $a:b:c = \sqrt{\frac{1}{3}}:\sqrt{\frac{1}{1}}:\sqrt{\frac{1}{2^2+3^2}}$  besitzt einigermassen ein solches Gepräge.

Zur Sache. Man denke sich drei Feldspathflächen,  $[\frac{1}{2}a':b':c']$ ,  $[\frac{1}{3}a:\frac{1}{5}b:\frac{1}{2}c]$  und  $[a:\frac{1}{7}b':\frac{1}{2}c]$ , so werden diese drei nebst den ihnen parallelen zusammen das Häüy'sche Kalkspathrhomboëder ausmachen. Sie sind fürs erste gegen die Axe  $c$  alle genau geneigt unter  $45^\circ$ ; denn für die erste hat man in Bezug auf diese Neigung,

$$\sin : \cos = \frac{\frac{a}{2} \cdot b}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + b^2}} : c = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + 4b^2}} : c$$

also, wenn  $a:b:c = \sqrt{13}:\sqrt{39}:\sqrt{3}$ ,

$$\sin : \cos = \frac{\sqrt{13 \cdot 39}}{\sqrt{13 + 4 \cdot 39}} : \sqrt{3} = \sqrt{3} : \sqrt{3} = 1 : 1$$

für die zweite,

$$\sin : \cos = \frac{ab}{3 \cdot 5 \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 + \left(\frac{b}{5}\right)^2}} : \frac{c}{2} = \frac{ab}{\sqrt{25a^2 + 9b^2}} : \frac{c}{2};$$

wenn  $a:b:c$  die vorigen Werthe haben,

$$= \sqrt{\frac{13 \cdot 39}{25 \cdot 13 + 9 \cdot 39}} : \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 13 \cdot 3}{(25 + 27) \cdot 13}} : \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 3}{52}} : \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3}{9}} : \sqrt{\frac{3}{4}} = 1 : 1$$

und für die dritte,



$$\begin{aligned}\sin : \cos &= \frac{ab}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{b}{7}\right)^2}} : \frac{c}{2} = \frac{ab}{\sqrt{49a^2 + b^2}} : \frac{c}{2} \\ &= \sqrt{\frac{13 \cdot 39}{49 \cdot 13 + 39}} : \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 13 \cdot 3}{52 \cdot 13}} : \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} : \sqrt{\frac{3}{4}} = 1 : 1\end{aligned}$$

Aber die 3 genannten Flächen liegen auch, wie die Flächen eines Rhomboëders liegen müssen, gleichmäÙig um die Axe vertheilt: d. i. ihre 3 Neigungsebenen gegen die Axe schneiden sich unter Azimuthen von je 120°, oder ihre Durchschnitte mit der auf der Axe senkrechten Ebene einander unter je 60°.

Dies wird durch die Construction in fig. 1. leicht erwiesen. Es sei nämlich  $A'C = AC = a = 1$ ,  $CB = CB' = b = \sqrt{3}$ , oder  $A'B'AB$  der Rhombus von 120°,  $cC = \frac{1}{2}A'C$ ,  $oC = \frac{1}{3}AC$ ,  $Cp = \frac{1}{5}CB$ ,  $Cq = \frac{1}{7}CB'$ , so sind die Linien  $iB$ ,  $op$ ,  $Aq$ , die den Flächen  $\left[\frac{1}{2}a' : b' : c\right]$ ,  $\left[\frac{1}{3}a' : \frac{1}{5}b' : \frac{1}{7}c'\right]$ ,  $\left[a' : \frac{1}{2}b' : \frac{1}{2}c'\right]$  entsprechenden Durchschnitte mit der Ebene der Dimensionen  $a$  und  $b$ . Man lege die Fläche  $\left[\frac{1}{2}a' : b' : c\right] = \left[\frac{1}{3}a' : \frac{1}{5}b' : \frac{1}{7}c'\right]$  durch  $ut$  parallel mit  $iB$ , so daÙ  $uC = \frac{1}{2}cC = \frac{1}{4}A'C$ , und  $Ct = \frac{1}{2}CB$ , so gehen alle drei Flächen gemeinschaftlich durch  $\frac{1}{2}c$ , und die Linien  $ut$ ,  $op$ ,  $Aq$ , verlängert, bis sie sich einander schneiden, beschreiben mit ihren Durchschnittspuncten das gleichseitige Dreieck  $mnr$ , und zwar so, daÙ jede dieser Linien in dem regulären Sechseck  $A'DEAFG$  einer Linie entspricht, aus einer der drei abwechselnden Ecken  $A$ ,  $G$ ,  $D$  nach der Mitte einer ihr links gegenüberliegenden Seite  $d$ ,  $f$ ,  $t$  gezogen: hieraus leuchtet ihre symmetrische Lage um den Mittelpunkt  $C$  und die Axe  $c$  vollkommen ein, so daÙ es keiner weiteren Beweisführung bedarf, daÙ das Dreieck  $mnr$  ein gleichseitiges ist. Die drei angegebenen Feldspathflächen mit den ihnen parallelen bilden also in aller Strenge das Haüy'sche Kalkspathrhomboëder. Für den Krystallkundigen ist also auch kein Zweifel mehr: daÙ sich jede Kalkspathfläche und in jeder ihr zukommenden Wiederholung der gleichartigen <sup>(1)</sup> sich im Feldspathsyste<sup>m</sup> ausdrücken läÙt, und umgekehrt.

(1) Jeder der 3 Ausdrücke  $\left[\frac{1}{2}a' : b' : c\right]$  u. s. w. läÙt sich viermal wiederholen, nämlich  $\left[\frac{1}{2}a' : b' : c\right]$ ,  $\left[\frac{1}{2}a' : b' : c\right]$  und  $\left[\frac{1}{2}a' : b' : c\right]$  und drückt dann 4 nach demselben Ende ge-

Der Gang, auf welchem ich zu diesen Resultaten geleitet wurde, war folgender. Ich stellte mir die Frage: welche 6gliedrigen oder rhomboëdrischen Systeme überhaupt fähig seien, Flächen und zwar Sechsendsechskantnerflächen (= Dreiunddreikantnerflächen im rhomboëdrischen Systeme) in sich zu enthalten, welche gegen die Axe  $c$  genau  $45^\circ$  geneigt wären, wie die Fläche des Haüy'schen Kalkspathrhomboëders. Von den Flächen eines Dreiunddreikantners aber liegen bekanntlich 3 abwechselnde jederzeit wie die Flächen eines Rhomboëders regelmäsig um die Axe herum, und geben zusammen mit den ihnen parallelen jederzeit ein Rhomboëder, das ich ein gedrehtes nenne, als Hälftflächner des Dreiunddreikantners.

Die Formel für die Neigung jeder solcher Fläche gegen die Axe (s. m. Abh. in d. Schr. d. Akad. von 1823. S. 222) ist

$$\sin : \cos = \frac{s}{\sqrt{n^2 - n + 1}} : \gamma c$$

und dieses Verhältniß gesetzt  $= 1 : 1$ , führt auf den Werth von  $n$ , wenn man die hiedurch gegebene unreine quadratische Gleichung auflöst,

$$n = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{s^2}{\gamma^2 c^2} - \frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{\frac{4s^2}{\gamma^2 c^2} - 3} \right)$$

$n$  wird also ein krystallonomisch möglicher Werth für ein durch  $\frac{s}{c}$  gegebenes rhomboëdrisches oder 6gliedriges System sein, wenn  $\sqrt{\frac{s^2}{\gamma^2 c^2} - \frac{3}{4}}$  oder (da für  $\gamma c$  hier  $c$  gesetzt, d. i.  $\gamma c$  unmittelbar für die Axe des gesuchten Systems angesehen werden kann) wenn  $\sqrt{\frac{s^2}{c^2} - \frac{3}{4}}$  eine Rationalzahl, also  $\frac{s^2}{c^2} - \frac{3}{4}$  oder  $\frac{4s^2}{c^2} - 3$  das Quadrat einer solchen ist <sup>(1)</sup>.

Unter den so ausgemittelten Verhältnissen  $\frac{s}{c}$  oder  $\frac{s}{\gamma c}$  fanden sich gar bald zwei, nämlich  $\frac{s}{\gamma c} = \sqrt{13}$ , und  $\frac{s}{\gamma c} = \sqrt{\frac{39}{4}}$ , von denen es nicht schwer war

neigte gleichartige Flächen (eines Rhomben-Octaëders), alle drei daher in diesen Wiederholungen 12 gegen dasselbe Ende gleich geneigte Flächen, d. i. die gegen dasselbe Ende geneigten Flächen eines Sechsendsechskantners vollständig aus, dessen Viertelflächner, oder Hälftflächner eines Dreiunddreikantners das construirte gedrehte Rhomboëder ist.

(1) Es ist eben so leicht zu sehen, daß die Bedingung des gleichen Zusammenhanges eines 6gliedrigen (oder rhomboëdrischen) Systems mit dem regulären die ist: daß  $\frac{4s^2}{c^2} - \frac{3}{4}$  oder  $\frac{4s^2}{\gamma^2 c^2} - 3$  das Quadrat einer Rationalzahl sein muß.

zu bemerken, daß  $113 = \frac{b}{c}$  des Feldspathsystems, und  $\sqrt[39]{\frac{39}{4}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{c}$  wiederum des Feldspathsystems war. Der Feldspath besitzt aber bekanntlich unter der Voraussetzung, daß seine Säule genau  $120^\circ$ , oder sein  $a:b=1:13$  ist, die allgemeine geometrische Vergleichbarkeit mit einem 6gliedrigen und rhomboëdrischen Systeme.

Für das Verhältniß  $\frac{s}{\gamma c} = \sqrt[39]{\frac{39}{4}}$  gab die obige Formel  $n = \frac{7}{2}$ ;

für  $\frac{s}{\gamma c} = \sqrt[13]{13}$  gab sie  $n = 4$ ;

und nun bedurfte es nur der Anwendung der allgemeinen Methode <sup>(1)</sup>, um aus beiden Zeichen für die Fläche

$$\begin{array}{|c|} \hline \gamma c \\ \hline a : \frac{2}{3}a : \frac{2}{5}a \\ \frac{2}{7}s : \frac{1}{4}s : \frac{1}{13}s \\ \hline \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{|c|} \hline \gamma c \\ \hline a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{3}a \\ \frac{2}{5}s : \frac{2}{7}s : s \\ \hline \end{array}$$

die Werthe in den Feldspathdimensionen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  für die drei gesuchten gleichartigen Flächen abzuleiten.

Wenn wir das Sechseck  $ADEAFG$  als das der Lateralkanten eines Dihexaëders betrachten, dessen  $a = AC$  der Figur u. s. f., so haben wir für eine Linie, wie  $Ad$ ,  $Gf$ ,  $Dt$  den Ausdruck

$$\begin{array}{|c|} \hline \dots \\ \hline a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{3}a \\ \frac{2}{5}s : \frac{2}{7}s : s \\ \hline \end{array}$$

<sup>(1)</sup> Vgl. die Abb.: „Grundzüge der Theorie der Sechsendsechskantner und Dreiuuddreikantner,” in den Schriften der phys. Kl. d. Ak. d. Wiss. für 1822 u. 1823. S. 217 u. fgg., wo das allgemeine Zeichen

$$\begin{array}{|c|} \hline \gamma c \\ \hline a : \frac{1}{n}a : \frac{1}{n-1}a \\ \frac{1}{n+1}s : \frac{1}{2n-1}s : \frac{2}{n-2}s \\ \hline \end{array}$$

entwickelt worden ist.

Die Linie  $Dt$  zeigt unmittelbar, daß (ihr  $\frac{1}{4}a$  in  $CD$  genommen) in dem zweiten  $a$  unseres Zeichens, d. i. in  $CA'$ , ihr der Werth  $\frac{1}{4}a$ , d. i.  $Cu = \frac{1}{4}CA'$  zukommt, in dem darauf rechtwinklichen  $Ct$  aber, d. i. in dem dritten  $s$  der geschriebenen Formel, das Stück  $1s$  selbst, d. i.  $Ct = \frac{1}{2}CB$ ; das Zeichen in Beziehung auf die Feldspathdimensionen, wo  $CA' = a'$ ,  $CB = b$ , drückte dies durch  $\left[ \frac{1}{4}a' : \frac{1}{2}b : \dots \right]$  unmittelbar aus.

In gleicher Weise thut die Linie  $Gf$  dar, daß, ihr  $\frac{1}{4}a$  in  $CG$  genommen, in dem dritten  $a$  von da aus gezählt, d. i. in  $CA$ , ihr das  $\frac{1}{3}a$  unseres Zeichens, d. i. der Werth  $Co = \frac{1}{3}CA$  zukommt, in dem auf diesem rechtwinklichen  $CB$ , d. i. in dem zuerst geschriebenen  $s$  unseres Zeichens aber das Stück  $Cp = \frac{1}{5}Ct = \frac{1}{5}CB$ ; beides drückte unser Zeichen  $\left[ \frac{1}{3}a : \frac{1}{5}b : \dots \right]$  in Beziehung auf die Feldspathdimensionen aus, für welche  $CB = b$ ,  $CA = a$  war.

Die Linie  $Ad$  endlich zeigt, wie das auf dem ersten  $a$ , d. i. auf  $AC$  senkrechte Stück  $Cq$  der Linie  $CB'$  oder  $Cs'$  das  $\frac{2}{7}s$  unseres Zeichens ist, oder den Werth hat  $= \frac{2}{7}Cs = \frac{1}{7}CB'$ , daher wir sie in Beziehung auf die Feldspathdimensionen  $\left[ a : \frac{1}{7}b' : \dots \right]$  geschrieben haben.

Das Perpendikel aber, aus  $C$  auf die von  $\frac{1}{4}a'$  nach  $\frac{1}{2}b$ , oder von  $\frac{1}{3}a$  nach  $\frac{1}{5}b$ , oder von  $a$  nach  $\frac{1}{7}b'$  gezogene Linie, ist  $= \frac{1}{2}c$  der Feldspathdimension  $c$ : die Fläche wird also  $45^\circ$  gegen die Feldspathaxe  $c$  geneigt sein, wenn sie, durch eine jener Linien gelegt, zugleich durch  $\frac{1}{2}c$  geht.

Die drei Feldspathflächen  $\left[ \frac{1}{4}a' : \frac{1}{2}b : \frac{1}{2}c \right]$ ,  $\left[ \frac{1}{3}a : \frac{1}{5}b : \frac{1}{2}c \right]$  und  $\left[ a : \frac{1}{7}b' : \frac{1}{2}c \right]$  lösen sich sonach in die ihnen gemeinschaftliche dihexaëdrische Form  $\left[ a : \frac{1}{4}a : \gamma c \right]$  auf; jede einzelne giebt eins der drei  $a$  des Zeichens

$$\begin{array}{c} a : \frac{1}{4}a : \frac{1}{3}a \\ \frac{2}{5}s : \frac{2}{7}s : s \end{array}$$

mit dem auf ihnen rechtwinklichen  $s$ , letzteres im Werthe von  $b = 2s$  ausgedrückt, an.

Es ist bemerkenswerth, daß die Form  $\left[ a : \frac{1}{4}a : \dots \right]$  von der größten Einfachheit ist: sie findet sich überdem identisch unter andern mit der,

welche der gewöhnlichsten Trapezfläche des Quarzes zukommt (Abhandl. d. phys. Kl. d. Akad. d. W. aus d. J. 1816 u. 1817. S. 320. 323. u. f.; vgl. den Band v. d. J. 1822 u. 1823. S. 251.) und der ihr entsprechenden im Kalkspathsystem (vgl. Taf. I. der letztgenannten Abhandlung, B. a. 1.). Selbst wenn wir den Coefficienten von  $c$  ganz im Sinne des Feldspathsystems mit berücksichtigen, so finden wir den Ausdruck der Fläche  $\left[ a : \frac{1}{4}a : \dots \right]$  vollkommen wieder als identisch mit derjenigen Kalkspathfläche, welche wir in der ebengenannten Tafel unter A. a. 5. aufgeführt haben, d. i. mit der Monteiro'schen Kalkspathfläche  $\overset{3}{D} = \lambda$  bei Haüy.

Dafs übrigens der nämliche so einfache Ausdruck auch aus dem andern, welchen man für eine Fläche mit genau  $45^\circ$  Neigung gegen die Axe, bei  $\frac{s}{c} = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ , erhält, nämlich aus dem Ausdruck  $\left[ a : \frac{2}{3}a : \frac{2}{3}a \right]$  folge, das macht die Fig. 2. deutlicher, in welcher das um das vorige umschriebene Sechseck  $HIKLMN$  dasjenige ist, auf welches der Ausdruck der Fläche  $a : \frac{2}{3}a : \dots$  u. s. f. sich bezieht, und dessen  $s$  = dem  $a$  des kleineren Sechsecks =  $A'C \dots$  u. s. f., dessen  $a$  aber =  $CH = CN$  u. s. f. =  $\frac{4}{3}Cl = \frac{4}{3}s$  des kleineren Sechsecks ist. Man ziehe z. B.  $Nl$  so, dafs  $Cl = \frac{4}{3}CD$ , so entspricht sie dem Ausdruck

$$\left[ a : \frac{2}{3}a : \frac{2}{3}a \right] \\ \frac{2}{3}s : \frac{1}{3}s : \frac{1}{3}s$$

Es ist nämlich,  $CN = a$  gesetzt,  $Ch = \frac{2}{7}CH$ ,  $Ci = \frac{2}{5}CI$ ,  $Cg = \frac{4}{9}CG$ ,  $Cv = \frac{1}{3}CA'$  und  $Cl = \frac{4}{3}CD$ .

Man ziehe nun die mit  $Nl$  parallele Linie  $Dt$ , wie in Fig. 1., so ist (so wie  $CD = \frac{3}{4}Cl$ ,  $Ct = \frac{3}{4}CN$ ), so auch  $Cu = \frac{3}{4}Cv = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}CA' = \frac{1}{4}CA' = \frac{1}{4}a$  im Sinne des kleineren Sechsecks; eben so  $Cw = \frac{3}{4}Cg = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}CG = \frac{1}{3}CG = \frac{1}{3}a$ . Ferner  $Cx = \frac{3}{4}Ci = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}CI = \frac{2}{5}Cd = \frac{2}{5}s$  des kleineren Sechsecks;  $Cy = \frac{3}{4}Ch = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}CH = \frac{2}{7}Cz = \frac{2}{7}s$  im nämlichen Sinne,  $Ct$  endlich =  $s$  selbst.

Und somit ist vollständig klar, dafs die Richtung, im gröfseren Sechseck ausgedrückt durch



$$\left. \begin{array}{l} a : \frac{2}{7}a : \frac{2}{5}a \\ \frac{2}{9}s : \frac{1}{3}s : \frac{4}{3}s \end{array} \right\},$$

identisch ist mit der Richtung, welche in Bezug auf das kleinere Sechseck ausgedrückt wird durch

$$\left. \begin{array}{l} a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{5}a \\ \frac{2}{5}s : \frac{2}{7}s : s \end{array} \right\}$$


---

Wir haben hierbei in einem speciellen Falle eine Aufgabe gelöst, welche in größerer Allgemeinheit zu lösen für die Behandlung 6gliedriger Systeme nicht ohne Interesse ist, nämlich einen gegebenen Flächenausdruck in den entsprechenden eines Dihexaëders entgegengesetzter Ordnung zu übersetzen; denn die zwei Sechsecke der Fig. 2. entsprechen denen der Lateralkanten der Dihexaëder entgegengesetzter Ordnungen eines und desselben Systems. Die allgemeine Auflösung der Aufgabe ist: Es sei gegeben die Fläche in dem einen System als

$$a : \frac{1}{n}a : \text{u. s. f. und werde gesucht in dem andern}$$

$$\text{als } a' : \frac{1}{n}a' : \text{u. s. f. so findet sich}$$

$$n' = \frac{2n-1}{n-2} \quad (1)$$

Dies giebt jede der Proportionen, wie sie in Fig. 2. klar sind; z. B.

$$a : \frac{a}{n} = \frac{2s'}{n'-2} : \frac{2s'}{2n'-1} \text{ giebt}$$

---

(1) Es ist dies dieselbe Gleichung, welche in der Abh. über die Sechsendsechs- und Drei- und drei-Kantner vorkam (s. d. Schr. d. Ak. f. 1822 u. 23. S. 221). Wir nannten da  $m$ , was hier  $n'$  geschrieben ist. Der Grund der Gleichheit der Formel, die aus beiden Betrachtungen hervorgeht, ist auch leicht zu finden.

$n(n' - 2) = 2n' - 1$ , also  $n = \frac{2n' - 1}{n' - 2}$ , welches sich auch auflösen läßt in

$$n' = \frac{2n - 1}{n - 2} \quad (1).$$

Oder  $\frac{a}{n-1} : a = \frac{2}{n'+1} s' : \frac{2}{n'-2} s'$  giebt

$$n' + 1 = (n - 1)(n' - 2) = nn' - 2n - n' + 2$$

$$2n' = nn' - 2n + 1$$

$$2n - 1 = (n - 2)n', \text{ also } n' = \frac{2n - 1}{n - 2}$$

Oder auch  $\frac{2}{n-2} s : a = a' : \frac{2}{n'-2} s'$ , giebt

$$\frac{as'}{ss'} = \frac{4}{(n-2)(n'-2)}. \text{ Aber } \frac{a}{s} = \frac{a'}{s'} = \sqrt[4]{\frac{4}{3}}; \text{ also } \frac{as'}{ss'} = \frac{4}{3} = \frac{4}{(n-2)(n'-2)},$$

d. i.

$$(n - 2)(n' - 2) = 3, \text{ oder } nn' - 2n' - 2n + 4 = 3; n'(n - 2) = 2n - 1,$$

und  $n' = \frac{2n - 1}{n - 2}$ , wie vorhin.

Der entsprechende Werth in  $c'$  aber wird ausgedrückt sein durch  $\gamma'c$  allgemein nach der Formel

$$\frac{\gamma'c'}{a'} = \frac{\gamma c}{s} \cdot \frac{n-2}{2}, \text{ oder auch}$$

$$\frac{\gamma'c'}{s'} = \frac{\gamma c}{a} \cdot \frac{2}{n'-2} \quad (2).$$

(<sup>1</sup>) Denn aus  $n(n' - 2) = 2n' - 1$ , d. i.  $nn' - 2n = 2n' - 1$  folgt  $(n - 2)n' = 2n - 1$ , also  $n' = \frac{2n - 1}{n - 2}$ .

(<sup>2</sup>) Daß diese beiden Ausdrücke, welche sich aus den Proportionen ergeben  $\frac{2}{n-2} s : \gamma c = a' : \gamma'c'$ , und  $a : \gamma c = \frac{2}{n'-2} s' : \gamma'c'$ , gegenseitig aus einander folgen, findet man, wenn man fürs erste statt  $\frac{c'}{s'}$ , wie jederzeit geschehen kann, setzt  $\frac{c'}{a'} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ , und statt  $\frac{c}{a}$  eben so  $\frac{c}{s} \cdot \sqrt[4]{\frac{4}{3}}$ ; dann hat man zunächst statt der zweiten Formel diese,  $\frac{\gamma'c'}{a'} = \frac{\gamma}{s} \cdot \frac{\gamma c}{a} \cdot \frac{2}{n'-2}$ .

Wenn, wie in dem einen Beispiel oben, das  $\frac{c}{s}$  der Fläche  $\boxed{a : \frac{2}{3} a : \dots}$  (wo also  $\gamma = 1$ ) zu übersetzen war in die Feldspathdimensionen  $\frac{c'}{a'}$ , so daß  $\frac{2}{3} \cdot \frac{c'}{a'} = \frac{c}{s}$ , (vgl. S. 265. Z. 1.) so erhält man nach der ersten Formel  $\gamma' = \frac{2}{3} \cdot \frac{n-2}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ ; aber  $n' = \frac{2 \cdot \frac{3}{2} - 1}{\frac{3}{2} - 2} = 4$ ; und so haben wir das vollständige Zeichen

$$\boxed{\begin{array}{c} \frac{1}{2} c \\ a : \frac{1}{4} a : \frac{1}{4} a \\ \frac{2}{5} s : \frac{2}{5} s : s \end{array}}$$

Nun löst man  $n'$  in  $n$  auf, so ist  $n' - 2 = \frac{2n-1-2n+4}{n-2} = \frac{3}{n-2}$ , also  $\frac{2}{n'-2} = \frac{2}{3} (n-2)$ .

Jetzt hat man  $\frac{\gamma' c'}{a'} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\gamma c}{s} \cdot \frac{2}{3} (n-2) = \frac{\gamma c}{s} \cdot \frac{n-2}{2}$ , wie in der ersten Formel.

Auch die Gleichung, auf welche die Proportion führt,  $\frac{a}{n-1} : \gamma c = \frac{2}{n'+1} s' : \gamma' c'$ , d. i.  $\frac{\gamma' c'}{s'} = \frac{\gamma c}{a} \cdot \frac{2(n-1)}{n'+1}$  ist mit der zweiten identisch; denn  $n' + 1 = \frac{2n-1+n-2}{n-2} = \frac{3n-3}{n-2} = \frac{3(n-1)}{n-2}$ ; also  $\frac{2(n-1)}{n'+1} = \frac{2}{3} (n-2) = \frac{2}{n'-2}$ .

Eben so ist die aus der Proportion  $\frac{2}{2n-1} s : \gamma c = \frac{a'}{n'} : \gamma' c'$  sich ergebende Gleichung  $\frac{\gamma' c'}{a'} = \frac{\gamma c}{s} \cdot \frac{2n-1}{2n'}$  identisch mit der ersten; denn  $\frac{2n-1}{n'} = n-2$ ; also  $\frac{2n-1}{2n'} = \frac{n-2}{2}$ .

Will man auch noch die aus den zwei übrigen Proportionen sich ergebenden Gleichungen mit den obigen vergleichen, so giebt die Proportion  $\frac{a}{n} : \gamma c = \frac{2}{2n'-1} s' : \gamma' c'$  die Gleichung  $\frac{\gamma' c'}{s'} = \frac{\gamma c}{a} \cdot \frac{2n}{2n'-1}$ . Aber  $2n' - 1 = \frac{4n-2-n+2}{n-2} = \frac{3n}{n-2}$ ; und  $\frac{2n}{2n'-1} = \frac{2}{3} (n-2)$ , wie vorhin.

Die Proportion  $\frac{2}{n+1} s : \gamma c = \frac{a'}{n'-1} : \gamma' c'$  endlich giebt die Gleichung  $\frac{\gamma' c'}{a'} = \frac{\gamma c}{s} \cdot \frac{n+1}{2(n'-1)}$ . Aber  $n' - 1 = \frac{2n-1-n+2}{n-2} = \frac{n+1}{n-2}$ ; folglich  $\frac{n+1}{2(n'-1)} = \frac{n-2}{2}$ , wie vorher.

Alle diese sechs Proportionen sind mit Hülfe der Fig. 2. leicht anschaulich, in Bezug auf welche sie heißen

$$Cl : \gamma c = Cd : \gamma' c'$$

$$Cn : \gamma c = Ct : \gamma' c'$$

$$Ci : \gamma c = Cx : \gamma' c'$$

$$Cv : \gamma c = Cu : \gamma' c'$$

$$Ch : \gamma c = Cy : \gamma' c'$$

$$Cg : \gamma c = Cw : \gamma' c'$$

wobei wir nur die Accente der Buchstaben wieder weglassen, die wir vorhin bloß zur Unterscheidung gebrauchten.

---

Bekanntlich ist in dem wirklichen Kalkspathrhomboëder die Dimension  $c$  ein wenig kürzer, als im Häüy'schen, d. i. die Neigung der Fläche gegen die Axe ein wenig über  $45^\circ$ . Käme es darauf an, auch für ein so zu corrigirendes Kalkspathrhomboëder die obige Analogie mit dem Feldspathsystem zu verfolgen, so würde das letztere durchaus gleichen Schritt mit jenem halten, wenn man die Axe  $c$  des Feldspathsystems in dem gleichen Verhältnisse verkürzte. So lange nur dem Feldspath die gleichwinkliche sechsseitige Säule, in Folge der geschobnen symmetrischen von  $120^\circ$  bliebe, würde auf diesem Wege das Feldspathsystem immer in das Kalkspathsystem transformirbar bleiben, und umgekehrt.

---

### N a c h t r a g.

Die obige Vergleichung zwischen dem Feldspathsystem  $a : b : c = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} : 1 : \sqrt[3]{\frac{1}{15}}$  und dem Systeme des Haüy'schen Kalkspathrhomboëders  $s : c = 1 : 1$  läßt sich übrigens noch aus einem andern Gesichtspuncte entwickeln.

Wenn man im Feldspathsystem eine Fläche, welche die Eigenschaft haben soll, wie die des Haüy'schen Kalkspathrhomboëders, die Axe  $c$  genau unter  $45^\circ$  zu schneiden, sich unter der allgemeinen Form  $\left[ \frac{a}{m} : \frac{b}{n} : c \right]$  vorstellt, und hat  $a : b : c = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} : 1 : \sqrt[3]{\frac{1}{15}}$ , so führt dies auf die Gleichung  $3m^2 + n^2 = 13$  (1); und eine Feldspathfläche wird eine krystallonomisch mögliche sein, wenn die Werthe von  $m$  und  $n$  rationelle Gröfsen sind und zugleich dieser Bedingung entsprechen. Fast der erste Blick auf die Gleichung lehrt schon, dafs dies der Fall ist, wenn  $m = 2$  und  $n = 1$ , d. i. wenn die Fläche  $= \left[ \frac{1}{2} a : b : c \right]$ . Der Bedingung wird aber auch genügt, wenn  $m = \frac{1}{2}$  und  $n = \frac{1}{2}$ ; denn  $3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$ ; oder wenn  $m = \frac{1}{2}$  und  $n = \frac{1}{2}$ ; den  $3 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} = 2$ ; also wenn die Flächen die Werthe haben  $\left[ \frac{2}{3} a : \frac{2}{3} b : c \right] = \left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : \frac{1}{2} c \right]$  und  $\left[ 2a : \frac{2}{3} b : c \right] = \left[ a : \frac{1}{3} b : \frac{1}{2} c \right]$ .

Dafs aber die drei Flächen  $\left[ \frac{1}{2} a : b : c \right]$ ,  $\left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : \frac{1}{2} c \right]$  und  $\left[ a : \frac{1}{3} b : \frac{1}{2} c \right]$  um die Axe  $c$  so herum liegen, dafs ihre Neigungsebenen gegen dieselbe einander unter Azimuthen von je  $120^\circ$  schneiden, also wie die Flächen eines Rhomboëders, ist oben erwiesen worden.

Es leuchtet aus diesem Resultate schon ein, dafs alle und jede Flächen und Formen des Kalkspathsystems krystallonomisch mögliche im Feldspathsysteme seien und umgekehrt. Will man indefs diesen Satz für irgend ein

(1) Es wird nämlich das Perpendikel, aus dem Schnidungspunct der drei Axen  $a, b, c$  auf die Linie von  $\frac{a}{m}$  nach  $\frac{b}{n}$  gefällt,  $= c$ , also  $\frac{ab}{\sqrt{n^2 a^2 + m^2 b^2}} = c$ , d. i.  $\frac{1}{\sqrt{n^2 + 3m^2}} = \frac{1}{15}$ ,  $n^2 + 3m^2 = 13$ .



Beispiel, z. E. für die Flächen des gewöhnlichen Dreiunddreikantners (*Trimerocraspedon*'s <sup>(1)</sup>) am Kalkspath, d. i. für sein  $\left[ a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} a \right]$  verfolgen, so dürfte das, wenn auch nur für die Anwendung der allgemeinen Methode, doch von einigem Interesse sein, und man wird zum Resultate erhalten, daß folgende sechs Flächen des Feldspathsystems:  $\left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : c \right]$ ,  $\left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : c \right]$ ,  $\left[ a' : \frac{1}{3} b' : \frac{1}{2} c \right]$ ,  $\left[ \frac{1}{3} a' : b' : \frac{1}{2} c \right]$ ,  $\left[ \frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b' : \frac{1}{2} c \right]$  und  $\left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : \frac{1}{2} c \right]$ , oder die mit den umgekehrten Accenten von *a* und *b*, zusammen die Form des ebengenannten Dreiunddreikantners am Kalkspath geben werden.

Verfolgen wir den eben betretenen Weg, und suchen für eine Feldspathfläche  $\left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : c \right]$  die Eigenschaft, daß sie gegen die Axe *c* geneigt sein solle, wie die Kalkspathfläche  $\left[ a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} a \right]$  es gegen die rhomboëdrische Axe ist, so kommen wir zu der Gleichung  $3m^2 + n^2 = 7 \cdot 13 = 91$ ; denn es muß werden  $\frac{ab}{\sqrt{n^2 a^2 + m^2 b^2}} : c = 1 : 17$ , weil beim Kalkspath nach der allgemeinen Formel für die Neigung einer Fläche

$$\left[ a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} a \right]$$

gegen die Axe,  $\sin : \cos = \frac{s}{\sqrt{n^2 - n + 1}} : \gamma c$  <sup>(2)</sup>, diese Formel, wenn, wie hier,  $s = c$ ,  $n = 3$ , und  $\gamma = 1$ , wird,  $\sin : \cos = \frac{1}{\sqrt{7}} : 1 = 1 : \sqrt{7}$ . Also bei den

(<sup>1</sup>) Dreiunddreikantner, Vierundvierkantner, Sechsendsechskantner (lat. *solidum ternomarginatum*, *quaternomarginatum*, *senomarginatum*), werden mit einem griechischen Ausdruck, welchem also der Vortheil nicht abgeht, in alle lebenden Sprachen übergeben zu können, am füglichsten *Trimerocraspedon*, *Tetramerocraspedon*, *Hexamerocraspedon*, assonirend an *Parallelepipedon*, übersetzt werden können. Ich würde, um der Kürze willen, vorziehen: *Trimerogramm*, *Tetramerogramm*, *Hexamerogramm*, wenn nicht, nach der Analogie von *Parallelogramm*, schicklich nur eine Fläche mit diesem Namen bezeichnet werden dürfte; also wird das dreiunddreiwinkliche Sechseck, das vierundvierwinkliche Achteck, das sechsendsechswinkliche Zwölfeck richtiger mit den Namen *Trimerogramm*, *Tetramerogramm*, *Hexamerogramm* zu belegen sein. Der später von andern Schriftstellern für Dreiunddreikantner eingeführte Name *Scalenoëder* ist offenbar weit weniger bezeichnend, als Dreiunddreikantner; denn mit ganz gleichem Rechte würde er auch für den Vierundvierkantner, den Sechsendsechskantner und das Rhombenoctaëder (Zweiundzweikantner, wenn man will, *Dimerocraspedon*), ja eben so gut auch für das Hexakisoctaëder und das Hexakistetraëder des regulären Systems gebraucht werden können. Neuere Namen sollten bessere sein.

(<sup>2</sup>) S. die Abhandl. d. Akad. für 1823. p. 222. §. 5.

obigen Feldspathwerthen für  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\frac{1}{\sqrt{n^2+3m^2}} : \frac{1}{13} = 1 : 17$ ; folglich  $n^2 + 3m^2 = 7 \cdot 13 = 91$ , wie vorhin.

Man sieht, daß alle 6 obigen Feldspathflächen diese Eigenschaft besitzen; denn

$$8^2 + 3 \cdot 3^2 = 64 + 27 = 91;$$

$$4^2 + 3 \cdot 5^2 = 16 + 75 = 91;$$

$$\left(\frac{19}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{361 + 3}{4} = \frac{364}{4} = 91;$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{11}{2}\right)^2 = \frac{1 + 3 \cdot 121}{4} = \frac{1 + 363}{4} = 91;$$

$$\left(\frac{11}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{121 + 3 \cdot 81}{4} = \frac{121 + 243}{4} = 91; \text{ und}$$

$$\left(\frac{17}{2}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{289 + 75}{4} = \frac{364}{4} = 91.$$

Den vollständigen Beweis aber, daß die 6 genannten Flächen es sind, welche den Dreiunddreikantner  $\left[ \begin{smallmatrix} c \\ a : \frac{1}{13}a : \frac{1}{2}a \end{smallmatrix} \right]$  zusammen geben, wenn die 3 erstgenannten Feldspathflächen  $\left[ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2}a : b : c \end{smallmatrix} \right]$  u. s. f. den Rhomboëderflächen  $\left[ \begin{smallmatrix} c \\ a : a : \infty a \end{smallmatrix} \right]$  entsprechen, findet man in der Fig. 3. Wenn in ihr das Dreieck  $m r n$  das nämliche ist, wie in Fig. 1, dessen 3 Seiten den 3 Rhomboëderflächen entsprechen, wenn sie gemeinschaftlich durch  $\frac{c}{2}$  der Feldspathdimension  $c$  gelegt sind (<sup>1</sup>); so werden die um den Mittelpunkt der Figur ein dreiunddreiwinkliches Sechseck beschreibenden 6 Linien den erwähnten, zugleich sämtlich durch  $\frac{c}{2}$  zu legenden Dreiunddreikantnerflächen angehören, wenn die Linien so gezogen sind, daß jede von ihnen aus einer Ecke des Dreiecks  $m r n$  durch  $\frac{1}{4}$  des Abstandes einer der beiden andern Ecken des Dreiecks vom Mittelpunkt geht. Denn wenn die das gleichseitige Dreieck beschreibenden Linien wie  $m r$  oder  $D t$  (Fig. 1.) die Durchschnitte der Rhomboëderfläche

(<sup>1</sup>) In Fig. 1. war die Feldspathfläche  $\left[ \begin{smallmatrix} \frac{1}{2}a' : b : c \end{smallmatrix} \right]$  diesem entsprechend zuerst durch  $c B$  gelegt. Wurde sie, sich parallel, dann durch  $D t$  gelegt, so gieng sie durch  $\frac{c}{2}$ , und stellte sich dar als  $\left[ \begin{smallmatrix} \frac{1}{4}a' : \frac{1}{2}b : \frac{1}{2}c \end{smallmatrix} \right]$ . So beschrieb sie mit den durch  $G f$  und  $A d$  gelegten  $\left[ \begin{smallmatrix} \frac{1}{4}a : \frac{1}{2}b : \frac{1}{2}c \end{smallmatrix} \right]$  und  $\left[ \begin{smallmatrix} a : \frac{1}{2}b' : \frac{1}{2}c \end{smallmatrix} \right]$  gemeinschaftlich das Dreieck  $m r n$ ; s. oben S. 263.

$$\begin{array}{c} \overline{c} \\ a : a : \infty a \\ 2s : s : 2s \end{array}$$

mit der Horizontalebne darstellen, so sind Linien wie  $Cm$ ,  $Cr$ , gleich  $2s$  des Zeichens. Aber eine Fläche

$$\begin{array}{c} \overline{c} \\ a : \frac{4}{3} a : \frac{1}{2} a \\ \frac{4}{3} s : \frac{2}{3} s : 2s \end{array}$$

(durch denselben Punkt in  $c$  gelegt) geht, wie man aus den in der unteren Reihe geschriebenen Werthen in  $s$  ersieht, von einem geschriebenen  $2s$ -punkt (über einen  $\frac{2}{3}s$ -punkt, d. i. einem der stumpferen Winkel des dreiuuddreiwinklichen Sechsecks) nach einem  $\frac{4}{3}s$ -punkt, d. i. von  $m$  nach  $r'$  (Fig. 7.) d. i. dem  $\frac{4}{3}Cr$ -punkt, oder von  $r$  nach  $m'$  (Fig. 5.) d. i. dem  $\frac{4}{3}Cm$ -punkt u. s. f. Daher umschreiben die 6 so gezogenen Linien wirklich jenes dreiuuddreiwinkliche Sechseck mit den abwechselnden Radien von  $\frac{1}{2}s$  und  $\frac{2}{3}s$  um den Mittelpunkt der Figur 3.

Die Lage der Punkte  $m$ ,  $r$  und  $n$ , ausgedrückt in den Feldspathdimensionen  $a$  und  $b$ , findet sich, wenn in Fig. 1. und 4,  $CA' = a'$ ,  $CB' = b'$ ,  $CA = a$ ,  $CB = b$ , als:

$$m = \left( \frac{9}{25} a' + \frac{5}{25} b' \right); r = \left( \frac{3}{25} a' + \frac{7}{25} b \right); n = \left( \frac{6}{13} a + \frac{1}{13} b' \right)$$

**Beweis.** Betrachtet man das Dreieck  $AD A'$  als durch die Linien  $Ad$  und  $Du$  getheilt, so ist nach dem Lehrsatz (Abh. d. Akad. v. J. 1819. p. 277.)

$$\begin{aligned} n : m &= x(a + b) : y a \\ Dm : mu &= Dd . AA' : dA' . Au; \text{ oder da } Dd = dA', \\ Dm : mu &= AA' : Au = 2CA : \frac{5}{4} CA = 8 : 5 \\ mu &= \frac{5}{13} Du; \end{aligned}$$

folglich das Perpendikel aus  $m$  auf  $CA'$ ,

$$\text{d. i.} \quad mk' = \frac{5}{13} De = \frac{5}{13} \cdot \frac{1}{2} CB' = \frac{5}{13} \cdot \frac{1}{2} b' = \frac{5}{26} b'$$

$$\text{ferner } Ck = Cu + uk' = \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{13} \cdot \frac{1}{4}\right) CA' = \frac{18}{4 \cdot 13} a' = \frac{9}{26} a';$$

$$\text{mithin der Punct } m = \left(\frac{9}{29} a' + \frac{5}{26} b'\right)$$

Für die Lage des Punctes  $r$  hat man u. a.

$$\begin{aligned} Gr : rp &= Dg : pt = b : \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) b = 10 : 3; \quad rp = \frac{3}{13} Gp; \quad \text{also } rz = \frac{3}{13} Gt \\ &= \frac{3}{13} \cdot \frac{a'}{2} = \frac{3}{26} a'; \quad \text{ferner } Cz = Cp + pz = \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{13} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)\right) b = \\ &= \left(\frac{1}{5} + \frac{9}{13 \cdot 10}\right) b = \frac{26 + 9}{13 \cdot 10} b = \frac{35}{130} b = \frac{7}{26} b; \end{aligned}$$

$$\text{also der Punct } r = \left(\frac{3}{26} a' + \frac{7}{26} b\right)$$

Und für die Lage des Punctes  $n$  hat man, nach dem oben angeführten Lehrsatz, in dem durch  $pf$  und  $Aq$  getheilten Dreiecke  $ABp$ ,

$$\begin{aligned} An : nq &= Af : Bp : fB : pq = Bp : 3 \cdot pq = \frac{6}{5} : 3 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) = 6 \cdot 7 : 3 \cdot 12 = 7 : 6; \\ (n) : (m) &= (x) \cdot (a + b) : (y) \cdot (a) \end{aligned}$$

$$\text{daher } nq = \frac{6}{13} Aq; \quad \text{mithin auch } Ck = \frac{6}{13} CA = \frac{6}{13} a;$$

$$\text{und } An = \frac{7}{13} Aq; \quad \text{mithin auch } nk = \frac{7}{13} Cq = \frac{7}{13} \cdot \frac{1}{7} b' = \frac{1}{13} b';$$

$$\text{also der Punct } n = \left(\frac{6}{13} a + \frac{1}{13} b'\right).$$

Wenn nun in Fig. 5.  $mrn$  das vorige Dreieck, und  $Ci = \frac{1}{4} Cn$ , also der Punct  $i = \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{6}{13} a + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{13} b'\right) = \left(\frac{3}{26} a + \frac{1}{52} b'\right)$ , oder  $Ci' = \frac{3}{26} CA$ , und  $ii' = \frac{1}{52} CB'$ , und man zieht, wie in Fig. 3, die Linie  $mi$ , bis sie  $CA$  in  $x$  schneidet, während  $y$  ihren Durchschnitt mit  $CB'$  bezeichnet; man sucht nun die Werthe  $Cx$  und  $Cy$  als der durch  $mi$  (und  $\frac{c}{2}$  auſserhalb der Figur) gelegten Fläche des Dreiunddreikantners in den Feldspathdimensionen  $CA$  und  $CB'$ , d. i.  $a$  und  $b'$  zukommend, so ist

$$ix : ki' + ix = ii' : mk' = \frac{1}{52} : \frac{5}{26} = 1 : 10;$$

$$ix = \frac{1}{9} ki' = \frac{1}{9} \left(\frac{9}{26} + \frac{3}{26}\right) a = \frac{2}{3 \cdot 13} a.$$

$$\text{Aber } Cx = Ci' + ix = \left(\frac{3}{26} + \frac{2}{3 \cdot 13}\right) a = \frac{9 + 4}{6 \cdot 13} a = \frac{1}{6} a$$

$$\text{Und } Cy : mk' = Cx : kx = \frac{1}{6} : \frac{1}{6} + \frac{9}{26} = 26 : 26 + 6 \cdot 9 = 13 : 40;$$

$$Cy = \frac{13}{40} \cdot \frac{5}{26} b' = \frac{1}{16} b'$$

$$\text{folglich die gesuchte Fläche} = \left[ \frac{1}{6} a : \frac{1}{4} b' : \frac{1}{2} c \right] = \left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{5} b' : c \right].$$

Wenn ferner in Fig. 6. die Linie  $ri$  die Linien  $CB$  und  $CA$  in  $y$  und  $x$  schneidet, so hat man  $zy : yi' = rz : ii' = \frac{3}{26} : \frac{3}{26}$ ;

$$\text{also } zy = yi' = \frac{1}{2} (Cz + Ci') = \frac{1}{2} \left( \frac{7}{26} + \frac{1}{52} \right) b = \frac{15}{2 \cdot 52} b.$$

$$\text{Aber } Cy = yi' - Ci' = \left( \frac{15}{2 \cdot 52} - \frac{1}{52} \right) b = \frac{13}{2 \cdot 52} b = \frac{1}{8} b$$

$$\text{Und } Cx : ii' = Cy : yi' = \frac{1}{8} : \frac{15}{2 \cdot 52} = 13 : 15; \quad Cx = \frac{13}{15} \cdot \frac{3}{26} a = \frac{1}{10} a$$

$$\text{folglich die durch } ri \text{ gehende Fläche des Dreiunddreikantners} = \left[ \frac{1}{6} a : \frac{1}{5} b : \frac{1}{2} c \right] \\ = \left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{4} b : c \right].$$

Wenn weiter in Fig. 5.  $Cm' = \frac{1}{4} Cm$ , also der Punct  $m' = \left( \frac{9}{4 \cdot 26} a' + \frac{5}{4 \cdot 26} b' \right)$ , und man zieht durch ihn  $rm'y'$  bis zum Schnidungspunct  $y'$  mit  $CB'$ ; man sucht nun  $Cy'$  und  $Cx'$ ,  $x'$  als den Schnidungspunct von  $rm'$  mit  $CA'$  genommen, so ist (1)  $m'y' : zy' = m'm'' : rz = \frac{9}{4 \cdot 26} : \frac{3}{26} = 3 : 4$ ; also  $m''z : zy' = 1 : 4$ ;  $zy' = 4 \cdot zm'' = 4 (Cz + Cm'') = 4 \left( \frac{7}{26} + \frac{5}{4 \cdot 26} \right) b = \frac{33}{26} b$ .

$$\text{Aber } Cy' = zy' - Cz = \left( \frac{33}{26} - \frac{7}{26} \right) b = 1 \cdot b = CB'; \text{ und}$$

$$Cx' : rz = Cy' : zy' = 1 : \frac{33}{26}; \text{ folglich } Cx' = \frac{26}{33} rz = \frac{26}{33} \cdot \frac{3}{26} a' = \frac{1}{11} a'.$$

$$\text{mithin die durch } rm' \text{ gehende Fläche des Dreiunddreikantners} = \left[ \frac{1}{11} a' : b' : \frac{1}{2} c \right].$$

In Fig. 6. sei wiederum  $x'$  der Schnidungspunct der Linie  $nm'$  mit  $CA'$ , so wie  $y'$  ihr Schnidungspunct mit  $CB'$ , und  $m'm''$  das Perpendikel aus  $m'$  auf  $Cx'$ , so ist  $x'm'' : x'n' = m'm'' : nn' = \frac{5}{4 \cdot 26} : \frac{1}{13} = 5 : 8$ ; und  $x'n' : m''n' = 8 : 3$ ; aber  $m''n' = Cn' + Cm'' = \left( \frac{6}{13} + \frac{9}{4 \cdot 26} \right) a = \frac{6 \cdot 8 + 9}{8 \cdot 13} a$

(1) Um die Figur nicht zu undeutlich zu machen, ist die Linie  $m'm''$ , von  $m'$  senkrecht auf  $CB'$  zwar ausgezogen, aber der Buchstabe für den Punct  $m''$  in der Linie  $CB'$ , dessen es indess zum Verständnifs nicht bedürfen wird, nicht eingeschrieben worden.



$$= \frac{57}{8 \cdot 13} a; \text{ folglich } x'n' = \frac{8}{3} \cdot \frac{57}{8 \cdot 13} a = \frac{19}{13} a;$$

$$\text{und } Cx' = x'n' - Cn' = \left( \frac{19}{13} - \frac{6}{13} \right) a' = 1 \cdot a';$$

oder der Punct  $x'$  zusammenfallend mit dem Punct  $A'$ .

$$\text{Aber } Cy' : nn' = Cx' : x'n' = 1 : \frac{19}{13}; \quad Cy' = \frac{13}{19} nn' = \frac{13}{19} \cdot \frac{1}{13} b' = \frac{1}{19} b'.$$

Folglich die durch  $nm'$  gehende Fläche des Dreiunddreikantners =  $\left[ a' : \frac{1}{19} b' : \frac{1}{2} c \right]$ .

Ferner sei in Fig. 7.  $Cr' \frac{1}{4} Cr$ , d. i. der Punct  $r' = \left( \frac{3}{4 \cdot 26} a' + \frac{7}{4 \cdot 26} b \right)$ ; und die Linie  $mr'$  schneide  $CA$  in  $x$ ,  $CB$  in  $y$ ;  $r'r''$  aber sei das Perpendikel aus  $r'$  auf  $CB$  <sup>(1)</sup>, eben so  $mm'$  das aus  $m$  auf  $CB'$ , so ist

$$m'y : r''y = mm' : r'r'' = \frac{9}{26} : \frac{3}{4 \cdot 26} = 12 : 1, \text{ und}$$

$$m'r'' : r''y = 11 : 1; \quad r''y = \frac{1}{11} m'r'' = \frac{1}{11} \cdot \left( \frac{5}{26} + \frac{7}{4 \cdot 26} \right) b = \frac{27}{11 \cdot 4 \cdot 26} b; \text{ also}$$

$$Cy = Cr'' + r''y = \left( \frac{7}{4 \cdot 26} + \frac{27}{11 \cdot 4 \cdot 26} \right) b = \frac{77 + 27}{11 \cdot 4 \cdot 26} b = \frac{1}{11} b.$$

$$\text{Aber } Cx : mm' = Cy : m'y = \frac{1}{11} : \frac{5}{26} + \frac{1}{11} = 26 : 55 + 26 = 26 : 81;$$

$$\text{mithin } Cx = \frac{26}{81} mm' = \frac{26}{81} \cdot \frac{9}{26} a' = \frac{1}{9} a';$$

folglich die durch  $mr'$  gelegte Fläche des Dreiunddreikantners =  $\left[ \frac{1}{9} a' : \frac{1}{11} b : \frac{1}{2} c \right]$ .

Endlich sei in Fig. 7.  $x'$  und  $y'$  <sup>(2)</sup> der Durchschnitt der Linie  $nr'$  mit  $CA$  und  $CB$ ;  $nn'$  das Perpendikel aus  $n$  auf  $CA$ ,  $r'r''$  das aus  $r'$  auf  $CA'$ ,

$$\text{so ist } n'x' : x'r'' = nn' : r'r'' = \frac{1}{13} : \frac{7}{4 \cdot 26} = 8 : 7;$$

$$x'r'' = \frac{7}{15} n'r'' = \frac{7}{15} \left( \frac{6}{13} + \frac{3}{4 \cdot 26} \right) a = \frac{7}{15} \cdot \frac{51}{4 \cdot 26} a;$$

$$Cx' = x'r'' - Cr'' = \frac{7}{15} \cdot \frac{51}{4 \cdot 26} - \frac{3}{4 \cdot 26} = \frac{7 \cdot 17 - 3 \cdot 5}{5 \cdot 4 \cdot 26} a = \frac{104}{5 \cdot 4 \cdot 26} a = \frac{1}{5} a.$$

$$\text{Und } Cy' : nn' = Cx' : Cn' - Cx' = \frac{1}{5} : \frac{6}{13} - \frac{1}{5} = 13 : 30 - 13 = 13 : 17;$$

$$Cy' = \frac{13}{17} \cdot \frac{1}{13} b = \frac{1}{17} b.$$

Daher die durch  $nr'$  gelegte Fläche des Dreiunddreikantners =  $\left[ \frac{1}{5} a : \frac{1}{17} b : \frac{1}{2} c \right]$ .

<sup>(1)</sup> Es hat wieder unnötig geschienen, die Linie  $r'r''$  in der Figur auszuziehen.

<sup>(2)</sup> Hier ist, um die Figur nicht zu überladen, auch der Punct  $y'$ , so wie der folgende  $r''$ , nicht angegeben worden.

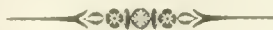
Wir haben, da es ohne grössere Weitläufigkeit geschehen konnte, den geometrischen Beweis für die Ausdrücke der sämtlichen Dreiunddreikantnerflächen, von welchen die Rede war, in den Feldspathdimensionen im einzelnen geführt; außerdem würde die Verweisung auf die allgemeinen Formeln, um solche Ausdrücke zu finden, genügt haben. (S. die Abhandl. d. Akad. für 1820 u. 1821. S. 172.)

Bemerkenswerth ist die Einfachheit der beiden ersten Ausdrücke  $\left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : c \right]$  und  $\left[ \frac{1}{2} a : \frac{1}{4} b : c \right]$ , welche als Krystallflächen dem Systeme sowohl des Feldspathes selbst als der ihm zunächst verwandten Systeme gar nicht fremd sind. Diese einfachsten Ausdrücke kommen den beiden Flächen zu, welche durch den der Rhomboëderfläche mit dem einfachsten Ausdruck, nämlich  $\left[ \frac{1}{2} a' : b : c \right]$  gegenüberliegenden  $\frac{1}{4}$ -punct der Linie  $Cn$  gehen. — Mit einer gewissen Einfachheit überraschen auch noch die Ausdrücke der Flächen, welche durch den  $\frac{1}{4}$ -punct von  $Cm$ , d. i. dem der Rhomboëderfläche  $\left[ \frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : \frac{1}{2} c \right]$  gegenüberliegenden gehen, insofern nämlich die Linie  $rm'$  die Linie  $CB'$  in dem Punkte  $B'$  selbst, und die Linie  $nm'$  die Linie  $CA'$  in  $A'$  selbst schneidet. Und kommt auch den beiden übrigen Ausdrücken eine noch mindere Einfachheit zu (den durch den  $\frac{1}{4}$ -punct von  $Cr$  gehenden, d. i. dem der Rhomboëderfläche  $\left[ a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \right]$  gegenüberliegenden), so bemerkt man in sämtlichen vorkommenden Zahlenwerthen noch eine gewisse Einfachheit des Fortschreitens, da  $11 = 3 + 8$ ,  $19 = 11 + 8$ ,  $17 = 9 + 8$ ,  $9 = 5 + 4$ , 3 und 8 aber, und 5 und 4, die Divisoren von  $a$  und  $b$  in den beiden ersten einfachen Ausdrücken sind.

Es ist übrigens einleuchtend, daß die genannten 6 Ausdrücke bei jedem Werthe von  $c$  einen Dreiunddreikantner geben gleichen Querschnittes mit dem des gewöhnlichen Dreiunddreikantners beim Kalkspath oder des Dreiunddreikantners  $\left[ a : \frac{1}{3} a : \frac{1}{2} a \right]$  jedweden rhomboëdrischen Systemes. Die Eigenschaft hängt einzig an dem Verhältniß  $a : b = 1 : \sqrt{3}$ . Es ist daher klar, daß, wenn man, statt daß wir die Vergleichung des Systems  $a : b : c = \sqrt{\frac{1}{3}} : 1 : \sqrt{\frac{1}{3}}$  mit dem System des Häüy'schen Kalkspathrhomboëders  $s = c$  angestellt haben, sie mit dem Kalkspathsystem, so

wie es in der Wirklichkeit von dem Haüy'schen abweicht, oder mit den noch um etwas stumpferen rhomboëdrischen Systemen seiner krystallographisch verwandten, wie des Bitterspathes, Spathisensteins u. s. f. anstellen wollte, das erstere System rechtwinkliger Axen sich dieser Vergleichung Schritt für Schritt, und überall genau, accommodiren würde, indem nur seine Dimension  $c$  im entsprechenden Verhältniß vermindert würde. Setzen wir sie z. B. bis  $\frac{1}{14}$  statt  $\frac{1}{11}$ , herab, so entspräche die angestellte Vergleichung in allen ihren Theilen eben so genau einem rhomboëdrischen Systeme mit  $46^{\circ} 3' 40''$  Neigung gegen die Axe, also mit  $106^{\circ} 7' 40''$  Neigung in den Endkanten; oder bei der Herabsetzung auf  $\frac{1}{15}$ , einem anderen mit  $47^{\circ} 2' 53''$  Neigung gegen die Axe, d. i. mit  $107^{\circ} 40' 20''$  Neigung in den Endkanten; zwischen beiden lägen die Werthe des Bitterspathes (blättrigen Magnesites) und Spathisensteins; das letztere Rhomboëder wäre das des Galmeies nach der Messung von Wollaston. Ja ginge man bis zu der Verminderung von  $c$  bis auf  $\frac{1}{16} = \frac{1}{4}$  herab, so befände man sich schon über die Messungen der Rhomboëder des Rothgiltigerzes hinaus; es wäre das Rhomboëder mit  $47^{\circ} 58' 8''$  Neigung gegen die Axe, was man vor sich hätte, oder mit  $109^{\circ} 7' 20''$  Neigung in den Endkanten. Die neueren Messungen des Rothgiltigerzes, welche, wie bekannt, die des Galmeis fast berühren, bleiben diesseits dieses Werthes; nur die Haüy'sche Angabe gieng jenseits desselben. Das Rothgiltigerz-Rhomboëder ist dem Bitterspath-Rhomboëder weit näher, als dieses dem Kalkspath-Rhomboëder.

Dafs auf schärfere rhomboëdrische Systeme dieselbe Betrachtung ihre Anwendung findet, bedarf keiner Erörterung; wir haben für den Dreiecksdreikantner  $\left[ a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{3}a \right]$  allgemein den Ausdruck seiner Flächen im System einer geschobnen vierseitigen Säule von  $120^{\circ}$  gegeben.



# Betrachtung des Feldspathsystems in der viergliedrigen Stellung.

Von  
Hrn. WEISS.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 26. Febr. 1835.]

Die Betrachtung des Feldspathsystems in der Stellung seiner rechtwinklich vierseitigen Säule ist nicht blos, wie etwa die in der vorangehenden Abhandlung entwickelte seiner geometrischen Beziehungen zu dem System des Haüy'schen Kalkspathrhomboëders, eine zulässige, aber beliebige; sie ist vielmehr eine von der Natur selbst vielfach angeregte, unabweisliche. Sie ist naturgemäfs zu nennen, schon insofern eine zahllose Menge der Feldspathkrystalle unmittelbar als diese rechtwinklich vierseitige Säule von der Natur gebildet sich darstellt, ganz mit dem Gepräge, dafs diese Erscheinung nicht etwas rein zufälliges ist, sondern dafs sie aus dem Innern der Substanz hervorgeht, im Gleichgewicht mit einer zweiten Erscheinungsweise einer andern Hälfte der Feldspathkrystalle, welche sich mit nicht minderer Entschiedenheit, ohne Zweifel ebenfalls aus innerem Grunde, als die geschobne vierseitige von 120° , mit Inbegriff der ihr zugehörigen gleichwinklich sechseitigen, darstellen. Sie ist es um so mehr noch, als in den Zwillingen, Drillingen und Vierlingen nach dem Gesetze des Adulars und der Krystalle von Baveno die geometrischen Verhältnisse, analog den viergliedrigen Systemen, mit der Vierlingsgruppe zur Vollendung kommen. Sie ist es endlich, und vielleicht am entscheidendsten, um der optischen Eigenschaften des Feldspathes willen. Es ist also gewifs keine blos willkührliche Betrachtungsweise, es ist eine durch die gesammten Eigenschaften dieses Krystallsystemes geforderte, und, wie wir sie schon nannten, unabweisliche.

Physikal. Abhandl. 1835.

Nn

Der Vierling, in welchem jedes Individuum mit den 3 übrigen der Gruppe in directem gesetzlichem Zwillingungsverhalten sich befindet, kann uns schon eine Bürgschaft sein, daß jede Structurrichtung des einen Individuums in allen übrigen als eine ächt krystallonomische sich fortsetzt, in ihnen gleichsam fortklingt, fortvibriert, daß sie eine krystallonomische Realität auch in ihnen behalten, auch in ihnen einen krystallonomischen Werth haben muß; und die Rechnung bestätigt diesen aus der Natur des Zwillingsverhaltens entlehnten Schluß auf die befriedigendste Art.

Im Feldspathsysteme also haben krystallonomische Realität alle Flächen, welche zu den bekannten gewöhnlichen, als Gegenstücke und als Seitenstücke, die Ergänzungen zu den Formen des viergliedrigen Systemes bilden — seine rechtwinkliche vierseitige Säule als die eines viergliedrigen Systems, und mithin dessen Axe parallel der Axe jener Säule genommen.

Es haben also krystallonomische Realität die Gegenstücke und Seitenstücke sowohl zu den auf der Seitenfläche des ersten blättrigen Bruches, *P*, gerad aufgesetzten, einzelnen Endigungsflächen α , β , γ u. s. w., welche an den Feldspathindividuen als je eine schief angesetzte Endfläche erscheinen, d. i. die drei jedesmal unter gleichen Winkeln auf die drei übrigen Seitenflächen gerad aufgesetzten, welche mit jener zusammen eine zirkonähnliche, viergliedrige Zuspitzung bilden würden, und eine solche in der Vierlingsgruppe wirklich bilden; nicht minder die Gegenstücke und Seitenstücke der paarweise an einem Feldspathindividuum erscheinenden Endigungsflächen, wie z. B. der Seitenflächen der geschobnen 4seitigen Säule (von 120°), oder der Rhomboëdfächen, der unteren Rhomboëdfächen, der Flächen, die wir die der zehnsseitigen Säule genannt haben u. s. w. Jedes solche Paar, sagen wir, hat sein Gegenstück und seine beiden Seitenstücke, wie sie mit ihm zusammen dem Vierundvierkantner eines viergliedrigen Systemes angehören, als krystallonomisch in demselben Feldspathindividuum begründet; und es kommt jetzt darauf an, die richtigen Ausdrücke aller dieser Gegenstücke und Seitenstücke in den keineswegs aufzugebenden, auf die geschobne vierseitige Säule von 120° sich beziehenden

Feldspathdimensionen a, b, c (im gegenseitigen Verhältniß von $\sqrt[3]{\frac{1}{3}} : 1 : 1 \frac{1}{3}$), so wie die Zonen aufzufinden, durch welche alle diese Flächen, als der inneren krystallinischen Structur des Feldspathes angehörig, deducirt werden können.

Den ersten Schritt in dieser Betrachtung macht wohl die Bemerkung, welche nahliegende krystallinische Realität die gerade angesetzte Endfläche der rechtwinklich vierseitigen Feldspathsäule hat: denn man sieht wohl ein, daß, wenn alle die zur zirkonähnlichen Zuspitzung sich einander ergänzenden Gegenstücke und Seitenstücke der schiefen Endigungsflächen eine krystallonomische Realität haben sollen, die gerade angesetzte Endfläche eine solche nothwendig auch haben müsse.

Sie ist aber — in der gewöhnlichen Feldspathstellung — (seiner geschobnen 4seitigen Säule) nichts anderes als die auf der Schief-Endfläche ersten blättrigen Bruches rechtwinkliche Fläche der vertikalen Zone. Wenn aber die Schief-Endfläche ist $\boxed{a : c : \infty b}$, so ist die auf ihr rechtwinkliche der verticalen Zone jederzeit $= \boxed{\frac{c^2}{a^2} a' : c : \infty b}$; denn eine

solche hat gegen die Axe c die Neigung, $\sin : \cos = \frac{c^2}{a^2} a' : c = c : a$, d. i. das umgekehrte Verhältniß von Sinus zu Cosinus, verglichen mit der Schief-Endfläche selbst, welche es hat $= a : c$: also sind es die beiden einander zu 90° complementirenden Neigungen; und ihre Summe ist 90° , wenn die construirte der entgegengesetzten Seite des Endes angehört, als die als Schief-Endfläche gegebne: $\boxed{a : c : \infty b}$ und $\frac{c^2}{a^2} a' : c : \infty b$, welches letztere

man auch schreiben kann $\boxed{a' : \frac{a^2}{c^2} c : \infty b}$ bilden also jederzeit einen Zuschärfungswinkel von 90° in der verticalen Zone. Wir nennen die gefundene Fläche in unsrer allgemeinen krystallographischen Sprache die $\frac{c^2}{a^2}$ fach gegen die Axe geneigte, indem wir damit die Vervielfachung des Sinus ihrer Neigung aussprechen, während der Cosinus mit dem der anderen constant genommen wird, oder, was auf dasselbe hinausläuft, die Vervielfachung der Tangente der Neigung (wobei der Radius gleich gesetzt ist). Je nachdem sie aber stumpfer oder schärfer geneigt ist, als die, mit welcher sie ver-

glichen wird, d. i. je nachdem $\frac{c^2}{a^2} \left\{ \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \right\} 1$, wird sie im ersteren Fall die $\frac{c^2}{a^2}$ fach stumpfere, im andern die $\frac{a^2}{c^2}$ fach schärfere heißen.

Wenn nun im Feldspathsystem $a : c = \sqrt[4]{13} : \sqrt[4]{3}$, so ist die gesuchte Fläche, d. i. die grad angesetzte Endfläche der rechtwinklich 4seitigen Feldspathsäule $= \left[\frac{1}{\sqrt[4]{3}} a' : c : \infty b \right] = \left[a' : \frac{1}{\sqrt[4]{3}} c : \infty b \right]$; wir sprechen dies, da die Vermehrung den Cosinus trifft, so aus: es ist die $\frac{1}{3}$ fach schärfere der vertikalen Zone, und zwar des hinteren Endes.

So wenig einfach der Coefficient $\frac{1}{3}$ scheint, so unerwartet möchte es sein, wenn sich findet, daß diese Fläche durch zwei Zonen bestimmt wird, von unserer unteren Rhomboëdfläche $\left[\frac{1}{\sqrt[4]{3}} a' : \frac{1}{\sqrt[4]{3}} b : c \right]$ nach derjenigen Seitenfläche der zehnsseitigen Säule $\left[a : \frac{1}{\sqrt[4]{3}} b : \infty c \right]$, welche nicht mit derselben unteren Rhomboëdfläche und der Fläche $\left[3 a' : 5 c : \infty b \right]$ in Einer Zone liegt (und in welcher die letztere Fläche ihre Deduction fand ⁽¹⁾). Daß dem so ist, läßt sich allerdings leicht schon durch den Lehrsatz beweisen, daß eine Fläche $\left[\frac{1}{x} a : \frac{1}{y} b : c \right]$ durch ihre Zone gegen $\left[a : b : \infty c \right]$ in vorgedachter Weise jederzeit in der vertikalen Zone eine Fläche $\left[a : (x+y)c : \infty b \right]$ bestimmt ⁽²⁾. Denn wenn man $\left[a : \frac{1}{\sqrt[4]{3}} b : \infty c \right]$ in $\left[a : b : \infty c \right]$ überträgt, so wird dem gemäß $\left[\frac{1}{\sqrt[4]{3}} a' : \frac{1}{\sqrt[4]{3}} b : c \right]$ zu $\left[\frac{1}{\sqrt[4]{3}} a' : \frac{3}{\sqrt[4]{3}} b : c \right]$, also $x = 3$, $y = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}$, mithin $x + y = \frac{1}{3}$; folglich die gesuchte Fläche $= \left[a' : \frac{1}{3} c : \infty b \right]$ ⁽³⁾.

Was für den weiteren Verfolg dieser Art von Betrachtungen höchst empfehlenswerth wird, nämlich: sich der graphischen Methode zu bedienen, um die Gesetze gewahr zu werden, von welchen die Zonen-Bestimmungen der abzuleitenden Krystallflächen samt und sonders abhängen, das wird schon hier sehr zu empfehlen sein; ohne dieses vortreffliche wissen-

⁽¹⁾ s. d. Abh. d. Akad. v. J. 1820 u. 21. S. 177 unten.

⁽²⁾ s. die Abh. über den Epidot in den Abh. d. Akad. für 1818 u. 1819. S. 253. Note, Z. 6.

⁽³⁾ Die Deduction der Fläche mit diesem Ausdruck durch die genannten Zonen ist, wie man sieht, allgemeingültig für jedes 2- und 1-gliedrige System, für jeden Werth von a und c . Daß sie aber rechtwinklich wird auf $\left[a : c : \infty b \right]$, oder beim Feldspath die grad angesetzte Endfläche seiner rechtwinklichen Säule, das, sieht man, hängt streng an dem Verhältniß $a : c = \sqrt[4]{13} : \sqrt[4]{3}$.

schaftliche Hilfsmittel würden die feinen und mannichfaltigen Fäden einer so verwickelten Aufgabe nicht mit der Vollständigkeit, Leichtigkeit und Anschaulichkeit verfolgt werden können, als es vermittelt derselben so bequem geschieht.

Das Verdienst der graphischen Methode gebührt, wie jeder Krystallograph weiß, ihrem Entdecker, Herrn Prof. Neumann in Königsberg; ein neues Verdienst um die Belebung desselben in der Anwendung durch Umgestaltung in diejenige Form, wo die sämtlichen Flächen eines Krystalles selbst, nicht ihre Normalen, auf eine gewählte Projections- oder Intersectionsebene, wie die Ebene zweier Grunddimensionen (und gemeinschaftlich durch einen und denselben außerhalb der Projectionsebene liegenden Punct der dritten Dimension gelegt), projecirt werden, hat sich neuerlich Herr Quenstedt erworben ⁽¹⁾; eine Umgestaltung, welche allerdings von Hrn. Prof. Neumann selbst in §. 50. seiner gehaltreichen Schrift ⁽²⁾ schon ausgesprochen war, welcher indeß Hr. Prof. Neumann keine weitere Folge gab, indem er es vorzog, die Normalen der Flächen (durch Puncte), nicht die Flächen selbst (durch Linien) zu projeciren: und es ist unverkennbar, daß, je höher die Anzahl des Zuprojicirenden steigt, desto mehr die Vorzüge der ersteren Art von Projectionen vor der letzteren hervortreten, dagegen bei einer geringeren Anzahl des Zuprojicirenden die letztere Methode eine wohl noch allgemeiner ansprechende, unmittelbarere Anschaulichkeit besitzt, und so lange wir die Krystallflächen so, wie wir thun, nicht ihre Normalen zu schreiben pflegen, auf den Namen der directeren Anspruch hat, während die Neumann'sche Punctmethode, wie zuletzt alle Übersetzung der Flächen in ihre Normalen, die höhere Auffassungsweise der Sache zu nennen sein möchte.

So wie nun bei dieser die Zonen des Krystalles durch die Linien erscheinen, welche man nach Belieben von einem solchen Puncte oder Flächenorte nach einem anderen ziehen kann, so erscheinen sie bei jener

⁽¹⁾ vgl. Poggendorffs Annalen, B. 34. St. 3 u. 4.

⁽²⁾ Beiträge zur Krystallonomie, 1. Heft. Berlin u. Posen, 1823, S. 117. 118.

durch die Puncte, in welchem zwei oder mehrere der die Flächen repräsentirenden Linien in der Projectionsebene sich schneiden; die Axen der Zonen aber sind gleichfalls direct ausgedrückt; denn jene Puncte sind jedesmal der zweite Endpunct einer Zonenaxe, deren erster der auferhalb der Projectionsebene für alle Flächen gemeinschaftlich gewählte Punct ist. Es folgen sich die in eine und dieselbe Zone fallenden Flächen am Krystall, wie die in demselben Puncte sich schneidenden Linien in der Projection (¹).

In der nach dieser erneuerten graphischen Linear- oder Intersections- methode entworfenen Tafel I. Fig. 12. sind die Feldspathflächen (sämtlich als durch $1c$ gelegt gedacht) auf der Ebene der a und b projectirt. Die vertikale durch den Mittelpunkt der Figur gelegte Linie entspricht unserm a , die horizontale unserm b ; in jener sind Abschnitte als $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{5}$, 1 , und 3 auf der einen Seite, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$, 1 auf der anderen, in dieser Theile $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1 zu beiden Seiten angegeben; man sieht also — um den Gebrauch einer solchen Projection an einem Beispiele zu erläutern — dafs z. B. die unteren Rhomboidflächen $\left[\frac{1}{4} a' : \frac{1}{4} b : c \right]$ durch die Linien ausgedrückt sind, welche vom oberen $\frac{1}{3} a$ nach $\frac{1}{4} b$ gezogen sind; nicht minder, dafs die Flächen der zehneitigen Säule $\left[a : \frac{1}{4} b : \infty c \right]$ es durch die Linien sind, welche aus dem Mittelpunkt durch einen Punct $(a + \frac{1}{3} b)$ gezogen werden. Die Durchschnittspuncte einer Linie der letzteren Art mit einer der ersteren sind also die in der Ebene a und b liegenden Endpuncte der Zonenaxen, deren Zonen von $\left[\frac{1}{4} a' : \frac{1}{4} b : c \right]$ nach $\left[a' : \frac{1}{4} b' : \infty c \right]$ oder von $\left[\frac{1}{4} a' : \frac{1}{4} b' : c \right]$ nach $\left[a' : \frac{1}{4} b : \infty c \right]$ gehen, d. i. der Zonenaxen $(c; \frac{3}{13} a' + \frac{1}{13} b)$ (²) und $(c; \frac{3}{13} a' + \frac{1}{13} b')$. Zieht man nun durch beide

(¹) Die Zonenlinien, welche in den Neumann'schen Projectionen nicht gezeichnet sind, sondern beliebig gezeichnet werden können, und eben dadurch, dafs sie es nicht sind, gar keine Verwicklung hervorbringen, sondern überall nach dem Bedürfnifs ausgezogen werden oder unausgezogen bleiben können, diese Zonenlinien sind nicht unsere Zonenaxen, sondern vielmehr die auf unseren Zonenaxen senkrechten, in die gewählte Projectionsebene fallenden Linien.

(²) Wenn in Fig. 8. Taf. I. $CA' = a'$, $Cn = \frac{1}{4} b$, $Cm = \frac{1}{3} a'$, $A'D = \frac{1}{3} b$, und my parallel mit $A'D$ und Cn , so wird $md = \frac{1}{3} A'D = \frac{1}{9} b$. Wenn also x der Schneidungspunct von mn mit CD ist, so hat man $mx : xn = dx : xc = md : Cn = \frac{1}{9} : \frac{1}{4} = 4 : 9$; folglich

gleichartige Durchschnittspuncte eine Linie, so wird dieselbe offenbar durch $\frac{1}{13} a'$ und parallel mit b gehen. Also die Fläche, welche beiden angegebenen Zonen gemeinschaftlich ist, oder beide Zonenaxen in sich verbindet, wird keine andre sein, als $\boxed{\frac{3}{13} a' : c : \infty b} = \boxed{a' : \frac{13}{3} c : \infty b}$.

In einer ähnlichen Weise werden sich alle Aufgaben solcher Art, wie sie die fortgesetzte Reihe der Betrachtungen darbietet, leicht lösen. Die von Hrn. D. Kayser sehr sorgfältig entworfene Taf. II. zeigt das Feldspathsystem in der viergliedrigen Stellung, d. i. seine Flächen auf dem Querschnitt seiner rechtwinklichen quadratischen Säule P und M projicirt ⁽¹⁾, mit allen zu seinen Flächen gehörigen Gegen- und Seitenstücken, welche das System zum 4gliedrigen ergänzen würden: die seinen wirklichen Flächen entsprechenden Linien sind stärker ausgezogen, die Gegen- und Seitenstücke durch schwächere Linien angedeutet, und die einzelnen Feldspathflächen durch die bisher für sie üblichen Buchstaben kenntlich gemacht.

Denkt man sich die Feldspathflächen in den 3 auf einander rechtwinklichen Dimensionen seiner rechtwinklich vierseitigen Säule PM oder nn so ausgedrückt, daß in dieser Stellung a die auf P rechtwinkliche (also M parallele), b die auf M rechtwinkliche (also P parallele) Querdimension, c die Längendimension dieser Säule bedeute, also die Diagonallflächen n als $(a : b : \infty c)$ ⁽²⁾ und $a = b$, wie aus der Rechtwinklichkeit der Diagonal-

$Cx = \frac{9}{13} Cd$, und demnach $Co = \frac{9}{13} Cm = \frac{3}{13} a'$; so wie $xo = \frac{9}{13} md = \frac{1}{13} b$; folglich der Punct x , durch seine Coordinaten in a und b ausgedrückt, $= (\frac{3}{13} a' + \frac{1}{13} b)$, wie oben. Man sieht, wie Fig. 8., als Hülfsfigur, gleichsam nur einen Theil der Fig. 12. ausmacht, den sie zu erläutern bestimmt ist; und so in allen ähnlichen Fällen.

⁽¹⁾ Da, wie bekannt, beim Feldspath die zwischen P und M liegenden, in Taf. II. durch die Diagonalen der Figur gehenden Flächen n , unsre „Diagonallflächen,“ ebenfalls rechtwinklich untereinander sind, wie P und M unter sich, so liegt eben hierin das Element der viergliedrigen Beschaffenheit des Systems in dieser Stellung.

⁽²⁾ Man könnte nach Belieben als die gleichen Querdimensionen a des viergliedrigen Systems auch die auf den Diagonallflächen n senkrechten Richtungen, diese Flächen also als $(a : \infty a : \infty c)$ nehmen, und $y = (a : a : c)$, d. i. als die Fläche des ersten schärferen Octaëders von $(a : c : \infty b)$ u. s. f. Dann wäre $a : c = 1 : \sqrt[4]{\frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 9}} = 1 : \sqrt[4]{\frac{1}{54}}$, und man hätte blos die eine Ordnung von Octaëdern eines viergliedrigen Systems mit der andern vertauscht. Wir behalten die obigen Ausdrücke bei.

flächen n gegen einander folgt; denkt man sich ferner c zu a im Verhältniß von $\sqrt[4]{\frac{1}{39}} : 1$, oder das $a : b : c$ des so genommenen Systems $= 1 : 1 : \sqrt[4]{\frac{1}{39}}$, so ist

y ,	d.i.	$a' : 3c : \infty b$	jetzt $= (a : c : \infty b)$ ⁽¹⁾
k ,	d.i.	$a : \infty b : \infty c$	$\dots = (a' : 3c : \infty b) = (\frac{1}{3} a' : c : \infty b)$
x ,	d.i.	$a' : c : \infty b$	$\dots = (a : 5c : \infty b) = (\frac{1}{5} a : c : \infty b)$
r ,	d.i.	$3a' : 5c : \infty b$	$\dots = (a : 3c : \infty b) = (\frac{1}{3} a : c : \infty b)$
q ,	d.i.	$3a' : c : \infty b$	$\dots = (a : 9c : \infty b) = (\frac{1}{9} a : c : \infty b)$
t ,	d.i.	$a : 5c : \infty b$	$\dots = (a' : 7c : \infty b) = (\frac{1}{7} a' : c : \infty b)$
P ,	d.i.	$a : c : \infty b$	$\dots = (a : \infty b : \infty c) = (\frac{1}{\infty} a : c : b)$
M ,	d.i.	$b : \infty a : \infty c$	$\dots = (b : \infty a : \infty c) = (a : \frac{1}{\infty} b : c)$

Die gerade angesetzte Endfläche der gewöhnlichen Feldspathsäule
 $c : \infty a : \infty b$ würde sein $= (a : 13c : \infty b) = (\frac{1}{13} a : c : \infty b)$

Die gerade angesetzte Endfläche der rechtwinklichen Feldspathsäule
 $a' : \frac{13}{3} c : \infty b$ würde sein $= (c : \infty a : \infty b)$

Außerdem würden sein

T, l ,	d.i.	$a : b : \infty c$	$= (\frac{1}{3} a' : \frac{1}{4} b : c)$
o ,	d.i.	$a' : \frac{1}{2} b : c$	$= (\frac{1}{5} a : \frac{1}{4} b : c)$
n ,	d.i.	$a : \frac{1}{4} b : c$	$= (a : b : \infty c)$
z ,	d.i.	$a : \frac{1}{5} b : \infty c$	$= (\frac{1}{7} a' : \frac{1}{12} b : c)$
u ,	d.i.	$\frac{1}{3} a' : \frac{1}{4} b : c$	$= (a : \frac{1}{4} b : c)$
v ,	d.i.	$\frac{1}{3} a' : \frac{1}{8} b : c$	$= (a : \frac{1}{8} b : c)$
m ,	d.i.	$\frac{1}{3} a : \frac{1}{2} b : c$	$= (\frac{1}{11} a' : \frac{1}{4} b : c)$
s ,	d.i.	$a' : \frac{1}{6} b : c$	$= (\frac{1}{5} a : \frac{1}{12} b : c)$
d ,	d.i.	$\frac{1}{5} a : \frac{1}{8} b : c$	$= (\frac{1}{7} a' : \frac{1}{8} b : c)$
g ,	d.i.	$b : c : \infty a$	$= (\frac{1}{13} a : \frac{1}{4} b : c)$

Der Beweis, daß die Ausdrücke der Flächen der vertikalen Zone sich in der viergliedrigen Stellung in die angegebenen verwandeln, geht leicht

(¹) Indem wir die in Klammern eingeschlossenen Zeichen für die Ausdrücke der Flächen in der neuen oder veränderten Stellung gebrauchen, so unterscheiden sie sich damit bequem und sogleich von den in die Rechtecke eingeschlossenen, welche für die ursprüngliche oder Normalstellung des Feldspathes gelten, und früher im Gebrauch sind.

daraus hervor, daß ihre Neigungen gegen die Axe der letzteren die Summen oder die Differenzen sind von ihrer und der Fläche $\boxed{a : c : \infty b}$ Neigung gegen die Axe c der gewöhnlichen Feldspathsäule.

So ist für die Neigung von γ gegen die neue Axe,

$$\sin : \cos = (3 + 1) \sqrt{13 \cdot 3} : 13 - 3 \cdot 3 = \sqrt{13 \cdot 3} : 1 = \sqrt{39} : 1;$$

für α , $\sin : \cos = 2 \sqrt{13 \cdot 3} : 13 - 3 = \sqrt{13 \cdot 3} : 5$; daher diese Fläche mit der fünffach schärferen Neigung gegen die Axe der neuen Stellung, $= (a : 5c : \infty b)$, wenn $\gamma = (a : c : \infty b)$,

für k , $\sin : \cos = \sqrt{13} : \sqrt{3} = \sqrt{13 \cdot 3} : 3$; daher $k = (a' : 3c : \infty b)$, d. i. auf der entgegengesetzten Seite von γ die mit der dreifach schärferen Neigung gegen die neue Axe;

für r , $\sin : \cos = (5 + 3) \sqrt{13 \cdot 3} : 3 \cdot 13 - 5 \cdot 3 = 8 \sqrt{39} : 24 = \sqrt{39} : 3$; daher $r = (a : 3c : \infty b)$ gleicher Seite mit γ , das Gegenstück von k .
u. s. f.

Die Fläche T ist durch die 2 Zonen bestimmt: von k nach M , und von γ nach n . Verbindet man (Taf. II.) ⁽¹⁾ einen Durchschnittspunct von γ mit n mit dem Durchschnittspunct von k mit M durch eine Linie, die wir schreiben $(\frac{1}{3}a' : a + b)$, so schneidet diese Linie $\frac{1}{4}b$ ab, welches evident ist; folglich ist $T = (\frac{1}{3}a' : \frac{1}{4}b : c)$.

Die Fläche o ist bestimmt durch die Zonen von T nach P , und von α nach M ; die Axe der ersteren ist $(c; \frac{1}{4}b)$, der andern $(c; \frac{1}{5}a)$, dies giebt unmittelbar $(\frac{1}{5}a : \frac{1}{4}b : c)$ für ihren Ausdruck.

Die Fläche u durch die Zonen von T nach P , und von γ nach M , deren Axen $(c; \frac{1}{4}b)$ und $(c; a)$; giebt ebenso unmittelbar $(a : \frac{1}{4}b : c)$ als ihren Ausdruck.

Die Fläche m wiederum in der Zone von T nach P , und von dem andern T nach demjenigen n , mit welchem es nicht in einem Punete $(a + b)$,

(1) Die mittlere Verticallinie der Figur stellt sowohl die obere Hälfte, welche a' , als die untere, welche a vorstellt, und welche letztere sich durch die Querlinie γ endet, in Theile, wie $\frac{1}{3}a'$ bei k , u. s. f. getheilt dar; eben so die mittlere Horizontallinie (b und b') in Theile, wie $\frac{1}{4}$, u. s. f. Der Schnidungspunct von γ mit n ist in einer Ecke unten, und ein solcher Punct $= (a + b)$ oder $(a + b')$; der Durchschnittspunct von k mit $M = (\frac{1}{3}a' + o . b)$.

sondern in einem Punkte $\frac{1}{7} a' + \frac{1}{7} b'$ ⁽¹⁾ sich schneidet; die Axe der letzteren Zone ist also $(c; \frac{1}{7} a' + \frac{1}{7} b')$, die der ersteren $(c; \frac{1}{4} b)$; dies giebt für m , $(\frac{7}{11} \cdot \frac{1}{7} a' : \frac{1}{4} b : c) = (\frac{1}{11} a' : \frac{1}{4} b : c)$; denn ohne die Hilfsfigur auszuzeichnen, welche aus der Zeichnung der Tafel II. leicht in allen solchen Fällen entnommen wird, ersieht man leicht, daß die Coordinate in a' für die Fläche bestimmt wird durch die Ähnlichkeit der zwei Dreiecke, deren Grundlinien sich verhalten $= \frac{1}{4} b : \frac{1}{7} b' = 7 : 4$, die Coordinate in a' aber demgemäß für die Fläche m sein muß $= \frac{7}{11} \cdot \frac{1}{7} a' = \frac{1}{11} a'$, während $\frac{1}{4} b$ und c als Coordinaten in b und c für sie bereits gegeben sind; u. s. f.

Wenn nun die Fläche y durch die untere Seite des großen Quadrates in Taf. II. dargestellt wird, so wird es sein Gegenstück $(a' : c : \infty b)$ durch die obere, und seine Seitenstücke $(b : c : \infty a)$ und $(b' : c : \infty a)$ durch die beiden seitlichen, vertikal in der Figur stehenden Seiten dieses Quadrates. Im nächst kleineren Quadrate sind r und k als die Gegenstücke von einander schon vorhanden; die Seitenstücke $(\frac{1}{3} b : c : \infty a)$ und $(\frac{1}{3} b' : c : \infty a)$ werden durch die seitlichen Linien dieses Quadrates dargestellt; und so mit den übrigen.

Für die Gegenstücke der Flächen der vertikalen Zone ergeben sich die Ausdrücke in den eigentlichen Feldspatldimensionen ohne Schwierigkeit aus ihrer gleichen und umgekehrten Neigung gegen $P = [a : c : \infty b]$. Hieraus ergibt sich z. B., daß das Gegenstück von $[a' : 3c : \infty b]$ gegen die Axe c geneigt sein muß mit der Differenz der Winkel, deren einer, der Neigungswinkel von P gegen die Axe c , hat $\sin : \cos = V13 : V3 = V39 : 3$, der andere, des Gegenstückes Neigung gegen P , hat $V39 : 1$. Für diese Differenz aber ist $\sin : \cos = (3 - 1) V39 : 39 + 3 = V39 : 21 = V13 : 7 V3 = a : 7c$ Feldsp.; und die Lage des Winkels in umgekehrter Richtung von

(1) Für einen Durchschnittspunkt von $T = (\frac{1}{3} a' : \frac{1}{4} b' : c)$ mit $n = (a : b' : \infty c)$ findet man die Coordinaten in a und b leicht aus der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke, welche diesen Durchschnittspunkt zum Scheitel und die parallelen Linien $\frac{1}{4} b'$ und eine andere $= \frac{1}{3} b'$, in der Linie k genommen, zu Grundlinien haben; die Seiten beider Dreiecke verhalten sich also $= \frac{1}{4} : \frac{1}{3} = 3 : 4$; die Coordinate in a' wird $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} a' = \frac{1}{7} a'$; die Coordinate in $b' = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{4} b' = \frac{1}{7} b'$; daher der Durchschnittspunkt $= (\frac{1}{7} a' + \frac{1}{7} b')$.

der Axe, als der Neigungswinkel von P ; also ist der Ausdruck des gesuchten Gegenstückes von γ , $\boxed{a' : 7c : \infty b}$; es ist die Fläche mit 7fach schärferer Neigung gegen die Axe, auf der hinteren Seite.

Das Gegenstück von α hat eben so zur Neigung gegen die Axe die Differenz der Neigungen, deren eine hat, $\sin : \cos = \sqrt{13} : \sqrt{3} = \sqrt{39} : 3$ und die andere, $\sin : \cos = \sqrt{39} : 5$; folglich die, deren $\sin : \cos = 2\sqrt{39} : 39 + 15 = \sqrt{39} : 27 = \sqrt{13} : 9\sqrt{3}$; die Fläche also, auf gleicher Seite mit P liegend, erhält zum Ausdruck $\boxed{a : 9c : \infty b}$; es ist die mit 9fach schärferer Neigung, auf der vorderen Seite u. s. f.

Es sei allgemein $\boxed{a' : n.c : \infty b}$ die Fläche, deren Gegenstück gesucht wird, so ist der Ausdruck des Gegenstückes = $\boxed{\frac{(2n+1)c^2 - a^2}{(n+2)a^2 - nc^2} a' : c : \infty b}$. Denn in Fig. 9. Taf. I. sei CA die Axe c , DAC der Neigungswinkel der Fläche $\boxed{a : c : \infty b}$ gegen dieselbe, EAC der der Fläche $\boxed{a' : n.c : \infty b}$, EAD die Summe beider, für welche also $\sin : \cos = (n+1)ac : a^2 - nc^2$; es sei $FAD = EAD$, also FA das Gegenstück von EA für AD , und gesucht dessen Neigung gegen AC . Es werde FA verlängert in AG , so ist GAC die gesuchte Neigung des Gegenstückes gegen die Axe AC . Da nun für GAD , $\sin : \cos = (n+1)ac : a^2 - nc^2$, (und für DAC , $\sin : \cos = a : c$), so ist für GAC , als $GAD - DAC$,

$$\begin{aligned} \sin : \cos &= (n+1)ac^2 + an c^2 - aa^2 : (n+1)a^2c + a^2c - nc^2c = \\ &= (2n+1)ac^2 - aa^2 : (n+2)a^2c - nc^2c = \\ &= a((2n+1)c^2 - a^2) : c((n+2)a^2 - nc^2), \end{aligned}$$

also die gesuchte Fläche, auf der entgegengesetzten Seite der Axe ausgedrückt, als $\boxed{a : c : \infty b} = \boxed{((2n+1)c^2 - a^2)a' : ((n+2)a^2 - nc^2)c : \infty b}$

$$= \boxed{\frac{(2n+1)c^2 - a^2}{(n+2)a^2 - nc^2} a' : c : \infty b}.$$

Für die Feldspathwerthe,

$$\text{wenn } n = 3, \frac{7 \cdot 3 - 13}{5 \cdot 13 - 3 \cdot 3} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}; \quad \boxed{\frac{1}{7} a' : c : \infty b}$$

$$\text{wenn } n = 7, \frac{15 \cdot 3 - 13}{9 \cdot 13 - 7 \cdot 3} = \frac{32}{96} = \frac{1}{3}; \quad \boxed{\frac{1}{3} a' : c : \infty b}$$

$$\text{wenn } n = 1, \frac{3 \cdot 3 - 13}{3 \cdot 13 - 3} = -\frac{4}{36} = -\frac{1}{9}; \quad \boxed{-\frac{1}{9} a' : c : \infty b} = \boxed{\frac{1}{9} a : c \infty b}$$

u. s. f.

Für die Seitenstücke der Flächen der vertikalen Zone ist klar, daß sie samt und sonders in der Diagonalzone der Fläche $\left[\frac{1}{n} a' : c : \infty b \right]$ d. i. zwischen der Fläche, welche zur gerad angesetzten Endfläche der rechtwinklichen Säule wird, und M liegen, folglich das Verhältniß $\frac{1}{n} a' : c$ in ihrem Ausdrucke gemein haben.

Lösen wir die Aufgabe allgemein, welches der Ausdruck des Seitenstückes ist, welches eine Fläche $\left[a' : n c : \infty b \right]$ und deren Gegenstück zu dem viergliedrigen Octaëder ergänzt, dessen Axe parallel der Längendiagonale von $\left[a : c : \infty b \right]$, d. i. $(c : a + o. b)$ ist; so erhalten wir zum Resultat: es ist die Fläche $\left[\frac{c^2}{a^2} a' : \frac{(n+1)c^2}{p(a^2 - nc^2)} b : c \right]$, wenn p den erforderlichen Werth ausdrückt, damit $\frac{b}{p} = \frac{ac}{\sqrt{a^2 + c^2}}$, so wie es beim Feldspath der Fall ist, wenn $p = 4$.

In Fig. 10. Taf. I. sei $CA = a$, $CC' = c$, also AC' die Längendiagonale der Fläche $\left[a : c : \infty b \right]$, beim Feldspath parallel der Axe der rechtwinklich vierseitigen Säule, EC' senkrecht auf AC' , parallel der Längendiagonale von $\left[\frac{c^2}{a^2} a' : c : \infty b \right]$ oder der auf $\left[a : c : \infty b \right]$ senkrechten Fläche der vertikalen Zone (welche Fläche beim Feldspath an der rechtwinklich vierseitigen Säule zur gerad angesetzten Endfläche wird); es sei also $EC = \frac{c^2}{a^2} CA$; CF senkrecht auf EC' , so ist

$$CF : AC' = EC : EA = \frac{c^2}{a^2} : 1 + \frac{c^2}{a^2} = c^2 : a^2 + c^2; \text{ folglich}$$

$$CF = \frac{c^2}{a^2 + c^2} AC' = \frac{c^2}{a^2 + c^2} \sqrt{a^2 + c^2} = \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + c^2}}$$

Es sei ferner $CD = \frac{1}{n} CA$, also DCC' die Neigung der Fläche $\left[a' : n c : \infty b \right] = \left[\frac{1}{n} a' : c : \infty b \right]$ gegen die Axe CC' , so ist, wenn DG senkrecht auf das verlängerte EC' , für die Neigung von DC' gegen AC' $\sin : \cos$, d. i. $GC' : DG = (n+1) ac : a^2 - nc^2$.

Wenn nun das gesuchte Seitenstück durch E und C' , d. i. durch die Punkte $\frac{c^2}{a^2} a'$ und c in den Dimensionen a' und c , also zugleich durch F gelegt, und sein Werth in b , d. i. in der in C senkrecht auf der Ebene der

Figur errichteten Dimension gesucht, also für seine Neigung gegen CF , diese Linie CF als Cosinus gegeben, und der Werth in b als der entsprechende Sinus gesucht wird, so muß dieser Werth $= x$ sich verhalten,

$$x : CF = C'G : GD = (n + 1) ac : a^2 - nc^2$$

$$\text{Es muß also sein } x = \frac{(n + 1) ac}{a^2 - nc^2} \cdot \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + c^2}}$$

Wenn nun für $\frac{ac}{\sqrt{a^2 + c^2}}$ gesetzt wird das ihm gleiche $\frac{b}{p}$, so ist der gesuchte Werth $\frac{(n + 1) c^2}{(a^2 - nc^2)} \cdot \frac{b}{p} = \frac{(n + 1) c^2}{p(a^2 - nc^2)} b$: folglich die gesuchte Fläche

$$= \boxed{\frac{c^2}{a^2} a' : \frac{(n + 1) c^2}{p(a^2 - nc^2)} b : c}, \text{ wie oben.}$$

Es ist klar, daß durch diese Formel die Lage der das viergliedrige Octäeder erzeugenden Flächen in Bezug auf das Krystallsystem, dessen Axen a, b, c sind, ohne Einschränkung allgemein bestimmt wird, p möge eine rationelle Gröfse sein oder nicht. Nur im ersten Falle wird die Lage der Ergänzungsflächen eine krystallonomisch mögliche sein, vorausgesetzt, daß das Verhältniß der Quadrate von a und c ebenfalls ein rationales ist, wie wir dies als Grundregel für alle krystallonomischen Linien ansehen dürfen. Ist aber, wie beim Feldspath, $a^2 : c^2 = 13 : 3$ (also $\frac{c^2}{a^2} = \frac{3}{13}$) und $p = 4$, so wird der Coëfficient von b , wie folgt:

(S. Beilage I.)

Hieraus ist also zugleich zu ersehen, welches bei dem Bavenoer oder Adular-Zwilling die Krystallrichtungen sind, in welchen in dem einen Individuum die Richtungen der Flächen der vertikalen Zone des andern Individuums sich fortsetzen. Und eben so beim Drilling und Vierling.

Vergleicht man die Coëfficienten von b , während der von $c = 1$, unter sich und mit dem ersten $= \frac{3}{4}$, so zeigt sich, daß sie sämtlich unter der Form begriffen sind $\frac{3}{4(2x + 1)}$ ⁽¹⁾, und man hat die Fälle vor sich wo $x = 0, 1, 2, 3, 4, 6$, nebst $x = -\frac{1}{2}$.

(1) Diese Form wird zu $\frac{1}{4(2x + 1)} = \frac{1}{p(2x + 1)}$, wenn alle Coëfficienten durch 3 dividirt werden, d. i. wenn der Coëfficient von $c = \frac{1}{3}$ gesetzt wird.

Gehen wir fort zu den Gegenstücken und Seitenstücken der übrigen Feldspathflächen, welche symmetrisch gepaart bei dem Feldspathindividuum vorhanden sind, nicht einzeln, wie die Flächen seiner vertikalen Zone, so ist klar, daß sich diese einander jederzeit zu Vierundvierkantnern (Tetramerokraspedon's) ergänzen; und es ist in dieser Frage die Aufgabe nicht minder, als im vorigen Fall, mit eingeschlossen, welches die Feldspathflächen sein würden, als welche sich bei dem Bavenoer und Adular-Zwilling, Drilling und Vierling dergleichen gepaarte Flächen des einen Individuums in den anliegenden und dem gegenüberliegenden Individuum fortsetzen, und gleichsam in ihnen fortklingen.

Es ist auch klar, daß das Gegenstück ein Flächenpaar sein wird, gleicher Neigung unter sich wie das gegebene, und aus der Diagonalzone derjenigen Fläche der vertikalen Zone, welche gleiche und umgekehrte Neigung gegen die Axe der vierseitigen Säule hat, als die Kante des gegebenen Paares oder deren Abstumpfungsfäche. So wird das Gegenstück der Säule

$\left[a : b : \infty c \right]$ in der Diagonalzone von r oder $\left[\frac{1}{5} a' : c : \infty b \right] = \left[\frac{1}{5} a' : \frac{1}{5} c : \infty b \right]$ als dem Gegenstück von k d.i. von $\left[a : \infty b : \infty c \right]$ sich befinden ⁽¹⁾, und 60° gegen $\left[b : \infty a : \infty c \right]$ geneigt sein, wie T es ist. Nennen wir also die gesuchte Fläche $\left[\frac{1}{5} a' : n . b : c \right]$, so wird man

haben $n . b : \frac{\frac{3}{5} a c}{V(\frac{3}{5} a)^2 + c^2} = \sqrt{3} : 1$, d. i. wenn $b = 1$, $a = \sqrt{\frac{1}{3}}$, $c = \sqrt{\frac{1}{13}}$,

$n = \frac{3 \sqrt{3}}{13 \cdot 43 \cdot \sqrt{3} + \frac{25}{13}} = \frac{3}{\sqrt{3 \cdot 43} + 25} = \frac{3}{5}$; mithin ist das Gegenstück von $\left[a : b : \infty c \right]$ die Fläche $\left[\frac{1}{5} a' : \frac{3}{5} b : c \right] = \left[\frac{1}{5} a' : \frac{1}{5} b : \frac{1}{5} c \right]$.

Das Gegenstück der Fläche $\left[a : \frac{1}{3} b : \infty c \right]$ ist die 3fach schärfer geneigte Fläche in der nämlichen Diagonale von $\left[\frac{1}{5} a' : c : \infty b \right]$, folglich, wie man ohne weitere Rechnung sieht, $= \left[\frac{3}{5} a' : \frac{1}{5} b : c \right]$.

In ähnlicher Art befindet sich das Gegenstück der Rhomboëdfäche $\left[a' : \frac{1}{2} b : c \right]$ in der Diagonalzone von $\left[a : \frac{1}{2} c : \infty b \right] = \left[\frac{1}{2} a : c : \infty b \right]$, und ist geneigt gegen $\left[b : \infty a : \infty c \right]$, als den gemeinschaftlichen Zonenaufriss sämtlicher Diagonalzonen, mit $\sin : \cos = 2 : 1$; folglich ist hier, wenn

(¹) vgl. oben S. 288.

die gesuchte Fläche $\left[\frac{1}{9} a : n . b : c \right]$ genannt wird, $n . b : \frac{a c}{\sqrt{a^2 + 9 c^2}} = 2 : 1$;

$n = \frac{2}{\sqrt{3 \cdot 13} \cdot \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{61}{13}}} = \frac{2}{\sqrt{13 + 243}} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$; mithin ist das Gegenstück von $\left[a' : \frac{1}{2} b : c \right]$ die Fläche $\left[\frac{1}{9} a : \frac{1}{8} b : c \right]$.

Das Gegenstück der Fläche $\left[a' : \frac{1}{4} b : c \right]$ würde abermals die 3fach schärfere der vorigen in der nämlichen Diagonalzone sein, folglich $= \left[\frac{1}{9} a : \frac{1}{24} b : c \right]$.

Da die untere Rhomboëdfläche $\left[\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b : c \right]$ gegen $[b : \infty a : \infty c]$ geneigt ist unter $\sin : \cos = \sqrt{5} : \sqrt{2}$, so ist ihr Gegenstück die Fläche mit gleicher Neigung gegen $[b : \infty a : \infty c]$ aus der Diagonalzone des Gegenstückes von $\left[\frac{1}{3} a' : c : \infty b \right]$, d. i. von $\left[\frac{1}{3} a' : c : \infty b \right]$; mithin wird, wenn die gesuchte Fläche $\left[\frac{1}{7} a' : n . b : c \right]$ genannt wird, $n . b : \frac{a c}{\sqrt{a^2 + 49 c^2}} = 15 : 12$;

$n = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3 \cdot 13} \cdot \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{13}}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{13 + 3 \cdot 13}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{46}} = \frac{1}{\sqrt{61}} = \frac{1}{61}$;

folglich das gesuchte Gegenstück $= \left[\frac{1}{7} a' : \frac{1}{61} b : c \right]$.

Eben so wäre das Gegenstück der Fläche $\left[\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b : c \right]$ die 2fach schärfere der nämlichen Diagonalzone, folglich $= \left[\frac{1}{3} a' : \frac{1}{6} b : c \right]$.

Da die Fläche $\left[\frac{1}{3} a : \frac{1}{2} b : c \right]$ gegen $[b : \infty a : \infty c]$ die 2fach stumpfere Neigung hat als $\left[\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b : c \right]$, also $\sin : \cos = 2 \sqrt{5} : 12 = 10 : 1$, so muß ihr Gegenstück die nämliche Neigung gegen $[b : \infty a : \infty c]$ haben in der Diagonalzone des Gegenstückes von $\left[\frac{1}{3} a : c : \infty b \right] = [a : 3c : \infty b]$, d. i. von $[7a' : c : \infty b]$; denn wenn in der Formel $\frac{(2n+1)c^2 - a^2}{(n+2)a^2 - nc^2} a' : c : \infty b$,

(s. oben S. 291.), $n = -3$, so wird $\frac{-5 \cdot 3 - 13}{-1 \cdot 13 + 3 \cdot 3} = \frac{-28}{-4} = \frac{28}{4} = 7$, also

das Gegenstück von $\left[\frac{1}{3} a : c : \infty b \right]$ ist $[7a' : c : \infty b]$; und es wird

jetzt für die Fläche $\left[7a' : n . b : c \right]$, $n . b : \frac{7 a c}{\sqrt{49 a^2 + c^2}} = \sqrt{10} : 1$;

$n = \sqrt{10} \cdot \frac{7}{\sqrt{3 \cdot 13} \cdot \sqrt{\frac{49}{3} + \frac{1}{13}}} = \sqrt{10} \cdot \frac{7}{\sqrt{19 \cdot 13 + 3}} = \sqrt{10} \cdot \frac{7}{\sqrt{640}} = \frac{7}{8}$; folglich das Gegenstück von $\left[\frac{1}{3} a : \frac{1}{2} b : c \right]$ ist $\left[7a' : \frac{7}{8} b : c \right] = \left[a : \frac{1}{8} b : \frac{1}{8} c \right]$.

Für $\left[\frac{1}{5} a : \frac{1}{8} b : c \right]$, welches gegen $[b : \infty a : \infty c]$ geneigt ist unter $\sin : \cos = 11 : 18$, wird das Gegenstück die eben so gegen $[b : \infty a : \infty c]$ geneigte Fläche aus der Diagonalzone von $[a : c : \infty b] = \left[\frac{2}{7} a' : c : \infty b \right]$

sein; es wird also für die Fläche $\left[\frac{5}{4} a' : n . b : c \right]$, $n . b : \frac{5ac}{\sqrt{25a^2 + 9c^2}} = \sqrt{11} : \sqrt{8}$;

$$n = \frac{5}{\sqrt{25 \cdot 11 + 9 \cdot 8}} \cdot \sqrt{\frac{11}{8}} = \frac{5}{16}; \text{ also } \left[\frac{5}{4} a' : \frac{5}{16} b : c \right] = \left[\frac{1}{4} a' : \frac{1}{16} b : \frac{1}{5} c \right]$$

das gesuchte Gegenstück zu $\left[\frac{1}{5} a' : \frac{1}{8} b : c \right]$.

Für $\left[\frac{1}{5} a' : \frac{1}{4} b : c \right]$ ⁽¹⁾ würde daher, wie man sogleich einsieht, das gesuchte Gegenstück = $\left[\frac{1}{4} a' : \frac{1}{5} b : \frac{1}{2} c \right]$ sein.

Wenn endlich für $\left[b : c : \infty a \right]$ das Gegenstück gesucht wird, welches, wie jenes, gegen $\left[b : \infty a : \infty c \right]$ unter $\sin : \cos = \sqrt{13} : 1$ geneigt sein muß, so wird es in der Diagonalzone von $\left[\frac{5}{13} a : c : \infty b \right]$ als dem Gegenstücke von $\left[c : \infty a : \infty b \right]$ ($= \left[a : o : c : b \right]$) liegen, und es wird für die gesuchte Fläche $\left[\frac{5}{13} a : n . b : c \right]$ sein, $n . b : \frac{5ac}{\sqrt{25a^2 + 169c^2}} = \sqrt{13} : 1$;

$$\text{also } n = \frac{5\sqrt{13}}{\sqrt{25 \cdot 13 + 169 \cdot 3}} = \frac{5}{\sqrt{25 + 13 \cdot 3}} = \frac{5}{8}; \text{ folglich das gesuchte Gegenstück} \\ = \left[\frac{5}{13} a : \frac{5}{8} b : c \right] = \left[\frac{1}{13} a : \frac{1}{8} b : \frac{1}{5} c \right].$$

Sucht man den Ausdruck des Gegenstückes für $\left[\frac{1}{n} a : \frac{1}{m} b : c \right]$ allgemein, welcher, als einer Fläche aus der Diagonalzone des Gegenstückes von $\left[a : n . c : \infty b \right]$ gehörig, vorerst geschrieben werden kann

$$\left[\frac{1}{(n+2)a^2 - nc^2} a' : x . b : \frac{1}{(2n+1)c^2 - a^2} c \right], \text{ so hat man, zufolge der}$$

$$\text{Proportion } \frac{ac}{\sqrt{a^2 + n^2 c^2}} : \frac{b}{m} = \frac{ac}{\sqrt{((2n+1)c^2 - a^2)^2 a^2 + ((n+2)a^2 - nc^2)^2 c^2}} : x . b,$$

$$x = \frac{m \sqrt{a^2 + n^2 c^2}}{m \sqrt{((2n+1)c^2 - a^2)^2 a^2 + ((n+2)a^2 - nc^2)^2 c^2}},$$

und der gesuchte allgemeine Ausdruck ist

$$\left[\frac{a'}{(n+2)a^2 - nc^2} : \frac{b \sqrt{a^2 + n^2 c^2}}{m \sqrt{((2n+1)c^2 - a^2)^2 a^2 + ((n+2)a^2 - nc^2)^2 c^2}} : \frac{c}{(2n+1)c^2 - a^2} \right] \quad (2).$$

(1) Es ist dies eine beim Feldspath zwar nicht vorgekommene, jedoch mit den Flächen seines Systems in naher Verbindung stehende Fläche.

(2) Für Flächen aus der eigentlichen Diagonalzone selbst, d. i. für Flächen $\left[a : \frac{1}{m} b : c \right]$ ist nach den obigen Voraussetzungen (S. 291.) $n = -1$; also beim Feldspath, wo $a^2 : c^2 = 13 : 3$, $(n+2)a^2 - nc^2 = 1 \cdot 13 + 1 \cdot 3 = 16$; ferner $(2n+1)c^2 - a^2 = -(3+13) = -16$; mithin $\sqrt{((2n+1)c^2 - a^2)^2 a^2 + ((n+2)a^2 - nc^2)^2 c^2} = \sqrt{16 \cdot 16 \cdot 13 + 16 \cdot 16 \cdot 3} = 16 \sqrt{13 + 3} = 16 \sqrt{a^2 + n^2 c^2}$; folglich wird der Ausdruck des Gegenstückes für eine Fläche der Diagonalzone bei ihm allgemein $\frac{a'}{16} : \frac{b}{m \cdot 16} : \frac{c}{16} = \left[a : \frac{1}{m} b : c \right]$, d. i. gleich dieser Fläche selbst.

Beschäftigen wir uns mit den gefundenen Werthen dieser Gegenstücke etwas mehr im einzelnen, so zeigt sich bald, daß nicht weniger als sechs von ihnen in der (ersten) Kantenzone selbst ⁽¹⁾, d. i. zwischen P und T , und zugleich in Diagonalzonen von Flächen liegen, welche theils bekannte Feldspathflächen, theils mit den bekannten in dem nächsten und engsten krystallogonomischen Zusammenhang stehende sind. Das Gegenstück der Seitenfläche $[a:b:\infty c]$ also liegt in der Diagonalzone von r , d. i. $[a':\frac{2}{3}c:\infty b]$, und daß es auch in der (ersten) Kantenzone liegt, spricht sein Zeichen $[\frac{3}{5}a':\frac{3}{8}b:c]$ ebenfalls unmittelbar aus; denn $\frac{8}{3} - \frac{5}{3} = 1$ ⁽²⁾. Das Gegenstück der Rhomboëdfläche $o = [a:\frac{1}{2}b:c]$ liegt auch in dieser Kantenzone, wie sein Zeichen $[\frac{1}{9}a:\frac{1}{8}b:c]$ ausspricht; denn $9 - 8 = 1$; und in der Diagonalzone der 9fach schärferen (Fläche der vertikalen Zone) vorn, d. i. von $[a:9c:\infty b]$, welche mit $[a:c:\infty b]$ und $[a:5c:\infty b]$, wie man sogleich sieht, in einer Reihe sich befindet, und durch 2 Zonen direct bestimmt werden würde, welche von Flächen $[\frac{1}{5}a:\frac{1}{4}b:c]$ (welches auch Abstumpfungen der stumpfen Endkanten sind, wie $[\frac{1}{4}a:\frac{1}{2}b:c]$ und in der Diagonalzone von $[a:5c:\infty b]$ liegen), nach den Seitenflächen $[a:b:\infty c]$, und von Flächen $[\frac{1}{4}a:\frac{1}{2}b:c]$ nach Seitenflächen $[a:b:\infty c]$ gehen würden. Das Gegenstück der unteren Rhomboëdfläche $[\frac{1}{3}a':\frac{1}{2}b:c]$ liegt, wie abermals sein Zeichen $[\frac{1}{2}a':\frac{1}{3}b:c]$ darthut, in der (ersten) Kantenzone; denn auch $8 - 7 = 1$; und zugleich liegt es in der Diagonalzone von $[a':7c:\infty b]$, d. i. der 7fach schärferen hinten, jener Fläche, welche durch 2 Zonen von $[\frac{1}{3}a':\frac{1}{4}b:c]$ nach den Seitenflächen $[a:b:\infty c]$ übers Kreuz bestimmt ⁽³⁾, und schon in Fig. 8. Taf. I. durch die Punkte angedeutet ist, in denen sich die Linien nm und Cy kreuzen, analog den oben betrachteten Durchschnittspuncten der Linien nm

(1) Man sieht dies unmittelbar in der Figur der Taf. II., wo alle die erwähnten Flächen sich gemeinschaftlich in dem Punkte kreuzen, in welchem T und P einander schneiden, und welcher mithin den Zonenpunct der Kantenzone TP in dieser Projection darstellt.

(2) s. die Abb. über den Epidot in den Abb. a. d. J. 1819. S. 261. Anm. vgl. mit S. 254. Anm.

(3) Die Fläche $[a':7c:\infty b]$ würde auf gleiche Weise, wie durch $[\frac{1}{3}a':\frac{1}{4}b:c]$, so auch durch $[a':\frac{1}{6}b:c]$ bestimmt sein; denn auch $6 + 1 = 4 + 3 = 7$.

und CD , durch welche wir die grade angesetzte Endfläche der vierseitigen Säule $\left[a' : \frac{1}{3}c : \sim b \right]$ sich bestimmen sahen. Das Gegenstück von $\left[\frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c \right]$ liegt nochmals in der (ersten) Kantenzone, wie aus seinem Zeichen $\left[7a' : \frac{2}{3}b : c \right]$ wiederum zu erkennen ist; denn auch $\frac{8}{7} - \frac{1}{7} = 1$; zugleich in der Diagonalzone von $\left[7a' : c : \sim b \right]$, d. i. der 7fach stumpferen hinten, wieder in einfacher Beziehung zu dem bekannten $\left[3a' : c : \sim b \right]$ u. s. f. Auch das Gegenstück von $\left[\frac{1}{5}a : \frac{1}{4}b : c \right]$ würde in der ersten Kantenzone liegen; c hier immer in der Einheit genommen, ist sein Zeichen $= \left[\frac{2}{3}a' : \frac{5}{8}b : c \right]$; und auch $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} = 1$; die Fläche aber, in deren Diagonalzone es zugleich liegt, d. i. $\left[\frac{5}{3}a' : c : \sim b \right]$ haben wir vorhin als das Gegenstück von $\left[a : 5c : \sim b \right]$ gehabt. Endlich würde auch das Gegenstück von $\left[b : c : \sim a \right]$, d. i. $\left[\frac{2}{11}a : \frac{2}{5}b : c \right]$ noch in der ersten Kantenzone liegen, weil auch $\frac{11}{5} - \frac{8}{5} = 1$; und zwar zunächst über $\left[\frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c \right]$.

Dem Gegenstück der unteren Rhomboïdfläche möchte der Name einer noch untreren gegeben werden; denn sie stumpfte die Kante zwischen jener und der Seitenfläche ab; das Gegenstück der Seitenfläche läge zwischen der Rhomboïd- und der unteren Rhomboïdfläche (als die halb-untere, wenn wir uns der analogen Benennungen von schon früher angewendeten bedienen wollten). Die Gegenstücke von $\left[\frac{1}{5}a : \frac{1}{4}b : c \right]$ und $\left[\frac{1}{3}a : \frac{1}{2}b : c \right]$ wären dann obere Rhomboïdflächen zu nennen; sie liegen in der Kantenzone über den Rhomboïdflächen $\left[a' : \frac{1}{2}b : c \right]$ und auch auf der hinteren Seite des Endes; die Gegenstücke der letzteren selbst, als Abstumpfungen der stumpfen Endkanten dagegen auf der vorderen Seite des Endes.

Das Gegenstück zu $\left[a : \frac{1}{3}b : \sim c \right]$, d. i. $\left[\frac{2}{3}a' : \frac{1}{2}b : c \right]$ böte, aufser seiner schon bemerklich gemachten nahen Beziehung zu dem von $\left[a : b : \sim c \right]$, die wieder sehr einfache Eigenschaft dar, welche in der Figur der Taf. II. auch unmittelbar auffällt, dafs es nämlich in der Kantenzone der Seitenfläche der 10seitigen Säule, d. i. in der Zone zP , oder von $\left[a : \frac{1}{3}b : \sim c \right]$ nach $\left[a : c : \sim b \right]$ läge. Auch dies wird in seinem Zeichen zu erkennen sein; denn denken wir es in Beziehung auf die Dimensionen dieser Säule geschrieben, wo, a und c unverändert gelassen, b auf das Drittel vermindert ist, so wird sein Ausdruck $\left[\frac{2}{3}a' : \frac{2}{3}b : c \right]$; und dann

haben wir wieder $\frac{1}{3} - \frac{5}{3} = 1$. Das Gegenstück von $\left[\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b : c \right]$ ⁽¹⁾, d. i. $\left[\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b : c \right]$, hat außer der schon hervorgehobenen nächsten Beziehung auf das von $\left[\frac{1}{3} a' : \frac{1}{3} b : c \right]$ noch die krystallonomisch einfache Eigenschaft, daß es in der Kantenzone von $\left[a : 9c : \infty b \right]$ nach der Seitenfläche $\left[a : b : \infty c \right]$ fällt; denn $10 - 7 = 3$; es ist darin Abstumpfung der scharfen Endkante (wie jede Fläche, die wir Rhomboïdfläche nannten). Das Gegenstück von $\left[\frac{1}{3} a : \frac{1}{3} b : c \right]$ läßt in seinem Zeichen $\left[\frac{5}{3} a' : \frac{2}{3} b : c \right]$ eine nähere Beziehung zu dem Gegenstück von $\left[b : c : \infty a \right]$ erkennen, indem es in die Kantenzone einer Schief-Endfläche $\left[a : \frac{1}{3} c : \infty b \right]$ gehört — (denn $\frac{16}{3} - \frac{3}{3} = \frac{13}{3}$) —, in deren Diagonalzone jenes zweite Gegenstück liegt. Dieses selbst aber erscheint wiederum, wie oben bemerkt, in der ersten Kantenzone der Schief-Endfläche $\left[a : c : \infty b \right]$.

So viel nur hier über den fast unerschöpflichen Reichthum von Eigenschaften, welche sich der Reflexion auf diesem Wege darbieten.

Es bleibt uns noch übrig zu untersuchen, welches die Seitenstücke zu den jetzt erörterten gepaarten Flächen sein werden, durch welche also sie und die Gegenstücke zu den Vierundvierkantnern erst vollends ergänzt werden.

Die Seitenstücke eines jeden der vorigen zerfallen offenbar in zwei verschiedene Glieder, das eine gegen die Seite gekehrt, wo $\left[a : 3c : \infty b \right]$ u. s. f., das andere, wo $\left[a : \infty b : \infty c \right]$ u. s. f. liegt. Jene mag in der 4gliedrigen Stellung die vordere, diese die hintere Seite des Endes heißen. So ist klar, daß von einem Paar von Flächen des Vierundvierkantners, welche über einem und demselben M , d. i. $\left[b : \infty a : \infty c \right]$ als Seitenfläche der vierseitigen Säule, erscheinen werden, die nach vorn und die nach hinten sich neigende ganz verschiedenen krystallographischen Werth im Feldspath

(1) Diese Fläche sowohl als ihr Gegenstück und ihre Seitenstücke sind in der Figur Taf. II. ausgelassen worden; aus ihrem Zeichen $(a : \frac{1}{3}b : c)$ für die viergliedrige Stellung ist sogleich einleuchtend, daß der Punct $\frac{1}{3}b$, d. i. ihr Durchschnitt mit P , auch ihrem Gegenstück $(a' : \frac{1}{3}b : c)$ zukommt, und daß folglich auch dieses Gegenstück in einer Zone von $\left[\frac{1}{3}a' : \frac{1}{3}b : c \right]$ nach P liegen muß. Zu einer großen Reihe ähnlicher Schlüsse führt die bloße Betrachtung der Taf. II. Der Buchstabe i in dieser Zeichnung entspricht nicht unsrer Fläche $\left[\frac{1}{3}a' : \frac{1}{3}b : c \right]$, sondern der Fläche $\left[\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b : c \right]$; vgl. d. Abh. a. d. J. 1820. S. 160 u. 165.

haben wird, zwei Flächen hingegen, welche über gegenüberliegenden M -Flächen mit gleichen Neigungen, beide nach vorn oder beide nach hinten erscheinen, gleichen krystallographischen Werthes sind.

Zu ihrer allgemeinen Bestimmung wird folgendes gehören: Den beiderlei Gliedern, in welche die Seitenstücke zerfallen, sind diejenigen Linien (welche immer als Zonenaxen betrachtet werden können) gemein, welche als die abwechselnden Kanten des Vierundvierkantners den von den gegebenen Paaren selbst oder deren Gegenstücken unter sich gebildeten Kanten gleich sind, also gleiche Neigung gegen die Axe c der rechtwinklichen Säule haben, aber gegen die Dimensionen b derselben (senkrecht auf $[b : \infty a : \infty c]$) gekehrt sind, wie es jene gegen die Dimensionen a sind (d. i. gegen die Dimensionen senkrecht auf $P = [a : c : \infty b]$). Wird also eine solche Linie bestimmt, so kennen wir eine Zone, in welche die zu bestimmende Fläche gehört. Wir wissen zweitens von letzterer, wie sie gegen den Aufriss einer solchen Zone, d. i. gegen die Ebne P oder $[a : c : \infty b]$, geneigt ist; nämlich wenn sie das Seitenstück zu einer gegebenen Fläche sein soll, eben so, wie diese gegen $[b : \infty a : \infty c]$. Wenn wir jetzt noch in Rechnung bringen, wie sie mit dieser Neigung einmal gegen die vordere, das andremal gegen die hintere Seite des Endes der rechtwinklichen Säule liegt, so haben wir die Elemente zu ihrer Bestimmung, ohne dafs wir uns andrer Hülfsmittel bedienen, vollständig.

Ein solches reiches Hülfsmittel würde allerdings hier wiederum die Anwendung der graphischen Methode, also das nähere Studium der Figur Taf. II. sein; sie würde ungemein vielfältige Betrachtungen darbieten, und auf viele Zonen aufmerksam machen, mit Hülfe welcher wir bald auf kürzerem, bald auf längerem Wege zu der Bestimmung des gesuchten Seitenstückes gelangen würden ⁽¹⁾. Je mannigfaltiger diese Betrachtungen durch die Methode dargeboten werden, desto nothwendiger wird es sein, indem

(1) Es kann hier nicht von der blofsen Einzeichnung in die Figur die Rede sein; denn diese ist durch Umkehrung der Werthe in den a und b der viergliedrigen Stellung, d. i. in der vertikalen und horizontalen Mittellinie der Zeichnung schon gegeben, wie durch den Begriff des Seitenstückes es sein Zeichen in der viergliedrigen Stellung ist: $(\frac{1}{4}a : \frac{1}{3}b : c)$ u. s. f.

wir dem Selbststudium den weiteren Verfolg derselben empfehlen, uns hier nur auf die erlangten Resultate und auf einige Beispiele zu beschränken, welche wir zunächst im Wege des ersten Verfahrens wählen.

Die Resultate geben wir in folgender Tabelle, in welcher wir die bereits gefundenen Gegenstücke, so wie die der viergliedrigen Stellung entsprechenden Ausdrücke der Flächen (in Klammern) zugleich mit aufnehmen.

(S. Beilage II.)

Für beide Seitenstücke zu $a : b : \infty c$ also wäre gegeben die Zone, deren Axe die Linie ist, welche wir in der viergliedrigen Stellung die Längendiagonale des Seitenstückes von $a : \infty b : \infty c$ nennen können, d. i. die Linie, in welcher $\frac{1}{13} a' : \frac{1}{4} b : c$ von $P = a : c : \infty b$ geschnitten wird; also die Linie $(c; a + \frac{4}{3}b) = (\frac{4}{3}b; a' + c)$. Diesen letzteren Ausdruck der Linie wählen wir hier, damit die Ebene, durch sie und den Mittelpunkt der Construction gelegt, parallel wird der Fläche $a : c : \infty b$.

In der Richtung senkrecht auf $a : c : \infty b$ aber vom Mittelpunkt der Construction aus kommt der gesuchten Fläche, wenn sie durch die Linie $(\frac{4}{3}b; a' + c)$ gelegt wird, ein Abstand Cp oder Cp' (Fig. 11. Taf. I.) ⁽¹⁾ zu im Verhältniß zu dem Perpendikel auf diese Linie, d. i. zu dem Perpendikel $\frac{\frac{4}{3}b \sqrt{a^2 + c^2}}{1(\frac{4}{3}b)^2 + a^2 + c^2} = 1/3 : 1$; dies ist das zweite Datum zur Bestimmung der gesuchten Fläche. Wir haben nun für die gesuchte Ebene: 1) den Punkt $\frac{4}{3}b$ (außerhalb der Figur); 2) und 3) in der Ebene ac die beiden Punkte $(a' + c)$, d. i. q , und den eben construirten Endpunkt p oder p' des Perpendikels auf die durch den Mittelpunkt parallel mit $a : c : \infty b$ gelegte Ebene. Man darf also nur die Punkte q und p oder p' durch eine gerade Linie qp oder qp' verbinden, so giebt der Durchschnitt jeder derselben mit den Coordinatenlinien a und c die der Fläche zukommenden Werthe in a und c , während sie in b , $\frac{4}{3}b$ hat.

(¹) In Fig. 11. Taf. I. ist die Ebene ac dargestellt, $Ca = a$, $Cn = c$; der Punkt q ist also der Punkt $(a' + c)$; Cl ist senkrecht auf an , Cp und Cp' in der Verlängerung von Cl . Die Dimension b ist in C senkrecht auf der Ebene der Figur.

Da nun in den Feldspathwerthen $\frac{4b\sqrt{a^2+c^2}}{\sqrt{10b^2+9(a^2+c^2)}} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 4}{\sqrt{3 \cdot 13} \cdot \sqrt{\frac{16}{16}+9 \cdot \frac{16}{3 \cdot 13}}}$
 $= \frac{4}{\sqrt{3 \cdot 13}+9} = \frac{4}{148} = \frac{1}{13}$, so ist das gesuchte Perpendikel $Cp: \frac{1}{13} = 13:1$;
 also $Cp=1$; und da Cl (Fig. 11. Taf. I.) d. i. das Perpendikel aus C auf
 $\boxed{a:c:\infty b} = \frac{ac}{1a^2+c^2} = \frac{1}{13 \cdot 13 \cdot \sqrt{\frac{16}{16}+\frac{1}{13}}} = \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$, so ist $Cp=4Cl$.
 Da ferner die von a nach c gezogene Linie an durch das Perpendikel Cl
 getheilt wird im Verhältnifs $nl:la=3:13$, so ist der Ausdruck des End-
 punctes $p = 4(\frac{3}{13}a + \frac{1}{13}c) = (\frac{4}{13}a + \frac{4}{13}c)$.

Unsre beiden Theile des Seitenstückes von $\boxed{a:b:\infty c}$ haben nun
 den Werth von p in entgegengesetztem Sinne, während sie die Linie ($\frac{4}{13}b$;
 $a'+c$) gemeinsam haben. Diejenige Fläche, welche nach der Seite von
 $\boxed{a':3c:\infty b}$ hin liegt, welche wir in der Tabelle die vordere nannten,
 hat denselben in Cp (Fig. 11. Taf. I.), die entgegengesetzte in Cp' derselben
 Figur. Es sind also die zwei Linien pqr und $qp'f$, welche den beiden ge-
 suchten, gemeinschaftlich durch $\frac{4}{13}b$ gelegten Flächen zukommen, und die
 Linien Cr , Cd und Cs , Cf die ihnen entsprechenden Werthe in a und c .
 Nun ist, wenn pg und $p'h$, so wie qn und lm , senkrecht auf gf ,

$dn:dg=nq:pg=1:\frac{3}{4}=4:3$; $dn=\frac{4}{7}(dn+dg)=\frac{4}{7}ng$.
 Aber $ng=Cg-Cn=(\frac{13}{4}-1)c=\frac{9}{4}c$; also $dn=\frac{4}{7} \cdot \frac{9}{4}c=\frac{9}{7}c$;
 und $Cl=(\frac{9}{7}+1)c=\frac{16}{7}c$;
 ferner $Cr:nq=Cd:dn=\frac{16}{7}:\frac{9}{7}=16:9$; $Cr=\frac{16}{9}nq=\frac{16}{9}a'$;
 also die gesuchte Fläche $=\frac{16}{9}a':\frac{4}{13}b:\frac{16}{7}c=\boxed{\frac{16}{9}a':\frac{1}{12}b:\frac{1}{7}c}$.
 Weiter ist $nf:hf=nq:hp'=1:\frac{3}{4}=4:3$; also $nh:nf=1:4$;
 aber $nh=Cn+Ch=(1+\frac{13}{4})c=\frac{17}{4}c$; folglich $nf=4 \cdot \frac{17}{4}c=17c$;
 und $Cf=(17-1)c=16c$;

ferner $Cs:nq=Cf:nf=16:17$; mithin $Cs=\frac{16}{17}nq=\frac{16}{17}a'$;
 also die gesuchte Fläche $=\frac{16}{17}a':\frac{4}{13}b:16c'=\frac{1}{17}a':\frac{1}{12}b:c'=\boxed{\frac{1}{17}a':\frac{1}{12}b':c'}$,
 im Sinne eines zwei- und eingliedrigen Systems, wie das des Feldspathes ist,
 nicht verschieden von der ihr gleichartigen $\boxed{\frac{1}{17}a:\frac{1}{12}b:c}$.

Es sind also die zweierlei Flächen, welche zusammen das Seitenstück
 zu $\boxed{a:b:\infty c}$ bilden, $\boxed{\frac{1}{17}a:\frac{1}{12}b:c}$ und $\boxed{\frac{1}{9}a':\frac{1}{12}b':c'}$. Jede

der beiden Flächen zeigt sogleich eine bemerkenswerthe Eigenschaft, die erstere, daß sie in der Kantenzone von $\boxed{a : 5c : \infty b}$, die letztere, daß sie in der Kantenzone von $\boxed{a' : 3c : \infty b}$ liegt, weil $17 - 12 = 5$, und $\frac{12}{7} + \frac{9}{7} = \frac{21}{7} = 3$, oder $12 + 9 = 3 \times 7$. Diese Eigenschaften legen sich sogleich an den Tag bei Betrachtung der Taf. II. Und in ähnlicher Weise ist eben eine solche Darstellung fruchtbar an Auffindung von Zonen, durch welche die Bestimmung der Flächen erhalten werden kann, oder welche an schon bestimmten Flächen zur weiteren Kenntniss gelangen.

Um den Weg deutlich zu machen, auf welchem man mit Hülfe einer solchen graphischen Darstellung Aufgaben wie die gegenwärtigen löst, so fassen wir die Linien, welche die beiden Seitenstücke von T ⁽¹⁾ in der Figur der Taf. II. bezeichnen, näher ins Auge, und verfolgen ihre Durchschnitte mit den übrigen Linien, deren Bedeutung, wenn sie bekannten Feldspathflächen selbst angehören, durch die für die letzteren gewöhnlich gebrauchten Buchstaben, wenn sie Gegenstücken oder Seitenstücken von solchen angehören, durch die Symmetrie ihrer Lage gegen jene, kenntlich wird. Hier sind also die beiden Seitenstücke durch die zwei Linienpaare ausgedrückt, welche von einem $\frac{1}{3}$ -punct der horizontalen (b), rechts oder links, nach einem $\frac{1}{4}$ -punct oben oder unten der vertikalen Mittellinie der Figur, von einem und demselben $\frac{1}{4}$ -punct (b) also aus, die eine gegen y hin abwärts, die andere aufwärts nach der Seite, wo k liegt, ausgezogen sind.

Die Linie gegen y hin schneidet y wieder in dem Punkte, in welchem y selbst von den Linien n , T , o u. s. w. geschnitten wird. Daß dem genau so ist, wird durch eine leichte Rechnung gefunden. Ein solcher Punkt ist aber nichts andres als der Zonenpunct der Zone T , n , o , y , d. i. der Zone von $\boxed{a : b : \infty c}$ nach $\boxed{a' : 3c : \infty b}$, welche wir früherhin die zweite Kantenzone ⁽²⁾ genannt haben, und deren Axe = $(3c; a' + b)$

⁽¹⁾ Die Flächen T selbst gehen von einem Punkte der oberen Hälfte der vertikalen Mittellinie, der vom Mittelpunkt um $\frac{1}{3}$ des Abstandes der Seite des Quadrates selbst absteht, kurz ausgedrückt, vom $\frac{1}{3}a'$ -punct durch einen $\frac{1}{4}b$ -punct (in der horizontalen Mittellinie) verlängert in eine der unteren Ecken des Quadrates der Figur, in welcher y von n geschnitten wird.

⁽²⁾ Eine strengere Benennung wäre: die Kantenzone der 3fach schärferen hinteren Endfläche; und so in andern Fällen mehr.

$= (c; \frac{1}{3}a' + \frac{1}{3}b)$. Der Punkt $\frac{1}{3}(b)$ selbst ist der Durchschnittspunkt der Linie P mit der des Seitenstücks zu k und r , d. i. der Punkt, welcher die Zone von $\boxed{a : c : \infty b}$ nach $\boxed{\frac{1}{3}a' : \frac{1}{3}b : c}$ ausdrückt; die Axe dieser Zone ist $(c; a + \frac{4}{3}b)$. Die beiden eben geschriebenen Zonen aber combinirt, geben für die, beiden gemeinschaftliche, Fläche den Werth $\boxed{\frac{1}{3}a' : \frac{1}{3}b : \frac{1}{3}c}$, wie, sei es durch die allgemeinen Formeln, sei es durch eine leichte specielle Construction nach Art der vorigen gefunden wird.

Eine dritte Zone ist für dieselbe Fläche angedeutet durch den $\frac{1}{3}$ -punct in (a), welcher die Zone anzeigt, in welcher eine Fläche $(\frac{1}{3}a : c : \infty b)$ von $M = \boxed{b : \infty a : \infty c}$ geschnitten werden würde, d. i. die Diagonalzone von $(\frac{1}{3}a : c : \infty b)$. Aber diese Fläche wird zu übersetzen sein in die Feldspathwerthe a, b, c der zwei- und eingliedrigen Stellung. In Fig. 10. Taf. I. wird sie der Linie CHK entsprechen, wenn $GH = 4. GD$ (also $DH = 3. GD$); in dieser Figur nämlich entspricht DC' der Fläche $\gamma = \boxed{a' : 3c : \infty b}$ $= (a : c : \infty b)$ viergliedrig, $C'G = (a)$, $DG = (c)$ viergliedrig genommen; AC' entspricht der Fläche $P = \boxed{a : c : \infty b}$, also $AC = a$, $CC' = c$, $DC = \frac{1}{3}AC$, $EC^{(1)} = \frac{3}{13}AC$, $DE = (\frac{1}{3} - \frac{3}{13})AC = \frac{4}{39}AC$, ferner $CG : GD = \sqrt{39} : 1$, und $GE : EC' = 1 : 12$ $^{(2)}$.

Die Frage ist jetzt: wie groß ist CK ? Aber in dem Dreieck KGC' haben wir $GE : EC' = 1 : 12$, und $GD : DH = 1 : 3$, folglich nach unserm Lehrsatz (Abh. v. 1824. S. 244. Note.) $(v : w = m(x + y) : ny - mx)$
 $KD : DE = DH.GC' : GD.EC' - DH.GE$

$$= 3.13 : 1.12 - 3.1 = 39 : 9 = 13 : 3$$

$$\text{also } KD = \frac{13}{3}DE = \frac{13}{3} \cdot \frac{4}{39}AC = \frac{4}{9}AC;$$

$$\text{und } KC = KD + DC = (\frac{4}{9} + \frac{1}{3})AC = \frac{7}{9}AC = \frac{7}{9}a';$$

(¹) Die Linie $C'EG$ ist senkrecht auf AC' und HG ; daher HG parallel mit AC' , parallel der Axe (c) in der viergliedrigen Stellung, gegen welche Axe die Fläche γ geneigt ist, mit $\sin : \cos = C'G : DG = \sqrt{39} : 1$.

(²) Wenn nämlich $CA = \sqrt{13}$, $CC' = \sqrt{3}$, $DC = \frac{\sqrt{13}}{3}$, $EC = \frac{3}{13}\sqrt{13} = \frac{3}{\sqrt{13}}$, so ist $DC' = \sqrt{\frac{13}{9} + 3} = \frac{\sqrt{40}}{3}$; $GC' = \sqrt{\frac{39}{40}}DC' = \frac{\sqrt{39}}{3} = \sqrt{\frac{13}{3}}$, $EC' = \sqrt{\frac{9}{13} + 3} = \sqrt{\frac{48}{13}} = \sqrt{\frac{48 \cdot 3}{13 \cdot 13}}GC' = \frac{12}{13}GC'$, mithin $GE : EC' = 1 - \frac{12}{13} : \frac{12}{13} = 1 : 12$, wie oben.

folglich $KC : CC' = \frac{7}{9} a' : c$;

und die gesuchte Fläche $= \left[\frac{7}{9} a' : c : \infty b \right] = \left[\frac{1}{9} a' : \frac{1}{9} c : \infty b \right]$,

in deren Diagonalzone offenbar die vorhin gefundene Fläche $\left[\frac{1}{9} a' : \frac{1}{12} b : \frac{1}{3} c \right]$ liegt. Die Axe der Zone, welche der Punkt $(\frac{1}{9} a)$ ausdrückt, ist in der zwei-und-eingliedrigen Stellung $= (c; \frac{7}{9} a' + o. b)$. Combinirt man diese Zone mit einer der beiden vorigen, so erhält man das vorige Resultat.

Der Theil des Seitenstückes, welcher auf der hinteren Seite oder gegen k hin liegt, würde sich eben so durch die zwei Zonen bestimmen lassen, deren eine durch den $\frac{1}{9}$ -punct in (a) gegen k hin, die andere durch den $\frac{1}{3}$ -punct in (b) angegeben ist. Die letztere Zone ist die obige, deren Axe $= (c; a + \frac{4}{3} b)$; die erstere als die Diagonalzone des Gegenstückes von $\left[\frac{1}{9} a' : \frac{1}{9} c : \infty b \right] = \left[a' : \frac{1}{9} c : \infty b \right]$ ist die der Fläche $\left[\frac{1}{17} a : c : \infty b \right]$; denn wenn $n = \frac{9}{7}$, so ist nach der Formel des Gegenstückes $\frac{(2n+1)c^2 - a^2}{(n+2)a^2 - nc^2} a' : c : \infty b$ die gesuchte Fläche $= \frac{\frac{22}{7} \cdot 3 - 13}{\frac{23}{7} \cdot 13 - \frac{27}{7}} a' : \text{u.s.f.}$
 $= \frac{75 - 91}{299 - 27} = -\frac{16}{272} a' = \left[\frac{1}{17} a : c : \infty b \right]$.

Und beide Zonen combinirt geben für dieses Seitenstück die Fläche $\left[\frac{1}{17} a : \frac{1}{12} b : c \right]$.

Allein die graphische Zeichnung giebt zwei andere Zonen für dieselbe Fläche sogleich zu erkennen, nämlich die, in welcher sich T und t mit n schneiden, d. i. die von $\left[a : b : \infty c \right]$ nach $\left[a : c : \infty b \right]$, oder unsere dritte Kantenzone ⁽¹⁾, deren Axe $= (a; b + 5c) = (c; \frac{1}{5} a + \frac{1}{5} b)$; und zweitens die Zone, in welcher n das Gegenstück von y , d. i. $\left[a' : c : \infty b \right]$ schneidet; die Axe dieser Zone ist $(c; \frac{1}{7} a' + \frac{2}{7} b')$. Man kann somit auf mannichfache Weise die Rechnung variiren, und die eine zur Controlle der andern gebrauchen. Man wird im weiteren Verfolg mehr und mehr bis dahin unbeachtet gebliebene Verbindungen der Flächen in Zonen beinahe unwillkürlich gewahr.

Wollen wir uns den Vierundvierkantner vollendet vorstellen, welchen die Flächen $\left[a : b : \infty c \right]$ mit ihrem Gegenstück und ihren beiden Seiten-

⁽¹⁾ d. i. die der fünffach schärferen vorderen Endfläche.

stücken zusammen geben, so erhalten wir ihn zunächst in der Gestalt, wie er an dem Vierling des Adulars an dem dem gewöhnlichen freien entgegengesetzten Ende erscheint, d. i. an dem, an welchem die Flächen der vertikalen Zone nicht die ausspringenden, sondern die einspringenden Zwillingswinkel bilden: an diesem Ende nämlich stoßen die Flächen T , T jedes Individuums paarweise symmetrisch in ihrer Kante von 120° zusammen, die Fläche T des einen Individuums aber mit der des angrenzenden in jenem flach einspringenden Winkel, welcher gleich ist dem an dem gewöhnlich freien Ende so charakteristischen flach ausspringenden Zwillingswinkel zwischen den zusammenstoßenden T und T ($169^\circ 51' 29,5$; für dessen Hälfte $\sin : \cos = \sqrt{127} : 1$) mit einer Neigung ihrer Kante gegen die Axe der vierseitigen Säule von $51^\circ 36'$ ($\sin : \cos = \sqrt{78} : 7$). Eben diesen Winkel nun würde, wie die Zeichnung in Taf. II. deutlich darthut, die Fläche T oder ihr Gegenstück mit dem Seitenstück einspringend bilden, wenn wir bei dem einen, wie bei dem andern, von den entsprechenden $\frac{1}{3}$ -puncten in (a) und (b), nicht von den $\frac{1}{4}$ -puncten ausgehen; die dann entstehenden flach einspringenden Winkel des Umrisses sieht man in der Zeichnung; sie liegen in den Durchschnitten mit den Flächen n . Die Linien, welche sie bilden, müssen sich daher erst kreuzen, und die Fläche $[a : b : \sim c]$ und ihr Seitenstück ihre Lage jenseit der Fläche n gegenseitig vertauschen, um ausspringend in den Kanten des wirklichen Vierundvierkantners zusammenzustossen; es verschwinden dann auch die Kanten von 120° aus dem äußeren Umriss des Vierundvierkantners, und an seine Stelle treten die neuen Kanten in den durch (a) und (b) gehenden Vertikalebene, von gleichartigen Hälften der Seitenstücke untereinander gebildet, so wie von einer Fläche $[a : b : \sim c]$ mit der ihres Gegenstückes gleicher (rechter oder linker) Seite; die beiderlei ausspringenden Winkel des Querschnittes zeigt die Zeichnung wieder deutlich; die wahren Kantenwinkel des Vierundvierkantners aber sind durch die leichten Formeln des viergliedrigen Systems aus dem gegebenen Werthe der Flächen $= [\frac{1}{4} a : \frac{1}{4} a : c]$ leicht zu berechnen ⁽¹⁾.

(¹) Allgemein ist, wenn im viergliedrigen System die Fläche des Vierundvierkantners als

Zu ähnlichen Erörterungen würde uns, wollten wir alle die Beispiele der übrigen gepaarten Flächen durchgehen, und ihre Seitenstücke entwickeln, jedes derselben Anlaß bieten; wir mußten uns begnügen, die Resultate in der Tabelle anzugeben, und überlassen dem Selbststudium die Betrachtungen, zu welchen auch nur die Vergleichung der in der Tabelle angegebenen Resultate führt.

Es bleiben uns noch verschiedene andere Bemerkungen übrig, die wir nicht ganz mit Stillschweigen übergehen können.

Die erste möchte die Aussicht sein, welche sich aus der viergliedrigen Betrachtung des Feldspathsystems, wie wir sie bis hierher durchgeführt haben, wenigstens als möglich und fragweise ergibt: ob es wohl nummehr gelingen möchte, mit einiger Sicherheit andre wirklich viergliedrige Systeme, Feldspathverwandter Fossilien insbesondere, mit dem Feldspathsystem in einen strengern Zusammenhang zu bringen, und sogar aus ihm ableiten zu können? — Man wird zunächst an Skapolith und die ihm verwandtesten Fossilien erinnert. Wie mannichfaltig lägen jetzt die möglichen Vergleichungen vor uns, um solche Formen, so weit sie durch ihre Winkel specifisch mit hinlänglicher Sicherheit bekannt sind, unter denen wiederzu-

$\left[\frac{1}{n} a : \frac{1}{m} a : c \right]$ und $m > n$ gegeben, ausgeführt also ihr Zeichen dieses ist,

$\left[\frac{1}{n} a : \frac{1}{m} a : c \right] : \left[\frac{1}{n} a : \frac{1}{m} a : c \right] = \frac{1}{n} a : \frac{1}{m} a : c$, wo $2s = a + c$, also $s^2 = a^2$,

für die halbe Neigung in der Endkante an a ,

$$\sin : \cos = \frac{a}{n} : \frac{a c}{m \sqrt{\frac{a^2}{n^2} + c^2}} = \sqrt{a^2 + m^2 c^2} : n c$$

für die halbe Neigung in der Endkante an s ,

$$\sin : \cos = \frac{2s}{m-n} : \frac{2sc}{\sqrt{4s^2 + (n+m)^2 c^2}} = \sqrt{4s^2 + (n+m)^2 c^2} : (m-n) c$$

für die Neigung der Endkante an a gegen die Axe c , $\sin : \cos = \frac{a}{m} : c$

für die Neigung der Endkante an s gegen die Axe c , $\sin : \cos = \frac{2s}{n+m} : c$

Dies giebt, wenn $a : c = 1/39 : 1$, $n = 3$, $m = 4$,

für die erste Neigung, $\sin : \cos = \sqrt{39^2 + 16} : 3 = 1/55 : 3$

für die zweite, $\sin : \cos = \sqrt{78^2 + 49} : 1 = 1/127 : 1$, wie oben;

für die dritte, $\sin : \cos = 1/39 : 4$

für die vierte, $\sin : \cos = 1/78 : 7$, wie oben.

finden, welche das Feldspathsystem umfaßt, wenn es zu seinem viergliedrigen Character ergänzt wird! Wir dürfen nur zunächst an den Feldspathzwillling und Vierling zurückgehen, zu denjenigen Octaëdern, die wir construirt haben, die Octaëder der andern Ordnung hinzudenken, welche durch die Zwillingskanten und deren Neigung gegen die Axe repräsentirt werden, dann diejenigen hinzufügen, welche mit seinen verschiedenen Vierundvierkantnern in directer krystallonomischer Verbindung stehen; so gewahrt man bald den kaum erschöpfbaren Reichthum an solchen zu versuchenden Zusammenstellungen und Vergleichen; das Feld derselben ist aber zu ausgedehnt, als daß wir es hier hätten mehr als bloß eröffnen wollen; es erheischt seine eigne specielle Bearbeitung.

Eine andere allgemeinere Reflexion liegt den vorangegangenen Betrachtungen gleichfalls nahe, nämlich die Frage: Kann wohl in dem Feldspathsysteme eine Fläche vorkommen, welche gegen die Axe der rechtwinklich vierseitigen Säule genau 45° geneigt wäre? Wäre dem so, so sieht man ein, daß das viergliedrige Feldspathsystem aus dem regulären (sphäroëdrischen) ableitbar, und nichts andres als ein Theil von diesem wäre. Denn sobald es irgend eine Fläche eines Vierundvierkantners in einem viergliedrigen Systeme giebt, welche gegen dessen Axe genau 45° geneigt ist, so giebt es in diesem Systeme auch zwei unter sich gleiche und rechtwinkliche Queraxen, gleich der Längenaxe und ebenfalls rechtwinklich auf ihr, also ein System mit drei unter sich gleichen und rechtwinklichen Axen, d. i. ein System zusammenfallend mit dem regulären.

Wo dem so ist, da ist also, wenn wir die Fläche allgemein schreiben

$\left[\frac{a}{n} : \frac{a}{m} : c \right]$, das Perpendikel aus dem Mittelpunkt auf die Linie von $\frac{a}{n}$ nach $\frac{a}{m}$ gleich c , also $\frac{a}{\sqrt{n^2 + m^2}} = c$, oder $a^2 = (n^2 + m^2) c^2$, folglich bei den Werthen des Feldspathsystems in der viergliedrigen Stellung

$$n^2 + m^2 = 39$$

n und m aber müßten rationale Zahlen sein, ganze oder gebrochene, wenn der Fall krystallonomisch möglich wäre. Im Fall es gebrochene Zahlen

wären, und wir deren Nenner unter einen gemeinschaftlichen Ausdruck brächten, demnach also die Zähler und Nenner besonders schrieben, wie $\frac{n}{p}$ und $\frac{m}{p}$, so wäre die Bedingungsgleichung

$$n^2 + m^2 = p^2 \cdot 39.$$

Dieser Bedingungsgleichung leisten jedoch keine rationellen Werthe von n , m und p Genüge: und daraus folgt, daß es im Feldspathsysteme keine Krystallfläche giebt, welche gegen die Axe der rechtwinklich vierseitigen Säule genau 45° geneigt wäre, und daß somit das viergliedrige System $a : a : c = \sqrt{39} : \sqrt{39} : 1$ in dieser Weise aus dem regulären keineswegs ableitbar ist.

Allein, was sich bei weiterer Betrachtung ergibt: das Feldspathsystem ist noch anderer viergliedriger Stellungen fähig, als der seiner rechtwinklich vierseitigen Säule P und M , als gerader Abstumpfungen der Kanten der ebenfalls rechtwinklichen vierseitigen Säule $n = \boxed{a : \frac{1}{x} b : c}$ (beide, wie wir schon bemerkt haben, sich verhaltend wie die erste und die zweite rechtwinklich vierseitige Säule eines viergliedrigen Systems). Der Fall wird so oft da sein, als in der Diagonalzone irgend einer seiner Flächen $\boxed{a : m : c : \infty b}$, $\boxed{a : m : b : \infty c}$, $\boxed{b : m : c : \infty a}$ es Flächen $\boxed{a : \frac{1}{x} b : m : c}$, $\boxed{a : m : b : \frac{1}{x} c}$, oder $\boxed{\frac{1}{x} a : b : m : c}$ mit 90° Neigung gegeneinander (wie die der Diagonalfächen $\boxed{a : \frac{1}{x} b : c}$) geben wird: die Längendiagonale ⁽¹⁾ einer solchen Fläche wird dann jedesmal die Axe der viergliedrigen Stellung sein. Ob überhaupt in einem gegebenen einundeinaxigen Krystallsysteme $a : b : c$ die Anlage zu einer viergliedrigen Stellung, so wie beim Feldspath, vorhanden ist, wird auf dieselbe Bedingung zurückkommen.

Ist die Fläche aus der Diagonalzone einer Fläche unsrer vertikalen Zone $\boxed{a : m : c : \infty b}$, so ist, wenn sie mit der ihr gleichartigen 90° bil-

⁽¹⁾ In dem Falle der Fläche $\boxed{a : m : b : \frac{1}{x} c}$ ist es die horizontale Linie von a nach m, b .

den, also der Sinus ihrer Neigung in der Diagonalzone dem Cosinus gleich sein soll, die Gleichung offenbar diese

$$\frac{b}{x} = \frac{a m c}{\sqrt{a^2 + m^2 c^2}},$$

wobei, wenn der Fall krystallonomisch möglich sein soll, x sowohl als m , rationale Größen sein müssen.

Da nun $x = \frac{b \sqrt{a^2 + m^2 c^2}}{a m c}$, so wird, wenn man für a, b, c die Werthe $\sqrt{13}, \sqrt{39}, \sqrt{3}$ substituirt, allgemein $x = \frac{\sqrt{13 + m^2 \cdot 3}}{m}$, also der Fall so oft möglich sein, als $13 + m^2 \cdot 3$ das Quadrat einer Rationalzahl ist. Dies findet aber offenbar, außer dem Fall, wo $m = 1$, auch Statt, wenn $m = 2$, also $13 + 4 \cdot 3 = 25$, wo $x = \frac{5}{2}$ wird; und man sieht auf der Stelle, daß der Feldspath zum zweitenmal eine viergliedrige Stellung erhält, wenn eine Fläche $\left[a : 2c : \infty b \right]$ an die Stelle seiner Fläche $\left[a : c : \infty b \right]$ träte, und mit ihr eine Fläche $\left[a : \frac{2}{5}b : 2c \right] = \left[\frac{1}{2}a : \frac{1}{5}b : c \right]$ an die Stelle von $n = \left[a : \frac{1}{5}b : c \right]$; denn auch diese Fläche wäre, wie n , unter 90° gegen die ihr gleichartige geneigt in der Diagonalzone von $\left[a : 2c : \infty b \right]$, wie die Rechnung leicht bestätigt; allerdings wird $\frac{\frac{1}{2} \cdot c}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + c^2}} = \frac{b}{5}$, oder $\frac{a c}{\sqrt{a^2 + 4c^2}} = \frac{b}{5}$, wenn a, b, c die Feldspathwerthe $\sqrt{13}, \sqrt{39}, \sqrt{3}$ hat; die Gleichung reducirt sich dann auf diese, $\sqrt{13 + 4 \cdot 3} = 5$.

Nicht minder, wenn $m = 6$, also $13 + 36 \cdot 3 = 121$, mithin $x = \frac{11}{6}$. In der Diagonalzone von $\left[a : 6c : \infty b \right]$ also fände sich die gleiche Eigenschaft für die Fläche $\left[a : \frac{1}{11}b : 6c \right] = \left[\frac{1}{6}a : \frac{1}{11}b : c \right]$. Wiederum wäre $\frac{a c}{\sqrt{a^2 + 36c^2}} = \frac{b}{11}$; $\sqrt{13 + 108} = \sqrt{121} = 11$. Desgleichen aber auch, wenn $m = 9$, also $13 + 81 \cdot 3 = 256 = 16^2$, $x = \frac{16}{9}$. Die Fläche $\left[a : \frac{9}{16}b : 9c \right] = \left[\frac{1}{16}a : \frac{1}{16}b : c \right]$ besitzt abermals die Eigenschaft, wie unsre Diagonalfäche n , genau 45° geneigt zu sein gegen $\left[b : \infty a : \infty c \right]$, wie gegen $\left[\frac{1}{9}a : c : \infty b \right]$; und wiederum ist $\frac{a c}{\sqrt{a^2 + 81c^2}} = \frac{b}{16}$, oder $\sqrt{13 + 81 \cdot 3} = 16$ (¹).

(¹) Der nächste Fall, immer m noch als ganze Zahl genommen, ist, wenn $m = 23$, also $13 + 3 \cdot 529 = 1600$, und $x = \frac{40}{23}$. Auch die Fläche $\left[\frac{1}{23}a : \frac{1}{40}b : c \right]$ wird noch genau 45°

Wollte man den Werth von m , bei gegebenem x , allgemein aus der Formel entwickeln, so würde er so hervorgehen

$$m = \frac{ab}{c\sqrt{x^2a^2 - b^2}}$$

Denn wenn $x^2a^2m^2c^2 = b^2$ ($a^2 + m^2c^2$) = $a^2b^2 + m^2c^2b^2$, so ist

$$m^2c^2(x^2a^2 - b^2) = a^2b^2, \text{ also } m, \text{ wie so eben.}$$

Dies gäbe für Feldspath in der vertikalen Zone allgemein $m = \frac{13}{\sqrt{13x^2 - 39}}$ $\left[\frac{13}{x^2 - 3} \right]$; und man sieht, daß $x^2 - 3$ ein Vielfaches von 13 durch das Quadrat einer (ganzen oder gebrochenen) Rationalzahl sein muß, so oft im Feldspath die viergliedrige Stellung in der vertikalen Zone sich wiederholen soll, außer dem Fall, wo $x = 4$ und also $x^2 - 3 = 13$.

Ist x , wie vorhin, $= \frac{5}{2}$, so ist $x^2 - 3 = \frac{25 - 12}{4} = \frac{13}{4}$. Ist $x = \frac{11}{6}$, so ist $x^2 - 3 = \frac{121 - 36}{36} = \frac{13}{9}$; und in gleicher Weise, wenn $x = \frac{16}{9}$, $x^2 - 3 = \frac{256 - 81}{81} = \frac{13}{9}$, oder auch, wenn $x = \frac{40}{23}$, $x^2 - 3 = \frac{1600 - 529}{529} = \frac{13}{529}$.

Denken wir uns nun die Flächen seiner horizontalen Zone $[a : b : \infty c]$ in einer gewendeten Stellung, z. B. b als Axe, so wird eine

Fläche $[a : m : b : \frac{1}{x}c]$ gegen die ihr gleichartige genau unter 90° , oder gegen $[a : m : b : \infty c]$ unter 135° geneigt sein, wenn $\frac{c}{x} = \frac{amb}{\sqrt{a^2 + m^2b^2}}$,

also $x = \frac{c\sqrt{a^2 + m^2b^2}}{amb}$, und $m = \frac{ac}{b\sqrt{x^2a^2 - c^2}}$, somit in den Feldspathwerthen $x = \frac{\sqrt{13 + 39m^2}}{13m} = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{3m^2 + 1}{13}}$, und $m = \frac{1}{\sqrt{13x^2 - 3}}$; es muß also

$3m^2 + 1$ das Vielfache von 13 um das Quadrat einer Rationalzahl, $13x^2 - 3$ aber selbst das Quadrat einer Rationalzahl werden, um die Bedingung zu erfüllen. Aber wenn $x = 2$, so ist $13x^2 - 3 = 52 - 3 = 49 = 7^2 = \frac{1}{m^2}$; umgekehrt, wenn $m = \frac{1}{7}$, so ist $3m^2 + 1 = \frac{52}{49} = 13 \cdot \frac{4}{49} = 13 \cdot (\frac{2}{7})^2$; und $x = 7 \cdot \sqrt{\frac{52}{49 \cdot 13}} = \sqrt{4} = 2$.

geneigt sein gegen $[b : \infty a : \infty c]$ und gegen $[\frac{1}{23}a : c : \infty b]$; und $\frac{ac}{\sqrt{a^2 + 23^2c^2}} = \frac{b}{40}$, oder $\sqrt{13 + 529 \cdot 3} = 40$.

Folglich ist das Feldspathsystem wiederum einer viergliedrigen Stellung fähig in Beziehung auf eine Axe, parallel der Linie $a : \frac{1}{2} b$; und es muß die Fläche $\left[a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \right]$ gegen $\left[a : \frac{1}{2} b : \infty c \right]$ und $\left[c : \infty a : \infty b \right]$ geneigt sein unter 45° ⁽¹⁾.

Eben so, wenn $x = \frac{1}{2}$, so ist $13x^2 - 3 = \frac{13}{4} - 3 = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{m^2}$, und $m = 2$;

Folglich ist das Feldspathsystem einer abermaligen viergliedrigen Stellung fähig in Beziehung auf eine Axe parallel einer Linie $a : 2b$; und es ist wiederum die Fläche $\left[a : 2b : 2c \right] = \left[\frac{1}{2} a : b : c \right]$, welche 45° geneigt ist gegen $\left[c : \infty a : \infty b \right]$ und gegen $\left[a : 2b : \infty c \right]$.

Nicht minder, wenn $x = \frac{2}{3}$, ist $13x^2 - 3 = \frac{52}{9} - 3 = \frac{25}{9} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{1}{m^2}$, und $m = \frac{3}{5}$.

Folglich ist das Feldspathsystem einer neuen viergliedrigen Stellung fähig in Bezug auf eine Axe parallel der Linie $a : \frac{3}{5} b = \frac{1}{5} a : \frac{1}{5} b$; und es ist die Fläche $a : \frac{3}{5} b : \frac{5}{2} c = \left[\frac{1}{5} a : \frac{1}{5} b : \frac{1}{2} c \right]$, welche wiederum 45° gegen $\left[c : \infty a : \infty b \right]$ und gegen $\left[\frac{1}{5} a : \frac{1}{5} b : \infty c \right]$ geneigt ist.

Dies sind allerdings Resultate, welche wir anderwärts her bereits kennen. Es sind die so eben construirten Flächen dieselben, welche zusammen das Häüy'sche Kalkspathrhomboëder geben; und ihre Neigung von genau 45° gegen die Feldspathaxe c hat zur unmittelbaren Folge, daß die jenseit der Axe oder jenseit des Querschnittes derselben sich gegenüberliegenden Flächen genau 90° gegen einander geneigt sind, für sich genommen also den Seitenflächen einer rechtwinklichen vierseitigen Säule, gleichen Werthes der Flächen, entsprechen; worin man die Begründung aller Verhältnisse eines viergliedrigen Systemes wiedererkennt.

Die Frage, ob in einer dieser drei letzteren viergliedrigen Stellungen eine Neigung irgend einer Feldspathfläche gegen die Axe genau 45° sein könne, und ob also auf diesem Wege die Ableitbarkeit des Feldspathsy-

(1) Es ist $\frac{a m b}{\sqrt{a^2 + m^2 b^2}} = \frac{c}{x}$, oder $\frac{13 \sqrt{3}}{\sqrt{49 + 13 + 39}}$, d. i. $\frac{13 \sqrt{3}}{\sqrt{52 + 13}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{c}{x}$.

stems aus dem regulären möglich sei, läßt sich auf die Frage zurückbringen, ob ein viergliedriges System mit dem Verhältniß $a : c = 13 : 1$ aus dem regulären ableitbar ist. Denn welche von den Linien $(a : 2b)$, $(a : \frac{1}{2}b)$, oder $(\frac{1}{3}a : \frac{1}{3}b)$ man sich als Axe denke, und welche Fläche unsrer horizontalen Zone des Feldspathes man hier in der Function einer Fläche der vertikalen Zone in Bezug auf diese Axe wählen möge, immer wird ihr Neigungsverhältniß gegen die Axe ein Multiplum des Verhältnisses $13 : 1$ sein, d. i. des Neigungsverhältnisses der Fläche $\boxed{a : b : \infty c}$ gegen die Axe a . Für den allgemeinen Ausdruck einer Fläche $\boxed{\frac{1}{n} a : \frac{1}{m} a : c}$ in dem viergliedrigen System, wo $a : c = 13 : 1$, aber erhalten wir, wenn $\frac{a}{\sqrt{n^2 + m^2}} = c$ werden soll,

$$n^2 + m^2 = 3$$

oder, wenn wir uns n und m als gebrochene Zahlen unter der Form $\frac{n}{p}$ und $\frac{m}{p}$ denken,

$$n^2 + m^2 = 3p^2$$

wobei n , m und p ganze Zahlen sein müßten. Das Resultat fällt wiederum verneinend aus.

Noch wird in Bezug auf das Feldspathsystem die Frage entstehen: ob in der Zone seiner Flächen $\boxed{b : c : \infty a}$ als vertikale genommen, eben so, wie in den beiden anderen, eine Anlage zu den Verhältnissen eines viergliedrigen Systems begründet sei. Wenn es also wieder irgend eine Fläche $\boxed{b : mc : \infty a}$ wäre, deren Diagonale zur Axe eines viergliedrigen Systems für die Feldspathflächen werden könnte, so hätten wir $\frac{a}{x} = \frac{bmc}{\sqrt{b^2 + m^2c^2}}$; $x = \frac{a\sqrt{b^2 + m^2c^2}}{bmc}$; bei den Feldspathwerthen, $x = \frac{\sqrt{39 + 3m^2}}{3m} = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{m^2 + 13}{3}}$; ferner $x^2b^2m^2c^2 = a^2b^2 + a^2m^2c^2$; $m^2c^2(x^2b^2 - a^2) = a^2b^2$; also

$$m = \frac{ab}{c\sqrt{x^2b^2 - a^2}}$$

und bei den Feldspathwerthen, $m = \frac{13}{\sqrt{39x^2 - 13}} = \sqrt{\frac{13}{3x^2 - 1}}$;

es müßte also $m^2 + 13$ das dreifache Quadrat einer Rationalzahl, eben so $39a^2 - 13$ das Quadrat einer Rationalzahl, oder $3a^2 - 1$ das Multiplum einer solchen mit 13 sein; welches jedoch, eins wie das andere, unmöglich ist.

Angenommen, es gäbe Rationalzahlen, welche dieser Bedingung Genüge leisteten, dann würde die Frage, ob eine so erhaltene neue viergliedrige Stellung des Feldspathsystems aus dem regulären ableitbar wäre, wieder auf die Frage zurückführen: ob in einem viergliedrigen System mit dem Verhältniß $a : c = \sqrt{13} : 1$ die Neigung einer Fläche gegen die Axe c von genau 45° möglich sei. Bei gleicher Lösung dieser Frage, wie vorhin, wird die Formel $\frac{a}{\sqrt{n^2 + m^2}} = c$, wenn $a : c = \sqrt{13} : 1$, geben

$$n^2 + m^2 = 13$$

wo es sogleich in die Augen springt, daß dies freilich der Fall ist, wenn das eine $= 2$, das andre $= 3$, es also für die Fläche $\left[\frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a : c \right]$ gilt; und freilich, wenn $a : c = \sqrt{13} : 1$, so ist $\frac{a}{\sqrt{2^2 + 3^2}} : c = \sqrt{\frac{13}{13}} : 1 = 1 : 1$; jenes aber der Sinus, dieses der Cosinus ist.

Die Aufgabe, ob eine Ableitbarkeit aus dem regulären System in der ersten viergliedrigen Stellung des Feldspathsystems, von welcher wir umständlich gehandelt haben, oder in einer von denen möglich sei, wo die Diagonale einer Fläche $\left[a : m : c : \infty b \right]$ die Axe eines viergliedrigen Systems repräsentiren könnte, liefs sich allerdings allgemein auch in der Form der Frage aufstellen, ob ein viergliedriges System mit dem Verhältniß $a : c = 13 : 13$, wie es das Grundverhältniß in der vertikalen Zone des Feldspathes ist, aus dem regulären System ableitbar sei. Denn ob wir gleich nicht dieses Verhältniß selbst (wie geschehen sein wurde, wenn wir die Neigung der Fläche $\left[a : \infty b : \infty c \right]$ gegen die Axe der rechtwinklichen Säule zum Grunde gelegt hätten), sondern das der Neigung von y gegen jene Axe zum Ausgangspunkte gewählt haben, so ist doch dieses, nämlich $a : c = \sqrt{39} : 1$ nichts andres als das dreifache von jenem $\sqrt{13} : 1$. Und wenn wir also statt dessen von dem viergliedrigen Systeme, $a : c = \sqrt{13} : \sqrt{3}$ gesprochen hätten, so würde die Formel $\frac{a}{\sqrt{n^2 + m^2}} = c$ gegeben haben

$$3 (n^2 + m^2) = 13$$

oder, Zähler und Nenner einer gebrochenen Zahl besonders geschrieben,

$$3 (n^2 + m^2) = p^2 \cdot 13$$

statt daß wir hatten $n^2 + m^2 = 39$; aber $3 (n^2 + m^2) = 13$, ist identisch mit $3^2 (n^2 + m^2) = 39$, und es ist also ersichtlich, daß die Werthe von n und m nichts andres sein würden, als die aus der Gleichung $n^2 + m^2 = 39$, dividirt durch 3.

Wenn wir uns jetzt zu der naturhistorischen Betrachtung des Feldspathsystems nochmals zurückwenden und fragen, ob, nachdem wir die Überzeugung erlangt und durchgeführt haben, daß die geometrische Anlage zu den Verhältnissen eines viergliedrigen Systems in ihm wirklich streng vorhanden ist, er wohl für ein ursprünglich viergliedriges System zu halten sei? (— in welchem Falle man kurz sagen könnte, daß er sich als tetartoëdrisch-viergliedrig darstelle, eine Octaëderfläche statt der vier zusammengehörigen, ein Paar von Flächen eines Vierundvierkantners statt der vier gleichartigen u. s. f. — was also keineswegs ohne alle Analogie in den gesammten Erscheinungen von Meroëdrie, Partiellflächigkeit, welche uns die sämtlichen verschiedenen Abtheilungen der Krystallsysteme darbieten, — keineswegs ein so ganz isolirtes Phänomen sein würde —) so können wir uns doch krystallographisch nicht dafür erklären. Auffallend würde es zuerst sein, wie ganz fremdartig dem Entwicklungsgang eines viergliedrigen Systems er sich verhält. Nichts von der Reihe von viergliedrigen Octaëdern, deren eines durch die gerade Abstumpfung der Endkanten des andern u. s. f. entsteht. Dagegen die eigne Fortschreitung der Octaëderflächen einer und derselben Ordnung $(a : c : \infty b)$, $(a' : 3c : \infty b)$, $(a : 5c : \infty b)$, $(a' : 7c : \infty b)$, $(a : 9c : \infty b)$. Überhaupt kein Octaëder erster Ordnung, wenn wir die durch die Flächen der vertikalen Zone mit ihren Gegenstücken und Sei-

tenstücken gebildeten nach Analogie unserer Bezeichnung als zweiter Ordnung nehmen; die in den Zwillingen durch die geneigten Zwillingsskanten der eben genannten Flächen angedeuteten zwar nothwendig, wie die Endkanten eines viergliedrigen Octaëders, den Flächen folgend, und eine gleiche Reihe der andern Ordnung bildend, die aber durch dasjenige Octaëder auf eigenthümliche Art unterbrochen werden würde, welches an dem Zwilling vielleicht naturhistorisch als das nächstbegründete erscheinen möchte, nämlich das, dessen Flächen in die horizontalen Zonen beider Individuen gemeinschaftlich fallen, also die Axen c beider Individuen in sich vereinigen, oder durch 2 Kanten gelegt werden würden, welche die Flächen T mit M bilden, wie zwei solche Kanten der beiden Individuen an der Zwillingsgrenze zusammenstoßen: die Rechnung giebt, daß dies die Flächen $\left[\frac{1}{2} a : \frac{2}{3} b : \frac{1}{2} c \right]$ sein und daß diese bei beiden Individuen in der Grenze zusammenfallen würden; (sie würden eine Neigung von $55^{\circ} 48' 32''$ SS gegen die Axe der rechtwinklichen Säule haben; $\sin : \cos = 178 : 6$); gleich über der Lage dieser Flächen erscheint die Zwillingsskante der Flächen T, T' , unter $\sin : \cos = 178 : 7$ gegen dieselbe Axe geneigt, während die Kante zwischen y und y' , den auswärts liegenden o und o' , und den einwärts liegenden T und T' hat ⁽¹⁾, $\sin : \cos = 178 : 1$; die der auswärts liegenden u und u' (untere Rhomboëdf Flächen) nebst der von k und k' (d. i. $\left[\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \right]$) ⁽²⁾ hat, $\sin : \cos = 178 : 3$, die zwischen x und x' , und den einwärts liegenden u, u' , $\sin : \cos = 178 : 5$, die zwischen q und q' , den einwärts liegenden o, o' , und den einwärts liegenden z, z' , $\sin : \cos = 178 : 9$; endlich die der auswärts liegenden z, z' , so wie der auswärts liegenden $\left[\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \right]$, $\sin : \cos = 178 : 15$. Wenn nun gleich solche in ihrem Fortschreiten dem Gang eines viergliedrigen Systems an sich ganz fremd erscheinende Verhältnisse einer Deduction in demselben dennoch fähig sind, so kann doch keine solche Deduction mit der Einfachheit sich messen, in welcher, wie wir längst dargelegt haben, und wie ein Blick auf das nach der graphischen Methode entworfene Feldspathbild von neuem

(¹) Alle diese drei Zwillingsskanten laufen einander parallel.

(²) Diese beiden Zwillingsskanten laufen wieder parallel; eben so die folgenden zusammen genannten.

anschaulich zu machen dienen kann, eben diese Verhältnisse in dem Gang eines zwei- und - eingliedrigen Systems begründet liegen, für welches der Feldspath ein vorzügliches Beispiel ist und bleibt. Nur als Folge seiner speciellen Dimensionsverhältnisse ist es somit anzusehen, daß gewisse zwei aufeinander rechtwinkliche krystallinische Richtungen in ihm commensurabel unter sich (und gleich) werden, worin eben die Anlage zu den Verhältnissen eines viergliedrigen Systems besteht (denn an einer dritten, auf beiden rechtwinklichen und von ihnen verschiedenen, kann es, als einer auch krystallonomisch begründeten, alsdann nie fehlen); eine Folge, die sich nicht einmal, sondern, wie wir gesehen haben, verschiedenemale in ihm für je zwei Richtungen wiederholt. Auch wird es keineswegs etwas befremdendes haben, wenn jene aus seinen ungleichen Dimensionen a , b , c folgende Gleichheit und Commensurabilität der auf seinen beiden Richtungen des vollkommensten blättrigen Bruches rechtwinklichen krystallinischen Richtungen auf das Licht als die zweier gleichartiger Kräfte wirkt, und zum Schlüssel der optischen Eigenschaften des Feldspathes wird.

Zuletzt wollen wir noch die einfache Schlusfolgerung ziehen, daß das Augitsystem, nach den Häüy'schen Bestimmungen, d. i. das Krystallsystem, für welches $a : b : c = \sqrt[4]{\frac{1}{12}} : \sqrt[4]{\frac{1}{13}} : \sqrt[4]{\frac{1}{12}}$, alles das in seiner Art wiederholen würde, was wir von den verschiedenen Anlagen des Feldspathsystems in Bezug auf viergliedrige Stellung entwickelt haben. Denn da, wie wir anderswo gezeigt haben ⁽¹⁾, und in obigen Augitverhältnissen leicht wiederzuerkennen ist, zufolge dieser Häüy'schen Elemente

⁽¹⁾ Abh. v. J. 1825. S. 180. Zur Ergänzung möchte noch dienlich sein, zu bemerken, daß auch $a : c$ (Augit) $= a : \frac{1}{6}b$ (Feldspath).

$$a : b : c \text{ (Augit)} = \frac{1}{2} a : c : \frac{1}{12} b \text{ (Feldspath)} = a : 2c : \frac{1}{6} b \text{ (Feldspath)},$$

so ist nichts leichter, als Schritt vor Schritt bei allem, was wir vom Feldspath auseinandergesetzt haben, das entsprechende im Häüy'schen Augitsystem durch Substitutionen zu reconstruiren.

Die Axe der rechtwinklichen Feldspathsäule also, d. i. die Längendiagonale von $\boxed{a : c : \infty b}$ wird im Häüy'schen Augitsystem sein die Linie von $2a : b = a : \frac{1}{2} b$; und welches im Augit die dem n des Feldspathes entsprechende Fläche mit 90° Neigung gegeneinander in der Diagonalzone seines ($2a : b : \infty c$) sein wird, finden wir, wenn wir sie mit $\boxed{2a : b : x \cdot c}$ bezeichnen, sogleich durch Anwendung der Formel

$$\frac{2a \cdot b}{\sqrt{4a^2 + b^2}} = x \cdot c$$

d. i. $\frac{2}{\sqrt{12 \cdot 13} \sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{13}}} = \frac{2}{\sqrt{4 \cdot 13 + 12}} = \frac{1}{4} = x \cdot c$; also $x = 3$; denn $3 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$; mithin ist die gesuchte Augitfläche $\boxed{2a : b : 3c}$, d. i. diejenige, welche mit $\boxed{2a : b : 3c'}$ 90° macht.

Eben so leicht findet man die Anwendung der übrigen viergliedrigen Stellungen, deren das Feldspathsystem fähig ist, auf den Augit. Wir wählen die, deren Axe die Feldspathlinie $\frac{1}{2} a : b$ ist. Aber $\frac{1}{2} a : b$ (Feldspath) $= a : 12c$ (Augit). Es ist also die Augitfläche $\boxed{a : 12c : \infty b}$, deren Längendiagonale die Axe dieser viergliedrigen Stellung ist; und $\frac{a \cdot 12c}{\sqrt{a^2 + 12^2 c^2}} = x \cdot b$, d. i. $\frac{a \cdot 12c}{12 \sqrt{\frac{1}{12} + 1}} = \sqrt{\frac{1}{13}} = x \cdot b$, giebt $x = 1$; die gesuchte Augitfläche ist also $\boxed{a : b : 12c}$; sie ist 90° geneigt gegen $\boxed{a : b' : 12c}$.

Eben so ist die Feldspathlinie $a : \frac{1}{7} b = (2a : \frac{12}{7} c) = a : \frac{6}{7} c$ (Augit); folglich ist auch dies eine der viergliedrigen Stellung entsprechende Axe im Augitsystem; und $\frac{a \cdot \frac{6}{7} c}{\sqrt{a^2 + (\frac{6}{7} c)^2}} = x \cdot b$, d. i. $\frac{1}{11 \sqrt{12} \sqrt{\frac{1}{12} + (\frac{1}{14})^2}} = \frac{1}{\sqrt{13^2 + 12}}$ $= \frac{1}{\sqrt{208}} = \frac{1}{4 \sqrt{13}}$ giebt $x = \frac{1}{4}$, und die Augitfläche $= a : \frac{1}{4} b : \frac{6}{7} c$ $= \boxed{\frac{1}{7} a : \frac{1}{28} b : \frac{1}{7} c}$; auch diese also hat wiederum, wie n beim Feldspath, 90° Neigung gegen die ihr gleichartige $\boxed{\frac{1}{7} a : \frac{1}{28} b' : \frac{1}{7} c}$.

Oder auch die Feldspathlinie $\frac{1}{3}a : \frac{1}{5}b$ wird im Augitsystem gleich der Linie $\frac{2}{3}a : \frac{4}{5}c = \frac{1}{3}a : \frac{6}{5}c = 5a : 18c$; aber $\frac{5 \cdot \frac{3}{2}}{\sqrt[12]{V \frac{25}{12} + \frac{9}{4}}} = \frac{15}{\sqrt{4 \cdot 25 + 9 \cdot 12}} = \frac{15}{\sqrt{213}} = \frac{15}{4\sqrt{13}}$ giebt $x = \frac{15}{4}$, und die gesuchte Augitfläche wird $5a : \frac{15}{4}b : 18c = [\frac{1}{3}a : \frac{1}{4}b : \frac{6}{5}c]$, welche abermals, wie n beim Feldspath, 90° gegen $[\frac{1}{3}a : \frac{1}{4}b : \frac{6}{5}c]$ geneigt ist.

Man sieht zugleich: — wir haben in den drei Augitflächen $[a : b : 12c]$, $[\frac{1}{6}a : \frac{1}{24}b : \frac{1}{4}c]$ und $[\frac{1}{3}a : \frac{1}{4}b : \frac{6}{5}c]$, und zwar in der Combination, wie sie die Accentuirung der Buchstaben angiebt, die drei Flächen wieder, welche zusammen das Häüy'sche Kalkspathrhomböeder ⁽¹⁾ bilden werden, und zwar in Beziehung auf die Augitaxe b , gegen welche sie alle 45° geneigt sind, während ihre Durchschnitte mit der auf b senkrechten Fläche $[b : \infty a : \infty c]$ sich gegenseitig unter 120° und 60° schneiden. Und so wäre es ein leichtes, wenn man wollte, auch die sämtlichen Flächen des Kalkspath-Dreiunddreikantners $[\frac{c}{a : \frac{1}{3}a : \frac{1}{2}a}]$, oder welches anderen beliebigen, in den Werthen des Augitsystemes wieder auszudrücken, nachdem wir die entsprechenden Ausdrücke derselben im Feldspathsysteme gefunden haben.

⁽¹⁾ vgl. die vorhergehende Abhandlung.



$b : \frac{1}{3}c$; das Gegenstück war $a' : 7c : \infty b$;
 wenn $b' : \frac{1}{3}c$;
 umgekehrt, wenn $b : \frac{1}{3}c$; das Gegenstück $a : 9c : \infty b$;
 wenn $b' : \frac{1}{3}c$;
 und wenn $b : \frac{1}{3}c$; das Gegenstück $a : \frac{11}{3}c : \infty b$;
 wenn $b' : \frac{1}{3}c$;
 und wenn $b' : \frac{1}{3}c$; das Gegenstück $a' : \frac{2}{3}c : \infty b$;
 wenn $b : \frac{1}{3}c$;
 und wenn $b' : \frac{1}{3}c$; das Gegenstück $a' : \frac{3}{5}c : \infty b$;
 wenn $b : \frac{1}{3}c$;
 und wenn $b : \frac{1}{3}c$; das Gegenstück $a : \frac{13}{5}c : \infty b$;
 (desgl. wenn $b' : \frac{1}{3}c$;
 und wenn $: \infty b$).
 endlich wenn

Beilage I.

wenn $n = 3$,	$x = \frac{(3+1) \cdot 3}{4(13-3 \cdot 3)} = \frac{3}{4}$,	also zu $\boxed{a' : 3c : \infty b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$; das Gegenstück war $\boxed{a' : 7c : \infty b}$;
umgekehrt, wenn $n = 7$,	$x = \frac{(7+1) \cdot 3}{4(13-7 \cdot 3)} = -\frac{1}{4}$,	also zu $\boxed{a' : c : \sim b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$;
wenn $n = 1$,	$x = \frac{2 \cdot 3}{4(13-3)} = \frac{3}{20}$,	also zu $\boxed{a' : c : \infty b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$; das Gegenstück $\boxed{a' : 9c : \infty b}$;
und wenn $n = -9$,	$x = \frac{-8 \cdot 3}{4(13+9 \cdot 3)} = -\frac{3}{20}$,	also zu $\boxed{a : 9c : \infty b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$;
wenn $n = \frac{1}{3}$,	$x = \frac{\frac{4}{3} \cdot 3}{4(13-\frac{1}{3} \cdot 3)} = \frac{1}{12}$,	also zu $\boxed{a' : \frac{1}{3}c : \infty b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$; das Gegenstück $\boxed{a : \frac{11}{3}c : \sim b}$;
und wenn $n = -\frac{11}{3}$,	$x = \frac{-\frac{14}{3} \cdot 3}{4(13+\frac{11}{3} \cdot 3)} = -\frac{1}{12}$,	also zu $\boxed{a : \frac{1}{3}c : \infty b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$;
wenn $n = -\infty$,	$x = \frac{-\infty \cdot 3}{4(+\infty \cdot 3)} = -\frac{1}{4}$,	also zu $\boxed{a' : \infty b : \infty c}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$; das Gegenstück $\boxed{a' : \frac{5}{3}c : \infty b}$;
und wenn $n = \frac{5}{3}$,	$x = \frac{\frac{8}{3} \cdot 3}{4(13-\frac{5}{3} \cdot 3)} = \frac{1}{4}$,	also zu $\boxed{a : \frac{5}{3}c : \sim b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$;
wenn $n = -5$,	$x = \frac{-4 \cdot 3}{4(13+5 \cdot 3)} = -\frac{3}{25}$,	also zu $\boxed{a' : \frac{1}{5}c : \sim b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$; das Gegenstück $\boxed{a : \frac{1}{5}c : \sim b}$;
und wenn $n = \frac{3}{5}$,	$x = \frac{\frac{2}{5} \cdot 3}{4(13-\frac{3}{5} \cdot 3)} = \frac{2 \cdot 3}{67-9} = \frac{3}{29}$,	also zu $\boxed{a : \frac{1}{5}c : \sim b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$;
(desgl. wenn $n = 0$,	$x = \frac{1 \cdot 3}{4(13-0)} = \frac{3}{52}$,	also zu $\boxed{c : \sim a : \sim b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$; das Gegenstück $\boxed{a : \frac{11}{3}c : \sim b}$;
und wenn $n = -\frac{11}{3}$,	$x = \frac{-\frac{14}{3} \cdot 3}{4(13+\frac{11}{3} \cdot 3)} = -\frac{1}{12}$,	also zu $\boxed{a' : c : \sim b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a' : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$;
endlich wenn $n = \frac{1}{3}$,	$x = \frac{\frac{4}{3} \cdot 3}{4(13-\frac{1}{3} \cdot 3)} = \frac{1}{12}$,	also zu $\boxed{a : c : \sim b}$ das Seitenstück = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$ = $\boxed{\frac{1}{13} a : \frac{1}{13} b : \frac{1}{13} c}$).

deren Ausdruck in
viergliedr. Stellung

Feldspathfläche

$$(\frac{1}{4}a : \frac{1}{3}b : c),$$

$$a : b : \sim c$$

$$(\frac{1}{4}a' : \frac{1}{3}b : c), \text{ u. s. f.}$$

$$a' : b : c$$

$$a' : b : c$$

$$a' : b : c$$

$$b : c : \sim a$$

$$a : b : \sim c$$

$$a' : b : c$$

$$a : b :$$

$$a : b :$$

$$a : b :$$

nicht aufgenommen worden.
auffallen in der Columnne a :

(1) Diese F

(2) Man ve

$$8 + 5 = 13, 9 + 8 - 1 = 16,$$

$$9 + 7 = 16, 4$$

$$7 + 8 + 1 =$$

$$\text{und } 8 + 10 +$$

$$\text{die Regel fällt}$$

$$\text{der ersten Ka}$$

$$= 12 = 2 \cdot 16 :$$

er Columnne $7 + 16 + 1 = 24$,
dritten Glieder ist, $16 = 2 \cdot 8$;
und für die, auch nicht in
 $= 8$; oder auch $24 + 5 + 3$

(*) nämlich

Beilage II.

Teilspatfläche	der Ausdruck in vergleichr. Stellung	Gegenstück	dessen Ausdruck in vergleichr. Stellung	Seitensacke $\alpha = \frac{1}{2}, \gamma = 0$	δ nach hinten	deren Ausdruck in vergleichr. Stellung
$\begin{array}{ c } \hline a : b : \infty c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline a : b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c),$
$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c), \text{ u. s. f.}$
$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : b : c \\ \hline \end{array}$	$(a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : b : c \\ \hline \end{array}$	$(a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline a : b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} c : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline b : c : \infty a \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline a : b : \infty c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : b : c \\ \hline \end{array}$	$(a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : b : c \\ \hline \end{array}$	$(a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{ c } \hline a : b : c \\ \hline \end{array} \quad (1)$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array}$	$(\frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : c)$	$\begin{array}{ c } \hline \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} c \\ \hline \end{array} \quad (2)$		

(1) Diese Fläche ist, wie schon bemerkt, nur um ihrer nahen Verwandtschaft mit den übrigen willen hier mit aufgeführt, in die Zeichnungen Taf. II. aber nicht aufgenommen worden.

(2) Man vergleiche in Beziehung auf diese Seitensacke, was wir S. 104. unter der die Werte der Coefficienten von b bemerkt haben. Nachdem wird auffallen in der Columnne a : $9 + 7 = 16$, $15 + 1 (*) = 16$, $5 + 11 = 16$; in der Columnne b : $17 - 1 = 16$, $25 - 9 = 16$, $21 - 5 = 16$. Und in der Columnne der Gegenstücke: $5 + 5 + 3 = 16$, $9 + 8 - 1 = 16$, $7 + 8 + 1 = 16$, $1 + 8 + 7 = 16$, $13 + 8 - 5 = 16$, $21 - 5 - 3 = 16$, $21 + 1 - 9 = 16$, ..., $3 + 3 + 5 = 16$. Dagegen für die beiden vorletzten Zeichen dieser Columnne $7 + 16 + 1 = 24$, und $3 + 16 + 5 = 24$. Bei den ersten 5 Flächen, so wie bei der letzten, welche 6 gemeinschaftlich der (ersten) Kantenzone angehören, ist, da 8 eins der addirten Glieder ist, $16 = 2 \cdot 8$; die Regel fällt demnach zusammen mit der $5 + 3 = 8$, $9 - 1 = 8$ u. s. f.; bei den zwei Ausnahmefällen hat man statt dessen $7 + 1 = \frac{16}{2} = 8$, $3 + 5 = \frac{16}{2} = 8$; und für die, auch nicht in der ersten Kantenzone enthaltenen, dennoch der ersten Regel nach analog handelnden Flächen, nämlich die sechste und siebente, $7 + 8 = 15$, $9 - 1 = 8$, oder auch $21 + 5 + 1 = 32 = 2 \cdot 16$; und $21 + 9 - 1 = 32 = 2 \cdot 16$.

(*) nämlich a' gedacht als $\frac{1}{2} a'$, so wie später $c = \frac{1}{2} c$.

43

11

[2]

01

148

Vergleichung zwischen Feldspath und Felspath-Krystallisation

1.

11

3

18

2

15

Y

9

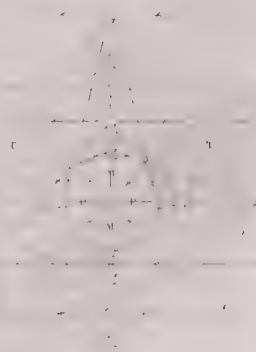
1

15.

 Δ^4

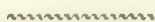


System des Felsquells
in verschiedener Stellung



Über die Lichterscheinungen bei der Krystallbildung.

Von
H^{rn.} H. ROSE.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 30. Juli 1835.]

Man hat sehr oft ein Leuchten beim Anschiefen von Krystallen bemerkt; aber immer ist diese Erscheinung eine zufällige gewesen, und nie, wie ich glaube, hat man sie willkürlich hervorrufen können. Ich habe bei der Bildung von Krystallen der arsenichten Säure ein starkes Leuchten gesehen, welches sich von dem beim Krystallisiren anderer Substanzen dadurch unterscheidet, daß man es zu jeder Zeit willkürlich hervorzubringen im Stande ist.

Man nehme zwei bis drei Quentchen der arsenichten Säure von glasartiger Beschaffenheit, übergieße sie in einem Kolben von weißem Glase mit drei Loth nicht rauchender Chlorwasserstoffsäure von gewöhnlicher Stärke, und einem Loth Wasser, bringe das Ganze in's Kochen, lasse es zehn Minuten oder eine Viertelstunde kochen, und erkalte es dann möglichst langsam, am besten durch sehr allmälige Verkleinerung der Spiritusflamme, deren man sich zum Kochen bedient hat. Wenn an einem dunklen Orte die Krystalle anfangen anzuschiefen, so ist dieß mit einem starken Leuchten verbunden; die Erzeugung von jedem kleinen Krystall ist mit einem Funken begleitet. Schüttelt man alsdann das Gefäß, so schießen plötzlich sehr viele Krystalle an, und es entstehen zu gleicher Zeit eben so viele Funken. Hat man bedeutende Mengen von arsenichter Säure, z. B. zwei bis drei Loth oder mehr mit der entsprechenden Menge von verdünnter Chlorwasserstoffsäure behandelt, so ist, wenn man gerade den richtigen Zeitpunkt getroffen hat, beim Schütteln das Leuchten der anschiefenden Krystalle so stark, daß ein dunkles Zimmer dadurch erleuchtet werden kann.

Es dauert sehr lange, ehe die saure Auflösung der arsenichten Säure aufhört Krystalle abzusetzen. Daher leuchtet die erkaltete Auflösung noch am zweiten und selbst bisweilen am dritten Abend, aber nur außerordentlich schwach, und nur wenn sie geschüttelt wird. Später ist es indessen nicht möglich ein Leuchten hervorzubringen, ein Beweis, daß dasselbe nur durch Anschiefen von Krystallen, nicht durch Reibungselektricität entsteht.

Läfst man die heiße Auflösung der glasartigen arsenichten Säure schnell erkalten, wodurch man eine pulverförmige Masse von arsenichter Säure erhält, so kann man dabei entweder nur eine sehr schwache oder gar keine Lichterscheinung bemerken.

Man kann eben so wenig ein Leuchten beobachten, wenn man die glasartige Säure mit Salpetersäure (von gewöhnlicher Stärke und auch rauchende) und mit Essigsäure behandelt. Der Grund davon ist aber nur der, daß diese Säuren zu wenig von der arsenichten Säure auflösen, was besonders bei der Essigsäure der Fall ist, so daß diese Auflösung durch Schwefelwasserstoffwasser nur schwach gelblich gefärbt wird, ohne einen Niederschlag von Schwefelarsenik abzusondern. — Verdünnte Schwefelsäure hingegen löst durch's Kochen etwas mehr arsenichte Säure auf, und wenn man die Auflösung sehr langsam erkalten läßt, so kann man in der That ein schwaches Leuchten bemerken. Behandelt man eine große Menge der glasartigen arsenichten Säure mit so wenig Königswasser (welches aber überschüssige Chlorwasserstoffsäure enthalten muß), daß erstere nicht vollständig aufgelöst und zu Arsensäure oxydirt werden kann, so zeigt sich beim Erkalten ein starkes Leuchten.

Die Ursache des Leuchtens beim Anschiefen von Krystallen schien mir schon seit längerer Zeit die zu sein, daß die als leuchtender Krystall sich aus einer Flüssigkeit ausscheidende Substanz nicht als solche in derselben aufgelöst enthalten war, sondern daß sie sich erst bildete, wenn der Krystall gebildet wurde, und daß durch die Entstehung der neuen Substanz in krystallinischer Form die Lichterscheinung bedingt wird.

Bekanntlich kennt man zwei isomerische Zustände der arsenichten Säure; sie ist entweder durchsichtig und glasartig, oder porcellanartig und undurchsichtig. Ursprünglich nach dem Schmelzen ist sie vollkommen durchsichtig, und durch's bloße Aufbewahren wird sie, ohne eine Gewichtszunahme zu erleiden, milchweiß und undurchsichtig. In beiden Zuständen

hat die Säure ein verschiedenes specifisches Gewicht und eine verschiedene Löslichkeit in Wasser.

Das starke Leuchten bei der Krystallbildung der arsenichten Säure habe ich nur wahrnehmen können, wenn ich glasartige Säure auf die oben erwähnte Weise mit Chlorwasserstoffsäure behandelte. Behandelte ich sowohl porcellanartige Säure, als auch die pulverförmige arsenichte Säure, welche durch's Rösten der arsenikalischen Erze mittelst Sublimation gewonnen wird, und unter dem Namen von Giftmehl im Handel bekannt ist, mit Chlorwasserstoffsäure, so konnte ich beim langsamsten Erkalten entweder kein, oder beim Schütteln des Kolbens nur ein sehr schwaches Leuchten bemerken: im letzteren Falle wahrscheinlich, weil die porcellanartige Säure noch glasartige enthielt. Aber immer war dieß schwache Leuchten gar nicht mit dem starken zu vergleichen, das sich zeigte, wenn glasartige Säure angewandt wurde. — Das Leuchten beim Anschiefen der Krystalle der arsenichten Säure scheint also dadurch zu entstehen, daß aus der Auflösung der glasartigen Säure dieselbe sich in porcellanartige verwandelt. Dieser Übergang geschieht in dem Augenblicke der Krystallisation, und in diesem zeigt sich die Lichterscheinung. Die gebildeten Krystalle gehören also zu der porcellanartigen Modification: und das Porcellanartigwerden der glasartigen Säure besteht auch in nichts anderem, als darin, daß die Säure aus einem vollkommen unkrystallinischen in einen krystallinischen Zustand übergeht.

Die erhaltenen Krystalle der arsenichten Säure, wenn dieselben aus einer sehr langsam erkalteten Auflösung in Chlorwasserstoffsäure anschiefen, sind zwar durchsichtig, aber diese Durchsichtigkeit verdanken sie wohl nur ihrer Gröfse, und ein Aggregat von sehr kleinen Krystallen der Säure würde ein porcellanartiges Ansehen besitzen. — Die gebildeten Krystalle waren immer reguläre Octaëder, und besaßen nicht die von Wöhler beobachtete Form, welche vielleicht eine dritte isomerische Modification der arsenichten Säure ist.

Wird die glasartige Säure mit Chlorwasserstoffsäure auf die oben angeführte Weise und im angegebenen Verhältniß behandelt, und haben sich unter Lichtentwicklung nach vollständigem Erkalten die Krystalle abgeschieden, so kann man noch einmal ein Leuchten, bisweilen sogar ein starkes hervorbringen, wenn man das Ganze noch einmal bis zum Kochen erhitzt und langsam erkalten läßt. Doch ist dieses Leuchten weit schwächer als das

erste, und entsteht nur daher, daß in der chlorwasserstoffsäuren Auflösung noch glasartige Säure aufgelöst enthalten war, die durch's Krystallisiren das schwächere Leuchten hervorbrachte. Übrigens ist auch die Quantität der verdünnten Chlorwasserstoffsäure in der oben angegebenen Menge nicht im Stande alle arsenichte Säure aufzulösen, und es bleibt ein kleiner Theil derselben im glasartigen Zustande zurück.

Es werden indessen durch die Ursache einer neuen Bildung nicht alle Lichterscheinungen erklärt, welche man bis jetzt beobachtet hat, und ich selbst halte diese Hypothese für eine solche, die noch mehr beobachteter Thatsachen bedarf, um für eine wahrscheinliche gehalten werden zu können. So beobachtete Berzelius eine Lichterscheinung beim Krystallisiren von Fluornatrium aus einer Auflösung, welche dieses Salz schon aufgelöst enthielt.



Nachtrag

zu der Abhandlung der Herren Eschricht und
Müller über die Wundernetze an der Leber des
Thunfisches.

Über die Wundernetze am Darmkanal des *Squalus vulpes* L.
Alopecias vulpes Nob.

Die im letzten Abschnitt der Abhandlung angeführten Eingeweide eines Haifisches, von welchen es wahrscheinlich gemacht wurde, daß sie entweder *Zygaena malleus* oder *Carcharias vulpes* Cuv. angehören, sind, wie jetzt bestimmt zu erweisen ist, von *Carcharias vulpes* Cuv., *Squalus vulpes* L. Herr Duvernoy hat neulich (*Annales des sciences naturelles*, 1835 Mai) gezeigt, daß sich *Zygaena tudes* von den übrigen Haien durch die eigenthümliche Bildung der Spiralklappe des Mittelstücks des Darms, wohin Galle und Pancreassaft gelangen, unterscheidet. Diese Klappe ist gemeiniglich bei den Plagiostomen schraubenartig, d. h. ihre Insertion an den Darmwänden sowohl als ihr freier Rand bilden eine schraubenförmige Spirale; bei *Squalus thalassinus* Val., der den Typus eines neuen Genus in der Nähe von *Galeus* bildet, und bei *Zygaena tudes* entdeckte indeß Hr. Duvernoy eine in einer longitudinalen Linie angeheftete segelartige Klappe, welche nur spiralförmig gerollt ist und einen starken Ast der Pfortader im freien Rande der Klappe enthält. Da sich dieselbe Bildung, wie ich hierauf sah, bei *Zygaena Tiburo* findet, so wurde es schon sehr wahrscheinlich, daß die erwähnten Eingeweide in der Schultzschen Sammlung mit der *Structura pinnatifida* der Lebergefäße nicht *Zygaena malleus* angehören. Denn die Spiralklappe war an jenen Eingeweiden schraubenförmig, und so wurde es höchst wahrscheinlich, daß die Eingeweide von *Squalus vulpes* waren, außer *Zygaena*

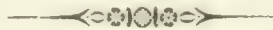
malleus, dem einzigen Haifisch der Schultzschen Sammlung, dessen Eingeweide ausgenommen waren. Dieß wurde zur völligen Gewißheit durch die Untersuchung eines andern Exemplars von *Squalus vulpes* im zoologischen Museum, dessen Untersuchung Hr. Lichtenstein gefälligst gewährte. Dieser Fisch war vom Cap gesandt, er stimmt aber ganz mit *Squalus vulpes* des Mittelmeers überein. Bei der Untersuchung dieses Fisches fand ich nicht allein die *Structura pinnatifida* der Lebergefäße, dieselbe Form der Leber, Milz, des Pancreas wieder, sondern überzeugte mich auch, daß die Stelle, welche Cuvier dem *Squalus vulpes* L. angewiesen, nicht richtig ist. Er gehört zwar mit den Gattungen *Carcharias* und *Lamna* zur Abtheilung der Haifische ohne Spritzlöcher mit Afterflosse, aber unter die Gattung *Carcharias* kann er nicht gebracht werden. *Squalus vulpes* hat eine schraubenförmige Spiralklappe des Darms. Die wahren *Carcharias* haben aber, wie ich bei *Carcharias vulgaris* und *Carcharias glaucus* gefunden, dieselbe segelartige Spiralklappe wie die Zygaenen und der *Squalus thalassinus* Val. Schon an den von Hrn. Meyen mitgebrachten Eingeweiden eines *Squalus glaucus* fand sich die longitudinale Klappe. Da jedoch der *Carcharias glaucus* Cuv., *Squalus glaucus* Bloch, mit dem *Squalus thalassinus* Val. in der Färbung ganz übereinstimmt, so war eine noch bestimmtere Nachweisung nöthig. Diese gewann ich durch die Untersuchung des *Carcharias vulgaris* und *Carcharias glaucus* des zoologischen Museums. Der letztere ist das von Bloch beschriebene und abgebildete Exemplar. Also die wahren *Carcharias* haben eine longitudinale segelartige Darmklappe, *Squalus vulpes*, wie die Gattung *Lamna* in derselben Familie, eine schraubenförmige Klappe. Die Zähne der *Carcharias* sind von denen des *Squalus vulpes* nicht ganz verschieden; bei beiden sind sie dreieckig, platt, aber nur bei den *Carcharias* am Rande meist sägeartig gezähnt. Allein die abortive Afterflosse und abortive zweite Rückenflosse und der ungeheuer verlängerte obere Lappen der Schwanzflosse sind bei *Squalus vulpes* eigenthümlich. Ich bilde daher aus *Squalus vulpes* L., *Carcharias vulpes* Cuv. mit *Rafinesque* eine eigene Gattung, *Alopecias Nobis*, *Alopias Rafinesque*. Man kennt bis jetzt nur eine Art, *Alopecias vulpes*. Die Familie der Haifische ohne Spritzlöcher mit Afterflosse enthält also die Gattungen *Carcharias*, *Alopecias*, *Lamna*. Der Name *Alopecias* kommt schon in der Ichthyologie der Alten vor. *Artedi synonymia piscium* ed. Schneider. Lips. 1789. 134. 138. Was die Verbreitung der segel-

artigen Klappe betrifft, so habe ich sie in anderen Gattungen von Haifischen und auch bei Rochen nicht vorgefunden. Untersucht wurden die Gattungen *Lamna*, *Scyllium*, *Galeus*, *Mustelus*, *Spinax*, *Centrina*, *Squatina*, *Rhinobatus*, *Torpedo*, *Narcine*, *Raja*, *Myliobates*. Sie alle haben die schraubenförmige Spiralklappe. Die segelartige longitudinale Klappe ist also bis jetzt nur von den Gattungen *Carcharias*, *Zygacna* und dem *Squalus thalassinus* Val. bekannt. Die Eingeweide der Gattungen *Notidanus*, *Selache*, *Cestracion*, *Scymnus*, *Pristis*, *Rhina*, *Anacanthus*, *Propterygia*, *Rhinoptera*, *Cephaloptera* sind noch nicht untersucht.

Der zweite Theil dieses Nachtrags betrifft die von mir bei *Alopecias vulpes* beobachteten Wundernetze am Darmkanal, die ich an den von der Leber isolirten Eingeweiden der Schultzschen Sammlung nicht wahrnehmen konnte. An der Seite des Magens liegt ein großes quastförmiges Wundernetz von vielen hundert strahlenförmigen Röhren, welche von allen Seiten zusammentreten und ihr Blut an einer gemeinsamen Stelle in den Stamm der Pfortader, noch in einiger Entfernung von der Leber ergießen. Sie kommen theils parallel, theils büschelartig aus den Wänden des Magens und haben eine Dicke von $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Linie. Sie anastomosiren unter einander. Dicht vor dem Eintritt der Pfortader in die Leber nimmt sie noch ein kleines Wundernetz vom obersten Theile des Magens oder vom Schlunde auf. Aber der Stamm der Pfortader, der vom Darmkanal her aufsteigt, nimmt schon viel früher und lange vor der Aufnahme des großen Wundernetzes des Magens, kleine Büschel von gehäuften Adern von der Milz, vom Pancreas und ein sehr großes Wundernetz von dem Theil des Darms auf, worin sich die Spiralklappe befindet. Das letztere Wundernetz ist ebenso groß wie das des Magens. Eine große Darmvene, der Anfang der Pfortader, steigt wie bei den übrigen Plagiostomen mit schraubenförmiger Darmklappe von dem untersten Theil des Darms herauf, dicht auf der Oberfläche des Darms gelegen; bei *Alopecias vulpes* befindet sich an dieser Stelle eine Anschwellung, so weit der Venenstamm über den Theil des Darms hingeht, der mit der Klappe versehen ist. Sie entsteht durch das Wundernetz. Alle von diesem Darmstück kommenden Gefäße bilden lauter feine, parallele, hier und da unter einander anastomosirende Röhren, auf das dichteste gedrängt, so daß man an dieser Stelle die Wände des Darms selbst wegen der gehäuften Gefäße nicht sieht. Die Gefäße treten unter geradem oder wenig schiefe

Winkel in den Stamm, und zwar von beiden Seiten, so daß das Ganze die vollkommenste Ähnlichkeit mit einer Federfahne darbietet. Das Wundernetz hört unten, wo die Spiralklappe im Darm aufhört, auch auf und hier auf dem Mastdarm haben die Blutgefäße die gewöhnliche Anordnung, die baumförmige Verästelung.

Diese Art der Wundernetze unterscheidet sich von denen an der Leber der Thunfische und den Wundernetzen des *Squalus cornubicus*, daß die quastförmig in einer Richtung vertheilten Gefäße nicht wieder sich in neue Stämme sammeln und hat mehr Ähnlichkeit mit den Wundernetzen an den Extremitäten der Tardigraden, wo wenigstens diese Sammlung nicht vollständig ist. Die Arterien der Eingeweide nehmen innerhalb der Wundernetze des *Alopias vulpes* ein ähnliches Verhalten wie die Venen an. Ich habe viele Rochen und Haifische auf diese Bildung untersucht, sie aber nicht wiedergefunden. Die Fische, bei denen bis jetzt Wundernetze beobachtet sind, sind demnach unter den Knochenfischen *Thynnus vulgaris*, *Th. brachypterus*, unter den Knorpelfischen *Lamna cornubica* und *Alopias vulpes*. Bei einer andern Gelegenheit werde ich die Wundernetze der letzteren durch Abbildungen erläutern. Noch muß ich der sehr langen canalartigen, aber geschlängelt gewundenen und von der Substanz des größern Leberlappen größtentheils verdeckten Gallenblase des *Alopias vulpes* erwähnen, wovon ich an einem andern Ort auch eine Abbildung geben werde.



Mathematische
A b h a n d l u n g e n

der

Königlichen

Akademie der Wissenschaften

zu Berlin.

Aus dem Jahre

1835.

Berlin.

Gedruckt in der Druckerei der Königl. Akademie
der Wissenschaften.

1837.

In Commission bei F. Dammann.

I n h a l t.



NEUMANN: Theoretische Untersuchung der Gesetze, nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtigen Medien reflectirt und gebrochen wird.....	Seite 1
BESSEL: Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels für Berlin	- 161
CRELLE: Einige Bemerkungen zu den Mitteln, algebraische Gleichungen näherungs- weise aufzulösen	- 263
ENCKE über den Venusdurchgang von 1769	- 295
POSELGER: Das Taylor'sche Theorem, als Grundlage der Functionen-Rechnung...	- 311
DIRKSEN über die Trennung der Wurzeln einer numerischen Gleichung mit Einer Unbekannten.....	- 337
LEJEUNE - DIRICHLET über eine neue Anwendung bestimmter Integrale auf die Sum- mation endlicher oder unendlicher Reihen	- 391



Theoretische Untersuchung der Gesetze, nach welchen das Licht an der Grenze zweier vollkommen durchsichtigen Medien reflectirt und gebrochen wird.

Von
H^{rn}. F. E. NEUMANN.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 7. December 1835.]

§. 1.

Die Theorie der Reflexion und Refraction besteht aus zwei Theilen, der eine beschäftigt sich mit der Richtung der reflectirten oder gebrochenen Lichtstrahlen, der andere mit deren Intensitäten. Der erste Theil hat einen hohen Grad der Vollendung erreicht, sowohl in der Emanations-Theorie des Lichtes als in der Undulations-Theorie durch die Arbeiten von Newton, Laplace, Huyghens und Fresnel. Die Gesetze der Richtungen, sowohl der reflectirten als der gebrochenen Strahlen sind in der Emanations-Theorie in vielen Fällen aus der Theorie abgeleitet, in der Undulations-Theorie aber kann man sie als vollständig aus den theoretischen Vorstellungen deducirt ansehen, vorausgesetzt, daß es nicht noch krystallinische Medien giebt, in denen sich das Licht nach andern Gesetzen bewegt, als in den bis jetzt untersuchten, was mehr als wahrscheinlich ist. Mit dem andern Theil, mit der Untersuchung der Intensitäten, mit welchen das Licht reflectirt und gebrochen wird, hat man vor Lambert sich gar nicht beschäftigt, und er ist, sagt Lambert, den früheren Physikern so schwierig erschienen, daß sie nicht einmal die hierher gehörigen Erscheinungen durch genaue Experimente zu bestimmen versucht haben. Was Lambert selbst aber in seiner Photometrie dieserhalb versuchte, mußte vergeblich sein, da der Schlüssel der hier zu untersuchenden Erscheinungen noch fehlte, nämlich die von Malus entdeckte Polarisation des Lichtes, welche durch Reflexion hervorgebracht

wird. Fresnel erst, nachdem der Malusschen Entdeckung die so einflussreiche von ihm und Arago gemachte Entdeckung der Gesetze über die Interferenz polarisirter Strahlen hinzugefügt war, konnte sich an dieses bis dahin unangreifbare Problem über die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes wagen, und das, was er hier leistete (Pogg. Ann. d. Phys. Bd. XXII.), ist nicht das geringste Document des hohen und scharfsinnigen Talents, womit er die Epoche der neueren Optik begründete. Er löste das Problem, die Intensität des Lichtes zu bestimmen, mit welcher dasselbe durch die Oberfläche eines vollkommen durchsichtigen unkrystallinischen Körpers reflectirt oder gebrochen wird, und mit dieser Lösung ergaben sich ihm als Folgerungen die theoretischen Bestimmungen für große Klassen von Phänomenen, die schon lange die Aufmerksamkeit der Physiker auf sich gezogen, zum Theil genauer durch Experimente bestimmt waren, ohne daß die Gesetze, wodurch sie untereinander verbunden waren, hatten entdeckt werden können; dahin gehören: die vollständige Polarisation durch Reflexion unter dem Polarisations-Winkel und die theilweise Polarisation durch Reflexion unter andern Winkeln und deren Vermehrung durch wiederholte Reflexionen; ferner die theilweise Polarisation durch Refraction und ihre Vermehrung durch wiederholte Refractionen; ferner die Drehung der Polarisations-Ebenen, wenn polarisirtes Licht reflectirt oder gebrochen wird u. s. w. Der merkwürdigste Gebrauch, den Fresnel von seinen Formeln machte, ist wohl ihre glückliche Interpretation für den Fall der totalen Reflexion, wodurch er die Gesetze einer Klasse von Erscheinungen auffand, welche der experimentellen Untersuchung wohl noch für lange Zeit verborgen geblieben wären, die Gesetze, nach welchen das hier reflectirte Licht elliptisch oder circular polarisirt wird. — Als Fresnels Arbeiten, zum Nachtheil für die Fortschritte der Wissenschaft zu lange zurückgehalten, bekannt wurden, hatte der Kreis von Erfahrungen die Grenzen, welche er sich in seiner Theorie der Reflexion und Refraction gesteckt hatte, schon überschritten und hat sie später noch mehr überschritten. Seebeck hat die von Brewster (*Philosophical Transact.* 1819.) früher angefangene Untersuchung über den Einfluß der Oberflächen krystallinischer Körper auf das reflectirte Licht mit dem glücklichsten Erfolge weiter geführt (Poggend. Ann. d. Phys. Bd. XXI.) und Brewster hat eine Klasse von Phänomenen genauer kennen gelehrt, welche von der Einwirkung metallischer Oberflächen auf das re-

flectirte Licht abhängen, womit die früher von Arago (Pogg. Ann. d. Phys. Bd. XXVI.) beobachteten und später durch Nobili (Pogg. Ann. Bd. XXII.) und Airy (Pogg. Ann. Bd. XXVI.) erweiterten Thatsachen in Zusammenhang stehen. Diese von Brewster entdeckten Eigenschaften des an Metallflächen reflectirten Lichtes, für welche ich das Gesetz aus seinen Beobachtungen abgeleitet (Pogg. Ann. Bd. XXVI.) habe, scheinen durch die von Airy gemachten Wahrnehmungen an dem von der Oberfläche des Diamants reflectirten Lichte (Pogg. Ann. Bd. XXVIII.) in Zusammenhang gesetzt zu werden mit denjenigen, welche das an der Oberfläche vollkommen durchsichtiger Körper reflectirte Licht zeigt.

Man darf nicht eher hoffen, die Erscheinungen, welche das an Metallflächen reflectirte Licht zeigt, aus einer allgemeinen Theorie des Lichtes zu deduciren, bis man eine genaue optische Definition hat von dem, wodurch der grössere oder geringere Grad von Undurchsichtigkeit bewirkt wird, wozu, ungeachtet der Vorarbeiten durch die mannigfaltigen Untersuchungen über die Absorption des Lichtes, namentlich von Brewster und Herschel, doch der Schlüssel noch zu fehlen scheint. Offener dagegen zeigt sich der Weg auf der andern Seite für die Vervollständigung der Fresnelschen Theorie der Reflexion und Refraction, ihre Ausdehnung nämlich auf die Fälle, wo die Reflexion und Refraction durch Oberflächen vollkommen durchsichtiger, aber krystallinischer Körper hervorgebracht wird. Auch ist in dieser Hinsicht schon von Seebeck ein Versuch gemacht, nämlich das Gesetz für die von ihm beobachteten Winkel der vollständigen Polarisation durch Reflexion an krystallinischen Oberflächen aus ähnlichen theoretischen Principien, als die, welche Fresnel für unkrystallinische zu Grunde gelegt hat, abzuleiten (Pogg. Ann. Bd. XXII.). Diese Erweiterung der Fresnelschen Theorie leidet indess an einigen Schwierigkeiten, besonders aber an der, daß sie sich nicht auf alle hierher gehörige Erscheinungen ausdehnen läßt.

Die durch die vorgeschrittenen experimentellen Untersuchungen vorgelegten Fragen sind etwa folgende: Das allgemeine Gesetz der Polarisations-Winkel, welche Lage auch die reflectirende Fläche in Beziehung auf die optischen Axen habe, und in welchem Azimuth die Reflexion stattfinde. — Das Gesetz für die Drehung der Polarisations-Ebene im reflectirten Strahl, welche bei der Reflexion an krystallinischen Körpern auch dann stattfindet, wenn der einfallende Strahl parallel oder senkrecht mit der Reflexions-Ebene po-

larisirt war. — Das Gesetz für die Abweichung der Polarisations-Ebene, wenn natürliches Licht unter dem Polarisations-Winkel reflectirt ist. — Das Gesetz, nach welchem das gebrochene Licht sich unter die zweierlei Strahlen, den gewöhnlichen und ungewöhnlichen, theilt; durch dieses Gesetz wird die Lage der Polarisations-Ebene des einfallenden Lichtes bestimmt, bei welcher der eine oder der andere Strahl verschwindet. — Das Gesetz, nach welchem sich bei der Reflexion im Innern eines krystallinischen Mediums das Licht zwischen den zwei reflectirten Strahlen und dem gebrochenen theilt. Erst wenn man diese beiden letztern Gesetze kennen wird, ist eine vollständige Theorie der Farben, welche die Krystalle im polarisirten Lichte zeigen, möglich. Man sieht, die Anzahl der Erscheinungen und Thatsachen, welche ihre Gesetze erst aus einer erweiterten Theorie der Reflexion und Refraction erwarten, ist groß genug, um diese wünschenswerth zu machen. Der Zweck dieser Abhandlung ist diese Erweiterung der Theorie der Reflexion und Refraction, und sie erledigt nicht nur die aufgestellten Fragen, sondern erklärt überhaupt alle diejenigen Phänomene des Lichtes, welche von der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten desselben abhängen. —

Wenn man alle Umstände erwägt, wodurch die Reflexion durch unkrystallinische vollkommen durchsichtige Körper sich von der Reflexion solcher krystallinischen Körper unterscheidet, so kann man nicht zweifeln, daß in der Theorie jene nur als ein besonderer Fall erscheinen muß; man findet nichts, woraus ein qualitativer Unterschied zwischen diesen beiderlei Fällen entstehen könnte, wie z. B. zwischen der Reflexion durch vollkommen durchsichtige Körper und durch metallische. In den Principien, worauf die Intensität des von unkrystallinischen durchsichtigen Körpern reflectirten und gebrochenen Lichtes beruht, mußte also die Möglichkeit liegen, sie so allgemein zu fassen, daß auf ihnen auch die Theorie der von krystallinischen durchsichtigen Oberflächen reflectirten und gebrochenen Lichtmengen gegründet werden könnte. Dies ist indeß bei den Fresnelschen Principien nicht der Fall, schon deshalb, weil sie in allen durchsichtigen Körpern eine gleiche Elasticität des Lichtäthers voraussetzen. Dadurch sind bei mir die Zweifel gegen ihre Zulässigkeit verstärkt worden, die schon von einer andern Seite her in mir erregt waren. Diese waren zuerst entstanden aus der Definition, welche Fresnel von der Polarisations-Ebene gegeben hat, daß

sie nämlich diejenige sei, welche durch den Strahl gelegt, senkrecht auf der Richtung der Bewegung seiner Theilchen steht; diese Definition ist ein wesentlicher Bestandtheil des Fundaments, worauf er seine Theorie der reflectirten und gebrochenen Lichtintensitäten gegründet hat. Die Theorie der doppelten Strahlenbrechung aber (Pogg. Ann. Bd. XXV.), welche ich auf eine strenge Weise aus denselben Principien abgeleitet habe, auf welchen Fresnel die seinige gründete, forderte eine andere, entgegengesetzte Definition von der Polarisations-Ebene, daß sie nämlich diejenige Ebene sei, welche durch die Richtung des Strahls und zugleich durch die Richtung der Bewegung seiner Theilchen gelegt sei.

Ich werde im Folgenden eine auf andere Voraussetzungen gegründete Theorie der reflectirten und gebrochenen Lichtquantitäten entwickeln, deren Principien so allgemein sind, daß sie nicht allein auf unkrystallinische durchsichtige Körper angewandt werden können, sondern auch auf krystallinische, diese mögen zur Abtheilung der einaxigen oder zweiaxigen Krystalle gehören, und die zugleich die Definition der Polarisations-Ebene in sich schließt, welche die erwähnte Theorie der doppelten Strahlenbrechung fordert. Wenn in gewissen krystallinischen Medien noch andere Gesetze der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes, als die bis jetzt gekannten, sollten entdeckt werden, so werden auch auf diese meine Principien mit Leichtigkeit angewandt werden können.

Ehe ich mich aber zu deren Auseinandersetzung wende, werde ich die Resultate der Fresnelschen Arbeit über die Intensitäten der an der Oberfläche unkrystallinischer Medien reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen kurz anführen, weil ich diese, obgleich mit den Principien, aus denen sie hergeleitet, nicht einverstanden, durch die Erfahrung als genau erwiesen ansehe, und sie deshalb den Resultaten, zu welchen ich auf einem anderen Wege gelange, zur Bestätigung dienen.

Das auf die Oberfläche eines durchsichtigen Mediums fallende Licht sei polarisirt, nach irgend einem Azimuth; man denke es sich zerlegt in zwei Portionen, wovon die eine, deren Intensität mit S^2 bezeichnet werden soll, nach der Einfalls-Ebene polarisirt sei, die andere, mit P^2 zu bezeichnen, senkrecht auf der Einfalls-Ebene; das von der Oberfläche reflectirte Licht R^2 denke man sich gleichfalls zerlegt in die Theile R_i^2 und R_r^2 und das gebrochene T^2 in die Theile T_i^2 und T_r^2 , wo die Theile R_i^2 und T_i^2 nach der

Einfalls-Ebene polarisirt sein sollen, R_p^2 und T_p^2 senkrecht auf der Einfalls-Ebene. Hiernach ist $R^2 = R_i^2 + R_p^2$ und $T^2 = T_i^2 + T_p^2$, und nimmt man als Einheit der Lichtintensität diejenige des einfallenden Lichtes an, so ist $S^2 + P^2 = 1$.

Die Hauptformeln der Fresnelschen Theorie sind folgende:

$$(A) \quad \begin{aligned} 1. \quad R_i^2 &= \left(\frac{\sin \phi - \phi'}{\sin \phi + \phi'} \right)^2 S^2 \\ 2. \quad R_p^2 &= \left(\frac{\tan \phi - \phi'}{\tan \phi + \phi'} \right)^2 P^2 \\ 3. \quad T_i^2 &= \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2 \phi + \phi'^2} S^2 \\ 4. \quad T_p^2 &= \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2 \phi + \phi'^2 \cos^2 \phi - \phi'^2} P^2 \end{aligned}$$

wo ϕ den Einfalls-Winkel bedeutet und ϕ' den Brechungs-Winkel.

Es sind mehrere Arten von Beobachtungen, durch welche diese Ausdrücke bestätigt worden sind, nämlich:

- 1) Die sehr genauen Beobachtungen über die Polarisations-Winkel durch Seebeck, wodurch das Brewstersche Gesetz über allen Zweifel erhoben ist, welches selbst eine Folge aus 2. ist. Nämlich aus $R_p = 0$ ergibt sich $\tan \phi = n$, wenn n der Refractions-Coefficient des reflectirenden Körpers ist.
- 2) Durch die zahlreichen Beobachtungen über die Drehung der Polarisations-Ebene durch Reflexion, welche von Fresnel (Pogg. Ann. d. Phys. Bd. XXII.), besonders aber von Brewster (Pogg. Ann. Bd. XIX.) angestellt sind. Die Tangente des Azimuths der durch Reflexion abgelenkten Polarisations-Ebene ist

$$\frac{R_p}{R_i} = \frac{\cos \phi + \phi'}{\cos \phi - \phi'} \frac{P}{S},$$

wo $\frac{P}{S}$ die Tangente des Azimuths der Polarisations-Ebene des einfallenden Strahles ist.

- 3) Durch die von Brewster angestellten Beobachtungen über das Azimuth der Polarisations-Ebene im gebrochenen Strahl (Pogg. Ann. Bd. XIX.); dieses Azimuth ist

$$\frac{T_p}{T_i} = \frac{1}{\cos \phi - \phi'} \frac{P}{S}.$$

- 4) Durch zwei directe Beobachtungen von Arago über die reflectirte Intensität des nicht polarisirten Lichtes. Er beobachtete die Einfallswinkel, unter welchen der dritte und der vierte Theil des einfallenden Lichtes reflectirt wurde. Im nicht polarisirten Licht muß man, wenn $S^2 + P^2 = 1$ ist, setzen $S^2 = P^2 = \frac{1}{2}$, und die Intensität, mit welcher das natürliche Licht reflectirt wird, ist

$$R_i^2 + R_p^2 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\sin^2 \phi - \phi'}{\sin^2 \phi + \phi'} + \frac{\tan^2 \phi - \phi'}{\tan^2 \phi + \phi'} \right\}.$$

Alle diese Beobachtungen stimmen so vollkommen mit den vorgelegten Ausdrücken überein, daß man nicht zweifeln darf, daß sie wirklich die genauen Gesetze derselben darstellen, wenigstens in so weit, als der Begriff eines vollkommen durchsichtigen Mediums in der Natur sich realisiert findet.

Ein besonderes Gewicht ist auf die unter 2) und 3) angeführten Beobachtungen von Fresnel und Brewster zu legen, nicht nur wegen ihrer großen Ausdehnung, sondern weil sie die Richtigkeit der Formeln (A) am directesten beweisen. Es ist wahr, jede dieser Beobachtungs-Reihen bestätigt nur die Richtigkeit der Verhältnisse der Größen R_i zu R_p und P_i zu P_p , aber beide zusammen beweisen die Richtigkeit der absoluten Werthe. Man kann aus den beobachteten Winkeln, welche die Polarisations-Ebenen im reflectirten und gebrochenen Licht mit der Einfallsebene bilden, wenn das einfallende Licht, schon polarisirt, auf einen vollkommen durchsichtigen unkrystallinen Körper fiel, die Intensität des reflectirten und gebrochenen Lichtes bestimmen. Denn es folgt aus dem Begriff eines durchsichtigen unkrystallinen Körpers, daß

$$T_i^2 = S^2 - R_i^2 \quad \text{und} \quad T_p^2 = P^2 - R_p^2$$

und man hat also, wenn α und β die beobachteten Azimuthe der Polarisations-Ebene im reflectirten und gebrochenen Strahl bezeichnen,

$$\frac{R_p}{R_i} = \tan \alpha, \quad \frac{P^2 - R_p^2}{S^2 - R_i^2} = \tan^2 \beta,$$

woraus R_p^2 und R_i^2 bestimmt werden können.

Jede Theorie der Reflexion und Refraction, welche nicht für die reflectirten und gebrochenen Intensitäten dieselben Werthe als die von Fresnel aus seiner Theorie abgeleiteten in (A) giebt, muß verworfen werden, kommt

sie aber zu denselben Ausdrücken, so kann dies als eine für sie sehr günstige Bestätigung angesehen werden.

§. 2.

Die der neuen Theorie zu Grunde gelegten Voraussetzungen sind folgende:

1. Die Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in verschiedenen Medien oder die Brechung des Lichtes, rührt bei vollkommen durchsichtigen Medien allein her von der Verschiedenheit der Elasticität des Äthers; die Dichtigkeit desselben ist in allen diesen Medien gleich. In der Theorie von Fresnel ist es eine wesentliche Voraussetzung, daß die Elasticität in allen durchsichtigen unkrystallinischen Medien gleich sei, und ihr verschiedenes Brechungsvermögen allein von der Verschiedenheit der Dichtigkeit hervorgebracht wird. Eine dieser beiden Voraussetzungen ist nöthig; man kann, wie aus 5. erhellen wird, nicht annehmen, daß beide, Dichtigkeit und Elasticität, verschieden sind, wenn, wie die Erfahrung zu lehren scheint, die Phänomene der Reflexion und Refraction bei durchsichtigen Körpern allein vom Brechungs-Index dieser Körper abhängig sind. Muß man sich aber für die eine oder die andere entscheiden, so kann man, glaube ich, nicht zweifelhaft sein, sich für den von mir aufgestellten Grundsatz zu entscheiden. Man kann in den krystallinischen Medien wohl verschiedene Elasticität nach den verschiedenen Richtungen annehmen, aber nicht verschiedene Dichtigkeiten. Diese Gründe beziehen sich nur auf die durchsichtigen Körper, es wäre möglich, daß bei den metallischen und andern, in so weit sie nicht vollkommen durchsichtig sind, eine Verschiedenheit in der Elasticität und Dichtigkeit zugleich statt fände.

2. Das einfallende Licht besteht aus Transversalschwingungen, und erzeugt bei der Reflexion und Refraction nur eben solche Schwingungen.

3. Die Richtung der Schwingungen liegt überall, in krystallinischen und nichtkrystallinischen Medien, in der Wellen-Ebene.

Diese beiden Voraussetzungen sind den Fresnelschen Theorien entlehnt; jene legt er in der oft erwähnten Theorie der reflectirten und gebrochenen Licht-Intensitäten zum Grunde, diese erhält er als ein Resultat seiner Theorie der doppelten Strahlenbrechung. Nach der von mir gegebenen Theorie der doppelten Strahlenbrechung macht die Richtung der Be-

wegung der Theilchen im Allgemeinen einen kleinen Winkel mit der Wellen-Ebene.

4. Die Polarisations-Ebene einer Wellen-Ebene ist die durch ihre Normale und die Richtung ihrer Bewegung gelegte Ebene. Diese der Fresnelschen Bestimmung entgegengesetzte Definition geht mit Nothwendigkeit aus meinen Untersuchungen über die doppelte Strahlenbrechung (Pogg. Ann. d. Phys. Bd. XXV.) hervor.

Die Polarisations-Ebene eines Strahls nenne ich die durch ihn und die Richtung der Bewegung seiner Theilchen gelegte Ebene. Ich werde später zeigen dafs der Strahl immer senkrecht auf der Richtung der Bewegung seiner Theilchen steht.

5. Über die Reflexion und Refraction an der Oberfläche vollkommen durchsichtiger Körper sind folgende Vorstellungen zu Grunde gelegt.

A. Es sei AB in Fig. 1. eine Wellen-Ebene, welche durch die gemeinschaftliche Grenze GG zweier durchsichtigen, und der gröfseren Allgemeinheit wegen werde ich annehmen, krystallinischen Medien gebrochen ist in die Wellen-Ebene BC und reflectirt in die Wellen-Ebene BD . Diese drei Wellen-Ebenen schneiden die brechende Ebene GG in derselben Linie. Jede dieser drei Wellen-Ebenen AB , BC , BD schreitet mit der ihr eigenthümlichen von der Richtung ihrer Polarisations-Ebene und ihrer Lage in Beziehung auf die optischen Axen abhängigen Geschwindigkeit parallel mit sich fort, so dafs nach Verlauf einiger Zeit sie die mit ihnen parallelen Lagen, welche in B' durch punktirt Linien angegeben sind, erhalten haben; sie sind aber so mit einander verbunden, dafs sie zu gleicher Zeit in B' anlangen. Durch diese Bedingung ist die relative Lage der drei Ebenen dieses Systems von Wellen-Ebenen bestimmt. In der That, es sei der Einfallswinkel der Wellen-Ebene $ABG = i$, der Reflexions-Winkel $DBG = r$ und der Refractions-Winkel $CBG = s$, die respectiven Fortpflanzungsgeschwindigkeiten seien n , m und u , so ist die Bedingung, dafs der Punkt B , man mag ihn zu der einen oder der andern Wellen-Ebene gehörig betrachten, sich immer mit derselben Geschwindigkeit bewege, ausgedrückt durch folgende zwei Gleichungen:

$$\frac{1}{n} \sin i = \frac{1}{m} \sin r, \quad \frac{1}{n} \sin i = \frac{1}{u} \sin s.$$

Die Gröfsen n , m , u hängen von der Lage der ihnen angehörigen Wellen-Ebenen ab, und sind also, weil bei einer gegebenen brechenden Ebene und Einfalls-Ebene, ihre Lage allein durch i , r , s bestimmt ist, bekannte Functionen dieser Winkel. Von den beiden Gleichungen wird also die eine den Winkel r zu bestimmen dienen, die andere den Winkel s . Führt man die Rechnung aus, indem man für n , m und u die von Fresnel gegebenen Werthe setzt, ausgedrückt durch die Winkel i , r , s , so führt jede dieser beiden Gleichungen auf eine biquadratische Gleichung. Wir werden sehen, daß bei der ersteren es die beiden negativen Wurzeln sind, wodurch die zwei reflectirten Wellen-Ebenen bestimmt werden, und bei der zweiten sind es die beiden positiven Wurzeln, wodurch die zwei gebrochenen Wellen-Ebenen bestimmt werden.

B. Alle Theilchen derselben Wellen-Ebene haben dieselbe Bewegung, sowohl ihrer Richtung als ihrer Geschwindigkeit nach; diese Gleichheit innerhalb jeder Wellen-Ebene erstreckt sich bis zu der gemeinschaftlichen Durchschnitts-Linie sämmtlicher Wellen-Ebenen in B . Die Bewegung der Theilchen, welche in diesem Durchschnitt B liegen, ist die Summe der Bewegungen, welche ihnen von den Wellen-Ebenen des ersten Mediums, also von der einfallenden Wellen-Ebene und den reflectirten Wellen-Ebenen mitgetheilt oder die Summe der Bewegungen, welche ihnen von den Wellen-Ebenen des zweiten Mediums, d. i. den gebrochenen Wellen-Ebenen mitgetheilt wird. Beide Summen sind sich gleich. Die Componenten der Bewegung, welche den Theilchen in B von der einfallenden und den reflectirten Wellen-Ebenen ertheilt wird, sind gleich den Componenten der Bewegung, welche ihnen von den gebrochenen Wellen-Ebenen ertheilt wird. Fresnel nahm nur die Gleichheit der beiderlei Componenten an, welche parallel mit der brechenden Ebene sind. Meine Annahme habe ich auf folgende Betrachtung gestützt:

Wenn man das Problem der Reflexion und Refraction von Licht-Wellen-Ebenen an der Grenze zweier durchsichtigen Medien strenge aus den Gleichungen der Mechanik, welche ich in Pogg. Ann. d. Phys. Bd. XXV. aufgestellt habe, lösen wollte, so müßte man in Beziehung auf diese Grenze die zwei Bestimmungen machen, 1) daß in ihr beide Medien fest mit einander verbunden seien, und 2) daß der Druck, welcher durch die Verschiebung der Theilchen in B in dem einen Medium erregt wird, gleich

sei dem Druck, welcher durch dieselbe Verschiebung in dem andern Medium erregt wird. Durch diese zwei Bestimmungen würde man sechs Bedingungsgleichungen erhalten, wodurch die willkürlichen Functionen, welche in dem allgemeinen Integrale enthalten sein müssen, bestimmt werden. Die erste dieser Bestimmungen, daß die beiden Medien fest mit einander in ihrer Grenze verbunden sind, verbunden mit der Annahme, daß alle Theilchen derselben Wellen-Ebene dieselbe Bewegung haben, ist genau meine Annahme. Denn aus der Gleichheit der Geschwindigkeiten der Theilchen in *B* folgt die Gleichheit ihrer Verrückungen.

6. Die lebendige Kraft in der einfallenden Wellen-Ebene ist gleich der Summe der lebendigen Kräfte in den reflectirten Wellen-Ebenen und in den gebrochenen Wellen-Ebenen.

Dieses Princip hat die hier zu entwickelnde Theorie der reflectirten und gebrochenen Licht-Intensitäten gemeinschaftlich mit der Fresnelschen Theorie. Ich gestehe aber, daß es dasjenige ist, welches von der theoretischen Seite am meisten Zweifel in Beziehung auf seine Zulässigkeit erregen muß: denn man begreift nicht, wie nicht ein Theil der lebendigen Kraft der einfallenden Wellen-Ebene zu longitudinalschwingenden Wellen, die nicht als Lichtwellen wahrgenommen werden, sollte verwandt werden; es müßte ein Theil des Lichtes immer verschwinden, weil seine Intensität eben durch die lebendige Kraft der transversalschwingenden Wellen-Ebenen gemessen wird, und es existirten eigentlich keine vollkommen durchsichtige Körper. Dieses Princip kann also nur auf den Grund der Erfahrung angenommen werden, daß es wirklich Körper giebt, bei welchen die Intensität des einfallenden Lichts gleich ist der Summe der Intensitäten, mit welchen das Licht reflectirt und gebrochen wird.

§. 3.

Ich werde die im vorigen Paragraphen entwickelten Grundsätze zuerst anwenden auf den Fall, wo das zurückwerfende und brechende Medium ein unkrystallinisches ist.

Das auf die Oberfläche auffallende Licht mag polarisirt sein oder nicht, immer kann man es sich zerlegt denken in zwei Theile, von denen der eine nach der Einfalls-Ebene polarisirt ist, der andere senkrecht darauf; jener erzeugt eine reflectirte und eine gebrochene Welle, die wiederum nach

der Einfalls-Ebene polarisirt sind, dieser erzeugt nur senkrecht auf der Einfalls-Ebene polarisirte Wellen durch Reflexion und Refraction. Beide Licht-Portionen lassen sich also von einander unabhängig betrachten. Ich werde dasjenige Licht zuerst untersuchen, das senkrecht auf der Einfalls-Ebene polarisirt ist. Es sei Fig. 2. AC eine auf die brechende Oberfläche GG fallende, senkrecht auf der Einfalls-Ebene polarisirte Wellen-Ebene, FB ihre reflectirte und BD ihre gebrochene; in allen drei Wellen-Ebenen geschieht die Bewegung parallel mit der brechenden Ebene, und die Geschwindigkeit dieser Bewegung sei in der einfallenden, in der reflectirten und in der gebrochenen Welle respective P , R_p , D_p . Alsdann hat man nach dem Princip der Gleichheit der Componenten §. 2. 5, B.

$$(1) \quad P + R_p = D_p.$$

Die Gleichung der Erhaltung der lebendigen Kräfte wird eine zweite Gleichung gewähren, um R_p und D_p zu bestimmen. Wegen der Gleichheit der Dichtigkeit nach §. 2. 1 kann man in die Gleichung der lebendigen Kraft die Producte der Quadrate der Geschwindigkeiten, multiplicirt mit den Verhältnissen der Räume setzen, welche von den Bewegungen derselben Undulation in der einfallenden, reflectirten und gebrochenen Welle eingenommen werden. Das Verhältniß dieser drei Räume ist, wenn d und d' die Undulations-Längen des Lichtes bedeuten, in dem Medium, in welchem die einfallende Welle sich bewegt und in dem Medium, durch welches sie gebrochen wird: $AC \times d : BF \times d : BD \times d'$. Es ist $AC = BF$, und wenn ϕ den Einfalls-Winkel CAB und ϕ' den Brechungs-Winkel ABD bedeutet: $AC : BD = \cos \phi : \cos \phi'$; außerdem hat man $d : d' = \sin \phi : \sin \phi'$. Demnach ist das Verhältniß jener drei Räume:

$$\sin \phi \cos \phi : \sin \phi \cos \phi : \sin \phi' \cos \phi' = 1 : 1 : \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi}.$$

Es ist also die Gleichung, welche das Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft gibt, folgende:

$$(2) \quad P^2 = R_p^2 + D_p^2 \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi}.$$

Bringt man R_p^2 auf die andre Seite des Gleichheitszeichens und dividirt diese Gleichung durch (1), so erhält man:

$$P - R_p = D_p \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi}$$

und hieraus und aus (1) ergibt sich

$$R_p = P \frac{\sin \phi \cos \phi - \sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi + \sin \phi' \cos \phi'} = P \frac{\tan(\phi - \phi')}{\tan(\phi + \phi')},$$

$$D_p = \frac{2P \sin \phi \cos \phi}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')}.$$

Bezeichnet man mit P^2 die Intensität des Lichtes der einfallenden Wellen-Ebene, so ist R_p^2 die Intensität des reflectirten Lichtes und $D_p^2 \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi}$ die Intensität des gebrochenen Lichtes: man hat also, wenn $D_p^2 \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi} = T_p^2$ gesetzt wird:

$$R_p^2 = P^2 \frac{\tan^2(\phi - \phi')}{\tan^2(\phi + \phi')}$$

$$T_p^2 = P^2 \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi') \cos^2(\phi - \phi')},$$
(3)

welches dieselben Ausdrücke als die in §. 1. (A) sind, deren Richtigkeit also erwiesen ist.

Es sei die einfallende Wellen-Ebene AC parallel mit der Einfallsebene polarisirt, ihre Bewegung sowohl, als die der reflectirten und gebrochenen Welle also gleichfalls parallel mit dieser Ebene; die Geschwindigkeit der Bewegung in der einfallenden Wellen-Ebene sei S , die in der reflectirten Welle R , und die in der gebrochenen Welle D . Die Erhaltung der lebendigen Kräfte giebt folgende Gleichung:

$$S^2 = R^2 + D^2 \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi}. \quad (4)$$

Denkt man sich die Bewegungen S , R , D zerlegt nach Richtungen, die parallel mit der brechenden Fläche und senkrecht darauf sind, so erhält man aus dem Princip der Gleichheit der Componenten folgende zwei Gleichungen:

$$S \sin \phi + R \sin \phi = D \sin \phi'$$

$$S \cos \phi - R \cos \phi = D \cos \phi'. \quad (5)$$

Hier erhalten wir also eine Gleichung zuviel, da nur zwei Unbekannte, R und D , zu bestimmen sind; man sieht aber sogleich, daß die dritte Gleichung aus den zwei anderen Gleichungen abgeleitet werden kann, und sie also nichts widersprechendes enthält. — Man muß geneigt sein, in diesem Umstand eine Bestätigung der in §. 2. entwickelten Betrachtungen zu sehen.

dafs namentlich die vollkommene Durchsichtigkeit nur bei Gleichheit der Dichtigkeit der schwingenden Medien bestehen kann, denn die Gleichung der Erhaltung der lebendigen Kräfte würde bei ungleicher Dichtigkeit eine andere sein.

Aus den Gleichungen (5) erhält man:

$$R_s = -S \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')}, \quad D_s = 2S \frac{\sin \phi \cos \phi}{\sin(\phi + \phi')}$$

und bezeichnet man wiederum $D_s \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi}$ mit T_s^2 , so wird:

$$R_s^2 = S^2 \frac{\sin^2(\phi - \phi')}{\sin^2(\phi + \phi')}$$

$$T_s^2 = S^2 \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi')},$$

welche Werthe wiederum dieselben als die in §. 1. (A) sind.

Die neue Theorie giebt also die richtigen Werthe für die Intensitäten, mit welchen das Licht reflectirt und gebrochen wird an der Grenze zweier durchsichtigen unkrystallinischen Körper.

§. 4.

Dieselben Grundsätze werde ich jetzt anwenden auf den Fall, wo die Zurückwerfung und Brechung des Lichtes geschieht an der Grenze eines unkrystallinischen und eines krystallinischen vollkommen durchsichtigen einaxigen Mediums. Ich werde aber zuerst einige allgemeine, obgleich zum Theil bekannte Relationen entwickeln, weil sie im Folgenden gebraucht werden.

Die Lage der verschiedenen Linien und Ebenen soll durch ihre Winkel mit den drei rechtwinkligen Elasticitäts-Axen des krystallinischen Mediums ausgedrückt werden, an dessen Oberfläche die Reflexion und Refraction statt findet. Die Cosinusse der Winkel, welche die Normale der brechenden Ebene mit jenen Axen bildet, seien:

$$A, \quad B, \quad C.$$

Die Cosinusse der Normalen der einfallenden Wellen-Ebene seien α, b, c , der reflectirten α, β, γ , der gewöhnlich gebrochenen Wellen-Ebene α', β', γ' und der ungewöhnlich gebrochenen $\alpha'', \beta'', \gamma''$.

Die Normale der Einfalls-Ebene habe zu Cosinussen

$$E_1, \quad E_2, \quad E_3.$$

Die Linie, in welcher die brechende Ebene von der Einfalls-Ebene geschnitten wird, sei bestimmt durch die Cosinusse

$$F_1, \quad F_2, \quad F_3.$$

Der Hauptschnitt der brechenden Ebene habe die Cosinusse

$$H_1, \quad H_2, \quad H_3.$$

Die Winkel, welche die brechende Ebene mit der einfallenden Wellen-Ebene und der ungewöhnlich gebrochene Ebene bildet, seien

$$\phi, \quad \phi', \quad \phi''.$$

Der Winkel, welchen der Hauptschnitt (H_1, H_2, H_3) mit dem Durchschnitt der Einfalls-Ebene und der brechenden Ebene (F_1, F_2, F_3) bildet, d. i. das Azimuth der Einfalls-Ebene, sei ω . Endlich seien μ' und μ'' die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der gewöhnlichen Wellen-Ebene und der ungewöhnlichen Wellen-Ebene, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem umgebenden unkrystallinischen Medium = 1 gesetzt.

Zur Bestimmung von E_1, E_2, E_3 hat man $E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 = 1$ und

$$\begin{aligned} AE_1 + BE_2 + CE_3 &= 0 \\ aE_1 + bE_2 + cE_3 &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Für F_1, F_2, F_3 hat man $F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 = 1$ und

$$\begin{aligned} AF_1 + BF_2 + CF_3 &= 0 \\ E_1F_1 + E_2F_2 + E_3F_3 &= 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Zur Bestimmung von H_1, H_2, H_3 hat man $H_1^2 + H_2^2 + H_3^2 = 1$ und

$$\begin{aligned} AH_1 + BH_2 + CH_3 &= 0 \\ XH_1 + YH_2 + ZH_3 &= 0, \end{aligned} \tag{3}$$

wo X, Y, Z die Cosinusse der Normale der Ebene sind, welche durch den Hauptschnitt senkrecht auf der brechenden Ebene gelegt ist, und also bestimmt werden durch $X^2 + Y^2 = 1, Z = 0$ und

$$AX + BY = 0. \tag{4}$$

Für den Winkel ϕ und ω endlich hat man

$$(5) \quad \cos \phi = Aa + Bb + Cc.$$

$$(6) \quad \cos \omega = H_1 F_1 + H_2 F_2 + H_3 F_3.$$

Mittels (1) (2) und (3) (4) können F_1, F_2, F_3 und H_1, H_2, H_3 durch a, b, c ausgedrückt werden, und diese Werthe in (6) gesetzt, geben eine Gleichung, welche mit (5) verbunden, die Gröfsen a, b, c durch ϕ und ω ausdrücken läßt, wenn zugleich berücksichtigt wird, dafs $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ ist.

Um aber keine überflüssige Weitläufigkeit herbeizuführen, kann man annehmen, dafs $B = 0$ ist, weil bei den optisch einaxigen Krystallen nur die Richtung einer der Elasticitäts-Axen eine fest bestimmte ist. Alsdann ergibt sich:

$$(7) \quad \begin{aligned} a &= A \cos \phi - C \sin \phi \cos \omega \\ b &= \sin \phi \sin \omega \\ c &= C \cos \phi + A \sin \phi \cos \omega. \end{aligned}$$

$$(8) \quad \begin{aligned} T_1 &= C \cos \omega \\ T_2 &= -\sin \omega \\ T_3 &= -A \cos \omega. \end{aligned}$$

$$(9) \quad \begin{aligned} E_1 &= C \sin \omega \\ E_2 &= \cos \omega \\ E_3 &= -A \sin \omega. \end{aligned}$$

Man erhält die Werthe von $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma', \alpha'', \beta'', \gamma''$ aus (7), wenn man, da die durch diese Cosinusse bestimmten Normalen alle in derselben Ebene liegen, in welcher die durch A, B, C und a, b, c bestimmten Normalen sich befinden, d. i. in der Einfallsebene, den Winkel ϕ vertauscht mit: $-\phi, \phi', \phi''$.

Es seien G_1, G_2, G_3 die Cosinusse der Winkel, welche der Durchschnitt der Einfallsebene und der einfallenden Ebene mit den Elasticitäts-Axen bildet, und I_1, I_2, I_3 die Cosinusse der Winkel des Durchschnitts der reflectirten Wellen-Ebene und der Einfallsebene mit jenen Axen, so hat man

$$\begin{aligned} aG_1 + bG_2 + cG_3 &= 0 \\ E_1 G_1 + E_2 G_2 + E_3 G_3 &= 0 \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \alpha I_1 + \beta I_2 + \gamma I_3 &= 0 \\ E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 &= 0 \end{aligned}$$

und hieraus erhält man, wenn man die Werthe für $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma, E_1, E_2, E_3$ aus (7) und (9) setzt:

$$\begin{aligned} G_1 &= A \sin \phi + C \cos \phi \cos \omega \\ G_2 &= -\cos \phi \sin \omega \\ G_3 &= C \sin \phi - A \cos \phi \cos \omega \end{aligned} \quad (10)$$

und

$$\begin{aligned} I_1 &= A \sin \phi - C \cos \phi \cos \omega \\ I_2 &= \cos \phi \sin \omega \\ I_3 &= C \sin \phi + A \cos \phi \cos \omega. \end{aligned} \quad (11)$$

Um ϕ' und ϕ'' durch ϕ zu bestimmen, hat man:

$$\mu' \sin \phi = \sin \phi' \quad \text{und} \quad \mu'' \sin \phi = \sin \phi'',$$

wo μ' eine constante Gröfse $= \mu$ ist, nämlich die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiderlei Wellen, wenn sie beide senkrecht auf der Axe sind, daher die erste dieser beiden Gleichungen keiner weiteren Untersuchung bedarf. In der zweiten Gleichung ist aber μ'' eine Function des Winkels, welchen die Normale der ungewöhnlichen Welle mit der Axe bildet, d. i. eine Function von γ'' , nämlich

$$\mu''^2 = \pi^2 + (\mu^2 - \pi^2) \gamma''^2, \quad (12)$$

wo π die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ungewöhnlichen Wellen-Ebene ist, wenn sie parallel mit der Axe ist. Zur Bestimmung von ϕ'' hat man also, wenn statt γ'' sein Werth durch ϕ'' ausgedrückt gesetzt wird, die Gleichung:

$$\sin^2 \phi \{ \pi^2 + (\mu^2 - \pi^2) (C \cos \phi'' + A \sin \phi'' \cos \omega)^2 \} = \sin^2 \phi''. \quad (13)$$

Von den zwei Wurzeln dieser quadratischen Gleichung entspricht die positive der vorliegenden Frage: die negative hat ihre Bedeutung bei der Reflexion im Innern des krystallinischen Mediums.

Es sollen die Richtungen der Bewegung in der gewöhnlichen Wellen-Ebene und in der ungewöhnlichen gefunden werden: die Cosinusse der Winkel, welche die erste Richtung mit den Elasticitäts-Axen bildet, seien R'_a, R'_b, R'_c und die zweite: R''_a, R''_b, R''_c . Die durch R'_a, R'_b, R'_c bezeichnete Richtung ist der Durchschnitt der Wellen-Ebene, deren Normale die die Cosinusse α', β', γ' hat, mit der durch die Axe und diese Normale gelegten Ebene: die andere Richtung, R''_a, R''_b, R''_c , steht senkrecht auf der

Ebene, welche durch die Axe und durch die mit α'' , β'' , γ'' bezeichnete Normale gelegt ist. Für die letztere Richtung hat man also:

$$\alpha'' R_a'' + \beta'' R_b'' + \gamma'' R_c'' = 0$$

$$R_c'' = 0$$

oder

$$(14) \quad R_a'' = \frac{\beta''}{\sqrt{\alpha''^2 + \beta''^2}}, \quad R_b'' = -\frac{\alpha''}{\sqrt{\alpha''^2 + \beta''^2}}, \quad R_c'' = 0.$$

Setzt man statt α'' , β'' die Größen α' , β' , so erhält man die Cosinusse der Normale der Ebene, welche durch α' , β' , γ' und die Axe gelegt ist, und demnach hat man:

$$\alpha' R_a' + \beta' R_b' + \gamma' R_c' = 0$$

$$\beta' R_a' - \alpha' R_b' = 0,$$

woraus

$$(15) \quad R_a' = \frac{\alpha' \gamma'}{1 \alpha'^2 + \beta'^2}, \quad R_b' = \frac{\beta' \gamma'}{1 \alpha'^2 + \beta'^2}, \quad R_c' = -\frac{\alpha'^2 + \beta'^2}{1 \alpha'^2 + \beta'^2}.$$

Aus der gegebenen Lage der Wellen-Ebene soll die Richtung des ihr angehörigen Strahls gefunden werden. Bei der gewöhnlichen Wellen-Ebene steht der Strahl senkrecht auf der Wellen-Ebene; bei der ungewöhnlichen Wellen-Ebene hat der Strahl die Richtung des Radiusvectors, welcher von dem Mittelpunkt des Ellipsoids

$$\mu^2 x^2 + \mu^2 y^2 + \pi^2 z^2 = \mu^2 \pi^2,$$

wo die Ordinate z parallel mit der optischen Axe ist, nach dem Punkt der Oberfläche gezogen wird, in welchem dieses von der gegebenen Wellen-Ebene berührt wird. Die Gleichung der ungewöhnlichen Wellen-Ebene ist:

$$\alpha'' x + \beta'' y + \gamma'' z = 0.$$

Der nach dem Berührungspunkte gezogene Radiusvector bilde mit den drei Axen-Winkel, deren Cosinusse seien X , Y , Z , so ist seine Gleichung:

$$x = \frac{X}{Z} z, \quad y = \frac{Y}{Z} z.$$

Für den gemeinschaftlichen Berührungspunkt des Ellipsoids und der Ebene, nach welchem diese Linie vom Mittelpunkt aus gezogen ist, ist aber

$$-\frac{\partial x}{\partial z} = +\frac{\pi^2}{\mu^2} \frac{z}{x} = +\frac{\gamma''}{\alpha''}$$

$$-\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{\pi^2}{\mu^2} \frac{z}{y} = \frac{\gamma''}{\beta''}.$$

Setzt man die sich hieraus ergebenden Werthe für $\frac{x}{z}$ und $\frac{y}{z}$ in die vorhergehenden Gleichungen, und bemerkt, daß $X^2 + Y^2 + Z^2 = 1$ ist, so findet man:

$$\begin{aligned} X &= \frac{\pi^2 \alpha''}{T} \\ Y &= \frac{\pi^2 \beta''}{T} & T &= \sqrt{\alpha''^2 \pi^4 + \beta''^2 \pi^4 + \gamma''^2 \mu^4} \\ Z &= \frac{\mu^2 \gamma''}{T} \end{aligned} \quad (16)$$

Nennt man ω'' das Azimuth des Strahls in Beziehung auf die Einfall-Ebene, und δ'' seine Neigung gegen die Normale der brechenden Ebene

$$\tan \omega'' = \frac{A \gamma'' \sin \omega \frac{\mu^2 - \pi^2}{\pi^2}}{\sin \phi'' + A \gamma'' \cos \omega \frac{\mu^2 - \pi^2}{\pi^2}} \quad (17)$$

$$\cos \delta'' = \frac{\cos \phi'' + \frac{\mu^2 - \pi^2}{\pi^2} C \gamma''}{\sqrt{1 + \frac{\mu^2 - \pi^2}{\pi^2} \gamma''^2}} \quad (18)$$

§. 5.

Wir wollen jetzt die Gleichungen bilden, welche sich aus dem Princip der Gleichheit der Componenten ergeben. Die Einfall-Ebene liegt im Azimuth π , der Einfallswinkel ist ϕ , die Brechungswinkel sind ϕ' und ϕ'' . Die Geschwindigkeit der Bewegung in dem einfallenden Licht, parallel der Einfall-Ebene, sei S ; senkrecht auf der Einfall-Ebene P , in dem reflectirten Licht, seien die beiden entsprechenden Componenten der Geschwindigkeit R_s und R_p , und die Geschwindigkeit der Bewegung in der gewöhnlichen Welle seien D' , in der ungewöhnlichen D'' . Diese sechs Bewegungen zerlegen wir in ihre Componenten, parallel den drei Coordinaten-Axen, und dann giebt das genannte Princip folgende drei Gleichungen:

$$\begin{aligned} P E_1 + S G_1 + R_p E_1 + R_s I_1 &= D' R'_a + D'' R''_a \\ P E_2 + S G_2 + R_p E_2 + R_s I_2 &= D' R'_b + D'' R''_b \\ P E_3 + S G_3 + R_p E_3 + R_s I_3 &= D' R'_c + D'' R''_c \end{aligned}$$

Multiplieirt man die erste, zweite und dritte dieser Gleichungen zuerst mit E_1, E_2, E_3 , dann mit F_1, F_2, F_3 , und endlich mit $A, B=0, C$, und addirt

jedesmal die drei Producte, so verwandeln sich diese drei Gleichungen, wenn berücksichtigt wird, dafs:

$$\begin{aligned} F_1 G_1 + F_2 G_2 + F_3 G_3 &= \cos \phi = F_1 I_1 + F_2 I_2 + F_3 I_3 \\ \text{und} \quad AG_1 + CG_3 &= \sin \phi = -(AI_1 + CI_3) \end{aligned}$$

in die drei folgenden:

$$\begin{aligned} P + R_p &= D'(R'_a E_1 + R'_b E_2 + R'_c E_3) + D''(R''_a E_1 + R''_b E_2 + R''_c E_3) \\ (1) \quad (S + R_s) \cos \phi &= D'(R'_a T_1 + R'_b T_2 + R'_c T_3) + D''(R''_a F_1 + R''_b F_2 + R''_c F_3) \\ (S - R_s) \sin \phi &= D'(R'_a A + R'_c C) + D''(R''_a A + R''_c C). \end{aligned}$$

Wenn man die Werthe von $R'_a \dots, R'_b \dots, E' \dots, T' \dots$ aus (13), (12), (8), (7) des vorigen Paragraphen setzt, und statt $\alpha' \beta' \gamma', \alpha'' \beta'' \gamma''$ diejenigen, welche sich aus den Gleichungen (6) §. 4. ergeben, wenn in diesen, statt ϕ , gesetzt wird ϕ' und ϕ'' , so findet man, nach gehörigen Reductionen:

$$\begin{aligned} R'_a E_1 + R'_b E_2 + R'_c E_3 &= + \frac{A \sin \omega}{V_1 - \gamma'^2} \\ R''_a E_1 + R''_b E_2 + R''_c E_3 &= - \frac{C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega}{V_1 - \gamma''^2} \\ R'_a F_1 + R'_b F_2 + R'_c F_3 &= - \frac{\cos \phi' \{C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega\}}{V_1 - \gamma'^2} \\ (2) \quad R''_a F_1 + R''_b F_2 + R''_c F_3 &= + \frac{A \cos \phi'' \sin \omega}{V_1 - \gamma''^2} \\ R'_a A + R'_c C &= - \frac{\sin \phi' \{C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega\}}{V_1 - \gamma'^2} \\ R''_a A + R''_c C &= \frac{A \sin \phi'' \sin \omega}{V_1 - \gamma''^2} \end{aligned}$$

und demnach verwandeln sich die Gleichungen (1) in folgende:

$$\begin{aligned} a. \quad P + R_p &= + D' \frac{A \sin \omega}{V_1 - \gamma'^2} + D'' \frac{C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega}{V_1 - \gamma''^2} \\ (3) \quad b. \quad (S - R_s) \cos \phi &= - D' \frac{\cos \phi' (C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega)}{V_1 - \gamma'^2} + D'' \frac{A \cos \phi'' \sin \omega}{V_1 - \gamma''^2} \\ c. \quad (S + R_s) \sin \phi &= - D' \frac{\sin \phi' (C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega)}{V_1 - \gamma'^2} + D'' \frac{A \sin \phi'' \sin \omega}{V_1 - \gamma''^2} \end{aligned}$$

Ich werde jetzt die Gleichung entwickeln, welche sich aus dem Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte ergiebt, und zu diesem Ende zuerst das Verhältniß eines Volumens der einfallenden Welle zu denjenigen der gebrochenen und reflectirten Wellen aufsuchen, über welche sich die in jenem vorhanden gewesenen Geschwindigkeiten nach der Brechung und Reflexion verbreitet haben. Es sei Fig. 3. ab der Durchschnitt einer einfallenden Wellen-Ebene mit der Einfalls-Ebene, welche die Ebene der Zeichnung ist, und AB der Durchschnitt einer der folgenden Wellen-Ebenen mit der Einfalls-Ebene: in a denke man sich eine Linie, die senkrecht auf die Ebene $ABab$, d. i. den Durchschnitt der einfallenden Welle mit der brechenden Ebene, und denke sich diese verlängert bis a' ; die drei Linien ab , aA , aa' seien die drei Seiten eines rechtwinkligen Parallelepipeds, welches das ursprüngliche Volumen der einfallenden Wellen sein soll, womit wir die Volumina, über welche sich die in diesem vorhandenen Geschwindigkeiten in den gebrochenen und reflectirten Wellen verbreiten, vergleichen wollen. Die Endpunkte der mit aa' parallelen Seiten des ursprünglichen Parallelepipeds, welche durch A , B , b gehen, sollen mit A' , B' , b' bezeichnet werden; die Seite Bb trifft die brechende Ebene in C , und die Seite $B'b'$ treffe dieselbe in C' . Ich werde, da wir annehmen, die einfallenden Wellen bewegen sich in einem unkrystallinischen Medium, nur das Volumen in den ungewöhnlich gebrochenen Wellen zu bestimmen haben, da das Volumen der gewöhnlich gebrochenen Wellen wie in einem unkrystallinischen Medium bestimmt wird, und das Volumen in den reflectirten Wellen gleich ist demjenigen in der einfallenden Welle. Es sei CD die ungewöhnlich gebrochene Wellen-Ebene, welche aus AB entstanden ist, und cd diejenige, welche aus ab entstanden ist; alle Geschwindigkeiten, welche von dem ursprünglichen rechtwinkligen Parallelepipeds Aaa' herrühren, sind eingeschlossen zwischen den beiden Ebenen CD und cd . Die Entfernung dieser beiden Ebenen, gemessen auf ihrer Normale aH ist Gg . Die zu diesen Wellen-Ebenen gehörigen Strahlen seien aS und CT , und zwar aS der gebrochene Strahl von aE und CT der gebrochene Strahl von CF ; diese gebrochenen Strahlen liegen im Allgemeinen nicht in der Ebene der Zeichnung, d. i. in der Einfalls-Ebene; die Buchstaben D , d , c in der Figur sollen sich auf die wirklichen Durchschnitte der Wellen-Ebenen mit den Strahlen aS und CT beziehen. Wir denken uns ferner durch die Punkte

a' und C' zwei andere mit aE und CF parallele einfallende Strahlen: $a'E'$ und $C'F'$, und die diesen entsprechenden gebrochenen Strahlen bezeichnen wir mit $a'S'$ und $C'T'$; die Durchschnitte dieser Strahlen mit den Wellenebenen, entsprechend den Durchschnitten D, d, c bezeichnen wir mit D', d', c' . Die Geschwindigkeiten, welche ursprünglich in dem rechtwinkligen Prisma $ABab$ $AB'a'b'$ sich befinden, haben sich ausgebreitet auf den Raum des schiefwinkligen Prisma $CDcd$ $C'D'c'd'$; das Verhältniß dieser beiden Prismen ist also das gesuchte Verhältniß der beiden sich entsprechenden Volumina in den einfallenden und in den ungewöhnlich gebrochenen Wellenebenen. Um den Inhalt des Prisma $C'DD'd$ zu finden, wollen wir den Inhalt der Basis $CC'DD'$ berechnen; diese Basis ist Fig. 4. dargestellt und durch die entsprechenden Buchstaben bezeichnet; G ist der Durchschnitt der Ebene dieser Basis mit ihrer durch a gelegten Normale, und G' ihr Durchschnitt mit ihrer durch a' gezogenen Normale. Der Inhalt der Basis soll mit W bezeichnet werden, und der Winkel DGC durch ψ , der Winkel DCG durch ξ und die Linie CC' durch α . Die Einheit des Maafses sei aC ; alsdann ist $GC' = \cos \phi''$, $aG = \sin \phi''$. Der Winkel, welchen der Strahl aD mit der Normale aG bildet, sei q , alsdann ist $GD = \sin \phi'' \tan q$. Man hat

$$W = DC \times CC' \times \cos \xi = \alpha \cos \xi \times CD.$$

Es ist aber

$$CD \cos \xi = CG - GD \cos \psi = \cos \phi'' - \sin \phi'' \tan q \cos \psi$$

und also

$$(3) \quad W = \alpha (\cos \phi'' - \sin \phi'' \cos \psi \tan q).$$

Hierin muß der Werth für $\tan q$ substituirt werden. Die Cosinuse der Winkel, welche der Strahl mit den drei Coordinaten-Axen bildet, sind oben (16) §. 4. mit X, Y, Z bezeichnet und die Cosinuse der Normale der Wellenebene durch $\alpha'', \beta'', \gamma''$. Es ist $\cos q = \alpha''X + \beta''Y + \gamma''Z$; setzt man hierin die Werthe für X, Y, Z aus §. 4. (16), so findet man

$$\cos q = \frac{\pi^2 \alpha''^2 + \pi^2 \beta''^2 + \mu^2 \gamma''^2}{\sqrt{\pi^4 \alpha''^2 + \pi^4 \beta''^2 + \mu^4 \gamma''^2}} = \frac{\pi^2 + (\mu^2 - \pi^2) \gamma''^2}{\sqrt{\pi^4 + (\mu^4 - \pi^4) \gamma''^2}}$$

und hieraus

$$(4) \quad \tan q = \pm \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' \sqrt{1 - \gamma''^2}}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2},$$

wo statt das \pm vor dem Werth von $\tan q$ das $+$ gesetzt ist. Dadurch erhält

in einaxigen Krystallen tang q immer einen positiven Werth, vorausgesetzt, daß wie beim Kalkspath, die Axe des optischen Ellipsoids der kleinste Radius desselben ist. Diese Voraussetzung werden wir, der Gleichförmigkeit wegen, bei der Discussion über die Wahl der Vorzeichen immer annehmen. Ferner muß in dem Ausdruck für W der Werth von $\cos \psi$ substituirt werden. Es ist ψ der Winkel, den die Einfallsebene mit der durch die Normale der Wellen-Ebene und den Strahl gelegten Ebene bildet. Diese letzte Ebene bildet mit den drei Coordinaten-Axen α, γ, z Winkel, deren Sinusse sind $\pm \frac{\beta''}{\sqrt{1-\gamma''^2}}, \mp \frac{\alpha''}{\sqrt{1-\gamma''^2}}, 0$, und die Sinusse der Winkel der Einfallsebene mit den drei Axen haben wir oben durch E_1, E_2, E_3 bezeichnet; es ist also $\cos \psi = \frac{\pm E_1 \beta'' \mp E_2 \alpha''}{\sqrt{1-\gamma''^2}}$, und wenn hierin die Werthe für E_1, E_2 aus §. 4. (9) gesetzt werden,

$$\cos \psi = \frac{\pm C \beta'' \sin \omega \mp \alpha'' \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}}.$$

Um über die Wahl des $+$ oder $-$ zu entscheiden, setzen wir $\pi = 0$, so daß

$$\cos \psi = \frac{\mp \alpha''}{\sqrt{1-\gamma''^2}},$$

woraus, wenn aus (7) §. 4. statt α'' und γ'' ihre Werthe gesetzt werden, man erhält:

$$\cos \psi = \frac{\mp \sin \lambda - \phi''}{\pm \sqrt{\sin^2 \lambda - \phi''^2}},$$

wo $A = \sin \lambda, C = \cos \lambda$ gesetzt ist, und $90 - \lambda$ also die Neigung der brechenden Ebene gegen die optische Axe bezeichnet.

Setzt man nun, wie dies in der That schon bei Herleitung der Formel (3) geschehen ist, den Winkel $\psi = 0$ in dem Falle, wenn der Strahl mit der Normale der brechenden Ebene einen größeren Winkel, als die Normale der Wellen-Ebene bildet, und umgekehrt, wenn er einen kleineren Winkel mit ihr macht, $\psi = 180$, so muß man, da im ersteren Falle λ kleiner als ϕ'' ist, und im letzteren Fall λ größer als ϕ'' , das obere Zeichen nehmen. Man hat also

$$\cos \psi = \frac{\mp C \beta'' \sin \omega - \alpha'' \cos \omega}{\pm \sqrt{1-\gamma''^2}}.$$

Setzt man hierin die Werthe, welche man für α'' , β'' aus §. 4. (7) erhält, wenn dort statt ϕ gesetzt wird ϕ'' , so findet man

$$\cos \psi \sqrt{1 - \gamma''^2} = C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega$$

und hieraus

$$(5) \quad \begin{aligned} \cos \psi \sqrt{1 - \gamma''^2} \sin \phi'' &= + C - (C \cos \phi'' + A \sin \phi'' \cos \omega) \cos \phi'' \\ &= + C - \gamma'' \cos \phi''. \end{aligned}$$

Setzt man aus (4) den Werth für $\tan g$ in (3):

$$W = \alpha \left(\cos \phi'' - \sin \phi'' \frac{\cos \psi \gamma'' \sqrt{1 - \gamma''^2} (\pi^2 - \mu^2)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right)$$

und hierin statt: $\cos \psi \sqrt{1 - \gamma''^2} \sin \phi''$ aus (5), seinen Werth:

$$(6) \quad W = \alpha \left(\cos \phi'' - \frac{\gamma'' (C - \gamma'' \cos \phi'') (\pi^2 - \mu^2)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right).$$

Das Volumen des schiefen Prisma $CC'DD$ werde ich mit Z'' bezeichnen; es ist, da Gg die Höhe des Prisma ist,

$$Z'' = Gg \times W.$$

Es verhält sich aber diese Höhe Gg zu der Höhe Aa des entsprechenden rechtwinkligen Prisma $AA'Ca$ der einfallenden Wellen wie die Geschwindigkeit μ'' zur Geschwindigkeit V . Die Höhe Aa sei durch H bezeichnet, so hat man

$$Gg = \frac{\mu''}{V} H = \frac{\sin \phi''}{\sin \phi} H,$$

und demnach erhält man:

$$(7) \quad Z'' = \alpha H \frac{\sin \phi'' \cos \phi''}{\sin \phi} \left\{ 1 - (\pi^2 - \mu^2) \frac{\gamma'' \left(\frac{C}{\cos \phi''} - \gamma'' \right)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right\}.$$

Dies ist das gesuchte Volumen in den ungewöhnlich gebrochenen Wellen; das entsprechende Volumen in den gewöhnlich gebrochenen Wellen werde mit Z' bezeichnet, und dasjenige in den reflectirten, welches gleich ist dem der einfallenden Wellen, durch Z . Man erhält diese Volumina, wenn man in (7) $\pi^2 - \mu^2 = 0$ setzt, und statt ϕ'' , wenn Z' bestimmt werden soll: ϕ' , wenn aber Z gefunden werden soll, muß statt ϕ'' gesetzt werden: ϕ . Es ist also:

$$\begin{aligned} Z' &= \alpha H \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi} \\ Z &= \alpha H \cos \phi. \end{aligned} \quad (8)$$

Die Gleichung, welche aus dem Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte fließt, ist:

$$(P^2 + S^2 - R_p^2 - R_i^2) Z = D'^2 Z' + D''^2 Z'';$$

sie verwandelt sich also, wenn die eben gefundenen Werthe für Z , Z' , Z'' gesetzt werden, und der gemeinschaftliche Factor αH fortgelassen wird, in folgende:

$$(P^2 + S^2 - R_p^2 - R_i^2) \sin \phi \cos \phi = D'^2 \sin \phi' \cos \phi' + D''^2 \sin \phi'' \cos \phi'' \left\{ 1 - \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' \left(\frac{C}{\cos \phi''} - \gamma'' \right)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right\} \quad (9)$$

§. 6.

Um die unbekannten Größen R_s , R_p , D' , D'' zu bestimmen, hat man in (3) und (9) die hinlängliche Anzahl von Gleichungen. Es scheint aber beim ersten Anblick, daß diese Größen von quadratischen Gleichungen abhängen, wodurch eine Zweideutigkeit entstehen würde, welche nicht in der Natur des Gegenstandes liegt. Ich werde indeß zeigen, daß das System von Gleichungen (3) und (9) sich in vier Gleichungen des ersten Grades auflöst. Multipliciren wir die Gleichungen b. und c. in (3) §. 5. miteinander, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} (S^2 - R_s^2) \sin \phi \cos \phi &= D'^2 \sin \phi' \cos \phi' \left(\frac{C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega}{V_1 - \gamma'^2} \right)^2 \\ &+ D''^2 \sin \phi'' \cos \phi'' \left(\frac{A \sin \omega}{V_1 - \gamma''^2} \right)^2 - D' D'' \frac{(C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega) A \sin \omega \sin (\phi' + \phi'')}{V_1 - \gamma'^2 V_1 - \gamma''^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Berücksichtigt man, daß, wenn statt γ' und γ'' ihre Werthe, durch ϕ' , ϕ'' und ω ausgedrückt, nach (7) §. 4. gesetzt werden, man hat:

$$\begin{aligned} 1 - \left(\frac{C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega}{V_1 - \gamma'^2} \right)^2 &= \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma'^2} \\ 1 - \left(\frac{A \sin \omega}{V_1 - \gamma''^2} \right)^2 &= \frac{(C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega)^2}{1 - \gamma''^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

so erhält man, wenn die Gleichung (1) von der Gleichung der lebendigen Kräfte (9) §. 5. abgezogen wird:

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (P^2 - R_p^2) \sin \phi \cos \phi \\
 = & D'^2 \sin \phi' \cos \phi' \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma'^2} + D''^2 \sin \phi'' \cos \phi'' \left(\frac{(C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega)^2 + \Delta (1 - \gamma''^2)}{1 - \gamma''^2} \right) \\
 & + D' D'' A \frac{(C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega)}{\sqrt{1 - \gamma'^2} \sqrt{1 - \gamma''^2}} \sin \omega \sin (\phi' + \phi''), \\
 \text{wo } \Delta \text{ statt } & \frac{(\mu^2 - \pi^2) \gamma'' \left(\frac{C}{\cos \phi''} - \gamma'' \right)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \text{ gesetzt ist.}
 \end{aligned}$$

Ich werde jetzt zeigen, daß der Theil dieser Gleichung (3), rechts vom Gleichheitszeichen, sich in die zwei Factoren M und N zerlegen läßt, wo

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & M = D' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \frac{(C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega)}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \\
 & N = D' \sin \phi' \cos \phi' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} \\
 & + D'' \left(\frac{\sin \phi'' \cos \phi'' (C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega)}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} + \frac{\Delta \sqrt{1 - \gamma''^2} \sin \phi'' \cos \phi''}{C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega} \right).
 \end{aligned}$$

Multipliziert man nämlich diese Factoren miteinander und vergleicht das Product mit dem zweiten Theil der Gleichung (3), so sieht man, daß diese Zerlegung richtig ist, wenn

$$\begin{aligned}
 & \frac{A \sin \omega (C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega) (\sin \phi' \cos \phi' + \sin \phi'' \cos \phi'') + \frac{A \sin \omega \Delta (1 - \gamma''^2) \sin \phi'' \cos \phi''}{C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega}}{\sqrt{1 - \gamma'^2} \sqrt{1 - \gamma''^2}} \\
 = & \frac{A \sin \omega (C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega) \sin (\phi' + \phi'')}{\sqrt{1 - \gamma'^2} \sqrt{1 - \gamma''^2}}
 \end{aligned}$$

ist. Diese Relation ist also zu beweisen. Läßt man die gemeinschaftlichen Factoren fort, so muß sein:

$$\begin{aligned}
 (5) \quad & (C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega) \sin (\phi' + \phi'') \cos (\phi' - \phi'') + \frac{\sin \phi'' \cos \phi'' (1 - \gamma''^2) \Delta}{C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega} \\
 = & (C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega) \sin (\phi' + \phi'').
 \end{aligned}$$

Es ist:

$$\Delta = \frac{(\mu^2 - \pi^2) \gamma'' (C - \gamma'' \cos \phi'')}{\cos \phi'' (\pi^2 + (\mu^2 - \pi^2) \gamma''^2)}.$$

Man findet:

$$C - \gamma'' \cos \phi'' = \sin \phi'' (C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega)$$

und erhält aus

$$(6) \quad \sin^2 \phi \{ \pi^2 + (\mu^2 - \pi^2) \gamma''^2 \} = \sin^2 \phi'' \quad \text{und} \quad \sin^2 \phi \mu^2 = \sin^2 \phi'$$

die Ausdrücke:

$$\mu^2 - \pi^2 = \frac{\sin^2 \phi' - \sin^2 \phi''}{\sin^2 \phi (1 - \gamma''^2)} = \frac{\sin(\phi' - \phi'') \sin(\phi' + \phi'')}{\sin^2 \phi (1 - \gamma''^2)}, \quad (7)$$

$$\pi^2 + (\mu^2 - \pi^2) \gamma''^2 = \frac{\sin^2 \phi''}{\sin^2 \phi}. \quad (8)$$

Setzt man die Werthe (6) (7) (8) in den Ausdruck für Δ , so verwandelt sich dieser in folgenden:

$$\Delta = \frac{\sin \phi' - \phi'' \sin \phi' + \phi'' (C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega) \gamma''}{\sin \phi'' \cos \phi'' (1 - \gamma''^2)}. \quad (9)$$

Dieser Werth von Δ in der Gleichung (5) substituirt, und den entstandenen gemeinschaftlichen Factor $\sin(\phi' + \phi'')$ fortgelassen, giebt:

$$(C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega) \cos(\phi' - \phi'') + \sin(\phi' - \phi'') \gamma'' = C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega,$$

eine Gleichung, von deren Richtigkeit man sich leicht überzeugt, wenn man bedenkt, daß

$$C (\sin \phi'' \cos(\phi' - \phi'') - \sin \phi') = -C \cos \phi'' \sin(\phi' - \phi'')$$

$$A \cos \omega (\cos \phi'' \cos(\phi' - \phi'') - \cos \phi') = A \cos \omega \sin \phi'' \sin(\phi' - \phi'')$$

ist, und daß

$$\gamma'' = C \cos \phi'' + A \sin \phi'' \cos \omega.$$

Die Richtigkeit der Zerlegung des zweiten Theils der Gleichung (3) in die beiden Factoren M und N in (4) ist also erwiesen; der erste Theil dieser Gleichung zerfällt in die zwei Factoren $(P + R_p)$ und $(P - R_p) \sin \phi \cos \phi$. Vergleicht man die Factoren jedes Theils der Gleichung (3) mit den beiden Theilen der Gleichung (3) a. in §. 5., so sieht man, daß die Gleichung (3) sich durch diese dividiren läßt, und man erhält statt (3) die folgende Gleichung:

$$(P - R_p) \sin \phi \cos \phi = D' \sin \phi' \cos \phi' \frac{A \sin \omega}{V_{1 - \gamma'^2}} + D'' \left\{ \frac{\sin \phi'' \cos \phi'' (C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega) + \frac{\sin \phi'' \cos \phi'' (1 - \gamma''^2) \Delta}{C \sin \phi'' - A \cos \phi'' \cos \omega}}{V_{1 - \gamma''^2}} \right\},$$

oder wenn statt Δ sein Werth aus (9) gesetzt wird:

$$(10) \quad (P - R_p) \sin \phi \cos \phi = D' \frac{\sin \phi' \cos \phi' A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \left\{ \frac{\sin \phi'' \cos \phi'' (C \sin \phi' - A \cos \phi'' \cos \omega) + \gamma'' \sin(\phi' + \phi'') \sin(\phi' - \phi'')}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \right\}.$$

Setzt man statt γ'' in dem Factor von D'' seinen Werth, nämlich:

$$\gamma'' = C \cos \phi'' + A \sin \phi'' \cos \omega,$$

und bemerkt, daß

$$\sin(\phi' + \phi'') \sin(\phi' - \phi'') = \sin^2 \phi' - \sin^2 \phi'',$$

so findet man:

$$\sin \phi'' \cos \phi'' (C \sin \phi' - A \cos \phi'' \cos \omega) + \gamma'' \sin(\phi' + \phi'') \sin(\phi' - \phi'') = C \cos \phi'' \sin^2 \phi' - A \sin \phi'' \cos^2 \phi' \cos \omega,$$

welcher Werth in (10) gesetzt, diese Gleichung noch etwas einfacher macht.

Die vier Gleichungen des ersten Grades, durch welche die Geschwindigkeiten R_s , R_p , D' , D'' bestimmt werden, sind also folgende:

$$(11) \quad \begin{aligned} a. \quad (P + R_p) &= D' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \frac{(C \sin \phi' - A \cos \phi'' \cos \omega)}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \\ b. \quad (P - R_p) \sin \phi \cos \phi &= D' \frac{\sin \phi' \cos \phi' A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \frac{(C \cos \phi' \sin^2 \phi' - A \sin \phi'' \cos^2 \phi' \cos \omega)}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \\ c. \quad (S + R_s) \sin \phi &= -D' \frac{\sin \phi' (C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega)}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \frac{A \sin \phi'' \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \\ d. \quad (S - R_s) \cos \phi &= -D' \frac{\cos \phi' (C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega)}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \frac{A \cos \phi'' \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \end{aligned}$$

§. 7.

Es ist leicht aus a. und b. der Gleichungen (11) des vorigen Paragraphen die GröÙe R_p zu eliminiren, und aus c. und d. die GröÙe R_s ; man findet

$$(1) \quad \begin{aligned} 2P \sin \phi \cos \phi &= \frac{D'}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') A \sin \omega \\ &+ \frac{D''}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \{ C (\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi + \sin \phi'' \cos^2 \phi') \} \\ 2S \sin \phi \cos \phi &= -\frac{D'}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} \sin(\phi + \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') + \frac{D''}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \sin(\phi'' + \phi) A \sin \omega \end{aligned}$$

und eliminirt man aus denselben Gleichungen P und S , so erhält man:

$$\begin{aligned}
 2R_p \sin \phi \cos \phi &= \frac{D'}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') A \sin \omega \\
 &+ \frac{D''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \{C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi - \sin \phi'' \cos^2 \phi')\} \quad (2) \\
 2R_s \sin \phi \cos \phi &= \frac{D'}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \sin(\phi - \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') - \frac{D''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \sin(\phi - \phi'') A \sin \omega.
 \end{aligned}$$

Aus (1) erhält man die Geschwindigkeiten in dem gewöhnlichen und in dem ungewöhnlich gebrochenen Strahl. Setzt man nämlich:

$$\begin{aligned}
 N &= \sin(\phi + \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') (C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi + \sin \phi'' \cos^2 \phi')) \\
 &+ A^2 \sin^2 \omega \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi''),
 \end{aligned}$$

so erhält man:

$$\begin{aligned}
 D' &= 2 \frac{\sqrt{1-\gamma'^2} \sin \phi \cos \phi}{N} \times \\
 &\{P \sin(\phi + \phi'') A \sin \omega - S(C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi + \sin \phi'' \cos^2 \phi'))\} \\
 D'' &= 2 \frac{\sqrt{1-\gamma''^2} \sin \phi \cos \phi}{N} \times \quad (3) \\
 &\{P \sin(\phi + \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') + S \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') A \sin \omega\}.
 \end{aligned}$$

Diese Werthe in die Gleichungen (2) gesetzt, sieht man, daß die Ausdrücke für die Geschwindigkeiten in den beiden, senkrecht und parallel mit der Einfallsebene polarisirten, reflectirten Strahlen die Form haben:

$$\begin{aligned}
 R_p &= pP + sS \\
 R_s &= p'P + s'S \quad (4)
 \end{aligned}$$

und man findet für p und s folgende Werthe:

$$\begin{aligned}
 Np &= \sin(\phi + \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') (C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi - \sin \phi'' \cos^2 \phi')) \\
 &+ A^2 \sin^2 \omega \sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') \sin(\phi + \phi'') \\
 Ns &= -\sin(\phi - \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') (C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi + \sin \phi'' \cos^2 \phi')) \\
 &- A^2 \sin^2 \omega \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \sin(\phi - \phi'')
 \end{aligned}$$

und für p' und s' nach einigen Reductionen: (5)

$$\begin{aligned}
 Np' &= -A \sin \omega (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') \sin 2\phi \sin(\phi' - \phi'') \\
 Ns' &= -A \sin \omega (C \sin \phi' + A \cos \omega \cos \phi') \sin 2\phi \sin(\phi' - \phi'')
 \end{aligned}$$

Setzt man in diesen Ausdrücken für D' , D'' , R_p , R_s den Winkel $\phi' = \phi''$, d. h. nimmt man an, daß nur eine einfache Strahlenbrechung statt

findet, so verwandeln sie sich in die oben §. 3. für die Reflexion an unkrystallinischen Medien gefundenen Werthe. Es wird nämlich, wie man sogleich sieht, $s' = 0$ und $p' = 0$, und

$$(a) \quad p = \frac{\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi')}{\sin(\phi - \phi') \cos(\phi - \phi')}, \quad s = -\frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')}.$$

Setzt man diese Werthe in (1), so findet man für R_p und R_s die im §. 3. aufgestellten Werthe für die reflectirten Bewegungen in den senkrecht und parallel mit der Einfallsebene polarisirten Lichtstrahlen. Man erhält ferner aus (3), wenn man berücksichtigt, dafs

$$1 - \gamma'^2 = A^2 \sin^2 \omega + (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi')^2$$

ist:

$$D' = 2 \frac{\sin \phi \cos \phi \{ P \cdot I \sin \omega \sin(\phi' + \phi) - S(C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') \sin(\phi' + \phi) \cos(\phi' - \phi) \}}{\sin^2(\phi' + \phi) \cos(\phi' - \phi) \sqrt{1 - \gamma'^2}}$$

$$D'' = 2 \frac{\sin \phi \cos \phi \{ P(C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') \sin(\phi' + \phi) + S \cdot I \sin \omega \sin(\phi' + \phi) \cos(\phi' - \phi) \}}{\sin^2(\phi' + \phi) \cos(\phi' - \phi) \sqrt{1 - \gamma'^2}}$$

und hieraus zieht man, indem man einmal die erste Gleichung mit $\frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}}$ und die zweite mit $\frac{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}{\sqrt{1 - \gamma'^2}}$ multiplicirt und dann die erste mit $\frac{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}{\sqrt{1 - \gamma'^2}}$ und die zweite mit $\frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}}$ multiplicirt, das erstemal die Producte addirt, das zweitemal sie von einander subtrahirt:

$$(b) \quad \begin{aligned} D' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \frac{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} &= \frac{2P \sin \phi \cos \phi}{\sin(\phi' + \phi) \cos(\phi' - \phi)} \\ - D' \frac{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} + D'' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}} &= \frac{2S \sin \phi \cos \phi}{\sin(\phi' + \phi)}. \end{aligned}$$

Wenn γ den Winkel bedeutet, den die Einfallsebene mit der Ebene bildet, welche durch die Axe und die Normale der unter ϕ' oder ϕ'' gebrochenen Wellenebene gelegt wird, so findet die Bewegung D'' statt in dem Azimuth $90 - \gamma$ und die Bewegung D' in dem Azimuth $180 - \gamma$, das Azimuth gerechnet von der Einfallsebene an. Zerlegt man also die beiden Bewegungen D' und D'' nach der Einfallsebene und senkrecht darauf, und nennt die Componenten respective D_s und D_p , so hat man:

$$(c) \quad \begin{aligned} D_s &= -D' \cos \gamma + D'' \sin \gamma \\ D_p &= D' \sin \gamma + D'' \cos \gamma. \end{aligned}$$

Nun findet man aber, daß $\cos \gamma = \frac{C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}}$ und $\sin \gamma = \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}}$ ist, vergleicht man daher (b) und (c) miteinander, so ergibt sich:

$$D_p = \frac{2P \sin \phi \cos \phi}{\sin(\phi' + \phi) \cos(\phi' - \phi)}$$

$$D_s = \frac{2S \sin \phi \cos \phi}{\sin(\phi' + \phi)}.$$

Dies sind aber dieselben Werthe für D_p und D_s , welche wir oben im §. 3. gefunden haben.

§. 8.

Aus den Gleichungen (4) und (5) kann man die Gesetze der Polarisation des Lichtes durch Reflexion an krystallinen Oberflächen ableiten. Ich beschäftige mich mit dieser Untersuchung um so lieber, weil die sehr schätzenswerthen Beobachtungsreihen des Hrn. Dr. Seebeck zur Vergleichung mit den theoretischen Resultaten vorliegen, und aus dieser Vergleichung eine sehr schöne Bewährung der Theorie hervorgeht.

Man kann, ausgehend von den Erscheinungen der Reflexion an unkrystallinen Oberflächen, den Polarisations-Winkel auf eine doppelte Weise definiren: 1) als denjenigen Einfallswinkel, unter welchem ein senkrecht auf der Einfallsebene polarisierter Strahl auf die reflectirende Ebene fallen muß, damit der reflectirte Strahl verschwinde; oder 2) als denjenigen Winkel, unter welchem natürliches Licht reflectirt werden muß, damit der reflectirte Strahl nur Licht, welches parallel mit der Reflexions-Ebene polarisirt ist, enthalte. Diese Definitionen sind aber beide, streng und allgemein gesprochen, nicht anwendbar auf krystallinische Oberflächen. — Nehmen wir an, das einfallende Licht sei senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, so haben wir für das reflectirte Licht nach (4): $R_p = pP$ und $R_s = p'P$, und die Intensität des reflectirten Lichtes:

$$R_p^2 + R_s^2 = (p^2 + p'^2)P^2.$$

Diese kann also nur in den Fällen durch eine schiekliche Wahl des Einfallswinkels ϕ verschwindend gemacht werden, in welchem, unabhängig von ϕ , die Größe $p' = 0$ ist, was bei unkrystallinen Oberflächen zwar immer der Fall ist, bei krystallinen aber nur in gewissen besonderen Fällen.

Man kann aber die erste Definition allgemeiner fassen, so daß sie auf krystallinische und unkrystallinische Körper anwendbar wird, daß nämlich der Polarisations-Winkel derjenige Einfalls-Winkel sei, unter welchem ein senkrecht auf der Einfalls-Ebene polarisirter Strahl reflectirt werden müsse, damit im reflectirten Strahl kein senkrecht auf der Reflexions-Ebene polarisirtes Licht enthalten sei. Diese Definition des Polarisations-Winkels zu Grunde gelegt, erhalten wir ihn durch die Auflösung der Gleichung $p = 0$, d. i. für p seinen Werth gesetzt mit Weglassung des gemeinschaftlichen Factors $\frac{1}{N}$:

$$(1) \quad 0 = A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi'') \\ + \sin(\phi + \phi') \{ C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi' \} \{ C (\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi - \sin \phi'' \cos^2 \phi') \},$$

wo die Relationen zwischen ϕ , ϕ' , ϕ'' folgende sind:

$$(2) \quad \sin \phi' = \mu \sin \phi \\ \tan^2 \phi'' \left(\frac{1 - \pi^2 \sin^2 \omega \sin^2 \phi}{\sin^2 \phi} \right) = \mu^2 (C + A \sin \omega \tan \phi')^2 + \pi^2 (A^2 - C \cos \omega \tan \phi')^2.$$

Ich werde jetzt zeigen, daß auch der zweiten Definition des Polarisations-Winkels in der Reflexion auf krystallinischen Oberflächen nicht genügt werden kann, und zu dem Ende den Ausdruck der reflectirten Lichtintensität geben, wenn das einfallende Licht unpolarisirt war. Das natürliche Licht muß man sich vorstellen als eine so rasche Folge von Oscillationsbewegungen nach allen Richtungen, daß man annehmen kann, daß während des kurzen Zeitmoments, welches erforderlich ist, um einen Lichteindruck im Auge hervorzubringen, in allen Azimuthen gleich viel Oscillationen stattgefunden haben. Es sei die Intensität des gesammten einfallenden Lichtes $= I^2$, so wird die Intensität desjenigen, das seine Oscillationen im Azimuth β ausführte, sein: $\frac{I^2}{2\pi} d\beta$; dieser Theil giebt im reflectirten Lichte:

$$(R_r^2) = (p \cos \beta + s' \sin \beta)^2 \frac{I^2}{2\pi} d\beta \\ (R_i^2) = (p' \cos \beta + s \sin \beta)^2 \frac{I^2}{2\pi} d\beta.$$

Die Intensität des gesammten reflectirten Lichtes, welches senkrecht, und desjenigen, welches parallel mit der Einfalls-Ebene polarisirt ist, erhält man,

wenn man von (R_i^2) und (R_r^2) die Summe in Beziehung auf alle Werthe von β nimmt; dies giebt:

$$R_p^2 = (p^2 + s'^2) \frac{I^2}{2}$$

$$R_i^2 = (p'^2 + s^2) \frac{I^2}{2}.$$

Das reflectirte Licht wird vollständig nach der Einfallsebene polarisirt sein, wenn $p^2 + s'^2 = 0$ ist, und der durch diese Gleichung bestimmte Einfallswinkel ϕ wird der Polarisations-Winkel, zufolge seiner zweiten Definition, sein. Aber dieser Gleichung ist, wie man sieht, im Allgemeinen nicht zu genügen, nur in den besonderen Fällen, wo $s' = 0$, unabhängig von ϕ ; alsdann ist der Polarisations-Winkel durch $p = 0$ bestimmt. Die zweite Definition des Polarisations-Winkels kann aber leicht so allgemein ausgesprochen werden, daß sie auf krystallinische eben so gut wie auf unkrystallinische anwendbar ist, nämlich: der Polarisations-Winkel sei derjenige Einfallswinkel, bei welchem natürliches Licht reflectirt werden muß, damit es vollständig polarisirt sei. Bei unkrystallinischen Körpern fällt die Polarisations-Ebene des durch Reflexion vollständig polarisirten Lichtes immer mit der Reflexions-Ebene zusammen, bei krystallinischen Körpern dagegen ist dies nicht der Fall. Es ist Dr. Seebeck, welcher diese merkwürdige Thatsache zuerst als eine allgemeine hat kennen gelehrt (Pogg. Ann. d. Phys. Bd. XXI.), obgleich Brewster schon früher (*Philos. Transact.* 1819.) sie unter besonderen Umständen, durch welche die Ablenkung der Polarisations-Ebene von der Reflexions-Ebene außerordentlich vergrößert wird, aufgefunden hatte. Es ist leicht aus den Gleichungen (4) §. 7. den so definirten Winkel der vollständigen Polarisation und das Azimuth, in welchem diese stattfindet, abzuleiten. Dieses Azimuth werde ich die Ablenkung der Polarisations-Ebene nennen.

Die beiden Bewegungen, R_i und R_p , von denen die erste in der Reflexions-Ebene statt findet, die zweite senkrecht darauf, wollen wir zerlegen 1) parallel mit einer Ebene, die durch den reflectirten Strahl gelegt ist, und mit der Reflexions-Ebene den Winkel α bildet, und 2) senkrecht gegen diese Ebene. Die erste Componente sei R'_i , die zweite R'_p ; alsdann haben wir:

$$R'_i = R_p \sin \alpha + R_i \cos \alpha = P(p \sin \alpha + p' \cos \alpha) + S(s' \sin \alpha + s \cos \alpha)$$

$$R'_p = R_p \cos \alpha - R_i \sin \alpha = P(p \cos \alpha - p' \sin \alpha) + S(s' \cos \alpha - s \sin \alpha).$$

Der reflectirte Strahl wird vollständig in dem Azimuth α polarisirt sein, wenn $R'_p = 0$, unabhängig von P und S . Man hat also, damit eine vollständige Polarisation des natürlichen Lichtes durch Reflexion statt finden soll, zu genügen den Gleichungen:

$$p \cos \alpha - p' \sin \alpha = 0$$

$$s' \cos \alpha - s \sin \alpha = 0,$$

welches durch eine schiekliche Wahl von α und des Einfalls-Winkels ϕ immer geschehen kann. Der Winkel α ist das Azimuth, welches wir die Ablenkung der Polarisations-Ebene genannt haben. Eliminirt man α aus diesen Gleichungen, so hat man, um den Winkel der Polarisation zu bestimmen:

$$(3) \quad ps - p's' = 0,$$

und die Ablenkung der Polarisations-Ebene ist:

$$(4) \quad \tan \alpha = \frac{s'}{s}.$$

Ich werde im Folgenden den durch (3) bestimmten Einfalls-Winkel den Winkel der vollständigen Polarisation nennen, auch wohl schlechtweg: Polarisations-Winkel; denn es scheint mir doch dieser Winkel eigentlich der zu sein, welcher mit demjenigen, den man an unkrystallinischen Körpern den Polarisations-Winkel genannt hat, die größte Analogie besitzt: auch ist es dieser Winkel, den Seebeck beim Kalkspath für die verschiedenen Flächen und Richtungen der Reflexions-Ebenen vollständig durch Beobachtungen bestimmt hat, und den Polarisations-Winkel genannt. Übrigens sind die Unterschiede zwischen den durch (3) bestimmten Einfalls-Winkeln und den durch (1) bestimmten, d. i. durch $p = 0$ von der zweiten Ordnung in Beziehung auf die Differenz $(\pi^2 - \mu^2)$, die nur bei so stark doppelbrechenden Medien, wie Kalkspath, der Beobachtung nicht ganz entgehen.

In dem besonderen Falle, wo die Reflexions-Ebene parallel mit dem Hauptschnitt der reflectirenden Ebene ist, d. i. wo $\omega = 0$, hat man $s' = 0$, also auch $\alpha = 0$, und der Winkel der vollständigen Polarisation hängt ab von $p = 0$, d. i. von

$$(5) \quad C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A(\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi - \sin \phi'' \cos^2 \phi') = 0,$$

wo

$$\sin \phi' = \mu \sin \phi$$

$$\tan^2 \phi'' = \sin^2 \phi \{ \mu^2 (C + A \tan \phi'')^2 + \pi^2 (A - C \tan \phi'')^2 \}. \quad (6)$$

Aus (5) erhält man:

$$\tan \phi'' = \frac{A \sin \phi \cos \phi + C \sin^2 \phi'}{C \sin \phi \cos \phi + A \cos^2 \phi'},$$

und hieraus:

$$A - C \tan \phi'' = \frac{A^2 \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi'}{A \cos^2 \phi + C \sin \phi \cos \phi}, \quad A \tan \phi' + C = \frac{AC + \sin \phi \cos \phi}{A \cos^2 \phi + C \sin \phi \cos \phi}.$$

Mittels dieser drei Relationen eliminirt man ϕ'' aus (6); dies giebt:

$$\left(\frac{A \sin \phi \cos \phi + C \sin^2 \phi'}{\sin \phi} \right)^2 - \mu^2 (AC + \sin \phi \cos \phi)^2 = \pi^2 (A^2 \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi')^2.$$

Der erste Theil dieser Gleichung löst sich, wie man leicht sieht, in folgendes Product auf:

$$(A^2 - \sin^2 \phi') (1 - \mu^2 C^2 - \sin^2 \phi),$$

wodurch, da $A^2 \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi' = A^2 - \sin^2 \phi'$ ist, die Gleichung, in Beziehung auf $\sin^2 \phi$, linear wird:

$$\{1 - \mu^2 C^2 - \pi^2 A^2 - (1 - \pi^2 \mu^2) \sin^2 \phi\} \{A^2 - \sin^2 \phi'\} = 0.$$

Nur der erste Factor enthält die brauchbaren Wurzeln, und der Polarisations-Winkel für den Fall, wo der Hauptschnitt mit der Reflexions-Ebene zusammenfällt, ist also:

$$\sin^2 \phi = \frac{(1 - \pi^2) A^2 + (1 - \mu^2) C^2}{1 - \pi^2 \mu^2}. \quad (7)$$

Dies ist dieselbe Formel, welche Seebeck bereits aus theoretischen Betrachtungen hergeleitet und deren Richtigkeit sich durch die Vergleichung mit seinen Beobachtungen bewährt hat (Pogg. Ann. d. Phys. Bd. XXII.).

Ich werde jetzt den Fall, der nächst diesem der einfachste ist, untersuchen, den nämlich, wo die Reflexions-Ebene senkrecht auf dem Hauptschnitt steht, wo also $\omega = 90^\circ$ ist. Setzt man in (3) die Werthe von p, s, p', s' aus (5) §. 7., führt die angeführten Multiplicationen aus, und vernachlässigt die gemeinschaftlichen Factoren $\sin(\phi - \phi')$, $\sin(\phi + \phi')$, und N^2 , von denen nur der erste in dem besonderen Falle eine Bedeutung hat, wo $\phi = \phi'$ ist, d. h. wo das krystallinische Medium von einem unkrystallinischen

Medium umgeben ist, dessen Brechungs-Coefficient seinem gewöhnlichen Brechungs-Coefficienten gleich ist, — einen Fall, den ich später besonders untersuchen werde, — dann erhält man:

$$\begin{aligned} & A^4 \cos(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') \sin(\phi + \phi'') \sin(\phi - \phi'') \\ & + C^4 \sin^2 \phi' (\sin^2 \phi'' \sin^2 \phi \cos^2 \phi - \cos^2 \phi'' \sin^4 \phi') \\ & + A^2 C^2 \sin \phi' \cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi'') (\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') \\ & + A^2 C^2 \sin \phi' \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'') (\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') = 0. \end{aligned}$$

Diese Gleichung löst sich in zwei Factoren auf:

$$\begin{aligned} & \{A^2 \cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi'') + C^2 \sin \phi' (\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi')\} \\ & \{A^2 \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'') + C^2 \sin \phi' (\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi')\} = 0, \end{aligned}$$

von denen der erstere keine für die vorliegende Frage brauchbare Wurzeln hat, wie man sich überzeugt, wenn man $\phi' = \phi''$ setzt, d. h. diese Gleichung auf den Fall eines unkrystallinischen Mediums anwendet. Der Polarisations-Winkel ist also allein durch den zweiten Factor bestimmt:

$$(8) \quad A^2 \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'') + C^2 \sin \phi' (\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') = 0.$$

Es ist leicht hieraus ϕ'' mittels der Gleichung (2) zu eliminiren, welche man in diesem Falle, wo $\cos \omega = 0$, schreiben kann:

$$\tan \phi'' = \frac{\mu \sin \phi \sqrt{1 + \frac{\pi^2 - \mu^2}{\mu^2} A^2}}{\sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \phi - \frac{\pi^2 - \mu^2}{\mu^2} \mu^2 \sin^2 \phi}}$$

oder, da

$$\begin{aligned} & \sin \phi' = \mu \sin \phi \\ (9) \quad & \tan \phi'' = \tan \phi' \sqrt{\frac{1 + \frac{\pi^2 - \mu^2}{\mu^2} A^2}{1 - \frac{\pi^2 - \mu^2}{\mu^2} \tan^2 \phi'}}. \end{aligned}$$

Setzt man nämlich:

$$\begin{aligned} (10) \quad & A^2 \cos(\phi + \phi') \sin \phi - C^2 \sin^3 \phi' = M \\ & A^2 \cos(\phi + \phi') \cos \phi - C^2 \sin \phi' \sin \phi \cos \phi = N, \end{aligned}$$

so erhält man aus (8) und (9):

$$M^2 \cos^2 \phi' - N^2 \sin^2 \phi' = (M^2 + N^2 A^2) \sin^2 \phi' \frac{\pi^2 - \mu^2}{\mu^2},$$

welches, wenn aus (10) gesetzt wird:

$M \cos \phi' - N \sin \phi' = (A^2 + C^2 \sin^2 \phi') \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi')$
 $M \cos \phi + N \sin \phi = A^2 \cos(\phi + \phi') \sin(\phi + \phi') - C^2 \sin^2 \phi' \cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi'),$
 sich verwandelt in:

$$\cos(\phi + \phi') = \frac{(M^2 + A^2 N^2) \sin^2 \phi' \frac{\pi^2 - \mu^2}{\mu^2}}{\sin(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi') (A^2 + C^2 \sin^2 \phi') (\cos(\phi + \phi') - C^2 \sin^2 \phi' \cos(\phi - \phi'))} \quad (11)$$

Nun findet man, wenn man die Werthe für M und N setzt, daß $M^2 + A^2 N^2$ den Factor $A^2 + C^2 \sin^2 \phi'$ hat; außerdem ist

$$\sin(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi') = \frac{1 - \mu^2}{\mu^2} \sin^2 \phi';$$

dadurch verwandelt sich die Gleichung (11) in:

$$\cos(\phi + \phi') = \frac{(A^2 \cos^2 \phi - \sin^2 \phi')^2 + A^2 \cos^2(\phi + \phi') \sin^2(\phi - \phi') \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2}}{A^2 \cos(\phi + \phi') - C^2 \sin^2 \phi' \cos(\phi - \phi')} \quad (12)$$

Diese Gleichung läßt sich aber nur annäherungsweise auflösen, da sie vom vierten Grade ist. Man bringt sie am einfachsten in die gewöhnliche Form der algebraischen Gleichungen durch folgende Substitution:

$$\frac{\cos \phi'}{\cos \phi} = x,$$

woraus sich findet:

$$\begin{aligned} \sin^2 \phi &= \frac{x^2 - 1}{x^2 - \mu^2}, & \sin^2 \phi' &= \frac{\mu^2(x^2 - 1)}{x^2 - \mu^2} \\ \cos^2 \phi &= \frac{1 - \mu^2}{x^2 - \mu^2}, & \cos^2 \phi' &= \frac{x^2(1 - \mu^2)}{x^2 - \mu^2} \end{aligned} \quad (13)$$

Dadurch verwandelt sie sich in folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} &A^2(x + \mu)^2(1 - \mu x)^2 - C^2 \mu^2(x^2 - 1)(1 - \mu^2 x^2) \\ &- \{ (A^2(1 - \mu^2) - \mu^2(x^2 - 1))^2 + A^2(1 - \mu^2)(x^2 - 1)(1 - \mu x)^2 \} \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Von den vier Wurzeln ist die für die vorliegende Frage brauchbare Wurzel wegen (13) dadurch bestimmt, daß wenn μ kleiner als 1 ist, x größer als 1 sein muß, und umgekehrt, wenn μ größer als 1, x kleiner als 1 ist, wobei x aber immer positiv bleiben muß.

Die Form der Gleichung (12) ist sehr geeignet, um $\sin^2 \phi$ nach den Potenzen von $\frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2}$ zu entwickeln; multiplicirt man beide Theile der Gleichung mit $\cos(\phi - \phi')$ und setzt auf der linken Seite

$$\cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') = 1 - (1 + \mu^2) \sin^2 \phi,$$

so erhält man:

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \mu^2} - \frac{(A^2 \cos^2 \phi - \sin^2 \phi)^2 + A^2 \cos^2(\phi + \phi') \sin^2(\phi - \phi')}{A^2 \cos(\phi + \phi') - C^2 \sin^2 \phi' \cos(\phi - \phi')} \cos(\phi - \phi') \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2},$$

und hieraus findet man:

$$(15) \quad \sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \mu^2} \left\{ 1 + \mu^2 C^2 \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2} + \frac{1}{4} (4\mu^4 - (1 - 5\mu^2 - \mu^4 + \mu^6) A^2) C^2 \left(\frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2} \right)^2 + \dots \right\}$$

Zur Prüfung der Gleichung (12) habe ich den Polarisations-Winkel beim Kalkspath im Azimuth $\omega = 90$ für die Flächen berechnet, für welche Seebeck ihn durch Beobachtung bestimmt hat. Ich stelle zur Vergleichung das Resultat der Rechnung und der Beobachtung in folgender Tafel zusammen:

Neigung der reflectirenden Flächen gegen die Axe.	Berechnete Polarisations-Winkel.	Beobachtete Polarisations-Winkel.	Unterschied.
0° 12'	58° 54,9	58° 56'	+ 1,1
0 23	58 54,9	58 56,1	+ 1,2
27 2	59 19,1	59 3,9	- 15,2
45 23,5	59 53,4	59 50,9	- 2,5
45 29	59 53,5	59 47,7	- 5,8
45 43,5	59 54,1	59 46,7	- 7,4
64 1,5	60 26,3	60 14,8	- 11,7
89 47,5		60 33,4	

Um die allgemeine Gleichung für den Polarisations-Winkel zu entwickeln setze ich:

$$\begin{aligned} C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi - \sin \phi'' \cos^2 \phi') &= M \\ C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi + \sin \phi'' \cos^2 \phi') &= M' \\ C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi' &= N. \end{aligned}$$

Dadurch verwandelt sich die Gleichung (3), nachdem einige leicht zu überschende Reductionen ausgeführt sind, und der gemeinschaftliche Factor $\frac{\sin(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi')}{N}$ fortgelassen ist, in folgende:

$$\left. \begin{aligned} &\cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi'') \sin(\phi - \phi'') A^4 \sin^4 \omega + N^2 M M' \\ &+ \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'') A^2 \sin^2 \omega N M' + \cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi'') A^2 \sin^2 \omega N M \end{aligned} \right\} = 0$$

und diese löst sich in folgende zwei Factoren auf:

$$\begin{aligned} &(\cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi'') A^2 \sin^2 \omega + NM') \\ &(\cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'') A^2 \sin^2 \omega + NM), \end{aligned}$$

von denen nur der letztere die brauchbaren Wurzeln enthält, wie man sich überzeugt, wenn man, wie oben, $\phi' = \phi''$ setzt. Stellt man also die Werthe für N und M wiederum her, so erhält man folgende Gleichung, wodurch allgemein der Polarisations-Winkel bestimmt wird:

$$\cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'') A^2 \sin^2 \omega + (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') \times \quad (16)$$

$$\{C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi - \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi - \sin \phi'' \cos^2 \phi')\} = 0,$$

aus welcher ϕ'' eliminirt werden muß durch:

$$\tan^2 \phi'' \left(\frac{1 - \pi^2 \sin^2 \omega \sin^2 \phi}{\sin^2 \phi} \right) = \mu^2 (C + A \cos \omega \tan \phi'')^2 + \pi^2 (A - C \cos \omega \tan \phi'')^2 \quad (17)$$

Hr. Seebeck hat eine Reihe Beobachtungen über den Polarisations-Winkel auf der natürlichen Bruchfläche des Kalkspaths in den verschiedenen Azimuthen angestellt; für dieselben Azimuthe habe ich die Polarisations-Winkel nach (16) und (17) berechnet und sie mit den beobachteten in folgende Tafel zusammengestellt:

ω	Berechnete Polarisations- Winkel.	Beobachtete Polarisations- Winkel.	Unterschied.
0° 0'	57° 20,1	57° 19,7	-0,4
22 30	57 42,9	57 45,9	+3,0
45 0	58 34,9	58 33,9	-1,0
67 30	59 30,1	59 29,1	-1,0
90 0	59 53,4	59 50,9	-2,5

Ich glaube nicht, daß man eine größere Übereinstimmung der Beobachtungen mit der Theorie erwarten darf; sie bestätigt eben so sehr die Richtigkeit der Theorie, als sie die große Geschicklichkeit des Beobachters beweist.

Da der vorher besonders untersuchte Fall für $\cos \omega = 90^\circ$ auf eine Gleichung des vierten Grades führte, so darf man nicht hoffen, die Wurzel der Gleichungen (16) und (17) anders als durch eine Reihe auszudrücken. Es ist leicht, die Gleichungen zu diesem Zweck in eine ähnliche Form, wie

(12) zu bringen, und die Wurzel dann nach den Potenzen von $\frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2}$ zu entwickeln.

Man sieht unmittelbar aus den Gleichungen (16) und (17), daß der Polarisations-Winkel für $+\omega$ und $-\omega$ derselbe ist; daß aber auch der Polarisations-Winkel sich nicht ändert für ω und $180 - \omega$, wie Brewster zuerst beobachtet hat und Seebeck es bestätigt gefunden, erforderte eine nähere Untersuchung. Ich entwickelte die Wurzel von (16) nach den Potenzen von $\pi^2 - \mu^2$ und fand sie bis zur dritten inclusive unabhängig von den ungeraden Potenzen von $\cos \omega$. Hieraus wurde es mir sehr wahrscheinlich, daß sie überhaupt unabhängig davon sei. Die ausgeführte Elimination von ϕ'' aus (16) bestätigte diese Vermuthung. Meine Rechnung ist aber so weitläufig, daß ich sie nicht hinschreibe, um so weniger, da mir die folgende kürzere mitgetheilt ist.

Aus (16) nehme man den Werth:

$$\tan \phi'' = \frac{l + m \cos \omega}{n + p \cos \omega},$$

wo l, m, n, p nur gerade Potenzen von $\cos \omega$ enthalten sollen. Man findet:

$$\begin{aligned} l &= A^2 \sin^2 \omega \sin \phi \cos(\phi + \phi') - C^2 \sin^3 \phi' + A^2 \cos^2 \omega \cos \phi' \sin \phi \cos \phi \\ n &= A^2 \sin^2 \omega \cos \phi \cos(\phi + \phi') - C^2 \sin \phi' \sin \phi \cos \phi + A^2 \cos^2 \omega \cos^3 \phi' \\ m &= AC \sin \phi' \{ \sin \phi' \cos \phi' - \sin \phi \cos \phi \} \\ p &= AC \cos \phi' \{ \sin \phi \cos \phi - \sin \phi' \cos \phi' \}. \end{aligned}$$

Man substituirt in diesen Ausdrücken für $\sin \phi \cos \phi$ überall den Werth:

$$\sin \phi \cos \phi = \sin \phi' \cos \phi' + \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'),$$

so erhält man:

$$\begin{aligned} l &= A^2 \cos(\phi + \phi') \{ \sin^2 \omega \sin \phi + \cos^2 \omega \cos \phi' \sin(\phi - \phi') \} + \sin \phi' M \\ n &= \cos(\phi + \phi') \{ A^2 \sin^2 \omega \cos \phi - C^2 \sin \phi' \sin(\phi - \phi') \} + \cos \phi' M \\ m &= -AC \sin \phi' \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi') \\ p &= AC \cos \phi' \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi'), \end{aligned}$$

wo der Kürze halber gesetzt ist:

$$M = A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi'.$$

Man setze ferner in den Werthen von l, n für $\sin \phi, \cos \phi$, wo sie allein vorkommen, die Werthe

$$\begin{aligned}\sin \phi &= \sin \phi' \cos (\phi - \phi') + \cos \phi' \sin (\phi - \phi') \\ \cos \phi &= \cos \phi' \cos (\phi - \phi') - \sin \phi' \sin (\phi - \phi'),\end{aligned}$$

so erhält man

$$\begin{aligned}l &= A^2 \cos (\phi + \phi') \{ \sin^2 \omega \sin \phi' \cos (\phi - \phi') + \cos \phi' \sin (\phi - \phi') \} + \sin \phi' M \\ n &= \cos (\phi + \phi') \{ A^2 \sin^2 \omega \cos \phi' \cos (\phi - \phi') - (C^2 + A^2 \sin^2 \omega) \sin \phi' \sin (\phi - \phi') \} + \cos \phi' M.\end{aligned}$$

Es sei jetzt

$$\begin{aligned}C + A \cos \omega \tan \phi &= \frac{l' + m' \cos \omega}{n + p \cos \omega} \\ A - C \cos \omega \tan \phi &= \frac{l' + m'' \cos \omega}{n + p \cos \omega},\end{aligned}$$

so wird

$$\begin{aligned}l' &= Cn + A \cos^2 \omega m & m' &= Cp + Al \\ l'' &= An + C \cos^2 \omega m & m'' &= Ap - Cl\end{aligned}$$

oder wenn man die zuletzt angegebenen Werthe von l, m, n, p substituirt:

$$\begin{aligned}l' &= C \cos (\phi + \phi') \{ A^2 \sin^2 \omega \cos \phi' \cos (\phi - \phi') - \sin \phi' \sin (\phi - \phi') \} + C \cos \phi' M \\ m' &= A \cos (\phi + \phi') \{ A^2 \sin^2 \omega \sin \phi' \cos (\phi - \phi') + \cos \phi' \sin (\phi - \phi') \} + A \sin \phi' M \\ l'' &= A \sin^2 \omega \cos (\phi + \phi') \{ A^2 \cos \phi' \cos (\phi - \phi') - \sin \phi' \sin (\phi - \phi') \} + A \cos \phi' M \\ m'' &= -A^2 C \sin^2 \omega \sin \phi' \cos (\phi + \phi') \cos (\phi - \phi') - C \sin \phi' M.\end{aligned}$$

Aus diesen Ausdrücken bilde man die Werthe von:

$$\begin{aligned}l \pm l' \sin \phi, & \quad m \pm l' \sin \phi' \\ l \sin \omega \pm \sqrt{-1} l'', & \quad m \sin \omega \pm \sqrt{-1} m''\end{aligned}$$

und setze der Kürze halber:

$$\begin{aligned}\cos (\phi + \phi') \{ A^2 \sin^2 \omega \sin \phi' \cos (\phi - \phi') + (\cos \phi' + C) \sin (\phi - \phi') \} + \sin \phi' M &= D \\ \cos (\phi + \phi') \{ A^2 \sin^2 \omega \sin \phi' \cos (\phi - \phi') + (\cos \phi' - C) \sin (\phi - \phi') \} + \sin \phi' M &= D' \\ A \sin \omega \cos (\phi + \phi') \{ A \sin \omega \cos (\phi - \phi') - \sqrt{-1} \sin (\phi - \phi') \} + M &= E \\ A \sin \omega \cos (\phi + \phi') \{ A \sin \omega \cos (\phi - \phi') + \sqrt{-1} \sin (\phi - \phi') \} + M &= E',\end{aligned}$$

so erhält man

$$\begin{aligned}l - l' \sin \phi &= (1 - C \cos \phi') D, & l + l' \sin \phi &= (1 + \cos \phi') D' \\ m - m' \sin \phi &= -A \sin \phi' D, & m + m' \sin \phi &= +A \sin \phi' D',\end{aligned}$$

ferner.

$$l \sin \omega + \sqrt{-1} l'' = (\sin \omega \sin \phi' + \sqrt{-1} A \cos \phi') E$$

$$l \sin \omega - \sqrt{-1} l'' = (\sin \omega \sin \phi' - \sqrt{-1} A \cos \phi') E'$$

$$m \sin \omega + \sqrt{-1} m'' = -C \sqrt{-1} \sin \phi' E$$

$$m \sin \omega - \sqrt{-1} m'' = C \sqrt{-1} \sin \phi' E'.$$

Es ist aber

$$(n+p \cos \omega) \{ \tan \phi'' - \sin \phi' (C+A \cos \omega \tan \phi'') \} = l+m \cos \omega - \sin \phi' (l'+m' \cos \omega)$$

$$(n+p \cos \omega) \{ \tan \phi'' + \sin \phi' (C+A \cos \omega \tan \phi'') \} = l+m \cos \omega + \sin \phi' (l'+m' \cos \omega)$$

$$(n+p \cos \omega) \{ \sin \omega \tan \phi'' + \sqrt{-1} (A-C \cos \omega \tan \phi'') \} = \sin \omega (l+m \cos \omega) + \sqrt{-1} (l'+m' \cos \omega)$$

$$(n+p \cos \omega) \{ \sin \omega \tan \phi'' - \sqrt{-1} (A-C \cos \omega \tan \phi'') \} = \sin \omega (l+m \cos \omega) - \sqrt{-1} (l'+m' \cos \omega)$$

und daher, wenn man $n+p \cos \omega = N$ setzt

$$N \{ \tan \phi'' - \sin \phi' (C+A \cos \omega \tan \phi'') \} = (1-C \cos \phi' - A \cos \omega \sin \phi') D$$

$$N \{ \tan \phi'' + \sin \phi' (C+A \cos \omega \tan \phi'') \} = (1+C \cos \phi' + A \cos \omega \sin \phi') D'$$

$$N \{ \sin \omega \tan \phi'' + \sqrt{-1} (A-C \cos \omega \tan \phi'') \} = \{ \sin \omega \sin \phi' + \sqrt{-1} (A \cos \phi' - C \cos \omega \sin \phi') \} E$$

$$N \{ \sin \omega \tan \phi'' - \sqrt{-1} (A-C \cos \omega \tan \phi'') \} = \{ \sin \omega \sin \phi' - \sqrt{-1} (A \cos \phi' - C \cos \omega \sin \phi') \} E'.$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung (17), die man so darstellen kann:

$$\tan^2 \phi'' - \sin^2 \phi' (C+A \cos \omega \tan \phi'')^2 = \pi^2 \sin^2 \phi \{ \sin^2 \omega \tan^2 \phi'' + (A-C \cos \omega \tan \phi'')^2 \},$$

so erhält man, da

$$1 - (C \cos \phi' + A \cos \omega \sin \phi')^2 = \sin^2 \omega \sin^2 \phi' + (A \cos \phi' - C \cos \omega \sin \phi')^2,$$

die Gleichung

$$0 = \{ 1 - (C \cos \phi' + A \cos \omega \sin \phi')^2 \} \{ DD' - \pi^2 \sin^2 \phi EE' \},$$

welche sich, da der erste Factor für einen reellen Werth von ϕ' nie verschwinden kann, auf folgende reducirt

$$(18) \quad 0 = DD' - \pi^2 \sin^2 \phi EE',$$

in welcher nur gerade Potenzen von $\cos \omega$ vorkommen.

Dies ist die Gleichung, wodurch allgemein der Polarisations-Winkel bestimmt wird, nachdem ϕ'' eliminirt ist. Setzt man für D, D', E, E' ihre Werthe, so bekommt man:

$$\begin{aligned} & \{ \cos(\phi + \phi') (A^2 \sin^2 \omega \sin \phi' \cos(\phi - \phi') + \cos \phi' \sin(\phi - \phi')) + \sin \phi' (A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi') \}^2 \\ &= \pi^2 \sin^2 \phi \{ A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi' \}^2 \quad (19) \\ &+ \pi^2 \sin^2 \phi A^2 \sin^2 \omega \cos^2(\phi + \phi') \sin^2(\phi - \phi') + C^2 \sin^2(\phi - \phi') \cos^2(\phi + \phi'). \end{aligned}$$

Setzt man für $\pi^2 \sin^2 \phi$ seinen Werth:

$$\pi^2 \sin^2 \phi = \sin^2 \phi' + \pi^2 - \mu^2 \sin^2 \phi$$

und bringt die Gleichung (19) in die Form:

$$R = S(\pi^2 - \mu^2) \sin^2 \phi \quad (20)$$

so findet man

$$\begin{aligned} R &= \cos(\phi + \phi') \sin(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi') \{ A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') + (A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi') \cos(\phi - \phi') \} \\ S &= \{ A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi' \}^2 + A^2 \sin^2 \omega \cos^2(\phi + \phi') \sin^2(\phi - \phi'). \end{aligned}$$

Man hat also, wenn man statt $\sin(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi')$ seinen Werth $(1 - \mu^2) \sin^2 \phi$ schreibt:

$$\begin{aligned} \cos(\phi + \phi') &= \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2} \times \\ &\left\{ \frac{(A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi')^2 + A^2 \sin^2 \omega \cos^2(\phi + \phi') \sin^2(\phi - \phi')}{A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') + (A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi') \cos(\phi - \phi')} \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Multipliziert man diese Gleichung auf beiden Seiten mit $\cos(\phi - \phi')$ und schreibt statt $\cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')$ seinen Werth $1 - (1 + \mu^2) \sin^2 \phi$, so erhält man:

$$\begin{aligned} \sin^2 \phi &= \frac{1}{1 + \mu^2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^4} \times \\ &\left\{ \frac{(A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi')^2 + A^2 \sin^2 \omega \cos^2(\phi + \phi') \sin^2(\phi - \phi')}{A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') + (A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi') \cos(\phi - \phi')} \right\} \cos(\phi - \phi'), \end{aligned} \quad (22)$$

welche Form zur Entwicklung von $\sin^2 \phi$ nach den Potenzen von $\frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^4}$ sehr passend ist. Da $\cos(\phi + \phi')$ zugleich mit $\pi^2 - \mu^2$ verschwindet, so erhält man unmittelbar das Glied von $\sin^2 \phi$, welches von der ersten Potenz $\pi^2 - \mu^2$ abhängt, indem man $\cos(\phi + \phi') = 0$ setzt:

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \mu^2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^4} (A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi') \quad (23)$$

oder

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \mu^2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^4} \left(\frac{A^2 \cos^2 \omega - C^2 \mu^2}{1 + \mu^2} \right).$$

Will man nun noch das folgende Glied, welches von $(\pi^2 - \mu^2)^2$ abhängt, so kann man in (22) $\cos^2(\phi + \phi') = 0$ setzen, und erhält dann:

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1+\mu^2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{1-\mu^4} \times$$

$$\left\{ (A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi) \left(\frac{A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi' + 2A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \cos(\phi - \phi')}{(A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi') \cos(\phi - \phi') + A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi')} \right) \right\}$$

oder

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1+\mu^2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{1-\mu^4} (A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi) - \frac{\pi^2 - \mu^2}{1-\mu^4} \cos(\phi + \phi') A^2 \sin^2 \omega \frac{\cos 2(\phi - \phi')}{\cos(\phi - \phi')}.$$

Setzt man in den zweiten Theil dieser Gleichung den Werth von $\sin^2 \phi$ aus (23) und vernachlässigt die dritten Potenzen von $\pi^2 - \mu^2$, so findet man

$$(24) \quad \sin^2 \phi = \frac{1}{1+\mu^2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{1-\mu^4} \left(\frac{A^2 \cos^2 \omega - C^2 \mu^2}{1+\mu^2} \right) - \left(\frac{\pi^2 - \mu^2}{1-\mu^4} \right)^2 (A^2 \cos^2 \omega - C^2 \mu^2) \left\{ \frac{(A^2 \cos^2 \omega + C^2)}{1+\mu^2} \mu^2 + A^2 \sin^2 \omega \left(1 - \left(\frac{1-\mu^2}{2\mu^2} \right)^2 \right) \right\}.$$

Man sieht, daß $\sin^2 \phi = \frac{1}{1+\mu^2}$ wird in dem Azimuth ω' für welches $\cos \omega' = \pm \frac{C}{A} \mu$; in diesen vier Azimuthen verhält sich also die krystallinische Oberfläche wie die Oberfläche eines unkrystallinischen Körpers mit dem Brechungs-Coefficienten $\frac{1}{\mu}$, und es ist $\cos(\phi + \phi') = 0$. Dies gilt aber nicht allein annäherungsweise, sondern streng, wie man aus (21) ersieht, aus welcher Gleichung sich ergibt, daß wenn $\cos(\phi + \phi) = 0$ ist, auch $A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi' = 0$ sein muß, und umgekehrt.

Es kann von Interesse sein, die Gleichung (19) in der gewöhnlichen Form der algebraischen Gleichung zu haben. Man gelangt am einfachsten durch die oben schon gebrauchte Substitution dazu, nemlich durch

$$\frac{\cos \phi'}{\cos \phi} = x,$$

dies giebt die Gleichung:

$$\begin{aligned} & \{ \mu (A^2 \sin^2 \omega + \mu^2 C^2) + (1 - \mu^2) x - \mu (1 - A^2 \cos^2 \omega) x^2 \}^2 \\ & - \pi^2 \{ A^2 \sin^2 \omega + \mu^2 C^2 - (\mu^2 - A^2 \cos^2 \omega) x^2 \}^2 \\ & + (1 - \mu^2) \{ \pi^2 A^2 \sin^2 \omega + \mu^2 C^2 - (\pi^2 A^2 \sin^2 \omega + C^2) x^2 \} (1 - \mu x)^2 = 0, \end{aligned}$$

deren Entwicklung nach den Potenzen von x ich nicht weiter hinschreiben will.

§. 9.

Ich werde mich jetzt mit der Gleichung (4) des vorigen §. beschäftigen, durch welche die Ablenkung der Polarisations-Ebene durch Reflexion bestimmt wird. Das in dieser Gleichung vorkommende ϕ bezeichnet den Polarisations-Winkel. Der Werth für s' ist nach (5) §. 7.

$$s' = -\frac{1}{N} A \sin \omega \sin(\phi' - \phi'') (C \sin \phi' + A \cos \omega \cos \phi') \sin 2\phi$$

und der Werth von s daselbst verwandelt sich, wenn in ihm statt $A^2 \sin^2 \omega \times \sin(\phi - \phi'')$ sein Werth aus (16) §. 8. gesetzt wird, in folgenden Ausdruck:

$$s = -\frac{1}{N} \frac{(C^2 \sin^2 \phi' - A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi') \sin(\phi' - \phi'') \sin 2\phi}{\cos(\phi + \phi')}.$$

Man erhält demnach für die Ablenkung der Polarisations-Ebene α :

$$\text{tang } \alpha = \frac{A \sin \omega \cos(\phi + \phi')}{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'} \quad (1)$$

Dieses einfache elegante Resultat läßt sich in folgendem Theorem aussprechen:

Die Tangente der Ablenkung der Polarisations-Ebene ist gleich der Tangente des Winkels, welchen die Polarisations-Ebene der gewöhnlichen Wellen-Ebene mit der Einfall-Ebene bildet, multiplicirt mit dem Cosinus der Summe des Winkels der vollständigen Polarisation und des ihm entsprechenden gewöhnlichen Brechungs-Winkels.

Dafs nämlich $\frac{A \sin \omega}{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}$ die Tangente des Winkels ist, welchen die Einfall-Ebene mit der Richtung der Bewegung in der gewöhnlich gebrochenen Wellen-Ebene, d. i. mit ihrer Polarisations-Ebene bildet, davon überzeugt man sich leicht aus den Gleichungen (2) §. 5. 2), wo der Sinus dieses Winkels nach den in §. 4. und §. 5. erklärten Bezeichnungen

$$R_o E' + R_i E'' + R_c E'' = \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma'^2}}$$

angegeben ist.

Zur Untersuchung der Frage, in welchen Azimuthen die Ablenkung der Polarisation verschwindet, d. h. $\text{tang } \alpha = 0$ ist, dient die oben gemachte

Bemerkung, daß $\cos(\phi + \phi')$ zugleich mit $(C^2 \sin^2 \phi' - A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi')$ verschwindet, und nur in diesem Falle $= 0$ wird. Die Ablenkung der Polarisations-Ebene wird also $= 0$ werden, wenn:

$$(2) \quad A \sin \omega (C \sin \phi' + A \cos \phi' \cos \omega) = 0$$

ist. Demnach findet keine Ablenkung statt

- 1) wenn $A = 0$, d. h. auf der geraden Endfläche,
- 2) wenn $\sin \omega = 0$ oder $= 180$ ist, d. h. wenn die Reflexions-Ebene parallel mit dem Hauptschnitt
- 3) wenn $\cos \omega = -\frac{C}{A} \tan \phi' = -\frac{C}{A} \mu$.

Es ist nämlich, wenn $\cos(\phi + \phi') = 0$ ist, $\tan \phi' = \mu$.

Durch die dritte Gleichung sind im Allgemeinen zwei Azimuthe gleichen Werthes aber entgegengesetzten Zeichens bestimmt. Jede reflectirende Ebene wird also im Allgemeinen in 4 Theile getheilt, etwa so, wie es in Fig. 5. durch den Hauptschnitt *III*, und die Linien *AB*, *BC* geschieht; je zwei aneinander stoßende Theile geben im Vorzeichen entgegengesetzte Ablenkungen, und sind getrennt durch Richtungen ohne Ablenkung. Die Richtung *III* theilt das ganze System von Ablenkungen in zwei symmetrische Hälften. Die beiden andern Richtungen ohne Ablenkung *AB* und *CD* fallen zusammen in eine Linie, die senkrecht auf *III* steht, wenn die reflectirende Ebene eine mit der Axe parallele Lage hat. Je mehr sich die reflectirende Ebene gegen die Axe neigt, je mehr nähern sich die Linien *AB* und *BC* der Linie *III*, und zwar auf der Seite *II*, welche im Azimuth $\omega = 180$ liegt, so daß also die Linie *III* mit der durch *H* nach unten gelegten Axe einen spitzen Winkel in *H* einschließt. Es giebt eine gewisse Neigung der reflectirenden Ebene gegen die Axe, wo die beiden Linien *AB* und *BC* mit *BII'* zusammenfallen, und von wo an die Fläche nur noch eine Linie ohne Ablenkung hat, den Hauptschnitt; diese Neigung ist bestimmt durch

$$\frac{A}{C} = \tan \phi' = \mu.$$

Beim Kalkspath ist diese Neigung $58^\circ 55'$, also etwas stumpfer als die Fläche des ersten stumpferen Rhomboëders, die etwa $54^\circ \frac{3}{4}$ gegen die Axe geneigt ist.

Wenn man in (1) von $\tan \alpha$ alles vernachlässigt, was von der zweiten Potenz von $(u^2 - \pi^2)$ abhängt, so kann man aus (21) des vorigen §. setzen:

$$\cos(\phi + \phi') = \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2} \frac{A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi'}{\cos(\phi - \phi')}$$

und hierin $\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \mu^2}$, wodurch man erhält:

$$\cos(\phi + \phi') = \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \mu^2} \left(\frac{A^2 \cos^2 \omega - C^2 \mu^2}{2\mu} \right),$$

dies giebt:

$$\tan \alpha = A \sin \omega (A \cos \omega + C\mu) \frac{(1 + \mu^2) \mu^2 - \pi^2}{2\mu (1 - \mu^2)}.$$

Die Ablenkung α ist also in Substanzen wie Kalkspath, in welchen $\pi > \mu$ ist, positiv von $\omega = 0$ bis $\omega = \omega'$, wenn $\cos \omega' = -\frac{C}{A}\mu$, von $\omega = \omega'$ bis $\omega = 180$ ist sie negativ. Umgekehrt verhält es sich, wenn $\pi < \mu$. Es scheint nöthig, über die Bedeutung der positiven und negativen Neigungen einige Erläuterung zu geben. Es sei $IIHK$ in Fig. 6. ein Kalkspathrhomboëder, II seine stumpfe Endecke, III' der Hauptschnitt der Rhomboëderfläche $III'G$. Es sei ferner ET ein auf diese Fläche fallender Lichtstrahl, der in IR noch dem Auge in R reflectirt wird; er stellt den Durchschnitt der Einfalls-Ebene RIE mit der reflectirenden Ebene $III'G$ vor, so daß also $eIE = \omega - \phi$ ist, und $III'e = \alpha$. Wenn der Lichtstrahl IR durch die Reflexion vollständig polarisirt ist, und α einen negativen Werth hat, so liegt seine Polarisations-Ebene auf der linken Seite in Beziehung auf das Auge in R . Dies beruht darauf, daß wir in den Formeln (11) §. 6. angenommen haben, daß die Bewegung P von der Einfalls-Ebene aus nach der rechten Seite geschehe, und die Bewegung S in der Einfalls-Ebene von unten nach oben, und daß die Bewegungen R_p und R_s respective in denselben Richtungen stattfinden.

Um die Maxima von α zu finden, hat man nur das Differential dieses Ausdrucks nach ω gleich 0 zu setzen, und erhält so folgende Gleichung:

$$\cos \omega = -\frac{1}{4} \frac{C}{A} \mu \pm \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{16} \frac{C^2}{A^2} \mu^2}. \quad (3)$$

Von den beiden Richtungen der Maxima der Ablenkungen wandert, während die Neigung der reflectirenden Flächen gegen die Axe zunimmt von 0 bis 90° , die eine von $\omega = 45$ bis $\omega = 90$ und die zweite von $\omega = 135$ bis $\omega = 180$, aber so, daß die letztere viel rascher sich dem Azimuth 180 nähert, als die erstere sich dem Azimuth 90 nähert; wenn $\frac{A}{C} = \mu$, hat sich diese dem Azimuth 90 so genähert, daß $\cos \omega = \frac{1}{2}$, während die zweite Richtung in das Azimuth 180

gefallen ist, und damit als Richtung eines Maximums verschwunden ist. Von einer so gegen die Axe geneigten Ebene an, für welche $\frac{A}{C} = \mu$ ist, bis zu derjenigen, welche senkrecht gegen die Axe geneigt ist, giebt es nur eine Linie der größten Ablenkung; diese Linie nähert sich der Rechtwinkligkeit mit dem Hauptschnitt immer mehr, zugleich wird das Maximum immer kleiner, und es wird $= 0$, wenn die Linie ohne Ablenkung senkrecht auf dem Hauptschnitt steht. Dies tritt ein auf der gegen die Axe senkrecht stehenden Ebene, hier ist die Ablenkung in allen Azimuthen $= 0$.

Ich bin so glücklich gewesen, diese Resultate der Theorie über die Ablenkung der Polarisations-Ebene nicht nur im Allgemeinen bestätigt zu finden in den Beobachtungen, welche hierüber Hr. Seebeck schon vor langer Zeit angestellt hat, und die er die Güte hatte, mir mitzutheilen; ich habe auch die numerische Berechnung der GröÙe der Ablenkung auf eine Weise mit seinen Beobachtungen in Übereinstimmung gefunden, dafs ich die groÙe Geschicklichkeit und den Grad von Genauigkeit bewundern mußte, womit dieser Experimentator so feine und delicate Phänomene zu bestimmen gewußt hat. Hr. Seebeck wird ohne Zweifel seine Beobachtungen selbst sehr bald mittheilen, und ich muß den Leser darauf verweisen.

Bis jetzt haben wir uns nur mit dem Falle beschäftigt, wo unpolarisirtes Licht von der krystallinischen Fläche reflectirt wurde. Wir wollen jetzt annehmen, das auf die reflectirende Ebene auffallende Licht sei bereits polarisirt. Ich werde das Azimuth der ursprünglichen Polarisation mit α bezeichnen, so dafs also in den Formeln (4) §. 6. $\frac{P}{S} = \tan \alpha$ ist. Die Polarisations-Ebene des reflectirten Lichts wird durch die Reflexion eine Drehung erleiden, und ich werde ihr neues Azimuth mit δ bezeichnen. Es ist allgemein $\tan \delta = \frac{R_p}{R_s}$. Wenn der einfallende Strahl senkrecht auf der Einfalls-Ebene polarisirt ist, sei die Drehung seiner Polarisations-Ebene, d. i. der Winkel, den die Polarisations-Ebene mit derjenigen macht, die senkrecht auf der Reflexions-Ebene steht, gleich δ_i , und wenn er parallel mit der Einfalls-Ebene polarisirt war, sei die Drehung mit δ_r bezeichnet.

Es ist alsdann

$$(4) \quad \begin{aligned} \tan \delta_r &= \frac{p'}{p} \\ \tan \delta_i &= \frac{s'}{s}. \end{aligned}$$

Man kann die Ausdrücke von p , p' , s , s' in (5) unter folgende Formen bringen, in welchen die Glieder nach dem Unterschied der Brechungen $(\phi' - \phi'')$ geordnet sind

$$\begin{aligned} Np &= \sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') \sin(\phi + \phi') (1 - \gamma'^2) \cos(\phi' - \phi'') - M \sin(\phi' - \phi'') \\ Ns &= -\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \sin(\phi - \phi') (1 - \gamma'^2) \cos(\phi' - \phi'') - M' \sin(\phi' - \phi'') \end{aligned} \quad (5)$$

wo, wenn man der Kürze halber setzt

$$\begin{aligned} T &= \gamma' \sin \phi \cos \phi' + C \sin^3 \phi' + A \cos \omega \cos^3 \phi' \\ T' &= \gamma' \sin \phi \cos \phi' - C \sin^3 \phi' - A \cos \omega \cos^3 \phi', \end{aligned}$$

die Werthe von M und M' folgende sind:

$$\begin{aligned} M &= \sin(\phi - \phi') \cos^2(\phi + \phi') A^2 \sin^2 \omega + \sin(\phi + \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') T \\ M' &= \sin(\phi + \phi') \cos^2(\phi - \phi') A^2 \sin^2 \omega - \sin(\phi - \phi') (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') T'. \end{aligned}$$

Die Werthe von p' und s' sind nach (5) §. 6. folgende:

$$\begin{aligned} Np' &= -A \sin \omega (C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega) \sin 2\phi \sin(\phi' - \phi'') \\ Ns' &= -A \sin \omega (C \sin \phi' + A \cos \omega \cos \phi') \sin 2\phi \sin(\phi' - \phi''). \end{aligned} \quad (6)$$

Diese Werthe von p , s , p' , s' , in die Gleichungen (4) substituirt, geben:

$$\begin{aligned} \tan \delta_p &= \frac{-A \sin \omega (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi') \sin 2\phi \tan(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') \sin(\phi + \phi') (1 - \gamma'^2) - M \tan(\phi' - \phi'')} \\ \tan \delta_s &= \frac{A \sin \omega (C \sin \phi' + A \cos \omega \cos \phi') \sin 2\phi \tan(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \sin(\phi - \phi') (1 - \gamma'^2) + M' \tan(\phi' - \phi'')}. \end{aligned} \quad (7)$$

Die $\tan(\phi' - \phi'')$ hängt ab von einer quadratischen Gleichung, die man leicht bildet aus $\sin^2 \phi'' = \sin^2 \phi (\pi^2 + (\mu^2 - \pi^2) \gamma'^2)$ und $\sin^2 \phi' = \mu^2 \sin^2 \phi$. Zieht man diese Gleichungen von einander ab, so erhält man:

$$\sin(\phi + \phi'') \sin(\phi' - \phi'') = (1 - \gamma'^2) \sin^2 \phi' \frac{\mu^2 - \pi^2}{\mu^2}. \quad (8)$$

Setzt man hierin statt ϕ'' überall $\phi' - (\phi' - \phi'')$ und dividirt durch $\cos^2(\phi' - \phi'')$, so erhält man die quadratische Gleichung für $\tan(\phi' - \phi'')$; ihre kleinste Wurzel ist in (7) zu setzen. Für die numerische Rechnung wird es bequemer sein, diese aus (8) durch angenäherte wiederholte Rechnung abzuleiten.

Will man in den Winkeln von $\tan \delta_p$ und $\tan \delta_s$ nur die ersten Potenzen von $\frac{\mu^2 - \pi^2}{\mu^2}$ berücksichtigen, so darf man in $\tan \delta_p$ das Glied von

$\tan(\phi' - \phi'')$, welches von $\left(\frac{\mu^2 - \pi^2}{\mu^2}\right)^2$ abhängt, in den Fällen nicht vernachlässigen, wo die Reflexion in der Nähe des Polarisations-Winkels statt findet, weil alsdann $\cos(\phi + \phi')$ gleichfalls den Factor $\mu^2 - \pi^2$ hat. Geschieht die Reflexion unter dem Polarisations-Winkel, so ergänzen sich die beiden Ablenkungen der Polarisations-Ebenen bei ursprünglich senkrechter und paralleler Polarisation δ_p und δ_s einander zu 90° und die letztere δ_s wird gleich dem Winkel α , d. i. der Abweichung der Polarisations-Ebene, wie sich aus (3) und (4) §. 8. ergibt.

Beide Ablenkungen δ_s und δ_p verschwinden auf der gegen die Axe senkrechten Fläche und auf jeder andern, wenn die Reflexions-Ebene parallel mit dem Hauptschnitt derselben ist. Außerdem giebt es auf jeder Fläche in jedem Azimuth der Reflexions-Ebene zwischen 0 und $\pm 90^\circ$ einen Einfallswinkel, bei welchem $\delta_p = 0$ wird und in jedem Azimuth zwischen $\pm 90^\circ$ und 180 einen Einfallswinkel, bei welchem δ_s verschwindet. Das System dieser Einfallswinkel wird symmetrisch durch den Hauptschnitt der reflectirenden Ebene getheilt. Um für jede reflectirende Ebene das System von Strahlen zu erhalten, in welchen die Drehungen bei paralleler und senkrechter Polarisation verschwinden, dient folgende Construction:

Es sei Fig. 7. *III'* der Hauptschnitt der reflectirenden Ebene, die in *H* mit der unter ihr liegenden Axe einen spitzen Winkel einschließt. Als Mittelpunkt des Krystalls nehmen wir einen auf der in *N* errichteten Normale der brechenden Fläche liegenden Punkt, dessen Entfernung von *N* wir $= 1$ setzen. Man mache $MN = M'N = \frac{1}{2} \frac{A}{C}$, beschreibe um *M* und *M'* mit dem Halbmesser *MN* zwei Kreise. Jede vom Mittelpunkt des Krystalls nach der Peripherie des Kreises *M* gezogene Linie stellt einen gewöhnlich gebrochenen Strahl vor, der aus einem solchen auffallenden Strahl entstanden ist, welcher keine Drehung bei ursprünglich senkrechter Polarisation erleidet, während die vom Mittelpunkt nach der Peripherie des Kreises *M'* gehenden Strahlen von solchen einfallenden Strahlen durch die gewöhnliche Brechung herrühren, die keine Drehung bei ursprünglich paralleler Polarisation erleiden.

Welches muß das Azimuth der einfallenden Strahlen sein, damit der reflectirte Strahl entweder parallel oder senkrecht gegen die Reflexions-Ebene polarisirt sei?

Ich werde das erstere Azimuth mit d_s , das zweite mit d_p bezeichnen. Aus den Gleichungen (4) ergibt sich, dafs, wenn der reflectirte Strahl parallel mit der Reflexions-Ebene polarisirt sein soll, $R_p = 0$ sein mufs; es mufs also $\frac{P}{S} = -\frac{s'}{p}$ sein und daher:

$$-\frac{s'}{p} = \tan d_s. \quad (7)$$

Dieselbe Betrachtung zeigt, dafs

$$-\frac{s}{p'} = \tan d_p. \quad (8)$$

Diese beiden Azimuthe der ursprünglichen Polarisations-Ebene d_s und d_p werden sich gleich, wenn die Reflexion unter dem Winkel der vollständigen Polarisation vor sich geht, denn dieser ist ja nach (3) §. 8. bestimmt durch $\frac{s'}{p} = \frac{s}{p'}$. Es wird bei diesem Azimuth gar kein Licht reflectirt. Es ist $-\frac{s}{p'}$ oder $-\frac{s'}{p}$, wenn für ϕ der Winkel der vollständigen Polarisation gesetzt wird, die Tangente des Azimuths, in welchem ein Strahl ursprünglich polarisirt sein mufs, damit er durch die Reflexion unter dem Polarisations-Winkel gänzlich verschwindet. Diese Tangente verhält sich zur Tangente der Ablenkung der Ebene der vollständigen Polarisation wie $-s$ zu p . Man sieht, dafs man den Winkel der vollständigen Polarisation durch Reflexion auch definiren kann als den Einfallswinkel, unter welchem ein in dem Azimuth d_s oder d_p polarisirter Strahl nicht reflectirt wird.

Übrigens sieht man das d_s und δ_s sowohl als $90 - d_p$ und δ_p zugleich verschwinden, und dafs bei demselben Einfalls-Winkel und derselben Einfalls-Ebene:

$$\frac{\tan \delta_s}{\tan d_s} = \frac{\cotg d_p}{\tan \delta_p}.$$

Der allgemeine Ausdruck für das Azimuth δ der Polarisations-Ebene des reflectirten Strahls, wenn das Azimuth der ursprünglichen Polarisation α war, so dafs also $\tan \alpha = \frac{P}{S}$ ist, ist folgender:

$$\tan \delta = \frac{\frac{r}{s} \tan \alpha + \tan \delta_s}{1 - \cotg d_p \tan \alpha}. \quad (9)$$

§. 10.

Bis jetzt habe ich angenommen, daß $\pi^2 - \mu^2$ gegen $1 - \mu^2$ eine kleine Gröfse ist, wie dies der Fall ist, wenn der Krystall von Luft umgeben ist. Wenn aber $1 - \mu^2$ selbst eine kleine Gröfse ist, oder gar $= 0$, dann treten Eigenthümlichkeiten auf, welche näher zu verfolgen um so mehr von Interesse ist, als Brewster diesen Fall schon vor sehr langer Zeit durch das Experiment verfolgt hat, und neuerlich hierher gehörige viel versprechende Beobachtungen angestellt zu haben scheint. Dieser Fall tritt ein, wenn auf der reflectirenden Fläche sich eine Schicht einer Flüssigkeit befindet, in welcher sich das Licht nahe eben so geschwinde bewegt als in dem Krystall. Dadurch werden einige Gröfsen, welche bei der Reflexion von der Doppelbrechung abhängen, außerordentlich vergrößert, z. B. der Winkel, den wir die Abweichung der Polarisations-Ebene genannt haben, der, wenn das Licht aus der Luft auf den Krystall fällt, immer nur einige Grade beträgt, der aber bei einer schicklichen Wahl einer Flüssigkeit bis auf 90° gesteigert werden kann. Bei solchen enormen Vergrößerungen dieses Winkels war es, daß Brewster die Abweichung der Polarisations-Ebene entdeckte (*Philos. Trans.* 1819).

Ich werde mich also mit den Gleichungen der Polarisations-Winkel und der Abweichung der Polarisations-Ebene noch einmal beschäftigen, in der Voraussetzung, daß $1 - \mu^2$ eine kleine Gröfse, oder das ϕ wenig von ϕ' verschieden sei. Entwickelt man die Gleichung des Polarisations-Winkels (16) §. 8. nach den Potenzen von $\sin(\phi - \phi') = \frac{(1 - \mu^2) \sin^2 \phi}{\sin(\phi + \phi')}$ und vernachlässigt die Glieder der dritten und höhern Ordnung in Beziehung auf $1 - \mu^2$ und $\pi^2 - \mu^2$, so erhält man:

$$(1) \quad (1 - \mu^2) \cos(\phi + \phi') - (\pi^2 - \mu^2) \{ A^2 \sin^2 \omega \cos(\phi + \phi') + A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi' \} = 0.$$

Hierin kann man bei demselben Grade der Annäherung setzen für:

$$\cos(\phi + \phi') = \cos 2\phi' - \frac{1 - \mu^2}{\mu^2} \sin^2 \phi',$$

indem hierdurch nur Glieder der dritten Ordnung vernachlässigt werden. Setzt man alsdann für $\cos 2\phi'$ seinen Werth $\cos^2 \phi' - \sin^2 \phi'$ und dividirt die Gleichung durch $\cos^2 \phi'$, so erhält man:

$$(2) \quad \tan^2 \phi' = \frac{\mu^2 \{ (1 - \pi^2) A^2 + (1 - \mu^2) C^2 \}}{(1 - \mu^2 - (\pi^2 - \mu^2) \sin^2 \omega) A^2 + (1 - \mu^2 - \mu^2 (\pi^2 - \mu^2)) C^2},$$

woraus:

$$\sin^2 \phi = \frac{(1 - \pi^2) A^2 + (1 - \mu^2) C^2}{1 - \mu^2 \pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) A^2 \sin^2 \omega}. \quad (3)$$

Für den Fall $\sin \omega = 0$ giebt dieser Ausdruck für den Sinus des Polarisations-Winkels ein genaues Resultat, dasselbe, welches in (7) §. 8. angegeben ist.

So lange π^2 und μ^2 , oder wenn man, statt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in der den Krystall berührenden Flüssigkeit $= 1$ zu setzen, diese v nennt, so lange $\frac{\pi^2}{v^2}$ und $\frac{\mu^2}{v^2}$ kleiner als 1 sind, erhält $\sin \phi$ einen möglichen Werth, und ebenso wenn beide größer als 1 sind. Man übersieht dies am leichtesten, wenn man setzt:

$$\frac{\pi^2}{v^2} = 1 - \psi, \quad \frac{\mu^2}{v^2} = 1 - \nu.$$

Dadurch erhält man:

$$\sin^2 \phi = \frac{\psi A^2 + \nu C^2}{(\psi + \nu - \psi \nu - (\nu - \psi) \sin^2 \omega) A^2 + (\psi + \nu - \psi \nu) C^2} \quad (4)$$

oder wenn man das Product $\psi \nu$ vernachlässigt

$$\sin^2 \phi = \frac{\psi A^2 + \nu C^2}{(\nu + \psi - (\nu - \psi) \sin^2 \omega) A^2 + (\nu + \psi) C^2}. \quad (5)$$

Die beiden Grenzfälle sind:

$$\begin{aligned} \psi &= 0, & \sin^2 \phi &= \frac{C^2}{1 - A^2 \sin^2 \omega} \\ \nu &= 0, & \sin^2 \phi &= \frac{A^2}{1 + A^2 \sin^2 \omega}. \end{aligned}$$

Die letztere Gleichung hat aber gänzlich ihre Bedeutung verloren, denn für den Fall, wo die umgebende Flüssigkeit genau denselben Brechungs-Coefficienten wie der gewöhnliche des Krystalls hat, giebt es keinen besondern Winkel der vollständigen Polarisation — wir werden sehen, dafs in diesem besondern Fall jeder reflectirte Strahl vollständig polarisirt ist. Wir werden später auch den sonderbaren Umstand aufklären, wie die Gleichung (4) für jeden noch so kleinen Werth von ν gilt, aber nicht für $\nu = 0$.

Die Gleichung (4) giebt immer einen reellen Werth für ϕ , so lange ν und ψ zugleich positiv oder zugleich negativ sind. Wenn aber diese beiden Gröfsen entgegengesetzte Vorzeichen haben, dann giebt es Fälle, wo der Polarisations-Winkel unmöglich wird. Wenn z. B. die umgebende Flüssigkeit einen

Brechungs-Coefficienten hat, der gerade in der Mitte zwischen dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Brechungs-Coefficienten des Krystalls steht, wenn also $\psi = -\nu$, dann erhalten wir:

$$\sin^2 \phi = \frac{A^2 - C^2}{\psi + 2A^2 \sin^2 \omega},$$

welches $\sin \phi$ imaginär macht, z. B. für alle Flächen, welche gegen die Axe schärfer als 45° geneigt sind, und auf den übrigen Flächen giebt es nur eine beschränkte Anzahl Azimuthe, wo der Polarisations-Winkel reel ist. Auf einer Fläche parallel der Axe ist für $\omega = 90$ der Polarisations-Winkel $\sin^2 \phi = \frac{1}{2+\psi}$, bei $\omega = 45$ ist $\sin^2 \phi = \frac{1}{1+\psi}$, also ϕ nahe $= 90$, für kleinere ω wird ϕ bald unmöglich. In dem Azimuth $\omega = 0$ giebt es nur reelle Werthe für den Polarisations-Winkel in dem kleinen Intervall der Neigungen der Flächen gegen die Axe von 45° bis $A^2 - C^2 = \psi$, und in diesem kleinen Intervall variiren sie von 0 bis 90° . Man sieht also, daß durch eine solche Flüssigkeit auf der Krystallfläche der Einfluß der krystallinischen Structur auf den Polarisations-Winkel bis in's Enorme gesteigert werden kann.

Die Gleichung für die Abweichung der Polarisations-Ebene (1) §. 9. verwandelt sich, wenn man statt $\cos(\phi + \phi')$ seinen Werth aus (1) d. §. setzt, nämlich:

$$\cos(\phi + \phi') = \frac{(\pi^2 - \mu^2)(A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi' - C^2 \sin^2 \phi')}{1 - \mu^2 - (\pi^2 - \mu^2)A^2 \sin^2 \omega}$$

in:

$$(6) \quad \tan \alpha = \frac{(\mu^2 - \pi^2) A \sin \omega (C \sin \phi' + A \cos \omega \cos \phi')}{1 - \mu^2 - (\pi^2 - \mu^2) A^2 \sin^2 \omega}.$$

Diese Formel müßte die Beobachtungen darstellen, welche Brewster 1819 in den *Philos. Transact.* bekannt gemacht hat, über die Ablenkungen der Polarisation an der gemeinschaftlichen Grenze zwischen Kalkspath und Cassia-Öl, wenn diese genau unter dem Polarisations-Winkel beobachtet wären, was nicht der Fall gewesen zu sein scheint; denn dieser variirt ungefähr zwischen 30° und 45° auf der natürlichen Bruchfläche mit Cassia-Öl bedeckt, und Brewster scheint immer in der Nähe der Incidenz 45° beobachtet zu haben. Ich will aber doch aus dieser Formel die Abweichung der Polarisations-Ebene für diesen Fall, nämlich wenn die natürliche Bruchfläche des Kalkspaths, bedeckt mit Cassia-Öl, die reflectirende Ebene ist, berechnen, und sie mit den Beobachtungen von Brewster zusammenstellen. Wenn wir auch

wegen des angegebenen Umstandes keine große Übereinstimmung zwischen Berechnung und Beobachtung finden werden, so wird doch der Gang der Abweichungen der Polarisations-Ebene in beiden noch derselbe sein, was schon als eine Art Bestätigung der Formel (5) angesehen werden muß. Diese Formel verwandelt sich, wenn die reflectirende Ebene unter 45° gegen die Axe geneigt ist, was bei der natürlichen Bruchfläche des Kalkspaths nahe der Fall ist in:

$$\text{tang } \alpha = \frac{\frac{\mu^2 - \pi^2}{2} \sin \omega (\sin \phi' + \cos \omega \cos \phi)}{1 - \mu^2 - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin^2 \omega}. \quad (7)$$

Da der Brechungs-Coefficient des Cassia-Öls nicht genau bekannt ist, werde ich statt seiner die Beobachtung von Brewster der Rechnung zu Grunde legen, daß im Azimuth $\omega = 42^\circ$ die Abweichung $\alpha = 90^\circ$ war; man erhält hieraus, wenn man statt μ und π schreibt $\frac{\mu}{\nu}$, $\frac{\pi}{\nu}$, die Gleichung:

$$\nu^2 = \mu^2 + \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin^2 42^\circ,$$

wo $\frac{1}{\nu}$ nahe gleich dem Brechungs-Coefficienten des Cassia-Öls sein muß. Setzt man für μ und π ihre Werthe im Kalkspath $\mu = 0,60288$, $\pi = 0,67254$, so findet man $\nu^2 = 0,3831$ und $\nu = 0,6192$. Dieser Werth von ν stimmt nahe genug mit einer von Brewster gemachten und von J. Young reducirten directen Bestimmung des Brechungs-Coefficienten des Cassia-Öls überein (*Herschel Traité de la lumière p. Quetel. p. 291.*), wonach $\nu = 0,6158$ sein würde.

In der folgenden Tafel habe ich die mit $\nu = 0,6192$ berechneten Polarisations-Winkel und Abweichungen der Polarisations-Ebene auf der natürlichen Bruchfläche des Kalkspaths mit Cassia-Öl berechnet:

ω	Polarisations- Winkel.	Abweichung der Polarisations- Ebene.	Brewsters Beobachtungen.
0°	$47^\circ 16'$	0°	0°
12	46 1	- 35 41	- 45
42	37 47	90	90
90	31 30	+ 41 53	+ 45
180	47 16	0	0

Eine besondere Betrachtung verdient der Fall, wo die umgebende Flüssigkeit genau den gewöhnlichen Brechungs-Coefficienten des Krystalls hat, wo also

$\mu = 1$ ist. Entwickelt man die Ausdrücke für p, s, p', s' in (5) §. 7. für diesen Fall, so findet man:

$$(8) \quad \begin{aligned} p &= \frac{(C^2 \sin^2 \phi - A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi) \sin(\phi'' - \phi)}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi'' - \phi)}{\sin(\phi'' + \phi)} \\ s' &= \frac{A \sin \omega (C \sin \phi + A \cos \omega \cos \phi) \sin(\phi'' - \phi)}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi'' - \phi)}{\sin(\phi'' + \phi)} \\ p' &= \frac{A \sin \omega (C \sin \phi - A \cos \omega \cos \phi) \sin(\phi'' - \phi)}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi'' - \phi)}{\sin(\phi'' + \phi)} \\ s &= \frac{A^2 \sin^2 \omega \sin(\phi'' - \phi)}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi'' - \phi)}{\sin(\phi'' + \phi)} \end{aligned}$$

und hieraus nach (4) §. 7.:

$$\begin{aligned} R_p &= \frac{(C \sin \phi - A \cos \omega \cos \phi) P + A \sin \omega S}{1 - \gamma^2} (C \sin \phi + A \cos \omega \cos \phi) \frac{\sin(\phi'' - \phi)}{\sin(\phi'' + \phi)} \\ R_s &= \frac{(C \sin \phi - A \cos \omega \cos \phi) P + A \sin \omega S}{1 - \gamma^2} A \sin \omega \frac{\sin(\phi'' - \phi)}{\sin(\phi'' + \phi)}, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt, daß der Quotient R_p durch R_s unabhängig von P und S ist, daß also, welches auch die Richtung des einfallenden Lichtes ist, das reflectirte Licht immer vollständig polarisirt ist, und zwar in dem Azimuth α , wo

$$(9) \quad \tan \alpha = \frac{R_p}{R_s} = \frac{C \sin \phi + A \cos \omega \cos \phi}{A \sin \omega}.$$

Dabei ist es gleichgültig, ob das einfallende Licht natürliches oder polarisirtes ist. Das Azimuth α hat eine einfache physikalische Bedeutung. Man denke sich in dem Krystall eine ungewöhnliche Wellen-Ebene parallel mit der reflectirten; das Azimuth der Polarisations-Ebene dieser ungewöhnlichen Wellen-Ebene ist dasselbe als das in der reflectirten Wellen-Ebene, ist $= \alpha$. Dieses Azimuth ist übrigens die Grenze der Abweichung der Polarisations-Ebene in (6), wenn dort $\mu = 1$ wird. Wenn man ν die Neigung des einfallenden Strahls gegen die Axe nennt, so daß also

$$\sin^2 \nu = 1 - \gamma^2 = A^2 \sin^2 \omega + (C \sin \phi - A \cos \omega \cos \phi)^2$$

und ν' die Neigung des reflectirten Strahls gegen die Axe, wo also:

$$\sin^2 \nu' = A^2 \sin^2 \omega + (C \sin \phi + A \cos \omega \cos \phi)^2$$

ist, so hat man, wenn es unpolarisirtes Licht war, welches einfiel, für die Intensität des reflectirten Lichtes

$$\frac{1}{2} \frac{\sin^2 \nu' \sin^2(\phi'' - \phi)}{\sin^2 \nu \sin^2(\phi'' + \phi)}.$$

Wenn das einfallende Licht im Azimuth b polarisirt ist, und

$$\tan b = \frac{-A \sin \omega}{C \sin \phi - A \cos \omega \cos \phi}$$

ist, so wird gar kein Licht reflectirt; es wird im Maximum reflectirt, wenn es im Azimuth c polarisirt ist; wo:

$$\tan c = \frac{C \sin \phi - A \cos \omega \cos \phi}{A \sin \omega}.$$

Zerlegt man also das einfallende polarisirte Licht in zwei Theile, die nach den zwei auf einander senkrechten Azimuthen b und c polarisirt sind, so wird nur der nach c polarisirte Theil reflectirt, und nennt man diesen C^2 , so ist die ganze reflectirte Lichtmenge:

$$\frac{C^2 \sin^2 \nu' \sin^2(\phi'' - \phi)}{\sin^2 \nu \sin^2(\phi'' + \phi)}, \quad (10)$$

wo ν und ν' die Neigung der optischen Axe gegen den einfallenden und reflectirten Strahl bezeichnen; die beiden Azimuthe b und c sind aber diejenigen, in welchen eine mit der einfallenden Wellen-Ebene im Innern des Krystalls parallele Wellen-Ebene polarisirt ist, je nachdem sie eine gewöhnliche oder ungewöhnliche ist.

Ich habe vorher schon gesagt, daß die Gleichung (4) für jeden noch so kleinen Werth von ν gilt, nur nicht für $\nu = 0$, d. i. für $\mu^2 = 1$. Dies hat seinen Grund darin, daß die Gleichung $ps - p's' = 0$, aus welcher die Gleichung (4) abgeleitet ist, den Factor $(u^2 - 1)$ hat. Um dieses scheinbare plötzliche Verschwinden der Bedeutung des Winkels der vollständigen Polarisation zu verstehen, muß man einen allgemeineren Gesichtspunkt der Polarisation durch Reflexion an Krystallflächen verfolgen. Wie bei unkrystallinischen Medien, so wird auch hier bei jeder Reflexion, welches auch die Incidenz sei, ein Theil des Lichtes polarisirt, und dieser Theil vermehrt sich, je mehr sich μ dem Werthe 1 nähert, wo unter allen Incidenzen der polarisirte Theil gleich dem reflectirten wird. Das Polarisations-Azimuth des polarisirten Theils im reflectirten Licht fällt aber nicht wie bei unkrystallinischen Körpern mit der Einfalls-Ebene zusammen, sondern hängt hier von der Richtung des reflectirten Strahls ab. — Nehmen wir an, daß natürliches Licht von der Intensität I^2 einfalle, zerlegen wir das reflectirte Licht in zwei Portionen, die eine

in dem Azimuth β polarisirt, die andere senkrecht darauf, die erstere werde mit R'_s bezeichnet, die andere mit R'_p , so hat man nach §. 8.:

$$R'_s = \frac{I^2}{2} \{ (p \sin \beta + p' \cos \beta)^2 + (s' \sin \beta + s \cos \beta)^2 \}$$

$$R'_p = \frac{I^2}{2} \{ (p \cos \beta - p' \sin \beta)^2 + (s' \cos \beta - s \sin \beta)^2 \}.$$

Der volle Theil polarisirten Lichtes im reflectirten Licht ist das Maximum von $(R'_s - R'_p)$ in Beziehung auf β .

Man findet überhaupt:

$$R'_s - R'_p = \{ ((p'^2 + s^2) - (p^2 + s'^2)) \cos 2\beta + 2(pp' + ss') \sin 2\beta \} \frac{I^2}{2}$$

und für das Maximum oder Minimum die Gleichung

$$(7) \quad 0 = ((p'^2 + s^2) - (p^2 + s'^2)) \sin 2\beta - 2(pp' + ss') \cos 2\beta,$$

deren zwei Wurzeln um 90° von einander verschieden sind. Durch diese Gleichung erhält man den Werth von $R'_s - R'_p$:

$$R'_s - R'_p = \frac{I^2}{2} \sqrt{((p'^2 + s^2) - (p^2 + s'^2))^2 + 4(pp' + ss')^2}$$

oder, anders geschrieben:

$$(8) \quad R'_s - R'_p = \frac{I^2}{2} \sqrt{(p^2 + p'^2 + s^2 + s'^2)^2 - 4(ps - p's')^2}.$$

Da die ganze reflectirte Lichtmenge ist: $R'_s + R'_p = p^2 + p'^2 + s^2 + s'^2$ und da $(ps - p's')$ den Factor $(1 - \mu^2)$ enthält, so ersieht man, daß bei kleinen Werthen von $1 - \mu^2$ das reflectirte Licht unter jeder Incidenz nahe vollständig polarisirt ist, denn der Rest, welcher nicht polarisirt, hängt ab von $(1 - \mu^2)^2$. Es hört also die Bedeutung der Gleichung (4) nicht plötzlich mit $\mu^2 - 1 = 0$ auf, sondern sie verliert nach und nach ihre Bedeutung, und für die Praxis ist sie schon lange vorher, ehe $\mu^2 - 1 = 0$ ist, ohne Bedeutung. Dafür gewinnt die Gleichung (7), welche das Azimuth β der stärksten Polarisation bestimmt, immer mehr an Bedeutung. Dieses Azimuth β fällt zusammen mit dem in (6) bestimmten Azimuth α oder mit dem in (5) bestimmten Azimuth α , wenn $ps - p's' = 0$ ist, je nachdem der eine Factor dieser Gleichung $1 - \mu^2$, oder der andre Factor $= 0$ ist. Um aber für den Werth von β allgemein eine Annäherung in dem Falle zu haben, wo der Krystall von einer mit

ihm nahe gleich stark das Licht brechenden Flüssigkeit bedeckt ist, kann man in den Werthen von p, p', s, s' in (5) §. 7. die höhern Potenzen von $\sin(\phi - \phi')$ und $\sin(\phi - \phi'')$ vernachlässigen und erhält dann:

$$p = \frac{\cos 2\phi \sin(\phi - \phi')}{\sin 2\phi} - \frac{C^2 \sin^2 \phi - A^2 \cos^2 \omega \cos^2 \phi}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin 2\phi}$$

$$s = -\frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin 2\phi} - \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin 2\phi}$$

$$p' = -\frac{A \sin \omega (C \sin \phi - A \cos \omega \cos \phi)}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin 2\phi}$$

$$s' = -\frac{A \sin \omega (C \sin \phi + A \cos \omega \cos \phi)}{1 - \gamma^2} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin 2\phi}.$$

Um von der Formel (7) eine Anwendung zu machen, werde ich annehmen, dafs der Einfallswinkel 45° betrage, dann erhält man:

$$\tan 2\beta = \frac{\frac{1}{2} A \sin \omega (C + A \cos \omega) (1 - \mu^2 - (\pi^2 - \mu^2)(1 - \gamma^2)) (\mu^2 - \pi^2)}{(1 - \mu^2)^2 + \frac{1}{2} A^2 \sin^2 \omega (\mu^2 - \pi^2)(1 - \mu^2) + (A^2 \sin^2 \omega - \frac{1}{2} (C + A \cos \omega)^2)(1 - \gamma^2)(\mu^2 - \pi^2)^2}.$$

Wollte man diese Formel durch Reflexion an der natürlichen Bruchfläche des Kalkspaths prüfen, so kann man setzen

$$A = C = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad 1 - \gamma^2 = \frac{1}{2} \{ \sin^2 \omega + \frac{1}{2} (1 - \cos \omega)^2 \},$$

und dann findet man:

$$\tan 2\beta = \frac{\sqrt{2} \sin \omega \cos^2 \frac{1}{2} \omega \left(\frac{\pi^2 - 1}{\pi^2 - \mu^2} - \cos^4 \frac{1}{2} \omega \right)}{\frac{1}{4} \left(2 \frac{1 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2} - \sin^2 \omega \right)^2 - \frac{1}{16} \sin^2 \omega (\sin^2 \omega + 8 \cos \omega)}.$$

Ich habe diese Formel berechnet für den Fall, wo die natürliche Bruchfläche des Kalkspaths mit Cassia-Öl bedeckt ist, für welches ich den oben gefundenen Brechungs-Coefficienten 1,6192 angenommen habe. Ich stelle die berechneten Azimuthe der Polarisations-Ebenen im reflectirten Strahl bei einer Incidenz von 45° in folgende Tafel zusammen, weil es von Interesse ist, in einem numerischen Beispiel diese Azimuthe zu vergleichen mit denjenigen, die stattfinden, wenn die Reflexion unter dem Winkel der vollständigen Polarisation geschieht, welche in der vorhergehenden Tafel angegeben sind.

ω	β
0°	0°
12	— 35 45
14	— 41 19
40 22	90
42	+ 87 22
90	+ 43 57
180	0

§. 11.

Die Gleichungen (3) §. 7. enthalten das Gesetz, nach welchem das gebrochene Licht sich zwischen den gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen theilt. Es seien deren Licht-Intensitäten I'^2 und I''^2 , so ist, da sich diese wie die lebendigen Kräfte verhalten:

$$I'^2 : I''^2 = D'^2 : D''^2 U,$$

wo

$$U = \frac{\sin 2\phi''}{\sin 2\phi'} \left(1 + \frac{\gamma'' (C \sin \phi'' - A \cos \omega \cos \phi'') \sin(\phi' + \phi'') \sin(\phi' - \phi'')}{(1 - \gamma''^2) \sin \phi'' \cos \phi''} \right)$$

und D' und D'' die Bedeutung haben, in welcher sie in §. 7. gebraucht sind. Wenn das einfallende Licht senkrecht auf der Einfalls-Ebene polarisirt ist, so hat man demnach:

$$(1) \quad I'^2 : I''^2 = \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma''^2} \sin^2(\phi + \phi') : \frac{(C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi')^2}{1 - \gamma''^2} \sin^2(\phi + \phi') U.$$

Der gewöhnliche Strahl verschwindet hier also 1) wenn die brechende Ebene senkrecht auf der Axe steht, 2) wenn die Einfalls-Ebene parallel mit der Axe ist. Der ungewöhnliche Strahl verschwindet, wenn

$$(2) \quad C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi' = 0$$

ist, d. i. wenn die Polarisations-Ebene des gewöhnlichen Strahls senkrecht gegen die Einfalls-Ebene steht. Dies sind dieselben Strahlen, für welche wir in §. 9. $\tan \delta_p = 0$ gefunden haben, und welche dort durch die Kegelfläche M in Fig. 7. construirt sind.

Angenähert hat man für das Verhältniß $I'^2 : I''^2$, wenn man für U seinen Werth setzt und die zweiten und höhern Potenzen von $\sin(\phi' - \phi'')$ vernachlässigt:

$$I'^2 : I''^2 = A^2 \sin^2 \omega : (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi')^2 \left(1 - 2 \frac{\sin(\phi - \phi') \sin(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi + \phi') \sin(\phi' + \phi'')} \right). \quad (3)$$

Wenn der einfallende Strahl parallel mit der Einfallsebene polarisirt ist, so hat man

$$I'^2 : I''^2 = \left\{ \frac{C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi + \sin \phi'' \cos^2 \phi')}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \sqrt{1 - \gamma''^2}} \right\}^2 : \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma''^2} U, \quad (4)$$

wonach der ungewöhnliche Strahl verschwindet: 1) wenn $A = 0$, 2) wenn $\sin \omega = 0$. Der gewöhnliche Strahl verschwindet, wenn

$$C(\sin \phi'' \sin \phi \cos \phi + \cos \phi'' \sin^2 \phi') - A \cos \omega (\cos \phi'' \sin \phi \cos \phi + \sin \phi'' \cos^2 \phi') = 0 \quad (5)$$

oder, wenn man ϕ' und ϕ eliminirt:

$$\begin{aligned} & (C \sin \phi'' - A \cos \omega \cos \phi'')^2 \{ \mu^2 - (\mu^2 - \pi^2)(1 - \gamma''^2) - \sin^2 \phi'' \} \\ & = (\mu^2 \cos \phi'' (C \sin \phi'' - A \cos \omega \cos \phi'') + (\mu^2 - \pi^2) A \cos \omega (1 - \gamma''^2))^2. \end{aligned}$$

Diese Strahlen gehören einem Kegel vierter Ordnung an; annäherungsweise erhält man für die brauchbare Wurzel:

$$\tan \phi'' = \frac{A \cos \omega}{C} \left\{ 1 + \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\mu^2} \frac{A^2 \sin^2 \omega (1 - A^2 \sin^2 \omega)}{C^2} \right\}, \quad (6)$$

so daß also der Kegel (2) die erste Annäherung darstellt.

Bei Vernachlässigung der höhern Potenzen von $\sin(\phi' - \phi'')$ findet man das Verhältniß der beiden Intensitäten (4)

$$I'^2 : I''^2 = (C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi')^2 : A^2 \sin^2 \omega \left(1 + 2 \frac{\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') (C \sin \phi' + A \cos \omega \cos \phi') \sin(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') (C \sin \phi' + A \cos \omega \cos \phi') \sin(\phi' + \phi'')} \right).$$

Wenn der einfallende Strahl allgemein im Azimuth α polarisirt ist, so hat man:

$$\frac{I'^2}{I''^2} = \frac{\sin^2(\phi + \phi')}{\sin^2(\phi + \phi')} \frac{\left\{ \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \sin \alpha - \left(\frac{C \sin \phi'' - A \cos \omega \cos \phi''}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \cos(\phi - \phi'') + \frac{\gamma'' (\sin^2 \phi' - \sin^2 \phi'')}{\sqrt{1 - \gamma''^2} \sin(\phi + \phi')} \right) \cos \alpha \right\}^2}{\left\{ \left(\frac{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \right) \sin \alpha + \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \gamma''^2}} \cos(\phi - \phi') \cos \alpha \right\}^2} U. \quad (7)$$

Bei einem gegebenen Einfallswinkel und einem gegebenen Azimuth der Einfallsebene kann man immer durch die Wahl des Azimuths der Polarisations-Ebene des einfallenden Strahls entweder den gewöhnlichen oder den ungewöhnlichen Strahl verschwinden machen. Soll der gewöhnliche

Strahl verschwinden, so hat man für das Azimuth a' der ursprünglichen Polarisations-Ebene:

$$(8) \quad \tan a' = \frac{(C \sin \phi'' - A \cos \omega \cos \phi'')}{A \sin \omega} \cos(\phi - \phi'') + \frac{\gamma'' (\sin^2 \phi' - \sin^2 \phi'')}{A \sin \omega \sin(\phi + \phi'')}.$$

Soll der ungewöhnliche Strahl verschwinden, so ist das Azimuth a'' :

$$(9) \quad \tan a'' = - \frac{A \sin \omega \cos(\phi - \phi')}{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}.$$

Die Richtigkeit dieser beiden Formeln habe ich an zwei mir von Herrn Dr. Seebeck mitgetheilten Beobachtungen bestätigt gefunden.

Die beiden Azimuthe a' und a'' stehen nicht aufeinander senkrecht, wie man nach der von Biot im *Traité de physique* T. IV. p. 368. gegebenen Regel hätte erwarten sollen. Diese Regel entfernt sich aber überhaupt für Einfallswinkel, die nicht sehr klein sind, sehr stark von der Wirklichkeit (*). Wenn die brechende Ebene parallel mit der Axe, also $C = 0$ ist, seien die entsprechenden Azimuthe (a') und (a''), dann hat man:

$$\begin{aligned} \tan(a') &= -\cotg \omega \cos \phi'' \cos(\phi - \phi') + \cotg \omega \sin \phi'' \frac{(\sin^2 \phi' - \sin^2 \phi'')}{\sin(\phi + \phi'')} \\ \tan(a'') &= \tan \omega \frac{\cos(\phi - \phi')}{\cos \phi'}, \end{aligned}$$

während die erwähnte Regel von Biot heisst:

$$\tan(a') = -\cotg \omega \quad \text{und} \quad \tan(a'') = \tan \omega.$$

Die Formel (9) hat eine einfache Bedeutung. Sie bestimmt genau dasjenige Azimuth, in welchem ein Strahl polarisirt sein mußte, damit er nach der Refraction durch einen unkrystallinischen Körper in demselben Azimuth polarisirt sei, nach welchem der gewöhnliche Strahl in einem krystallinischen Medium polarisirt ist. Bei dem Werthe von a' in (8) gilt dies nur von seiner ersten Annäherung.

Wenn natürliches Licht auf ein krystallinisches Medium fällt, so haben die beiden Strahlen, in welche es durch die Refraction getheilt wird, im Allgemeinen nicht gleiche Intensität. Man hat in diesem Falle, indem man

(*) Anmerk. Ohne Zweifel ist diese Regel auch deshalb in dem *Précis élémentaire* von Biot nicht aufgenommen.

dieselben Betrachtungen anwendet, welche uns in §. 8. die Ausdrücke für die Intensität des reflectirten Lichtes, wenn das einfallende Licht nicht polarisirt war, gegeben haben, anwendet:

$$\frac{I'^2}{I''^2} = \frac{\{A \sin \omega \sin(\phi + \phi'')\}^2 + \{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi''\} \sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') + \gamma'' (\sin^2 \phi' - \sin^2 \phi'')\}^2}{\{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'\} \sin(\phi + \phi') + \{A \sin \omega \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')\}^2} \frac{1 - \gamma'^4}{(1 - \gamma''^2)^2} \quad (10)$$

Entwickelt man diesen Ausdruck und vernachlässigt alle Glieder, welche von $\sin(\phi' - \phi'')$ abhängen, so erhält man als erstes, allein von der Lage der Polarisations-Ebenen in den gebrochenen Strahlen abhängiges Glied:

$$\frac{I'^2}{I''^2} = \frac{1 - \frac{(C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'')^2}{1 - \gamma'^2} \sin^2(\phi - \phi')}{1 - \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma'^2} \sin^2(\phi - \phi')}.$$

§. 12.

Bis jetzt haben wir uns mit den Phänomenen beschäftigt, welche den Eintritt eines Lichtstrahls in ein einaxiges krystallinisches Medium begleiten; ich werde jetzt den Austritt eines Strahls aus einem solchen Medium untersuchen. Die oben erhaltenen Grundgleichungen (11) §. 6. lassen sich hier nicht, wie dies in dem entsprechenden Fall bei unkrystallinischen Medien der Fall ist, anwenden, diese müssen vielmehr aus den im §. 2. entwickelten Principien erst abgeleitet werden.

Es sei Fig. 8. Ad eine im Innern des krystallinischen Mediums sich bewegende Wellen-Ebene, ihr zugehörige Strahlen seien AD und AD' ; diese Wellen-Ebene werde an der Grenze des Mediums AA' theils gebrochen in die Wellen-Ebene As , deren zugehörige Strahlen die Linien AS und AS' vorstellen, theils reflectirt in die Wellen-Ebenen Ar' und Ar'' , erstere eine gewöhnliche Wellen-Ebene, letztere eine ungewöhnliche. Die Linien AR' , AR' und AR'' , AR'' stellen zu den Wellen-Ebenen Ar' und Ar'' gehörige Strahlen vor. Es sei die einfallende Wellen-Ebene Ad eine gewöhnliche; ihr Einfallswinkel $AA'd$ sei ψ' , der Reflexions-Winkel von Ar' sei ξ' und der von Ar'' sei ξ'' ; der Brechungs-Winkel $AA's$ sei gleich ι' . Unter diesen vier Winkeln finden folgende Gleichungen statt:

$$\sin^2 \iota' = \frac{\sin^2 \psi'}{\mu^2} = \frac{\sin^2 \xi'}{\mu^2} = \frac{\sin^2 \xi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2}, \quad (1)$$

wo γ'' den Cosinus der Neigung der Normale der Wellen-Ebene $A'r''$ gegen die Axe bezeichnet. Die Cosinusse der entsprechenden Winkel für die Wellen-Ebenen Ad und $A'r'$ seien γ' und γ'_1 . Wenn die einfallende Wellen-Ebene Ad eine ungewöhnliche ist, werde ihr Einfallswinkel mit ψ'' bezeichnet, ihr Brechungs-Winkel mit ι'' und die beiden Reflexions-Winkel mit ξ'_1 und ξ''_1 . Die Sinusse der Neigungen der einfallenden und der beiden reflectirten Wellen-Ebenen gegen die Axe seien respective γ'' , γ''_1 und γ''_2 . Zwischen ψ'' , ι'' , ξ'_1 und ξ''_1 finden folgende Gleichungen statt:

$$(2) \quad \sin^2 \iota'' = \frac{\sin^2 \psi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} = \frac{\sin \xi''_1}{\mu^2} = \frac{\sin \xi''_2}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2}.$$

In (1) bestimmen sich $\sin \xi'_1$ und $\sin \iota'$ unmittelbar aus dem gegebenen $\sin \psi'$; für $\sin \xi''_1$ erhält man, wenn statt γ''_1 sein Werth gesetzt wird, eine quadratische Gleichung, in welcher die negative Wurzel den Werth für ξ''_1 giebt. Die positive Wurzel gehört einer ungewöhnlichen Wellen-Ebene an, nahe so liegend wie Ad , welche unter demselben Winkel ι' wie Ad aus dem krytallinischen Medium austritt. Es ist die zu der gewöhnlichen Wellen-Ebene Ad gehörige ungewöhnliche Wellen-Ebene. Nennt man die Neigung dieser ungewöhnlichen Wellen-Ebene gegen die brechende Ebene ψ'' , so findet man:

$$(3) \quad \begin{aligned} \tan \xi''_1 + \tan \psi'' &= - \frac{2(\pi^2 - \mu^2) AC \cos \omega \sin^2 \iota'}{1 - \pi^2 \sin^2 \iota' + (\pi^2 - \mu^2) A^2 \cos^2 \omega \sin^2 \iota'} \\ \tan \xi''_1 \tan \psi'' &= - \frac{(\pi^2 A^2 + \mu^2 C^2) \sin \iota'}{1 - \pi^2 \sin^2 \iota' + (\pi^2 - \mu^2) A^2 \cos^2 \omega \sin^2 \iota'}. \end{aligned}$$

In (2) wird durch das gegebene ψ'' unmittelbar ι'' und ξ''_1 bestimmt; zwischen ψ'' und ξ''_2 finden Relationen statt, die man aus (3) erhält, wenn statt ξ''_1 , ψ'' , ι' gesetzt wird respective ξ''_2 , ψ'' , ι'' . Ich werde die Winkel ξ'_1 , ξ''_1 , ξ'_2 , ξ''_2 mit ihrem negativen Vorzeichen in die folgende Rechnung einführen.

Die Cosinusse der Neigungen der Normale der einfallenden Wellen-Ebene gegen die drei Coordinaten-Axen, wenn sie eine gewöhnliche ist, seien $\alpha', \beta', \gamma''$, dieselben Cosinusse für die aus ihr entstehende gebrochene Wellen-Ebene und die beiden reflectirten seien α' , β' , γ' und α'_1 , β'_1 , γ'_1 , α'_2 , β'_2 , γ'_2 . Wenn die einfallende Wellen-Ebene eine ungewöhnliche ist, so sollen diese Cosinusse bezeichnet werden mit α'' , β'' , γ'' ; α''_1 , β''_1 , γ''_1 ; α''_2 , β''_2 , γ''_2 . Man hat nach (6) §. 4.:

$$\begin{aligned} a' &= A \cos i' - C \cos i' \cos \omega' \\ b' &= \sin i' \sin \omega' \\ c' &= C \cos i' + A \sin i' \cos \omega', \end{aligned} \quad (4)$$

wenn A , $B = 0$, C die Sinusse der Winkel sind, welche die brechende Ebene mit den Coöordinaten-Axen bildet. Hieraus erhält man a'' , b'' , c'' , wenn statt i' gesetzt wird i'' . Man erhält ferner $\alpha' \beta', \gamma', \alpha'' \dots \alpha' \dots \alpha'' \dots \alpha'' \dots \alpha'' \dots$, wenn i' vertauscht wird, mit $\psi', \psi'', -\xi', -\xi'', -\xi'', -\xi''$.

Die Oscillations-Geschwindigkeit in der einfallenden Wellen-Ebene soll, je nachdem sie eine gewöhnliche oder ungewöhnliche ist, bezeichnet werden mit D' oder D'' . Die Geschwindigkeiten in der reflectirten gewöhnlichen und ungewöhnlichen Wellen-Ebene respective mit R'_i und R''_i , wenn sie aus D' entstanden sind, und mit R'_r und R''_r , wenn sie aus D'' entstanden sind. Die Geschwindigkeit in der gebrochenen Wellen-Ebene zerlegen wir parallel und senkrecht auf der Einfallsebene, und nennen die Componenten respective S' und P' , wenn sie aus D' entstanden sind, und S'' und P'' , wenn sie aus D'' entstanden sind. Die Richtungen der Geschwindigkeiten D' und D'' bilden mit den Coöordinaten-Axen Winkel, deren Cosinusse ich bezeichne mit $(D'_a), (D'_b), (D'_c)$ und $(D''_a), (D''_b), (D''_c)$. Die Größen $(R'_a), (R'_b), (R'_c), (R''_a) \dots (R''_a) \dots (R''_a) \dots$ sollen die entsprechende Bedeutung für die Geschwindigkeiten R'_i, R'_r, R''_i, R''_r haben. Die Richtung der Geschwindigkeiten P', P'' und S', S'' bilden mit den drei Elasticitäts-Axen Winkel, deren Cosinusse sind: $E'_1, E'_2, E'_3; E''_1, E''_2, E''_3; G'_1, G'_2, G'_3; G''_1, G''_2, G''_3$.

Diese Bezeichnung vorausgesetzt, giebt das Prinzip der Gleichheit der Componenten, wenn die einfallende Ebene eine gewöhnliche ist, folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} P'E'_1 + S'G'_1 &= D'(D'_a) + R'_i(R'_a) + R''_r(R''_a) \\ P'E'_2 + S'G'_2 &= D'(D'_b) + R'_i(R'_b) + R''_r(R''_b) \\ P'E'_3 + S'G'_3 &= D'(D'_c) + R'_i(R'_c) + R''_r(R''_c) \end{aligned} \quad (5)$$

und ist die einfallende Wellen-Ebene eine ungewöhnliche, so erhält man ein ähnliches System, man hat nur statt R'_i, R''_i, R'_a etc. zu setzen R'_r, R''_r, R'_a etc. und den übrigen Buchstaben oben noch ein „hinzuzufügen. Die Cosinusse $E'_1, E'_2, E'_3, E''_1 \dots G'_1 \dots G''_1 \dots$ erhält man aus (8) und (9) §. 4., wenn statt ϕ gesetzt wird respective i' und i'' . Die Cosinusse $(D'_a) \dots$ und $(D''_a) \dots$ sind dieselben, welche in (13) und (12) §. 4. mit R'_a und $R''_a \dots$ bezeichnet sind,

und man erhält aus ihnen $R'_a \dots R''_a \dots R'_a \dots R''_a \dots$, wenn α', β', γ' und $\alpha'', \beta'', \gamma''$ vertauscht werden mit $\alpha', \beta', \gamma'; \alpha'', \beta'', \gamma''$ und $\alpha', \beta', \gamma'; \alpha'', \beta'', \gamma''$.

Multipliziert man die Gleichungen (5) respective 1) mit E'_1, E'_2, E'_3 , 2) mit F'_1, F'_2, F'_3 , diese Buchstaben in derselben Bedeutung genommen, als in (7) §. 4., und 3) mit $A, B=0, C$, und nimmt jedesmal die Summe der Producte, so verwandeln sich die Gleichungen (5) in folgende:

$$P' = D' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma'^2}} + R'_a \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma'^2}} - R''_a \frac{C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}}$$

$$(b) S' \cos i' = -D' \cos \psi' \frac{(C \sin \psi' + A \cos \omega \cos \psi')}{\sqrt{1-\gamma'^2}} + R'_a \cos \xi'_1 \frac{(C \sin \xi'_1 + A \cos \xi'_1 \cos \omega)}{\sqrt{1-\gamma'^2}} + R''_a \frac{A \sin \omega \cos \xi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}}$$

$$S \sin i' = -D' \sin \psi' \frac{(C \sin \psi' + A \cos \omega \cos \psi')}{\sqrt{1-\gamma'^2}} - R'_a \sin \xi'_1 \frac{(C \sin \xi'_1 + A \cos \xi'_1 \cos \omega)}{\sqrt{1-\gamma'^2}} - R''_a \frac{A \sin \omega \sin \xi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}}$$

wenn man die Relationen in (2) a) §. 5. berücksichtigt, und daselbst statt $R'_a \dots$ und $R''_a \dots$ nach und nach setzt $D'_a \dots R'_a \dots$ und $R''_a \dots$ und statt $\phi': \psi', \xi'_1$ und statt $\phi'': \xi''$ etc.

Um die aus dem Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte sich ergebende Gleichung zu bilden, muß man das Verhältniß eines Volumens der einfallenden Wellen-Ebene suchen zu den entsprechenden Volumen, über welche die in jenem enthaltene Geschwindigkeit sich in den gebrochenen und in den reflectirten Wellen-Ebenen verbreitet. Ich werde \mathfrak{P}' und \mathfrak{P}'' das Volumen in den einfallenden Wellen-Ebenen D' und D'' nennen, in ihren gebrochenen Wellen-Ebenen \mathfrak{Q}' und \mathfrak{Q}'' und in den reflectirten R'_a, R''_a werde ich die entsprechenden Volumina mit $\mathfrak{P}'_a, \mathfrak{P}''_a$ bezeichnen, so wie in den reflectirten Wellen-Ebenen R'_a, R''_a mit $\mathfrak{P}'_a, \mathfrak{P}''_a$. Alsdann findet man durch dieselben Überlegungen, welche uns in §. 5. zu den Gleichungen (8) und (7) geführt haben, wenn man das dort gebrauchte $\alpha II = \sin i'$ setzt, wenn die einfallende Wellen-Ebene eine gewöhnliche ist, und $= \sin i''$, wenn es eine ungewöhnliche ist, folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned} \mathfrak{Q}' &= \cos i' \sin i', & \mathfrak{Q}'' &= \cos i'' \sin i'', \\ \mathfrak{P}' &= \sin \psi' \cos \psi', & \mathfrak{P}'' &= \sin \psi'' \cos \psi'' \left\{ \frac{1 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma'' \left(\frac{C}{\cos \xi''} - \gamma'' \right)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right\}, \\ \mathfrak{P}'_a &= \sin \xi'_1 \cos \xi'_1, & \mathfrak{P}''_a &= \sin \xi''_1 \cos \xi''_1, \\ \mathfrak{P}''_a &= \sin \xi''_1 \cos \xi''_1 \left\{ \frac{1 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma'' \left(\frac{C}{\cos \xi''} - \gamma'' \right)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right\}, & \mathfrak{P}''_a &= \sin \xi''_1 \cos \xi''_1 \left\{ \frac{1 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma'' \left(\frac{C}{\cos \xi''} - \gamma'' \right)}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right\}. \end{aligned}$$

Die Gleichung der lebendigen Kräfte, wenn die einfallende Wellen-Ebene eine gewöhnliche ist:

$$D'^2 \mathfrak{P}' = (P'^2 + S'^2) \mathfrak{Q}' + R'^2 \mathfrak{P}' + R''^2 \mathfrak{P}''$$

verwandelt sich demnach in:

$$D'^2 \sin \psi' \cos \psi' - R'^2 \sin \xi' \cos \xi' - R''^2 \sin \xi'' \cos \xi'' \left\{ \frac{1 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (C \cos \xi'' - \gamma'')}{\pi^2 - \pi'^2 - \mu'^2 \gamma'^2} \right\} = (P'^2 + S'^2) \sin \psi' \cos \psi' \quad (8)$$

Diese quadratische Gleichung laßt sich auf eine lineare zurückführen. Multiplicirt man die zweite und dritte der Gleichungen (6) mit einander und zieht das Product von (8) ab und berücksichtigt, daß wegen (1) $\xi' = \psi$ ist, so erhält man:

$$\begin{aligned} P'^2 \sin \psi' \cos \psi' &= D'^2 \sin \psi' \cos \psi' \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma'^2} - R'^2 \sin \xi' \cos \xi' \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma'^2} \\ &\quad - R''^2 \sin \xi'' \cos \xi'' \left(\frac{(C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega)^2}{1 - \gamma''^2} - \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (C - \gamma'' \cos \xi'')}{\cos \xi' - \pi' - \mu' \gamma' \cos \xi''} \right) \\ &+ D' R'' \sin(\psi' - \xi'') \frac{A \sin \omega (C \sin \psi' - A \cos \psi' \cos \omega)}{\gamma' - \gamma''^2} + R' R'' \sin(\psi' + \xi'') \frac{A \sin \omega (C \sin \xi' + A \cos \xi' \cos \omega)}{\gamma' - \gamma''^2}. \end{aligned}$$

Diese Gleichung laßt sich dividiren durch die erste der Gleichungen (6) und man erhält:

$$\begin{aligned} P' \sin \psi' \cos \psi' &= D' \sin \psi' \cos \psi' \frac{A \sin \omega}{\gamma' - \gamma''^2} - R' \sin \xi' \cos \xi' \frac{A \sin \omega}{\gamma' - \gamma''^2} \\ &+ R'' \left\{ \sin \xi'' \cos \xi'' \frac{(C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega)}{\gamma' - \gamma''^2} - \frac{(\pi^2 - \mu^2) \sin \xi'' \gamma'' (1 - \gamma''^2)}{\gamma' - \gamma''^2 (\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2)} \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

Multiplicirt man nämlich diese Gleichung mit der ersten der Gleichungen (6) und vergleicht das Product mit der vorhergehenden Gleichung, so findet man, daß die Richtigkeit von (9) bedingt ist durch folgende Relationen:

$$\begin{aligned} \sin(\psi' - \xi'') \cos(\psi' + \xi'') (C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega) &+ \frac{\pi^2 - \mu^2 \sin^2 \xi'' \gamma'' (1 - \gamma''^2)}{\pi^2 - \pi'^2 - \mu'^2 \gamma'^2} \\ &= - \sin(\psi' - \xi'') (C \sin \psi' - A \cos \omega \cos \psi') \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \sin(\xi' + \xi'') \cos(\xi' - \xi'') (C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega) &- \frac{(\pi^2 - \mu^2) \sin^2 \xi'' \gamma'' (1 - \gamma''^2)}{\pi^2 - \pi'^2 - \mu'^2 \gamma'^2} \\ &= \sin(\xi' + \xi'') (C \sin \xi' + A \cos \xi' \cos \omega), \end{aligned}$$

und von deren Richtigkeit überzeugt man sich, wenn man μ^2 und π^2 eliminiert mittelst:

$$\sin^2 \xi'' = \sin^2 \psi (\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2)$$

und $-(\pi^2 - \mu^2) (1 - \gamma''^2) \sin^2 \psi = \sin(\xi' + \xi'') \sin(\xi' - \xi'')$,

wodurch die beiden Relationen identisch werden.

Die Gleichungen (6) und (9) enthalten die Theorie desjenigen Falls, wo der direkte Strahl ein gewöhnlicher ist. Ich habe schon gesagt, in welche andere Gleichungen die Gleichungen (5) sich verwandeln, wenn der direkte Strahl ein ungewöhnlicher ist. Wendet man auf diese dieselbe Behandlung an, durch welche aus den Gleichungen (5) die Gleichungen (6) entstanden sind, so erhält man folgende:

$$\begin{aligned}
 P'' &= D'' \frac{C \sin \psi'' - A \cos \omega \cos \psi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} + R'' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}} - R'' \frac{C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \\
 (10) \quad S'' \cos i'' &= D'' \frac{A \sin \omega \cos \psi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} + R'' \cos \xi'' \frac{(C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega)}{\sqrt{1-\gamma''^2}} + R'' \frac{A \sin \omega \cos \xi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \\
 S'' \sin i'' &= D'' \frac{A \sin \omega \sin \psi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} - R'' \sin \xi'' \frac{(C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos \omega)}{\sqrt{1-\gamma''^2}} - R'' \frac{A \sin \omega \sin \xi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}}.
 \end{aligned}$$

Die Gleichung der Erhaltung der lebendigen Kräfte ist:

$$D''^2 \mathfrak{P}'' = (P''^2 + S''^2) \mathfrak{Q}'' + R''^2 \mathfrak{P}'' + R''^2 \mathfrak{P}'',$$

und hierin die Werthe für \mathfrak{P}'' , $\mathfrak{Q}'' \dots$ aus (7) gesetzt, giebt:

$$\begin{aligned}
 D''^2 \sin \psi'' \cos \psi'' &\left\{ 1 - \frac{(\pi^2 - \mu^2)(C - \gamma'' \cos \psi'') \gamma''}{\cos \psi'' (\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2)} \right\} \\
 (11) \quad &- R''^2 \sin \xi'' \cos \xi'' - R''^2 \sin \xi'' \cos \xi'' \left\{ 1 - \frac{(\pi^2 - \mu^2)(C - \gamma'' \cos \xi'') \gamma''}{\cos \xi'' (\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2)} \right\} \\
 &= (P''^2 + S''^2) \sin i'' \cos i''.
 \end{aligned}$$

Multipliziert man die beiden letztern Gleichungen von (10) mit einander und zieht das Product von (11) ab, so erhält man:

$$\begin{aligned}
 P''^2 \sin i'' \cos i'' &= D'' \left(\sin \psi'' \cos \psi'' \frac{(C \sin \psi'' - A \cos \omega \cos \psi'')^2}{1 - \gamma''^2} - \frac{(\pi^2 - \mu^2)(C - \gamma'' \cos \psi'') \gamma'' \sin \psi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right) \\
 &- R'' \sin \xi'' \cos \xi'' \frac{A^2 \sin^2 \omega}{1 - \gamma''^2} - R''^2 \left(\sin \xi'' \cos \xi'' \frac{(C \sin \xi'' + A \cos \omega \cos \xi'')^2}{1 - \gamma''^2} - \frac{(\pi^2 - \mu^2)(C - \gamma'' \cos \xi'') \gamma'' \sin \xi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \right) \\
 &- D'' R'' \sin(\psi'' - \xi'') \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \frac{C \sin \xi'' + A \cos \omega \cos \xi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} - D'' R'' \frac{\sin(\psi'' - \xi'') A^2 \sin^2 \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2} \sqrt{1-\gamma''^2}} \\
 &+ R'' R'' \sin(\xi'' + \xi'') \frac{A \sin \omega (C \sin \xi'' + A \cos \omega \cos \xi'')}{1 - \gamma''^2 \sqrt{1-\gamma''^2}}.
 \end{aligned}$$

Dividirt man diese Gleichung durch die erste der Gleichungen (10), so erhält man:

$$\begin{aligned}
 P \sin i'' \cos i'' &= D'' \left\{ \sin \psi'' \cos \psi'' \frac{(C \sin \psi'' - A \cos \omega \cos \psi'')}{\sqrt{1-\gamma''^2}} - \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (1 - \gamma''^2) \sin^2 \psi''}{\sqrt{1-\gamma''^2} (\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2)} \right\} - R'' \sin \xi'' \cos \xi'' \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \\
 (12) \quad &+ R'' \left\{ \sin \xi'' \cos \xi'' \frac{(C \sin \xi'' + A \cos \omega \cos \xi'')}{\sqrt{1-\gamma''^2}} - \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (1 - \gamma''^2) \sin^2 \xi''}{\sqrt{1-\gamma''^2} (\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2)} \right\}.
 \end{aligned}$$

Multiplieirt man nämlich diese Gleichung mit der ersten der Gleichungen (10) und vergleicht das Product mit der vorhergehenden Gleichung, so sieht man, daß folgende Relationen stattfinden müssen:

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \sin(\xi'' - \psi'') \cos(\xi'' + \psi'') (C \sin \psi'' - A \cos w \cos \psi'') + \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (1 - \gamma''^2) \sin^2 \psi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \\
 & = -\sin(\xi'' - \psi'') (C \sin \xi'' + A \cos w \cos \xi'') \\
 2. \quad & \sin(\xi'' + \xi'') \cos(\xi'' - \xi'') (C \sin \xi'' + A \cos w \cos \xi'') - (\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (1 - \gamma''^2) \sin^2 \xi'' \\
 & = \sin(\xi'' + \xi'') (C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos w) \\
 3. \quad & \sin(\psi'' - \xi'') \cos(\psi'' + \xi'') (C \sin \psi'' - A \cos w \cos \psi'') (C \sin \xi'' + A \cos w \cos \xi'') \\
 & + \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (1 - \gamma''^2) (C \sin \xi'' + A \cos w \cos \xi'') \sin^2 \psi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} - \frac{(\pi^2 - \mu^2) \gamma'' (1 - \gamma''^2) (C \sin \psi'' - A \cos w \cos \psi'') \sin^2 \xi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} \\
 & = A^2 \sin^2 w \sin(\psi'' - \xi'').
 \end{aligned}$$

Von der Richtigkeit der ersten und zweiten dieser Relationen überzeugt man sich leicht, indem man wiederum statt der Größen, womit γ'' und γ''^2 multiplicirt sind, setzt $\sin^2 \xi'' - \sin^2 \psi''$ und $\sin^2 \xi'' - \sin^2 \xi''$. Um die dritte Relation zu beweisen, bemerken wir, daß

$$\frac{-(\pi^2 - \mu^2) \sin \psi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2} = \frac{\sin^2 \psi'' - \sin^2 \xi''}{\gamma''^2 - \gamma''^2} = \frac{-(\pi^2 - \mu^2) \sin^2 \xi''}{\pi^2 - (\pi^2 - \mu^2) \gamma''^2}.$$

Dies in die dritte Relation substituirt, mit $\gamma''^2 - \gamma''^2$ multiplicirt und einige Reductionen ausgeführt, erhält man:

$$\begin{aligned}
 & \{ \gamma'' (C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos w) + \gamma'' (C \sin \psi'' - A \cos w \cos \psi'') - \sin(\psi'' + \xi'') \} \times \\
 & \{ \gamma'' (C \sin \xi'' + A \cos \xi'' \cos w) - \gamma'' (C \sin \psi'' - A \cos w \cos \psi'') \} + A^2 \sin^2 w (\gamma''^2 - \gamma''^2) = 0.
 \end{aligned}$$

Werden, statt γ'' und γ''^2 ihre Werthe nach (2) gesetzt, die angedeuteten Operationen ausgeführt, so findet man, daß diese Gleichung identisch $= 0$ ist.

Die Gesetze, nach welchen das Licht beim Austritt aus einem krystallinischen Medium in ein unkrystallinisches theils reflectirt, theils gebrochen wird, sind vollständig in den Gleichungen (6) (9) (10) (12) enthalten.

§. 13 a.

Ich werde der Kürze wegen folgende Bezeichnungen einführen:

$$(1) \quad \begin{array}{ll} \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma'^2}} = \sin \gamma' & \frac{C \sin \psi' - A \cos \psi' \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma'^2}} = \cos \gamma' \\ \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}} = \sin \gamma'' & \frac{C \sin \psi'' - A \cos \psi'' \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}} = \cos \gamma'' \\ \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma'_i{}^2}} = \sin z'_i & \frac{C \sin \xi'_i + A \cos \xi'_i \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma'_i{}^2}} = -\cos z'_i \\ \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma''_i{}^2}} = \sin z''_i & \frac{C \sin \xi''_i + A \cos \xi''_i \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma''_i{}^2}} = -\cos z''_i \\ \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma'_n{}^2}} = \sin z'_n & \frac{C \sin \xi'_n + A \cos \xi'_n \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma'_n{}^2}} = -\cos z'_n \\ \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma''_n{}^2}} = \sin z''_n & \frac{C \sin \xi''_n + A \cos \xi''_n \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma''_n{}^2}} = -\cos z''_n. \end{array}$$

Man wird bemerken, daß diese verschiedenen γ und z die Azimuthe der Polarisations-Ebenen der Strahlen im Innern bedeuten. Ich werde ferner setzen:

$$(2) \quad \begin{array}{l} \frac{\gamma''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \sin(\xi'' - \psi'') \sin(\xi'_n + \psi'') = I \\ \frac{\gamma'_i}{\sqrt{1-\gamma'_i{}^2}} \sin(\xi'_i - \xi''_i) \sin(\xi'_i + \xi''_i) = K' \\ \frac{\gamma''_n}{\sqrt{1-\gamma''_n{}^2}} \sin(\xi'_n - \xi''_n) \sin(\xi'_n + \xi''_n) = K''. \end{array}$$

Alsdann verwandeln sich die Gleichungen (6) und (9) des vorigen §. in folgende:

$$(3) \quad \begin{array}{lll} P' = D' \sin \gamma' & + R'_i \sin z'_i & + R''_n \cos z''_n \\ S' \cos i' = -D' \cos \gamma' \cos \psi' & - R'_i \cos z'_i \cos \xi'_i & + R''_n \sin z''_n \cos \xi''_n \\ S' \sin i' = -D' \cos \gamma' \sin \psi' & + R'_i \cos z'_i \sin \xi'_i & - R''_n \sin z''_n \sin \xi''_n \\ P' \sin i' \cos i' = D' \sin \gamma' \sin \psi' \cos \psi' - R'_i \sin z'_i \sin \xi'_i \cos \xi'_i - R''_n (\cos z''_n \sin \xi''_n \cos \xi''_n - K'') \end{array}$$

und die Gleichungen (10) und (12) des vorigen §. verwandeln sich in:

$$(4) \quad \begin{array}{lll} P'' = D'' \cos \gamma'' & + R''_i \sin z''_i & + R''_n \cos z''_n \\ S'' \cos i'' = D'' \sin \gamma'' \cos \psi'' & - R''_i \cos z''_i \cos \xi''_i & + R''_n \sin z''_n \cos \xi''_n \\ S'' \sin i'' = D'' \sin \gamma'' \sin \psi'' & + R''_i \cos z''_i \sin \xi''_i & - R''_n \sin z''_n \sin \xi''_n \\ P'' \sin i'' \cos i'' = D'' (\cos \gamma'' \sin \psi'' \cos \psi'' + D) - R''_i \sin z''_i \sin \xi''_i \cos \xi''_i - R''_n (\cos z''_n \sin \xi''_n \cos \xi''_n - K''). \end{array}$$

Man erhält aus (3), wenn berücksichtigt wird, daß $\xi' = \psi'$:

$$\begin{aligned} R' &= -D' \frac{\sin(\iota' - \psi')}{\sin(\iota' + \psi')} \left\{ \frac{(\sin \gamma' \sin z'' \cos(\iota' + \psi') + \cos \gamma' \cos z'' \cos(\iota' - \xi'')) \sin(\iota' + \xi'') - \cos \gamma' K'}{(\sin z' \sin z'' \cos(\iota' - \psi') + \cos z' \cos z'' \cos(\iota' - \xi'')) \sin(\iota' + \xi'') - \cos z' K'} \right\} \\ R'' &= -D' \sin(\iota' - \psi') \left\{ \frac{\sin \gamma' \cos z'' \cos(\iota' + \psi') - \cos \gamma' \sin z' \cos(\iota' - \xi'')}{(\sin z' \sin z'' \cos(\iota' - \psi') + \cos z' \cos z'' \cos(\iota' - \xi'')) \sin(\iota' + \xi'') - \cos z' K'} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

und aus (4)

$$\begin{aligned} R' &= -\frac{D'}{\sin(\iota' + \xi')} \times \\ &\left\{ \frac{(\cos \gamma'' \sin z'' \cos(\iota'' + \psi'') - \sin \gamma'' \cos z'' \cos(\iota'' - \xi'')) \sin(\iota'' - \psi'') \sin(\iota'' + \xi'') - \sin \gamma'' \sin(\iota'' + \xi'') I + \sin \gamma'' \sin(\iota'' - \psi'') K''}{(\sin z' \sin z'' \cos(\iota'' - \xi'') + \cos z' \cos z'' \cos(\iota'' - \xi'')) \sin(\iota'' + \xi'') - \cos z' K''} \right\} \\ R'' &= -D'' \left\{ \frac{(\cos \gamma'' \cos z'' \cos(\iota'' + \psi'') + \sin \gamma'' \sin z'' \cos(\iota'' - \xi'')) \sin(\iota'' - \psi'') - \cos z'' I}{(\sin z' \sin z'' \cos(\iota'' - \xi'') + \cos z' \cos z'' \cos(\iota'' - \xi'')) \sin(\iota'' + \xi'') - \cos z' K''} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Für den praktischen Gebrauch wird man diese Ausdrücke nach den Potenzen des Unterschiedes der Elasticitäts-Axen entwickeln und die ersten Glieder nur zu berücksichtigen haben. Das erste Glied, welches unabhängig vom Unterschied der Elasticitäts-Axen ist, und nur von ihrer Lage abhängig, giebt:

$$R' = -\frac{D' \sin(\iota' - \psi')}{\sin(\iota' + \psi')} \left\{ \sin \gamma' \sin z' \frac{\cos(\iota' + \psi')}{\cos(\iota' - \psi')} + \cos \gamma' \cos z' \right\} \quad (7)$$

$$R'' = -\frac{D' \sin(\iota' - \psi')}{\sin(\iota' + \psi')} \left\{ \sin \gamma' \cos z' \frac{\cos(\iota' + \psi')}{\cos(\iota' - \psi')} - \cos \gamma' \sin z' \right\}$$

$$R' = -\frac{D'' \sin(\iota'' - \psi'')}{\sin(\iota'' + \psi'')} \left\{ \cos \gamma'' \sin z'' \frac{\cos(\iota'' + \psi'')}{\cos(\iota'' - \psi'')} - \sin \gamma'' \cos z'' \right\} \quad (8)$$

$$R'' = -\frac{D'' \sin(\iota'' - \psi'')}{\sin(\iota'' + \psi'')} \left\{ \cos \gamma'' \cos z'' \frac{\cos(\iota'' + \psi'')}{\cos(\iota'' - \psi'')} + \sin \gamma'' \sin z'' \right\}.$$

Aus (3) erhält man für das gebrochene Licht, wenn berücksichtigt wird, daß $\xi' = \psi'$ und:

$$\cos z'' \sin(\xi' - \xi'') \cos(\xi' + \xi'') + K = \left[\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2} \cos \gamma' \sin(\xi' - \xi'') \right]$$

und

$$\sqrt{1 - \gamma''^2} \sin z'' = \sqrt{1 - \gamma'^2} \sin \gamma'$$

$$P' = + \frac{D' \sin \gamma' \sin 2\psi'}{\sin(\iota' + \psi') \cos(\iota' - \psi')} + R' \left[\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2} \frac{\cos \gamma' \sin(\xi' - \xi'')}{\sin(\iota' + \psi') \cos(\iota' - \psi')} \right] \quad (9)$$

$$S' = -\frac{D' \cos \gamma' \sin 2\psi'}{\sin(\iota' + \psi')} + R'' \left[\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2} \frac{\sin \gamma' \sin(\xi' - \xi'')}{\sin(\iota' + \psi')} \right].$$

Um die Werthe P'' und S'' aus (1) einfacher auszudrücken, werde ich noch eine Wellen-Ebene einführen, nemlich die zu D'' gehörige gewöhnliche. Ihre Neigung gegen die brechende Ebene bezeichne ich mit ψ'' , so ist $\psi'' = \xi''$. Das dieser Wellen-Ebene angehörige γ bezeichne ich mit γ'' und die Neigung ihrer Normale gegen die Axe mit κ' , so daß

$$(10) \quad \begin{aligned} \kappa' &= C \cos \psi'' + A \sin \psi'' \cos \omega \\ \cos \gamma'' &= \frac{C \sin \psi'' - A \cos \psi'' \cos \omega}{\sqrt{1 - \kappa'^2}} \quad \text{und} \quad \sin \gamma'' = \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1 - \kappa'^2}}. \end{aligned}$$

Berücksichtigt man nun, daß

$$\begin{aligned} \cos \gamma'' \sin(\xi'' + \psi'') \cos(\xi'' - \psi'') + I &= \sqrt{\frac{1 - \kappa'^2}{1 - \gamma''^2}} \cos \gamma'' \sin(\psi'' + \psi'') \\ \cos \gamma'' \sin(\xi'' - \xi'') \cos(\xi'' + \xi'') + K'' &= \sqrt{\frac{1 - \kappa'^2}{1 - \gamma''^2}} \cos \gamma'' \sin(\xi'' - \xi'') \end{aligned}$$

$$\text{und} \quad \sqrt{1 - \gamma''^2} \sin \gamma'' = \sqrt{1 - \gamma''^2} \sin \gamma'' = \sqrt{1 - \kappa'^2} \sin \gamma'',$$

so erhält man:

$$(11) \quad \begin{aligned} P'' &= \frac{D'' \sqrt{\frac{1 - \kappa'^2}{1 - \gamma''^2}} \cos \gamma'' \sin(\psi'' + \psi'')}{\sin(\psi'' + \psi'') \cos(\psi'' - \psi'')} \left\{ 1 + \frac{R''}{D''} \sqrt{\frac{1 - \gamma''^2}{1 - \gamma''^2}} \frac{\sin(\xi'' - \xi'')}{\sin(\psi'' + \psi'')} \right\} \\ S'' &= \frac{D'' \sqrt{\frac{1 - \kappa'^2}{1 - \gamma''^2}} \sin \gamma'' \sin(\psi'' + \psi'')}{\sin(\psi'' + \psi'')} \left\{ 1 + \frac{R''}{D''} \sqrt{\frac{1 - \gamma''^2}{1 - \gamma''^2}} \frac{\sin(\xi'' - \xi'')}{\sin(\psi'' + \psi'')} \right\}. \end{aligned}$$

In den Ausdrücken (9) und (11) kann man, wenn nur die ersten Potenzen von $\pi^2 - \mu^2$ berücksichtigt werden sollen, statt $\frac{R''}{D''}$ und $\frac{R''}{D''}$ ihre angenäherten Werthe aus (7) und (8) setzen.

Die Gleichungen (5) (6) (9) (11) geben imaginäre Werthe innerhalb der Grenze der totalen Reflexion, ebenso wie dies bei unkrystallinischen Medien der Fall ist. Man weiß, daß in dem Falle der totalen Reflexion P' und S' und P'' und S'' verschwinden. Die Werthe von R' , R'' , R' , R'' kann man für diesen Fall durch dasselbe Raisonement bestimmen, welches Fresnel auf den analogen Fall bei unkrystallinischen Medien angewandt hat, das freilich an sich wenig evident, seinen Resultaten nach aber dort durch eine Reihe genauer Beobachtungen sicher gestellt ist. Ich werde dieses Raisonement nur auf

die angenäherten Werthe (7) und (8) anwenden. Es nimmt R' , wenn $\sin i' > 1$ ist, die Form an: $A + B\sqrt{-1}$. Nach Analogie von Fresnels Raisonement ist die wirkliche reflectirte Intensität aber $A^2 + B^2 = (A + B\sqrt{-1})(A - B\sqrt{-1})$. Man erhält $A - B\sqrt{-1}$, wenn man in dem Werthe für R' überall statt i' setzt $180 - i'$. Auf diese Weise erhält man aus (7) und (8), wenn bei der totalen Reflexion, die reflectirten Geschwindigkeiten mit (R') , (R'') , (R'_\perp) , (R''_\perp) bezeichnet werden:

$$\begin{aligned}(R')^2 &= D'^2 \{ \cos^2(\gamma' - z') - L' \sin 2\gamma' \sin 2z' \} \\(R'')^2 &= D'^2 \{ \sin^2(\gamma' - z') + L' \sin 2\gamma' \sin 2z' \} \\(R'_\perp)^2 &= D''^2 \{ \sin^2(\gamma'' - z'') + L'' \sin 2\gamma'' \sin 2z'' \} \\(R''_\perp)^2 &= D''^2 \{ \cos^2(\gamma'' - z'') - L'' \sin 2\gamma'' \sin 2z'' \},\end{aligned}$$

wo
$$L' = \frac{\sin^2 \psi'}{\mu^2 - (1 + \mu^2) \sin^2 \psi'} \quad \text{und} \quad L'' = \frac{\sin^2 \psi''}{\mu^2 - (1 + \mu^2) \sin^2 \psi''}.$$

Von den vier reflectirten Strahlen verschwinden (R'') und (R''_\perp) nur in einigen besondern Fällen, nämlich 1) wenn die reflectirende Ebene senkrecht auf der Axe steht, 2) wenn das Azimuth der Einfalls-Ebene $= 0$ ist, 3) wenn das Azimuth der Einfalls-Ebene $= 90^\circ$ und zugleich die reflectirende Ebene parallel mit der Axe ist. Die Strahlen (R') und (R'_\perp) dagegen verschwinden nie.

§. 13 b.

Aus den Gleichungen (11) ergibt sich ein sehr einfaches Gesetz für die Lage der Polarisations-Ebene für einen ungewöhnlichen Strahl nach seinem Austritt aus dem krystallinischen Medium. Bezeichnet man ihr Azimuth in Beziehung auf die Austritts-Ebene mit α'' , so hat man:

$$\tan \alpha'' = \frac{P''}{S''} = \frac{\cot \gamma''}{\cos(i' - \psi'')} \quad (12)$$

Bezeichnet man denselben Winkel für den gewöhnlichen Strahl mit α' , so daß $\tan \alpha' = \frac{P'}{S'}$, so hat man bei Vernachlässigung der höhern Potenzen von $\xi'_1 - \xi''_1$

$$\tan \alpha' = - \frac{\tan \gamma'}{\cos(i' - \psi')} \left\{ 1 + \frac{R''}{D'} \right\}^{\frac{1}{1 - \gamma'^2}} \frac{\sin(\xi'_1 - \xi''_1)}{\sin \gamma' \cos \gamma' \sin(\xi'_1 + \xi''_1)}, \quad (13)$$

wo für $\frac{R''}{D'}$ sein Werth aus (7) zu setzen ist.

Aus (9) und (10) leitet man leicht die Intensität des Lichtes des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls ab, nach ihrem Austritt aus dem krystallinischen Medium, nämlich $P'^2 + S'^2$ und $P''^2 + S''^2$. Diese Ausdrücke werden von großer Wichtigkeit werden für photometrische Untersuchungen. In diesen und ähnlichen Anwendungen der Ausdrücke (9) und (10) muß man die Werthe von D' und D'' kennen. In den häufigsten Fällen werden dies aber die Geschwindigkeiten in den beiden zusammengehörigen Strahlen sein, in welcher sich ein gegebener Strahl bei seinem Eintritt in das krystallinische Medium theilt. Sie sind alsdann gegeben durch die Formeln (3) §. 7. Führt man die Azimuthe der Polarisations-Ebenen der Strahlen D' und D'' in jene Formeln ein, um sie unabhängig von der Lage der Ebene auszudrücken, durch welche das Licht in das Medium eingetreten ist, d. h. setzen wir in den Formeln (3) §. 7.

$$(14) \quad \begin{aligned} \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma'^2}} &= \sin x' & \frac{C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi'}{\sqrt{1-\gamma'^2}} &= \cos x' \\ \frac{A \sin \omega}{\sqrt{1-\gamma''^2}} &= \sin x'' & \frac{C \sin \phi'' - A \cos \omega \cos \phi''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} &= \cos x'' \end{aligned}$$

und setzen wir ferner:

$$\frac{\gamma''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \sin(\phi' - \phi'') \sin(\phi' + \phi'') = G,$$

so ist:

$$(15) \quad \begin{aligned} D' &= \frac{\sin 2 \phi}{\sin(\phi + \phi')} \left\{ \frac{(P \sin x'' - S \cos x'' \cos(\phi - \phi'')) \sin(\phi + \phi'') - S G}{(\sin x' \sin x'' \cos(\phi - \phi') + \cos x' \cos x'' \cos(\phi - \phi'')) \sin(\phi + \phi'') + \cos x' G} \right\} \\ D'' &= \sin 2 \phi \left\{ \frac{(P \cos x' + S \sin x' \cos(\phi - \phi'))}{(\sin x' \sin x'' \cos(\phi - \phi') + \cos x' \cos x'' \cos(\phi - \phi'')) \sin(\phi + \phi'') + \cos x' G} \right\}. \end{aligned}$$

Vernachlässigt man in diesen Werthen alles, was vom Unterschied der Elasticitäts-Axen abhängt, so erhält man als erste Annäherung:

$$(16) \quad \begin{aligned} D' &= \frac{\sin 2 \phi}{\sin(\phi + \phi')} \left(\frac{P \sin x'}{\cos(\phi - \phi')} - S \cos x' \right) \\ D'' &= \frac{\sin 2 \phi}{\sin(\phi + \phi')} \left(\frac{P \cos x'}{\cos(\phi - \phi')} + S \sin x' \right). \end{aligned}$$

Durch (9) (11) (15) kann man die Frage beantworten, wie das Licht eines polarisirten Strahls, nachdem er durch ein Prisma aus einem krystallinischen einaxigen Medium gegangen ist, sich vertheilt hat zwischen dem gewöhnlichen

und ungewöhnlichen Strahl. Ich werde dies erläutern durch die Anwendung auf einige einfache Fälle, die zugleich für die Praxis von Werth können werden.

1) Die Eintritts-Ebene des Strahls in das Prisma und seine Austritts-Ebene sollen zusammenfallen, und die Kante des Prisma soll senkrecht stehen auf der optischen Axe. Alsdann ist sowohl für den eintretenden Strahl als für die austretenden Strahlen $\omega = 0$, also:

$$\sin \alpha' = \sin \alpha'' = \sin \gamma' = \sin \gamma'' = \sin z' = \sin z'' = \sin z'_n = \sin z''_n = 0$$

und man erhält:

$$D' = -\frac{S \sin 2\phi}{\sin(\phi + \phi')}$$

$$D'' = \frac{P \sin 2\phi}{\sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') + G}$$

$$P' = 0$$

$$S' = -\frac{D' \sin 2\psi'}{\sin(\psi' + \psi')}$$

$$P'' = \frac{D''}{\sin(\psi' + \psi'') \cos(\psi' - \psi'')} \left(1 - \frac{\cos(\psi'' + \psi') \sin(\psi' - \psi'') - I}{\cos(\psi'' - \xi'') \sin(\psi' + \xi'') - K''} \sqrt{\frac{1 - \gamma''^2 \sin(\xi'' - \xi')}{1 - \gamma''^2 \sin(\psi' + \psi'')}} \right)$$

$$S'' = 0,$$

woraus das Verhältniß der Lichtstärken in den beiden Strahlen nach ihrem Austritt durch das Prisma:

$$\frac{P'^2 + S'^2}{P''^2 + S''^2} = \frac{\frac{1 - \gamma''^2}{1 - \kappa'^2} \left(\frac{\sin 2\psi'}{\sin(\psi' + \psi'')} \frac{\sin(\psi' + \psi'')}{\sin(\psi' + \psi')} \cos(\psi' - \psi'') \right)^2 \left(\frac{\sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') + G}{\sin(\phi + \phi')} \right)^2 \frac{S^2}{P^2}}{\left(1 - \frac{\cos(\psi'' + \psi') \sin(\psi' - \psi'') - I}{\cos(\psi'' - \xi'') \sin(\psi' + \xi'') - K''} \sqrt{\frac{1 - \gamma''^2 \sin(\xi'' - \xi')}{1 - \gamma''^2 \sin(\psi' + \psi'')}} \right)^2} \cdot (17)$$

2) Die Kante des Prisma sei parallel mit der Axe, und die Eintritts-Ebene so wie die Austritts-Ebene stehe senkrecht darauf. Hier ist $C = 0$ und $\omega = 90$, also

$$\cos \alpha' = \cos \alpha'' = \cos \gamma' = \cos \gamma'' = \cos z' = \cos z'' = \cos z'_n = \cos z''_n = 0$$

$$\gamma' = \gamma'' = \gamma'_n = \gamma''_n = \gamma'_n = \gamma''_n = \kappa' = 0.$$

Demnach:

$$D' = \frac{P \sin 2\phi}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')}, \quad D'' = \frac{\sin 2\phi}{\sin(\phi + \phi'')}$$

$$P' = \frac{D' \sin 2\psi' S}{\sin(i' + \psi') \cos(i' - \psi')}, \quad S' = 0,$$

$$S'' = \frac{D'' \sin(\psi'' + \psi''')}{\sin(i'' + \psi'')} \left(1 - \frac{\sin(i'' - \psi'') \sin(\xi'' - \xi''')}{\sin(i'' + \psi'') \sin(\psi'' + \psi''')} \right), \quad P'' = 0,$$

und das Verhältniß der Lichtstärken in dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl nach ihrem Austritt:

$$(18) \quad \frac{P'^2 + S'^2}{P''^2 + S''^2} = \frac{\left(\frac{\sin 2\psi' \sin(i'' + \psi'')}{\sin(\psi'' + \psi''') \sin(i' + \psi') \cos(\phi - \phi') \cos(i' - \psi')} \right)^2 \frac{\sin^2(\phi + \phi'') P^2}{\sin^2(\phi + \phi') S^2}}{\left(1 - \frac{\sin(i'' - \psi'') \sin(\xi'' - \xi''')}{\sin(i'' + \psi'') \sin(\psi'' + \psi''')} \right)^2}.$$

Ich werde jetzt noch die Formeln (9) (11) (15) anwenden auf den Durchgang des Lichtes durch ein von zwei parallelen Ebenen begrenztes krystallinisches Medium, das auf beiden Seiten von einem gleichen unkrySTALLINISCHEN Medium umgeben ist. Dieser Fall, für sich von Interesse, wegen seiner Anwendung auf die Theorie der Farben, welche dünne krystallinische Blättchen im polarisirten Lichte zeigen, ist besonders geeignet, jene Formeln (9) (11) (15) mittelst Beobachtungen unter sehr mannigfachen Umständen zu bestätigen.

Die Formeln (15) bleiben für diesen Fall unverändert; in (7) (8) (9) und (11) aber hat man folgende Substitutionen zu machen:

$$\begin{aligned} \gamma' &= x' & z' &= z' = z' & \gamma'' &= x' \\ \gamma'' &= x'' & z'' &= z'' = z'' & & \\ i' &= i'' = \phi & & & & \\ \psi' &= \phi' & \psi'' &= \phi'' & \psi''' &= \phi' \\ \xi' &= \xi'' = \phi' & \xi'' &= \xi'' & & \\ \kappa' &= \gamma' & \gamma' &= \gamma'' & \gamma'' &= \gamma'' \end{aligned}$$

Demnach erhalten wir, wenn der Gleichförmigkeit wegen statt ξ'' oder ξ''' gesetzt wird ϕ''' :

$$(19) \quad \begin{aligned} P' &= \frac{D' \sin x' \sin 2\phi'}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} + R'' \sqrt{\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2}} \frac{\cos x' \sin(\phi' - \phi''')}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \\ S' &= -\frac{D' \cos x' \sin 2\phi'}{\sin(\phi + \phi')} + R'' \sqrt{\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2}} \frac{\sin x' \sin(\phi - \phi''')}{\sin(\phi + \phi')} \end{aligned}$$

$$P'' = \frac{D'' \sqrt{\frac{1-\gamma'^2}{1-\gamma''^2}} \cos x' \sin(\phi + \phi')}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \left(1 + \frac{R''}{D''} \right) \frac{\sqrt{\frac{1-\gamma''^2}{1-\gamma'''^2}} \sin(\phi' - \phi''')}{\sin(\phi' + \phi'')} \quad (20)$$

$$S'' = \frac{D'' \sqrt{\frac{1-\gamma'^2}{1-\gamma''^2}} \sin x' \sin(\phi' + \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \left(1 + \frac{R''}{D''} \right) \frac{\sqrt{\frac{1-\gamma''^2}{1-\gamma'''^2}} \sin(\phi' - \phi''')}{\sin(\phi' + \phi'')}$$

$$R'' = -D' \sin(\phi - \phi') \left\{ \frac{\sin x' \cos z' \cos(\phi + \phi') - \cos x' \sin z' \cos(\phi - \phi')}{(\sin z' \sin z'' \cos(\phi - \phi') + \cos z' \cos z'' \cos(\phi - \phi')) \sin(\phi + \phi'') - \cos z' K} \right\}$$

$$R'' = -D'' \left\{ \frac{(\cos x' \cos z' \cos(\phi + \phi'') + \sin x' \sin z' \cos(\phi - \phi')) \sin(\phi - \phi'') - \cos z' G}{(\sin z' \sin z'' \cos(\phi - \phi') + \cos z' \cos z'' \cos(\phi - \phi'')) \sin(\phi + \phi'') - \cos z' K} \right\} \quad (21)$$

und:

$$K = \frac{\gamma''}{\sqrt{1-\gamma''^2}} \sin(\phi' - \phi''') \sin(\phi' + \phi'''). \quad (22)$$

Will man in (19) und (20) nur die ersten Potenzen von $\pi^2 - \mu^2$ berücksichtigen, so kann man setzen:

$$R'' = -D' \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \left\{ \sin x' \cos z' \frac{\cos(\phi + \phi')}{\cos(\phi - \phi')} - \cos x' \sin z' \right\} \quad (23)$$

$$R'' = -D'' \frac{\sin(\phi - \phi'')}{\sin(\phi + \phi'')} \left\{ \cos x' \cos z' \frac{\cos(\phi + \phi'')}{\cos(\phi - \phi'')} + \sin x' \sin z' \right\}.$$

§. 14.

Wenn ein Lichtstrahl, polarisirt nach dem Azimuth α , durch ein unkrystallinisches Medium, welches von parallelen Ebenen begrenzt ist, gegangen ist, und nach dem Durchgang das Azimuth seiner Polarisations-Ebene mit β bezeichnet wird, so ist:

$$\tan \beta = \frac{\tan \alpha}{\cos^2(\phi - \phi')} = \frac{P}{S \cos^2(\phi - \phi')}.$$

Wird dieser Strahl mit einer Turmalinplatte aufgefangen, so verschwindet er gänzlich, wenn sich diese, ich meine diejenige Richtung in ihr, nach welcher sie das durchgehende Licht polarisiren würde, in dem Azimuth β' befindet, und

$$\tan \beta' = - \frac{S \cos^2(\phi - \phi')}{P}. \quad (1)$$

Wir wollen jetzt statt des unkrystallinischen Blättchens ein dünnes krystallinisches Blättchen substituiren, hinlänglich dünn, damit der gewöhnliche und

ungewöhnliche Strahl im durchgegangenen Strahl nicht getrennt werde. Das einfallende Licht soll dabei polarisirt bleiben in dem Azimuth α , wo $\tan \alpha = \frac{P}{S}$, und die Turmalinplatte befinde sich noch ferner in dem Azimuth β' , wo $\tan \beta' = -\frac{S \cos^2(\phi - \phi')}{P}$. Der Strahl wird jetzt durch den Turmalin nie ganz zerstört werden, aber es wird immer gewisse Azimuthe des Hauptschnittes des Krystallblättchens geben, bei welchem das durch die Turmalinplatte gehende Licht ein Minimum wird. Diese Azimuthe des Hauptschnittes wollen wir aus unsern Formeln ableiten. Sie scheinen vorzüglich geeignet zu einer ausführlichen Vergleichung mit Beobachtungen und einer sich daraus ergebenden Bestätigung oder Widerlegung der Formeln (17) (18) und (20). Ich werde das durchgegangene Licht zerlegen in solches, welches nach β' polarisirt ist und in solches, welches senkrecht darauf polarisirt ist. Die Componenten der Bewegung nach β' , welche von P' und S' in (20) herrühren, werde ich mit O und die, welche von P'' und S'' herrühren, mit E bezeichnen; dann ist:

$$O = P' \sin \beta' + S' \cos \beta'$$

$$E = P'' \sin \beta' + S'' \cos \beta'$$

und man erhält, wenn man die Werthe für $\sin \beta'$ und $\cos \beta'$ aus (1) und für P' , P'' ... aus (20) §. 13. setzt:

$$\begin{aligned} O \sqrt{P^2 + S^2 \cos^4(\phi - \phi')} = & \\ \frac{D' \sin 2\phi'}{\sin(\phi + \phi')} (P \cos x' + S \sin x' \cos(\phi - \phi')) - R'' \sqrt{\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi + \phi')}} (P \sin x' - S \cos x' \cos(\phi - \phi')) \\ (2) \quad E \sqrt{P^2 + S^2 \cos^4(\phi - \phi')} = & \\ - \sqrt{\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2}} (P \sin x' - S \cos x' \cos(\phi - \phi')) \left(\frac{D'' \sin(\phi' + \phi'')}{\sin(\phi + \phi')} + R'' \sqrt{\frac{1 - \gamma''^2}{1 - \gamma'^2} \frac{\sin(\phi' - \phi''')}{\sin(\phi + \phi')}} \right). \end{aligned}$$

Aus diesen Ausdrücken übersieht man, daß $O^2 + E^2 = 0$ im Allgemeinen nicht stattfinden kann, weil O und E keinen gemeinschaftlichen Factor, der $= 0$ werden kann, enthalten, daß also der im Azimuth β' sich befindende Turmalin den durchgegangenen Strahl im Allgemeinen nicht zerstören kann. Wenn aber die doppelte Strahlenbrechung sehr schwach ist, und man die von $(\phi' - \phi'')$ abhängigen Glieder vernachlässigt, so erhält man, wenn man für D' und D'' ihre Werthe aus (19) setzt:

$$\begin{aligned} (O^2 + E^2) (P^2 + S^2 \cos^4(\phi - \phi')) = & \\ 2(P \cos x' + S \sin x' \cos(\phi - \phi'))^2 (P \sin x' - S \cos x' \cos(\phi - \phi'))^2 \frac{\sin^2 2\phi \sin^2 2\phi'}{\sin^4(\phi + \phi') \cos^2(\phi - \phi')}, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt, daß $O^2 + E^2$ nahe $= 0$ ist, nämlich bis auf Größen von der Ordnung $(\phi' - \phi'')^2$, in zwei Fällen:

$$\begin{aligned} 1) & \text{ wenn } P \cos x' + S \sin x' \cos(\phi - \phi') = 0 \\ 2) & \text{ wenn } P \sin x' - S \cos x' \cos(\phi - \phi') = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Hieraus zieht man zwei Werthe für x' und durch diese sind mittelst (14) §. 13. zwei Azimuthe ω bestimmt, in welchen die Einfallsebene liegen muß, damit $O^2 + E^2$ beinahe verschwindet. Man findet aus der ersten, wenn man

$$\frac{S}{P} \frac{\cos(\phi - \phi')}{\cos \phi'} = \tan \Pi,$$

setzt:

$$\cos(\Pi + \omega) = \frac{\frac{C}{A} \tan \phi'}{\sqrt{1 + \left(\frac{S \cos(\phi - \phi')}{P \cos \phi'}\right)^2}}$$

und aus der zweiten, wenn

$$\tan \Pi = \frac{P}{S \cos \phi' \cos(\phi - \phi')}$$

gesetzt wird, findet man:

$$\sin(\Pi + \omega) = \frac{\frac{C}{A} \tan \phi'}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{S \cos(\phi - \phi') \cos \phi'}\right)^2}}.$$

Man sieht, daß es nicht für jedes ϕ ein mögliches ω giebt. So lange der gebrochene Strahl unter einem kleinern Winkel gegen die Normale der brechenden Fläche geneigt ist als die Axe, ist das Azimuth ω für jedes ϕ möglich, welches auch der Werth sei von $\frac{P}{S}$, d. i. des Azimuths der Polarisations-Ebene des einfallenden Strahls.

Ist $\tan \phi' > \frac{A}{C}$, so muß, wenn der ersten Gleichung in (3) ein mögliches ω genügen soll, sein:

$$\frac{\sin^2 \phi'}{A^2} - 1 < \left(\frac{S \cos(\phi - \phi')}{P}\right)^2,$$

und wenn der zweiten Gleichung daselbst durch ein mögliches ω genügt werden soll, muß sein:

$$\frac{\sin^2 \phi'}{A^2} - 1 < \left(\frac{P}{S \cos(\phi - \phi')}\right)^2.$$

Wenn die beiden durch (3) bestimmten ω zugleich möglich sein sollen, so müssen diese beiden Bedingungen-Gleichungen zugleich stattfinden. Indem

man sie mit einander multiplicirt, erhält man noch eine dritte von $\frac{P}{S}$ unabhängige Bedingung, die erfüllt werden muß, nämlich:

$$\sin^2 \phi' < 2A^2.$$

Wir können also setzen $\sin \phi' = (1+\alpha)A^2$, wo $\alpha < 1$ sein muß. Wir brauchen aber nur die Werthe von α zwischen 0 und 1 zu berücksichtigen, denn für ein negatives α wird $\tan^2 \phi' < \frac{A^2}{C^2}$, und in diesen Fällen sind, wie wir schon bemerkt haben, die beiden ω immer möglich. Alsdann kann man die beiden ersten Bedingungen schreiben:

$$(4) \quad \begin{aligned} \frac{P}{S \cos(\phi - \phi')} &> \sqrt{\alpha} \\ \frac{P}{S \cos(\phi - \phi')} &< \sqrt{\frac{1}{\alpha}}. \end{aligned}$$

Man erhält, wenn ω durch die erste der Gleichungen (3) bestimmt wird:

$$(5) \quad O'^2 + E'^2 = \frac{R''^2 \frac{1-\gamma'^2}{1-\gamma'^2} \left(\frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi + \phi')} \right)^2}{\sin^2 x + \cos^2 x \cos^2(\phi - \phi')},$$

wo R'' aus (23) und (16) mit Berücksichtigung, daß $\frac{P}{S} = -\tan x' \cos(\phi - \phi')$ ist, zu nehmen ist.

Wenn ω durch die zweite Gleichung in (3) bestimmt wird, so ist:

$$(6) \quad O''^2 + E''^2 = \frac{D'^2 \sin^2 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi') (\cos^2 x + \sin^2 x \cos^2(\phi - \phi'))},$$

wo D' aus (16) zu entnehmen ist, mit Rücksicht, daß $\frac{P}{S} = \cotg x \cos(\phi - \phi')$ ist. Diefß giebt, wenn man nur die ersten Potenzen von $(\phi' - \phi'')$ berücksichtigt, nach einigen Reductionen:

$$(7) \quad D' = \frac{\sin 2\phi}{\sin(\phi + \phi')} \left\{ \frac{\gamma \sin(\phi + \phi')}{\sqrt{1-\gamma'^2}} + \frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \cos 2\phi' \frac{\cos \phi'}{\cos(\phi - \phi')} \right\} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi + \phi')}.$$

Wenn die doppelte Brechung so stark ist, wie z. B. im Kalkspath, so werden die Beobachtungen Azimuthe ω ergeben, welche von denen, die sich aus (3) bestimmen, etwas verschieden sind. Es werden überhaupt die beobachteten Azimuthe diejenigen sein, für welche $O^2 + E^2$ ein Minimum ist, hierin die vollständigen Werthe aus (2) gesetzt. Die Gröfsen in (3) werden also nicht $= 0$ sein, sondern endlich Werthe von der Ordnung $(\phi' - \phi'')$ haben, welche ich respective mit X' und X'' bezeichnen will. Ich werde die Bedingungen

untersuchen, unter welchen $O^2 + E^2$ ein Minimum wird, dabei aber nur die ersten Potenzen von $(\phi' - \phi'')$ berücksichtigen. Setzt man also:

$$P \cos x' + S \sin x' \cos(\phi - \phi') = X' \quad (8)$$

in (2) und vernachlässigt die höhern Potenzen von $(\phi' - \phi'')$, so erhält man:

$$\begin{aligned} O' \sqrt{P^2 + S^2 \cos^2(\phi - \phi')} &= \left\{ \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi')} X' + R'' \right\} \frac{\sqrt{1 - \gamma'^2} \sin(\phi' - \phi''')}{1 - \gamma'^2 \sin^2(\phi + \phi')} \cos(\phi - \phi') \left\{ \frac{S}{\cos x'} \right. \\ E' \sqrt{P^2 + S^2 \cos^2(\phi - \phi')} &= \left\{ \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi')} X' \right\} \frac{S}{\cos x'}. \end{aligned} \quad (9)$$

Dies in $O^2 + E^2 = \text{Min.}$ gesetzt, giebt:

$$X' = -R'' \sqrt{\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2}} \frac{\sin(\phi' - \phi''') \cos(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi')}{2 \sin 2\phi \sin 2\phi'} \quad (10)$$

oder, wenn man bedenkt, daß man nach (16) des vorigen §. wegen (8) setzen kann:

$$\begin{aligned} D' &= -\frac{\sin 2\phi}{\sin(\phi + \phi')} \frac{S}{\cos x'}, \\ X' &= \frac{R''}{D'} \sqrt{\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2}} \frac{\sin(\phi' - \phi''')}{2 \sin 2\phi'} \frac{S \cos(\phi - \phi')}{\cos x'}, \end{aligned} \quad (11)$$

worin aus (23) §. 13. zu setzen ist:

$$\frac{R''}{D'} = -\frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \left(\sin x' \cos z' \frac{\cos(\phi + \phi')}{\cos(\phi - \phi')} - \cos x' \sin z' \right).$$

Aus (8) und (11) findet man x' . Wenn man die erste Annäherung von x' bezeichnet mit Y' , so daß

$$\tan Y' = -\frac{P}{S \cos(\phi - \phi')},$$

so erhält man:

$$\sin(x' - Y') = +\frac{R''}{D'} \sqrt{\frac{1 - \gamma'^2}{1 - \gamma''^2}} \frac{\sin(\phi' - \phi''')}{2 \sin 2\phi'}, \quad (12)$$

woraus mittelst (14) §. 13. ω zu bestimmen ist. Dieser Werth von ω bringt $O^2 + E^2$ auf die Hälfte des Werthes in (5).

Setzt man in (2)

$$P \sin x' - S \cos x' \cos(\phi - \phi') = X'' \quad (13)$$

und berücksichtigt nur die Glieder der ersten Ordnung in Beziehung auf $(\phi' - \phi'')$, so erhält man:

$$(14) \quad \begin{aligned} O'' \sqrt{P^2 + S^2 \cos^2(\phi - \phi')} &= \frac{D' \sin 2\phi'}{\sin(\phi + \phi')} \frac{S \cos(\phi - \phi')}{\sin x'} \\ E'' \sqrt{P^2 + S^2 \cos^2(\phi - \phi')} &= - \frac{D'' \sin 2\phi'}{\sin(\phi + \phi')} X'' = - \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi')} \frac{S}{\sin x} X''. \end{aligned}$$

Man erhält aus (15) §. 13., indem man nur die Glieder der ersten Ordnung berücksichtigt, nach einigen Reductionen:

$$D' = \frac{\sin 2\phi}{\sin^2(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \times \left\{ X'' \sin(\phi + \phi') + S \left(\frac{\gamma'}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \cos(\phi + \phi') + \cos x' \sin(\phi + \phi') \right) \sin(\phi - \phi') \sin(\phi' - \phi'') \right\},$$

was sich umformen läßt in

$$(15) \quad D' = \frac{\sin 2\phi}{\sin^2(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \left\{ X'' \sin(\phi + \phi') + S \frac{C \cos \phi - A \cos \omega \sin \phi}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \sin(\phi - \phi') \sin(\phi' - \phi'') \right\}.$$

Hieraus ergibt sich:

$$(16) \quad \begin{aligned} (O''^2 + E''^2) (P^2 + S^2 \cos^2(\phi - \phi')) &= \\ \frac{\sin^2 2\phi \sin^2 2\phi' S^2}{\sin^4(\phi + \phi') \sin^2 x} &\left\{ \left(X'' + S \frac{C \cos \phi - A \cos \omega \sin \phi}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \sin(\phi' - \phi'') \right)^2 + X''^2 \right\} \end{aligned}$$

und der Werth, für welchen $O''^2 + E''^2$ ein Minimum wird, ist

$$(17) \quad X'' = - \frac{S(C \cos \phi - A \sin \phi \cos \omega)}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{2}.$$

Hieraus und aus (13), wenn die erste Annäherung für x' bezeichnet wird mit Y'' , so daß

$$(18 a.) \quad \text{tang } Y'' = \frac{S \cos(\phi - \phi')}{P},$$

erhält man:

$$(18 b.) \quad \sin(x' - Y'') = - \sin Y'' \frac{(C \cos \phi - A \sin \phi \cos \omega)}{\sqrt{1-\gamma'^2} \cos(\phi - \phi')} \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{2},$$

woraus das dazu gehörige ω gefunden wird mittelst

$$\text{tang } x' = \frac{A \sin \omega}{C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega}.$$

Es ist gut, einige particuläre Fälle zu bemerken.

Wenn in (12) $P = 0$ gesetzt wird, so wird $\text{tang } x' = 0$, weil $\frac{R''}{D'}$ in diesem Falle $= 0$ wird, da $\sin x'$ mit $\sin z'$ zugleich verschwinden. Eben so wird

$\tan x' = 0$ in (18), wenn $S = 0$ gesetzt wird. Dies ist streng richtig, wie aus den vollständigen Ausdrücken für O und E in (2) erhellt, und ist übrigens ein sich selbst darbietendes Resultat, daß nämlich ein parallel oder senkrecht auf der Einfallsebene polarisierter Strahl, wenn er durch ein krystallinisches Blättchen so hindurchgegangen ist, daß die Einfallsebene mit dem Hauptschnitt zusammenfällt, seine Polarisations-Ebene unverändert behält. Von größerem Interesse sind die folgenden zwei Fälle:

1) Wenn in (12) $S = 0$ ist. Dies wird uns die Bedingungen geben, unter welchen bei einem senkrecht auf der Einfallsebene polarisierten Strahle nach seinem Durchgang durch ein dünnes Blättchen, seine Polarisations-Ebene so wenig wie möglich unverändert wird.

Da mit $S = 0$ auch $\cos Y' = 0$ wird und $\sin Y' = 1$, so hat man

$$\frac{R''}{D'} = -\tan(\phi - \phi') \cotg(\phi + \phi') \cos z'$$

und

$$\sin(x' - Y') = -\cos x' = -\sqrt{\frac{1-\gamma'^2}{1-\gamma'^2}} \tan(\phi - \phi') \cotg(\phi + \phi') \cos z' \frac{\sin(\phi' - \phi''')}{2 \sin^2 \phi'}. \quad (19)$$

Die Formeln (12) und (18) geben überhaupt die Relation, die zwischen ϕ und ω stattfinden muß, damit $O^2 + E^2$ ein Minimum wird. Man kann darin ϕ als gegeben ansehen und daraus ω bestimmen. So haben wir es bis jetzt angesehen; man kann aber auch ω als gegeben ansehen und hieraus ϕ bestimmen. Diese letzte Bedeutung der Formel (12) ist von Interesse in Beziehung auf ihre Prüfung durch Beobachtungen bei dem particulären Falle, der in (19) dargestellt ist. Es soll also aus (19) der zu einem gegebenen ω gehörige Einfallswinkel ϕ bestimmt werden. Man kann in (19) für ϕ , ϕ' und $(\phi' - \phi''')$ die Werthe setzen, welche sich aus $\cos x' = 0$, d. i.

$$C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega = 0 \quad (20)$$

ergehen. Bezeichnet man den hieraus in (19) hervorgehenden Werth von $\cos x'$ durch $\cos(x')$, so hat man:

$$\frac{C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega}{\sqrt{1-\gamma'^2}} = \cos(x'), \quad (21)$$

woraus ϕ' und also ϕ gefunden wird. Bezeichnet man den aus (20) hervorgehenden Werth von ϕ' mit (ϕ') und den aus (21) mit $(\phi') + \xi$, wo ξ von der Ordnung $\cos(x')$, d. i. wegen (19) von der Ordnung $(\phi' - \phi''')$, so hat man bei Vernachlässigung der Potenzen von $(\phi' - \phi''')$

$$\xi = \frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{\gamma'} \cos(x').$$

Bezeichnet man den zu (ϕ') gehörigen Winkel ϕ mit (ϕ) und den zu $(\phi') + \xi$ gehörigen mit $(\phi) + \psi$, so hat man aus $\sin((\phi') + \xi) = \mu \sin((\phi) + \psi)$

$$\psi = \frac{\cos(\phi')}{\mu \cos(\phi)} \xi = \frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{\mu \gamma'} \frac{\cos(\phi')}{\cos(\phi)} \cos(x').$$

Berücksichtigt man nun, daß bis zu der hier gebrauchten Annäherung ist:

$$\sin(\phi' - \phi'') = \left(\frac{1 - \gamma''^2}{1 - \gamma'^2} \right) \sin(\phi' - \phi''),$$

so hat man endlich:

$$(22) \quad \psi = \frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{2\mu \gamma'} \frac{\cos \phi' \cos \phi''}{\cos \phi \sin \frac{1}{2} \phi'} \tan(\phi - \phi') \cotg(\phi + \phi') \sin(\phi' - \phi''),$$

wo für die respectiven ϕ die Werthe, welche sich aus (20) ergeben, zu setzen sind.

2) Wenn in (18) $P = 0$ gesetzt wird, so wird, wie aus (18 a.) erhellt, $\cos Y'' = 0$ und man hat

$$\cos x' = \frac{(C \cos \phi - A \sin \phi \cos \omega)}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \frac{\tan(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{2}$$

oder, da wegen der Gleichung $\cos Y'' = 0$ man hat:

$$C \cos \phi - A \sin \phi \cos \omega = \gamma' \cos(\phi + \phi'),$$

so ist:

$$(23) \quad \cos x' = \frac{\gamma'}{\sqrt{1-\gamma'^2}} \tan(\phi - \phi') \cotg(\phi + \phi') \frac{\sin(\phi' - \phi'')}{2}.$$

Hieraus kann man wiederum das zu einem gegebenen ω gehörige ϕ bestimmen. Bezeichnet man das durch (23) bestimmte ϕ mit $(\phi + \psi)$, wo ϕ sich bezieht auf das durch (20) bestimmte ϕ' , für welches

$$\tan \phi' = \frac{A}{C} \cos \omega,$$

so findet man durch ähnliche Betrachtung, wie oben ψ' gefunden wurde:

$$\psi = \frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{\mu \gamma'} \frac{\cos \phi'}{\cos \phi} \cos x',$$

wo für $\cos x'$ sein Werth aus (23) zu setzen ist. Es ist also:

$$\psi'' = \frac{1}{2\mu} \frac{\cos \phi'}{\cos \phi} \tan(\phi - \phi') \cotg(\phi + \phi') \sin(\phi' - \phi''),$$

wo für ϕ und ϕ' die sich aus (20) ergebenden Werthe zu setzen sind. Vergleicht man ψ mit ψ'' , so sieht man, dafs man hat:

$$\psi' = \psi'' \frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{\gamma'} \frac{\cos z'}{\sin 2\phi'}.$$

Aus $\sqrt{1-\gamma'^2} \cos z' = -C \sin \phi' - A \cos \phi' \cos \omega$ und aus $C \sin \phi' - A \cos \omega \cos \phi' = 0$ findet man:

$$\frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{\gamma'} \frac{\cos z'}{\sin 2\phi'} = -\frac{\sqrt{1-\gamma'^2}}{\sqrt{1-\gamma'^2}},$$

und demnach kann man setzen, weil die Quadrate von $(\phi' - \phi'')$ vernachlässigt werden:

$$\psi' + \psi'' = 0.$$

§. 15.

Es sollen jetzt die in §. 2. aufgestellten Grundsätze angewandt werden auf krystallinische Medien mit zwei optischen Axen. Zu dem Ende werde ich erst die allgemeinen Formeln aufstellen, wodurch die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Wellen-Ebenen, die Richtungen ihrer Bewegungen und die Lage der ihnen angehörigen Strahlen bestimmt werden. Es seien μ, ν, π die Werthe der drei Elasticitäts-Axen, und zwar seien μ und π der kleinste und grösste und ν der mittlere Werth. Das Coordinaten-System x, y, z legen wir parallel mit den Elasticitäts-Axen μ, ν, π . Die Gleichung der Fresnelschen Elasticitäts-Fläche ist demnach:

$$\rho^2 = \mu^2 a^2 + \nu^2 b^2 + \pi^2 c^2, \quad (1)$$

wo ρ ihren Radius vector bedeutet, und a, b, c die Cosinusse der Winkel, welche dieser mit den Elasticitäts-Axen bildet. Die beiderlei Fortpflanzungsgeschwindigkeiten einer Wellen-Ebene, je nachdem sie eine gewöhnliche oder ungewöhnliche (*) ist, erhält man, wenn man diese Ebene durch den

(*) Anmerk. Der Sinn dieser uneigentlichen Benennung kann nur zweifelhaft sein, wenn die beiden optischen Axen gerade unter 90° gegeneinander geneigt sind. Ich nenne nämlich die gewöhnliche Wellen-Ebene diejenige, welche es im eigentlichen Sinne des Wortes werden würde, wenn man sich den spitzen Winkel der optischen Axen verkleinert bis auf 0° denkt.

Mittelpunkt der Elasticitäts-Fläche legt und den größten und kleinsten Radius dieses Schnittes bestimmt. Wenn α , β , γ die Cosinuse der Neigungen der Normale der Wellen-Ebene gegen die Elasticitäts-Axen μ , ν , π bedeuten, so ist v der größte oder kleinste Radius des Schnittes, bestimmt durch folgende Gleichung:

$$(2) \quad \frac{\alpha^2}{v^2 - \mu^2} + \frac{\beta^2}{v^2 - \nu^2} + \frac{\gamma^2}{v^2 - \pi^2} = 0.$$

Ich werde die beiden Wurzeln dieser quadratischen Gleichung mit o und e bezeichnen, so daß also o oder e die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit einer Wellen-Ebene bezeichnet, die parallel mit $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$ ist, je nachdem sie eine gewöhnliche oder ungewöhnliche ist. Die Richtung der Bewegung in dieser Wellen-Ebene steht senkrecht auf demjenigen Radius vector ihres Schnittes mit der Elasticitäts-Fläche, durch welchen ihre Fortpflanzungs-Geschwindigkeit ausgedrückt ist. Man findet für die Cosinuse o_1 , o_2 , o_3 , der Winkel, welche die Richtung der Bewegung in der Wellen-Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$ mit den Elasticitäts-Axen bildet, in dem Falle, daß sie eine gewöhnliche ist:

$$(3) \quad \begin{aligned} o_1 &= \frac{\alpha}{(e^2 - \mu^2) E} \\ o_2 &= \frac{\beta}{(e^2 - \nu^2) E} \\ o_3 &= \frac{\gamma}{(e^2 - \pi^2) E}, \end{aligned}$$

wo der Kürze halber gesetzt ist:

$$E = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{e^2 - \mu^2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{e^2 - \nu^2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{e^2 - \pi^2}\right)^2}.$$

Bezeichnet man die entsprechenden Cosinuse in dem Falle, daß die Wellen-Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$ eine ungewöhnliche ist, durch e_1 , e_2 , e_3 , so hat man:

$$(4) \quad \begin{aligned} e_1 &= \frac{\alpha}{(o^2 - \mu^2) O} \\ e_2 &= \frac{\beta}{(o^2 - \nu^2) O} \\ e_3 &= \frac{\gamma}{(o^2 - \pi^2) O}, \end{aligned}$$

wo man für O hat:

$$O = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{o^2 - \mu^2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{o^2 - \nu^2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{o^2 - \pi^2}\right)^2}.$$

Diese Werthe (3) und (4) ergeben sich leicht aus denjenigen Ausdrücken, welche ich in meiner Abhandlung über die doppelte Strahlenbrechung (*Pogg. Ann.* Bd. XXV. p. 445) gegeben habe.

An einem andern Orte (*Pogg. Ann.* Bd. XXXIII.) habe ich gezeigt, daß die Wurzeln o und e der Gleichung (2) einen sehr einfachen Ausdruck erhalten, wenn man die Lage der Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = o$ auf die optischen Axen bezieht, d. h. auf die Normalen der Kreisschnitte der Elasticitäts-Fläche. Bildet nämlich die Wellen-Ebene mit dessen Axen die Winkel $90 - u$ und $90 - u'$, so ist:

$$\begin{aligned} o^2 &= \mu^2 - (\mu^2 - \pi^2) \sin^2 \left(\frac{u - u'}{2} \right) = \frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\mu^2 - \pi^2}{2} \cos(u - u') \\ e^2 &= \mu^2 - (\mu^2 - \pi^2) \sin^2 \left(\frac{u + u'}{2} \right) = \frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\mu^2 - \pi^2}{2} \cos(u + u'). \end{aligned} \quad (5)$$

Der zur Wellen-Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = o$ gehörige Strahl ist die Linie, in welcher sich der Durchschnittspunkt dieser Wellen-Ebene mit anderen Wellen-Ebenen: $\alpha' x + \beta' y + \gamma' z = o$, die in ihrer Richtung nur unendlich wenig verschieden von der erstern sind, bewegt. Diese Richtung fällt in krystallinischen Medien nicht mit der Normale der Wellen-Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = o$ zusammen, weil mit der Richtung der Wellen-Ebenen sich zugleich die Fortpflanzungs-Geschwindigkeiten ändern. Es sei $\alpha x + \beta y + \gamma z = o$ eine ungewöhnliche Wellen-Ebene, und nach Verlauf der Einheit der Zeit sei ihre Lage gegeben durch

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = e. \quad (a)$$

Die Lage zweier andern unendlich wenig der Richtung nach verschiedenen ebenen Wellen wird man erhalten, wenn man diese Gleichung nach einander einmal nach α und dann nach β differentiirt:

$$x + \frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} z = \frac{\partial e}{\partial \alpha} \quad (b)$$

$$y + \frac{\partial \gamma}{\partial \beta} z = \frac{\partial e}{\partial \beta}. \quad (c)$$

Eine Linie vom Mittelpunkt $x = o$, $y = o$, $z = o$ nach dem von $\partial \alpha$ und $\partial \beta$ unabhängigen Durchschnittspunkt der drei Ebenen a , b , c ist die Richtung

des Strahls, welcher zur ungewöhnlichen Wellen-Ebene $\alpha x + \beta y + z = 0$ gehört. Man muß die Differentiale nach $\partial \alpha$ und $\partial \beta$ eliminiren.

Die Differential-Quotienten von γ erhält man aus der Bedingung $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$:

$$(d) \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \alpha} = -\frac{\alpha}{\gamma}, \quad \frac{\partial \gamma}{\partial \beta} = -\frac{\beta}{\gamma}$$

und die Werthe der Differential-Quotienten von e findet man durch Differentiation der Gleichung (2) in welcher $v = e$ ist, so daß also

$$(e) \quad \frac{\alpha^2}{e^2 - \mu^2} + \frac{\beta^2}{e^2 - \nu^2} + \frac{\gamma^2}{e^2 - \pi^2} = 0.$$

Differentiirt man diese Gleichung nach α , setzt statt $\frac{\partial \gamma}{\partial \alpha}$ seinen Werth aus (d) und setzt nach (3)

$$(f) \quad \left(\frac{\alpha}{e^2 - \mu^2} \right)^2 + \left(\frac{\beta}{e^2 - \nu^2} \right)^2 + \left(\frac{\gamma}{e^2 - \pi^2} \right)^2 = E^2,$$

so erhält man:

$$(g) \quad e E^2 \frac{\partial e}{\partial \alpha} = \frac{\alpha}{e^2 - \mu^2} - \frac{\alpha}{e^2 - \pi^2}$$

und ganz ähnlich findet man

$$(h) \quad e E^2 \frac{\partial e}{\partial \beta} = \frac{\beta}{e^2 - \nu^2} - \frac{\beta}{e^2 - \pi^2}.$$

Werden die Werthe aus (d) und aus (g) und (h) in (b) und (c) substituirt, so verwandeln sich diese in

$$(i) \quad x - \frac{\alpha}{\gamma} z = \alpha \left(\frac{1}{e^2 - \mu^2} - \frac{1}{e^2 - \pi^2} \right) \frac{1}{E^2 e}$$

$$(k) \quad y - \frac{\beta}{\gamma} z = \beta \left(\frac{1}{e^2 - \nu^2} - \frac{1}{e^2 - \pi^2} \right) \frac{1}{E^2 e}.$$

Fügt man noch hinzu:

$$(l) \quad z - z = 0$$

und multiplicirt die Gleichungen (i) (k) (l) respective mit α , β , γ und addirt sie, so ist die Summe:

$$(m) \quad \alpha x + \beta y + \gamma z - \frac{z}{\gamma} = \left\{ \frac{\alpha^2}{e^2 - \mu^2} + \frac{\beta^2}{e^2 - \nu^2} - \frac{\alpha^2 + \beta^2}{e^2 - \pi^2} \right\} \frac{1}{E^2 e}.$$

Es ist aber nach (a)

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = e,$$

und nach (b)

$$\frac{\alpha^2}{e^2 - \mu^2} + \frac{\beta^2}{e^2 - \nu^2} + \frac{\gamma^2}{e^2 - \pi^2} = 0.$$

Dies berücksichtigend findet man aus (m)

$$z = \left\{ e + \frac{1}{E^2 e (e^2 - \pi^2)} \right\} \gamma.$$

Dieser Werth in (i) und (k) substituirt, giebt die Werthe von x und y . Es ist also, wenn die Ordinaten des Durchschnittspunktes mit x_e, y_e, z_e bezeichnet werden, um anzudeuten, daß er zu einem System ungewöhnlicher Wellen-Ebenen gehört:

$$\begin{aligned} x_e &= \alpha \left\{ e + \frac{1}{E^2 e (e^2 - \mu^2)} \right\} \\ y_e &= \beta \left\{ e + \frac{1}{E^2 e (e^2 - \nu^2)} \right\} \\ z_e &= \gamma \left\{ e + \frac{1}{E^2 e (e^2 - \pi^2)} \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

In derselben Zeit, in welcher die Wellen-Ebene den Weg e durchläuft, durchläuft der ihr zugehörige Strahl den Weg $\sqrt{x_e^2 + y_e^2 + z_e^2}$, den wir $= r_e$ setzen wollen. Die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Strahls ist also r_e ; man findet, indem man die Quadrate der drei Gleichungen (6) addirt, dabei die Gleichung (e) berücksichtigt und bedenkt, daß wegen (f)

$$\frac{1}{E^2 e^2} \left\{ \frac{\alpha^2}{(e^2 - \mu^2)^2} + \frac{\beta^2}{(e^2 - \nu^2)^2} + \frac{\gamma^2}{(e^2 - \pi^2)^2} \right\} = \frac{1}{E^2 e}$$

ist:

$$r_e^2 = e^2 + \frac{1}{e^2 E^2}. \quad (7)$$

Die Cosinusse der Winkel $(S_e a), (S_e b), (S_e c)$, welche der Strahl mit den drei Elasticitäts-Axen bildet, sind:

$$\cos(S_e a) = \frac{x_e}{r_e}, \quad \cos(S_e b) = \frac{y_e}{r_e}, \quad \cos(S_e c) = \frac{z_e}{r_e}. \quad (8)$$

Wenn die Wellen-Ebene $\alpha x + \beta y + \gamma z = 0$ eine gewöhnliche ist, so geben ganz dieselben Betrachtungen für die Componenten der Geschwindigkeit des ihr zugehörigen Strahls nach den drei Elasticitäts-Axen:

$$\begin{aligned}
 x_o &= \alpha \left(o + \frac{1}{O^2 o (o^2 - \mu^2)} \right) \\
 y_o &= \beta \left(o + \frac{1}{O^2 o (o^2 - \nu^2)} \right) \\
 z_o &= \gamma \left(o + \frac{1}{O^2 o (o^2 - \pi^2)} \right)
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

und für die Geschwindigkeit selbst:

$$r_o^2 = o^2 + \frac{1}{o^2 O^2}.$$

$$\tag{10}$$

Mittelst dieser Formeln kann also immer, wenn eine Wellen-Ebene gegeben ist, der ihr zugehörige Strahl gefunden werden (*).

Jetzt werde ich mich mit dem umgekehrten Problem beschäftigen, nämlich, wenn der Strahl gegeben ist, die ihm zugehörige Wellen-Ebene zu finden.

Aus der Gleichung (10) findet man, indem von beiden Seiten μ^2 abgezogen wird:

$$r_o^2 - \mu^2 = \frac{o^2 O^2 (o^2 - \mu^2) + 1}{o^2 O^2},$$

$$\tag{11}$$

während man aus (9) erhält:

$$x_o = \frac{\alpha (O^2 o^2 (o^2 - \mu^2) + 1)}{O^2 o (o^2 - \mu^2)}.$$

Dividirt man diese Gleichung durch die vorhergehende, so erhält man:

$$\frac{x_o}{r_o^2 - \mu^2} = \frac{\alpha o}{o^2 - \mu^2}.$$

(*) Anmerkung. Aus den Gleichungen (6) oder (9) kann man leicht α , β , γ , und die Geschwindigkeit der Wellen-Ebene bestimmen und diese Werthe in (e) gesetzt, geben eine Gleichung zwischen x , y , z . Dies ist die Gleichung der Wellen-Oberfläche. Es ist der Herr Doctor Senf, jetzt in Dorpat, der zuerst diesen höchst einfachen und eleganten Calcul, um zu dieser Gleichung zu gelangen, angewendet hat. Fresnel hielt seine deshalb angestellte Rechnung nicht für darstellbar, und Herrn Ampère's Arbeit über diesen Gegenstand (*Annales de chimie* T. XXXIX.) wird man jetzt gerne entbehren. Herr Dr. Senf hat auch zuerst die der Gleichung der Wellen-Oberfläche angemessene Form gefunden, nämlich:

$$\frac{\mu^2 x^2}{r^2 - \mu^2} + \frac{\nu^2 y^2}{r^2 - \nu^2} + \frac{\pi^2 z^2}{r^2 - \pi^2} = o.$$

Aus dieser Form ergibt sich sogleich die von Fresnel angegebene Construction der Wellen-Oberfläche mittelst des Ellipsoids, welches um die Axen der Elasticitäts-Fläche beschrieben ist.

Man erhält zwei ähnliche Gleichungen, wenn man x, α, μ vertauscht einmal mit γ, β, ν und dann mit z, γ, π . Man hat also:

$$\frac{x_o}{r_o^2 - \mu^2} = \frac{\alpha o}{o^2 - \mu^2}, \quad \frac{\gamma_o}{r_o^2 - \nu^2} = \frac{\beta o}{o^2 - \nu^2}, \quad \frac{z_o}{r_o^2 - \pi^2} = \frac{\gamma o}{o^2 - \pi^2}. \quad (12)$$

Addirt man die Quadrate dieser Gleichungen zusammen und setzt:

$$\left(\frac{x_o}{r_o^2 - \mu^2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_o}{r_o^2 - \nu^2}\right)^2 + \left(\frac{z_o}{r_o^2 - \pi^2}\right)^2 = S_o^2, \quad (13)$$

so hat man:

$$S_o^2 = o^2 O^2. \quad (14)$$

Setzt man diesen Werth in (10), so ist also:

$$o^2 = r_o^2 - \frac{1}{S_o^2}. \quad (15)$$

Durch diese Gleichung ist also aus der Lage und Fortpflanzungs-Geschwindigkeit des Strahls die Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Wellen-Ebene gefunden. Aus (11) und (12) erhält man die Cosinusse der Neigung der Normale der Wellen-Ebene gegen die Elasticitäts-Axen, nämlich:

$$\begin{aligned} o\alpha &= x_o \left(1 - \frac{1}{r_o^2 - \mu^2 S_o^2}\right) \\ o\beta &= \gamma_o \left(1 - \frac{1}{r_o^2 - \nu^2 S_o^2}\right) \\ o\gamma &= z_o \left(1 - \frac{1}{r_o^2 - \pi^2 S_o^2}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

Ganz ähnliche Werthe erhält man, wenn der Strahl ein ungewöhnlicher ist, indem man überall o mit e vertauscht, und statt S_o setzt S_e , wo S_e durch die Gleichung (13) gegeben wird, wenn in ihr, statt des Index o überall der Index e gesetzt wird.

Dividirt man die Gleichungen (12) durch die Gleichung (11), nämlich durch $S_o = oO$ und berücksichtigt die Gleichungen (1), so findet man die Cosinusse e_1, e_2, e_3 der Richtung der Bewegung in einem ungewöhnlichen Strahle bestimmt durch seine Richtung nämlich:

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{x_o}{(r_o^2 - \mu^2) S_o} \\ e_2 &= \frac{\gamma_o}{(r_o^2 - \nu^2) S_o} \\ e_3 &= \frac{z_o}{(r_o^2 - \pi^2) S_o}. \end{aligned} \quad (17)$$

Eben so erhält man die Cosinusse der Winkel, welche die Richtung der Bewegung in einem gewöhnlichen Strahl mit den Elasticitäts-Axen bilden, bestimmt durch die Cosinusse des Strahls selbst:

$$(18) \quad \begin{aligned} o_1 &= \frac{x_e}{(r_e^2 - \mu^2) S_e} \\ o_2 &= \frac{y_e}{(r_e^2 - \nu^2) S_e} \\ o_3 &= \frac{z_e}{(r_e^2 - \pi^2) S_e}. \end{aligned}$$

Für den Cosinus des Winkels, den ein Strahl, wenn er ein gewöhnlicher ist, mit der Richtung seiner Bewegung macht, hat man:

$$\frac{o_1 x_o + o_2 y_o + o_3 z_o}{r_o}.$$

Setzt man hierin die Werthe für o_1, o_2, o_3 aus (3) und für x_o, y_o, z_o aus (9) und berücksichtigt, daß

$$\frac{\alpha^2}{e^2 - \mu^2} + \frac{\beta^2}{e^2 - \nu^2} + \frac{\gamma^2}{e^2 - \pi^2} = 0$$

und daß:

$$\left\{ \frac{\alpha^2}{(e^2 - \mu^2)(o^2 - \mu^2)} + \frac{\beta^2}{(e^2 - \nu^2)(o^2 - \nu^2)} + \frac{\gamma^2}{(e^2 - \pi^2)(o^2 - \pi^2)} \right\} \frac{1}{OE} = 0,$$

weil dies der Cosinus der Neigung der beiden durch o_1, o_2, o_3 und e_1, e_2, e_3 bestimmten Richtungen ist, diese aber rechtwinklig gegen einander geneigt sind, dann findet man:

$$(18. b) \quad o_1 x_o + o_2 y_o + o_3 z_o = 0,$$

woraus folgt, daß der gewöhnliche Strahl immer senkrecht auf der Richtung seiner Bewegung ist. Man findet ebenso:

$$(18. c) \quad e_1 x_e + e_2 y_e + e_3 z_e = 0.$$

Also sowohl der gewöhnliche als ungewöhnliche Strahl stehen senkrecht auf der Richtung ihrer Bewegung. Für optisch einaxige Krystalle ist dieses schöne Theorem, welches im Widerspruch steht mit einer Behauptung der Fresnelschen Theorie, eine aus der einfachen geometrischen Construction der Wellen-Ebene und des Strahls sich ergebende Folgerung aus der von uns angenommenen Definition der Polarisations-Ebene.

Sowohl die Formeln, durch welche die zu einer Wellen-Ebene gehörigen Strahlen bestimmt sind, als diejenigen, wodurch die zu einem Strahle gehörigen Wellen-Ebenen bestimmt sind, werden in einigen Fällen unbestimmt. Diese Fälle werde ich discutiren, und dies wird mich auf eine sehr einfache Weise zu den beiden schönen Theoremen von Hamilton (*Pogg. Ann.* Bd. XXVIII.) über die konische Refraction führen. Ich werde mich zu dem Ende mit den Formeln (12) beschäftigen, in ihnen aber den Index o fortlassen und statt der Geschwindigkeit o setzen v , wo v sowohl die gewöhnliche als ungewöhnliche Fortpflanzungs-Geschwindigkeit der Wellen-Ebenen bezeichnen soll, eben so wie r ohne Index die beiderlei Fortpflanzungs-Geschwindigkeiten der Strahlen bedeuten soll, so aber, daß r und v zugleich die gewöhnlichen Geschwindigkeiten oder zugleich die ungewöhnlichen Geschwindigkeiten bezeichnen.

Die Relationen in (12) sind also :

$$\begin{aligned}\frac{x}{r^2 - u^2} &= \frac{\alpha v}{v^2 - u^2} \\ \frac{y}{r^2 - v^2} &= \frac{\beta v}{v^2 - v^2} \\ \frac{z}{r^2 - \pi^2} &= \frac{\gamma v}{v^2 - \pi^2}.\end{aligned}\tag{19}$$

Wenn man hierin $\beta = o$ setzt und zugleich α und γ so bestimmt, daß $v = v$ wird, so wird der Werth von $\gamma = \frac{o}{o}$, und man muß schließsen, weil β und $v = v$ von einander unabhängig $= o$ werden, daß γ keinen bestimmten, sondern sehr viele Werthe hat, nämlich alle diejenigen Werthe, welche der ersten und dritten der Gleichungen (19) genügen. Durch diese beiden Gleichungen wird aber eine Curve bestimmt und es gehören also alle Strahlen, welche vom Mittelpunkt der Coordinaten nach dieser Curve gezogen sind, zu einer und derselben Wellen-Ebene, nämlich derjenigen, für welche $\beta = o$ und $v = v$; zu dieser Wellen-Ebene gehört also nicht ein Strahlen-Paar, sondern ein Strahlen-Kegel. Diese Wellen-Ebene, für welche $\beta = o$ und $v = v$, ist parallel mit dem Kreisschnitt der Elasticitäts-Fläche. Man erhält die ihr angehörigen Werthe von α und γ , wenn in (2) $\beta = o$ gesetzt wird, wodurch man erhält:

$$\frac{\alpha^2}{v^2 - u^2} + \frac{\gamma^2}{v^2 - \pi^2} = o,$$

und hierin α und β so bestimmt werden, daß $v = \nu$ ist. Man findet:

$$(20) \quad \alpha = \sqrt{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}} \quad \gamma = \sqrt{\frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2}}.$$

Setzt man diese Werthe in die erste und dritte der Gleichungen (19) und den Werth für $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, so ist:

$$(21) \quad \begin{aligned} x &= (x^2 + y^2 + z^2 - \mu^2) \frac{\nu}{\sqrt{(\pi^2 - \mu^2)(\nu^2 - \mu^2)}} \\ z &= -(x^2 + y^2 + z^2 - \pi^2) \frac{\nu}{\sqrt{(\pi^2 - \mu^2)(\pi^2 - \nu^2)}}, \end{aligned}$$

woraus sich ergibt, daß die Curve ein Kreis ist. Die Ebene dieses Kreises steht senkrecht auf der Coordinaten-Ebene $y = 0$, sein Mittelpunkt liegt in dieser Ebene, und nennt man die Coordinaten der beiden Durchschnittspunkte der Coordinaten-Ebene $y = 0$ mit dem Kreise: x' , z' und x'' , z'' , so ist:

$$\begin{aligned} x' &= \nu \sqrt{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}} & x'' &= \frac{\pi^2}{\nu} \sqrt{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}} \\ z' &= \nu \sqrt{\frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2}} & z'' &= \frac{\mu^2}{\nu} \sqrt{\frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2}}. \end{aligned}$$

Der Durchmesser des Kreises ist also:

$$\sqrt{(x' - x'')^2 + (z' - z'')^2} = \frac{1}{\nu} \sqrt{(\pi^2 - \nu^2)(\nu^2 - \mu^2)} = 2R.$$

Die vom Mittelpunkt der Coordinaten nach dem Durchschnittspunkt (x', y', z') gezogene Linie steht senkrecht auf demjenigen Durchmesser des Kreises, der von diesem Durchschnittspunkt nach dem Durchschnittspunkt (x'', y'', z'') gezogen wird, und ist also auch senkrecht auf der Ebene des Kreises. Aus der Vergleichung mit (20) ergibt sich, daß diese vom Mittelpunkt nach x' , y' , z' gezogene Linie zugleich die Normale der dem Strahlenkegel zugehörigen Wellen-Ebene ist, d. i. die optische Axe.

Die Entfernung des Durchschnittspunktes x' , y' , z' vom Mittelpunkt ist $= \nu$. Man kann hieraus also den Strahlen-Kegel construiren, welcher zu der dem Kreisschnitt der Elasticitäts-Fläche parallelen Wellen-Ebene gehört. Benennt man die durch α und γ in (20) bestimmte Neigung gegen die Axe π mit n , wo also n die halbe Neigung der optischen Axen ist, so ist:

$$\sin n = \sqrt{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}} \quad \cos n = \sqrt{\frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2}}. \quad (22)$$

Führt man diesen Winkel in den Ausdruck für den Durchmesser ein, so erhält man:

$$2R = \frac{1}{\nu} \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin 2n.$$

Legt man durch die optische Axe eine Ebene mit der Neigung ω gegen die Ebene durch die beiden optischen Axen, so ist die Sehne, welche in dem Kreise (21) durch diese Ebene abgeschnitten wird, $\frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu} \sin 2n \cos \omega$, und also, wenn die Neigung der Seite des Kegels in dieser Ebene gegen die optische Axe durch q bezeichnet wird:

$$\tan q = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos \omega. \quad (23)$$

Dies ist die einfachste Form der Gleichung des Strahlen-Kegels.

Setzt man in (19) $\gamma = 0$ und $r = \nu$, d. h. nimmt man an, der Strahl bewege sich in der Richtung der Normale eines Kreisschnittes des Ellipsoids, wodurch Fresnel die Geschwindigkeiten der Strahlen construirt hat, so wird $\beta = \frac{o}{o}$, was man auch hier so auszulegen hat, daß β alle mögliche Werthe haben kann, wenn nur der ersten und dritten der Gleichungen (19) Genüge geschieht. Wenn $\gamma = 0$ und $r = \nu$ ist, so findet man:

$$x = \pi \sqrt{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}} = \nu \sqrt{\frac{\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\nu^2}}{\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\pi^2}}} \quad \text{und} \quad z = \mu \sqrt{\frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2}} = \nu \sqrt{\frac{\frac{1}{\nu^2} - \frac{1}{\pi^2}}{\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\pi^2}}}. \quad (24)$$

Substituirt man in der ersten und dritten der Gleichungen (19) diese Werthe für x , z und r und setzt man zugleich $\alpha\nu = x'$, $\beta\nu = y'$, $\gamma\nu = z'$, wo also x' , y' , z' die Coordinaten des Durchschnittspunktes sind, der zum Strahle $\gamma = 0$ und $r = \nu$ gehörigen Wellen-Ebene mit ihrer vom Mittelpunkt auf sie gefällte Perpendicular, so erhält man:

$$x' = \frac{\pi(\nu^2 - \mu^2)}{\sqrt{(\nu^2 - \mu^2)(\pi^2 - \mu^2)}} \quad z' = -\frac{\mu(\nu^2 - \pi^2)}{\sqrt{(\pi^2 - \nu^2)(\pi^2 - \mu^2)}}, \quad (25)$$

wo $\nu = x'^2 + y'^2 + z'^2$ ist. Die durch diese Gleichungen bestimmte Curve ist ein Kreis, dessen Ebene parallel ist mit der Axe y und dessen Mittelpunkt

in der Ebene (x, z). Es seien die Coordinaten der Durchschnittspunkte dieser Ebene mit dem Kreise x'', z'' und x''', z''' , so ist:

$$(26) \quad \begin{aligned} x'' &= \frac{\mu^2 \pi \sqrt{(\nu^2 - \mu^2)(\pi^2 - \mu^2)}}{\mu^2(\nu^2 - \mu^2) + \pi^2(\pi^2 - \nu^2)} & x''' &= \pi \sqrt{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}} \\ z'' &= \frac{\pi^2 \mu \sqrt{(\pi^2 - \nu^2)(\pi^2 - \mu^2)}}{\mu^2(\nu^2 - \mu^2) + \pi^2(\pi^2 - \nu^2)} & z''' &= \mu \sqrt{\frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2}}. \end{aligned}$$

Man erhält hieraus den Durchmesser des Kreises:

$$2R = \sqrt{(x'' - x''')^2 + (z'' - z''')^2} = \sqrt{\frac{(\pi^2 - \nu^2)(\nu^2 - \mu^2)}{\pi^2 + \mu^2 - \nu^2}}.$$

Die vom Mittelpunkt der Coordinaten nach x'', y'', z'' gezogene Linie steht senkrecht auf dem Durchmesser zwischen x'', y'', z'' und x''', y''', z''' und ihre Länge ist: $\frac{\nu \pi}{\sqrt{\mu^2 + \pi^2 - \nu^2}}$; die vom Mittelpunkte der Coordinaten nach x''', y''', z''' gezogene Linie fällt zusammen mit der Normale des Kreisschnittes des Fresnelschen Ellipsoids und ihre Länge ist $= \nu$. Die vom Mittelpunkt der Coordinaten nach der Peripherie des, dem Gesagten zufolge leicht zu construierenden Kreises gezogenen Linien bilden einen elliptischen Kegel, welcher der Ort der Normalen der Wellen-Ebenen ist, welche zu dem Strahl senkrecht auf den Kreisschnitt des Ellipsoids gehören. Beziehen wir diesen Kegel auf ein ähnliches Coordinations-System, wie vorher den Kegel (23). Es sei (q) die Neigung einer Seite dieses Kegels gegen die vom Mittelpunkt nach x'', y'', z'' gehende Seite und ω der Winkel, unter welchen die durch diese zwei Seiten gelegte Ebene gegen die Ebene der beiden optischen Axen geneigt ist, so ist:

$$\tan(q) = \cos \omega \sqrt{\frac{(\pi^2 - \nu^2)(\nu^2 - \mu^2)}{\pi^2 \mu^2}} = \nu^2 \cos \omega \sqrt{\left(\frac{1}{\nu^2} - \frac{1}{\pi^2}\right) \left(\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\nu^2}\right)}.$$

Benennt man die Winkel, unter welchen die vom Mittelpunkte nach x''' und y''' gehende Seite gegen die Axe π geneigt ist mit (n), wo also $2(n)$ die Neigung der Normalen der Kreisschnitte des Ellipsoids ist, so ist, wie aus (24) erhellt:

$$(27) \quad \begin{aligned} \sin(n) &= \sqrt{\frac{\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\nu^2}}{\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\pi^2}}} \\ \cos(n) &= \sqrt{\frac{\frac{1}{\nu^2} - \frac{1}{\pi^2}}{\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\pi^2}}} \end{aligned}$$

Dies in $\tan(q)$ substituirt, giebt:

$$\tan(q) = v^2 \left(\frac{\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\pi^2}}{2} \right) \sin 2(n) \cos \omega. \quad (28)$$

Die verschiedenen Brechungs-Coefficienten des längs der Normale des Kreischnittes des Ellipsoids sich bewegenden Strahls stellen die in 1 dividirten Linien vor, welche vom Mittelpunkte nach der Peripherie des Kreises (25) gezogen sind, d. i. $\frac{1}{v}$. Man findet:

$$v^2 = v^2 + \left(\frac{\pi^2 - \mu^2}{\pi^2} \right)^2 \sin^2 n \cos^2 n \cos^2 \omega, \quad (29)$$

woraus man ersieht, daß die Brechungs-Coefficienten bis auf die zweite Potenz des Unterschieds der größten und kleinsten Elasticitäts-Axe constant sind. Die Herleitung der Gleichung (29) geschieht am einfachsten auf folgende Weise. Man erhält aus (25)

$$-\frac{x'}{z'} = \frac{\pi}{\mu} \frac{v^2 - \mu^2}{v^2 - \pi^2} \Big/ \frac{\pi^2 - v^2}{v^2 - \mu^2} = \frac{\pi}{\mu} \frac{v^2 - \mu^2}{v^2 - \pi^2} \cotg n. \quad (30)$$

Legt man durch die Seite des Kegels, welche durch (28) bestimmt ist, eine Ebene senkrecht auf der Ebene der beiden optischen Axen und nennt den Winkel, den die Durchschnitts-Linie beider Ebenen bildet mit der Linie, welche von dem Mittelpunkt der Coordinaten nach x'' , z'' in (26) gezogen ist, α , und setzt man ferner $\frac{x''}{z''} = \tan p$, wo x'' und z'' die in (26) bestimmten Werthe haben, so erhält man für $\frac{x'}{z'}$ in (30) noch einen Ausdruck, nämlich:

$$\frac{x'}{z'} = \tan(p + \alpha).$$

Man hat aus (26) $\tan p = \frac{\mu}{\pi} \tan n$, wo n die halbe Neigung der optischen Axen; außerdem hat man $\tan \alpha = \cos \omega \tan(q)$, wo für $\cos(q)$ sein Werth aus (28) zu setzen ist, und wo ω dieselbe Bedeutung wie in (28) hat. Setzt man diesen Werth für p , α und (q) in $\tan(p + \alpha)$ und den sich ergebenden Ausdruck statt $\frac{x'}{z'}$ in (30), so findet man den in (29) angegebenen Ausdruck.

Indem man die Lage der Wellen-Ebenen auf die optischen Axen bezieht, statt sie auf die Elasticitäts-Axen zu beziehen, erhält man für mehrere der obigen Formeln sehr einfache Ausdrücke, die, da sie im Folgenden von Nutzen sein werden, ich hier angeben werde. Wenn u und u' die Winkel sind, welche die Normale der Wellen-Ebene mit den beiden optischen Axen

bildet, d. h. den Normalen der Kreisschnitte der Elasticitäts-Fläche, während wie oben α , β , γ die Cosinusse der Neigung der Wellen-Normale gegen die Axen x , y , z bedeuten, so ist:

$$\alpha = \sin\left(\frac{u+u'}{2}\right) \sin\left(\frac{u-u'}{2}\right) \sqrt{\frac{\pi^2-\mu^2}{\nu^2-\mu^2}}$$

$$\gamma = \cos\left(\frac{u+u'}{2}\right) \cos\left(\frac{u-u'}{2}\right) \sqrt{\frac{\pi^2-\mu^2}{\pi^2-\nu^2}}.$$

Man hat nach (5): $o^2 = \mu^2 + (\pi^2 - \mu^2) \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)$ und hieraus also:

$$o^2 - \mu^2 = (\pi^2 - \mu^2) \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)$$

$$o^2 - \nu^2 = \mu^2 - \nu^2 + (\pi^2 - \mu^2) \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) = \pi^2 - \nu^2 - (\pi^2 - \mu^2) \cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)$$

$$o^2 - \pi^2 = -(\pi^2 - \mu^2) \cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right).$$

Setzt man diese Werthe in den Ausdruck für O^2 in (4), nämlich in:

$$O^2 = \left(\frac{\alpha}{o^2 - \mu^2}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{o^2 - \nu^2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{o^2 - \pi^2}\right)^2,$$

so erhält man, wenn man mit $(\pi^2 - \mu^2)$ die Gleichung multiplicirt:

$$(\pi^2 - \mu^2)^2 O^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{u+u'}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)} \frac{\pi^2 - \mu^2}{\nu^2 - \mu^2}$$

$$+ \frac{1 - \sin^2\left(\frac{u+u'}{2}\right) \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) \frac{(\pi^2 - \mu^2)}{(\nu^2 - \mu^2)} - \cos^2\left(\frac{u+u'}{2}\right) \cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) \frac{\pi^2 - \mu^2}{\pi^2 - \nu^2}}{\left(\frac{o^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2}\right)^2} + \frac{\cos^2\left(\frac{u+u'}{2}\right) \frac{\pi^2 - \mu^2}{\pi^2 - \nu^2}}{\cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) \frac{\pi^2 - \mu^2}{\pi^2 - \nu^2}}.$$

Bringt man den zweiten Theil dieser Gleichung unter gleichen Nenner, so aber, daß man das erste Glied multiplicirt mit $\frac{o^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2} = \frac{\mu^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2} + \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)$ und das dritte mit $\frac{o^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2} = \frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2} - \cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)$, so erhält man nach einigen Reductionen:

$$O^2 (\pi^2 - \mu^2)^2 =$$

$$\frac{(\pi^2 - \nu^2) \cos^2\left(\frac{u+u'}{2}\right) \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) + (\nu^2 - \mu^2) \sin^2\left(\frac{u+u'}{2}\right) \cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) + (\mu^2 - \pi^2) \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) \cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)}{(\pi^2 - \mu^2) \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) \cos^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) \left(\frac{\mu^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2} + \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)\right)^2}.$$

Der Zähler dieses Bruchs löst sich in folgende zwei Factoren auf:

$$\left(\sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{u+u'}{2}\right)\right) \left(\mu^2 - \nu^2 + (\pi^2 - \mu^2) \sin^2\left(\frac{u'-u}{2}\right)\right)$$

und man erhält also:

$$O^2 (\pi^2 - \mu^2)^2 = \frac{4 \left(\sin^2\left(\frac{u'-u}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{u'+u}{2}\right) \right)}{\sin^2(u'-u) \left(\frac{\mu^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2} + \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right) \right)}$$

oder

$$\frac{1}{O^2} = \left(\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \right)^2 \sin^2(u-u') \left\{ \frac{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2} - \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)}{\sin u \sin u'} \right\}. \quad (31)$$

Durch eine ähnliche Rechnung, wenn statt o gesetzt wird e und hierfür sein Werth aus (5), findet man:

$$\frac{1}{E^2} = \left(\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \right)^2 \sin^2(u+u') \left\{ \frac{\sin^2\left(\frac{u'+u}{2}\right) - \frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}}{\sin u \sin u'} \right\}. \quad (32)$$

Die in { } eingeschlossenen Größen in (31) und (32) haben eine einfache geometrische Bedeutung. Betrachtet man nämlich die dreiseitige Pyramide, deren Kanten die beiden optischen Axen und die Normale der Wellen-Ebene sind, und nennt den Winkel, den die beiden optischen Axen mit einander bilden $2n$, und den Winkel, unter den die beiden Seiten-Ebenen, welche sich in der Wellen-Normale schneiden, gegen einander geneigt sind, $2j$, so hat man:

$$\cos 2n = \cos u \cos u' + \sin u \sin u' \cos 2j,$$

und wenn man bedenkt, dafs nach (22)

$$\cos^2 n = \frac{\pi^2 - \nu^2}{\pi^2 - \mu^2} \quad \text{und} \quad \sin^2 n = \frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}$$

ist, so zieht man hieraus:

$$\sin^2 j = \frac{\frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2} - \sin^2\left(\frac{u-u'}{2}\right)}{\sin u \sin u'}, \quad \cos^2 j = \frac{\sin^2\left(\frac{u+u'}{2}\right) - \frac{\nu^2 - \mu^2}{\pi^2 - \mu^2}}{\sin u \sin u'}. \quad (33)$$

Diese Werthe in (31) und (32) gesetzt, geben also:

$$\frac{1}{O} = \pm \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin(u-u') \sin j \quad (34)$$

$$\frac{1}{E} = \pm \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin(u+u') \cos j. \quad (35)$$

Ich werde im Folgenden den Winkel j für eine ungewöhnliche Wellen-Ebene mit k bezeichnen, und nur für eine gewöhnliche Wellen-Ebene den Buchstaben j beibehalten.

§. 16.

Es soll die Gleichung, welche aus dem Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte sich ergibt, gesucht werden. Wir nehmen die Betrachtungen wieder auf, die uns zu dem Verhältniß der entsprechenden Volumen der einfallenden Wellen-Ebene und der gebrochenen bei den einaxigen Kry-
stallen in §. 5. geführt haben, und bedienen uns auch derselben Bezeichnung. Es ist also $\alpha H \cos \phi$ das Volumen der einfallenden Wellen-Ebene und das Volumen der gebrochenen Wellen-Ebene: $\frac{H \sin \phi' W'}{\sin \phi}$.

Wir finden aus (3) §. 5. für die gewöhnliche Wellen-Ebene:

$$(1) \quad W' = \alpha \{ \cos \phi' - \sin \phi' \tan q' \cos \psi' \},$$

wo q' die Neigung des Strahls gegen die Normale der Wellen-Ebene und ψ' den Winkel bezeichnet, unter welchem die durch die Normale der gewöhnlichen Wellen-Ebene und ihren Strahl gelegte Ebene gegen die Einfalls-Ebene geneigt ist. Dieser Winkel ψ' ist so gerechnet, daß wenn man die drei Linien, nämlich die beiden Normalen N und n der brechenden Ebene und der Wellen-Ebene und den Strahl S durch den Mittelpunkt einer Kugel legt, in dem sphärischen Dreieck ihrer Durchschnitte mit dieser Kugel NnS die Seite NS dem Winkel $180 - \psi'$ gegenübersteht, oder was auf dasselbe hinauskommt, daß $\psi' = 0$, wenn der Strahl in der Einfalls-Ebene liegt und die Neigung von S gegen N größer ist, als von n gegen N .

Es ist leicht, die Werthe für $\tan q'$ und $\cos \psi'$ aus den angegebenen Formeln zu finden. Man hat:

$$\cos q' = \frac{\alpha' x_o + \beta' y_o + \gamma' z_o}{r_o}.$$

Setzt man hierin die Werthe für α_o , γ_o , z_o und r_o aus (9) §. 15., so findet man:

$$\cos q' = \frac{o}{\sqrt{o^2 + \frac{1}{o^2 o^2}}}$$

und also:

$$(2) \quad \tan q' = \frac{1}{o^2 o^2}.$$

In dem eben erwähnten Dreieck NnS ist die Seite $Nn = q'$ und $nS = q$; die dritte Seite NS ist die Neigung des Strahls gegen die Normale der brechenden Ebene. Es ist also:

$$\cos NS = \frac{Ax_o + By_o + Cz_o}{r_o},$$

wenn A, B, C die Cosinusse der Winkel sind, unter welchen die Normale N der brechenden Ebene gegen die Elasticitäts-Axen geneigt sind. Hierin aus (9) §. 15. die Werthe für x_o, y_o, z_o und r_o gesetzt, erhält man:

$$\cos NS = \frac{o \cos \phi + \frac{1}{O^2 o} \left\{ \frac{A\alpha'}{o^2 - \mu^2} + \frac{B\beta'}{o^2 - \nu^2} + \frac{C\gamma'}{o^2 - \pi^2} \right\}}{o^2 + \frac{1}{o^2 O^2}}.$$

Endlich hat man für den der Seite NS gegenüberstehenden Winkel $180 - \psi'$:

$$-\cos \psi' = \frac{\cos NS - \cos \phi' \cos q'}{\sin \phi' \sin q'}$$

und hieraus, wenn für $\cos NS$ und $\cos q$ und $\sin q$ ihre Werthe gesetzt werden:

$$-\sin \phi' \cos \psi' = \frac{1}{O} \left\{ \frac{A\alpha'}{o^2 - \mu^2} + \frac{B\beta'}{o^2 - \nu^2} + \frac{C\gamma'}{o^2 - \pi^2} \right\}. \quad (3)$$

Eben so giebt uns die Betrachtung in §. 5. für die ungewöhnliche Wellen-Ebene:

$$W'' = a \{ \cos \phi'' - \sin \phi'' \tan q'' \cos \psi'' \}, \quad (4)$$

wo q'' und ψ'' dieselbe Bedeutung für diese Wellen-Ebene haben als q' und ψ' für die gewöhnliche. Wir finden ganz ähnlich hier:

$$\tan q'' = \frac{1}{Ee^2} \quad (5)$$

und

$$-\sin \phi'' \cos \psi'' = \frac{1}{E} \left\{ \frac{A\alpha''}{e^2 - \mu^2} + \frac{B\beta''}{e^2 - \nu^2} + \frac{C\gamma''}{e^2 - \pi^2} \right\}, \quad (6)$$

wo ich der Gleichförmigkeit der Bezeichnung wegen die Cosinusse der Winkel, welche die Normale der Wellen-Ebene mit den Elasticitäts-Axen bildet, durch α'' und β'' und γ'' bezeichnet habe. Ich werde statt der Winkel ψ' und ψ'' andere einführen, nämlich diejenigen, unter welchen die Richtungen der Bewegung in der gewöhnlichen Wellen-Ebene und in der ungewöhnlichen geneigt sind gegen die Einfallsebene. Diese Winkel sollen α' und α'' heißen.

Da aber gefunden wurde, daß die Strahlen senkrecht auf den Richtungen ihrer Bewegung stehen, so ist:

$$\alpha' = 90 + \psi' \quad \alpha'' = 90 + \psi'',$$

wobei man bemerken muß, daß α' und α'' in demselben Sinne gezählt werden, wie ψ' und ψ'' . Demnach hat man also:

$$(7) \quad \begin{aligned} \cos \psi' \sin \phi' &= \sin \alpha' \sin \phi' = -\frac{1}{O} \left(\frac{A\alpha'}{o^2 - \mu^2} + \frac{B\beta'}{o^2 - v^2} + \frac{C\gamma'}{o^2 - \pi^2} \right) \\ \cos \psi'' \sin \phi'' &= \sin \alpha'' \sin \phi'' = -\frac{1}{E} \left(\frac{A\alpha''}{e^2 - \mu^2} + \frac{B\beta''}{e^2 - v^2} + \frac{C\gamma''}{e^2 - \pi^2} \right). \end{aligned}$$

Die entsprechenden Volumina in der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Welle werden hiernach:

$$\frac{\alpha H}{\sin \phi} \{ \sin \phi' \cos \phi' - \sin \alpha' \sin^2 \phi' \tan q' \}$$

und

$$\frac{\alpha H}{\sin \phi} \{ \sin \phi'' \cos \phi'' - \sin \alpha'' \sin^2 \phi'' \tan q'' \}.$$

Die Gleichung der lebendigen Kräfte wird also folgende:

$$(8) \quad \begin{aligned} \{ P^2 + S^2 - R_p^2 - R_r^2 \} \sin \phi \cos \phi \\ = D'^2 (\sin \phi' \cos \phi' - \sin \alpha' \sin^2 \phi' \tan q') + D''^2 (\sin \phi'' \cos \phi'' - \sin \alpha'' \sin^2 \phi'' \tan q''), \end{aligned}$$

wo P , S , R_p , R_r dieselbe Bedeutung wie oben haben, und D' und D'' die Geschwindigkeiten in der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Welle vorstellen.

Um die Gleichungen zu bilden, welche sich aus dem Prinzip der Gleichheit der Componenten ergeben, werde ich die Geschwindigkeiten D' und D'' in dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl nach folgenden Richtungen zerlegen: 1) senkrecht auf der Einfall-Ebene, 2) senkrecht auf der brechenden Ebene, 3) parallel mit der Einfall-Ebene und parallel mit der brechenden Ebene. Diese Componenten sind respective:

$$\begin{array}{lll} 1) & D' \sin \alpha' & \text{und} \quad D'' \sin \alpha'' \\ 2) & D' \cos \alpha' \sin \phi' & - \quad - D'' \cos \alpha'' \sin \phi'' \\ 3) & D' \cos \alpha' \cos \phi' & - \quad - D'' \cos \alpha'' \cos \phi''. \end{array}$$

Zerlegen wir nach denselben drei Richtungen die Geschwindigkeiten in dem einfallenden Strahl und in dem reflectirten Strahle, so erhalten wir:

$$\begin{array}{lll}
1) & P & \text{und} & R_p \\
2) & -S \sin \phi & - & -R_s \sin \phi \\
3) & -S \cos \phi & - & +R_s \cos \phi
\end{array}$$

und demnach erhalten wir aus dem Prinzip der Gleichheit der Componenten:

$$P + R_p = D' \sin x' + D'' \sin x'' \quad (9)$$

$$(S + R_s) \sin \phi = -D' \cos x' \sin \phi' + D'' \cos x'' \sin \phi'' \quad (10)$$

$$(S - R_s) \cos \phi = -D' \cos x' \cos \phi' + D'' \cos x'' \cos \phi''. \quad (11)$$

Diese drei Gleichungen, in Verbindung mit der Gleichung (8) bestimmen die gesuchten Größen. Ich werde jetzt zeigen, daß die Gleichung (8) auch hier, wie bei den einaxigen Krystallen, sich durch eine lineäre Gleichung ersetzen läßt.

Multiplicirt man (10) und (11) mit einander:

$$(S^2 - R_s^2) \sin \phi \cos \phi = D'^2 \cos^2 x' \sin \phi' \cos \phi' + D''^2 \cos^2 x'' \sin \phi'' \cos \phi'' - D' D'' \cos x' \cos x'' \sin(\phi' + \phi'')$$

und zieht dieses Product von (8) ab, so erhält man:

$$\begin{aligned}
(P^2 - R_p^2) \sin \phi \cos \phi &= D'^2 (\sin^2 x' \sin \phi' \cos \phi' - \sin x' \sin^2 \phi' \tan q') + D''^2 (\sin^2 x'' \sin \phi'' \cos \phi'' - \sin x'' \sin^2 \phi'' \tan q'') \\
&\quad + D' D'' \cos x' \cos x'' \sin(\phi' + \phi'').
\end{aligned}$$

Diese Gleichung ist durch (9) theilbar und man erhält durch diese Division:

$$(P - R_p) \sin \phi \cos \phi = R' (\sin x' \sin \phi' \cos \phi' - \sin^2 \phi' \tan q') + R'' (\sin x'' \sin \phi'' \cos \phi'' - \sin^2 \phi'' \tan q'') \quad (12)$$

vorausgesetzt, daß folgende Relation stattfindet:

$$\sin(\phi' + \phi'') (\sin x' \sin x'' \cos(\phi' - \phi'') - \cos x' \cos x'') = \sin^2 \phi' \tan q' \sin x'' + \sin^2 \phi'' \tan q'' \cos x'.$$

Um die Richtigkeit dieser Relation zu beweisen, werde ich sie zuerst in eine andere Form bringen.

Setzt man aus (2) und (5) für $\tan q'$ und $\tan q''$ die Werthe, nämlich:

$$\tan q' = \frac{1}{o^2 O} \quad \tan q'' = \frac{1}{e^2 E},$$

berücksichtigt ferner, daß

$$\frac{\sin^2 \phi'}{o^2} = \frac{\sin^2 \phi''}{e^2} = \sin^2 \phi$$

und daß

$$\sin(\phi' - \phi'') \sin(\phi' + \phi'') = \sin^2 \phi (o^2 - e^2) = -\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} (\cos(u - u') - \cos(v + v')) \sin^2 \phi,$$

so findet man:

$$\sin \alpha' \sin \alpha'' \cos(\phi' - \phi'') - \cos \alpha' \cos \alpha'' = \frac{-\left(\frac{\sin \alpha''}{O} + \frac{\sin \alpha'}{E}\right)}{\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} (\cos(u - u') - \cos(v + v'))} \sin(\phi' - \phi''). \quad (13)$$

Ehe die Werthe für $\frac{1}{O}$ und $\frac{1}{E}$ aus §. 15. (34) gesetzt werden, müssen wir untersuchen, welches von ihren Vorzeichen anzuwenden ist. Setzen wir in (7) $A = o$, $C = o$, so erhalten wir:

$$\cos \psi' \sin \phi' = \sin \alpha' \sin \phi' = -\frac{1}{O} \frac{\beta'}{o^2 - v^2}.$$

Aus (5) §. 15. sieht man, daß, weil $\sin \frac{2(u-u')}{2}$ nicht größer werden kann, als $\sin^2 n = \frac{\mu^2 - v^2}{u^2 - \pi^2}$, o^2 nicht größer werden kann als v^2 , wenn, wie wir immer der Gleichförmigkeit wegen annehmen, $\pi > \mu$ ist. Folglich ist $o^2 - v^2$ eine negative Gröfse. Der Werth von $\cos \psi'$ ist aber in diesem Fall, wo $A = o$, $C = o$, immer eine positive Gröfse, wie daraus erhellt, daß wenn man $\gamma' = o$ setzt, der Strahl immer mit der Elasticitäts-Axe v einen größern Winkel bildet, als die dazu gehörige Wellen-Normale; es muß also $\frac{1}{O}$ das positive Vorzeichen haben. Demnach ist:

$$\frac{1}{O} = \left(\frac{\pi^2 - \mu^2}{2}\right) \sin(u - u') \sin j,$$

wo u immer größer als u' sein muß. Geht man also von einer Wellen-Normale α' , β' , γ' über zu einer andern α'' , β'' , γ'' , so vertauschen die u , u' ihre Bedeutung, der Bogen, welcher vorher mit u bezeichnet wurde, muß jetzt mit u' bezeichnet werden und umgekehrt.

Um das Vorzeichen von $\frac{1}{E}$ zu discutiren, setzen wir in (7) $B = o$, $C = o$, so daß

$$\cos \psi'' \sin \phi'' = \sin \alpha'' \sin \phi'' = -\frac{1}{E} \frac{\alpha''}{e^2 - u^2}.$$

Der Werth von $e^2 - u^2$ ist immer positiv, der Werth von $\cos \psi$, wiederum vorausgesetzt, daß $\pi^2 > \mu^2$, ist wie man sieht negativ, wenn man $\beta'' = o$ setzt, wo der Strahl mit der Elasticitäts-Axe μ einen kleinern Winkel als die zugehörige Normale macht. Also ist auch für $\frac{1}{E}$ in (34) §. 15. das positive Vorzeichen zu nehmen. Indefs der Werth von $\cos \psi''$ behält sein negatives Vorzeichen, das Zeichen von γ'' mag positiv oder negativ sein, d. h. die Wellen-Normale mag mit der π Axe einen scharfen oder stumpfen Winkel bilden; es verändert

auch $\frac{\alpha''}{\alpha' - \alpha}$ sein Vorzeichen mit γ'' nicht, aber wohl der in §. 15. (34) gegebene Werth von $\frac{1}{E}$, weil wenn γ' positiv gesetzt ist, $(u+u') < 180$, und wenn γ'' negativ $(u+u') > 180$. Demnach muß man schreiben:

$$\frac{1}{E} = \pm \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin(v+u') \cos k,$$

wo das negative Zeichen nur zu nehmen ist, wenn $\sin(v+u')$ negativ wird. Ich werde im Folgenden der Gleichförmigkeit wegen nur das + Zeichen einführen mit dem Vorbehalt, dieses in das — Zeichen zu verwandeln, wenn $\frac{1}{E}$ negativ werden sollte.

Diese nun näher bestimmten Werthe für $\frac{1}{O}$ und $\frac{1}{E}$ in (13) gesetzt, verwandelt sich diese Relation in folgende:

$$\cos \alpha' \cos \alpha'' - \sin \alpha' \sin \alpha'' \cos(\phi' - \phi'') = \left\{ \frac{\sin \alpha'' \sin j \sin(u-u') + \sin \alpha' \cos k \sin(v+u')}{\cos(u-u') - \cos(v+u')} \right\} \sin(\phi' - \phi''). \quad (14)$$

Diese Relation läßt sich an eine geometrische Construction auf der Kugel-Fläche knüpfen. Wir legen durch den Mittelpunkt einer Kugel die beiden optischen Axen und die Normalen der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Wellen-Ebene; die Durchschnitte dieser vier Linien mit der Oberfläche seien Fig. 9. A, A', O, E . Die Einfall-Ebene schneidet also die Kugel in dem größten Kreise OE . Die Bogen AO und $A'O$ sind u und u' , die Bogen AE und $A'E$ sind v und v' , der Bogen $EO = (\phi' - \phi'')$, der Bogen $AA' = 2n$. Die Richtung der Bewegung in der gewöhnlichen Wellen-Ebene O liegt in der Ebene, welche den Winkel $AOA' = 2j$ halbirt; der Durchschnitt dieser Ebene mit der Kugel ist OO' . Construirt man EE' so, daß $AEA' = 2k$ dadurch halbirt wird, und zieht Ee senkrecht auf EE' , so ist Ee der Durchschnitt der Kugel mit derjenigen Ebene, in welcher die Bewegung der ungewöhnlichen Welle E liegt. Da diese Richtungen der Bewegungen senkrecht auf die resp. Wellen-Normalen stehen, so ist $O'ON = \alpha'$ und $eEN = \alpha''$. Es soll nämlich N den Durchschnitt der Kugel mit der Normale der brechenden Ebene bezeichnen.

Aus dieser Construction habe ich mich von der Richtigkeit der Relation (14) überzeugt, aber auf einem etwas mühsamen Wege. Die folgende einfachere Beweisführung ist mir von Herrn Professor Jacobi mitgetheilt worden. Es werden die Winkel EAO und $EA'O$ noch mit α und α'

bezeichnet und es sei $EO = (\phi' - \phi'') = \Delta$. Die Dreiecke EIO und EAO geben folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \sin \alpha \cos u &= \cos(x'' - k) \cos(x' + j) \cos \Delta - \sin(x'' - k) \sin(x' + j) \\
 \sin \alpha' \cos u' &= \cos(x'' + k) \cos(x' - j) \cos \Delta - \sin(x'' + k) \sin(x' - j) \\
 -\sin \alpha \cos v &= \sin(x'' - k) \sin(x' + j) \cos \Delta - \cos(x'' - k) \cos(x' + j) \\
 -\sin \alpha' \cos v' &= \sin(x'' + k) \sin(x' - j) \cos \Delta - \cos(x'' + k) \cos(x' - j).
 \end{aligned}
 \tag{a}$$

Multipliziert man die beiden erstern mit $\sin x''$, die beiden letztern mit $\sin x'$ und setzt respective:

$$\begin{aligned}
 \cos k &= \cos(x'' + k) \cos x'' + \sin(x'' + k) \sin x'' \\
 &= \cos(x'' - k) \cos x'' + \sin(x'' - k) \sin x'' \\
 \sin j &= -\sin(x' - j) \cos x' + \cos(x' - j) \sin x' \\
 &= -\cos(x' + j) \sin x' + \sin(x' + j) \cos x',
 \end{aligned}$$

so erhält man:

$$\begin{aligned}
 -\sin \alpha \cos u \sin x'' &= \sin(x' + j) \cos k - (\sin(x' + j) \cos x'' + \cos(x' + j) \sin x'' \cos \Delta) \cos(x'' - k) \\
 -\sin \alpha' \cos u' \sin x'' &= \sin(x' - j) \cos k - (\sin(x' - j) \cos x'' + \cos(x' - j) \sin x'' \cos \Delta) \cos(x'' + k) \\
 -\sin \alpha \cos v \sin x' &= \cos(x'' - k) \sin j - (\cos(x'' - k) \cos x' - \sin(x'' - k) \sin x' \cos \Delta) \sin(x' + j) \\
 -\sin \alpha' \cos v' \sin x' &= -\cos(x'' + k) \sin j - (\cos(x'' + k) \cos x' - \sin(x'' + k) \sin x' \cos \Delta) \sin(x' - j).
 \end{aligned}
 \tag{b}$$

Man hat ferner:

$$\begin{aligned}
 -\sin \alpha \sin u &= \sin \Delta \cos(x'' - k) & \sin \alpha \sin v &= \sin(x' + j) \sin \Delta \\
 -\sin \alpha' \sin u' &= \sin \Delta \cos(x'' + k) & \sin \alpha' \sin v' &= \sin(x' - j) \sin \Delta.
 \end{aligned}
 \tag{c}$$

Man erhält aus (b) und (c)

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} \sin x'' \sin(u - u') &= \cos k (\cos(x'' - k) \sin(x' - j) - \cos(x'' + k) \sin(x' + j)) \\
 &\quad + 2 \cos(x'' + k) \cos(x'' - k) \sin j (\cos x' \cos x'' - \sin x' \sin x'' \cos \Delta) \\
 \frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} \sin x' \sin(v + v') &= -\sin j (\cos(x'' - k) \sin(x' - j) - \cos(x'' + k) \sin(x' + j)) \\
 &\quad + 2 \sin(x' - j) \sin(x' + j) \cos k (\cos x' \cos x'' - \sin x' \sin x'' \cos \Delta)
 \end{aligned}$$

und hieraus:

$$\begin{aligned}
 \frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} (\sin x'' \sin j \sin(u - u') + \sin x' \cos k \sin(v + v')) \\
 = 2(\cos(x'' + k) \cos(x'' - k) \sin^2 j + \sin(x' + j) \sin(x' - j) \cos^2 k) (\cos x' \cos x'' - \sin x' \sin x'' \cos \Delta),
 \end{aligned}
 \tag{d}$$

woraus sich sogleich die verlangte Relation ergibt. Man hat nämlich:

$$\begin{aligned}\cos 2n &= \cos u \cos u' + \sin u \sin u' \cos 2j = \cos(u-u') - 2\sin u \sin u' \sin^2 j \\ \cos 2n &= \cos v \cos v' + \sin v \sin v' \cos 2k = \cos(v-v') + 2\sin v \sin v' \cos^2 k,\end{aligned}\quad (e)$$

also:

$$\cos(u-u') - \cos(v-v') = 2(\sin u \sin u' \sin^2 j + \sin v \sin v' \cos^2 k),$$

woraus nach (c)

$$\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin^2 \Delta} (\cos(u-u') - \cos(v-v')) = 2(\cos(x''-k) \cos(x''+k) \sin^2 j + \sin(x'-j) \sin(x'+j) \cos^2 k).$$

Dividirt man (d) durch diese Gleichung, so erhält man:

$$\frac{\sin x'' \sin j \sin(u-u') + \sin x' \cos k \sin(v-v')}{\cos(u-u') - \cos(v-v')} \sin \Delta = \cos x' \cos x'' - \sin x' \sin x'' \cos \Delta, \quad (f)$$

welches eben die zu beweisende Relation (14) ist.

Es lassen sich aus (a) auf ähnliche Weise noch einige Relationen ableiten, die uns später von Nutzen sein werden. Multiplicirt man die beiden ersten Gleichungen (a) mit $\cos x''$ und die beiden letzten mit $\sin x'$, so erhält man:

$$\begin{aligned}\sin \alpha \cos u \cos x'' &= + \sin k \sin(x'+j) - \cos(x''-k) (\sin(x'+j) \sin x'' - \cos(x'+j) \cos x'' \cos \Delta) \\ \sin \alpha' \cos u' \cos x'' &= - \sin k \sin(x'-j) - \cos(x''+k) (\sin(x'-j) \sin x'' - \cos(x'+j) \cos x'' \cos \Delta) \\ - \sin \alpha \cos v \sin x' &= \sin j \cos(x''-k) - \sin(x'+j) (\cos(x''-k) \cos x' - \sin(x''-k) \sin x' \cos \Delta) \\ - \sin \alpha' \cos v' \sin x' &= - \sin j \cos(x''+k) - \sin(x'-j) (\cos(x''+k) \cos x' - \sin(x''+k) \sin x' \cos \Delta)\end{aligned}$$

und hieraus:

$$\begin{aligned}\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} \sin(u-u') \cos x'' &= \sin k (\sin(x'-j) \cos(x''-k) + \sin(x'+j) \cos(x''+k)) \\ &\quad - 2 \sin j \cos(x''+k) \cos(x''-k) (\cos x' \sin x'' + \sin x' \cos x'' \cos \Delta) \\ \frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} \sin(v-v') \sin x' &= \sin j (\cos(x''-k) \sin(x'-j) + \cos(x''+k) \sin(x'+j)) \\ &\quad - 2 \sin k \sin(x'+j) \sin(x'-j) (\cos x' \sin x'' + \cos x'' \sin x' \cos \Delta)\end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned}\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} (\sin(u-u') \cos x'' \sin j - \sin(v-v') \sin x' \sin k) \\ = -2 (\sin^2 j \cos(x''+k) \cos(x''-k) - \sin^2 k \sin(x'+j) \sin(x'-j)) (\cos x' \sin x'' + \cos x'' \sin x' \cos \Delta).\end{aligned}\quad (g)$$

Man hat ferner aus (e)

$$\cos(u-u') - \cos(v-v') = 2(\sin u \sin u' \sin^2 j - \sin v \sin v' \cos^2 k)$$

und wegen (c)

$$\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin^2 \Delta} (\cos(u-u') - \cos(v-v')) = 2(\cos(x''-k) \cos(x''+k) \sin^2 j - \sin(x'-j) \sin(x'+j) \cos^2 k).$$

Hiermit in (g) dividirt, giebt:

$$(h) \quad -\sin \Delta \frac{\sin(u-u') \cos x'' \sin j - \sin(v-v') \sin x' \sin k}{\cos(u-u') - \cos(v-v')} = \cos \alpha' \sin \alpha'' + \cos x'' \sin x' \cos \Delta.$$

Eine andere nützliche Relation erhält man auf folgende Weise. Man multiplicirt die beiden ersten der Gleichungen (a) mit $\sin x''$ und die dritte und vierte mit $\cos x'$:

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos u \sin x'' &= -\cos k \sin(x'+j) + \cos(x''-k) (\sin(x'+j) \cos x'' + \cos(x'+j) \sin x'' \cos \Delta) \\ \sin \alpha' \cos u' \sin x'' &= -\cos k \sin(x'-j) + \cos(x''+k) (\sin(x'-j) \cos x'' + \cos(x'-j) \sin x'' \cos \Delta) \\ -\sin \alpha \cos v \cos x' &= -\cos j \cos(x''-k) + \sin(x'+j) (\cos(x''-k) \sin x' + \sin(x''-k) \cos x' \cos \Delta) \\ -\sin \alpha' \cos v' \cos x' &= -\cos j \cos(x''+k) + \sin(x'-j) (\cos(x''+k) \sin x' + \sin(x''+k) \cos x' \cos \Delta). \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} -\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} \sin x'' \sin(u+u') &= -\cos k (\sin(x'+j) \cos(x''+k) + \sin(x'-j) \cos(x''-k)) \\ &\quad + 2 \cos(x''-k) \cos(x''+k) \cos j (\sin x' \cos x'' + \cos x' \sin x'' \cos \Delta) \\ -\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} \cos x' \sin(v+v') &= -\cos j (\cos(x''-k) \sin(x'-j) + \cos(x''+k) \sin(x'+j)) \\ &\quad + 2 \sin(x'+j) \sin(x'-j) \cos k (\cos x'' \sin x' + \sin x'' \cos x' \cos \Delta). \end{aligned}$$

Also:

$$\begin{aligned} -\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} (\sin x'' \cos j \sin(u+u') - \cos x' \cos k \cos(v+v')) \\ = 2 (\cos(x''-k) \cos(x''+k) \cos^2 j - \sin(x'+j) \sin(x'-j) \cos^2 k) (\cos x'' \sin x' + \sin x'' \cos x' \cos \Delta). \end{aligned}$$

Es ist aber:

$$\frac{\sin \alpha \sin \alpha'}{\sin \Delta} (\cos(u+u') - \cos(v+v')) = -2 (\cos^2 j \cos(x''-k) \cos(x''+k) - \cos^2 k \sin(x'+j) \sin(x'-j))$$

daher:

$$(i) \quad \sin \Delta \frac{\sin x'' \cos j \sin(u+u') - \cos x' \cos k \cos(v+v')}{\cos(u+u') - \cos(v+v')} = (\cos \alpha'' \sin \alpha' + \sin x'' \cos \alpha' \cos \Delta).$$

§. 17.

Die Gleichungen, von welchen die Intensitäten der reflectirten und gebrochenen Strahlen abhängen, sind also folgende:

$$\begin{aligned} (S+R_s) \sin \phi &= -D' \cos x' \sin \phi' + D'' \cos x'' \sin \phi'' \\ (S-R_s) \cos \phi &= -D' \cos x' \cos \phi' + D'' \cos x'' \cos \phi'' \\ P+R_p &= D' \sin x' + D'' \sin x'' \\ (P-R_p) \sin \phi \cos \phi &= D' (\sin x' \sin \phi' \cos \phi' - \sin^2 \phi' \tan q') + D'' (\sin x'' \sin \phi'' \cos \phi'' - \sin^2 \phi'' \tan q''). \end{aligned}$$

Man erhält hieraus:

$$\begin{aligned} R_p &= p P + s' S \\ R_s &= p' P + s S, \end{aligned} \quad (1)$$

wo die Coefficienten p, p', s, s' folgende Werthe haben:

$$\begin{aligned} Np &= \cos x'' \sin(\phi + \phi'') (\sin x' \sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') + \sin^2 \phi' \tan q') \\ &\quad + \cos x' \sin(\phi + \phi') (\sin x'' \sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') + \sin^2 \phi'' \tan q'') \\ Ns &= -\cos x' \sin(\phi - \phi') (\sin x'' \sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') - \sin^2 \phi'' \tan q'') \\ &\quad - \cos x'' \sin(\phi - \phi'') (\sin x' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \tan q') \\ Np' &= -\sin 2\phi \cos x' \cos x'' \sin(\phi' - \phi'') \\ Ns' &= \sin 2\phi \{ \sin x' \sin x'' \sin(\phi' - \phi'') \cos(\phi' + \phi'') - \sin x'' \sin^2 \phi' \tan q' + \sin x' \sin^2 \phi'' \tan q'' \}, \end{aligned} \quad (2)$$

worin:

$$N = \left\{ \begin{aligned} &\cos x'' \sin(\phi + \phi'') (\sin x' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \tan q') \\ &+ \cos x' \sin(\phi + \phi') (\sin x'' \sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') - \sin^2 \phi'' \tan q'') \end{aligned} \right\}.$$

Für die Geschwindigkeiten in den gebrochenen Strahlen findet man:

$$\begin{aligned} ND' &= 2 \sin \phi \cos \phi \{ P \cos x' \sin(\phi + \phi') - S (\sin x' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \tan q') \} \\ ND'' &= 2 \sin \phi \cos \phi \{ P \cos x' \sin(\phi + \phi') + S (\sin x' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \tan q') \}. \end{aligned} \quad (3)$$

Hieraus erhält man die Intensitäten des Lichtes in den gebrochenen gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahlen. Diese sind nämlich respective: $D'^2 U'$ $D''^2 U''$, wo:

$$\begin{aligned} U' &= \frac{\sin \phi' \cos \phi' - \sin x' \sin^2 \phi' \tan q'}{\sin \phi \cos \phi} \\ U'' &= \frac{\sin \phi'' \cos \phi'' - \sin x'' \sin^2 \phi'' \tan q''}{\sin \phi \cos \phi}. \end{aligned} \quad (4)$$

Wenden wir diese Formeln, um sie zu erläutern, auf die drei einfachsten Fälle an, nämlich:

1) wenn die Einfallsebene den spitzen Winkel der optischen Axen halbt. Hier ist $u - u' = 0$, $\frac{1}{\sigma^2 \sigma} = \tan q' = 0$, $v + v' = 2v$. Ferner ist $\sin x' = 0$, $\cos x'' = 0$, aber $\cos x' = \mp 1$, je nachdem die Normale der brechenden Ebene auf der Seite der π Axe oder der ν Axe liegt, in Beziehung auf die Normale der gebrochenen Wellen-Ebene, angenommen, der bequemerer Verständigung wegen, daß die π Axe es ist, welche den spitzen Winkel der optischen Axen halbt. Unter denselben Umständen ist $\sin x'' = \pm 1$.

Man findet aus (1) und (2) und (3) $p' = 0$, $s' = 0$ und

$$\begin{aligned}
 R_s &= -\frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} S \\
 R_p &= \frac{\left(\sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') \pm \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E} \right) P}{\sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') \mp \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}} \\
 D' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi S}{\sin(\phi + \phi')} \\
 D'' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi P}{\sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') \mp \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}} \\
 U' &= \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi} \\
 U'' &= \frac{\sin \phi'' \cos \phi'' \mp \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}}{\sin \phi \cos \phi}.
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

2) Wenn die Einfallsebene den stumpfen Winkel der optischen Axen halbiert, oder, was dasselbe ist, zusammenfällt mit der Ebene der v und μ Axe. Hier ist $(v + v') = 180^\circ$ und also $\frac{1}{e^2 E} = \tan g \eta'' = 0$, $(u - u') = 180 - 2u'$. Ferner ist $\cos \alpha' = 0$, $\sin \alpha'' = 0$ und $\sin \alpha' = \pm 1$, $\cos \alpha'' = \mp 1$, je nachdem die Normale der brechenden Ebene auf der Seite der v Axe oder der μ Axe liegt, in Beziehung auf die Normale der gebrochenen Wellen-Ebene. Man findet $p' = 0$, $s' = 0$

$$\begin{aligned}
 R_s &= -\frac{\sin(\phi - \phi'')}{\sin(\phi + \phi'')} S \\
 R_p &= \frac{\left(\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') \pm \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O} \right) P}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \mp \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O}} \\
 D' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi P}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \mp \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O}} \\
 D'' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi S}{\sin(\phi + \phi'')} \\
 U' &= \frac{\sin \phi' \cos \phi' \mp \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O}}{\sin \phi \cos \phi} \\
 U'' &= \frac{\sin \phi'' \cos \phi''}{\sin \phi \cos \phi}.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

3) Die Einfallsebene fällt mit der Ebene der optischen Axen zusammen. Hier haben wir zwei Fälle zu unterscheiden:

a) Die Normalen der gebrochenen Wellen-Ebenen liegen in dem stumpfen Winkel der optischen Axen

$$\sin x' = 0, \cos x'' = 0, j = 0, k = 0, \frac{1}{O} = 0$$

und: $\cos x' = \mp 1, \sin x'' = \pm 1,$

wo das obere oder untere Zeichen zu nehmen ist, je nachdem die Normale der brechenden Ebene auf der Seite der π Axe oder der μ Axe liegt, in Beziehung auf die Normale der gebrochenen Wellen-Ebene. Man findet $p' = 0, s' = 0$

$$\begin{aligned} R_r &= -\frac{\sin(\phi - \phi') S}{\sin(\phi + \phi')} \\ R_p &= \frac{(\sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') \pm \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}) P}{\sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') \mp \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}} \\ D' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi S}{\sin(\phi + \phi')} \\ D'' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi P}{\sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') \mp \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}} \\ U' &= \frac{\sin \phi' \cos \phi'}{\sin \phi \cos \phi} \\ U'' &= \frac{\sin \phi'' \cos \phi'' \mp \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}}{\sin \phi' \cos \phi'} \end{aligned} \quad (7)$$

b) Die Normalen der gebrochenen Wellen-Ebenen liegen in dem spitzen Winkel der optischen Axen:

$$\cos x' = 0, \sin x'' = 0, 2j = 180^\circ, 2k = 180, \frac{1}{E} = 0$$

und

$$\sin x' = \pm 1, \cos x'' = \mp 1,$$

wo die obere oder untere Vorzeichen zu nehmen sind, je nachdem die Normale der brechenden Ebene auf der Seite der π Axe oder der μ Axe liegt, in Beziehung auf die Normale der gebrochenen Wellen-Ebene. Man erhält $p' = 0, s' = 0$ und

$$\begin{aligned}
 R_s &= -\frac{\sin(\phi - \phi'') \mathcal{S}}{\sin(\phi + \phi'')} \\
 R_p &= \frac{\left(\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') \pm \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O} \right) P}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \mp \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O}} \\
 D' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi P}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \mp \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O}} \\
 D'' &= \frac{\pm 2 \sin \phi \cos \phi \mathcal{S}}{\sin(\phi + \phi'')} \\
 U' &= \sin \phi' \cos \phi \mp \frac{\sin^2 \phi'}{o^2 O} \\
 U'' &= \frac{\sin \phi'' \cos \phi''}{\sin \phi \cos \phi}.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Dafs von diesen Formeln diejenigen, welche sich auf die reflectirten Strahlen beziehen, auch für den besondern Fall, der in der Mitte zwischen den beiden Fällen in (a) und (b) liegt, wo die Normale der gebrochenen Welle mit der optischen Axe zusammenfällt, richtig sind, und man nur $\phi' = \phi''$ zu setzen habe, werde ich im folgenden §. zeigen.

§. 18.

Ich werde mich jetzt mit der Anwendung der Formeln (1) (2) (3) des vorigen §. auf einen Fall beschäftigen, der beim ersten Anblick einige Schwierigkeit darbietet, nämlich auf den Fall, wo statt der doppelten Brechung des einfallenden Strahls die konische Brechung eintritt. Ich werde untersuchen die Licht-Intensitäten und die Lage der Polarisations-Ebenen in den verschiedenen Seiten des Lichtkegels, in welche der einfallende Strahl sich zerspaltet. Die Formeln (1) (2) (3) werden in diesem Falle völlig unbestimmt, weil x' und x'' , j und k hier jeden Werth haben können, sie bekommen die Natur eines Ausdrucks, der durch bestimmte Werthe zweier von einander unabhängiger Gröfsen $\frac{0}{0}$ wird. Es bedarf in solchen Fällen immer einer besondern Untersuchung über die Bedeutung dieses $\frac{0}{0}$. Diese werde ich an die Fig. 10. knüpfen. Durch den Mittelpunkt einer Kugel sind die beiden optischen Axen gelegt, welche ihre Oberfläche in \mathcal{A} und \mathcal{A}' schneiden. Durch denselben Mittelpunkt legen wir die Normale der brechenden Ebene

und die Normale der gewöhnlichen und ungewöhnlichen Wellen-Ebene und den dazu gehörigen einfallenden Strahl, welche Linien die Oberfläche respective schneiden in B , O , E und S . Die Einfalls-Ebene ist also der größte Kreis $BEOS$. Ich habe angenommen, daß die Normale der brechenden Ebene in der Ebene der optischen Axen liegt, und zwar in ihrem spitzen Winkel, und ich werde später den allgemeineren Fall untersuchen. Die Bewegungen in der gewöhnlichen Wellen-Ebene O liegen in der Ebene des Kreises OO' , welcher den Winkel $\angle AOA'$ halbt, und ihr zugehöriger Strahl in o , so daß der Winkel $\angle oOO'$ ein rechter ist und die Tangente des Bogens $oO = \frac{1}{o^2 O}$, wo o und O in der Bedeutung §. 15. (5) und (4) genommen sind. Dies beruht auf (2) §. 16. und 18 b. §. 15. In der ungewöhnlichen Wellen-Ebene E findet die Bewegung in der Ebene des Kreises EE' statt, welcher $\angle AEC$ halbt, der dazu gehörige Strahl liegt in e , so daß $\angle eEE'$ ein rechter Winkel ist, und die Tangente von $eE = \frac{1}{e^2 E}$. Die Winkel $\angle AOA'$ und $\angle AEA'$ sind dieselben, welche wir mit $2j$ und $2k$ bezeichnet haben, der Winkel $\angle SEE''$ ist unser x'' und $\angle SOO'$ gleich x' . Denken wir uns nun den einfallenden Strahl allmählig von S nach S' bis S'' rückend, so aber, daß die Normale der gewöhnlichen gebrochenen Wellen-Ebene sich bewegt in dem Kreise AO , während die brechende Ebene B unverändert bleibt, so fallen O und E immer näher an einander und sie fallen zusammen, wenn O in A , S in S'' angekommen ist. Verfolgen wir die verschiedenen Lagen der Polarisations-Ebenen von O und E während der Bewegung von O auf AO nach A , so sehen wir, daß diese, wenn O und E in A zusammenfallen, die Lagen Aa und Ab angenommen haben, wo Ab den Winkel $\angle A'AO$ halbt und Aa den Winkel $\angle OAS''$. Wir haben also in dieser Grenze $\angle S''Aa = x'$, $\angle S''Ab = x''$. Der W. $2j = 2k = BAD = 360 - 2x' = 2x'' - 180$, und also $x' + x'' = 270$. Der zur Wellen-Normale A gehörige gewöhnliche Strahl liegt in b' , der dazu gehörige ungewöhnliche Strahl in a' . Ich werde die Bogen $\angle Ab'$ und $\angle Aa'$ mit q' und q'' bezeichnen, dann ist:

$$\text{tang } q' = \frac{1}{o^2 O} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin x'$$

$$\text{tang } q'' = \frac{1}{e^2 E} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin x'' = -\frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos x',$$

weil $o^2 = e^2 = \nu^2$ und weil in $\frac{1}{O} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin(u - u') \sin j$, der Winkel

$u' = 0$ und $u = 2n$ ist, und in $\frac{1}{E} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin(\nu + \nu') \cos k$ der W. $\nu' = 0$ und $\nu = 2n$ ist. Setzen wir $180 - x' = \omega$, wo also $\omega = W. a'AS''$ ist, so ist:

$$(1) \quad \tan q' = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin \omega \quad \text{und} \quad \tan q'' = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos \omega.$$

Hierbei muß man bemerken, daß der Bogen q'' sich zwar in dem Azimuth ω befindet, nicht aber der Bogen q' , vielmehr liegt letzterer in dem Azimuth $\omega - 90$; nennt man sein Azimuth ω' , so ist also $\omega = \omega' + 90$; dieser Werth für ω in $\tan q'$ gesetzt, giebt:

$$\tan q' = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos \omega',$$

woraus erhellt, daß in demselben Azimuth, d. i. für $\omega = \omega'$, man auch hat $q' = q''$. Nun kann die Linie AO unter jedem Winkel gegen AA' geneigt sein, d. h. der Winkel $S''AO$ kann wachsen von 0 bis $+\pi$ und von 0 bis $-\pi$, mithin kann ω , welches immer gleich dem halben Winkel $S''AO$ ist, alle Werthe zwischen $+\frac{1}{2}\pi$ und $-\frac{1}{2}\pi$ haben. Folglich stellen die Gleichungen (1) einen Kegel vor, dessen Seiten alle die Strahlen darstellen, welche zur Wellen-Normale A gehören. Es ist derselbe Kegel, den wir oben §. 15. (23) bereits aus andern Betrachtungen abgeleitet haben. Die jetzige Betrachtung giebt aber eine deutlichere Einsicht in die physikalische Natur desselben. Man muß sich den einfallenden Strahl S'' entstanden denken aus einem Kegel dadurch, daß die Seiten desselben mit seiner Axe zusammengefallen sind. Jede Seite, obgleich sie nun alle dieselbe Richtung haben, hat zwei Strahlen a' und b' erzeugt, deren Ort ein durch die Axe A gehender elliptischer Kegel ist, welcher von der Ebene senkrecht auf A in einem Kreise geschnitten wird.

Die beiden Strahlen a' und b' nenne ich zusammengehörige. Wenn der Strahl a' gegeben ist, findet man den dazu gehörigen b' , indem man durch die Axe A und den Strahl a' eine Ebene legt, und eine zweite Ebene durch A senkrecht auf jene; diese zweite Ebene schneidet den Kegel in dem Strahle b' . Je zwei zusammengehörige Strahlen sind senkrecht auf einander polarisirt und zwar jeder senkrecht auf der Ebene, die durch ihn und die Axe A gelegt ist. Wenn die Amplitude in dem einfallenden Strahle S'' mit I bezeichnet wird, rühren die zwei zusammengehörigen Strahlen a' und b' von dem Theil $\frac{I\beta}{2\pi}$ her, wo 2π die Peripherie eines Kreises vom Halbmesser 1 vorstellt, und β ein Element dieser Peripherie, weil man die Seiten des Kegels, aus welchem S'' durch das Verschwinden des Kegelwinkels entstanden,

sich alle mit gleicher Geschwindigkeit oscillirend vorstellen mufs. Ich werde die Geschwindigkeiten in den Strahlen b' und a'' mit $\frac{Q'\beta}{2\pi}$ und $\frac{Q''\beta}{2\pi}$ bezeichnen. Um ihre Ausdrücke zu finden, haben wir in (3) §. 17. zu setzen:

$$\begin{aligned} P &= \frac{P\beta}{2\pi} & S &= \frac{S\beta}{2\pi} \\ x' &= 180 - \omega & x'' &= 90 + \omega \\ \phi' &= \phi'' \\ j &= k = \omega \\ D' &= \frac{Q'\beta}{2\pi} & D'' &= \frac{Q''\beta}{2\pi}. \end{aligned}$$

Man findet hierdurch:

$$\begin{aligned} N &= -\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \right) \\ NQ' &= -2 \sin \phi \cos \phi \left\{ P \sin(\phi + \phi') \sin \omega + S \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \right) \cos \omega \right\} \\ NQ'' &= -2 \sin \phi \cos \phi \left\{ P \sin(\phi + \phi') \cos \omega - S \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \right) \sin \omega \right\} \\ U' &= \frac{\sin \phi' \cos \phi' - \sin^2 \omega \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2}}{\sin \phi \cos \phi} \\ U'' &= \frac{\sin \phi' \cos \phi' - \cos^2 \omega \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2}}{\sin \phi \cos \phi}. \end{aligned} \quad (2)$$

Der Werth von Q'' gehört einem Strahle an, dessen Neigung gegen die Axe \mathcal{A} ist q'' und der sich im Azimuth ω befindet, der Werth von Q' gehört zu dem unter q' geneigten Strahle, welcher sich im Azimuth $\omega - 90$ befindet. Führt man in ihn statt ω sein zugehöriges Azimuth ein, d. h. setzt man statt ω den Winkel $\omega' + 90$, so sieht man, dafs für $\omega' = \omega$ auch $Q' = Q''$. Man kann daher die beiden Gleichungen (2) eben so wie wir es bei den beiden Gleichungen (1) gesehen haben, durch eine ersetzen, in welcher die Geschwindigkeit durch das correspondirende Azimuth des Strahls ausgedrückt ist, also durch den Werth für Q'' . Dabei mufs man aber bemerken, dafs alsdann jede Seite des Kegels (1) als doppelt zu betrachten ist, einmal einen gewöhnlichen Strahl vorstellend und dann auch einen ungewöhnlichen, in beiden Fällen findet aber dieselbe Geschwindigkeit in derselben Richtung statt, die man also addiren kann. Demnach wird man die jeder einzelnen Seite des Kegels

angehörige Geschwindigkeit erhalten, wenn man Q'' mit z multiplicirt. Ich werde die Neigung einer Seite des Kegels gegen die Axe \mathcal{A} im Azimuth ω mit q bezeichnen, und die Geschwindigkeit in dem durch diese Seite dargestellten Strahle mit Q , alsdann ist:

$$\begin{aligned} \text{tang } q &= \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos \omega \\ (3) \quad Q &= 4 \sin \phi \cos \phi \left\{ \frac{P \sin(\phi + \phi') \cos \omega - S \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \right) \sin \omega}{\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \right)} \right\}. \end{aligned}$$

Dieser Ausdruck enthält das Gesetz, nach welchem ein einfallender Lichtstrahl sich in den Seiten des Refractions-Kegels verbreitet, wenn er ursprünglich in dem Azimuth dessen Tangente $= \frac{P}{S}$ polarisirt auf eine brechende Ebene fällt, deren Normale in dem spitzen Winkel der optischen Axen liegt. Die Intensität des Lichtes in der Seite des Kegels, welche in Beziehung auf die Ebene der optischen Axen in dem Azimuth ω liegt, ist nämlich:

$$Q^2 U = \frac{Q^2 \left(\sin \phi' \cos \phi' - \cos^2 \omega \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \right)}{\sin \phi \cos \phi}.$$

Zwischen ϕ und ϕ' hat man die Relation $\nu \sin \phi = \sin \phi'$ und ϕ' ist hier die Neigung der Normale der brechenden Ebene gegen die optische Axe. Setzt man $\phi' = 0$, d. h. nimmt man an, daß die Ebene, durch welche das Licht in den Krystall eintritt, senkrecht auf der optischen Axe steht, so erhält man:

$$(Q) = 4 (P \cos \omega - S \sin \omega),$$

woraus erhellt, daß in der Seite des Kegels, welche im Azimuth der ursprünglichen Polarisation liegt, das Licht $= 0$ ist, und daß es ein Maximum in der Seite, deren Azimuth senkrecht auf der ursprünglichen Polarisations-Ebene steht, ist. Ein ähnliches nur durch die Brechung der Wellen-Ebene modificirtes Verhältniß findet allgemein statt; denn man kann (3) immer in die Form $Q = \mathcal{A} \sin(B - \omega)$ bringen.

In der Wirklichkeit ist es nun aber nicht ein Strahl, welcher auffällt, sondern ein Strahlencylinder; dieser erzeugt nicht einen einfachen Lichtkegel, sondern das gebrochene Licht verbreitet sich über einen Raum, welcher von der Enveloppe unendlich vieler Refractions-Kegel eingeschlossen ist. Dadurch

wird nun sowohl die Vertheilung des Lichtes als die Lage seiner Polarisations-Ebene modificirt. Ehe ich mich aber hiermit beschäftige, wird es gut sein zu untersuchen, was aus den Formeln (1) und (2) §. 17. für das reflectirte Licht in den Fällen wird, wo die gebrochene Wellen-Ebene senkrecht auf einer der optischen Axen steht. Die reflectirten Geschwindigkeiten R_p und R_s muß man betrachten als zusammengesetzt aus den reflectirten Geschwindigkeiten, die zu den einzelnen gebrochenen Strahlen im Azimuth α' und α'' gehören; die einzelnen reflectirten Geschwindigkeiten, da sie dieselben Richtungen haben, addiren sich und man hat also:

$$R_p = \int (p P + s' S) \frac{\beta}{2\pi}$$

$$R_s = \int (p' P + s S) \frac{\beta}{2\pi},$$

wo \int die Summe in Beziehung auf alle α' und α'' von 0 bis 2π bedeuten soll.

Die Größen p , p' , s , s' sind im Allgemeinen Functionen dieser Größen. Man findet aber aus (2) §. 17.:

$$Np = -\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') + \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \right)$$

$$Ns = +\sin(\phi - \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \right)$$

$$Np' = 0$$

$$Ns' = 0,$$

woraus erhellt, daß $\int p \beta = p 2\pi$, $\int s \beta = s 2\pi$, $\int p' = 0$, $\int s' = 0$, und daß, wenn statt N sein Werth aus (2) gesetzt wird, man erhält:

$$R_p = \frac{\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') + \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2}}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \sin 2n \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2}} \quad (5)$$

$$R_s = -\frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')}.$$

Dies sind genau die Formeln, welche man aus denen in (7) und (8) §. 17. erhält, wenn dort $\phi' = \phi''$ gesetzt wird. Die konische Refraction übt also auf die Reflexion keinen Einfluß aus.

Die Bewegungen Q in (3) stehen senkrecht auf dem Azimuth ω , zerlegt man dieselben nach dem Azimuth ω° und ω° und nimmt die respectiven Summen dieser Componenten, so müssen deren Werthe zusammenfallen mit D'

und D'' in (7) oder (8) des §. 17., wenn dort $\phi' = \phi''$ gesetzt wird. So findet man es in der That. Die Componenten der Geschwindigkeiten im Azimuth 0° sind:

$$-Q \sin \omega \frac{\beta}{2\pi}, \text{ und im Azimuth } 90^\circ: Q \cos \omega \frac{\beta}{2\pi}.$$

Es sollen also die Summen $-\int Q \sin \omega \frac{\beta}{2\pi}$ und $\int Q \cos \omega \frac{\beta}{2\pi}$ gleich sein den Werthen von D' und D'' in (7) und (8) §. 17., diese Summen genommen in Beziehung auf alle Seiten des einfallenden Lichtstrahls, den wir uns als einen mit seiner Axe zusammengefallenen Lichtkegel gedacht haben. Wir müssen uns erinnern, daß ω immer der halbe Winkel $S''AO$ Fig. 10. ist; ich bezeichne diesen Winkel mit α . Giebt man dem α alle Werthe zwischen $+\pi$ $-\pi$, so erhält man die gebrochenen Strahlen, welche allen Seiten des einfallenden Strahls entsprechen, und man kann statt β schreiben $d\alpha$. Dadurch verwandelt sich die erste Summe in:

$$-\int Q \sin \omega \frac{\beta}{2\pi} = -\int_{-\pi}^{+\pi} Q \sin \frac{1}{2}\alpha \frac{d\alpha}{2\pi},$$

oder wenn man wieder ω einführt, $\omega = \frac{1}{2}\alpha$:

$$-\int Q \sin \omega \frac{\beta}{2\pi} = -\int_{-\frac{1}{2}\pi}^{+\frac{1}{2}\pi} Q \sin \omega \frac{d\omega}{\pi}.$$

Eben so ist:

$$\int Q \cos \omega \frac{\beta}{2\pi} = \int_{-\frac{1}{2}\pi}^{+\frac{1}{2}\pi} Q \cos \omega \frac{d\omega}{\pi}.$$

Hierin die Werthe für Q aus (3) gesetzt, erhält man:

$$\begin{aligned} -\int Q \sin \omega \frac{\beta}{2\pi} &= \frac{2 \sin \phi \cos \phi \mathcal{S}}{\sin(\phi + \phi')} \\ \int Q \cos \omega \frac{\beta}{2\pi} &= \frac{2 \sin \phi \cos \phi P}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi'}, \end{aligned}$$

welches eben die Werthe für D' und D'' in (7) und (8) §. 17. sind, wenn dort $\phi' = \phi''$ gesetzt wird.

Bis jetzt habe ich angenommen, daß die brechende Ebene senkrecht auf der Ebene der optischen Axen steht. Ich werde jetzt den allgemeinen Fall betrachten, wo die brechende Ebene irgend welche Lage habe. Ihre Normale sei gegen die optische Axe unter ϕ' geneigt, und die Ebene durch

diese Normale und die optische Axe, d. i. die Einfalls-Ebene bilde mit der Ebene der beiden optischen Axen den Winkel λ , diesen Winkel λ in demselben Sinne gerechnet wie vorher ω . Die Polarisations-Ebenen irgend zweier zusammengehöriger Strahlen des elliptischen Kegels liegen im Azimuth α' und α'' , diese Buchstaben in der Bedeutung der Formeln (1) (2) (3) §. 17. genommen. Es sei:

$$\omega' = 180 - \alpha' = \alpha'' - 90,$$

wo also ω' das Azimuth des ungewöhnlichen Strahls in Beziehung auf die Einfalls-Ebene ist. Dann ist der Winkel, den wir vorher mit ω bezeichnet haben, d. h. das Azimuth des ungewöhnlichen Strahls in Beziehung auf die Ebene der optischen Axen $= \omega' + \lambda$. Man hat also aus (1) dieses §.:

$$\tan q' = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin(\omega' + \lambda)$$

$$\tan q'' = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos(\omega' + \lambda).$$

Durch Einführung von ω' statt α' und α'' und dieser Werthe von $\tan q'$ und $\tan q''$ in (3) §. 17. und durch Substituierung von $\frac{I}{\pi}$, $\frac{S}{\pi}$ statt P und S erhält man, wenn die Geschwindigkeiten in den beiden zusammengehörigen Strahlen wiederum mit $\frac{Q'\beta}{2\pi}$ und $\frac{Q''\beta}{2\pi}$ bezeichnet wird:

$$Q' = \frac{2 \sin \phi \cos \phi \left(P \sin(\phi + \phi') \sin \omega' + S \left(\cos \omega' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \cos(\omega' + \lambda) \right) \right)}{\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \cos \lambda \right)}$$

$$Q'' = \frac{2 \sin \phi \cos \phi \left(P \sin(\phi + \phi') \cos \omega' - S \left(\sin \omega' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \sin(\omega' + \lambda) \right) \right)}{\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \cos \lambda \right)}$$

Die Werthe für q' und Q' gehören Strahlen an, welche im Azimuth $\omega' - 90$ liegen; führt man in ihre Ausdrücke diese ihnen angehörigen Azimuthe ein, d. h. setzt man statt ω' den Winkel $\omega' + 90$, so findet man $q' = q''$ und $Q' = Q''$. Man kann also auch hier den Strahl im Azimuth ω' als bestehend aus zweien betrachten, einem gewöhnlichen und einem ungewöhnlichen, in beiden dieselbe Geschwindigkeit und von gleicher Richtung. Man erhält demnach die Geschwindigkeit in einem Strahl in dem Azimuth ω' , wenn man Q'' mit 2 multiplicirt. Nennt man also Q die Geschwindigkeit eines Strahls im Azimuth

ω' und seine Neigung gegen die optische Axe q , so hat man, wenn statt ω' sein Werth $= \omega - \lambda$ gesetzt wird:

$$(6) \quad Q = 2Q'' = \frac{4 \sin \phi \cos \phi \left(P \sin(\phi + \phi') \cos(\omega - \lambda) - S \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') \sin(\omega - \lambda) - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \sin \omega \right) \right)}{\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \cos \lambda' \right)}$$

Setzt man $\lambda = 0$, so reproducirt sich der durch (3) dargestellte Fall, aber $\lambda = 180$ stellt den Fall dar, wo die Normale der brechenden Ebene in dem stumpfen Winkel der optischen Axen liegt, und man erhält in diesem Falle:

$$Q = - \frac{4 \sin \phi \cos \phi \left(P \sin(\phi + \phi') \cos \omega - S \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \right) \sin \omega \right)}{\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \right)}.$$

Für die reflectirten Strahlen erhält man die Geschwindigkeiten, wenn man die Summen nimmt der einzelnen Geschwindigkeiten, die jedem einzelnen gebrochenen Strahl des elliptischen Kegels entsprechen. Also:

$$R_p = P \int \frac{p \beta}{2\pi} + S \int \frac{s' \beta}{2\pi}$$

$$R_s = P \int \frac{p' \beta}{2\pi} + S \int \frac{s \beta}{2\pi}.$$

Man findet:

$$\int \frac{\beta}{2\pi} p = \frac{\left(\sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') + \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin^2 \phi' \sin 2n \cos \lambda \right)}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin^2 \phi' \sin 2n \cos \lambda}.$$

$$\int \frac{\beta}{2\pi} s = - \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')}$$

$$p' = 0$$

$$\int \frac{\beta}{2\pi} s' = \frac{\frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2\phi \sin^2 \phi' \sin 2n \sin \lambda}{\sin(\phi + \phi') \left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin^2 \phi' \sin 2n \cos \lambda \right)}.$$

Dieselben Ausdrücke erhält man auch, wenn man die conische Refraction unberücksichtigt läßt, und die Werthe für p , s , p' , s' sucht für irgend eine brechende Ebene, wenn die Einfallsebene durch eine der optischen Axen geht und der Strahl so gebrochen wird, daß die gebrochene Wellenebene senkrecht auf der optischen Axe steht, was darauf hinauskommt, in (2) §. 17. zu setzen:

$$x' = 180 + \frac{1}{2}\lambda \quad x'' = 90 - \frac{1}{2}\lambda$$

$$\tan g q' = \frac{\pi^2 - u^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin \frac{1}{2}\lambda \quad \text{und} \quad \tan g q'' = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos \frac{1}{2}\lambda.$$

Die konische Refraction übt also allgemein keinerlei Art von Einfluß aus auf die Phänomene der reflectirten Strahlen.

Wir haben nun noch zu untersuchen, wie sich die Vertheilung des Lichtes in dem elliptischen Kegel verhält, wenn das einfallende Licht nicht polarisirt ist. Das natürliche Licht muß man als eine so rasche Folge von Oscillationen nach allen Richtungen ansehen, daß man diese innerhalb einer sehr kleinen Zeit als gleich in den einzelnen Richtungen annehmen kann.

Setzt man in den Ausdruck von Q für P und S ihre Werthe $P = I \sin \beta$ und $S = I \cos \beta$, wo I^2 die Intensität des einfallenden Lichtes und β irgend ein Azimuth der Oscillation bezeichnet, nimmt ferner das Quadrat von Q und multiplicirt dies mit $\frac{\partial \beta}{2\pi}$, so erhält man die Intensität des Lichtes I'^2 in jedem Strahl des Kegels für nicht polarisirtes einfallendes Licht, wenn man von $U Q^2 \frac{\partial \beta}{2\pi}$ das Integral von 0 bis $+2\pi$ nimmt. Man hat also:

$$I'^2 = \int_0^{2\pi} U Q^2 \frac{\partial \beta}{2\pi}, \text{ d. i.}$$

$$I'^2 = 8 I^2 \sin^2 \phi \cos^2 \phi \left\{ \frac{\cos^2(\omega - \lambda) \sin^2(\phi + \phi') + \left(\sin(\omega - \lambda) \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - u^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \cos \lambda \right)^2}{\left(\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \frac{\pi^2 - u^2}{2\nu^2} \sin 2n \sin^2 \phi' \cos \lambda \right) \sin^2(\phi + \phi')} \right\} U$$

$$U = \frac{\sin \phi' \cos \phi' - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2\nu^2} \sin 2n \cos^2(\omega - \lambda) \sin^2 \phi'}{\sin \phi \cos \phi}.$$

Vernachlässigt man $\pi^2 - \mu^2$, so erhält man als erste Annäherung:

$$I'^2 = 2 I^2 \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi')} \left\{ \frac{\cos^2(\omega - \lambda)}{\cos^2(\phi - \phi')} + \sin^2(\omega - \lambda) \right\},$$

woraus man sieht, daß nur, wenn die brechende Ebene senkrecht auf der optischen Axe steht, das Licht gleichförmig in dem Kegel verbreitet ist; im Allgemeinen hat die Lichtintensität ein Maximum in $\omega = \lambda$ und ein Minimum in $\omega = \lambda - 90$, und das Maximum verhält sich zum Minimum wie 1 zu $\cos^2(\phi - \phi')$. In den Beobachtungen des Herrn Lloyd am Arragonit (*Pogg. Ann.* Bd. XXVIII.) war dieser Unterschied klein genug, da ϕ' nur etwa 9° betrug, daß derselbe unbemerkt bleiben konnte.

In der Wirklichkeit haben wir es nicht mit einem Lichtstrahl zu thun, sondern mit einem Strahlen-Cylinder. Es sei Fig. 15. $AA' DD'$ der Durchschnitt der Einfalls-Ebene mit dem einfallenden Strahlen-Cylinder, ABC und $A'B'C'$ die Durchschnitte derselben Ebene mit den Refractions-Kegel-flächen, die zu den beiden einfallenden Strahlen AD und AD' gehören, AB und $A'B'$ die Richtung der optischen Axe. Die Bewegungen, welche nach irgend einem Punkte F geschickt werden, rühren her von alle denjenigen Punkten des Durchschnitts AA' des einfallenden Strahlen-Cylinders mit der brechenden Ebene, von denen die durch die Wellen-Ebene AA'' erregten Bewegungen zu gleicher Zeit in F anlangen. Wenn man durch F die FG parallel mit der optischen Axe zieht und durch FG den Refractions-Kegel FGE beschreibt, so wird dieser von der brechenden Ebene im Allgemeinen in einer Ellipse geschnitten. Das Stück dieser Ellipse, welches innerhalb des Durchschnitts AA' des einfallenden Strahlen-Cylinders mit der brechenden Ebene liegt, enthält alle diejenigen Punkte dieses Durchschnitts AA' , von denen die Bewegungen zu gleicher Zeit in F anlangen. Diese Bewegungen finden nicht alle in derselben Richtung statt, sie müssen also erst zerlegt und dann addirt werden, um die in F resultirende Bewegung zu erhalten. Dies führt zu schwierigen Rechnungen, und das Resultat hängt auch in den einfachern Fällen von elliptischen Transcendenten ab. Ich werde, um das Prinzip zu erläutern, diese Rechnung nur für einen sehr speziellen und einfachen Fall durchführen, der frei von analytischen Schwierigkeiten ist. Ich werde annehmen, daß die brechende Ebene senkrecht auf der optischen Axe stehe, und daß die einfallenden Strahlen einen geraden Cylinder bilden. Es sei Fig. 11. der Kreis ABC der Durchschnitt dieses Cylinders mit der brechenden Ebene. Sein Durchmesser $AB \sin = 2\rho$. Durch irgend einen Punkt D innerhalb des Krystalls, dessen Entfernung von der brechenden Ebene d sei, ziehen wir eine Linie parallel mit der optischen Axe, welche die brechende Ebene in dem Punkte E der Fig. 11. schneidet. Ferner legen wir durch DE die Ebene der beiden optischen Axen, welche den Durchschnitt EF Fig. 11. mit der brechenden Ebene bildet. Auf EF machen wir $EG = \frac{\pi^2 - u}{v} d \sin 2n = R$ und beschreiben um G mit GE einen Kreis. Der durch den Punkt D und diesen Kreis gelegte Kegel ist der zu D gehörige Refractions-Kegel. Die Bewegungen, welche von dem einfallenden Strahlen-Cylinder nach D geschickt werden, rühren von den Strahlen her, welche die brechende Ebene

in dem Kreisbogen *III* schneiden. Es ist hiernach leicht, auf der durch *D* parallel mit der brechenden Ebene gelegten Ebene die Punkte zu bestimmen, welche von dem einfallenden Strahlen-Cylinder Licht erhalten. Die Grenzen dieser Punkte werden diejenigen sein, für welche die durch die *E*-Punkte auf die eben angegebene Weise construirten Kreise den Kreis *ABC* berühren, für welche also $GN = R \pm \varrho$ ist. Zieht man durch *E* die Linie *EM* parallel mit *GN* und die Linie *BA* parallel mit *EF*, so ist $NM = EG = \frac{\pi - \alpha}{2v} \sin 2n d$. Der Punkt *M* ist also seiner Lage nach unabhängig von *E*, und *ME* ist immer die Entfernung des Mittelpunktes *N* von dem Mittelpunkte *G* des durch *E* beschriebenen Kreises. Zu den Grenzpunkten *D*, welche noch Licht von *ABC* erhalten, gehören also solche *E*-Punkte, für welche $ME = R \pm \varrho$. Diese liegen also in zwei um *M* beschriebenen concentrischen Kreisen *PQ* und *P'Q'*, deren Halbmesser $MP = \frac{\pi - \alpha}{2v} d \sin 2n - \varrho$ und $MP' = \frac{\pi - \alpha}{2v} d \sin 2n + \varrho$ sind. Man hat nur durch diese Kreise zwei gerade Cylinder zu legen, die Durchschnitte derselben mit der Ebene, welche parallel mit der brechenden durch *D* gelegt ist, enthält die Grenzpunkte, nach welchen von dem einfallenden Licht-Cylinder, dessen Basis *ABC* ist, noch Strahlen gelangen. — Wenn $R = \varrho$, so wird der Halbmesser des innern Kreises *APQ* gleich 0. Wenn $R < \varrho$, so wird der Halbmesser dieses Kreises negativ, und das will sagen, er bekommt eine Lage wie in Fig. 12., wo er die innere Seite des Kreises *ABC* berührt. Hier aber hat dieser Kreis auch eine andere Bedeutung; innerhalb seiner liegen alle *E*-Punkte von der Beschaffenheit, daß wenn man um ihre *G*-Punkte mit *R* Kreise beschreibt, diese den Kreis *ABC* gar nicht schneiden. Nach den diesen *E*-Punkten angehörenden *D*-Punkten kommen also alle Radien eines ganzen Refractions-Kegels. In dem Ringe zwischen *AQP* und *RQ'P'* liegen die Punkte, welche nur einen Theil der Radien eines solchen Kegels erhalten.

Die Lage des Punktes *D* werde bestimmt durch seine Entfernung $R + x$ von der durch *M* gelegten optischen Axe und durch die Neigung der durch diese Axe und ihn gelegten Ebene gegen die durch dieselbe Axe und *N* gelegte Ebene, d. i. durch den Winkel $PME = \Pi$. — Beschreibt man um *M* den Kreis *abc* mit dem Halbmesser ϱ , und um *E* einen Kreis mit dem Halbmesser *R*, welcher jenen in *h* und *i* schneidet, so ist der Bogen *hi* gleich dem Bogen *III* und die Radien *Eh*, *Ei*, *EM* sind gegen *PA* unter doppelt so

großem Winkel geneigt, als EH , EI , En , wo n den Durchschnitt von GN mit dem um G beschriebenen Kreise bezeichnet.

Es sei Winkel $MEh = MEi = z'$, so ist:

$$\sin^2 \frac{1}{2} z' = \frac{\varrho^2 - x^2}{2R(R+x)}.$$

Ein Radius Er bilde mit EM den Winkel z , und der Punkt I' innerhalb des Kreises ABC entspreche dem r auf die Weise, daß EI' mit En den Winkel $\frac{1}{2} z$ bilde. Die Geschwindigkeit, welche von I' nach E gelangt, werde mit Q bezeichnet. Diese Geschwindigkeit Q ist eine Function der Neigung von $I'E$ gegen AB , d. i. von $\frac{1}{2}(\Pi + z)$, und sie ist senkrecht gegen $I'E$ gerichtet. Zerlegen wir sie nach EN und senkrecht darauf, und nennen wir die erste Componente p' , die zweite s' , so ist:

$$p' = Q \sin \frac{1}{2} z \quad s' = Q \cos \frac{1}{2} z.$$

Multipliciren wir diese Componenten mit dem Element des Bogens III , d. i. mit $R \partial z$, und nehmen die Summe von $-z'$ bis $+z'$, so erhalten wir die Componenten p und s der in E vom Bogen III resultirenden Bewegung:

$$p = R \int_{-z'}^{+z'} Q \sin \frac{1}{2} z \partial z \quad s = R \int_{-z'}^{+z'} Q \cos \frac{1}{2} z \partial z.$$

Setzen wir hierin den Werth für Q aus (4)

$$p = \frac{4R}{1+\nu} \int \{P \cos \frac{1}{2}(\Pi + z) - S \sin \frac{1}{2}(\Pi + z)\} \sin \frac{1}{2} z \partial z$$

$$s = \frac{4R}{1+\nu} \int \{P \cos \frac{1}{2}(\Pi + z) - S \sin \frac{1}{2}(\Pi + z)\} \cos \frac{1}{2} z \partial z$$

und hieraus:

$$(10) \quad \begin{aligned} p &= -\frac{4R}{(1+\nu)} \{P \sin \frac{1}{2} \Pi + S \cos \frac{1}{2} \Pi\} (z' - \sin z') \\ s &= \frac{4R}{(1+\nu)} \{P \cos \frac{1}{2} \Pi - S \sin \frac{1}{2} \Pi\} (z' + \sin z'), \end{aligned}$$

wo

$$\sin^2 \frac{1}{2} z' = \frac{\varrho^2 - x^2}{2R(R+x)}$$

und $\varrho + x$ die Entfernung des Punktes D oder E von der innern Grenze und $\varrho - x$ seine Entfernung von der äußern Grenze des Ringes, innerhalb dessen alle Punkte liegen, wohin Bewegung geschickt wird. Wenn $\varrho^2 - x^2$ negativ wird, so bekommt der durch $R+x$ und Π und ∂ seiner Lage nach bestimmte Punkt keine Bewegung mehr; wenn aber $\frac{\varrho^2 - x^2}{2R(R+x)} = 1$ oder > 1 wird, so

ist in (10) statt z' immer π , d. i. der halbe Umfang eines Kreises, dessen Radius = 1 zu setzen. In diesem Fall erhält man:

$$\begin{aligned} p \sin \frac{1}{2} \Pi - s \cos \frac{1}{2} \Pi &= - \frac{4R\pi P}{1+\nu} \\ p \cos \frac{1}{2} \Pi + s \sin \frac{1}{2} \Pi &= - \frac{4R\pi S}{1+\nu}. \end{aligned} \quad (11)$$

Die Größen links sind aber die Componenten der nach D geschickten Geschwindigkeiten, senkrecht und parallel mit der Ebene der optischen Axen, wie auch P und S die entsprechenden Componenten in dem einfallenden Lichte sind. In diesem Falle bleibt also die Polarisations-Ebene im gebrochenen Licht dieselbe, als sie im einfallenden Lichte war. Dies gilt für alle Punkte, deren E -Punkte innerhalb des Kreises APQ Fig. 12. liegen; von hier an, d. h. für die Punkte, welche außerhalb dieses Kreises liegen, dreht sich die Polarisations-Ebene, bis die äußersten beleuchteten Punkte im Kreise $BP'Q'$ senkrecht auf ihrem Azimuth, d. h. senkrecht auf der Linie, die von ihnen nach B gezogen ist, polarisirt sind. Die Ausdrücke in (11) sind übrigens dieselben, welche wir für D' und D'' in §. 17. (7) und (8) gefunden haben, wenn dort $\nu \sin \phi = \sin \phi' = \sin \phi''$ und $\phi = 0$ gesetzt wird.

Wenn $R > \varrho$, so ist die Mitte des hohlen Ringes APQ ohne Licht. Sowohl die Lichtstrahlen auf dem äußern als innern Umfang des hohlen Ringes sind senkrecht auf ihren Azimuthen polarisirt, d. h. erstere senkrecht auf der Ebene, die durch dieselben und durch die optische Axe in B gelegt wird, letztere senkrecht auf der Ebene, die durch sie und die optische Axe in A gelegt wird.

Wenn das einfallende Licht nicht polarisirt war, so erhalten wir aus (10):

$$\begin{aligned} p^2 &= \frac{8R^2}{(1+\nu)^2} I^2 (z' - \sin z')^2 \\ s^2 &= \frac{8R^2}{(1+\nu)^2} I^2 (z' + \sin z')^2. \end{aligned}$$

Für $z' = 0$, d. h. $x = \pm \varrho$, ist das Licht senkrecht auf dem Azimuth $\frac{1}{2} \Pi$ polarisirt. Für $\sin z = 0$ und $z = \pi$ ist das Licht im natürlichen Zustande. Für die übrigen Stellen ist es nur theilweis polarisirt, senkrecht auf dem Azimuth $\frac{1}{2} \Pi$, und der polarisirte Antheil ist:

$$\frac{s^2 - p^2}{s^2 + p^2} = \frac{2z \sin z}{z^2 + \sin^2 z}.$$

§. 19.

Ich werde mich in diesem §. mit der Untersuchung des Polarisations-Winkels beschäftigen, und zuerst mit den einfachen Fällen, wo das Problem eine vollständige Auflösung erlaubt. Es sind dies die drei Fälle, wo die Einfallsebene zusammenfällt mit einer der drei rechtwinkligen Ebenen, durch je zwei Elasticitäts-Axen gelegt. Man hat in den Formeln (5) (6) (7) und (8) §. 17. $R_p = 0$ zu setzen und hieraus ϕ zu bestimmen. Dieses ϕ ist der Winkel der vollständigen Polarisation.

1) Es halbire die Einfallsebene den spitzen Winkel der beiden optischen Axen, es ist also nach (5) §. 17.:

$$(1) \quad 0 = R_p = \sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') \pm \frac{\sin^2 \phi''}{e^2 E}.$$

Hierin ist:

$$\frac{1}{E} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos k \sin 2v.$$

Nennt man ξ die Neigung der Normale der ungewöhnlichen Wellen-Ebene gegen die Elasticitäts-Axe, welche den spitzen Winkel der optischen Axen halbirt, so hat man:

$$\sin 2v \sin k = \sin 2n \cos \xi \quad \text{und} \quad \cotg k = \sin \xi \cotg n$$

und dies in $\frac{1}{E}$ substituirt, giebt:

$$\frac{1}{E} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos^2 n \sin 2\xi = \frac{\pi^2 - \nu^2}{2} \sin 2\xi.$$

Diesen Werth in (1) substituirt und zugleich berücksichtigt, daß $\frac{\sin^2 \phi''}{e^2} = \sin^2 \phi$ ist, erhält man:

$$(2) \quad 0 = \sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') \pm \frac{\pi^2 - \nu^2}{2} \sin 2\xi \sin^2 \phi.$$

Hieraus kann man ξ eliminiren mittelst der Neigung der reflectirenden Ebene gegen die Elasticitäts-Axe, welche den spitzen Winkel der optischen Axen halbirt. Diese Neigung sei $90 - I$, alsdann hat man:

$$(3) \quad \xi - \phi'' = I \quad \text{oder} \quad \xi + \phi'' = I,$$

je nachdem in (2) das Zeichen $+$ oder $-$ vor $\frac{\pi^2 - \nu^2}{2}$ genommen werden muß, weil nach (5) §. 17. das obere oder das untere Vorzeichen zu nehmen ist,

je nachdem $I < \xi$ oder $I > \xi$. Setzt man für ξ seine Werthe aus (3), so kann man beide daraus entstehende Gleichungen in eine zusammenziehen, wenn man dem I positive und negative Werthe giebt, und man erhält:

$$0 = \sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') - \frac{\pi^2 - \nu^2}{2} \sin^2 \phi \sin^2(I - \phi''). \quad (4)$$

Zwischen ϕ und ϕ'' findet aber die Relation statt:

$$\sin^2 \phi'' = \sin^2 \phi (\mu^2 + (\pi^2 - \mu^2) \sin^2 \nu),$$

welche durch die Elimination von ν durch ξ und I sich verwandelt in:

$$\sin^2 \phi'' = \sin^2 \phi \left(\frac{\pi^2 + \nu^2}{2} - \frac{\pi^2 - \nu^2}{2} \cos 2(I - \phi'') \right). \quad (5)$$

Entwickelt man die Gleichungen (4) und (5) nach $\sin 2\phi''$ und $\cos 2\phi''$, so leitet man leicht folgende Werthe daraus ab:

$$\begin{aligned} \sin 2\phi'' &= - \frac{(\pi^2 - \nu^2) (1 - (\pi^2 + \nu^2) \sin^2 \phi) \sin^2 \phi \sin 2I - \sin 2\phi (1 - (\pi^2 - \nu^2) \sin^2 \phi \cos 2I)}{((\pi^2 - \nu^2) \sin^2 \phi \sin 2I)^2 + (1 - (\pi^2 - \nu^2) \sin^2 \phi \cos 2I)^2} \\ \cos 2\phi'' &= \frac{(1 - (\pi^2 + \nu^2) \sin^2 \phi) (1 - (\pi^2 - \nu^2) \sin^2 \phi \cos 2I) + (\pi^2 - \nu^2) \sin 2\phi \sin^2 \phi \cos 2I}{((\pi^2 - \nu^2) \sin^2 \phi \sin 2I)^2 + (1 - (\pi^2 - \nu^2) \sin^2 \phi \cos 2I)^2}. \end{aligned}$$

Addirt man die Quadrate dieser beiden Gleichungen zusammen, so findet man nach einigen Reductionen für den gesuchten Polarisations-Winkel:

$$\sin^2 \phi = \frac{(1 - \nu^2) \cos^2 I + (1 - \pi^2) \sin^2 I}{1 - \pi^2 \nu^2}. \quad (6)$$

2) Wenn die Einfallsebene den stumpfen Winkel der optischen Axen halbirt und senkrecht auf deren Ebene steht, so hat man die Gleichung (6) §. 17. auf eine ähnliche Art zu behandeln. Das Resultat ist aber leicht vorher zu sehen, man kann dasselbe aus (6) ableiten, indem man π^2 mit μ^2 vertauscht, und I mit I' , wo $90 - I'$ die Neigung der reflectirenden Ebene gegen die Elasticitäts-Axe ist, welche den stumpfen Winkel der optischen Axen halbirt. Man hat also in diesem Falle:

$$\sin^2 \phi = \frac{(1 - \nu^2) \cos^2 I' + (1 - \mu^2) \sin^2 I'}{1 - \nu^2 \mu^2}. \quad (b)$$

3) Wenn die Einfallsebene mit der Ebene der optischen Axen zusammenfällt, so ist in den Ausdrücken (7) §. 17. $R_p = 0$ zu setzen. Dies $R_p = 0$ verwandelt sich durch Einführung von ξ und I auf dieselbe Weise, wie in (2) dieses §., in:

$$(7) \quad 0 = \sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin^2(I - \phi'') \sin^2 \phi,$$

und für die Relation zwischen ϕ und ϕ'' erhält man:

$$(8) \quad \sin^2 \phi'' = \sin^2 \phi \left(\frac{\pi^2 + \mu^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos 2(I - \phi'') \right).$$

Hieraus findet man:

$$(9) \quad \sin^2 \phi = \frac{(1 - \mu^2) \cos^2 I + (1 - \pi^2) \sin^2 I}{1 - \mu^2 \pi^2}.$$

Die Lösung der Gleichung $R_r = 0$ in (8) §. 17. erhält man aus (9) dieses §., wenn man statt μ^2 setzt π^2 und statt $\pi^2 : \mu^2$ und statt I den Winkel I' , wo I' dieselbe Bedeutung wie vorher hat. Da aber hier $I + I' = 90^\circ$, so ersieht man, daß der Ausdruck (9) des Polarisations-Winkels durch diese Substitutionen nicht verändert wird.

Zufolge der Betrachtungen, welche uns in §. 8. zur Gleichung (3) geführt haben und die gültig sind, zu welcher Abtheilung von Krystallen das reflectirende Medium auch gehört, hängt der Winkel der vollständigen Polarisation allgemein auch hier ab von der Gleichung:

$$(10) \quad ps - p's' = 0.$$

Ich werde diese Gleichung auf eine einfachere Form zurückbringen. Setzt man:

$$\begin{aligned} \sin x' \sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') + \sin^2 \phi' \tan q' &= A' \\ \sin x'' \sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') + \sin^2 \phi'' \tan q'' &= A'' \\ - \sin x' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') + \sin^2 \phi' \tan q' &= B' \\ - \sin x'' \sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') + \sin^2 \phi'' \tan q'' &= B'', \end{aligned}$$

so verwandeln sich die Ausdrücke für p, p', s, s' in (2) §. 17. in folgende:

$$\begin{aligned} Np &= A' \cos x'' \sin(\phi + \phi'') + A'' \cos x' \sin(\phi + \phi') \\ Ns &= B' \cos x'' \sin(\phi - \phi'') + B'' \cos x' \sin(\phi - \phi') \\ Ns' &= A' B'' - A'' B' \\ Np' &= - \cos x' \cos x'' \sin 2\phi \sin(\phi' - \phi''). \end{aligned}$$

Diese Ausdrücke in (10) substituirt, giebt:

$$\left. \begin{aligned} (A' \cos x'' \sin(\phi + \phi'') + A'' \cos x' \sin(\phi + \phi')) (B' \cos x'' \sin(\phi - \phi'') + B'' \cos x' \sin(\phi - \phi')) \\ + (A' B'' - A'' B') \cos x' \cos x'' \sin 2\phi \sin(\phi' - \phi'') \end{aligned} \right\} = 0.$$

Führt man die Multiplicationen aus, so übersieht man bald, daß sich diese Gleichung unter folgender Form schreiben läßt:

$$(A' \cos x'' \sin(\phi - \phi'') + A'' \cos x' \sin(\phi - \phi')) (B' \cos x'' \sin(\phi + \phi'') + B'' \cos x' \sin(\phi + \phi')) = 0.$$

Von den zwei Factoren dieser Gleichung enthält nur der erste der vorliegenden Frage genügende Wurzeln, wie man sich überzeugt, wenn man die Unterschiede der Elasticitäts-Axen = 0 setzt. Der Winkel der vollständigen Polarisation hängt also allein ab von

$$A' \cos x'' \sin(\phi - \phi'') + A'' \cos x' \sin(\phi - \phi') = 0,$$

oder nach Wiederherstellung der Werthe für A' und A'' , von:

$$\sin x' \cos x'' \cos(\phi + \phi') + \sin x'' \cos x' \cos(\phi + \phi'') + \frac{\sin^2 j' \tan g q' \cos x''}{\sin(\phi - \phi')} + \frac{\sin^2 \phi'' \tan g q'' \cos x'}{\sin(\phi - \phi'')} = 0. \quad (11)$$

Setzt man statt $\tan g q'$ und $\tan g q''$ ihre Werthe aus (2) und (5) §. 16. und statt $\frac{\sin^2 \phi'}{e^4}$ und $\frac{\sin^2 \phi''}{e^4}$ die Gröfse $\sin^2 \phi$, so erhält man:

$$\sin x' \cos x'' \cos(\phi + \phi') + \sin x'' \cos x' \cos(\phi + \phi'') + \sin^2 j \left(\frac{\sin j \sin(u - u') \cos x''}{\sin(\phi - \phi')} + \frac{\cos k \sin(u + u') \cos x'}{\sin(\phi - \phi'')} \right) \frac{\pi^2 - u^2}{2} = 0.$$

Ich werde hieraus angenäherte Werthe für $\sin \phi$, in denen nur die ersten Potenzen der Unterschiede der Elasticitäts-Axen berücksichtigt sind, ableiten. In dem mit $\pi^2 - \mu^2$ multiplicirten Gliede kann man alsdann setzen $j = k$, $u = v$ und $u' = v'$, $\sin x' = -\cos x''$ und $\cos x' = -\sin x''$ und endlich $\phi' = \phi''$. Setzt man außerdem:

$$\cos(\phi + \phi'') = \cos(\phi + \phi') + \sin(\phi + \phi') \sin(\phi' - \phi''),$$

so erhält man:

$$\begin{aligned} & \cos(\phi + \phi') + \cos^2 x' \sin(\phi + \phi') \sin(\phi' - \phi'') \\ &= \frac{\sin^2 \phi}{\sin(\phi - \phi')} (\cos j \sin(u + u') \cos x' - \sin j \sin(u - u') \sin x') \frac{\pi^2 - \mu^2}{2}. \end{aligned}$$

Setzt man hierin:

$$\sin(\phi' - \phi'') = -\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \frac{\sin u \sin u' \sin^2 \phi}{\sin \phi' \cos \phi'},$$

so hat man:

$$\cos(\phi + \phi') = \left\{ \frac{(\cos j \sin(u + u') \cos x' - \sin j \sin(u - u') \sin x')}{\sin(\phi - \phi')} + \frac{\sin(\phi + \phi')}{\sin \phi \cos \phi'} \cos x' \sin u \sin u' \right\} \sin^2 \phi' \frac{\pi^2 - u^2}{2}. \quad (12)$$

Ich werde die mit $\frac{\pi^2 - u^2}{2}$ multiplicirte Gröfse durch a bezeichnen, so daß

$$\cos(\phi + \phi') = \alpha \frac{\pi^2 - \mu^2}{2}$$

ist. Bei Vernachlässigung der höhern Potenzen von $\pi^2 - \mu^2$ erhält man hieraus:

$$\sin^2 \phi + \sin^2 \phi' = 1 - \sin \phi \cos \phi \alpha (\pi^2 - \mu^2)$$

und da

$$\sin^2 \phi' = \sin \phi \left(\frac{\pi^2 + \mu^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(u - u') \right),$$

so ist:

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 + \mu^2}{2}} \left\{ 1 + (\cos(u - u') \sin^2 \phi - \sin 2\phi \alpha) \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \right\}$$

und hierin wieder den Werth für α gesetzt, giebt:

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\pi^2 + \mu^2)} \times \left\{ 1 + \left(\cos(u - u') - \frac{\sin(\phi + \phi') \sin 2\phi}{\sin \phi' \cos \phi'} \sin u \sin u' \cos^2 x' - \sin 2\phi \frac{(\cos j \sin(u + u') \cos x' - \sin j \sin(u - u') \sin x')}{\sin(u + u')} \right) \sin^2 \phi \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \right\}.$$

Man kann diesen Ausdruck noch zusammenziehen, wenn man setzt:

$$\cos^2 x' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x'$$

und wenn man bedenkt, daß die erste Annäherung, $\cos(\phi + \phi') = 0$, giebt:

$$\frac{\sin(\phi + \phi') \sin 2\phi}{\sin \phi' \cos \phi'} = 2 \quad \text{und} \quad \sin(\phi - \phi') = -\cos 2\phi.$$

Dann erhält man:

$$(13) \quad \sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\mu^2 + \pi^2)} \times \left\{ 1 + (\cos u \cos u' - \sin u \sin u' \cos 2x' + \tan 2\phi (\cos j \sin(u + u') \cos x' - \sin j \sin(u - u') \sin x')) \sin^2 \phi \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \right\}.$$

In diesen Ausdruck von $\sin^2 \phi$ müssen statt u , u' , x' ihre Werthe gesetzt werden, ausgedrückt durch den angenäherten Werth von $\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\mu^2 + \pi^2)}$ und durch die Gröfsen, welche die Lage der reflectirenden Ebene und das Azimuth der Reflexions-Ebene bestimmen.

Die Normale der reflectirenden Ebene bilde mit den beiden optischen Axen die Winkel U und U' . Das Azimuth der Reflexions-Ebene sei X , und es werde gerechnet von derjenigen Ebene, welche den Winkel halbirt, welchen die beiden durch die Normale der brechenden Ebene und die beiden

optischen Axen gelegten Ebenen mit einander bilden. Dieser Winkel selbst werde mit $2J$ bezeichnet. Alsdann hat man:

$$\begin{aligned}\cos u &= \cos \phi' \cos U + \sin \phi' \sin U \cos (X+J) \\ \cos u' &= \cos \phi' \cos U' + \sin \phi' \sin U' \cos (X-J) \\ -\cos (x'+j) \sin u &= \sin \phi' \cos U - \cos \phi' \sin U \cos (X+J) \\ -\cos (x'-j) \sin u' &= \sin \phi' \cos U' - \cos \phi' \sin U' \cos (X-J) \\ \sin (x'+j) \sin u &= \sin U \sin (X+J) \\ \sin (x'-j) \sin u' &= \sin U' \sin (X-J).\end{aligned}\quad (14)$$

Eliminirt man mittelst dieser Ausdrücke u , u' , x' , j aus (13) und setzt in den mit $\pi^2 - \mu^2$ multiplicirten Theil $\phi' = 90 - \phi$, so erhält man nach einigen Reductionen:

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\mu^2 + \pi^2)} \left\{ 1 - \left(\cos U \cos U' - \sin U \sin U' \left(\frac{\cos (X-J) \cos (X+J)}{+\sin (X-J) \sin (X+J) \cos 2\phi} \right) \right) \frac{\sin^2 \phi \pi^2 - \mu^2}{\cos 2\phi} \right\} \quad (15)$$

Man kann J eliminiren mittelst der Relationen:

$$\begin{aligned}2 \sin U \sin U' \cos^2 J &= \cos 2n - \cos (U+U') \\ -2 \sin U \sin U' \sin^2 J &= \cos 2n - \cos (U-U')\end{aligned}$$

und erhält alsdann:

$$\sin^2 \phi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\mu^2 + \pi^2)} \times \left\{ 1 - (\cos U \cos U' + (\cos (U-U') - \cos 2n) \cos^2 J - \sin U \sin U' (\cos^2 X + \sin^2 X \cos 2J)) \frac{\sin^2 \phi \pi^2 - \mu^2}{\cos 2\phi} \right\}$$

oder für $\sin^2 \phi$ und $\cos^2 \phi$ ihre angenäherten Werthe gesetzt:

$$\begin{aligned}\sin^2 \phi &= \frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\mu^2 + \pi^2)} \times \\ &\left\{ 1 + \frac{\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} \cos 2n}{\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - 1} \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} - (\cos U \cos U' (1 + \mu^2 + \pi^2) - \sin U \sin U' \cos 2X) \frac{\frac{1}{2}(\pi^2 - \mu^2)}{\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - 1} \right\}.\end{aligned}\quad (16)$$

Man kann aber, da wir die Quadrate von $\pi^2 - \mu^2$ vernachlässigt haben, schreiben:

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{2}(\mu^2 + \pi^2)} \left(1 - \frac{\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} \cos 2n}{1 - \frac{(\mu^2 + \pi^2)^2}{2}} \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \right) = \frac{1}{1 + \frac{\mu^2 + \pi^2}{2} + \frac{\mu^2 + \pi^2}{2} \cos 2n} \frac{\pi^2 - \mu^2}{1 - \frac{\mu^2 + \pi^2}{2} \frac{\pi^2 - \mu^2}{2}}$$

und dieser Ausdruck verwandelt sich, wenn für $\cos 2n$ sein Werth $\frac{\pi^2 + \mu^2 - 2\nu^2}{\pi^2 - \mu^2}$ gesetzt wird, in:

$$\frac{1 - \frac{\mu^2 + \pi^2}{2}}{1 - \frac{\mu^2 + \pi^2}{2} \nu^2}$$

und demnach hat man endlich:

$$\sin^2 \phi = \frac{1 - \frac{\mu^2 + \pi^2}{2}}{1 - \frac{\pi^2 + \mu^2}{2} \nu^2} \left\{ 1 + \frac{\cos U \cos U' (1 + \mu^2 + \pi^2) - \sin U \sin U' \cos 2X}{1 - \left(\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} \right)^2} \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \right\}.$$

Die sich unmittelbar darbietenden sehr merkwürdigen Folgerungen aus diesem angenäherten Ausdruck des Winkels der vollständigen Polarisation sind:

1) Dafs es in jeder reflectirenden Ebene zwei auf einander rechtwinklige Azimuthe der Einfalls-Ebenen giebt, in welchen der Winkel der vollständigen Polarisation ein Maximum und Minimum ist. In Beziehung auf diese Azimuthe ist das System von Polarisations-Winkeln der Ebene symmetrisch vertheilt, d. h. in je zwei Einfalls-Ebenen, welche gleich geneigt sind gegen die Einfalls-Ebene des Maximums oder Minimums des Polarisations-Winkels, finden sich gleiche Polarisations-Winkel. Die zwei Einfalls-Ebenen des grössten und kleinsten Polarisations-Winkels sind parallel dem grössten und kleinsten Radius vector des Schnittes, den die reflectirende Ebene mit der Elasticitäts-Fläche bildet, durch deren Mittelpunkt gelegt.

2) Dafs wenn die reflectirende Ebene senkrecht auf einer der optischen Axen steht, in welchem Falle nämlich $U = 0$ oder $U' = 0$ ist, die Winkel der vollständigen Polarisation in allen Azimuthen gleich sind.

Diese zwei Theoreme sind ganz analog den ähnlichen bei den einaxigen Krystallen und ich vermute, dafs sie auch hier nicht nur annäherungsweise, sondern streng stattfinden.

§. 20.

Bei dem durch Reflexion vollständig polarisirten Strahl bildet die Polarisations-Ebene mit der Einfalls-Ebene den Winkel α , und für diesen gelten dieselben Überlegungen, wie bei den einaxigen Krystallen in §. 8. Man hat:

$$(1) \quad \tan \alpha = \frac{s'}{s},$$

wo in s' , s die Werthe für ϕ , ϕ' , ϕ'' zu setzen sind, welche der vollständigen Polarisation entsprechend durch §. 19. bestimmt sind. Wir haben oben §. 17. (2) gefunden:

$$Ns' = \sin 2\phi \{ \sin x' \sin x'' \sin(\phi' - \phi'') \cos(\phi' + \phi'') - \sin^2 \phi' \tan q' \sin x'' + \sin^2 \phi'' \tan q'' \sin x' \}. \quad (2)$$

Für s aber erhält man aus (2) §. 17., wenn man $\tan q'$ und $\tan q''$ mittelst (11) §. 19. eliminirt:

$$Ns = -\sin 2\phi (\cos x' \sin x'' \sin(\phi - \phi') + \cos x'' \sin x' \sin(\phi - \phi'')).$$

Man hat also:

$$\tan \alpha = -\frac{\sin x' \sin x'' \sin(\phi' - \phi'') \cos(\phi' + \phi'') - \sin^2 \phi' \tan q' \sin x'' + \sin^2 \phi'' \tan q'' \sin x'}{\cos x' \sin x'' \sin(\phi - \phi') + \cos x'' \sin x' \sin(\phi - \phi'')}. \quad (3)$$

Wenn man nach (2) und (5) §. 16. setzt:

$$\tan q' = \frac{1}{o^2 O}, \quad \tan q'' = \frac{1}{e^2 E}$$

und nach (34) §. 15.:

$$\frac{1}{O} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin(u - u') \sin j, \quad \frac{1}{E} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin(v + v') \cos k$$

und endlich:

$$\frac{\sin^2 \phi'}{o^2} = \frac{\sin^2 \phi''}{e^2} = \sin^2 \phi$$

und

$$\sin^2 \phi \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} = \frac{\sin^2 \phi' - \sin^2 \phi''}{\cos(v + v') - \cos(u - u')},$$

so erhält man:

$$\begin{aligned} & \tan \alpha \\ &= -\sin(\phi' - \phi'') \left\{ \frac{\sin x' \sin x'' \cos(\phi' + \phi'') + \left(\frac{\sin(u - u') \sin j \sin x'' - \sin(v + v') \cos k \sin x'}{\cos(u - u') - \cos(v + v')} \right) \sin(\phi' + \phi'')}{\cos x' \sin x'' \sin(\phi - \phi') + \cos x'' \sin x' \sin(\phi - \phi'')} \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Numerisch kann man hieraus immer die Ablenkung der Polarisations-Ebene berechnen aus dem Winkel der vollständigen Polarisation, dem Azimuth der Einfall-Ebene und denjenigen Gröfsen, wodurch die Lage der reflectirenden Ebene bestimmt ist, und man kann der Gleichung (3) leicht eine hiefür noch bequemere Form geben. Die vollständige analytische Elimination von x' , x'' , u , u' , v , v' scheint aber zu weitläufigen Rechnungen zu führen, und ich werde mich daher begnügen, in dieser Elimination nur die erste Potenz von $\pi^2 - \mu^2$ oder, was dasselbe ist, von $\sin(\phi' - \phi'')$ zu berücksichtigen. Bei dieser

Annäherung kann man im Ausdruck (4) setzen: $u = v$, $u' = v'$, $\sin x'' = -\cos x'$, $\cos x'' = -\sin x'$, $k = j$ und in dem mit $\sin(\phi' - \phi'')$ multiplicirten Theil $\phi' = \phi''$. Dann erhält man:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sin(\phi' - \phi'')}{\sin(\phi - \phi')} \left\{ \frac{\sin u \sin u' \sin 2x' \cos 2\phi' + (\sin u \cos u' \sin(x+j) + \sin u' \cos u \sin(x-j)) \sin 2\phi'}{2 \sin u \sin u'} \right\}. \quad (5)$$

Aus (14) des vorigen §. erhält man:

$$\begin{aligned} \sin u \cos u' \sin(x+j) + \sin u' \cos u \sin(x-j) &= \left\{ \begin{array}{l} \sin U \cos U' \sin(X+J) \\ + \sin U' \cos U \sin(X-J) \end{array} \right\} \cos \phi' + \sin U \sin U' \sin 2X \sin \phi' \\ \sin u \sin u' \sin 2x &= -\left\{ \begin{array}{l} \sin U \cos U' \sin(X+J) \\ \sin U' \cos U \sin(X-J) \end{array} \right\} \sin \phi' + \sin U \sin U' \sin 2X \cos \phi'. \end{aligned}$$

Dies in (5) substituirt und zugleich $\frac{-\sin(\phi' - \phi'')}{2 \sin u \sin u'} = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \frac{\sin^2 \phi}{\sin^2 \phi'}$ gesetzt, giebt:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \frac{\sin^2 \phi}{\sin^2 \phi' \sin(\phi - \phi')} \left\{ \sin U \sin U' \sin 2X \cos \phi' + (\sin(U+U') \sin X \cos J + \sin(U-U') \cos X \sin J) \sin \phi' \right\}. \quad (6)$$

Von dem System der Ablenkungen der Polarisations-Ebene verschafft man sich eine übersichtliche Anschauung, wenn man diejenigen Einfallsebenen aufsucht, wo dieselbe $= 0$ ist. Man erhält aus $\operatorname{tg} \alpha = 0$:

$$(7) \quad \sin U \sin U' \sin 2X \cos \phi' + (\sin(U+U') \sin X \cos J + \sin(U-U') \cos X \sin J) \sin \phi' = 0,$$

woraus X , nachdem für ϕ' der dem Polarisations-Winkel entsprechende Werth gesetzt ist, zu bestimmen ist. Untersuchen wir die einfachern Fälle, wo die reflectirende Ebene parallel mit einer der Elasticitäts-Axen ist:

1) $U - U' = 0$. Dies giebt:

$$\{\sin U \cos \phi' \cos X + \cos U \cos J \sin \phi'\} \sin X = 0.$$

Die vollständige Polarisation ohne Ablenkung der Polarisations-Ebene findet also statt:

a) bei $\sin X = 0$

b) bei $\cos X = -\cotg U \tan \phi' \cos J$,

wodurch im Allgemeinen vier Azimuthe der vollständigen Polarisation ohne Ablenkung bestimmt sind.

2) $U + U' = 180$. Dies giebt:

$$\{\sin U \sin X \cos \phi' + \cos U \sin J \sin \phi'\} \cos X = 0,$$

woraus:

c) $\cos X = 0$

d) $\sin X = -\cotg U' \sin J \tan \phi'$.

3) Wenn die reflectirende Ebene parallel mit der mittlern Elasticitäts-Axe ist, so ist entweder $J = 0$ oder $J = 90^\circ$. Wir haben im erstern Falle:

$$e) \sin X = 0$$

$$f) \cos X = - \frac{\sin(U+U') \tan \phi'}{2 \sin U \sin U'}$$

und im zweiten Falle:

$$g) \cos X = 0$$

$$h) \sin X = - \frac{\sin(U-U') \tan \phi'}{2 \sin U \sin U'}.$$

Es giebt also im Allgemeinen in diesen Fällen aufser dem Hauptschnitt immer noch zwei andere Azimuthe, wo die vollständige Polarisation ohne Ablenkung ihrer Ebene stattfindet. Diese wollen wir näher untersuchen. Die Gleichungen b) und d) können zusammengefaßt werden. Es sei $90 - \xi$ die Neigung der reflectirenden Ebene gegen die den Winkel $2n$ der optischen Axen halbirende Elasticitäts-Axe, so dafs:

$$\cos U = \cos \xi \cos n$$

$$\sin J = \frac{\sin n}{\sin U}.$$

Dies in b) gesetzt, giebt:

$$\cos \Lambda = - \tan \phi' \frac{\tan \xi \cos^2 n}{\tan^2 \xi + \sin^2 n}. \quad (8)$$

Die Gleichung d) giebt eine ganz ähnliche Gleichung, nur dafs statt n steht $90 - n$ und dafs ξ nicht wie in (8) die Neigung gegen die π Axe bedeutet, sondern gegen die μ Axe. Die Eigenschaften der reflectirenden Ebenen, welche durch (8) ausgedrückt ist, werden am leichtesten erkannt, wenn wir diese Gleichung umkehren und schreiben:

$$\tan \xi = - \frac{\frac{1}{2} \tan \phi' \cos^2 n}{\cos X} \pm \sqrt{\frac{\tan^2 \phi' \cos^4 n}{4 \cos^2 X} - \sin^2 n}. \quad (9)$$

woraus sich ergibt, dafs jedem Werthe von $\cos X$ zwei positive Werthe von $\tan \xi$ entsprechen, dafs aber $\cos^2 \Lambda$ ein Maximum hat, welches nicht überschritten werden kann. Unterscheiden wir zwei Fälle:

1) wo das Maximum von $\cos X$ reel ist. Die Bedingung dafür ist:

$$\tan^2 \phi' < \frac{4 \tan^2 n}{\cos^2 n}. \quad (10)$$

Das Maximum selbst ist:

$$\cos X = -\frac{\tan \phi' \cos^2 n}{2 \sin n}$$

und es fällt auf die Fläche, für welche

$$(11) \quad \tan \xi = \sin n.$$

Die Grenze der Möglichkeit dieses Maximums ist:

$$\tan^2 \phi' = \frac{4 \tan^2 n}{\cos^2 n},$$

alsdann ist $\cos X = -1$, für die reflectirende Ebene bleibt $\tan \xi = \sin n$.

2) Wo das Maximum vor $\cos X$ nicht reel ist. Dies tritt ein, wenn

$$\tan^2 \phi' > \frac{4 \tan^2 n}{\cos^2 n}.$$

Der $\cos X$ wird hier -1 bei:

$$(12) \quad \tan \xi' = \frac{1}{2} \tan \phi' \cos^2 n - \frac{1}{2} \sqrt{\tan^2 \phi' \cos^4 n - 4 \sin^2 n}$$

und

$$\tan \xi'' = \frac{1}{2} \tan \phi' \cos^2 n + \frac{1}{2} \sqrt{\tan^2 \phi' \cos^4 n - 4 \sin^2 n}.$$

Auf allen reflectirenden Ebenen zwischen diesen beiden durch ξ' und ξ'' bestimmten ist es nur der Hauptschnitt, in welchem die vollständige Polarisation ohne Ablenkung der Polarisations-Ebene stattfinden kann. Zwischen $\xi = \xi'$ und $\xi = 0$ und zwischen $\xi = \xi''$ und $\xi = 90$ erscheinen zwei neue solcher Azimuthe außer dem Hauptschnitt und nehmen ab von 180° bis 90° .

Da der Polarisations-Winkel bei demselben Krystalle nicht viel variirt, so lassen sich diese Resultate durch ein Beispiel anschaulicher machen. Es sei der Polarisations-Winkel 56° , also ϕ' ungefähr 34° . Aus (10) erhält man:

$$\tan^2 n > \frac{\sin^2 \frac{1}{2} \phi'}{\cos \phi'},$$

worin $\phi' = 34^\circ$ giebt $n > 17 \frac{1}{2}^\circ$. Wenn also der Winkel der optischen Axen, d. i. $2n$, zwischen 35 und $180-35$ liegt, so sind die Azimuthe ohne Ablenkung der Polarisations-Ebene außer dem Hauptschnitt sowohl auf allen Ebenen, welche mit der größten Elasticitäts-Axe als auf denen, welche mit der kleinsten Elasticitäts-Axe parallel sind, möglich. Liegt der Winkel der optischen Axen außerhalb dieser Grenzen, so hat nur das eine System dieser Ebenen immer solche Azimuthe.

Ich wende mich zu den reflectirenden Ebenen, welche parallel mit der mittlern Elasticitäts-Axe sind. Nennt man ihre Neigung gegen die Elasticitäts-Axe, welche den Winkel der optischen Axen halbirt, wiederum ξ , so hat man in f) zu setzen:

$$U = n + \xi$$

$$U' = n - \xi$$

und in h)

$$U = \xi + n$$

$$U' = n - \xi.$$

Da in h) der Winkel X von der auf dem Hauptschnitt senkrechten Ebene an gerechnet wird, werde ich dessen Nullpunkt mit dem A in f) übereinstimmend machen, wo dieser Winkel vom Hauptschnitt selbst an gerechnet wird, und in h) statt X setzen $X - 90$; dadurch verwandeln sich beide Gleichungen f) und h) in eine, nämlich:

$$\cos X = - \frac{\sin \xi \cos \xi}{\sin^2 \xi - \sin^2 n} \tan \phi'. \quad (13)$$

Die Azimuthe X ohne Ablenkung bilden also immer einen stumpfen Winkel mit dem Azimuth der nächsten optischen Axe, die Normale der reflectirenden Ebene mag in dem spitzen oder stumpfen Winkel der optischen Axen liegen. Kehrt man die Gleichung (13) um, so kann man dieselbe schreiben:

$$\tan \xi = \sqrt{\frac{\tan^2 \phi'}{4 \cos^2 n \cos^2 X} + \tan^2 n} - \frac{\tan \phi'}{2 \cos^2 n \cos X}, \quad (14)$$

wo $\cos X$ positiv oder negativ sein kann. Man sieht, daß dieses Azimuth ohne Abweichung wegfällt, oder vielmehr, daß wegen e) und g) nur, wenn die Einfalls-Ebene mit dem Hauptschnitt zusammenfällt, die Polarisations-Ebene keine Ablenkung erfährt, von

$$\tan \xi' = \sqrt{\frac{\tan^2 \phi'}{4 \cos^2 n} + \tan^2 n} - \frac{\tan \phi'}{2 \cos^2 n}$$

bis

$$\tan \xi'' = \sqrt{\frac{\tan^2 \phi'}{4 \cos^2 n} + \tan^2 n} + \frac{\tan \phi'}{2 \cos^2 n}.$$

Außerhalb dieser Grenzen treten neue Azimuthe ohne Ablenkung auf, die bis 90° wachsen, welche Grenze sie erreichen, auf den auf den Elasticitäts-Axen senkrechten Ebenen. Der Winkel, den die zu ξ' und ξ'' gehörenden Ebenen mit einander bilden, hat einen einfachen Ausdruck, nämlich:

$$\tan(\xi'' - \xi') = \tan \phi'.$$

Bezeichnet man mit (ζ') und (ζ'') allgemein zwei Werthe für ξ in (14), welche zu X und $180-X$ gehören, so hat man:

$$(15) \quad \text{tang}(\zeta'' - \zeta') = \frac{\text{tang} \phi'}{\cos X}.$$

Es ist gewifs unerwartet, dafs auf den Ebenen, welche senkrecht auf den optischen Axen stehen, obgleich in allen Azimuthen derselbe Polarisations-Winkel stattfindet, doch in jedem Azimuth, aufser in $\sin X = 0$, eine Ablenkung der Polarisations-Ebene sich findet. Diese Ablenkung ergiebt sich aus (6), wenn dort $U' = 0$, $J = 0$ gesetzt wird. Man findet:

$$(16) \quad \text{tang} \alpha = \frac{\pi^2 - \mu^2}{4} \frac{\sin^2 \phi \sin n \sin X}{\cos \phi' \sin(\phi - \phi')}.$$

Dafs es auf jeder reflectirenden Ebene wenigstens immer zwei Azimuthe giebt, in welchen die Ablenkung der Polarisations-Ebene $= 0$ ist, d. h. dafs die Gleichung (7), welche vom vierten Grade in Beziehung auf X ist, wenigstens immer zwei reelle Wurzeln hat, wird sich aus dem folgenden §. ergeben. Für das Azimuth der grössten Ablenkung erhält man aus (6) durch Differentiation nach X , wobei man bei der Annäherung, worauf dieser Ausdruck beruht, ϕ und ϕ' als constant ansehen kann:

$$(17) \quad 2 \cos \phi' \sin U \sin U' \cos 2X + \sin \phi' (\sin(U + U') \cos J \cos X - \sin(U - U') \sin J \sin X) = 0$$

und dies grösste Azimuth mit m bezeichnet, ergiebt sich:

$$(18) \quad \text{tang} m = \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \frac{\sin^2 \phi}{\sin 2\phi' \sin(\phi - \phi')} \left\{ \frac{2 \sin U \sin U' \cos \phi' \cos^3 X + \sin(U + U') \cos J \sin \phi'}{\sin X} \right\}.$$

§. 21.

Im vorigen §. haben wir die Drehung der Polarisations-Ebene bei der Reflexion unter dem Polarisations-Winkel untersucht. Um die Drehungen der Polarisations-Ebenen überhaupt durch Reflexion zu untersuchen, machen wir folgende Unterscheidungen.

1) Die Drehung, welche ein ursprünglich parallel mit der Einfallsebene polarisirter Strahl durch die Reflexion erleidet, bezeichne ich mit δ_r .

2) Die Drehung, welche ein ursprünglich senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirter Strahl erleidet, mit $90 - \delta_p$.

3) Das Azimuth der ursprünglichen Polarisation eines einfallenden Strahles, damit im reflectirten die Polarisations-Ebene parallel mit der Einfall-Ebene sei, mit d_s und

4) das Azimuth der ursprünglichen Polarisation, bei welchem der reflectirte Strahl senkrecht gegen die Einfall-Ebene p polarisirt ist, mit $90 - d_p$.

Man hat :

$$\begin{aligned} \tan \delta_s &= \frac{s'}{s} & \tan d_s &= -\frac{s'}{p} \\ \tan \delta_p &= \frac{p'}{p} & \tan d_p &= -\frac{p'}{s}, \end{aligned} \quad (1)$$

wo s, s', p, p' die in (2) §. 17. angegebene Werthe haben, wonach diese Winkel in jedem gegebenen Falle berechnet werden können. Die Relation dieser Winkel unter einander :

$$\tan \delta_s \tan \delta_p = \tan d_s \tan d_p$$

ist allgemein und gilt von jedem reflectirenden Medium.

Ich werde untersuchen, unter welchen Umständen diese Winkel $\delta_s, \delta_p, d_s, d_p$ verschwinden werden. Wir haben also zu untersuchen die Gleichungen :

$$p' = 0 \quad \text{und} \quad s' = 0$$

oder wenn dafür aus (2) §. 17. ihre Werthe gesetzt werden :

$$\sin(\phi' - \phi'') \cos x' \cos x'' = 0 \quad (\pi)$$

$$\sin x' \sin x'' \sin(\phi' - \phi'') \cos(\phi' + \phi'') + \sin x' \sin^2 \phi'' \operatorname{tg} q'' - \sin x'' \sin^2 \phi' \operatorname{tg} q' = 0. \quad (\tau)$$

Ich werde mich nur mit der ersten Annäherung dieser Gleichungen beschäftigen, und das, was von den zweiten und höhern Potenzen von $\sin(\phi' - \phi'')$ abhängig, vernachlässigen. Bei dieser Annäherung verwandelt sich (π) in $\sin 2x' = 0$ und dies, mittelst (14) §. 19. entwickelt, giebt :

$$0 = \sin \phi' (\sin(U + U') \cos J \sin X + \sin(U - U') \sin J \cos X) - \cos \phi' \sin U \sin U' \sin 2X. \quad (\pi')$$

Die zweite Gleichung (τ) giebt denselben Ausdruck, der in (7) §. 20. gefunden wurde, nur daß in ihm ϕ' sich nicht auf den Polarisations-Winkel bezieht, sondern jeden Werth haben kann. Man hat also :

$$0 = \sin \phi' (\sin(U + U') \cos J \sin X + \sin(U - U') \sin J \cos X) + \cos \phi' \sin U \sin U' \sin 2X. \quad (\tau')$$

Diese Gleichungen stellen zwei Kegelflächen im Innern des Krystalls dar; denkt man sich die Seiten derselben als Normalen von Wellen-Ebenen und

construirt die Richtungen, welche sie bei ihrem Austritt aus dem Krystall annehmen, so erhält man die Systeme von Richtungen, in welchen die Strahlen auf die Krystall-Ebene auffallen müssen, damit ihre ursprünglich senkrechte oder parallele Polarisations-Ebene durch die Reflexion unverändert bleibt. Die beiden Kegelflächen sind dritter Ordnung; sie sind beide einander gleich und ähnlich, haben die Normale der reflectirenden Ebene gemeinschaftlich, die eine ist aber gegen die andern um diese Linie um 180° gedreht. Ich habe also nur den Kegel (π') näher zu untersuchen. Dieser wird uns auch noch wichtig werden bei der Untersuchung der Refraction.

Da $\tan \phi' = 0$ ist, sowohl wenn $\sin X = 0$, als wenn $\cos X = 0$, so müssen zwei Zweige des Kegels durch die Normale der brechenden Ebene gehen und sich in ihr rechtwinklig schneiden. Wenn $X = J$, so wird $\tan \phi' = \tan U'$, und wenn $X = -J$, so wird $\tan \phi' = \tan U$. Der Kegel geht also immer durch die beiden optischen Axen. Wenn

$$\tan X = -\frac{\sin(U-U')}{\sin(U+U')} \tan J,$$

so ist $\phi' = 90$. Das durch diese Gleichung bestimmte Azimuth X ist immer negativ, weil wir U' immer $< U$ nehmen; nennen wir es $-X'$, so ist:

$$\tan U \sin(J-X') = \tan U' \sin(J+X).$$

Es werde Fig. 13. die reflectirende Ebene von ihrer Normale und den beiden optischen Axen, diese drei Linien durch denselben Punkt O unterhalb der Ebene gelegt, in den Punkten N , U , U' geschnitten. Es theile die Linie NP den Winkel UNU' so dafs

$$\sin UNP : \sin U'NP = \tan U' : \tan U,$$

so ist NP eine mit der Seite des Kegels parallele Linie.

Es werde ferner durch N eine Ebene gelegt, die senkrecht stehe auf der Ebene, die durch die beiden optischen Axen gelegt ist; der Durchschnitt beider Ebenen OS ist eine Seite des Kegels. Diese letztere Eigenschaft des Kegels (π') erweist sich am leichtesten, wenn man NUU' als die Durchschnitte der Normale und der optischen Axen mit einer Kugelfläche, die um O beschrieben ist, betrachtet, wo man durch N einen grössten Kreis senkrecht auf UU' zu legen hat, und zu beweisen, dafs $NS = \phi'$ und $SNU' = J-X$ und $UNS = J+X$ der Gleichung (π') genügen.

Wir haben für den Kegel (π') also fünf Seiten bestimmt, und die Lage zweier Tangential-Ebenen. Er wird die reflectirende Ebene im Allgemeinen in einer Curve schneiden, welche ungefähr die Gestalt $MNSU'NUB$ hat. Die Linien NH und NH' stellen die Richtungen des größten und kleinsten Radius vector des Schnittes vor, den die reflectirende Ebene mit der Elasticitäts-Fläche machen würde. Eine merkwürdige allgemeine Eigenschaft des Kegels ist, daß er innerhalb der Azimuthal-Winkel HNP nur negative Werthe für ϕ' bestimmt, bei welchen die ursprünglich senkrechte Polarisation des einfallenden Strahles durch die Reflexion unverändert bleibt. Diesen Winkel HNP haben wir X' genannt, und bestimmt durch

$$\tan U \sin(J - X') = \tan U' \sin(J + X').$$

In dem Theil des Kegels $NU'S$ erlangt ϕ' ein Maximum. Man erhält dieses aus (π') durch $\frac{d\phi'}{dX} = 0$, und findet dies Maximum in dem Azimuth:

$$\tan X = \sqrt[3]{\tan J \frac{\sin(U - U')}{\sin(U + U')}} \quad (3)$$

und sein Werth ist:

$$\tan \phi' = \frac{2 \sin U \sin U' \{ (\sin J \sin(U - U'))^{\frac{1}{3}} + (\cos J \sin(U + U'))^{\frac{1}{3}} - (\sin J \cos J \sin(U - U') \sin(U + U'))^{\frac{1}{3}} \}}{\sqrt{\sin^2(U - U') \sin^2 J + \sin^2(U + U') \cos^2 J} \{ (\sin(U - U') \sin J)^{\frac{2}{3}} + (\sin(U + U') \cos J)^{\frac{2}{3}} \}} \quad (4)$$

Der Werth dieses Maximums ist wichtig für die Frage nach den Azimuthen, in welchen die ursprünglich senkrechte oder parallele Polarisation durch die Reflexion nicht geändert wird, bei einem gegebenen Einfallswinkel ϕ . So lange das zu diesem ϕ gehörige ϕ' kleiner ist, als der in (4) angegebene Werth, so lange wird der Frage immer durch vier Azimuthe genügt, im entgegengesetzten Fall aber nur durch zwei Azimuthe. Dies findet Anwendung auf die Gleichung (7) des vorigen §., welche dieselbe als (π') dieses §. ist, die, wie schon bemerkt, von (π') sich nur dadurch unterscheidet, daß das zu jedem X gehörige ϕ' negativ genommen ist. In der Gleichung (7) ist ϕ' der Brechungswinkel des Polarisations-Winkels gegeben und X ist zu bestimmen.

Dem Auseinandergesetzten zufolge wird man sich immer eine anschauliche Vorstellung machen von der Lage der Kegelfläche (π'), wie auch die reflectirende Ebene gelegen ist; wir wollen aber doch noch der Grenzfälle erwähnen, wo nämlich diese Ebene mit einer der Elasticitäts-Axen parallel ist. Wenn die reflectirende Ebene parallel mit der größten oder kleinsten

Elasticitäts-Axe ist, also entweder $U - U' = 0$ oder $U + U' = 180$, so löst sich die Gleichung (π') in zwei Factoren auf, der eine stellt eine Ebene vor, der andere einen Kegel zweiter Ordnung. Die Ebene geht immer durch die Normale der reflectirenden Ebene und steht senkrecht auf derjenigen Elasticitäts-Axe, mit welcher jene parallel ist. Der Kegel geht immer durch die beiden optischen Axen und die Normale der reflectirenden Ebene, und schneidet diese in einem Kreise. Wenn die reflectirende Ebene senkrecht auf einer der Elasticitäts-Axen steht, so stellt (π') zwei sich rechtwinklig schneidende Ebenen vor, parallel mit den beiden andern Elasticitäts-Axen. Wenn die reflectirende Ebene parallel mit der mittlern Elasticitäts-Axe ist, so stellt (π') gleichfalls eine Ebene und einen Kegel zweiter Ordnung vor. Die Ebene geht hier durch die beiden optischen Axen, der Kegel geht durch die Normale der reflectirenden Ebene und schneidet diese in einem Kreise.

Es seien Fig. 14. N , U' , U die Durchschnitte der Normale und der optischen Axen mit der reflectirenden Ebene, jene drei Linien durch denselben Punkt O gelegt; es sei NS der Kreis, in welchem die Ebene von dem Kegel geschnitten wird, alsdann findet folgende harmonische Proportion statt:

$$\sin UON' : \sin U'ON' = \sin UON : \sin U'ON.$$

Es kann also ON oder ON' die Normale der brechenden Ebene sein, der Kegel ist derselbe; es giebt immer zwei correspondirende reflectirende Ebenen in dem stumpfen und in dem scharfen Winkel der optischen Axen, welche denselben elliptischen Kegel haben. Dieser Kegel verwandelt sich in eine gerade Linie, wenn die reflectirende Ebene senkrecht auf einer der optischen Axen steht.

Das Azimuth δ eines ursprünglich im Azimuth α polarisirten Strahls nach der Reflexion ist:

$$\tan \delta = \frac{\frac{p}{s} \tan \alpha + \tan \delta_r}{1 + \tan \alpha \tan \delta_r}.$$

§. 22.

Der im vorigen §. betrachtete Kegel (π') ist wichtig für die Untersuchung der Fälle, in welchen im gebrochenen Licht einer der beiden Strahlen verschwindet, vorausgesetzt, daß das einfallende Licht ursprünglich parallel oder senkrecht mit der Einfallsebene polarisirt war. Wenn

er senkrecht gegen die Einfalls-Ebene polarisirt war, so hat man nach (2) §. 17.:

$$D' : D'' = \sin(\phi + \phi'') \cos \alpha'' : \sin(\phi + \phi') \cos \alpha',$$

woraus erhellt, daß der gewöhnliche oder der ungewöhnliche Strahl verschwindet, je nachdem $\cos \alpha'' = 0$ oder $\cos \alpha' = 0$. Da aber im Allgemeinen α'' so gerechnet ist, daß wenn $\phi' = \phi''$ wird, $\cos \alpha'' = -\sin \alpha'$ ist, so sind beide Fälle Wurzeln von derselben Gleichung, nämlich von $\sin 2\alpha' = 0$, d. i. von der Gleichung (π) . Denkt man sich Fig. 13. auf einer Kugelfläche entworfen, die um den Durchschnittspunkt O der Normale ON und der optischen Axen OU und OU'' beschrieben, so ist jede Seite OD' des Kegels (π') , für welche, wenn $D'd$ den Winkel $UD'U''$ halbt, der Winkel $ND'd = 90^\circ$ ist, ein nach dem Gesetz eines gewöhnlichen Strahls gebrochener Strahl eines solchen senkrecht polarisirten einfallenden Strahls, der keinen ungewöhnlichen Strahl erzeugt. Jede Seite OD'' aber, für welche ND'' den Winkel $UD'U$ halbt, ist der ungewöhnlich gebrochene Strahl eines solchen einfallenden Strahls, der, senkrecht auf der Einfalls-Ebene polarisirt, keinen gewöhnlichen Strahl erzeugt. Es sind hiernach die Richtungen der einfallenden Strahlen leicht zu finden: bezeichnen wir nämlich im erstern Falle die Neigung von D' gegen N mit ϕ' , im zweiten Fall die Neigung von D'' gegen N mit ϕ'' , und die zu ϕ' und ϕ'' gehörigen Einfalls-Winkel mit ξ' und ξ'' , so ist:

$$\sin \xi' = \frac{\sin \phi'}{\sqrt{\frac{\pi^2 + \mu^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(u - u')}}, \quad \sin \xi'' = \frac{\sin \phi''}{\sqrt{\frac{\pi^2 + \mu^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(u + u')}}.$$

Es wird in einem gegebenen Falle keine Schwierigkeiten haben zu discutiren, für welchen Theil des Kegels (π') $\cos \alpha' = 0$ und für welchen $\sin \alpha' = 0$. In Fig. 13. z. B. ist für den Theil des Kegels $UND'U$ überall $\cos \alpha' = 0$, für die beiden Theile $USND''$ und UB aber immer $\sin \alpha' = 0$. Wenn die brechende Ebene parallel mit der Elasticitäts-Axe ist, welche den stumpfen Winkel der optischen Axen halbt, d. i. $U-U' = 0$ ist, so ist $\cos \alpha' = 0$ für alle Seiten des elliptischen Kegels, für welche $\phi' < U$, $\sin \alpha'$ ist aber $= 0$ für die Seiten, für welche $\phi' > U$ ist und für die im Hauptschnitt liegenden Strahlen. Umgekehrt verhält es sich bei den brechenden Flächen, die parallel mit der Elasticitäts-Axe sind, welche den spitzen Winkel der optischen Axen halbt, d. h. für welche $U+U' = 180^\circ$. Wenn die brechende Ebene

parallel mit der mittlern Elasticitäts-Axe ist, so ist für die Strahlen des elliptischen Kegels $\cos x' = 0$, wenn die Normale der brechenden Ebene im stumpfen Winkel der optischen Axen liegt und $\sin x' = 0$, wenn sie im scharfen Winkel desselben liegt. Für die Strahlen im Hauptschnitt, welche im stumpfen Winkel der optischen Axen liegen, ist $\sin x' = 0$, welche im scharfen Winkel liegen, ist $\cos x' = 0$.

Wenn die einfallenden Strahlen parallel mit der Einfalls-Ebene polarisirt sind, so ist nach (3) §. 17.:

$$D': D'' = \sin x'' \sin(\phi + \phi'') \cos(\phi - \phi'') - \sin^2 \phi'' \tan g q'' : \sin x' \sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi') - \sin^2 \phi' \tan g q'.$$

Der ungewöhnliche Strahl verschwindet also beinahe, weil $\tan g q'$ und $\tan g q''$ nur kleine von $(\phi' - \phi'')$ abhängige Größen sind, wenn $\sin x' = 0$, und der gewöhnliche, wenn $\sin x'' = 0$ ist. Diese beiden Fälle sind wiederum in $\sin 2x' = 0$ enthalten, d. h. in der Gleichung (π') . Die Seiten des Kegels Fig. 13., für welche $\sin x' = 0$, sind annäherungsweise die nach dem Gesetz des gewöhnlichen Strahls gebrochenen Richtungen, in welchen ein parallel mit der Einfalls-Ebene polarisirter Strahl auffallen muß, damit der ungewöhnliche Strahl verschwindet, und die Seiten, für welche $\cos x' = 0$, sind die nach dem Gesetz der ungewöhnlichen Strahlen gebrochenen Strahlen, welche parallel mit der Einfalls-Ebene polarisirt, keinen ungewöhnlichen Strahl erzeugen. Mittelst der durch (π') , d. i. $\sin 2x' = 0$, gegebenen angenäherten Werthe bestimmt man leicht genauere aus:

$$\begin{aligned} \sin 2x' &= \frac{\pi^2 - \mu^2}{4} \frac{\sin^2 \phi \cos x' \sin(u - u') \sin j}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \\ \sin 2x'' &= \frac{\pi^2 - \mu^2}{4} \frac{\sin^2 \phi \cos x'' \sin(v + v') \cos k}{\sin(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')}. \end{aligned}$$

Die Relation, welche zwischen der Lage der Polarisations-Ebene des einfallenden Strahls, seinem Einfalls-Winkel und dem Azimuth der Einfalls-Ebene stattfinden muß, damit der gewöhnliche oder der ungewöhnliche Strahl verschwinde, erhellt allgemein aus (3) §. 17. Wenn Einfalls-Winkel und Azimuth der Einfalls-Ebene gegeben sind, so hat man unmittelbar für das Azimuth a' der ursprünglichen Polarisations-Ebene, bei welchem nur ein gewöhnlicher Strahl erzeugt wird:

$$(1) \quad \tan a' = -\tan x' \cos(\phi - \phi') + \frac{\sin^2 \phi' \tan g q'}{\cos x' \sin(\phi + \phi')}$$

und für das Azimuth α'' , bei welchem nur ein ungewöhnlicher Strahl erzeugt wird:

$$\tan \alpha'' = + \tan \alpha'' \cos(\phi - \phi'') - \frac{\sin^2 \phi'' \tan q''}{\cos \alpha'' \sin(\phi + \phi'')} \quad (2)$$

Wenn die einfallenden Strahlen in den Azimuthen α' oder α'' polarisirt sind, so bekommen die Ausdrücke für die Geschwindigkeiten in den reflectirten und gebrochenen Strahlen eine bemerkenswerthe Einfachheit. Wenn die ursprüngliche Polarisation statt hatte

1) in dem Azimuth α' , so wird:

$$\begin{aligned} D' &= - \frac{2 \sin \phi \cos \phi}{\cos \alpha' \sin(\phi + \phi')} S \\ R_s &= - \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \phi')} S \\ R_p &= - \frac{\sin \alpha' \sin(\phi - \phi') \cos(\phi + \phi') + \sin^2 \phi' \tan q'}{\cos \alpha' \sin(\phi + \phi')} S \end{aligned} \quad (3)$$

und das Azimuth δ' der Polarisations-Ebene im reflectirten Strahl:

$$\tan \delta' = - \frac{\cos(\phi + \phi')}{\cos(\phi - \phi')} \tan \alpha' + \frac{2 \sin 2 \phi \sin^2 \phi' \tan q'}{\sin 2(\phi - \phi') \sin(\phi + \phi') \cos \alpha'}$$

2) in dem Azimuth α'' , so ist:

$$\begin{aligned} D'' &= \frac{2 \sin \phi \cos \phi}{\cos \alpha'' \sin(\phi + \phi'')} S \\ R_s &= - \frac{\sin(\phi - \phi'')}{\sin(\phi + \phi'')} S \\ R_p &= \frac{\sin \alpha'' \sin(\phi - \phi'') \cos(\phi + \phi'') + \sin^2 \phi'' \tan q''}{\cos \alpha'' \sin(\phi + \phi'')} S \end{aligned}$$

und das Azimuth δ'' der Polarisations-Ebene im reflectirten Strahl:

$$\tan \delta'' = - \tan \alpha'' \frac{\cos(\phi + \phi'')}{\cos(\phi - \phi'')} - \frac{2 \sin 2 \phi \sin^2 \phi'' \tan q''}{\cos \alpha'' \sin 2(\phi - \phi'') \sin(\phi + \phi'')}.$$

§. 23.

Ich werde mich jetzt mit der Untersuchung des Austritts eines Strahls aus einem krystallinischen zweiaxigen Medium beschäftigen. Die Geschwindigkeit in dem austretenden Strahl werde ich, je nachdem er ein gewöhnlicher oder ungewöhnlicher ist, mit D' oder D'' bezeichnen, und die Geschwindig-

keiten in den beiden reflectirten Strahlen, je nachdem sie von D' oder D'' herrühren, mit R' und R'' oder R'_n und R''_n . Den ausgetretenen Strahl zerlege ich in einen, der parallel mit der Austritts-Ebene polarisirt ist und in einen, der senkrecht gegen diese Ebene polarisirt ist, und nenne die respectiven Geschwindigkeiten S' und P' , wenn sie von D' herrühren, oder S'' und P'' , wenn sie von D'' herrühren. Ich bezeichne ferner die Azimuthe der Richtungen der Geschwindigkeiten D' und D'' , in Beziehung auf die Einfalls-Ebene, mit γ' und γ'' und zwar so gerechnet, das $\gamma' - 90$ und $\gamma'' - 90$ die Azimuthe der zu D' und D'' gehörigen Strahlen sind. Diese Winkel $\gamma' - 90$ und $\gamma'' - 90$ sollen immer positiv sein, und sie sind gleich 0, wenn die Strahlen in der Einfalls-Ebene liegen und einen größern Winkel mit der Normale der brechenden Ebene bilden, als die Normalen der ihnen zugehörenden Wellen-Ebenen; im entgegengesetzten Fall, wenn der Strahl zwischen seiner Wellen-Ebenen-Normale und der Normale der brechenden Ebene liegt, soll $\gamma' - 90$ und $\gamma'' - 90$ gleich 180° sein. Die Azimuthe in Beziehung auf die Einfalls-Ebene von den Richtungen der Bewegungen in den im Innern des Mediums reflectirten Strahlen, R' und R'' seien z' und z'' und in den Strahlen R'_n und R''_n seien z'_n und z''_n . Diese Winkel sind so gerechnet, daß sie respective zusammenfallen mit den Winkeln γ' und γ'' , wenn der ausgetretene Strahl senkrecht auf der brechenden Ebene steht. Es sollen ferner ψ' und ψ'' die Winkel bedeuten, welche die Wellen-Normalen von D' und D'' mit der Normale der brechenden Ebene bilden, ebenso ξ' , ξ'' und ξ'_n , ξ''_n die Neigungen der Wellen-Normalen R' , R'' und R'_n , R''_n gegen die Normale der brechenden Ebene. Mit ι' bezeichne ich die Neigung des ausgetretenen Strahls gegen die Normale der brechenden Ebene, wenn er von D' herrührt und mit ι'' , wenn er von D'' herrührt. Endlich sollen p' und p'' die Neigungen der Strahlen D' und D'' gegen ihre Wellen-Normalen sein, und r' , r'' und r'_n , r''_n die Neigungen der Strahlen R' , R'' und R'_n , R''_n gegen ihre respectiven Wellen-Normalen. Die Winkel p' und p'' sollen immer positiv sein, die Winkel z' , z'_n und z'' , z''_n aber werden negativ, wenn die Strahlen R' , R'_n und R'' , R''_n nicht in dem Azimuth in Beziehung auf die Einfalls-Ebene $z' - 90$, $z'_n - 90$ und $z'' - 90$, $z''_n - 90$ liegen, sondern in den Azimuthen $z' + 90$, $z'_n + 90$ und $z'' + 90$, $z''_n + 90$. Diese Bezeichnungen vorausgesetzt, findet man, wenn die entsprechenden Volumina, über welche sich die Bewegung der einfallenden Strahlen D' und D'' verbreitet, in den

reflectirten Strahlen R' , R'' und $R'_$, R'' und den gebrochenen Strahlen P' , S' und P'' , S'' bezeichnet werden mit Q' , Q'' ; $Q'_$, Q'' ; $Q'_$, Q'' ; T' , T''

$$\begin{aligned}
 T' &= \alpha \sin \iota' \cos \iota' \\
 T'' &= \alpha \sin \iota'' \cos \iota'' \\
 Q' &= \alpha (\sin \psi' \cos \psi' - \sin^2 \psi' \sin \gamma' \tan p') \\
 Q'' &= \alpha (\sin \psi'' \cos \psi'' - \sin^2 \psi'' \sin \gamma'' \tan p'') \\
 Q'_ &= \alpha (\sin \xi'_ \cos \xi'_ + \sin^2 \xi'_ \sin z'_ \tan r'_) \\
 Q'' &= \alpha (\sin \xi''_ \cos \xi''_ + \sin^2 \xi''_ \sin z''_ \tan r''_) \\
 Q'_ &= \alpha (\sin \xi''_ \cos \xi''_ + \sin^2 \xi''_ \sin z''_ \tan r''_) \\
 Q'' &= \alpha (\sin \xi''_ \cos \xi''_ + \sin^2 \xi''_ \sin z''_ \tan r''_).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Die Gleichungen, welche sich aus dem Princip der Erhaltung der lebendigen Kräfte ergeben, sind: 1) wenn die einfallende Welle eine gewöhnliche ist:

$$D'^2 Q' = R'^2 Q' + R''^2 Q'' + (P'^2 + S'^2) T'$$

und 2) wenn die einfallende Welle eine ungewöhnliche ist:

$$D''^2 Q'' = R''^2 Q'_ + R''^2 Q'' + (P''^2 + S''^2) T''.$$

Hierin die Werthe für die Volumina aus (1) gesetzt, erhalten wir im ersten Falle:

$$\begin{aligned}
 D'^2 (\sin \psi' \cos \psi' - \sin^2 \psi' \sin \gamma' \tan p') - R'^2 (\sin \xi'_ \cos \xi'_ + \sin^2 \xi'_ \sin z'_ \tan r'_) \\
 - R''^2 (\sin \xi''_ \cos \xi''_ + \sin^2 \xi''_ \sin z''_ \tan r''_) = (P'^2 + S'^2) \sin \iota' \cos \iota' \quad (2)
 \end{aligned}$$

und im zweiten Falle:

$$\begin{aligned}
 D''^2 (\sin \psi'' \cos \psi'' - \sin^2 \psi'' \sin \gamma'' \tan p'') - R''^2 (\sin \xi''_ \cos \xi''_ + \sin^2 \xi''_ \sin z''_ \tan r''_) \\
 - R''^2 (\sin \xi''_ \cos \xi''_ + \sin^2 \xi''_ \sin z''_ \tan r''_) = (P''^2 + S''^2) \sin \iota'' \cos \iota''. \quad (3)
 \end{aligned}$$

Was die Winkel ι' , ι'' , ψ' , ψ'' , $\xi'_$, ξ'' , $\xi'_$, ξ'' betrifft, so hat man dafür folgende Relationen:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \sin^2 \psi' &= o^2 \sin^2 \iota' = \left(\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(u - u') \right) \sin^2 \iota' \\
 \text{b) } \sin^2 \xi'_ &= o^2 \sin^2 \iota' = \left(\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(u, -u') \right) \sin^2 \iota' \\
 \text{c) } \sin^2 \xi''_ &= e^2 \sin^2 \iota' = \left(\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(v, +v') \right) \sin^2 \iota' \\
 \alpha) \sin^2 \psi'' &= e \sin^2 \iota'' = \left(\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(v + v') \right) \sin^2 \iota'' \\
 \beta) \sin^2 \xi''_ &= o'' \sin^2 \iota'' = \left(\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(u'' - u''_) \right) \sin^2 \iota'' \\
 \gamma) \sin^2 \xi''_ &= e'' \sin^2 \iota'' = \left(\frac{\mu^2 + \pi^2}{2} - \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos(v, +v'_) \right) \sin^2 \iota'',
 \end{aligned} \tag{4}$$

wo die Bedeutung von $o, e, o., e., o., e.,$ sich von selbst ergibt, und wo die Neigungen der Wellen-Normalen $D', D'', R', R'', R', R''$ gegen die optischen Axen bezeichnet sind resp. mit $u, u'; v, v'; u., u'; v., v'; u., u'; v., v'.$ Diese Winkel werden durch die folgenden Relationen bestimmt. Es seien U, U' die Neigungen der Normale der brechenden Ebene gegen die beiden optischen Axen, und es liege die Einfallsebene im Azimuth X , dieses Azimuth gerechnet von der Richtung an, in welcher die Bewegung stattfinden würde, wenn die brechende Ebene eine gewöhnliche Wellen-Ebene wäre, und zwar so, daß für $\psi' = 0$ $X = \gamma'$ wird. Es sei $2I$ der Winkel, den die beiden Ebenen durch die Normale der brechenden Ebene und die beiden optischen Axen mit einander bilden; die entsprechenden Winkel für die Wellen-Normalen D' und D'' seien $2i$ und $2k$, und für die Normalen R' und R'' seien diese Winkel $2i'$ und $2k'$, so wie für die Wellen-Normalen R' und R'' : $2i''$ und $2k''$. Alsdann finden folgende Relationen statt:

$$\begin{aligned}
 & \cos u = \cos U \cos \psi' + \sin U \sin \psi' \cos(X+I) \\
 & \cos u' = \cos U' \cos \psi' + \sin U' \sin \psi' \cos(X-I) \\
 (5) \quad & -\sin u \cos(\gamma'+i) = \cos U \sin \psi' - \sin U \cos \psi' \cos(X+I) \\
 & -\sin u' \cos(\gamma'-i) = \cos U' \sin \psi' - \sin U' \cos \psi' \cos(X-I) \\
 & \sin u \sin(\gamma'+i) = \sin U \sin(X+I) \\
 & \sin u' \sin(\gamma'-i) = \sin U' \sin(X-I) \\
 & \cos v = \cos U \cos \psi'' + \sin U \sin \psi'' \cos(X+I) \\
 & \cos v' = \cos U' \cos \psi'' + \sin U' \sin \psi'' \cos(X-I) \\
 (6) \quad & \sin v \sin(\gamma''-k) = \cos U \sin \psi'' - \sin U \cos \psi'' \cos(X+I) \\
 & \sin v' \sin(\gamma''+k) = \cos U' \sin \psi'' - \sin U' \cos \psi'' \cos(X-I) \\
 & -\sin v \sin(\gamma''-k) = \sin U \sin(X+I) \\
 & -\sin v' \sin(\gamma''+k) = \sin U' \sin(X-I).
 \end{aligned}$$

Diese sphärisch-trigonometrischen Formeln leitet man leicht aus Fig. 9. ab, wo die Durchschnitte der Wellen-Normalen D', D'' , der optischen Axen und der Normale der brechenden Ebene mit einer Kugeloberfläche, jene Linien durch ihren Mittelpunkt gelegt, angegeben sind.

Mittels der Gleichungen (5) kann man u, u', γ', i ausdrücken durch den Einfallswinkel ψ' und durch die Winkel U, U' und X , welche die Lage der brechenden Ebene und die Lage der Einfallsebene bestimmen,

und da diese beiden Ebenen jedesmal gegeben sind, so kann man mittelst (5) die Winkel u, u', y', i als Functionen von ψ' ausdrücken. Eben so sind durch (6) die Winkel v, v', y'', k als Functionen des Winkels ψ'' gegeben. Der Winkel I ist bestimmt durch U und U' und den Winkel der beiden optischen Axen $2n$; man hat nämlich:

$$\cos 2n = \cos U \cos U' + \sin U \sin U' \cos 2I.$$

Man erhält aus (5) und (6) zwei ähnliche Systeme, indem man für ψ und ψ'' setzt $-\xi'$ und $-\xi''$, statt y' und y'' die Winkel z' und z'' , statt i und k die Winkel i' und k' , ferner statt u und u' die Winkel $u,$ und u' und endlich statt v und v' die Winkel $v,$ und v' :

$$\begin{aligned} \cos u, &= \cos U \cos \xi' - \sin U \sin \xi' \cos(X+I) \\ \cos u', &= \cos U' \cos \xi' - \sin U' \sin \xi' \cos(X-I) \\ \sin u, \cos(z'+i') &= \cos U \sin \xi' + \sin U \cos \xi' \cos(X+I) \\ \sin u', \cos(z'-i') &= \cos U' \sin \xi' + \sin U' \cos \xi' \cos(X-I) \\ \sin u, \sin(z'+i') &= \sin U \sin(X+I) \\ \sin u', \sin(z'-i') &= \sin U' \sin(X-I) \end{aligned} \quad (7) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \cos v, &= \cos U \cos \xi'' - \sin U \sin \xi'' \cos(X+I) \\ \cos v', &= \cos U' \cos \xi'' - \sin U' \sin \xi'' \cos(X-I) \\ -\sin v, \sin(z''-k') &= \cos U \sin \xi'' + \sin U \cos \xi'' \cos(X+I) \\ -\sin v', \sin(z''+k') &= \cos U' \sin \xi'' + \sin U' \cos \xi'' \cos(X-I) \\ -\sin v, \sin(z''-k') &= \sin U \sin(X+I) \\ -\sin v', \sin(z''+k') &= \sin U' \sin(X-I). \end{aligned} \quad (8) \quad (10)$$

Endlich erhält man zwei Systeme Relationen für u, u', v, v, \dots dadurch, daß man statt des untern Index , überall den untern Index '' setzt und statt i' und k' die Winkel i'' und k'' . Ich bezeichne diese Relationen mit (9) und (10).

Substituirt man in (4) a. b. c. die Werthe von $u, u', u, u', v, v',$ so erhält man drei Gleichungen, von denen die erste nur ψ' , die zweite ξ' und die dritte ξ'' enthält. Man überzeugt sich aber leicht, daß alle drei Gleichungen entwickelt zu derselben biquadratischen Gleichung führen, so daß $\psi', \xi',$ und ξ'' drei ihrer Wurzeln sind; die vierte Wurzel, welche ich mit ψ'' bezeichnen will, ist die Neigung gegen die brechende Ebene der zu i' gehö-

rigen ungewöhnlichen Wellen-Ebene. Ebenso findet man, daß ψ'' , ξ'' , ξ'' drei Wurzeln einer andern biquadratischen Gleichung sind, deren vierte, welche ich mit ψ'' bezeichne, der Brechungs-Winkel der zu ι'' gehörigen gewöhnlichen Wellen-Ebene ist. Wenn $\iota' = \iota''$, so ist $\psi' = \psi''$, $\psi'' = \psi''$ und $\xi' = \xi''$ und $\xi'' = \xi''$, und ψ' , ψ'' , $\xi' = \xi''$, $\xi'' = \xi''$ sind die vier Wurzeln derselben biquadratischen Gleichung.

Es sind nur gewisse, leicht vorher zu sehende particuläre Fälle, wo diese biquadratischen Gleichungen sich in zwei quadratische zerfallen lassen. Im Allgemeinen kann man also zu ihrer Auflösung nur Näherungs-Methoden anwenden, und dazu dienen die Relationen (5) bis (10). Wenn der einfallende Strahl D' , d. h. ein gewöhnlicher ist, so ist ψ' gegeben und man bestimmt aus (4) a. mittelst (5) den Winkel ι' . Diesen Werth in (4) b. und c. gesetzt, erhält man für ξ' und ξ'' eine erste Annäherung, in welcher die Quadrate von $\pi^2 - \mu^2$ vernachlässigt sind, wenn man in die Werthe für u , u' und v , v' in (7) und (8) statt ξ' und ξ'' setzt ψ' . Setzt man hierauf in (7) und (8) die oben gefundenen angenäherten Werthe für ξ' und ξ'' , so erhält man u , u' und v , v' richtig bis auf die erste Potenz von $\pi^2 - \mu^2$, und aus ihnen die Ausdrücke $\cos(u - u')$, $\cos(v + v')$ gebildet und in (4) b. c. gesetzt, erhält man ξ' und ξ'' richtig bis auf die zweite Potenz von $\pi^2 - \mu^2$. Dieser Grad der Annäherung wird in allen Fällen zureichend sein. Ein ganz gleicher Weg führt zu den angenäherten Werthen für ξ'' und ξ'' , wenn der einfallende Strahl ein ungewöhnlicher ist, mittelst der Gleichungen (4) a. β . γ . und (5) (6) (9) (10).

Ich werde jetzt die Gleichungen bilden, welche sich aus dem Prinzip der Gleichheit der Componenten ergeben. Ich zerlege wiederum die Geschwindigkeiten D' , D'' , R' , R'' , R'' , R'' nach folgenden drei Richtungen: 1) senkrecht auf der Einfalls-Ebene, 2) senkrecht auf der brechenden Ebene, 3) parallel mit der Einfalls-Ebene und mit der brechenden Ebene. Ich werde die Cosinusse der Winkel, welche die Richtungen der Geschwindigkeiten D' , D'' , R' ... mit diesen drei untereinander rechtwinkligen Richtungen bilden, in folgender Tafel zusammenstellen:

	D'	D''	R'_1	R''_1	R''_2	R''_3	
1) Gegen die Senkrechte auf d. Einfallsl-Ebene	$\sin \gamma'$	$+\sin \gamma''$	$\sin z'_1$	$+\sin z''_1$	$+\sin z''_2$	$+\sin z''_3$	
2) Gegen die Senkrechte auf d. Brechend. Ebene	$+\sin \psi' \cos \gamma'$	$-\sin \psi'' \cos \gamma''$	$-\sin \xi'_1 \cos z'_1$	$+\sin \xi''_1 \cos z''_1$	$-\sin \xi'_2 \cos z''_2$	$+\sin \xi''_2 \cos z''_2$	(11)
3) Gegen die Parallele mit d. Einfallsl-Ebene u. d. Brech. Ebene	$+\cos \psi' \cos \gamma'$	$-\cos \psi'' \cos \gamma''$	$+\cos \xi'_1 \cos z'_1$	$-\cos \xi''_1 \cos z''_1$	$+\cos \xi'_2 \cos z''_2$	$-\cos \xi''_2 \cos z''_2$	

Für die Geschwindigkeiten der ausgetretenen Strahlen, zerlegt nach denselben drei Richtungen, haben wir, je nachdem sie aus D' oder D'' entstanden sind:

$$\begin{aligned}
 &1) \quad P' \quad \text{oder} \quad P'' \\
 &2) \quad -S' \sin \iota' \quad - \quad -S'' \sin \iota'' \\
 &3) \quad -S' \cos \iota' \quad - \quad -S'' \cos \iota''.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Demnach giebt das Prinzip der Gleichheit der Componenten folgende Gleichungen:

1) Für einen gewöhnlichen einfallenden Strahl:

$$\begin{aligned}
 P' &= D' \sin \gamma' + R'_1 \sin z'_1 + R''_2 \sin z''_2 \\
 -S' \sin \iota' &= D' \sin \psi' \cos \gamma' - R'_1 \sin \xi'_1 \cos z'_1 + R''_2 \sin \xi''_2 \cos z''_2 \\
 -S' \cos \iota' &= D' \cos \psi' \cos \gamma' + R'_1 \cos \xi'_1 \cos z'_1 - R''_2 \cos \xi''_2 \cos z''_2.
 \end{aligned} \tag{13}$$

2) Für einen ungewöhnlichen einfallenden Strahl:

$$\begin{aligned}
 P'' &= D'' \sin \gamma'' + R''_1 \sin z''_1 + R''_2 \sin z''_2 \\
 -S'' \sin \iota'' &= -D'' \sin \psi'' \cos \gamma'' - R''_1 \sin \xi''_1 \cos z''_1 + R''_2 \sin \xi''_2 \cos z''_2 \\
 -S'' \cos \iota'' &= -D'' \cos \psi'' \cos \gamma'' + R''_1 \cos \xi''_1 \cos z''_1 - R''_2 \cos \xi''_2 \cos z''_2.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Es soll jetzt gezeigt werden, daß die quadratischen Gleichungen (2) und (3) mittelst der Gleichungen (13) und (14) sich in lineäre verwandeln. Ich werde mich zuerst mit (2) und (13) beschäftigen. Das Product der beiden letzten Gleichungen von (13) giebt:

$$\begin{aligned}
 S'^2 \sin \iota' \cos \iota' &= D'^2 \sin \psi' \cos \psi' \cos^2 \gamma' - R'^2_1 \sin \xi'_1 \cos \xi'_1 \cos^2 z'_1 - R''^2_2 \sin \xi''_2 \cos \xi''_2 \cos^2 z''_2 \\
 &+ D' R'_1 \sin(\psi' - \xi'_1) \cos \gamma' \cos z'_1 - D' R'_1 \sin(\psi' - \xi'_1) \cos \gamma' \cos z'_1 + R'_1 R''_2 \sin(\xi'_1 + \xi''_2) \cos z'_1 \cos z''_2.
 \end{aligned}$$

Dies von (2) abgezogen, erhält man:

$$\begin{aligned}
 P'^2 \sin \iota' \cos \iota' &= D'^2 (\sin \psi' \cos \psi' \sin^2 \gamma' - \sin^2 \psi' \sin \gamma' \tan \rho') \\
 &- R'^2_1 (\sin \xi'_1 \cos \xi'_1 \sin^2 z'_1 + \sin^2 \xi'_1 \sin z'_1 \tan r'_1) - R''^2_2 (\sin \xi''_2 \cos \xi''_2 \sin^2 z''_2 + \sin^2 \xi''_2 \sin z''_2 \tan r''_2) \\
 &- D' R'_1 \sin(\psi' - \xi'_1) \cos \gamma' \cos z'_1 + D' R'_1 \sin(\psi' - \xi'_1) \cos \gamma' \cos z'_1 - R'_1 R''_2 \sin(\xi'_1 + \xi''_2) \cos z'_1 \cos z''_2.
 \end{aligned}$$

Diese Gleichung durch die erste der Gleichungen (13) dividirt, giebt:

$$(15) \quad \begin{aligned} P' \sin i' \cos i' &= D' (\sin \psi' \cos \psi' \sin y' - \sin^2 \psi' \tan p') \\ &- R' (\sin \xi' \cos \xi' \sin z' + \sin^2 \xi' \tan r') - R'' (\sin \xi'' \cos \xi'' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \tan r''), \end{aligned}$$

vorausgesetzt, daß folgende Relationen stattfinden:

$$\begin{aligned} (\sin \xi' \cos \xi' - \sin \psi' \cos \psi') \sin y' \sin z' + \sin^2 \xi' \tan r' \sin y' + \sin^2 \psi' \tan p' \sin z' &= \sin(\psi' - \xi') \cos y' \cos z'; \\ (\sin \psi' \cos \psi' - \sin \xi'' \cos \xi'') \sin y' \sin z'' - \sin^2 \psi' \tan p' \sin z'' - \sin^2 \xi'' \tan r'' \sin y' &= \sin(\psi' - \xi'') \cos y' \cos z''; \\ (\sin \xi' \cos \xi' + \sin \xi'' \cos \xi'') \sin z' \cos z'' + \sin^2 \xi' \tan r' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \tan r'' \sin z' &= \sin(\xi' + \xi'') \cos z' \cos z'' \end{aligned}$$

oder, etwas anders geschrieben:

$$(16) \quad \begin{aligned} \sin(\psi' - \xi') (\sin y' \sin z' \cos(\psi' + \xi') + \cos y' \cos z') &= \sin^2 \xi' \tan r' \sin y' + \sin^2 \psi' \tan p' \sin z'; \\ \sin(\psi' - \xi'') (\sin y' \sin z'' \cos(\psi' + \xi'') - \cos y' \cos z'') &= \sin^2 \xi'' \tan r'' \sin y' + \sin^2 \psi' \tan p' \sin z''; \\ -\sin(\xi' + \xi'') (\sin z' \sin z'' \cos(\xi' - \xi'') - \cos z' \cos z'') &= \sin^2 \xi' \tan r' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \tan r'' \sin z'. \end{aligned}$$

Die Richtigkeit dieser Relationen werde ich nachweisen. Setzt man die Werthe:

$$\tan r' = \frac{1}{o^2 O}, \quad \tan r'' = \frac{1}{e^2 E}, \quad \tan p' = \frac{1}{o^2 O},$$

wo

$$\begin{aligned} \frac{1}{O} &= \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin i, \sin(u - u'), \\ \frac{1}{E} &= \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \cos k, \sin(v + v'), \\ \frac{1}{O} &= \frac{\pi^2 - \mu^2}{2} \sin i \sin(u - u'), \end{aligned}$$

setzt man ferner:

$$\frac{\sin^2 \xi''}{e^2} = \frac{\sin^2 \xi'}{o^2} = \frac{\sin^2 \psi'}{o^2} = \sin^2 i'$$

und endlich:

$$(17) \quad \begin{aligned} \frac{\sin^2 i'}{\sin(\psi' - \xi')} &= \frac{\sin(\psi' + \xi')}{o^2 - o'^2} = - \frac{\sin(\psi' + \xi')}{\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} (\cos(u - u') - \cos(u, - u'))} \\ \frac{\sin^2 i'}{\sin(\psi' - \xi'')} &= \frac{\sin(\psi' + \xi'')}{o^2 - e'^2} = - \frac{\sin(\psi' + \xi'')}{\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} (\cos(u - u') - \cos(v, + v'))} \\ \frac{\sin^2 i'}{\sin(\xi' + \xi'')} &= \frac{\sin(\xi' - \xi'')}{o'^2 - e'^2} = - \frac{\sin(\xi' - \xi'')}{\frac{\pi^2 - \mu^2}{2} (\cos(u, - u') - \cos(v, + v'))}, \end{aligned}$$

so verwandeln sich durch diese Substitutionen die Gleichungen (16) in folgende:

$$\begin{aligned}
1. \sin y' \sin z' \cos(\psi' + \xi') - \cos y' \cos z' &= - \left(\frac{\sin i' \sin y' \sin(u, -u') + \sin i \sin z' \sin(u, -u')}{\cos(u, -u) - \cos(u, -u')} \right) \sin(\psi' + \xi') \\
2. \sin y' \sin z'' \cos(\psi' + \xi'') - \cos y' \cos z'' &= - \left(\frac{\cos k' \sin y' \sin(v, +v') + \sin i \sin z'' \sin(u, -u')}{\cos(u, -u) - \cos(v, +v')} \right) \sin(\psi' + \xi'') \quad (18) \\
3. \sin z' \sin z'' \cos(\xi' - \xi'') - \cos z' \cos z'' &= \left(\frac{\sin i' \sin z' \sin(u, -u') + \cos k' \sin z'' \sin(v, +v')}{\cos(u, -u) - \cos(v, +v')} \right) \sin(\xi' - \xi'').
\end{aligned}$$

Die Richtigkeit dieser drei Relationen erhellt aus denen in §. 16. f) und h). Von der dritten gilt dies unmittelbar, sie ist für die beiden reflectirten Strahlen R' und R'' dasselbe, was die Relation f) in §. 16. für die beiden gebrochenen Strahlen D' und D'' ist, nur haben in diesen beiden Fällen die Bogen, hier $(\xi' - \xi'')$ und dort $(\phi' - \phi'')$, eine umgekehrte Lage, daher hier $(\xi' - \xi'') = -\sin \Delta$ zu setzen ist. Die zweite Relation (18) ist mit derjenigen in f) §. 16. gleichfalls übereinstimmend, hiervon überzeugt man sich am leichtesten, wenn diese Formel auf eine ähnliche Art auf einer Kugeloberfläche construirt, wie dies in §. 16. geschehen ist. Man sieht dann, daß die Formel (18) 2. sich auf die Strahlen D' und R'' ebenso bezieht, wie die Formel f) §. 16. auf die Strahlen D' und D'' , und daß daher in ihr statt v, v', k, α'' stehen muß v, v', k', z'' und statt $(\phi' - \phi'')$, d. i. der Winkel, den die beiden Normalen D' und D'' mit einander bilden, der Winkel $(\psi' + \xi'')$, d. i. der Winkel, den die Normalen D' und R'' mit einander bilden. Die erste Relation in (18) ist übereinstimmend mit derjenigen in h) in §. 16. Die Relation in 1. (18) bezieht sich auf die Normalen D' und R' , die Relation in h) §. 16. bezieht sich auf die Normalen D' und D'' , in jener müssen sich also, statt v, v', k , die Winkel u, u', i' finden, statt $(\phi' - \phi'')$ der Winkel $(\psi' + \xi')$. Was endlich den Winkel α'' in h) §. 16. betrifft, so muß man bedenken, daß wenn man den ihm entsprechenden bei der Normale R' mit z'' bezeichnet, man hat $z'' + z' = 270^\circ$, und daß also α'' ersetzt werden muß durch $z'' = 270^\circ - z'$. Diese Substitutionen in h) §. 16. ausgeführt, erhält man die erste der Relationen in (17) d. §.

Die quadratische Gleichung (2) kann also ersetzt werden durch die lineäre Gleichung (15). Diese Gleichung (15) und die Gleichungen (13) enthalten also die vollständige Lösung des Problems der Reflexion und Refraction im Innern eines krystallinischen Mediums, wenn der einfallende Strahl D' ein gewöhnlicher ist.

Ich werde jetzt zeigen, wie die Gleichung (3) mittelst (14) gleichfalls durch eine lineäre Gleichung ersetzt werden kann. Das Product der beiden letzten Gleichungen in (14) giebt:

$$S''^2 \sin i'' \cos i'' = D''^2 \sin \psi'' \cos \psi'' \cos^2 \gamma'' - R''^2 \sin \xi' \cos \xi' \cos^2 z' - R''^2 \sin \xi'' \cos \xi'' \cos^2 z'' \\ - D'' R'' \sin(\psi'' - \xi'') \cos \gamma'' \cos z' + D'' R'' \sin(\psi'' - \xi'') \cos \gamma'' \cos z'' + R'' R'' \sin(\xi' + \xi'') \cos z' \cos z''.$$

Dies von (3) abgezogen, erhält man:

$$P''^2 \sin i'' \cos i'' = D''^2 (\sin \psi'' \cos \psi'' \sin^2 \gamma'' - \sin^2 \psi'' \sin \gamma'' \operatorname{tg} p'') \\ - R''^2 (\sin \xi' \cos \xi' \sin^2 z' + \sin^2 \psi'' \sin z' \operatorname{tg} r') - R''^2 (\sin \xi'' \cos \xi'' \sin^2 z'' + \sin^2 \psi'' \sin z'' \operatorname{tg} r'') \\ + D'' R'' \sin(\psi'' - \xi'') \cos \gamma'' \cos z' - D'' R'' \sin(\psi'' - \xi'') \cos \gamma'' \cos z'' - R'' R'' \sin(\xi' + \xi'') \cos z' \cos z''.$$

Diese Gleichung endlich durch die erste in (14) dividirt, giebt:

$$(19) \quad P \sin i'' \cos i'' = D'' (\sin \psi'' \cos \psi'' \sin \gamma'' - \sin^2 \psi'' \operatorname{tg} p'') \\ - R'' (\sin \xi' \cos \xi' \sin z' + \sin^2 \xi' \operatorname{tg} r') - R'' (\sin \xi'' \cos \xi'' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \operatorname{tg} r''),$$

weil

$$\cos \gamma'' \cos z' - \sin \gamma'' \sin z' \cos(\psi'' + \xi') = - \frac{\sin^2 \psi'' \operatorname{tg} p'' \sin z' + \sin^2 \xi' \operatorname{tg} r' \sin \gamma''}{\sin(\psi'' - \xi')} \\ \cos \gamma'' \cos z'' + \sin \gamma'' \sin z'' \cos(\psi'' + \xi'') = \frac{\sin^2 \psi'' \operatorname{tg} p'' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \operatorname{tg} r'' \sin \gamma''}{\sin(\psi'' - \xi'')} \\ \cos z' \cos z'' - \sin z' \sin z'' \cos(\xi' + \xi'') = \frac{\sin^2 \xi' \operatorname{tg} r' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \operatorname{tg} r'' \sin z'}{\sin(\xi' - \xi'')}.$$

Diese Relationen verwandeln sich nämlich durch die Substitutionen (17) und durch ähnliche in:

$$(20) \quad 1. \cos \gamma'' \cos z'' - \sin \gamma'' \sin z'' \cos(\psi'' + \xi'') = \frac{\cos k \sin z'' \sin(v+v') + \sin i'' \sin \gamma'' \sin(u'' - u'')}{\cos(v+v') - \cos(u'' - u'')} \sin(\psi'' + \xi'') \\ 2. \cos \gamma'' \cos z'' + \sin \gamma'' \sin z'' \cos(\psi'' + \xi'') = - \frac{\cos k \sin z'' \sin(v+v') + \cos k'' \sin \gamma'' \sin(v'' + v'')}{\cos(v+v') - \cos(v'' + v'')} \sin(\psi'' + \xi'') \\ 3. \cos z' \cos z'' - \sin z' \sin z'' \cos(\xi' - \xi'') = - \frac{\sin i'' \sin z'' \sin(u'' - u'') + \cos k'' \sin z' \sin(v'' + v'')}{\cos(u'' - u'') - \cos(v'' + v'')} \sin(\xi' - \xi'')$$

und von diesen Relationen ergibt sich die Richtigkeit der ersten und dritten aus f) §. 16. und der zweiten aus i) §. 16. Setzt man nämlich in f) statt u , u' , α' , $(\phi' - \phi'')$ die Winkel u'' , u'' , z'' , $-(\psi'' + \xi'')$, so erhält man die erste Relation in (20), und zugleich statt v , v' , α'' , $(\phi' - \phi'')$ die Winkel gesetzt: v'' , v'' , γ'' , $-(\xi' - \xi'')$, erhält man die dritte Relation (20). Von der Zulässigkeit dieser Substitutionen überzeugt man sich ausserdem bald. Die zweite Relation in (20) entsteht aus i) §. 16., wenn statt u , u' , $(\phi' - \phi'')$ gesetzt wird: v'' , v'' , $-(\psi'' + \xi'')$ und statt α' der Winkel $270 - \gamma''$.

Statt der Gleichung der Erhaltung der lebendigen Kräfte in (3) kann also die Gleichung (19) gesetzt werden.

§. 24.

Die vollständigen Gleichungen der Refraction und Reflexion im Innern eines krystallinischen Mediums sind also folgende:

$$\begin{aligned}
 P' \sin i' \cos i' &= D' (\sin \psi' \cos \psi' \sin y' - \sin^2 \psi' \operatorname{tg} p') - R' (\sin \xi' \cos \xi' \sin z' + \sin^2 \xi' \operatorname{tg} r') \\
 &\quad - R'' (\sin \xi'' \cos \xi'' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \operatorname{tg} r'') \\
 P' &= D' \sin y' + R' \sin z' + R'' \sin z'' \\
 S' \sin i' &= -D' \cos y' \sin \psi' + R' \cos z' \sin \xi' - R'' \cos z'' \sin \xi'' \\
 S' \cos i' &= -D' \cos y' \cos \psi' - R' \cos z' \cos \xi' + R'' \cos z'' \cos \xi''
 \end{aligned} \quad (1)$$

und:

$$\begin{aligned}
 P'' \sin i'' \cos i'' &= D'' (\sin \psi'' \cos \psi'' \sin y'' - \sin^2 \psi'' \operatorname{tg} p'') - R'' (\sin \xi' \cos \xi' \sin z' + \sin^2 \xi' \operatorname{tg} r') \\
 &\quad - R'' (\sin \xi'' \cos \xi'' \sin z'' + \sin^2 \xi'' \operatorname{tg} r'') \\
 P'' &= D'' \sin y'' + R'' \sin z'' + R'' \sin z'' \\
 S'' \sin i'' &= D'' \cos y'' \sin \psi'' + R'' \cos z'' \sin \xi'' - R'' \cos z'' \sin \xi'' \\
 S'' \cos i'' &= D'' \cos y'' \cos \psi'' - R'' \cos z'' \cos \xi'' + R'' \cos z'' \cos \xi''
 \end{aligned} \quad (2)$$

Hieraus erhält man:

$$\begin{aligned}
 R' &= -D' \left\{ \frac{\sin(i' - \psi') \sin(i' + \xi') (\cos(i' + \psi') \sin y' \cos z'' + \cos(i' - \xi'') \cos y' \sin z'')}{\sin(i' + \xi'') \sin(i' + \xi') (\cos(i' - \xi') \sin z' \cos z'' + \cos(i' - \xi'') \sin z'' \cos z')} \right. \\
 &\quad \left. + \sin^2 \xi' \sin(i' + \xi'') \operatorname{tg} r' \cos z'' + \sin^2 \xi'' \sin(i' + \xi') \operatorname{tg} r'' \cos z' \right\} \\
 R'' &= -D' \left\{ \frac{\sin(i' - \psi') \sin(i' + \xi') (\cos(i' + \psi') \sin y' \cos z' - \cos(i' - \xi') \sin z' \cos y')}{\sin(i' + \xi'') \sin(i' + \xi') (\cos(i' - \xi') \sin z' \cos z'' + \cos(i' - \xi'') \sin z'' \cos z')} \right. \\
 &\quad \left. + \sin^2 \xi' \sin(i' + \xi'') \operatorname{tg} r' \cos z'' + \sin^2 \xi'' \sin(i' + \xi') \operatorname{tg} r'' \cos z' \right\}
 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 R' &= -D'' \left\{ \frac{\sin(i'' - \psi'') \sin(i'' + \xi'') (\cos(i'' + \psi'') \sin y'' \cos z'' - \cos(i'' - \xi'') \sin z'' \cos y'')}{\sin(i'' + \xi'') \sin(i'' + \xi'') (\cos(i'' - \xi'') \sin z'' \cos z'' + \cos(i'' - \xi'') \sin z'' \cos z'')}{\sin(i'' + \xi'') \sin(i'' + \xi'') (\cos(i'' - \xi'') \sin z'' \cos z'' + \cos(i'' - \xi'') \sin z'' \cos z'')}$$

Die ersten angenäherten Werthe erhält man, wenn man die Unterschiede der Elasticitäts-Axen gänzlich vernachlässigt, und also setzt:

$$\xi' = \xi'' \text{ und } \cos z'' = -\sin z', \quad \sin z'' = -\cos z',$$

ferner:

$$\xi'' = \xi'' \text{ und } \cos z'' = -\sin z'' \text{ und } \sin z'' = -\cos z''.$$

Man erhält dann:

$$(5) \quad \begin{aligned} R' &= -D' \frac{\sin(i' - \psi')}{\sin(i' + \xi')} \left(\frac{\cos(i' + \psi')}{\cos(i' - \xi')} \sin \gamma' \sin z' + \cos \gamma' \cos z' \right) \\ R'' &= +D' \frac{\sin(i' - \psi')}{\sin(i' + \xi')} \left(\frac{\cos(i' + \psi')}{\cos(i' - \xi')} \sin \gamma' \cos z' - \cos \gamma' \sin z' \right) \end{aligned}$$

$$(6) \quad \begin{aligned} R'_\parallel &= +D'' \frac{\sin(i'' - \psi'')}{\sin(i'' + \xi'')} \left(\frac{\cos(i'' + \psi'')}{\cos(i'' - \xi'')} \sin \gamma'' \cos z'' - \cos \gamma'' \sin z'' \right) \\ R''_\parallel &= -D'' \frac{\sin(i'' - \psi'')}{\sin(i'' + \xi'')} \left(\frac{\cos(i'' + \psi'')}{\cos(i'' - \xi'')} \sin \gamma'' \sin z'' + \cos \gamma'' \cos z'' \right). \end{aligned}$$

Multipliziert man die erste der Gleichungen (1) mit $\sin \gamma'$ und die zweite mit $\sin \psi' \cos \psi' \sin \gamma' - \sin^2 \psi' \tan p'$, und addirt beide, so erhält man, mit Berücksichtigung der Relationen (16) §. 23., P' in einer Form, welche für angenäherte Berechnungen seiner Werthe bequem ist. Auf eine ähnliche Weise erhält man auch S' und P'' und S'' .

$$(7) \quad P' = \left\{ \frac{D'(2 \sin \psi' \cos \psi' \sin \gamma' - \sin^2 \psi' \tan p') \sin i' - (R' \cos z' \sin(\psi' - \xi') - R'' \cos z'' \sin(\psi' - \xi'')) \cos \gamma'}{\sin(i' + \psi') \cos(i' - \psi') \sin \gamma' - \sin^2 \psi' \tan p'} \right\}$$

$$S' = - \left\{ \frac{2 D' \sin \psi' \cos \psi' \cos \gamma' + R' \cos z' \sin(\psi' - \xi') - R'' \cos z'' \sin(\psi' - \xi'')}{\sin(i' + \psi')} \right\}$$

$$(8) \quad P'' = \left\{ \frac{D''(2 \sin \psi'' \cos \psi'' \sin \gamma'' - \sin^2 \psi'' \tan p'') \sin i'' - (R' \cos z' \sin(\psi'' - \xi') - R'' \cos z'' \sin(\psi'' - \xi'')) \cos \gamma''}{\sin(i'' + \psi'') \cos(i'' - \psi'') \sin \gamma'' - \sin^2 \psi'' \tan p''} \right\}$$

$$S'' = \left\{ \frac{2 D'' \sin \psi'' \cos \psi'' \cos \gamma'' - R'' \cos z'' \sin(\psi'' - \xi') + R' \cos z' \sin(\psi'' - \xi'')}{\sin(i'' + \psi'')} \right\}.$$

Will man in diesen Werthen für P' , S' , P'' , S'' nur die erste Potenz des Unterschiedes der Elasticitäts-Axen berücksichtigen, so sind für R' , R'' , R'_\parallel , R''_\parallel ihre angenäherten Werthe aus (5) und (6) zu setzen.

Die Formeln (3) bis (8) werden imaginär, wenn die Einfallswinkel innerhalb der Grenze der totalen Reflexion liegen. Man kann in diesem Falle die reflectirten Intensitäten hier auf dieselbe Weise ableiten, wie bei den einaxigen Krystallen.

Ich werde die Formeln (7) und (8) noch anwenden auf den Fall des Durchgangs des Lichtes durch ein von parallelen Ebenen eingeschlossenes Medium, weil diese Formeln für die Theorie der Farben, welche krystallinische Blättchen im polarisirten Licht zeigen, von Wichtigkeit sind. Als

dann sind D' und D'' zwei zusammengehörige Strahlen, welche aus demselben einfallenden Strahl entstanden sind, und ihre Werthe sind durch die Formeln (2) §. 17. gegeben. Ferner ist alsdann $i' = i'' = \phi$, $\psi' = \phi'$, $\psi'' = \phi''$, $\gamma' = x'$, $\gamma'' = x''$, $p' = q'$, $p'' = q''$, $\xi' = \xi'_1$, $\xi'' = \xi'_2$, $z' = z'_1$, $z'' = z'_2$; ich werde die Winkel ξ'_1 , ξ'_2 , z'_1 , z'_2 mit ξ' , ξ'' , z' , z'' bezeichnen. Diese Substitutionen gemacht, erhält man:

$$P' = \frac{D'(2\sin\phi'\cos\phi'\sin x' - \sin^2\phi'\operatorname{tg} q')\sin x' - (R'\cos z'\sin(\phi' - \xi'_1) - R'\cos z''\sin(\phi' - \xi'_2))\cos x'}{\sin(\phi + \phi')\cos(\phi - \phi')\sin x' - \sin^2\phi'\operatorname{tg} q'} \quad (9)$$

$$S = -\left\{ \frac{2D'\sin\phi'\cos\phi'\cos x' + R'\cos z'\sin(\phi' - \xi'_1) - R'\cos z''\sin(\phi' - \xi'_2)}{\sin(\phi + \phi')} \right\}$$

$$P'' = \left\{ \frac{D''(2\sin\phi''\cos\phi''\sin x'' - \sin^2\phi''\operatorname{tg} q'') - (R''\cos z'\sin(\phi'' - \xi'_1) + R''\cos z''\sin(\phi'' - \xi'_2))\cos x''}{\sin(\phi + \phi'')\cos(\phi - \phi'')\sin x'' - \sin^2\phi''\operatorname{tg} q''} \right\} \quad (10)$$

$$S'' = \left\{ \frac{2D''\sin\phi''\cos\phi''\cos x'' - R''\cos z'\sin(\phi'' - \xi'_1) + R''\cos z''\sin(\phi'' - \xi'_2)}{\sin(\phi + \phi'')} \right\},$$

worin für D' und D'' die Werthe aus (2) §. 17. zu setzen sind.

Will man nur die erste Potenz von $\pi^2 - \mu^2$ in (9) und (10) berücksichtigen, so ist zu setzen:

$$R' = -D' \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \xi')} \left(\frac{\cos(\phi + \phi')}{\cos(\phi - \xi')} \sin x' \sin z' + \cos x' \cos z' \right) \quad (11)$$

$$R'' = +D'' \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \xi')} \left(\frac{\cos(\phi + \phi')}{\cos(\phi - \xi')} \sin x' \cos z' - \cos x' \sin z' \right)$$

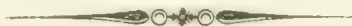
$$R'_1 = +D'' \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \xi')} \left(\frac{\cos(\phi + \phi')}{\cos(\phi - \xi')} \cos x' \sin z' - \sin x' \cos z' \right) \quad (12)$$

$$R''_1 = -D'' \frac{\sin(\phi - \phi')}{\sin(\phi + \xi')} \left(\frac{\cos(\phi + \phi')}{\cos(\phi - \xi')} \cos x' \cos z' + \sin x' \sin z' \right).$$

Vernachlässigt man aber in (9) und (10) Alles, was von dem Unterschied der Elasticitäts-Axen abhängt, so bekommt man nur das Glied, welches von der Lage derselben abhängt, und erhält, wenn für D' und D'' ihre Werthe gesetzt werden:

$$\begin{aligned}
P' &= \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \left\{ \frac{P \sin x'}{\cos(\phi - \phi')} - S \cos x' \right\} \sin x' \\
S' &= - \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi')} \left\{ \frac{P \sin x'}{\cos(\phi - \phi')} - S \cos x' \right\} \cos x' \\
P'' &= + \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi') \cos(\phi - \phi')} \left\{ \frac{P \cos x'}{\cos(\phi - \phi')} + S \sin x' \right\} \cos x' \\
S'' &= + \frac{\sin 2\phi \sin 2\phi'}{\sin^2(\phi + \phi')} \left\{ \frac{P \cos x'}{\cos(\phi - \phi')} + S \sin x' \right\} \sin x'.
\end{aligned}$$

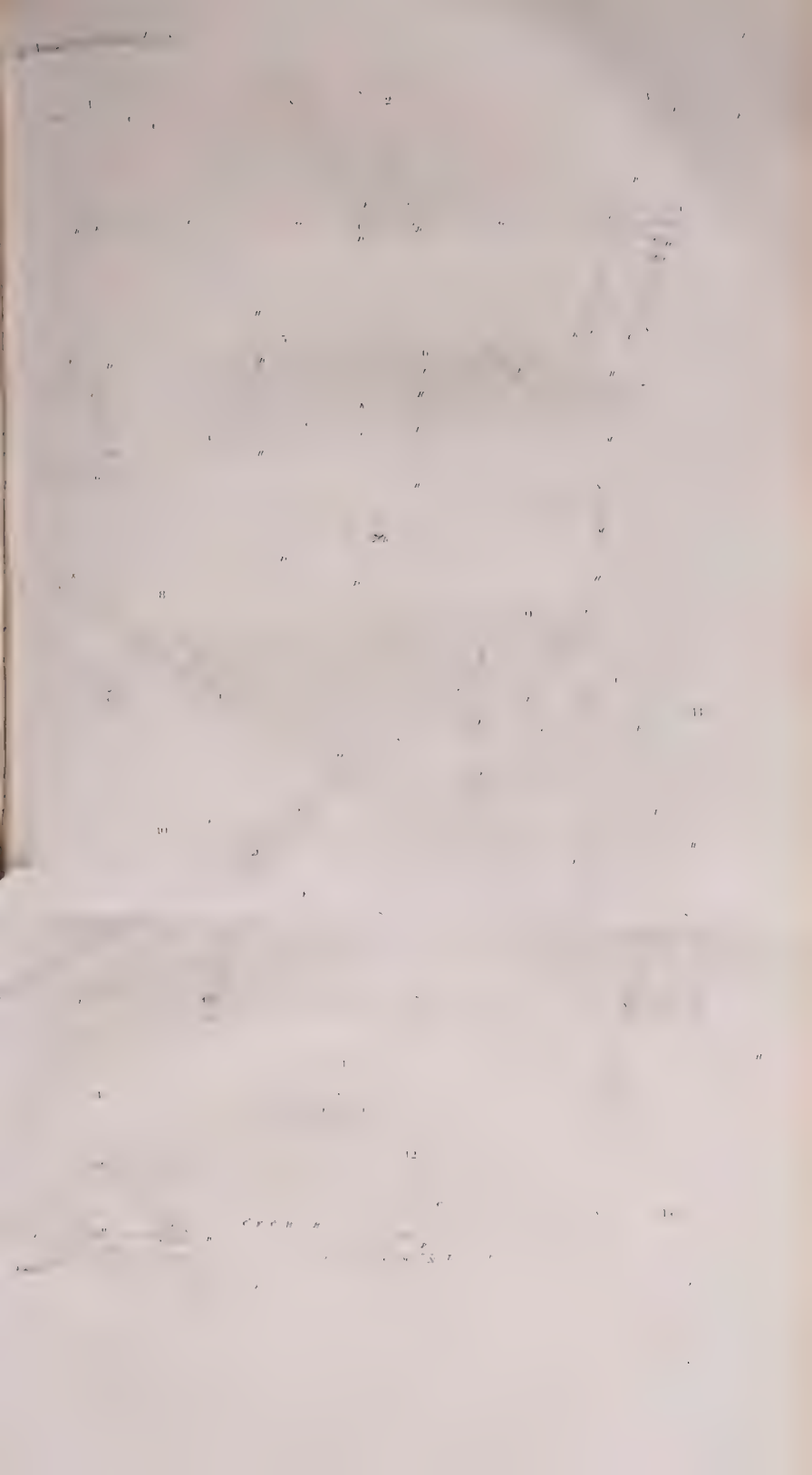
Dies sind dieselben angenäherten Formeln, welche ich in einer Abhandlung über die Farben zweiaxiger Krystalle im polarisirten Lichte (*Pogg. Ann. d. Phys.* Bd. XXXIII. p. 271.) direct entwickelt habe.



Inhalts-Verzeichniss der §§.

- §. 1. Einleitung. Stand der Frage. Die Fresnelschen Formeln; ihre Richtigkeit durch die Beobachtungen erwiesen.
- §. 2. Entwicklung der Grundsätze, worauf die in dieser Abhandlung ausgeführte Theorie beruht.
- §. 3. Anwendung dieser Grundsätze auf den Fall, wo das Licht von einem unkrystallinischen Medium reflectirt und gebrochen wird.
- §. 4. Vorbereitung für die Anwendung derselben Grundsätze auf optisch einaxige Medien.
- §. 5. Aufstellung der Gleichungen, von denen die Intensitäten des gebrochenen und reflectirten Lichtes bei optisch einaxigen Krystallen abhängen.
- §. 6. Zurückführung jener Gleichungen auf Gleichungen vom ersten Grade.
- §. 7. Ausdrücke für die Geschwindigkeiten in den reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen bei einaxigen Krystallen. Ihre Analogie mit denjenigen für unkrystallinische Medien.
- §. 8. Discussion über den Winkel, welchen man bei krystallinischen Medien den Winkel der vollständigen Polarisation nennen soll. Ablenkung der Polarisations-Ebene bei krystallinischen Medien. Die Seebeck'sche Formel für den Polarisations-Winkel, für den Fall, daß die Reflexions-Ebene parallel mit einem Hauptschnitt ist. Der allgemeine Ausdruck für den Polarisations-Winkel hängt ab von einer biquadratischen Gleichung. Numerische Vergleichung der berechneten Polarisations-Winkel mit Seebeck's Beobachtungen. Beweis, daß der Polarisations-Winkel derselbe ist, wenn die Reflexions-Ebene mit dem Hauptschnitt den W. ω und $180-\omega$ bildet. Angenäherter Ausdruck für den Polarisations-W.
- §. 9. Ein einfaches Theorem über die Beziehung zwischen dem Polarisations-Winkel und der Ablenkung der Polarisations-Ebene. Es giebt im Allgemeinen drei Lagen der Reflexions-Ebenen, in welchen keine Ablenkung der Polarisations-Ebene stattfindet. Drehung der Polarisations-Ebene durch Reflexion, wenn die einfallenden Strahlen parallel oder senkrecht gegen die Reflexions-Ebene polarisirt sind.
- §. 10. Untersuchung über den Fall, in welchem das einen einaxigen Krystall umgebende Medium nahe denselben Brechungs-Coefficienten hat wie der Krystall.
Der Polarisations-Winkel wird in gewissen Fällen, wo der Brechungs-Coefficient des umgebenden Mediums zwischen dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen des Krystalls liegt, unmöglich. Die Ablenkungen der Polarisations-Ebene werden verglichen mit den Beobachtungen von Brewster auf einer mit Cassia-Öl bedeckten natürlichen Bruchfläche des Kalkspaths.
Wenn das umgebende Medium genau denselben Brechungs-Coefficienten hat wie der gewöhnliche des Krystalls, so ist der reflectirte Strahl unter allen Incidenzen vollständig polarisirt. Einfaches Theorem über die Lage seiner Polarisations-Ebene. Azimuthe der Polarisations-Ebene des einfallenden Lichts, bei welchen es gar nicht reflectirt wird, und bei welchen es im Maximum reflectirt wird. Wenn der Brechungs-Coefficient des umgebenden Mediums wenig von denen des Krystalls verschieden ist, so findet unter allen Reflexions-Winkeln immer eine nahe vollständige Polarisation statt. Ausdruck für die Lage der Ebene, nach welcher das Licht nahe vollständig polarisirt ist.
- §. 11. Die Gesetze, nach welchen ein polarisirter Strahl bei seinem Eintritt in einen optisch einaxigen Krystall sich zwischen dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahl theilt. Die Azimuthe der Polarisation des eintretenden Strahls, bei welchen der gewöhnliche oder ungewöhnliche Strahl verschwindet. Die Intensität der beiden Strahlen, wenn das eintretende Licht unpolarisirt war.
- §. 12. Austritt des Lichtes aus einem einaxigen Krystall in ein unkrystallinisches Medium. Die Grundgleichungen.

- §. 13. *a.* Allgemeine Ausdrücke für die Geschwindigkeiten in den im Innern reflectirten Strahlen und in den ausgetretenen Strahlen. Ihre Interpretation für den Fall der totalen Reflexion.
- §. 13. *b.* Lage der Polarisations-Ebene der ausgetretenen Strahlen. Ausdrücke für die Intensitäten des aus einem einaxigen Medium ausgetretenen gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahls. Anwendung auf Prismen, deren brechende Kante parallel mit der Axe ist oder senkrecht darauf steht, nach welchen Gesetzen durch sie das Licht eines einfallenden polarisirten Strahls zwischen dem gewöhnlichen und ungewöhnlichen Strahle vertheilt wird. Anwendung auf den Fall des Durchgangs von polarisirtem Licht durch ein von zwei parallelen Ebenen begrenztes einaxiges Medium.
- §. 14. Anwendung der vorhergehenden Ausdrücke auf den Fall, daß das krystallinische Blättchen so dünn ist, daß sich der gewöhnliche und ungewöhnliche Strahl nicht trennen. Relation zwischen Einfalls-Winkel, Azimuth der Einfalls-Ebene und Azimuth der ursprünglichen Polarisation, bei welcher das durchgegangene Licht so vollständig als möglich polarisirt ist. Anwendung auf den Fall, wo die ursprüngliche Polarisations-Ebene parallel mit der Einfalls-Ebene ist oder senkrecht darauf.
- §. 15. Anwendung der Grundsätze in §. 2. auf krystallinisch zwei-axige Medien. Vorbereitende Untersuchung. Zu einer gegebenen Wellen-Ebene den zugehörigen Strahl zu finden und umgekehrt, zu einem Strahle seine Wellen-Ebene zu finden. In einem gegebenen Strahle die Richtung seiner Bewegung zu finden. Die Strahlen stehen immer senkrecht auf den Richtungen ihrer Undulationen. Über die konische Refraction beim Eintritt und über die konische Refraction beim Austritt.
- §. 16. Entwicklung der Grundgleichungen über die Geschwindigkeiten in den reflectirten und gebrochenen Strahlen. Zurückführung auf Gleichungen vom ersten Grade.
- §. 17. Allgemeine Ausdrücke für die Geschwindigkeiten in den reflectirten und gebrochenen Strahlen. Anwendung auf einige besondere Fälle.
- §. 18. Anwendung auf die konische Refraction beim Eintritt. Geomet. Herleitung des Refractions-Kegels. Über die Vertheilung des Lichts in diesem Refractions-Kegel, wenn ein einzelner polarisirter Lichtstrahl eintritt, und die Lage der Polarisations-Ebenen in den einzelnen Seiten des Kegels. Die konische Refraction hat keinen Einfluß auf die Phänomene der Reflexion. Vertheilung des Lichtes in dem Kegel, wenn das einfallende Licht unpolarisirt ist. Die Vertheilung des Lichtes, wenn das einfallende Licht nicht ein einfacher Strahl, sondern ein Strahlen-Cylinder ist; Berechnung dieser Intensität für einen sehr einfachen Fall.
- §. 19. Über die vollständige Polarisation durch Reflexion an zwei-axigen Krystallen. Ausdrücke für den Polarisations-Winkel, wenn die Reflexions-Ebene senkrecht auf einer der Elasticitäts-Axen steht. Angenäherter allgemeiner Ausdruck für den Polarisations-Winkel. Zwei daraus sich ergebende Theoreme über den Polarisations-Winkel.
- §. 20. Von der Ablenkung der Polarisations-Ebene. Untersuchung der Azimuthe der Reflexions-Ebenen, wo die Ablenkung $= 0$ ist. Solcher Azimuthe giebt es im Allgemeinen vier, von denen zwei immer reel sind. Die Maxima der Ablenkungen.
- §. 21. Von den Drehungen der Polarisations-Ebenen durch Reflexion. Untersuchung der Fälle, wo Strahlen, die ursprünglich parallel mit der Einfalls-Ebene polarisirt waren, oder senkrecht darauf, nach der Reflexion ihre Polarisations-Ebene unverändert behalten. Diese Strahlen liegen in einem Kegel dritter Ordnung.
- §. 22. Ausdrücke für die Intensität des Lichtes in den zweierlei Strahlen, in welche ein polarisirter Strahl beim Eintritt in ein zwei-axiges Medium sich spaltet. Azimuthe der ursprünglichen Polarisation, bei welchen der eine oder der andere Strahl verschwindet.
- §. 23. Austritt des Lichtes aus einem zwei-axigen Medium in ein unkrystallinisches.
- §. 24. Ausdrücke für die Geschwindigkeiten in den im Innern reflectirten Strahlen und in den ausgetretenen Strahlen. Anwendung dieser Ausdrücke auf den Durchgang des Lichtes durch ein zwei-axiges Medium, welches zwischen zwei parallelen Ebenen eingeschlossen ist.



Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels für Berlin.

Von
H^{rn}. F. W. BESSEL.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 30. Mai 1835.]

Die im Jahre 1816 gegebene Maafs- und Gewichts-Ordnung für die Preussischen Staaten verweist auf eine vorzunehmende Bestimmung der Länge des Secundenpendels für Berlin, als auf ein Mittel, durch welches die angenommene Einheit des Längenmaasses zu allen Zeiten, bei entstehenden Zweifeln, wiedererlangt werden könne. Die Königliche Akademie der Wissenschaften beabsichtigte, diese Bestimmung, durch eines ihrer Mitglieder, vornehmen zu lassen, und beauftragte H<sup>rn</sup>. Tralles, die dazu nöthigen Maassregeln zu ergreifen und demnächst die Pendellänge festzusetzen. In Folge hiervon verfügte sich derselbe nach London, um dort den Apparat, den er anzuwenden gedachte, verfertigen zu lassen. Allein dieser erste Schritt blieb fruchtlos, indem Tralles starb, ehe er, wie es scheint, feste Abrede mit einem der Londoner mechanischen Künstler getroffen hatte. — Im Jahre 1833 erhielt ich von dem hohen Königlichen Ministerio den Auftrag, die noch fehlende Bestimmung der Länge des Secundenpendels für Berlin auszuführen.

## 1.

Die Erbauung einer neuen Sternwarte in Berlin liefs angemessen erscheinen, den Punkt, für welchen die Pendellänge bestimmt werden sollte, in der Nähe derselben zu wählen. Hr. Professor Encke bot einen Platz, in dem Garten der Sternwarte, bereitwillig an. Hier wurde, im Winter 1834-35, ein Haus von Holz erbaut, welches geräumig genug ist, um daselbst die Methode in Ausführung bringen zu können, welche ich früher,

zur Bestimmung der Pendellänge für die Königsberger Sternwarte angewandt habe.

Der innere Raum dieses Hauses ist 30 Fufs lang und 20 Fufs breit; seine längeren Seiten sind dem Meridiane parallel, die kürzeren also darauf senkrecht. Nahe an der nördlichen Wand ist ein Pfeiler aufgemauert, an welchem derselbe Repsoldsche Apparat aufgestellt worden ist, welcher nicht nur die Bestimmung für Königsberg ergeben hat, sondern welcher auch, in der Zwischenzeit zwischen dieser und der Berliner Anwendung, von Hrn. Etatsrath Schumacher, zur Bestimmung der Pendellänge für Gölldenstein, benutzt worden ist. Das Haus hat doppelte Wände, zwischen welchen ein leerer Raum ist; seine auf allen Seiten, mit Ausnahme der Nordseite, angebrachten Fenster können von Innen, durch undurchsichtige Vorhänge, von Aussen durch mit Leinwand bezogene Rähmen verdeckt werden, so dafs die Sonnenstrahlen weder in das Innere des Hauses dringen, noch plötzliche Veränderungen der Wärme daselbst erzeugen. Während der Dauer der ganzen Reihe der Pendelversuche wurde stets dafür gesorgt, dafs die Fenster an den von der Sonne beschienenen Seiten des Hauses verdeckt waren; allein am Anfange war nur die innere Verdeckung, durch die Vorhänge, vorhanden, weshalb die Wärme im Hause schnellere Veränderungen erfuhr, und die erste der sechs vollständigen Bestimmungen der Pendellänge, welche ich jetzt bekannt mache, für weniger sicher zu erachten ist, als die fünf späteren.

Der Pendelapparat war, bei seiner Anwendung in Berlin, nicht ganz in demselben Zustande, in welchem ich ihn in Königsberg angewandt habe: vor seiner Anwendung in Gölldenstein hat er einige Änderungen erfahren, welche ich jetzt erwähnen werde. Die erste besteht in einer Verbesserung der Einrichtung, durch welche das Pendel, bei geschlossenem Gehäuse des Apparates, in Bewegung gesetzt wird. Früher war zu diesem Zwecke eine verschiebbare Zange vorhanden, durch welche man den Pendelfaden, nahe über dem schwingenden Körper, ergreifen, und wenn man ihn, durch Verschiebung der Zange, beliebig weit von der Lothlinie entfernt hatte, frei lassen konnte. Hierdurch nahm das Pendel zwei verschiedene Bewegungen an, nämlich aufer der langsameren um seinen Aufhängungspunkt, noch die weit schnellere um den Punkt, an welchem die Zange den Faden gehalten hatte; man mufste den Anfang der Beobachtungen so lange verzögern, bis

die letztere durch den Widerstand vernichtet war, was durch das Aufhören einer zitternden Bewegung des schwingenden Körpers bemerkbar wurde. Der hierdurch verursachte Zeitverlust wird durch eine Einrichtung vermieden, deren Hinzufügung zu dem Apparate ich Hrn. Etatsrath Schumacher verdanke: statt der Zange ist jetzt eine Gabel verschiebbar, welche nicht auf den Faden, sondern unmittelbar auf den schwingenden Körper wirkt, an Punkten, welche in der Höhe des Schwerpunktes desselben liegen. Schiebt man ihn, durch diese Gabel, aus der Lage der Ruhe und befreit man ihn dann, durch schnelles Zurückziehen der Gabel, von derselben, so fängt er seine Schwingungen um den Aufhängungspunkt an, ohne in die erwähnte zitternde Bewegung zu gerathen. — Eine zweite Änderung ist noch wesentlicher, indem sie den schwingenden Körper selbst betrifft. Die erste Reihe meiner Versuche in Königsberg wurde mit einer Kugel von Messing gemacht und nachher, um die Einwirkung der Luft kennen zu lernen und aus dem Resultate zu schaffen, mit einer gleich großen, aber weit leichteren Kugel von Elfenbein wiederholt. Die zweite Reihe ist mit einem Hohlzylinder von Messing gemacht worden, in dessen inneren Raum die verschiedenen Körper gebracht wurden, für welche die Pendellänge bestimmt werden sollte: verschiedene Gewichte dieser Körper wurden angewandt, um dadurch die Einwirkung der Luft von der Schwere zu trennen. Obgleich durch beide Mittel der beabsichtigte Zweck, nämlich die Störung des Resultats durch die Luft aus der Bestimmung zu schaffen, erreicht worden ist, so konnte das zweite derselben doch noch vortheilhafter gemacht werden, wenn statt des Hohlzylinders von Messing und statt der darin zu verschließenden verschiedenen Körper, beides von möglichst schwerer Materie verfertigt, angewandt wurde. Hierdurch konnte man den Widerstand der Luft verkleinern, also die Schwingungen des Pendels länger in erforderlicher Größe erhalten. Aus diesem Grunde liefs Schumacher, vor seinen Versuchen in Güttenstein, einen Hohlzylinder von Platin von Repsold verfertigen, dessen innerer Raum durch einen vollen, aus demselben Metalle bestehenden Cylinder gefüllt werden kann. Dieser Cylinder ist dem ähnlich, welchen ich bei meiner zweiten Reihe von Versuchen angewandt und in den Abhandlungen der Akademie für 1830 beschrieben und abgebildet habe. Er hat, wie dieser, in beiden Böden Schraubenlöcher, sowohl für die Fadenklemme, als für einen kleinen Ansatz von Messing, mit welchem der Fühlhebel des Apparats

in Berührung gebracht wird. Das Gewicht des gefüllten Hohlcylinders ist etwa so groß wie das Gewicht der früher angewandten Kugel von Messing; es wird bis auf etwa ein Drittel seiner Größe gebracht, wenn der Hohlcylinder geleert wird. Die Einwirkung der Luft auf den Unterschied der aus Versuchen mit den schweren und mit den leichten Pendeln gefolgerten Längen des Secundenpendels ist daher etwa doppelt so groß, als die an die ersteren, dieser Ursache wegen anzubringende Verbesserung. Diese Verbesserung kann also mit Vortheil, durch die Versuche mit beiden Pendeln, gefunden werden.

Indessen nöthigt die Anwendung des Hohlcylinders von Platin, auf die abgesonderte Bestimmung der Einwirkung der Luft auf das längere und auf das kürzere Pendel, welche ich bei meiner zweiten Königsberger Reihe von Versuchen erlangen konnte, Verzicht zu leisten. Um die Einwirkung der Luft auf beide Pendel abgesondert kennen zu lernen, ist erforderlich, daß man sowohl das längere schwerere Pendel mit dem längeren leichteren, als auch das kürzere schwerere mit dem kürzeren leichteren vergleichen könne. Dieses erlangte ich, bei der erwähnten Reihe von Versuchen, durch das immer angewandte arithmetische Mittel aus zwei Beobachtungen, zwischen welchen der Hohlcylinder umgekehrt war, welches also von der Voraussetzung befreit war, daß die Mittelpunkte der Figur und der Maaße, sowohl des gefüllten als des leeren Hohlcylinders zusammenfallen. Bei der Anwendung des Hohlcylinders von Platin mußte man auf seine Umkehrung Verzicht leisten. Denn einerseits war keine Schraube an demselben vorhanden, durch welche man den eingeschobenen vollen Cylinder hätte befestigen können, so daß man hätte annehmen dürfen, daß er, bei der Umkehrung, nicht auf den untern Boden herabgesunken wäre; denn obgleich er die Höhlung äußerst nahe ausfüllt, so ist doch nicht zu bezweifeln, daß ein Zwischenraum von einigen Hunderteln einer Linie zwischen den ihn begrenzenden Ebenen und den inneren Begrenzungsebenen der Böden des Hohlcylinders vorhanden und also sein Ort in dem Innern desselben um so viel veränderlich ist. Andererseits macht die Weichheit des Platins zweifelhaft, ob die Fadenschnur und der mit dem Fühlhebel in Berührung kommende Ansatz, vor und nach ihrer Verwechselung, immer auf völlig gleiche Art eingeschraubt werden. Man darf, aus diesen Gründen, nur so lange auf den unveränderten Zustand des schwingenden Körpers rechnen, als man ihn in unveränderter



Lage läßt und die Schraube des Ansatzes nicht drehet. Man muß sich also begnügen, aus der Combination einer Reihe von Versuchen mit beiden schwereren Pendeln, ein Resultat für die Secundenpendellänge zu ziehen und dieses mit dem ähnlichen, aus einer Versuchsreihe mit beiden leichteren Pendeln gezogenen Resultate zu vergleichen, um dadurch die Einwirkung der Luft fortzuschaffen. — Die Umkehrung des schwingenden Körpers erschien, bei der zweiten Reihe meiner Königsberger Versuche, als ein Vortheil, indem dadurch die mit jedem der Pendel gemachten Beobachtungen über die in seinem Inneren verschlossene Materie, abgesondert vergleichbar wurden und man dadurch eine Bestätigung derselben erhalten konnte, welche wünschenswerth war, da die Bestimmung der Pendellänge für jede dieser Materien nicht wiederholt wurde. Da die Pendellänge in Berlin nur für Einen Körper, für diesen aber durch mehrere getrennte Reihen von Versuchen bestimmt werden sollte, so konnte man diese Bestätigung entbehren, indem man, durch die Übereinstimmung der verschiedenen Reihen, eine andere erhalten konnte. Der Vortheil der Anwendung des Körpers von Platin durfte also nicht aufgegeben werden, wenn man auch auf seine Umkehrung Verzicht leisten mußte.

Bei der ersten Reihe meiner Königsberger Versuche habe ich verschiedene Aufhängungsarten der Pendel angewandt; bei der zweiten nur die Aufhängung an einer Schneide. Alle diese Arten sind völlig gleichgültig, indem die Methode nur auf dem Unterschiede der Längen zweier Pendel beruhet, also das Resultat von jeder Unsicherheit über den Aufhängungspunkt befreiet. Ich habe daher auch in Berlin nur eine Aufhängungsart, und zwar die Schneide angewandt.

## 2.

Indem der Apparat nur die angeführten beiden Veränderungen erfahren hat, so darf ich mich auf seine weitere Beschreibung hier nicht einlassen, sondern kann deshalb auf meine, unter den Abhandlungen der Akademie für 1826 gedruckte Schrift verweisen. Ich muß indessen die Einzelheiten angeben, von welchen die Berechnung der Beobachtungen abhängt.

Es wurden sechs von einander getrennte Bestimmungen der Länge des einfachen Secundenpendels, zwischen dem 22. Mai und dem 14. Juli 1835



gemacht. Jede dieser Bestimmungen beruht auf 6 Versuchen mit den schwereren Pendeln und auf eben so vielen mit den leichteren. Mit den längeren Pendeln sind immer 4 Versuche gemacht, mit den kürzeren 2, welche, der Zeit nach, in der Mitte jener liegen. Die 6 zusammengehörigen Versuche sind immer genau vergleichbar untereinander, indem der schwingende Körper zwischen ihnen keine Veränderung erfuhr. Man darf aber weder annehmen, daß die Schwerpunkte des gefüllten und des leeren Hohlcyinders gleiche Entfernungen von dem, mit dem Fühlhebel in Berührung kommenden Ansatz besessen haben, noch daß sie, bei nicht zusammengehörigen Versuchsreihen, unverändert geblieben seien.

Die Pendeluhr, welche ich bei den Versuchen angewandt habe, ist die der Königsberger Sternwarte gehörige, von Repsold gefertigte. Die Bestimmung ihres Ganges verdanke ich der gütigen Bemühung des Hrn. Professors Eneke. Indem sie in dem Pendelhause, vor dem Apparate, aufgestellt war, konnte ihr Gang nicht unmittelbar, durch astronomische Beobachtungen, untersucht werden: Eneke bestimmte, an jedem heiteren Tage, den Stand einer vortreflichen Pendeluhr von Tiede und übertrug, mittelst eines Chronometers, die Zeit von dieser zu der Repsoldschen. Zu seinen Beobachtungen benutzte er, vom 19. bis 26. Mai ein kleines Passagen-Instrument von Ertel, welches er in einem Meridiandurchschnitte der neuen Sternwarte aufstellte; nachher bediente er sich eines größeren, der Königsberger Sternwarte gehörigen Passagen-Instruments von Hrn. Repsold; allein da bemerkt wurde, daß dieses Instrument eine kleine Wandelbarkeit zeigte, so kehrte er, vom 2. Juli an, wieder zu dem früher angewandten zurück. Das durch diese Beobachtungen erlangte Register des Ganges der Repsoldschen Uhr ist folgendes:

|      |    | Zeit der Uhr                           | St. Z.                                 | Corr. d. Uhr | Tägl. Gang | geltend für               |          |
|------|----|----------------------------------------|----------------------------------------|--------------|------------|---------------------------|----------|
|      |    | <sup>h</sup> <sup>'</sup> <sup>"</sup> | <sup>h</sup> <sup>'</sup> <sup>"</sup> | <sup>"</sup> |            | <sup>h</sup> <sup>'</sup> |          |
| Mai  | 21 | 14 25 57,0                             | 14 25 46,698                           | — 10,302     | — 12,081   | Mai                       | 22 14 12 |
|      | 23 | 13 58 35,0                             | 13 58 48,631                           | + 13,631     | + 12,431   |                           | 23 27 42 |
|      | 24 | 17 25 15,5                             | 17 25 43,346                           | + 27,846     | + 12,406   |                           | 25 16 53 |
|      | 26 | 16 21 17,5                             | 16 22 9,606                            | + 52,106     | + 12,058   |                           | 29 17 44 |
| Juni | 1  | 19 7 12,25                             | 19 9 18,097                            | + 125,847    | + 11,713   | Juni                      | 2 5 49   |
|      | 2  | 16 31 21,0                             | 16 33 37,291                           | + 136,291    | + 11,327   |                           | 2 27 27  |
|      | 3  | 14 22 50,0                             | 14 25 16,607                           | + 146,607    | + 11,839   |                           | 3 26 7   |
|      | 4  | 13 51 48,0                             | 13 54 26,192                           | + 158,192    | + 12,003   |                           | 4 26 4   |

|      |    | Zeit der Uhr                           | St. Z.                                 | Corr. d. Uhr | Tägl. Gang   | geltend für |                           |
|------|----|----------------------------------------|----------------------------------------|--------------|--------------|-------------|---------------------------|
|      |    | <sup>h</sup> <sup>'</sup> <sup>"</sup> | <sup>h</sup> <sup>'</sup> <sup>"</sup> | <sup>"</sup> | <sup>"</sup> |             | <sup>h</sup> <sup>'</sup> |
| Juni | 5  | 14 16 0,75                             | 14 18 51,151                           | + 170,401    | + 12,044     | Juni        | 5 26 1                    |
|      | 6  | 13 46 30,5                             | 13 49 32,696                           | + 182,196    | + 12,147     |             | 6 25 49                   |
|      | 7  | 13 50 52,5                             | 13 54 6,880                            | + 194,380    | + 12,133     |             | 7 25 49                   |
|      | 8  | 13 47 48,5                             | 13 51 14,987                           | + 206,487    | + 12,331     |             | 8 25 48                   |
|      | 9  | 13 45 57,5                             | 13 49 36,303                           | + 218,803    | + 13,001     |             | 9 26 0                    |
|      | 10 | 14 14 7,5                              | 14 17 59,559                           | + 232,059    | + 12,659     |             | 10 27 5                   |
|      | 11 | 15 56 2,5                              | 16 0 8,114                             | + 245,614    | + 12,455     |             | 11 26 51                  |
|      | 12 | 13 46 35,5                             | 13 50 52,449                           | + 256,949    | + 12,686     |             | 12 26 21                  |
|      | 13 | 14 56 17,5                             | 15 0 47,749                            | + 270,249    |              |             |                           |
|      | 14 | 14 19 51,5                             | 14 19 32,874                           | — 18,626     | — 0,738      | 14          | 26 4                      |
|      | 15 | 13 48 35,5                             | 13 48 16,152                           | — 19,348     | — 1,029      | 16          | 25 45                     |
|      | 18 | 13 42 11,0                             | 13 41 48,566                           | — 22,434     | — 1,266      | 18          | 25 46                     |
|      | 19 | 13 49 33,5                             | 13 49 9,793                            | — 23,707     | — 1,189      | 19          | 26 2                      |
|      | 20 | 14 13 55,5                             | 14 13 30,584                           | — 24,916     | — 1,366      | 20          | 26 3                      |
|      | 21 | 13 49 5,0                              | 13 48 38,742                           | — 26,258     | — 1,298      | 21          | 26 33                     |
|      | 22 | 15 16 4,0                              | 15 15 36,366                           | — 27,634     | — 1,166      | 22          | 26 38                     |
|      | 23 | 13 59 10,0                             | 13 58 41,362                           | — 28,638     | — 0,940      | 23          | 25 54                     |
|      | 24 | 13 48 1,5                              | 13 47 31,930                           | — 29,570     | — 1,048      | 24          | 25 40                     |
|      | 25 | 13 32 47,5                             | 13 32 16,893                           | — 30,607     | — 0,836      | 25          | 25 37                     |
|      | 26 | 13 40 52,5                             | 13 40 21,052                           | — 31,448     | — 0,878      | 26          | 26 4                      |
|      | 27 | 14 27 14,0                             | 14 26 41,646                           | — 32,354     | — 0,042      | 27          | 26 59                     |
|      | 28 | 15 31 0,0                              | 15 30 27,608                           | — 32,398     | — 0,934      | 28          | 26 30                     |
|      | 29 | 13 29 56,0                             | 13 29 22,746                           | — 33,254     | — 0,947      | 30          | 25 46                     |
| Juli | 2  | 14 2 11,0                              | 14 1 34,883                            | — 36,117     | — 1,638      | Juli        | 2 23 23                   |
|      | 3  | 8 44 12,5                              | 8 43 35,107                            | — 37,393     |              |             |                           |
|      |    | 15 17 15,0                             | 15 16 16,833                           | — 58,167     | + 6,109      | 3           | 26 47                     |
|      | 4  | 14 17 31,5                             | 14 16 39,186                           | — 52,314     | + 6,248      | 4           | 27 6                      |
|      | 5  | 15 55 0,0                              | 15 54 14,357                           | — 45,643     | + 5,722      | 7           | 14 56                     |
|      | 9  | 13 57 25,0                             | 13 57 1,777                            | — 23,223     | + 5,074      | 9           | 25 59                     |
|      | 10 | 14 1 30,0                              | 14 1 11,865                            | — 18,135     | + 5,548      | 10          | 26 0                      |
|      | 11 | 13 59 21,0                             | 13 59 8,405                            | — 12,595     | + 5,258      | 11          | 27 10                     |
|      | 12 | 16 20 55,5                             | 16 20 48,680                           | — 6,820      | + 4,921      | 13          | 28 8                      |
|      | 15 | 15 54 16,5                             | 15 54 24,353                           | + 7,853      | + 4,745      | 15          | 27 42                     |
|      | 16 | 15 29 45,0                             | 15 29 57,517                           | + 12,517     |              |             |                           |

Es geht hieraus hervor, daß die Regelmäßigkeit des Ganges der Uhr nicht so groß war, als nach vieljährigen früheren Erfahrungen in Königsberg erwartet werden durfte. Die Ursache hiervon konnten wir nicht entdecken: die Aufstellung der Uhr vor dem Pendelapparate war vollkommen fest; auch war sie, vor ihrer Anwendung, von Hrn. Tiede sorgfältig gereinigt worden.

Während der Zeit der Pendelversuche wurde sie noch einmal zerlegt und gereinigt, jedoch ohne den gehofften Erfolg. Glücklicherweise war das Wetter so günstig, daß Hr. Professor Encke den Stand der Uhr sehr häufig bestimmen konnte. Den täglichen Gang derselben zur Zeit eines jeden Versuches, habe ich immer aus seinen beiden, den Versuch zunächst einschließenden Bestimmungen, unter der Annahme der Zeit proportionalen Änderungen, abgeleitet.

### 3.

Die Pendel, mit welchen die Versuche gemacht worden sind, nehme ich aus vier Theilen zusammengesetzt an; nämlich aus der Schneide, dem Faden, dem Coincidenz-Cylinder und dem Körper von Platin. Wenn man die Gewichte dieser Theile durch  $m^{(1)}$ ,  $m^{(2)}$ ,  $m^{(3)}$ ,  $m^{(4)}$  bezeichnet; die Entfernungen ihrer Schwerpunkte von der Schneide durch  $s^{(1)}$ ,  $s^{(2)}$ ,  $s^{(3)}$ ,  $s^{(4)}$ ; ihre, auf diese Schwerpunkte bezogenen Momente der Trägheit durch  $\mu^{(1)}$ ,  $\mu^{(2)}$ ,  $\mu^{(3)}$ ,  $\mu^{(4)}$ , so erhält man die Länge des einfachen Pendels, welches mit dem so zusammengesetzten, aber als unbiegsam betrachteten, gleichzeitig schwingt:

$$l = \frac{\sum \mu + \sum m s s}{\sum m s},$$

welcher Ausdruck auch geschrieben werden kann:

$$s^{(4)} + \frac{\sum \mu - m^{(1)} s^{(1)} (s^{(4)} - s^{(1)}) - m^{(2)} s^{(2)} (s^{(4)} - s^{(2)}) - m^{(3)} s^{(3)} (s^{(4)} - s^{(3)})}{\sum m s}.$$

Die vier in diese Formel eingehenden Theile werde ich jetzt näher angeben.

#### 1. Die Schneide.

Sie wird, verbunden mit ihrem Rahmen und der in denselben eingeschraubten, den Pendelfaden haltenden Klemme, als ein Körper betrachtet. Dieser Körper kann in verschiedene Zustände gebracht werden, indem, von dem Rahmen der Schneide, ein mit Schraubengewinden versehener Stift aufwärts geht, an welchem ein Cylinder verschoben und in beliebige Entfernungen von der Schneide gebracht werden kann; durch die Veränderung des Ortes dieses Cylinders kann man dem ganzen Körper verschiedene Schwingungszeiten geben. Das Gewicht der Schneide, ihres Rahmens und der Fadenklemme ist 27,14 Preufs. Gran; das Gewicht des verschiebbaren

Cylinders 61,57 Gran: des ganzen Körpers also 339,01 Gran. Da dieser Körper nicht einfach genug ist, um sein Moment der Trägheit, aus den Abmessungen und Gewichten seiner einzelnen Theile, mit hinreichender Sicherheit berechnen zu können, so habe ich dasselbe aus Beobachtungen der Schwingungszeiten, welche er bei verschiedenen Stellungen des verschiebbaren Cylinders besafs, abgeleitet.

Wenn das Moment der Trägheit seines unveränderlichen Theils, nämlich der Schneide, ihres Rahmens und der angeschraubten Fadenklemme, auf eine, der Schneide parallel, durch seinen Schwerpunkt gelegte Axe bezogen, durch  $\mu$  bezeichnet wird; das Moment der Trägheit des Cylinders, auf eine ähnliche, durch seinen Schwerpunkt gelegte Axe bezogen, durch  $\mu_1$ ; die Entfernungen beider Axen von der Schneide durch  $s$  und  $s_1$ ; die Gewichte durch  $m$  und  $m_1$ ; so schwingt der ganze Körper wie ein einfaches Pendel, dessen Länge

$$L = \frac{\mu + \mu_1 + m s s + m_1 s_1 s_1}{m s + m_1 s_1}$$

ist. Schreibt man  $x$  für  $\mu + \mu_1 + m s s$ ,  $y$  für  $m s$ , so erhält man hieraus:

$$x - L y = m_1 s_1 (L - s_1)$$

und kann also durch Beobachtung, wenigstens zweier zusammengehöriger Werthe von  $L$  und  $s$ , die beiden unbekannten Gröfsen  $x$  und  $y$  bestimmen. Ich habe die Schwingungszeiten und dadurch  $L$ , für 7 verschiedene Werthe von  $s$ , folgendermafsen beobachtet:

|               |             |
|---------------|-------------|
| $s, = - 9,17$ | $L = 58,97$ |
| $= - 10,80$   | $= 87,27$   |
| $= - 11,73$   | $= 118,89$  |
| $= - 12,47$   | $= 156,02$  |
| $= - 13,44$   | $= 254,54$  |
| $= - 14,14$   | $= 440,70$  |
| $= - 15,10$   | $= 3642,67$ |

Die diesen Beobachtungen am meisten genügenden Werthe der unbekannten Gröfsen, nämlich:

$$x = 16927; \quad y = 938,2$$

stellen die einzelnen Messungen von  $s$ , bis auf:

$$- 0,02, - 0,04, + 0,03, + 0,01, + 0,01, + 0,02, 0,00$$

dar und zeigen dadurch, daß die aus den Beobachtungen gezogenen Werthe der unbekannten Größen, eine zu der Berechnung der Pendelversuche hinreichende Sicherheit besitzen.

Wenn der Zustand des hier betrachteten Körpers, bei seiner Anwendung zu den Pendelversuchen, so ist, daß er eine Schwingungszeit, welcher die einfache Pendellänge  $L$  zugehört, besitzt, so geht  $s$ , aus der Auflösung der Gleichung:

$$x - Ly = m, s, (L - s),$$

hervor und man erhält dadurch:

$$m^{(1)} = m + m,; \quad m^{(1)} s^{(1)} = y + m, s,; \quad \mu^{(1)} = x + m, s, s, - m^{(1)} s^{(1)} s^{(1)}.$$

Bei den vier ersten Bestimmungen der Pendellänge war der verschiebbare Cylinder am Rahmen der Schneide so gestellt, daß der ganze Körper eine Schwingung in  $2^{\text{u}} 875$  machte; bei den beiden letzten Bestimmungen war er der Schneide näher gebracht, so daß die Schwingungszeit genau  $1^{\text{u}}$  M. Z. betrug. Hieraus findet man:

$$s, = -15^{\text{L}} 10 \quad \text{und} \quad = -14^{\text{L}} 146$$

und ferner für beide Zustände des Körpers:

|                  | $m^{(1)}$ | $s^{(1)}$             | $\mu^{(1)}$ |
|------------------|-----------|-----------------------|-------------|
| I - IV . . . . . | 339,01    | + $0^{\text{L}} 0251$ | 30966       |
| V - VI . . . . . | 339,01    | + $0, 1983$           | 29234       |

## 2. Die Fäden.

Sie waren, wie bei meinen früheren Versuchen, von Stahl. Ihre Gewichte betrugen, bei den beiden ersten Bestimmungen, für beide Pendel 11,33 und 3,73 Gran; bei den vier letzten Bestimmungen 11,61 und 3,83 Gran. Ihr oberes Ende war  $9^{\text{L}} 16$  unter der Schneide. Wenn  $r$  ihre Länge bedeutet, ist also:

$$s^{(2)} = 9^{\text{L}} 16 + \frac{1}{2} r; \quad \mu^{(2)} = \frac{m^{(2)}}{12} r r.$$

Das untere Ende des Fadens ist  $6^{\text{L}} 68$  über dem Mittelpunkte des Platin-Cylinders; die Entfernung dieses Mittelpunkts von der Schneide ist also  $= 15^{\text{L}} 84 + r$ . Aus der Vergleichung dieses Ausdruckes der Entfernung mit ihrem, aus den Pendelversuchen selbst hervorgehenden, Werthe kann man



also  $\tau$  kennen lernen. Ich habe es, für die einzelnen Bestimmungen, folgendermaßen gefunden:

| Pendel . . . . .       | Schwereres |          | Leichteres |          |
|------------------------|------------|----------|------------|----------|
|                        | längeres   | kürzeres | längeres   | kürzeres |
| Bestimmung I . . . . . | 1288,85    | 424,67   | 1287,93    | 424,37   |
| II . . . . .           | 1288,74    | 424,67   | 1287,83    | 424,37   |
| III . . . . .          | 1289,08    | 424,95   | 1288,18    | 424,64   |
| IV . . . . .           | 1289,03    | 424,91   | 1288,10    | 424,60   |
| V . . . . .            | 1289,01    | 424,91   | 1288,09    | 424,60   |
| VI . . . . .           | 1289,01    | 424,91   | 1288,09    | 424,60   |

Hieraus gehen folgende, zu der Berechnung des Einflusses der Fäden auf die Zusammensetzung der Pendel nothwendige Zahlen hervor:

|     |        | Längeres Pendel |           |             | Kürzeres Pendel |           |             |
|-----|--------|-----------------|-----------|-------------|-----------------|-----------|-------------|
|     |        | $m^{(2)}$       | $s^{(2)}$ | $\mu^{(2)}$ | $m^{(2)}$       | $s^{(2)}$ | $\mu^{(2)}$ |
| I   | schwer | 11,33           | 653,585   | 1568388     | 3,73            | 221,495   | 56057       |
|     | leicht | —               | 653,125   | 1566156     | —               | 221,345   | 55981       |
| II  | schwer | 11,33           | 653,530   | 1568120     | 3,73            | 221,495   | 56057       |
|     | leicht | —               | 653,075   | 1565906     | —               | 221,345   | 55981       |
| III | schwer | 11,61           | 653,70    | 1607721     | 3,83            | 221,635   | 57637       |
|     | leicht | —               | 653,25    | 1605477     | —               | 221,48    | 57551       |
| IV  | schwer | 11,61           | 653,675   | 1607596     | 3,83            | 221,615   | 57626       |
|     | leicht | —               | 653,21    | 1605278     | —               | 221,46    | 57541       |
| V   | schwer | 11,61           | 653,665   | 1607547     | 3,83            | 221,615   | 57626       |
|     | leicht | —               | 653,205   | 1605253     | —               | 221,46    | 57541       |
| VI  | schwer | 11,61           | 653,665   | 1607547     | 3,83            | 221,615   | 57626       |
|     | leicht | —               | 653,205   | 1605253     | —               | 221,46    | 57541       |

### 3. Der Coincidenz-Cylinder.

Die Mitte des schwarzen Streifens an der Scale, auf welchem der Coincidenz-Cylinder eine weiß gelassene Stelle verdeckt, war von den Aufhängungspunkten beider Pendel 1284,2 und 420,2 entfernt. Man hat für beide:

|                                  | $m^{(3)}$ | $s^{(3)}$ | $\mu^{(3)}$ |
|----------------------------------|-----------|-----------|-------------|
| für das längere Pendel . . . . . | 2,88      | 1284,2    | 2           |
| — — kürzere — . . . . .          | 1,50      | 420,2     | 1           |

## 4. Der schwingende Körper.

Dieser Körper besteht aus dem Hohlcyylinder von Platin, der in denselben eingeschraubten Klemme, durch welche er an den Faden befestigt ist, und dem, gleichfalls in ihn eingeschraubten Ansätze, mit welchem der Fühlhebel in Berührung gebracht wird. Bei den Versuchen mit dem schwereren Pendel ist der Hohlcyylinder gefüllt, bei den Versuchen mit dem leichteren leer. Die Höhe des Hohlcyinders ist, nach Schumachers Messung  $= 15,296$ , sein Durchmesser  $= 13,305$ ; seine cylindrische Höhlung hat  $13,360$  Höhe und  $13,345$  Durchmesser. Sein Gewicht, im leeren Raume, habe ich, wenn er gefüllt ist  $= 11141,83$  Gran, wenn er leer ist  $= 3702,61$  Gran gefunden. Jedes der in die Böden eingepöhrten Schraubenlöcher würde, wenn es mit Platin gefüllt wäre, sein Gewicht um  $3,46$  Gran vermehren. Man würde also für den gefüllten und den leeren Hohlcyylinder, wenn er ohne Schraubenlöcher wäre, die Gewichte  $11148,75$  Gran und  $3709,53$  Gran finden. Hieraus ergeben sich die Momente der Trägheit des gefüllten und des leeren Hohlcyinders, auf eine, seine Axe in seinem Schwerpunkte senkrecht durchschneidende Axe bezogen  $= 379721$  und  $= 186266$ .

Es kann hier angenommen werden, daß der Schwerpunkt sowohl des gefüllten, als des leeren Hohlcyinders, mit seinem Mittelpunkte zusammenfalle. Er wird nicht verändert durch die in beiden Böden befindlichen Schraubenlöcher; allein die Fadenklemme und der Ansatz verändern ihn ein wenig, indem sie nicht ganz symmetrisch sind; sie verursachen also, daß seine und des Mittelpunktes Entfernungen von dem Aufhängungspunkte des Pendels,  $s^{(0)}$  und  $\varphi$ , verschieden sind. Sowohl die Schraubenlöcher, als diese beiden Körper ändern auch das Moment der Trägheit. Alle diese Änderungen müssen nach folgenden Angaben in Rechnung gebracht werden.

a) Die Schraubenlöcher. Der Schwerpunkt eines jeden derselben liegt in der Mitte des Bodens, in welchen es eingepöhrt ist, also  $\mp 7,164$  von dem Mittelpunkte des Cylinders entfernt. Sein Moment der Trägheit, auf eine durch seinen Schwerpunkt gelegte Axe bezogen, ist  $= 1$ .

b) Die Fadenklemme. Ihr Schwerpunkt ist, ihrer Figur zufolge,  $0,1501$  über der oberen, den Hohlcyylinder begrenzenden Ebene, also  $- 7,7981$  von seinem Mittelpunkte entfernt. Ihr Gewicht ist  $4,89$  Gran; ihr Moment der Trägheit  $= 3$ .

c) Der Ansatz. Sein Schwerpunkt ist, seiner Figur zufolge,  $0,4747$  unter der unteren, den Hohlcylinder begrenzenden Ebene, also  $+7,8227$  von dem Mittelpunkte desselben entfernt. Sein Gewicht ist  $4,92$  Gran; sein Moment der Trägheit  $= 3$ .

Man findet hieraus für den ganzen schwingenden Körper, wenn er gefüllt ist:

|                                 | $m^{(4)}$ | $m^{(4)}(s^{(4)} - \varrho)$ | $\mu^{(4)}$            |
|---------------------------------|-----------|------------------------------|------------------------|
| Cylinder von Platin . . . . .   | 11148,75  | 0                            | 379721                 |
| beide Schraubenlöcher . . . . . | — 6,92    | 0                            | — $6,92(7,164)^2 - 2$  |
| Fadenklemme . . . . .           | + 4,89    | — $4,89 \cdot 7,7981$        | + $4,89(7,7981)^2 + 3$ |
| Ansatz . . . . .                | + 4,92    | + $4,92 \cdot 7,8227$        | + $4,92(7,8227)^2 + 3$ |
| Summe . . . . .                 | 11151,64  | + 0,3550                     | 379968                 |

und wenn er leer ist:

|                                 |         |                       |                        |
|---------------------------------|---------|-----------------------|------------------------|
| Cylinder von Platin . . . . .   | 3709,53 | 0                     | 186266                 |
| beide Schraubenlöcher . . . . . | — 6,92  | 0                     | — $6,92(7,164)^2 - 2$  |
| Fadenklemme . . . . .           | + 4,89  | — $4,89 \cdot 7,7981$ | + $4,89(7,7981)^2 + 3$ |
| Ansatz . . . . .                | + 4,92  | + $4,92 \cdot 7,8227$ | + $4,92(7,8227)^2 + 3$ |
| Luft im Inneren . . . . .       | + 0,43  | 0                     | 11                     |
| Summe . . . . .                 | 3712,85 | + 0,3550              | 186524                 |

Man hat also für

|                                |          | $s^{(4)} - \varrho$ |        |
|--------------------------------|----------|---------------------|--------|
| das schwerere Pendel . . . . . | 11151,64 | + 0,000032          | 379968 |
| — leichtere — . . . . .        | 3712,85  | + 0,000096          | 186524 |

Nach der oben schon angeführten Formel ist der Ausdruck von  $\varrho$  durch die Länge des Fadens,  $\varrho = 15,84 + r$ .

Wenn man diese Angaben für die vier Theile, aus welchen die Pendel zusammengesetzt worden sind, in die am Anfange dieses Paragraphen angeführte Formel setzt, so erhält man die Länge des einfachen, mit dem zusammengesetzten gleichzeitig schwingenden Pendels. Jedoch beruht diese Formel auf der Voraussetzung der Unbiegsamkeit des Fadens, und erfordert, da diese nicht stattfindet, eine Verbesserung, deren Ausdruck man S. 137 meiner Untersuchungen über die Länge des einfachen Secundenpendels findet. Wenn man die Entfernung des Schwerpunktes des schwingenden Körpers von dem Befestigungspunkte desselben an dem Faden, durch  $s$  bezeichnet, übrigens

aber die hier angewandten Bezeichnungen beibehält, so ist diese Verbesserung:

$$= \frac{\mu^{(4)2} (s^{(4)} - s)}{m^{(4)2} \cdot s^{(4)3} \cdot s}.$$

Den Werth von  $s$  habe ich  $= s^L 794$  gefunden, und dadurch die Verbesserung

|                    |               |               |               |               |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Pendel .....       | Schweres      |               | Leichtes      |               |
|                    | langes        | kurzes        | langes        | kurzes        |
| Verbesserung ..... | $+ 0^L 00009$ | $+ 0^L 00077$ | $+ 0^L 00019$ | $+ 0^L 00167$ |

Setzt man die Länge des gleichzeitig schwingenden einfachen Pendels  $= \varphi + c$ , so ergibt sich  $c$ , aus den in diesem §. mitgetheilten Angaben, folgendermaßen:

|                    |              |              |              |              |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Bestimmung I ..... | $- 0^L 2010$ | $+ 0^L 0557$ | $- 0^L 6417$ | $+ 0^L 0485$ |
| II .....           | $- 0, 2010$  | $+ 0, 0557$  | $- 0, 6415$  | $+ 0, 0485$  |
| III .....          | $- 0, 2067$  | $+ 0, 0549$  | $- 0, 6585$  | $+ 0, 0462$  |
| IV .....           | $- 0, 2066$  | $+ 0, 0549$  | $- 0, 6584$  | $+ 0, 0463$  |
| V u. VI ..         | $- 0, 2120$  | $+ 0, 0493$  | $- 0, 6745$  | $+ 0, 0294$  |

#### 4.

Die beobachteten Schwingungszeiten der Pendel erfordern zwei Verbesserungen, durch welche sie mit den Messungen ihrer Längen vergleichbar werden. Sie müssen nämlich sowohl auf die Temperatur reducirt werden, welche, zur Zeit der Messung, im Gehäuse des Apparats vorhanden war, als auch auf unendlich kleine Schwingungswinkel.

Die Messung der Länge ist immer am Anfange und am Ende jedes Versuches gemacht worden; die zugleich abgelesenen Angaben zweier Thermometer, deren eins in der Höhe des unteren, das andere in der Höhe des oberen Endes des Pendelfadens hing, ergeben die Wärme, welche der Faden hatte, als er gemessen wurde. Bezeichnet man das Mittel aus diesen beiden Ablesungen der Thermometer durch  $L$ , das Mittel aus einer, im Laufe des Versuches gemachten Ablesung durch  $L'$ , so verhält sich die gemessene Länge des Fadens zu der Länge, von welcher die Dauer der Schwingungen abhängt, wenn  $L$  und  $L'$  in hunderttheiligen Graden angegeben werden, und wenn die Ausdehnung des Stahlfadens von dem Eispunkte bis zum Siedepunkte des Thermometers, nach Horner's Bestimmung  $= 0,001074$  gesetzt wird, wie

$$1 + L \cdot 0,00001074 : 1 + L' \cdot 0,00001074.$$

Wenn  $t$  die der gemessenen Länge entsprechende Dauer einer Schwingung bedeutet, so ist also die, der Temperatur  $L'$  entsprechende, sehr nahe

$$= t \{1 + 0,00000537 (L' L)\}.$$

Die Dauer einer Schwingung, welche das Pendel um den Winkel  $u$  von der Lothlinie entfernt, ist bekanntlich:

$$= t \left\{1 + \frac{u^2}{10}\right\}.$$

Zur Bestimmung von  $u$  ist die Entfernung der Grenzen der Bewegung des Pendelfadens auf einer, in halbe Pariser Linien getheilten, Scale beobachtet, deren Entfernung von den Aufhängungspunkten beider Pendel  $= 128\frac{1}{2}$  und  $420\frac{1}{2}$  war. Diese Scale war  $3\frac{1}{2}$  hinter der Ebene der Bewegung des Pendelfadens; das Fernrohr, mit welchem die Ablesungen gemacht wurden, war 1185 L., oder 316 Mal so weit, vor derselben. Wenn  $\mu$  die abgelesene Entfernung der Grenzen bedeutet, so ist also

$$\text{tang } u = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{316}{317} \cdot \frac{1}{1234,25} \quad \text{und} \quad = \frac{\mu}{2} \cdot \frac{316}{317} \cdot \frac{1}{420,25}.$$

Man erhält hierdurch den Ausdruck der jedesmaligen Schwingungszeit

$$= t \{1 + \alpha \mu \mu\}.$$

in welcher Formel

$$\log \alpha = 1,97378 - 10 \quad \text{und} \quad = 2,94406 - 10$$

ist.

Beide Verbesserungen vereinigt, sind auf die Art in Rechnung gebracht worden, welche ich im 12<sup>ten</sup> Art. meiner ersten Abhandlung erklärt habe. Die wahrscheinlichste Dauer einer Schwingung des Pendels für unendlich kleine Schwingungszeiten und für die mittlere Temperatur des Fadens zur Zeit der Messungen, ist nach der ebendasselbst gegebenen Vorschrift bestimmt worden.

Die Versuche ergeben, auf diese Art, die Dauer der Schwingung des Pendels, in Secunden der Uhr ausgedrückt. Um sie in mittleren Secunden ausgedrückt zu erhalten, ist sie mit der Dauer einer Secunde der Uhr, nämlich mit

$$P = \frac{86400}{86400 - s} \cdot \frac{365,2422176}{366,2422176}$$

multiplicirt worden, wo  $s$  den täglichen Gang der Uhr bedeutet.



## 5.

Die Messung des Unterschiedes der Längen der Pendel, welcher die gesuchte Länge des einfachen Secundenpendels, der angewandten Methode zufolge, ergibt, setzt voraus, daß man den Werth einer Umdrehung der Schraube, welche den Fühlhebel bewegt, und den Einfluß der Wärme auf den Mefsapparat kenne.

Den Werth einer Schraubenumdrehung ( $p$ ) habe ich früher, durch Vergleichung beobachteter Schwingungszeiten eines Pendels, dessen Länge um einige Linien verändert wurde, mit der durch die Schraube angegebenen GröÙe der Veränderung bestimmt und  $= 0,0902$  gefunden. Nach der Beendigung der Versuche in Berlin habe ich einen Apparat zur Vergleichung verschiedener Maafsen, welchen, eines anderen Zweckes wegen, Hr. Baumann für meinen Gebrauch verfertigt hatte, benutzt, um eine unmittelbare Bestimmung von  $p$  zu erhalten. Die Fühlhebeleinrichtung wurde deshalb von dem Pendelapparate abgenommen und auf den Mefsapparat gebracht, welcher, durch zwei verschiedene Messungsreihen, die eine von 10 zu 10, die andere von 11 zu 11 Umdrehungen der Schraube fortgehend, ergab:

$$120,033 p = 10,7938; \quad 110,030 p = 9,8986.$$

Diese beiden Messungen geben, nahe mit der früheren Bestimmung und noch näher unter sich übereinstimmend,  $p = 0,08991$ ; welches Resultat ich zu der Berechnung der Berliner Versuche angewandt habe.

Die Einwirkung der Wärme auf den Mefsapparat der Pendel habe ich zwar auch schon in meinen früheren Abhandlungen angegeben, mußs sie aber jetzt neu aufsuchen, indem die Anwendung des neuen schwingenden Körpers eine Änderung darin hervorbringt und auch die neuere Bestimmung der Ausdehnung des Stahls, von Horner, den Vorzug vor der früher angewandten verdient. Die drei, in das Eisen des Apparates eingelegten, Thermometer habe ich aufs Neue, durch schmelzendes Eis und durch, bis zu der Temperatur von  $30^\circ$  gehende Vergleichen mit zwei genau berichtigten Normal-Thermometern, geprüft und dadurch das Mittel erhalten, die an ihnen gemachten Ablesungen auf wahre hunderttheilige Grade zu reduciren; diese letzteren habe ich bei den Versuchen unmittelbar angegeben.

Die Kugeln dieser Thermometer befinden sich resp. 196, 584, 1292 Linien über dem Boden des Gehäuses. Wenn die von ihnen angegebenen

Temperaturen durch  $e'$ ,  $e''$ ,  $e'''$  bezeichnet werden, und wenn vorausgesetzt wird, daß dieselben sich, sowohl zwischen den beiden unteren, als zwischen den beiden oberen, der Höhe proportional ändern, so erhält man die Temperatur in einer Höhe  $h$ , wenn sie größer ist als 196 und kleiner als 584 Lin. nach der Formel:

$$\alpha e' + \alpha' e'' = \frac{584-h}{388} e' + \frac{h-196}{388} e''$$

und wenn sie größer ist als 584 und kleiner als 1292 Lin. nach der Formel:

$$\alpha e'' + \alpha' e''' = \frac{1292-h}{708} e'' + \frac{h-584}{708} e'''.$$

Nach diesen Formeln kann die mittlere Temperatur jedes Theiles des Apparats, welcher Einfluß auf die Messung hat, bestimmt und also auch seine jedesmalige Länge ausgedrückt werden.

Der Fühlhebel am Pendelapparate giebt die Länge des kürzeren Pendels, von seinem Aufhängungspunkte bis zu dem Mittelpunkte des schwingenden Körpers gerechnet, von einer GröÙe  $F$  abhängig, welche unveränderlich sein würde, wenn die Wärme immer dieselbe wäre, welche aber von der Wärme verändert wird. Die Länge des längeren Pendels giebt er von der Summe derselben GröÙe und der Toise abhängig. Man muß also die Änderungen aufsuchen, welche  $F$  und die Toise durch die Wärme erleiden. Die zur Berechnung der ersteren nothwendigen Angaben sind in folgender Tafel enthalten:

|                                                                                       | Höhe<br>der<br>Mitte | Ausdruck<br>der<br>Temperatur      | Länge<br>des<br>Theils | Ausdehnung<br>für<br>1° Cent |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|------------------------------------|------------------------|------------------------------|
| Kugel am Aufhängungs-Cylinder ..                                                      | 568,5                | + 15,5 $e'$ + 372,5 $e''$ : 388    | 3,0                    | + 3,0 $S$                    |
| Cylinder, auf welchem sie ruhet ..                                                    | 544,0                | + 40,0 $e'$ + 348,0 $e''$ : 388    | 46,0                   | + 46,0 $S$                   |
| Eisen des Apparats, von dem festen<br>Punkte bis zur Mikrometervor-<br>richtung ..... | 308,75               | + 275,25 $e'$ + 112,75 $e''$ : 388 | 424,5                  | + 424,5 $E$                  |
| Hülse der Mikrometervorrichtung .                                                     | 70,75                | + 513,25 $e'$ — 125,25 $e''$ : 388 | 51,5                   | + 51,5 $G$                   |
| Mikrometerschraube .....                                                              | 51,25                | + 532,75 $e'$ — 144,75 $e''$ : 388 | 12,5                   | — 12,5 $S$                   |
| Schraubenmutter derselben .....                                                       | 60,5                 | + 523,5 $e'$ — 135,5 $e''$ : 388   | 6,0                    | — 6,0 $M$                    |
| Stahl-Cylinder am Fühlhebel ....                                                      | 92,0                 | + 492,0 $e'$ — 104,0 $e''$ : 388   | 57,0                   | — 57,0 $S$                   |
| Ansatz des Platin-Cylinders .....                                                     | 120,95               | + 463,05 $e'$ — 75,05 $e''$ : 388  | 0,9                    | — 0,9 $M$                    |
| Halbe Höhe des Platin-Cylinders ..                                                    | 125,2                | + 458,8 $e'$ — 70,8 $e''$ : 388    | 7,6                    | — 7,6 $P$                    |

Die der letzten Columnne beigeschriebenen Buchstaben *S, E, G, M, P* bedeuten die Änderungen einer Längeneinheit von Stahl, Eisen, Glockenmetall, Messing, Platin für einen Centesimalgrad des Thermometers. Nimmt man ihre Werthe:

$$\begin{aligned} S &= 0,00001074 \text{ nach Horner} \\ E &= 0,00001167 \text{ — Bessel} \\ G &= 0,00001908 \text{ — Berthoud} \\ M &= 0,00001878 \text{ — Lavoisier und Laplace} \\ P &= 0,000008565 \text{ — Borda} \end{aligned}$$

und multiplicirt man die Zahlen der zweiten Columnne der Tafel, in die der letzten, so erhält man, durch die Summe der Producte, den Ausdruck der Gröſse von *F* für die Temperaturen *e'* und *e''*:

$$F + 0,0036567 e' + 0,0018651 e''$$

oder, wenn man  $\tau = 0,6622 e' + 0,3378 e''$  setzt,

$$F + 0,0055218 \tau.$$

Die zu den Versuchen angewandte Toise ist dieselbe, welche bei meinen beiden Königsberger Versuchsreihen und auch in Gölldenstein benutzt worden ist. Nach dem zu ihr gehörigen Certificate der Herren Arago und Zahrtmann ist sie 0,0008 kürzer als die Toise du Pérou; ihre Ausdehnung durch eine Vermehrung der Wärme von 1° Cent., haben meine früheren Pendelversuche = 0,00001167 gegeben. Aus diesen beiden Bestimmungen folgt ihre Länge für die Temperatur  $\tau'$ :

$$= 863,9992 \frac{1 + \tau' \cdot 0,00001167}{1 + 16,25 \cdot 0,00001167} = 863,83538 + \tau' \cdot 0,010081.$$

Die Temperatur der Toise erhält man aus der in meiner ersten Abhandlung gegebenen Formel, in Beziehung auf welche am Apparate nichts geändert ist,

$$\tau' = 0,4095 e'' + 0,5905 e'''.$$

Der gemessenen Länge eines jeden der Pendel muß noch eine Verbesserung hinzugefügt werden, indem das Pendel, während der Messung seiner Länge, kürzer erscheint als es wirklich ist. Das Gewicht, mit welchem der Fühlhebel der Schwere des Pendels entgegenwirkt, ist, wie bei den früheren Versuchen, 32,82 Gran; die dadurch erzeugte Verkürzung der Fäden habe ich, durch die Beobachtung der Verlängerungen, welche die Fäden sowohl des längeren, als des kürzeren Pendels, durch die Auflegung ver-

schiedener Gewichte auf den Platinkörper erfuhren,  $= 0,0041$  und  $0,0044$  gefunden. Diese neue Bestimmung ist von der früheren kaum verschieden, so wie auch die jetzt angewandten Fäden, den früher angewandten in dem Gewichte und also auch der Stärke fast gleich sind. Einen Unterschied der Wirkung des Fühlhebels auf die schwereren und die leichteren Pendel habe ich nicht mit Sicherheit bemerken können.

Zufolge der Bestimmungen im gegenwärtigen §. sind die Längen beider Pendel, wenn die Schraube des Fühlhebels  $f$  angiebt:

$$\text{des längeren} = F + 0,0055218 \tau + 0,0041 + \text{Toise} - fp$$

$$\text{des kürzeren} = F + 0,0055218 \tau + 0,0014 - fp.$$

## 6.

Wenn die Dauer der Schwingung eines zusammengesetzten Pendels in der Luft  $= t$ , die Länge des seiner Zusammensetzung entsprechenden einfachen Pendels  $= g + c$ , die Länge des einfachen Secundenpendels  $= \lambda$ , so sind diese drei Gröfsen durch die Gleichung:

$$g + c = \lambda t t \frac{1 - \frac{m' s'}{m s}}{1 + \frac{m'}{m} k}$$

miteinander verbunden, in welcher  $m$  die Masse des Pendels,  $ms$  das Product der Masse in die Entfernung seines Schwerpunktes von dem Aufhängungspunkte, und  $m'$  und  $m's'$  das Ähnliche für die aus der Stelle verdrängte Luft bedeuten;  $k$  ist ein Coefficient, welcher durch Versuche bestimmt werden muß und welchen ich für beide Pendel nicht als gleich voraussetzen, sondern, während ich ihm dieses Zeichen für das längere Pendel gebe, für das kürzere durch  $k'$  bezeichnen werde. Diese Gleichung werde ich

$$g + c = \lambda t t - \lambda t t \cdot \frac{m' s'}{m s} - \frac{m'}{m} (g + c) k$$

schreiben: die beiden letzten Glieder sind die Reduction der Pendellänge auf den leeren Raum.

Um diese Reduction berechnen zu können, muß man  $m'$  und  $m's'$  kennen;  $m$  und  $ms$  sind, aus §. 3., schon bekannt. Für die Schneide, den Faden und den Coincidenz-Cylinder kann man  $m'$ , aus den als bekannt

angenommenen Dichtigkeiten und Gewichten dieser Körper berechnen; für den Platincylinder folgt es aus seinen bekannten Abmessungen.

Nimmt man die Dichtigkeit des dichtesten Wassers zur Einheit der Dichtigkeiten an, und setzt man dieselben für die Schneide, den Faden und den Coincidenz-Cylinder  $= \delta^{(1)}, \delta^{(2)}, \delta^{(3)}$ , die Dichtigkeit der Luft aber  $\Delta$ , so ist die Masse der Luft, welche jeder dieser Körper verdrängt:

$$\frac{m^{(1)}}{\delta^{(1)}} \Delta, \quad \frac{m^{(2)}}{\delta^{(2)}} \Delta, \quad \frac{m^{(3)}}{\delta^{(3)}} \Delta.$$

Bezeichnet man ferner den Raum, welchen der Platincylinder ausfüllt, in Cubiclinien ausgedrückt, durch  $V$  und nimmt man das Gewicht einer Cubiclinie des dichtesten Wassers  $= 0,1884961$  Preufs. Gran, so ist die Masse der Luft, welche dieser Körper verdrängt:

$$= 0,1884961 \cdot V \cdot \Delta.$$

Man hat also:

$$m' = \left\{ \frac{m^{(1)}}{\delta^{(1)}} + \frac{m^{(2)}}{\delta^{(2)}} + \frac{m^{(3)}}{\delta^{(3)}} + 0,1884961 \cdot V \right\} \Delta$$

$$m' s' = \left\{ \frac{m^{(1)} s^{(1)}}{\delta^{(1)}} + \frac{m^{(2)} s^{(2)}}{\delta^{(2)}} + \frac{m^{(3)} s^{(3)}}{\delta^{(3)}} + 0,1884961 \cdot V s^{(4)} \right\} \Delta.$$

Die Werthe von  $\delta^{(1)}, \delta^{(2)}, \delta^{(3)}$  können, mit hinreichender Annäherung,

$$7,755; \quad 7,6; \quad 8,4$$

angenommen werden. Der Raum, welchen der Platin-Cylinder ausfüllt, ist, seinen angegebenen Abmessungen zufolge,  $= 2814,067$  Cubic-Linien; wegen der über ihn hervorstehenden Theile der Fadenklemme und des Ansatzes kommen noch 2,504 und 2,567 Cubic-Linien hinzu, und man erhält dadurch:

$$V = 2819,138.$$

Die Dichtigkeit der Luft ist, bei der auf die Temperatur des schmelzenden Eises reducirten, in Pariser Linien ausgedrückten Barometerhöhe  $b$ , und der auf der hunderttheiligen Scale beobachteten Temperatur  $l'$ :

$$\Delta = \frac{1}{770,433} \cdot \frac{b}{0,76 \cdot 443,296} \cdot \frac{1}{1 + l' \cdot 0,00375}$$

$$= \frac{1}{259581} \cdot \frac{b}{1 + l' \cdot 0,00375}.$$

Setzt man

$$\frac{m' s'}{m s} = \frac{\alpha b}{1 + l' \cdot 0,00375}; \quad \frac{m'}{m} = \frac{\alpha' b}{1 + l' \cdot 0,00375}$$



so findet man, aus den Angaben des gegenwärtigen und des dritten §.:

| Pendel . . . . . |                            | Schweres |         | Leichtes |         |
|------------------|----------------------------|----------|---------|----------|---------|
|                  |                            | langes   | kurzes  | langes   | kurzes  |
| Log. $\alpha$ {  | Bestimmung I u. II . . . . | 3,26437  | 3,26403 | 3,74135  | 3,74143 |
|                  | III u. IV . .              | 3,26438  | 3,26403 | 3,74135  | 3,74141 |
|                  | V u. VI . . .              | 3,26438  | 3,26404 | 3,74134  | 3,74141 |
| Log. $\alpha'$ { | Bestimmung I u. II . . . . | 3,28595  | 3,28544 | 3,73766  | 3,73776 |
|                  | III u. IV . .              | 3,28598  | 3,28543 | 3,73767  | 3,73775 |
|                  | V u. VI . . .              | 3,28598  | 3,28543 | 3,73767  | 3,73775 |

Die außer diesen Werthen von  $\alpha$  und  $\alpha'$ , zur Reduction der Pendellängen auf den leeren Raum, noch nöthigen Werthe von  $l'$  und  $b$  sind bei jedem Versuche angegeben. Ich habe nicht die unmittelbare Ablesung des Barometers, sondern seinen auf die Temperatur des schmelzenden Eises reducirten Stand angeführt.

## 7.

Jede der sechs Bestimmungen der Pendellänge, welche ich in Berlin gemacht habe, besteht, wie ich schon im 2<sup>ten</sup> §. gesagt habe, aus 12 einzelnen Versuchen, von welchen 6 mit den schwereren und 6 mit den leichteren Pendeln gemacht sind. Zwischen zwei aufeinander folgenden Versuchen wurde der Fühlhebel immer um 180° gedreht, so daß er sich abwechselnd auf der rechten und auf der linken Seite befand. Die Versuche mit den schwereren Pendeln bezeichne ich durch  $a, b, c, d, e, f$ ; die beiden ersten und die beiden letzten sind mit dem langen Pendel gemacht, die beiden mittleren mit dem kurzen. Die Versuche mit den leichteren Pendeln, welche ich durch  $a', b', c', d', e', f'$  bezeichne, haben dieselbe Anordnung. Das schwerere lange Pendel wurde so in Bewegung gesetzt, daß es am Anfange jedes Versuches, eine Schwingungsweite von etwa 40 Linien hatte; diese verkleinerte sich, während der Dauer des Versuches von etwa zwei Stunden, in welcher Zeit das Pendel mehr als 4000 Schwingungen machte, auf etwas weniger als 20 Linien, bei welcher Ausdehnung der Bewegung die Beobachtungen seiner Coincidenzen noch die erforderliche Genauigkeit besaßen. Allein das leichtere lange Pendel, dessen Bewegung Anfangs dieselbe Ausdehnung hatte, kam schon nach 2000 Schwingungen auf eine so kleine Schwingungsweite, daß es nicht rathsam gewesen sein würde, den Versuch

weiter fortzusetzen; um aber dennoch Resultate zu erhalten, deren Genauigkeit nicht beträchtlich kleiner ist, als die durch die Versuche mit dem schwereren langen Pendel erlangte, wurde jenes, nachdem es mehr als 2000 Schwingungen gemacht hatte, aufs Neue in Bewegung gesetzt und zum zweitenmale eben so lange beobachtet. — Bei den Beobachtungen des schwereren und leichteren kurzen Pendels war ein ähnlicher Unterschied unnöthig, indem ihre Genauigkeit von der Ausdehnung der Bewegung fast unabhängig, und selbst bei kleinen Schwingungsweiten äußerst groß ist.

Die Beobachtungen, welche zu den sechs Bestimmungen der Pendellänge für Berlin geführt haben, sind am Ende dieser Abhandlung abgedruckt. Die Schwingungszeit des kürzeren Pendels ist durch vollständig, d. h. in ihrem Anfange und Ende beobachtete Coincidenzen, mit den Pendelschlägen der Uhr verglichen worden. Das längere Pendel, dessen Coincidenzen mit dem Uhrpendel in kürzeren Zwischenzeiten aufeinander folgen, ist auf die Art beobachtet, welche ich im 5<sup>ten</sup> Art. meiner ersten Abhandlung beschrieben habe, d. h. ich habe die Zeit der Uhr, welche jeder 500<sup>ten</sup> Schwingung dieses Pendels entsprach, durch Beobachtung aller, während einiger Minuten vor und nachher bemerkter Coincidenzen bestimmt und das Mittel aus den 6 bis 10, auf diese Art erhaltenen Momenten, auf runde, immer 500 von einander entfernte Zahlen von Schwingungen reducirt; die einzelnen, unmittelbar beobachteten Momente anzuführen, habe ich für unnöthig gehalten, mich also auf die Anführung der auf runde Zahlen reducirten Mittel beschränkt. Die unter den Überschriften  $l'$ ,  $l''$  oder  $l'''$  angeführten Zahlen sind die, in Graden der hunderttheiligen Scale beobachteten Temperaturen der Luft im Gehäuse des Apparats am unteren und am oberen Ende des Pendels;  $e'$ ,  $e''$ ,  $e'''$  sind die von den in das Eisen des Apparats eingelegten Thermometern gezeigten Temperaturen;  $\mu$  ist die abgelesene Schwingungsweite, in Pariser Linien ausgedrückt. Die Länge des einfachen Secundenpendels, nach welcher die Länge des einfachen, der Schwingungszeit entsprechenden Pendels berechnet worden ist, ist  $= 440,73 + \epsilon$  gesetzt worden.

## 8.

Ich werde jetzt zusammenstellen, was die einzelnen Versuche ergeben haben, nämlich die aus ihnen gefolgerten Ausdrücke für die Constante  $F$ .

## Bestimmung I.

|                  |                                                                                                                                         |                                             |                                                                                                                                         |                                             |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Versuch . . .    | $a$                                                                                                                                     | $446,0937 + 2,9602 \varepsilon - 0,0801 k$  | $a'$                                                                                                                                    | $446,2732 + 2,9575 \varepsilon - 0,2249 k$  |
|                  | $b$                                                                                                                                     | $0923 + 2,9601 \varepsilon - 0,0803 k$      | $b'$                                                                                                                                    | $2838 + 2,9575 \varepsilon - 0,2230 k$      |
|                  | $c$                                                                                                                                     | $446,0391 + 0,9997 \varepsilon - 0,0275 k'$ | $c'$                                                                                                                                    | $446,0776 + 0,9991 \varepsilon - 0,0751 k'$ |
|                  | $d$                                                                                                                                     | $0419 + 0,9997 \varepsilon - 0,0272 k'$     | $d'$                                                                                                                                    | $0751 + 0,9991 \varepsilon - 0,0767 k'$     |
|                  | $e$                                                                                                                                     | $446,0985 + 2,9601 \varepsilon - 0,0803 k$  | $e'$                                                                                                                                    | $446,2933 + 2,9576 \varepsilon - 0,2250 k$  |
|                  | $f$                                                                                                                                     | $1085 + 2,9602 \varepsilon - 0,0792 k$      | $f'$                                                                                                                                    | $2826 + 2,9575 \varepsilon - 0,2256 k$      |
| Mittel . . . . . | $\left\{ \begin{array}{l} 446,09825 + 2,9602 \varepsilon - 0,07998 k \\ 446,0405 + 0,9997 \varepsilon - 0,02735 k' \end{array} \right.$ |                                             | $\left\{ \begin{array}{l} 446,28323 + 2,9575 \varepsilon - 0,22463 k \\ 446,07635 + 0,9991 \varepsilon - 0,0759 k' \end{array} \right.$ |                                             |

## Bestimmung II.

|                  |                                                                                                                                         |                                             |                                                                                                                                        |                                             |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Versuch . . .    | $a$                                                                                                                                     | $446,1036 + 2,9600 \varepsilon - 0,0794 k$  | $a'$                                                                                                                                   | $446,2877 + 2,9572 \varepsilon - 0,2298 k$  |
|                  | $b$                                                                                                                                     | $0968 + 2,9600 \varepsilon - 0,0795 k$      | $b'$                                                                                                                                   | $2824 + 2,9573 \varepsilon - 0,2285 k$      |
|                  | $c$                                                                                                                                     | $446,0422 + 0,9997 \varepsilon - 0,0269 k'$ | $c'$                                                                                                                                   | $446,0751 + 0,9992 \varepsilon - 0,0775 k'$ |
|                  | $d$                                                                                                                                     | $0399 + 0,9997 \varepsilon - 0,0270 k'$     | $d'$                                                                                                                                   | $0757 + 0,9992 \varepsilon - 0,0766 k'$     |
|                  | $e$                                                                                                                                     | $446,1083 + 2,9599 \varepsilon - 0,0807 k$  | $e'$                                                                                                                                   | $446,2896 + 2,9574 \varepsilon - 0,2262 k$  |
|                  | $f$                                                                                                                                     | $1148 + 2,9600 \varepsilon - 0,0808 k$      | $f'$                                                                                                                                   | $2807 + 2,9574 \varepsilon - 0,2256 k$      |
| Mittel . . . . . | $\left\{ \begin{array}{l} 446,10588 + 2,9600 \varepsilon - 0,0801 k \\ 446,04105 + 0,9997 \varepsilon - 0,02695 k' \end{array} \right.$ |                                             | $\left\{ \begin{array}{l} 446,2851 + 2,9573 \varepsilon - 0,22753 k \\ 446,0754 + 0,9992 \varepsilon - 0,07705 k' \end{array} \right.$ |                                             |

## Bestimmung III.

|                  |                                                                                                                                        |                                             |                                                                                                                                         |                                             |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Versuch . . .    | $a$                                                                                                                                    | $446,0746 + 2,9606 \varepsilon - 0,0800 k$  | $a'$                                                                                                                                    | $446,2694 + 2,9580 \varepsilon - 0,2245 k$  |
|                  | $b$                                                                                                                                    | $0797 + 2,9607 \varepsilon - 0,0796 k$      | $b'$                                                                                                                                    | $2656 + 2,9580 \varepsilon - 0,2262 k$      |
|                  | $c$                                                                                                                                    | $446,0109 + 1,0003 \varepsilon - 0,0266 k'$ | $c'$                                                                                                                                    | $446,0582 + 0,9997 \varepsilon - 0,0760 k'$ |
|                  | $d$                                                                                                                                    | $0090 + 1,0003 \varepsilon - 0,0267 k'$     | $d'$                                                                                                                                    | $0587 + 0,9997 \varepsilon - 0,0753 k'$     |
|                  | $e$                                                                                                                                    | $446,0683 + 2,9607 \varepsilon - 0,0787 k$  | $e'$                                                                                                                                    | $446,2709 + 2,9580 \varepsilon - 0,2231 k$  |
|                  | $f$                                                                                                                                    | $0799 + 2,9606 \varepsilon - 0,0797 k$      | $f'$                                                                                                                                    | $2610 + 2,9580 \varepsilon - 0,2218 k$      |
| Mittel . . . . . | $\left\{ \begin{array}{l} 446,0756 + 2,9607 \varepsilon - 0,0795 k \\ 446,00995 + 1,0003 \varepsilon - 0,02665 k' \end{array} \right.$ |                                             | $\left\{ \begin{array}{l} 446,26673 + 2,9580 \varepsilon - 0,2239 k \\ 446,05845 + 0,9997 \varepsilon - 0,07565 k' \end{array} \right.$ |                                             |

## Bestimmung IV.

|                  |                                                                                                                                        |                                             |                                                                                                                                         |                                             |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Versuch . . .    | $a$                                                                                                                                    | $446,1161 + 2,9606 \varepsilon - 0,0795 k$  | $a'$                                                                                                                                    | $446,2723 + 2,9579 \varepsilon - 0,2235 k$  |
|                  | $b$                                                                                                                                    | $0864 + 2,9606 \varepsilon - 0,0793 k$      | $b'$                                                                                                                                    | $2721 + 2,9579 \varepsilon - 0,2236 k$      |
|                  | $c$                                                                                                                                    | $446,0359 + 1,0002 \varepsilon - 0,0271 k'$ | $c'$                                                                                                                                    | $446,0535 + 0,9996 \varepsilon - 0,0758 k'$ |
|                  | $d$                                                                                                                                    | $0329 + 1,0002 \varepsilon - 0,0269 k'$     | $d'$                                                                                                                                    | $0629 + 0,9996 \varepsilon - 0,0769 k'$     |
|                  | $e$                                                                                                                                    | $446,0990 + 2,9605 \varepsilon - 0,0800 k$  | $e'$                                                                                                                                    | $446,2746 + 2,9577 \varepsilon - 0,2268 k$  |
|                  | $f$                                                                                                                                    | $0990 + 2,9606 \varepsilon - 0,0797 k$      | $f'$                                                                                                                                    | $2631 + 2,9578 \varepsilon - 0,2256 k$      |
| Mittel . . . . . | $\left\{ \begin{array}{l} 446,10013 + 2,9606 \varepsilon - 0,07963 k \\ 446,0344 + 1,0002 \varepsilon - 0,0270 k' \end{array} \right.$ |                                             | $\left\{ \begin{array}{l} 446,27053 + 2,9578 \varepsilon - 0,22488 k \\ 446,0582 + 0,9996 \varepsilon - 0,07635 k' \end{array} \right.$ |                                             |

## Bestimmung V.

|                  |                                                |                                                |                                                |                                                |
|------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Versuch . . .    | <i>a</i>                                       | $446,^{L}1050 + 2,9605 \varepsilon - 0,0792 k$ | <i>a'</i>                                      | $446,^{L}2671 + 2,9577 \varepsilon - 0,2277 k$ |
|                  | <i>b</i>                                       | $1013 + 2,9606 \varepsilon - 0,0786 k$         | <i>b'</i>                                      | $2809 + 2,9577 \varepsilon - 0,2288 k$         |
|                  | <i>c</i>                                       | $446, 0318 + 1,0002 \varepsilon - 0,0265 k'$   | <i>c'</i>                                      | $446, 0631 + 0,9996 \varepsilon - 0,0766 k'$   |
|                  | <i>d</i>                                       | $0350 + 1,0002 \varepsilon - 0,0268 k'$        | <i>d'</i>                                      | $0667 + 0,9996 \varepsilon - 0,0769 k'$        |
|                  | <i>e</i>                                       | $446, 1074 + 2,9604 \varepsilon - 0,0801 k$    | <i>e'</i>                                      | $446, 2765 + 2,9577 \varepsilon - 0,2265 k$    |
|                  | <i>f</i>                                       | $0947 + 2,9604 \varepsilon - 0,0794 k$         | <i>f'</i>                                      | $2868 + 2,9578 \varepsilon - 0,2282 k$         |
| Mittel . . . . . | { $446, 1021 + 2,9605 \varepsilon - 0,0793 k$  |                                                | { $446, 2778 + 2,9577 \varepsilon - 0,2278 k$  |                                                |
|                  | { $446, 0334 + 1,0002 \varepsilon - 0,0266 k'$ |                                                | { $446, 0649 + 0,9996 \varepsilon - 0,0767 k'$ |                                                |

## Bestimmung VI.

|                  |                                                |                                                |                                                |                                                |
|------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Versuch . . .    | <i>a</i>                                       | $446,^{L}1082 + 2,9604 \varepsilon - 0,0807 k$ | <i>a'</i>                                      | $446,^{L}2708 + 2,9579 \varepsilon - 0,2228 k$ |
|                  | <i>b</i>                                       | $1053 + 2,9606 \varepsilon - 0,0791 k$         | <i>b'</i>                                      | $2737 + 2,9579 \varepsilon - 0,2225 k$         |
|                  | <i>c</i>                                       | $446, 0406 + 1,0003 \varepsilon - 0,0265 k'$   | <i>c'</i>                                      | $446, 0749 + 0,9996 \varepsilon - 0,0766 k'$   |
|                  | <i>d</i>                                       | $0300 + 1,0003 \varepsilon - 0,0267 k'$        | <i>d'</i>                                      | $0670 + 0,9996 \varepsilon - 0,0756 k'$        |
|                  | <i>e</i>                                       | $446, 0992 + 2,9606 \varepsilon - 0,0789 k$    | <i>e'</i>                                      | $446, 2607 + 2,9578 \varepsilon - 0,2229 k$    |
|                  | <i>f</i>                                       | $1098 + 2,9606 \varepsilon - 0,0794 k$         | <i>f'</i>                                      | $2769 + 2,9578 \varepsilon - 0,2252 k$         |
| Mittel . . . . . | { $446, 1056 + 2,9606 \varepsilon - 0,0793 k$  |                                                | { $446, 2705 + 2,9579 \varepsilon - 0,2233 k$  |                                                |
|                  | { $446, 0353 + 1,0003 \varepsilon - 0,0266 k'$ |                                                | { $446, 0709 + 0,9996 \varepsilon - 0,0761 k'$ |                                                |

Die Unterschiede der durch die Versuche mit den schwereren Pendeln erlangten beiden Ausdrücke der Constante  $L$  ergeben die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \text{Bestimmung I . . . . . } 0 &= + 0,^{L}05775 + 1,9605 \varepsilon - 0,07998 k + 0,02735 k' \\
 \text{II . . . . . } &= + 0, 06485 + 1,9603 \varepsilon - 0,08010 k + 0,02695 k' \\
 \text{III . . . . . } &= + 0, 06565 + 1,9604 \varepsilon - 0,07950 k + 0,02665 k' \\
 \text{IV . . . . . } &= + 0, 06573 + 1,9604 \varepsilon - 0,07963 k + 0,02700 k' \\
 \text{V . . . . . } &= + 0, 06870 + 1,9603 \varepsilon - 0,07933 k + 0,02665 k' \\
 \text{VI . . . . . } &= + 0, 07033 + 1,9603 \varepsilon - 0,07953 k + 0,02660 k'.
 \end{aligned}$$

Aus den Versuchen mit den leichteren Pendeln erhält man eben so die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 \text{Bestimmung I . . . . . } 0 &= + 0,^{L}20688 + 1,9584 \varepsilon - 0,22463 k + 0,07590 k' \\
 \text{II . . . . . } &= + 0, 20970 + 1,9581 \varepsilon - 0,22753 k + 0,07705 k' \\
 \text{III . . . . . } &= + 0, 20828 + 1,9583 \varepsilon - 0,22390 k + 0,07565 k' \\
 \text{IV . . . . . } &= + 0, 21233 + 1,9582 \varepsilon - 0,22488 k + 0,07635 k' \\
 \text{V . . . . . } &= + 0, 21293 + 1,9581 \varepsilon - 0,22780 k + 0,07675 k' \\
 \text{VI . . . . . } &= + 0, 19958 + 1,9583 \varepsilon - 0,22335 k + 0,07610 k'.
 \end{aligned}$$

Die Summen dieser Gleichungen, mit Ausschluss der auf der ersten, für weniger sicher als die übrigen gehaltenen Bestimmung beruhenden, sind:

$$0 = + 0,33526 + 9,8017 \varepsilon - 0,39809 k + 0,13385 k'$$

$$0 = + 1,04282 + 9,7910 \varepsilon - 1,12746 k + 0,38190 k'.$$

Ihre Auflösung ergibt:

$$1,51535 k - 0,51535 k' = 1,46992$$

$$\varepsilon = + 0,005422 - 0,000237 (k - k').$$

Da der Einfluss des unbestimmt bleibenden  $k - k'$  unbedeutend ist, so erhält man hieraus die Länge des einfachen Secundenpendels für den Beobachtungsort:

$$= 440,7354 \text{ Linien.}$$

## 9.

Wenn man die gefundenen Werthe der unbekannten Größen, nämlich

$$\varepsilon = + 0,005422 - 0,000237 (k - k')$$

$$k = 1,46992 - 0,53535 (k - k')$$

in die 12 Gleichungen des vorigen §. setzt, so wird ihnen bis auf

|                        | Schweres Pendel              | Leichtes Pendel              |
|------------------------|------------------------------|------------------------------|
| Bestimmung I . . . . . | $- 0,0089 - 0,0007 (k - k')$ | $- 0,0011 + 0,0007 (k - k')$ |
| II . . . . .           | $- 0,0026 + 0,0000 (k - k')$ | $- 0,0009 - 0,0000 (k - k')$ |
| III . . . . .          | $- 0,0014 + 0,0001 (k - k')$ | $+ 0,0010 + 0,0003 (k - k')$ |
| IV . . . . .           | $- 0,0010 + 0,0003 (k - k')$ | $+ 0,0046 - 0,0003 (k - k')$ |
| V . . . . .            | $+ 0,0019 + 0,0000 (k - k')$ | $+ 0,0015 + 0,0006 (k - k')$ |
| VI . . . . .           | $+ 0,0031 + 0,0002 (k - k')$ | $- 0,0063 - 0,0006 (k - k')$ |

Genüge geleistet. Unter der Annahme des gefundenen Werthes von  $k$  würden also die einzelnen Gleichungen folgende Werthe der Länge des einfachen Secundenpendels ergeben haben:

| Pendel . . . . .       | Schweres   | Untersch.  | Leichtes   | Untersch.  |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|
| Bestimmung I . . . . . | $440,7397$ | $+ 0,0013$ | $440,7360$ | $+ 0,0006$ |
| II . . . . .           | $7367$     | $+ 0,0013$ | $7359$     | $+ 0,0005$ |
| III . . . . .          | $7361$     | $+ 0,0007$ | $7349$     | $- 0,0005$ |
| IV . . . . .           | $7359$     | $+ 0,0005$ | $7332$     | $- 0,0022$ |
| V . . . . .            | $7345$     | $- 0,0009$ | $7347$     | $- 0,0007$ |
| VI . . . . .           | $7339$     | $- 0,0015$ | $7385$     | $+ 0,0031$ |



Aus dieser Vergleichung geht hervor, daß die einzelnen der fünf zum Resultate gezogenen Bestimmungen so nahe untereinander übereinstimmen, als die Unsicherheit erwarten läßt, welche, trotz der häufigen Beobachtungen der Thermometer, in der Temperatur des Apparats ohne Zweifel übrig bleibt. Auch die erste, als weniger sicher zu betrachtende, Bestimmung weicht von dem Mittel der übrigen nicht so beträchtlich ab, daß sie als gänzlich mißrathen erschiene.

Die Einwirkung der Luft, welche angenommen werden muß, um die Berliner Versuche mit den schwereren und mit den leichteren Pendeln in Übereinstimmung zu bringen, ist beträchtlich größer, als sie sich bei meinen früheren Versuchen gezeigt hat. Selbst bei der früheren Anwendung eines dem gegenwärtigen ähnlichen, aber im Verhältnisse  $1 : 3,56$  größeren Cylinders, habe ich für das längere Pendel  $k = 0,9519$  und für das kürzere  $k' = 0,75487$  gefunden, woraus der Werth von  $1,51535k - 0,51535k'$ , welchen ich gegenwärtig  $= 1,4699$  bestimmt habe,  $= 1,0534$  folgen würde. Da der Unterschied beider Werthe weit außerhalb der Grenze der möglichen Unsicherheit der Versuche liegt, so ist an dem Vorhandensein einer beträchtlichen Verschiedenheit der Einwirkung der Luft auf die Bewegung der früher und jetzt angewandten Pendel nicht zu zweifeln. Alle Versuche, welche ich gemacht habe, sowohl mit schwingenden Kugeln, als mit schwingenden Cylindern, sind noch weit weniger vereinbar mit dem Werthe von  $k$ , welcher nach der von Hrn. Poisson, für den Fall einer schwingenden Kugel, entwickelten Theorie stattfindet. Denn wenn man den von diesem großen Geometer gefundenen Werth von  $k$ , nämlich  $\frac{1}{2}$ , in die sowohl aus meinen früheren, als gegenwärtigen Versuchen gezogenen Bedingungsgleichungen setzt, so sieht man einen Unterschied von mehr als einem Zehntel einer Linie hervorgehen in Versuchen, deren Genauigkeit hinreichend ist, über ein Paar Tausentel einer Linie keine Unsicherheit zu lassen. Die Beobachtungen der Bewegung desselben Platin-Cylinders, welcher später in Berlin angewandt wurde, die Hr. Etatsrath Schumacher in Gölldenstein gemacht hat, geben die Größe, welche ich gegenwärtig  $= 1,4699$  gefunden habe,  $= 1,3614$ . Hr. Francis Baily hat für Kugeln von 1,5 Zoll Durchmesser  $k = 0,865$  und für Kugeln von 2 Zoll Durchmesser  $k = 0,716$  gefunden. Alle diese Bestimmungen zeigen übereinstimmend, daß ein Werth von  $k$  zu der Berechnung von Pendel-

versuchen angewandt werden muß, welcher viel größer ist als  $\frac{1}{2}$ . Es muß ein Umstand vorhanden sein, welcher das aus der Theorie gezogene Resultat von dem Einflusse der Luft verschieden macht, welcher sich bei den Pendelversuchen zeigt.

Die Theorie setzt voraus, daß eine Kugel sich auf einem Kreisbogen frei bewege. Sie kann auf Pendel, welche aus einem Faden und dem daran befestigten schwingenden Körper zusammengesetzt sind, nur unter der Voraussetzung angewandt werden, daß die Bewegungen der Luft, welche der Faden erzeugt, vergleichungsweise mit den von der Kugel hervorgebrachten, unmerklich seien. Die Rechtmäßigkeit dieser Voraussetzung ist aber nichts weniger als offenbar: die Durchschnittsflächen des Fadens und des schwingenden Körpers, durch eine die Längsaxe des Pendels schneidende Ebene erzeugt, haben keinesweges ein so großes Verhältniß zu einander, daß man die durch die erstere hervorgebrachte Bewegung der Luft, vergleichungsweise mit der durch die andere hervorgebrachten, als unmerklich betrachten könnte. Diese Durchschnittsfläche, in Quadratlinien ausgedrückt, ist für die Kugeln von Messing und Elfenbein, mit welchen die erste Reihe meiner Königsberger Versuche gemacht worden ist, = 158,6 für den Cylinder von Messing, welcher der zweiten Reihe zum Grunde liegt, = 557,5; für den Cylinder von Platin = 234,1. Für die Fäden beider Pendel, deren Durchmesser ich = 0,0861 gemessen habe, ist sie 111,2 und 35,8. Sieht man, um eine beiläufige Übersicht über die Art des Einflusses zu erlangen, welche die Fäden auf den Werth von  $k$  ausüben, die in Bewegung gesetzte Luftmasse als dem Pendel anhängend und ihm während seiner Bewegung folgend an, so findet man leicht, daß der Faden dem, dem schwingenden Körper allein zukommenden, Werthe von  $k$  eine Vergrößerung hinzusetzt, welche im Verhältnisse der Länge des Fadens und im umgekehrten Verhältnisse des Volumens des schwingenden Körpers ist. Man muß also, unter dieser Annahme, für ein längeres Pendel einen größeren Werth von  $k$  erhalten als für ein kürzeres; für einen kleineren schwingenden Körper einen größeren Werth als für einen, ihm ähnlichen größeren. Dieses ist übereinstimmend mit den von den Beobachtungen ergebenen Resultaten. Bis zu einer weiteren Entwicklung der Theorie und ihrer Ausdehnung auf ein aus dem Faden und dem schwingenden Körper bestehendes Pendel, bleibt es nothwendig, den zur Berechnung einer Reihe

von Pendelversuchen anzuwendenden Werth von  $k$  aus den Versuchen selbst zu bestimmen.

Zwischen den Bestimmungen von  $k$  in Göl'denstein und in Berlin ist ein Unterschied von 0,1085, welcher den Pendeln selbst nur zugeschrieben werden kann, wenn ihre Fäden und sonstigen Theile als verschieden angesehen werden, denn der schwingende Körper war in beiden Fällen derselbe. Die Schneide erfuhr in der That, vor ihrer Anwendung in Berlin, durch die Hinzufügung des im 3. §. erwähnten verschiebbaren Cylinders von 61,57 Gran Gewicht, eine Änderung, welche eine Vermehrung der in Bewegung gesetzten Luftmasse zur Folge haben mußte; daß die Fäden merklich verschieden gewesen wären, glaube ich nicht (\*). Den Einfluß der Änderung der Schneide halte ich für unbedeutend, da er sehr nahe am Aufhängungspunkte, wo die Bewegung sehr klein war, stattfand. Will man den gefundenen Unterschied von 0,1085 ganz den zufälligen Fehlern der Versuche zuschreiben, so darf man jedes der vier arithmetischen Mittel, welche aus den Beobachtungen der beiden schwereren und der beiden leichteren Pendel, sowohl in Göl'denstein als in Berlin, gezogen sind, nur um etwa  $\pm 0,001$  ändern, um Übereinstimmung hervorzubringen. Obgleich an beiden Orten wissentlich nichts vernachlässigt worden ist, was die Genauigkeit der Resultate hätte beeinträchtigen können, so wird doch, aus der Zusammenstellung der einzelnen Bestimmungen am Anfange dieses Paragraphen, nicht dringend wahrscheinlich, daß dieselbe innerhalb einer so engen Grenze wirklich erreicht worden wäre. Übrigens ist der Einfluß von  $k$  auf die Schwingungen des Platin-Cylinders nicht groß genug um einer sehr genauen Bestimmung dieser Größe versichert sein zu können. Wäre der Zweck nicht die Fortschaffung des Einflusses der Luft auf die Länge des einfachen Secundenpendels, sondern die Bestimmung seiner Größe gewesen, so würde man die Versuche anders angeordnet haben.

---

(\*) Nach der Absendung dieser Abhandlung hat Herr Etatsrath Schumacher mir die Gewichte der Fäden mitgetheilt, welche er in Göl'denstein angewandt hat. Sie waren kaum halb so schwer, als die von mir in Berlin angewandten; also auch beträchtlich feiner und haben daher wahrscheinlich weniger Luft in Bewegung gesetzt. B.

## 10.

Der Punkt, an welchem die Versuche zur Bestimmung der Länge des einfachen Secundenpendels in Berlin gemacht worden sind, hat, nach der Mittheilung des Hrn. Prof. Encke, die Polhöhe  $52^{\circ} 30' 16''$ . Der Fußboden des für diese Versuche erbauten Hauses ist 17,003 Toisen, die Pendelkugel 17,77 Toisen über der Meeresfläche. Diese Bestimmung ist das Resultat eines trigonometrischen Nivellements zwischen der Ausmündung der Oder in die Ostsee und Berlin, welches von Seiten des Königl. General-Stabes, durch Hrn. Major Baeyer, in demselben Sommer, in welchem ich die Pendelversuche gemacht habe, ausgeführt worden ist. Sie ist weit sicherer, als ähnliche Bestimmungen gewöhnlich sind, indem Hr. Major Baeyer den nachtheiligen Einfluß der irdischen Strahlenbrechung auf die Höhenunterschiede dadurch so vollkommen als möglich vermieden hat, daß er jedes Paar seiner Stationen durch nicht nur gegenseitig, sondern auch gleichzeitig und überdies zu verschiedenen Zeiten wiederholt beobachtete Zenithdistanzen miteinander verbunden hat. Die beiden, von ihm und seinem Gehülfen gleichzeitig gebrauchten, Instrumente lassen gleichfalls nichts zu wünschen übrig und sind auch so angewandt worden, daß etwanige beständige Fehler der von ihnen angegebenen Zenithdistanzen aus dem Resultate verschwinden mußten.

Die von Laplace entwickelte Theorie der Schwere an der Oberfläche der Erde zeigt, wie die an dieser Oberfläche beobachtete Länge des einfachen Secundenpendels  $\lambda$ , mit der an der Oberfläche des Meeres stattfindenden  $\lambda'$  zusammenhängt. In einem Falle wie der in Berlin stattfindende, in welchem die Ausdehnung der sich über die Meeresfläche erhebenden Masse der Erde weit größer ist als ihre Höhe, welche ich, in Theilen des Erdhalbmessers ausgedrückt, durch  $h$  bezeichne, ist:

$$\lambda' = \lambda + \lambda h \left(1 - \frac{3\rho}{2D}\right),$$

wo  $\rho$  die Dichtigkeit des sich über die Meeresfläche erhebenden Theils der Erde und  $D$  die mittlere Dichtigkeit der Erde bedeuten. Um diese Formel hier anzuwenden, habe ich das Gewicht eines Preufs. Cubiefußes des feuchten Sandes, aus welchem der Boden von Berlin besteht, = 115 Pfund, oder

$g = 1,8$  angenommen und  $D$ , nach der Bestimmung von Cavendish,  $= 5,48$  gesetzt. Hieraus folgt, wenn man noch auf die Höhe des Platin-Cylinders über dem Fußboden ( $= 0,1667$  Toisen) Rücksicht nimmt,

$$\lambda' = 440,7354 + 0,0036,$$

oder die Länge des einfachen Secundenpendels an der Oberfläche des Meeres, lothrecht unter dem Beobachtungspunkte:

$$= 440,739 \text{ Linien.}$$





Versuch I. a. Mai 22. 10<sup>b</sup> 33' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335,<sup>L</sup>88. Gang der Uhr = + 12'', 047.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'', 72501640     | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    | $l'$                          | $l''$                              |                     |                     |                               |             |
| 120                                      | 9 <sup>b</sup> 35' 44'', 0077 | 39, <sup>L</sup> 8                 | 15, <sup>0</sup> 26 | 16, <sup>0</sup> 13 | 9 <sup>b</sup> 35' 44'', 0015 | — 0'', 0062 |
| 620                                      | 50 6, 5107                    | 35, 9                              |                     |                     | 50 6, 5220                    | + 0, 0113   |
| 1120                                     | 10 4 29, 0423                 | 32, 2                              | 15, 25              | 16, 00              | 10 4 29, 0402                 | — 0, 0021   |
| 1620                                     | 18 51, 5640                   | 29, 4                              |                     |                     | 18 51, 5564                   | — 0, 0076   |
| 2120                                     | 33 14, 0629                   | 26, 6                              | 15, 06              | 15, 89              | 33 14, 0709                   | + 0, 0080   |
| 2620                                     | 47 36, 5871                   | 24, 3                              |                     |                     | 47 36, 5840                   | — 0, 0031   |
| 3120                                     | 11 1 59, 0978                 | 22, 0                              | 15, 04              | 15, 68              | 11 1 59, 0959                 | — 0, 0019   |
| 3620                                     | 16 21, 6049                   | 20, 3                              |                     |                     | 16 21, 6068                   | + 0, 0019   |
| 4120                                     | 30 44, 1175                   | 19, 0                              | 14, 92              | 15, 66              | 30 44, 1171                   | — 0, 0004   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                 | 59, <sup>R</sup> 653                         | 15, <sup>0</sup> 18 | 15, <sup>0</sup> 62 | 15, <sup>0</sup> 60 | 15, <sup>0</sup> 26 | 16, <sup>0</sup> 27 |
| Ende .....                                                   | 59, 607                                      | 14, 98              | 15, 52              | 15, 60              | 14, 92              | 15, 66              |
| Mittel .....                                                 | 59, 660                                      | 15, 08              | 15, 57              | 15, 60              | 15, 09              | 15, 965             |
| Gemessene Länge .....                                        | $F - 5,L3658$                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 15,025$ .....                            | $+ 0, 0842$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 15, 59 .....                             | $+ 863, 9925$                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                 | $+ 0, 0041$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                      | $= F + 858, 7150$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1'', 72501640 der Uhr = 1'', 7205462 M. Z. |                                              |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....               | $1304,L6839 + 2,9604 \epsilon$               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                          | $- 0, 0762 - 0,0002 \epsilon - 0,0801 k$     |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                       | $+ 0, 2010$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                              | $- 858, 7150$                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                  | $F = 446, 0937 + 2,9602 \epsilon - 0,0801 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch I. b. Mai 22. 1<sup>h</sup> 10' St. Z.Fühlhebel links. Barometer =  $334^L 75$ . Gang der Uhr =  $+ 12'' 184$ .

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                |     |           | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,72500026       | Fehler      |
|------------------------------------------|----------------|-----|-----------|------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|-------------|
|                                          |                |     |           | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                              |             |
| 100                                      | 0 <sup>h</sup> | 12' | 3'', 5100 | 41, <sup>L</sup> 2                 | 13, <sup>0</sup> 43 | 14, <sup>0</sup> 00 | 0 <sup>h</sup> 12' 3'', 5090 | — 0'', 0010 |
| 600                                      |                | 26  | 26, 0148  | 37, 3                              |                     |                     | 26 26, 0212                  | + 0, 0064   |
| 1100                                     |                | 40  | 48, 5426  | 33, 8                              | 13, 44              | 14, 00              | 40 48, 5317                  | — 0, 0109   |
| 1600                                     |                | 55  | 11, 0400  | 30, 7                              |                     |                     | 55 11, 0405                  | + 0, 0005   |
| 2100                                     | 1              | 9   | 33, 5426  | 27, 8                              | 13, 54              | 14, 04              | 1 9 33, 5474                 | + 0, 0048   |
| 2600                                     |                | 23  | 56, 0477  | 25, 3                              |                     |                     | 23 56, 0534                  | + 0, 0057   |
| 3100                                     |                | 38  | 18, 5601  | 23, 2                              | 13, 59              | 14, 18              | 38 18, 5586                  | — 0, 0015   |
| 3600                                     |                | 52  | 41, 0696  | 21, 3                              |                     |                     | 52 41, 0632                  | — 0, 0064   |
| 4100                                     | 2              | 7   | 3, 5647   | 19, 5                              | 13, 61              | 14, 22              | 2 7 3, 5672                  | + 0, 0025   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                     | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l''$              |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Anfang .....                                                 | 59 <sup>R</sup> 593                               | 13 <sup>0</sup> 48 | 13 <sup>0</sup> 84 | 13 <sup>0</sup> 93 | 13 <sup>0</sup> 39 | 14 <sup>0</sup> 00 |
| Ende .....                                                   | 59, 581                                           | 13, 62             | 13, 89             | 14, 03             | 13, 62             | 14, 22             |
| Mittel .....                                                 | 59, 587                                           | 13, 55             | 13, 865            | 13, 98             | 13, 505            | 14, 11             |
| Gemessene Länge .....                                        | $F - 5^L 3593$                                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| Temperatur von $F = 13^0 66$ .....                           | $+ 0, 0754$                                       |                    |                    |                    |                    |                    |
| Toise, Temperatur = $13, 93$ .....                           | $+ 863, 9758$                                     |                    |                    |                    |                    |                    |
| Elasticität des Fadens .....                                 | $+ 0, 0041$                                       |                    |                    |                    |                    |                    |
| Länge des Pendels .....                                      | $= F + 858, 6960$                                 |                    |                    |                    |                    |                    |
| Schwingungszeit $1'' 72500026$ der Uhr = $1'' 7205329$ M. Z. |                                                   |                    |                    |                    |                    |                    |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....               | $1304^L 6637 + 2, 9603 \varepsilon$               |                    |                    |                    |                    |                    |
| Reduction auf den leeren Raum .....                          | $- 0, 0764 - 0, 0002 \varepsilon - 0, 0803 k$     |                    |                    |                    |                    |                    |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                       | $+ 0, 2010$                                       |                    |                    |                    |                    |                    |
| — auf $F$ .....                                              | $- 858, 6960$                                     |                    |                    |                    |                    |                    |
| Resultat des Versuchs .....                                  | $F = 446, 0923 + 2, 9601 \varepsilon - 0, 0803 k$ |                    |                    |                    |                    |                    |

Versuch I. c. Mai 23. 0<sup>b</sup> 50' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 337<sup>L</sup>,96. Gang der Uhr = + 12<sup>''</sup>,404.

| Beobachtete Coincidenzen |                                         | Schwingsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> ,00249814      | Fehler                  |
|--------------------------|-----------------------------------------|------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------------------------------|-------------------------|
|                          |                                         | $\mu$                        | $l'$                | $l''$               |                                            |                         |
| 0                        | 23 <sup>b</sup> 55' 57 <sup>''</sup> ,5 | 12 <sup>L</sup> ,45          | 11 <sup>0</sup> ,75 | 12 <sup>0</sup> ,05 | 23 <sup>b</sup> 55' 57 <sup>''</sup> ,5016 | + 0 <sup>''</sup> ,0016 |
| 796                      | 0 9 15,5                                | 11,6                         |                     |                     | 0 9 15,5003                                | + 0,0003                |
| 1592                     | 22 33,5                                 | 11,0                         | 11,75               | 12,05               | 22 33,4978                                 | — 0,0022                |
| 2391                     | 35 54,5                                 | 10,4                         |                     |                     | 35 54,5018                                 | + 0,0018                |
| 3187                     | 49 12,5                                 | 9,8                          | 11,75               | 12,05               | 49 12,4976                                 | — 0,0024                |
| 3986                     | 1 3 33,5                                | 9,3                          |                     |                     | 1 3 33,5000                                | 0,0000                  |
| 4784                     | 15 53,5                                 | 8,85                         | 11,81               | 12,05               | 15 53,4993                                 | — 0,0007                |
| 5583                     | 29 14,5                                 | 8,35                         |                     |                     | 29 14,5005                                 | + 0,0005                |
| 6382                     | 42 35,5                                 | 7,85                         | 11,86               | 12,11               | 42 35,5011                                 | + 0,0011                |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                    | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                       | 61 <sup>R</sup> ,6285                           | 11 <sup>0</sup> ,98 | 12 <sup>0</sup> ,11 | 12 <sup>0</sup> ,35 | 11 <sup>0</sup> ,75 | 11 <sup>0</sup> ,94 |
| Ende .....                                                                         | 61,6335                                         | 12,02               | 12,16               | 12,35               | 11,86               | 12,11               |
| Mittel .....                                                                       | 61,631                                          | 12,00               | 12,135              | 12,35               | 11,805              | 12,025              |
| Gemessene Länge .....                                                              | $F - 5L,5431$                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 120,05$ .....                                                  | + 0,0665                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                       | + 0,0014                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                                            | $= F - 5,4752$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit 1 <sup>''</sup> ,00249814 der Uhr = 0 <sup>''</sup> ,9999044 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....                                    | 440 <sup>L</sup> ,6457 + 0,9998 $\varepsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                                | — 0,0261 — 0,0001 $\varepsilon$ — 0,0275 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                                            | — 0,0557                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                                    | + 5,4752                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                        | $F = 446,0391 + 0,9997 \varepsilon - 0,0275 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch I. d. Mai 24. 10<sup>h</sup> 40' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 336<sup>L</sup>97. Gang der Uhr = + 12<sup>''</sup>427.

| Beobachtete Coincidenzen |                                       | Schwingungsweite und Temperatur |                    |                    | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> 00251352     | Fehler                 |
|--------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|--------------------|--------------------|------------------------------------------|------------------------|
|                          |                                       | $\mu$                           | $l'$               | $l''$              |                                          |                        |
| 0                        | 9 <sup>h</sup> 46' 40 <sup>''</sup> 5 | 12 <sup>L</sup> 15              | 13 <sup>0</sup> 68 | 14 <sup>0</sup> 22 | 9 <sup>h</sup> 46' 40 <sup>''</sup> 5005 | + 0 <sup>''</sup> 0005 |
| 792                      | 59 54, 5                              | 11, 35                          |                    |                    | 59 54, 5005                              | + 0, 0005              |
| 1584                     | 10 13 8, 5                            | 10, 65                          | 13, 68             | 14, 22             | 10 13 8, 4994                            | — 0, 0006              |
| 2377                     | 26 23, 5                              | 10, 25                          |                    |                    | 26 23, 5000                              | 0, 0000                |
| 3170                     | 39 38, 5                              | 9, 55                           | 13, 73             | 14, 27             | 39 38, 4999                              | — 0, 0001              |
| 3963                     | 52 53, 5                              | 9, 1                            |                    |                    | 52 53, 4992                              | — 0, 0008              |
| 4757                     | 11 6 9, 5                             | 8, 6                            | 13, 79             | 14, 27             | 11 6 9, 5003                             | + 0, 0003              |
| 5550                     | 19 24, 5                              | 8, 15                           |                    |                    | 19 24, 4986                              | — 0, 0014              |
| 6345                     | 32 41, 5                              | 7, 65                           | 13, 90             | 14, 33             | 32 41, 5016                              | + 0, 0016              |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l''$              |
|----------------------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Anfang .....                     | 61 <sup>R</sup> , 619         | 13 <sup>0</sup> 85 | 13 <sup>0</sup> 80 | 13 <sup>0</sup> 98 | 13 <sup>0</sup> 68 | 14 <sup>0</sup> 11 |
| Ende .....                       | 61, 615                       | 13, 80             | 13, 89             | 13, 98             | 13, 96             | 14, 33             |
| Mittel .....                     | 61, 617                       | 13, 825            | 13, 845            | 13, 98             | 13, 82             | 14, 22             |
| Gemessene Länge .....            | $F - 5L5418$                  |                    |                    |                    |                    |                    |
| Temperatur von $F = 13083$ ..... | + 0, 0764                     |                    |                    |                    |                    |                    |
| Elasticität des Fadens .....     | + 0, 0014                     |                    |                    |                    |                    |                    |
| Länge des Pendels .....          | $= F - 5, 4640$               |                    |                    |                    |                    |                    |

Schwingungszeit 1<sup>''</sup>00251352 der Uhr = 0<sup>''</sup>9999200 M. Z.

|                                                 |                                               |
|-------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... | 440 <sup>L</sup> 6595 + 0,9998 $\epsilon$     |
| Reduction auf den leeren Raum .....             | — 0, 0259 — 0,0001 $\epsilon$ — 0,0272 $k'$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....         | — 0, 0557                                     |
| — auf $F$ .....                                 | + 5, 4640                                     |
| Resultat des Versuchs .....                     | $F = 446, 0419 + 0,9997 \epsilon - 0,0272 k'$ |

Versuch I. e. Mai 25. 0<sup>h</sup> 48' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335,<sup>L</sup>12. Gang der Uhr = + 12'',377.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72499826      | Fehler     |
|------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|------------|
| $\mu$                                    |                               | $l'$                            | $l''$               |                     |                               |            |
| 90                                       | 23 <sup>b</sup> 50' 26'',2425 | 38, <sup>L</sup> 9              | 13, <sup>0</sup> 56 | 14, <sup>0</sup> 00 | 23 <sup>b</sup> 50' 26'',2424 | — 0'',0001 |
| 590                                      | 0 4 48,7575                   | 34,3                            |                     |                     | 0 4 48,7510                   | — 0,0065   |
| 1090                                     | 19 11,2600                    | 30,8                            | 13,56               | 14,00               | 19 11,2574                    | — 0,0026   |
| 1590                                     | 33 33,7625                    | 27,8                            |                     |                     | 33 33,7622                    | — 0,0003   |
| 2090                                     | 47 56,2600                    | 25,2                            | 13,68               | 14,12               | 47 56,2661                    | + 0,0061   |
| 2590                                     | 1 2 18,7575                   | 22,9                            |                     |                     | 1 2 18,7695                   | + 0,0120   |
| 3090                                     | 16 41,2700                    | 20,6                            | 13,90               | 14,38               | 16 41,2726                    | + 0,0026   |
| 3590                                     | 31 3,7775                     | 18,7                            |                     |                     | 31 3,7755                     | — 0,0020   |
| 4090                                     | 45 26,2875                    | 17,1                            | 14,05               | 14,54               | 45 26,2783                    | — 0,0092   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels               | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                               | 59, <sup>R</sup> 629                        | 13, <sup>0</sup> 29 | 13, <sup>0</sup> 60 | 13, <sup>0</sup> 65 | 13, <sup>0</sup> 56 | 14, <sup>0</sup> 00 |
| Ende .....                                                 | 59,617                                      | 13,89               | 14,11               | 14,12               | 14,10               | 14,55               |
| Mittel .....                                               | 59,623                                      | 13,59               | 13,87               | 13,885              | 13,83               | 14,275              |
| Gemessene Länge .....                                      | $F - 5,L3625$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 13,069$ .....                          | + 0,0756                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 13,88 .....                            | + 863,9753                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                               | + 0,0041                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                    | $= F + 858,6925$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1'',72499826 der Uhr = 1'',7205347 M. Z. |                                             |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....             | 1304, <sup>L</sup> 6664 + 2,9603 $\epsilon$ |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                        | — 0,0764 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0803 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                     | + 0,2010                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                            | — 858,6925                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                | $F = 446,0985 + 2,9601 \epsilon - 0,0803 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |



Versuch I. *f.* Mai 25. 8<sup>h</sup> 38' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 333,<sup>L</sup>59. Gang der Uhr = + 12'', 411.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72503284      | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    |                               | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                               |             |
| 100                                      | 7 <sup>h</sup> 39' 44'', 5124 | 39, <sup>L</sup> 6                 | 16, <sup>0</sup> 22 | 17, <sup>0</sup> 11 | 7 <sup>h</sup> 39' 44'', 5053 | — 0'', 0071 |
| 600                                      | 54 7, 0334                    | 35, 3                              |                     |                     | 54 7, 0325                    | — 0, 0009   |
| 1100                                     | 8 8 29, 5542                  | 31, 9                              | 16, 40              | 17, 34              | 8 8 29, 5581                  | + 0, 0039   |
| 1600                                     | 22 52, 0825                   | 29, 0                              |                     |                     | 22 52, 0823                   | — 0, 0002   |
| 2100                                     | 37 14, 6094                   | 26, 2                              | 16, 42              | 17, 38              | 37 14, 6052                   | — 0, 0042   |
| 2600                                     | 51 37, 1171                   | 24, 0                              |                     |                     | 51 37, 1271                   | + 0, 0100   |
| 3100                                     | 9 5 59, 6336                  | 22, 0                              | 16, 42              | 17, 39              | 9 5 59, 6482                  | + 0, 0146   |
| 3600                                     | 20 22, 1707                   | 20, 0                              |                     |                     | 20 22, 1688                   | — 0, 0019   |
| 4100                                     | 34 44, 7030                   | 18, 3                              | 16, 45              | 17, 49              | 34 44, 6888                   | — 0, 0142   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                             | 59, <sup>n</sup> 570                         | 15, <sup>0</sup> 76 | 16, <sup>0</sup> 01 | 16, <sup>0</sup> 29 | 16, <sup>0</sup> 23 | 17, <sup>0</sup> 11 |
| Ende .....                                               | 59, 558                                      | 16, 16              | 16, 50              | 16, 88              | 16, 45              | 17, 55              |
| Mittel .....                                             | 59, 564                                      | 15, 96              | 16, 255             | 16, 585             | 16, 34              | 17, 33              |
| Gemessene Länge .....                                    | $F = 5,L3572$                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 16,006$ .....                        | + 0, 0887                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 16, 45 .....                         | + 864, 0012                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                             | + 0, 0041                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F + 858, 7368$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit 1'',72503284 der Uhr = 1'',7205698 M. Z. |                                              |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....           | 1304, <sup>L</sup> 7197 + 2,9604 $\epsilon$  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0, 0754 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0792 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                   | + 0, 2010                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                          | — 858, 7368                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F = 446, 1085 + 2,9602 \epsilon - 0,0792 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch I.  $\alpha'$ . Mai 25. 0<sup>h</sup> 56' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 332<sup>L</sup>,54. Gang der Uhr = + 12'',377.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72432221      | Fehler     |
|------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|------------|
| $\mu$                                    |                               | $l'$                               | $l''$               |                     |                               |            |
| 100                                      | 23 <sup>h</sup> 51' 16'',4217 | 37 <sup>L</sup> ,7                 | 13 <sup>0</sup> ,99 | 14 <sup>0</sup> ,63 | 23 <sup>h</sup> 51' 16'',4242 | + 0'',0025 |
| 600                                      | 0 5 38,5890                   | 27,7                               |                     |                     | 0 5 38,5932                   | + 0,0042   |
| 1100                                     | 20 0,7571                     | 21,0                               | 14,03               | 14,70               | 20 0,7586                     | + 0,0015   |
| 1600                                     | 34 22,9218                    | 16,6                               |                     |                     | 34 22,9222                    | + 0,0004   |
| 2100                                     | 48 45,0936                    | 13,1                               | 14,09               | 14,84               | 48 45,0851                    | — 0,0085   |
| 100                                      | 1 2 32,4243                   | 37,8                               | 14,13               | 14,88               | 1 2 32,4234                   | — 0,0009   |
| 600                                      | 16 54,5963                    | 28,8                               |                     |                     | 16 54,5935                    | — 0,0028   |
| 1100                                     | 31 16,7696                    | 22,0                               | 14,14               | 14,88               | 31 16,7601                    | — 0,0095   |
| 1600                                     | 45 38,9191                    | 16,7                               |                     |                     | 45 38,9246                    | + 0,0055   |
| 2100                                     | 2 0 1,0801                    | 13,0                               | 14,20               | 14,88               | 2 0 1,0879                    | + 0,0078   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                  | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l'''$              |
|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                             | 69 <sup>R</sup> ,839                           | 14 <sup>0</sup> ,13 | 14 <sup>0</sup> ,43 | 14 <sup>0</sup> ,61 | 13 <sup>0</sup> ,96 | 14 <sup>0</sup> ,61 |
| Ende .....                                               | 69,826                                         | 14,31               | 14,53               | 14,91               | 14,30               | 14,91               |
| Mittel .....                                             | 69,8325                                        | 14,22               | 14,48               | 14,76               | 14,13               | 14,76               |
| Gemessene Länge .....                                    | $F = 6L,2807$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 140,31$ .....                        | + 0,0790                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 14,65 .....                          | + 863,9831                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                             | + 0,0041                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F + 857,7855$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit 1'',72432221 der Uhr = 1'',7198603 M. Z. |                                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....           | 1303 <sup>L</sup> ,6439 + 2,9580 $\varepsilon$ |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0,2269 — 0,0005 $\varepsilon$ — 0,2249 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                   | + 0,6417                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                          | — 857,7855                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F = 446,2732 + 2,9575 \varepsilon - 0,2249 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch I. *b'*. Mai 26. 9<sup>h</sup> 18' St. Z.Fühlhebel links. Barometer =  $331,31^L$ . Gang der Uhr =  $+ 12'',347$ .

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>$1'',72433950$   | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------|-------|------------------------------|------------|
|                                          |                              | $\mu$                           | $l'$  | $l''$ |                              |            |
| 100                                      | 8 <sup>b</sup> 15' 42'',4326 | 37,6                            | 15,34 | 15,97 | 8 <sup>b</sup> 15' 42'',4285 | — 0'',0041 |
| 600                                      | 30 4,6037                    | 28,3                            |       |       | 30 4,6065                    | + 0,0028   |
| 1100                                     | 44 26,7796                   | 21,4                            | 15,46 | 16,14 | 44 26,7810                   | + 0,0014   |
| 1600                                     | 58 48,9582                   | 16,7                            |       |       | 58 48,9538                   | — 0,0044   |
| 2100                                     | 9 13 11,1213                 | 13,0                            | 15,52 | 16,23 | 9 13 11,1256                 | + 0,0043   |
| 100                                      | 22 20,4263                   | 37,9                            | 15,56 | 16,25 | 22 20,4283                   | + 0,0020   |
| 600                                      | 36 42,6090                   | 28,6                            |       |       | 36 42,6075                   | — 0,0015   |
| 1100                                     | 51 4,7801                    | 21,6                            | 15,60 | 16,27 | 51 4,7830                    | + 0,0029   |
| 1600                                     | 10 5 26,9559                 | 16,8                            |       |       | 10 5 26,9564                 | + 0,0005   |
| 2100                                     | 19 49,1326                   | 13,0                            | 15,66 | 16,27 | 19 49,1288                   | — 0,0038   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                           | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                  | $e'$   | $e''$ | $e'''$ | $l'$  | $l''$      |
|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------|-------|--------|-------|------------|
| Anfang .....                                              | 69,838                                         | 15,23  | 15,52 | 15,65  | 15,32 | 15,94      |
| Ende .....                                                | 69,831                                         | 15,42  | 15,72 | 15,89  | 15,66 | 16,18      |
| Mittel .....                                              | 69,8345                                        | 15,325 | 15,62 | 15,77  | 15,49 | 16,06      |
| Gemessene Länge .....                                     | $F$ —                                          |        |       |        |       | $6,2809$   |
| Temperatur von $F = 15,42$ .....                          | +                                              |        |       |        |       | $0,0852$   |
| Toise, Temperatur = 15,71 .....                           | +                                              |        |       |        |       | $863,9938$ |
| Elasticität des Fadens .....                              | +                                              |        |       |        |       | $0,0041$   |
| Länge des Pendels .....                                   | $= F$ +                                        |        |       |        |       | $857,8022$ |
| Schwingszeit $1'',72433950$ der Uhr = $1'',7198771$ M. Z. |                                                |        |       |        |       |            |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....            | $1303,6693 + 2,9580 \varepsilon$               |        |       |        |       |            |
| Reduction auf den leeren Raum .....                       | — $0,2250$ — $0,0005 \varepsilon$ — $0,2230 k$ |        |       |        |       |            |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                    | + $0,6417$                                     |        |       |        |       |            |
| — auf $F$ .....                                           | — $857,8022$                                   |        |       |        |       |            |
| Resultat des Versuchs .....                               | $F = 446,2838 + 2,9575 \varepsilon - 0,2230 k$ |        |       |        |       |            |

Versuch I. c'. Mai 26. 0<sup>h</sup> 43' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 331,<sup>L</sup>52. Gang der Uhr = + 12<sup>''</sup>292.

| Beobachtete Coincidenzen |                                         | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> 00225618       | Fehler                  |
|--------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------------------------------|-------------------------|
| $\mu$                    |                                         | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                                            |                         |
| 0                        | 23 <sup>h</sup> 58' 14 <sup>''</sup> ,5 | 11, <sup>L</sup> 4              | 14, <sup>0</sup> 70 | 15, <sup>0</sup> 00 | 23 <sup>h</sup> 58' 14 <sup>''</sup> ,4993 | — 0 <sup>''</sup> ,0007 |
| 884                      | 0 13 0,5                                | 9,4                             |                     |                     | 0 13 0,5018                                | + 0,0018                |
| 1767                     | 27 45,5                                 | 7,7                             | 14,70               | 15,00               | 27 45,4994                                 | — 0,0006                |
| 2652                     | 42 32,5                                 | 6,5                             |                     |                     | 42 32,4998                                 | — 0,0002                |
| 3537                     | 57 19,5                                 | 5,5                             | 14,70               | 15,00               | 57 19,4991                                 | — 0,0009                |
| 4423                     | 1 12 7,5                                | 4,6                             |                     |                     | 1 12 7,5000                                | 0,0000                  |
| 5309                     | 26 55,5                                 | 3,9                             | 14,84               | 15,13               | 26 55,5006                                 | + 0,0006                |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$               | $l''$               |
|----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                     | 65, <sup>n</sup> 0695                        | 14, <sup>0</sup> 55 | 14, <sup>0</sup> 63 | 14, <sup>0</sup> 95 | 14 <sup>0</sup> 58 | 14, <sup>0</sup> 94 |
| Ende .....                                                                       | 65,0745                                      | 14,79               | 14,93               | 15,00               | 14,81              | 15,22               |
| Mittel .....                                                                     | 65,072                                       | 14,67               | 14,78               | 14,975              | 14,695             | 15,08               |
| Gemessene Länge .....                                                            | $F - 5,L8520$                                |                     |                     |                     |                    |                     |
| Temperatur von $F = 14,071$ .....                                                | + 0,0812                                     |                     |                     |                     |                    |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                     | + 0,0014                                     |                     |                     |                     |                    |                     |
| Länge des Pendels .....                                                          | $= F - 5,7700$                               |                     |                     |                     |                    |                     |
| Schwingungszeit 1 <sup>''</sup> 00225618 der Uhr = 0 <sup>''</sup> 9996618 M. Z. |                                              |                     |                     |                     |                    |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....                                  | 440, <sup>L</sup> 4319 + 0,9993 $\epsilon$   |                     |                     |                     |                    |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                              | — 0,0758 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0751 $k'$   |                     |                     |                     |                    |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                                          | — 0,0485                                     |                     |                     |                     |                    |                     |
| — auf $F$ .....                                                                  | + 5,7700                                     |                     |                     |                     |                    |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                      | $F = 446,0776 + 0,9991 \epsilon - 0,0751 k'$ |                     |                     |                     |                    |                     |

Versuch I. d'. Mai 27. 0<sup>b</sup> 42' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 336,<sup>L</sup>36. Gang der Uhr = + 12'',206.

| Beobachtete Coincidenzen |                            | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',00225884      | Fehler   |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|----------|
|                          |                            | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                               |          |
| 0                        | 23 <sup>b</sup> 56' 43'',5 | 12, <sup>L</sup> 3              | 14, <sup>0</sup> 70 | 15, <sup>0</sup> 05 | 23 <sup>b</sup> 56' 43'',5000 | 0'',0000 |
| 882                      | 0 11 27,5                  | 10,15                           |                     |                     | 0 11 27,5003                  | + 0,0003 |
| 1765                     | 26 12,5                    | 8,45                            | 14,81               | 15,27               | 26 12,5001                    | + 0,0001 |
| 2648                     | 40 57,5                    | 7,05                            |                     |                     | 40 57,4986                    | — 0,0014 |
| 3533                     | 55 44,5                    | 5,9                             | 14,98               | 15,52               | 55 44,5012                    | + 0,0012 |
| 4416                     | 1 10 29,5                  | 4,9                             |                     |                     | 1 10 29,4989                  | — 0,0011 |
| 5301                     | 25 16,5                    | 4,1                             | 15,15               | 15,66               | 25 16,5008                    | + 0,0008 |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                             | 65, <sup>n</sup> 0685                           | 11, <sup>0</sup> 60 | 11, <sup>0</sup> 83 | 15, <sup>0</sup> 15 | 11, <sup>0</sup> 70 | 15, <sup>0</sup> 02 |
| Ende .....                                               | 65,049                                          | 11,88               | 15,27               | 15,30               | 15,15               | 15,66               |
| Mittel .....                                             | 65,049                                          | 11,74               | 15,05               | 15,225              | 11,925              | 15,34               |
| Gemessene Länge .....                                    | $F - 5,8510$                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 14,84$ .....                         | + 0,0820                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                             | + 0,0014                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F - 5,7676$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit 1'',00225884 der Uhr = 0'',9996635 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....          | 440, <sup>L</sup> 4334 + 0,9993 $\varepsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0,0774 — 0,0002 $\varepsilon$ — 0,0767 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                  | — 0,0485                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                          | + 5,7676                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F = 446,0751 + 0,9991 \varepsilon - 0,0767 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |



Versuch I. *c'*. Mai 28. 9<sup>b</sup> 47' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335,<sup>L</sup>20. Gang der Uhr = + 12'' 173.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1''72435043       | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    |                               | $l'$                               | $l''$               | $l'''$              |                               |             |
| 100                                      | 8 <sup>b</sup> 42' 33'', 4499 | 38, <sup>L</sup> 8                 | 16, <sup>0</sup> 27 | 17, <sup>0</sup> 22 | 8 <sup>b</sup> 42' 33'', 4423 | — 0'', 0076 |
| 600                                      | 56 55, 6225                   | 29, 4                              |                     |                     | 56 55, 6267                   | + 0, 0042   |
| 1100                                     | 9 11 17, 8071                 | 22, 4                              | 16, 38              | 17, 25              | 9 11 17, 8073                 | + 0, 0002   |
| 1600                                     | 25 39, 9832                   | 17, 2                              |                     |                     | 25 39, 9858                   | + 0, 0026   |
| 2100                                     | 40 2, 1627                    | 13, 4                              | 16, 40              | 17, 32              | 40 2, 1632                    | + 0, 0005   |
| 150                                      | 51 15, 6680                   | 38, 8                              | 16, 40              | 17, 33              | 51 15, 6682                   | + 0, 0002   |
| 650                                      | 10 5 37, 8545                 | 29, 2                              |                     |                     | 10 5 37, 8531                 | — 0, 0014   |
| 1150                                     | 20 0, 0289                    | 22, 3                              | 16, 40              | 17, 33              | 20 0, 0340                    | + 0, 0051   |
| 1650                                     | 34 22, 2044                   | 17, 2                              |                     |                     | 34 22, 2127                   | + 0, 0083   |
| 2150                                     | 48 44, 4022                   | 13, 2                              | 16, 40              | 17, 33              | 48 44, 3901                   | — 0, 0121   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                               | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l'''$              |
|-----------------------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                  | 69, <sup>R</sup> 988          | 15, <sup>0</sup> 96 | 16, <sup>0</sup> 40 | 16, <sup>0</sup> 49 | 16, <sup>0</sup> 23 | 17, <sup>0</sup> 22 |
| Ende .....                                    | 69, 991                       | 16, 21              | 16, 60              | 16, 98              | 16, 39              | 17, 33              |
| Mittel .....                                  | 69, 9895                      | 16, 085             | 16, 50              | 16, 735             | 16, 31              | 17, 275             |
| Gemessene Länge .....                         | $F - 6,L2949$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 10,022$ .....             | + 0, 0896                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 10, <sup>0</sup> 40 ..... | 864, 0031                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                  | + 0, 0011                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                       | $= F + 857, 8019$             |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingungszeit 1''72435043 der Uhr = 1''7198845 M. Z.

|                                                |                                              |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1303, <sup>L</sup> 6805 + 2,9581 $\epsilon$  |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0, 2270 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2250 $k$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0, 6417                                    |
| — auf $F$ .....                                | — 857, 8019                                  |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 446, 2933 + 2,9576 \epsilon - 0,2250 k$ |

Versuch I. *f*. Mai 28. 1<sup>h</sup> 18' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 335<sup>L</sup>/<sub>44</sub>. Gang der Uhr = + 12<sup>''</sup>/<sub>117</sub>.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                                                       | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                                 |                                 | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> / <sub>72434172</sub>     | Fehler                              |
|------------------------------------------|-------------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------|
|                                          |                                                       | $\mu$                              | $l'$                            | $l''$                           |                                                       |                                     |
| 130                                      | 0 <sup>h</sup> 14' 26 <sup>''</sup> / <sub>9320</sub> | 40 <sup>L</sup> / <sub>4</sub>     | 15 <sup>0</sup> / <sub>44</sub> | 16 <sup>0</sup> / <sub>27</sub> | 0 <sup>h</sup> 14' 36 <sup>''</sup> / <sub>9384</sub> | + 0 <sup>''</sup> / <sub>0064</sub> |
| 630                                      | 28 59, 1186                                           | 29, 9                              |                                 |                                 | 28 59, 1182                                           | — 0, 0004                           |
| 1130                                     | 43 21, 2988                                           | 22, 5                              | 15, 75                          | 16, 51                          | 43 21, 2942                                           | — 0, 0046                           |
| 1630                                     | 57 43, 4719                                           | 17, 8                              |                                 |                                 | 57 43, 4685                                           | — 0, 0034                           |
| 2130                                     | 1 12 5, 6396                                          | 13, 9                              | 15, 83                          | 16, 56                          | 1 12 5, 6416                                          | + 0, 0020                           |
| 100                                      | 21 28, 4246                                           | 40, 8                              | 15, 83                          | 16, 59                          | 21 28, 4214                                           | — 0, 0032                           |
| 600                                      | 35 50, 6059                                           | 30, 4                              |                                 |                                 | 35 50, 6029                                           | — 0, 0030                           |
| 1100                                     | 50 12, 7789                                           | 23, 1                              | 15, 91                          | 16, 63                          | 50 12, 7802                                           | + 0, 0013                           |
| 1600                                     | 2 4 34, 9477                                          | 17, 9                              |                                 |                                 | 2 4 30, 9553                                          | + 0, 0076                           |
| 2100                                     | 18 57, 1323                                           | 13, 9                              | 16, 12                          | 16, 74                          | 18 57, 1296                                           | — 0, 0027                           |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                               | $e'$                            | $e''$                           | $e'''$                          | $l'$                            | $l''$                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| Anfang .....                                                                                               | 69 <sup>R</sup> / <sub>937</sub>                            | 15 <sup>0</sup> / <sub>27</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>67</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>89</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>37</sub> | 16 <sup>0</sup> / <sub>22</sub>  |
| Ende .....                                                                                                 | 69, 935                                                     | 15, 81                          | 16, 01                          | 16, 24                          | 16, 16                          | 16, 78                           |
| Mittel .....                                                                                               | 69, 936                                                     | 15, 54                          | 15, 84                          | 16, 065                         | 15, 765                         | 16, 50                           |
| Gemessene Länge .....                                                                                      | $F$ —                                                       |                                 |                                 |                                 |                                 | 6 <sup>L</sup> / <sub>2900</sub> |
| Temperatur von $F$ = 15 <sup>0</sup> / <sub>64</sub> .....                                                 | +                                                           |                                 |                                 |                                 |                                 | 0, 0864                          |
| Toise, Temperatur = 15, 97 .....                                                                           | 863, 9964                                                   |                                 |                                 |                                 |                                 |                                  |
| Elasticität des Fadens .....                                                                               | +                                                           |                                 |                                 |                                 |                                 | 0, 0041                          |
| Länge des Pendels .....                                                                                    | $= F$ +                                                     |                                 |                                 |                                 |                                 | 857, 7969                        |
| Schwingungszeit 1 <sup>''</sup> / <sub>72434172</sub> der Uhr = 1 <sup>''</sup> / <sub>7198745</sub> M. Z. |                                                             |                                 |                                 |                                 |                                 |                                  |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....                                                             | 1303 <sup>L</sup> / <sub>6654</sub> + 2, 9580 $\varepsilon$ |                                 |                                 |                                 |                                 |                                  |
| Reduction auf den leeren Raum. ....                                                                        | — 0, 2276 — 0, 0005 $\varepsilon$ — 0, 2256 $k$             |                                 |                                 |                                 |                                 |                                  |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                                                                     | + 0, 6417                                                   |                                 |                                 |                                 |                                 |                                  |
| — auf $F$ .....                                                                                            | — 857, 7969                                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |                                  |
| Resultat des Versuchs .....                                                                                | $F$ = 446, 2826 + 2, 9575 $\varepsilon$ — 0, 2256 $k$       |                                 |                                 |                                 |                                 |                                  |

Versuch II. a. Mai 29. 1<sup>b</sup> 9' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 333,<sup>L</sup>42. Gang der Uhr = + 12",028.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                             | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1",72496264     | Fehler    |
|------------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|-----------|
| $\mu$                                    |                             | $l'$                               | $l''$               |                     |                             |           |
| 100                                      | 0 <sup>b</sup> 10' 11",5094 | 41, <sup>L</sup> 5                 | 15, <sup>0</sup> 81 | 16, <sup>0</sup> 47 | 0 <sup>b</sup> 10' 11",5004 | — 0",0090 |
| 600                                      | 24 33,9882                  | 36,9                               |                     |                     | 24 33,9946                  | + 0,0064  |
| 1100                                     | 38 56,4817                  | 32,9                               | 15,70               | 16,33               | 38 56,4860                  | + 0,0043  |
| 1600                                     | 53 18,9731                  | 29,9                               |                     |                     | 53 18,9753                  | + 0,0022  |
| 2100                                     | 1 7 41,4652                 | 27,1                               | 15,66               | 16,31               | 1 7 41,4632                 | — 0,0020  |
| 2600                                     | 22 3,9477                   | 24,6                               |                     |                     | 22 3,9498                   | + 0,0021  |
| 3100                                     | 36 26,4403                  | 22,5                               | 15,64               | 16,24               | 36 26,4354                  | — 0,0049  |
| 3600                                     | 50 48,9183                  | 20,6                               |                     |                     | 50 48,9200                  | + 0,0017  |
| 4100                                     | 2 5 11,4046                 | 19,0                               | 15,49               | 16,15               | 2 5 11,4038                 | — 0,0008  |

## Messung der Länge des Pendels.

|              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|--------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang ..... | 60, <sup>n</sup> 798          | 16, <sup>0</sup> 01 | 16, <sup>0</sup> 40 | 16, <sup>0</sup> 44 | 15, <sup>0</sup> 83 | 16, <sup>0</sup> 50 |
| Ende .....   | 60,792                        | 15,81               | 16,01               | 16,14               | 16,49               | 16,22               |
| Mittel ..... | 60,795                        | 15,91               | 16,205              | 16,29               | 15,66               | 16,36               |

Gemessene Länge .....  $F$  — 5,<sup>L</sup>4079Temperatur von  $F$  = 16,<sup>0</sup>01 ..... + 0,0884

Toise, Temperatur = 16,26 ..... 863,9993

Elasticität des Fadens ..... + 0,0041

Länge des Pendels ..... =  $F$  + 858,6239

Schwingungszeit 1",72496264 der Uhr = 1",7204922 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... 1304,<sup>L</sup>6020 + 2,9602  $\varepsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... — 0,0755 — 0,0002  $\varepsilon$  — 0,0794  $k$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel .... + 0,2010

— auf  $F$  ..... — 858,6239Resultat des Versuchs .....  $F$  = 446,1036 + 2,9600  $\varepsilon$  — 0,0794  $k$

Versuch II. b. Mai 30. 9<sup>h</sup> 54' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 333,<sup>L</sup>14. Gang der Uhr = + 11'',992.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                   | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72495752 | Fehler     |
|------------------------------------------|-------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------------|------------|
|                                          |                   | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                          |            |
| 100                                      | 8'' 55' 27'',5084 | 41, <sup>L</sup> 8              | 14, <sup>0</sup> 92 | 15, <sup>0</sup> 61 | 8'' 55' 27'',5013        | — 0'',0071 |
| 600                                      | 9 9 49,9873       | 37,6                            |                     |                     | 9 9 49,9932              | + 0,0059   |
| 1100                                     | 24 12,4783        | 33,5                            | 14,91               | 15,61               | 24 12,4824               | + 0,0041   |
| 1600                                     | 38 34,9674        | 30,5                            |                     |                     | 38 34,9697               | + 0,0023   |
| 2100                                     | 52 57,4542        | 27,7                            | 14,86               | 15,61               | 52 57,4555               | + 0,0013   |
| 2600                                     | 10 7 19,9500      | 25,4                            |                     |                     | 10 7 19,9400             | — 0,0100   |
| 3100                                     | 21 42,4221        | 23,2                            | 14,81               | 15,59               | 21 42,4236               | + 0,0015   |
| 3600                                     | 36 4,9052         | 21,2                            |                     |                     | 36 4,9062                | + 0,0010   |
| 4100                                     | 50 27,3872        | 19,3                            | 14,80               | 15,55               | 50 27,3882               | + 0,0010   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels               | $e'$                                      | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                             | 60, <sup>R</sup> 675                        | 15, <sup>0</sup> 18                       | 15, <sup>0</sup> 37 | 15, <sup>0</sup> 50 | 14, <sup>0</sup> 92 | 15, <sup>0</sup> 61 |
| Ende .....                                               | 60,675                                      | 15,13                                     | 15,32               | 15,40               | 14,75               | 15,55               |
| Mittel .....                                             | 60,675                                      | 15,135                                    | 15,345              | 15,45               | 14,835              | 15,58               |
| Gemessene Länge .....                                    | $F = 5,L4571$                               |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 15,022$ .....                        | + 0,0840                                    |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 15,41 .....                          | 863,9907                                    |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                             | + 0,0041                                    |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F + 858,6217$                            |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit 1'',72495752 der Uhr = 1'',7204864 M. Z. |                                             |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....           | 1304, <sup>L</sup> 5932 + 2,9602 $\epsilon$ |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0,0757 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0795 $k$   |                                           |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                   | + 0,2010                                    |                                           |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                          | — 858,6217                                  |                                           |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F =$                                       | 446,0968 + 2,9600 $\epsilon$ — 0,0795 $k$ |                     |                     |                     |                     |

Versuch II. c. Mai 30. 0<sup>h</sup> 57' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 332,<sup>L</sup>72. Gang der Uhr = + 11'',926.

| Beobachtete Coincidenzen |                |           | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,00251295      | Fehler     |
|--------------------------|----------------|-----------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|------------|
| 0                        | 0 <sup>b</sup> | 2' 22'',5 | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               | 0 <sup>b</sup> 2' 22'',4991 | — 0'',0009 |
| 792                      |                | 15 36,5   | 13, <sup>L</sup> 15             | 13, <sup>0</sup> 56 | 14, <sup>0</sup> 00 | 15 36,5005                  | + 0,0005   |
| 1584                     |                | 28 50,5   | 12,5                            |                     |                     | 28 50,5009                  | + 0,0009   |
| 2376                     |                | 42 4,5    | 11,95                           | 13,62               | 13,94               | 42 4,5003                   | + 0,0002   |
| 3168                     |                | 55 18,5   | 11,1                            |                     |                     | 55 18,4985                  | — 0,0015   |
| 3962                     | 1              | 8 34,5    | 10,55                           | 13,64               | 14,00               | 1 8 34,5011                 | + 0,0011   |
| 4755                     |                | 21 49,5   | 10,0                            |                     |                     | 21 49,5004                  | + 0,0004   |
| 5548                     |                | 35 4,5    | 9,45                            | 13,70               | 14,00               | 35 4,4992                   | — 0,0008   |
| 6342                     |                | 48 20,5   | 8,9                             |                     |                     | 48 20,5001                  | + 0,0001   |
|                          |                |           | 8,5                             | 13,85               | 14,05               |                             |            |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                             | 61, <sup>R</sup> 6895                           | 13, <sup>0</sup> 85 | 13, <sup>0</sup> 89 | 14, <sup>0</sup> 12 | 13, <sup>0</sup> 56 | 14, <sup>0</sup> 00 |
| Ende .....                                               | 61,6825                                         | 13,98               | 13,99               | 14,22               | 13,85               | 14,00               |
| Mittel .....                                             | 61,686                                          | 13,915              | 13,94               | 14,17               | 13,705              | 14,00               |
| Gemessene Länge .....                                    | $F - 5,L5480$                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 13,093$ .....                        | + 0,0769                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                             | + 0,0014                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F - 5,4697$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit 1'',00251295 der Uhr = 0'',9999136 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....          | 440, <sup>L</sup> 6538 + 0,9998 $\varepsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0,0256 — 0,0001 $\varepsilon$ — 0,0269 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                  | — 0,0557                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                          | + 5,4697                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F = 446,0422 + 0,9997 \varepsilon - 0,0269 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |



Versuch II. d. Mai 31. 10<sup>h</sup> 2' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 334<sup>L</sup>71. Gang der Uhr = + 11",893.

| Beobachtete Coincidenzen |                         | Schwingungsweite und Temperatur |                    |                    | Rechnung<br>1",00251909    | Fehler    |
|--------------------------|-------------------------|---------------------------------|--------------------|--------------------|----------------------------|-----------|
|                          |                         | $\mu$                           | $l'$               | $l''$              |                            |           |
| 0                        | 9 <sup>b</sup> 7' 54",5 | 13 <sup>L</sup> 0               | 14 <sup>0</sup> 70 | 14 <sup>0</sup> 94 | 9 <sup>b</sup> 7' 54",5006 | + 0",0006 |
| 790                      | 21 6,5                  | 12,25                           |                    |                    | 21 6,5019                  | + 0,0019  |
| 1578                     | 34 16,5                 | 11,55                           | 14,70              | 15,00              | 34 16,4976                 | — 0,0024  |
| 2369                     | 47 29,5                 | 11,05                           |                    |                    | 47 29,4994                 | — 0,0006  |
| 3160                     | 10 0 42,5               | 10,3                            | 14,70              | 15,00              | 10 0 42,5003               | + 0,0003  |
| 3951                     | 13 55,5                 | 9,75                            |                    |                    | 13 55,5001                 | + 0,0001  |
| 4742                     | 27 8,5                  | 9,2                             | 14,70              | 15,05              | 27 8,4992                  | — 0,0008  |
| 5534                     | 40 22,5                 | 8,8                             |                    |                    | 40 22,5003                 | + 0,0003  |
| 6326                     | 53 36,5                 | 8,2                             | 14,70              | 15,05              | 53 36,5008                 | + 0,0008  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                        | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l''$              |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Anfang .....                                           | 61 <sup>R</sup> 6395                            | 14 <sup>0</sup> 41 | 14 <sup>0</sup> 53 | 14 <sup>0</sup> 61 | 14 <sup>0</sup> 58 | 14 <sup>0</sup> 88 |
| Ende .....                                             | 61,6375                                         | 14,51              | 14,73              | 14,76              | 14,70              | 15,05              |
| Mittel .....                                           | 61,6385                                         | 14,46              | 14,63              | 14,685             | 14,64              | 14,965             |
| Gemessene Länge .....                                  | $F = 5,5138$                                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| Temperatur von $F = 14^0,52$ .....                     | + 0,0801                                        |                    |                    |                    |                    |                    |
| Elasticität des Fadens .....                           | + 0,0014                                        |                    |                    |                    |                    |                    |
| Länge des Pendels .....                                | $= F = 5,4623$                                  |                    |                    |                    |                    |                    |
| Schwingungszeit 1",00251909 der Uhr = 0",9999194 M. Z. |                                                 |                    |                    |                    |                    |                    |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....        | 440 <sup>L</sup> 6590 + 0,9998 $\varepsilon$    |                    |                    |                    |                    |                    |
| Reduction auf den leeren Raum .....                    | — 0,0257 — 0,0001 $\varepsilon$ — 0,0270 $k'$   |                    |                    |                    |                    |                    |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                | — 0,0557                                        |                    |                    |                    |                    |                    |
| — auf $F$ .....                                        | + 5,4623                                        |                    |                    |                    |                    |                    |
| Resultat des Versuchs .....                            | $F = 446,0399 + 0,9997 \varepsilon - 0,0270 k'$ |                    |                    |                    |                    |                    |

Versuch II. c. Mai 31. 1<sup>h</sup> 53' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 336<sup>L</sup>,45. Gang der Uhr = + 11'',828.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                            | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,724947       | Fehler    |
|------------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------------|-----------|
|                                          |                            | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                            |           |
| 120                                      | 0 <sup>h</sup> 54' 3",0097 | 39 <sup>L</sup> ,2                 | 13 <sup>0</sup> ,56 | 14 <sup>0</sup> ,00 | 0 <sup>h</sup> 54' 3",0152 | + 0",0055 |
| 620                                      | 1 8 25,4975                | 35,6                               |                     |                     | 1 8 25,5013                | + 0,0038  |
| 1120                                     | 22 47,9940                 | 32,4                               | 13,56               | 14,00               | 22 47,9854                 | — 0,0086  |
| 1620                                     | 37 10,4702                 | 29,4                               |                     |                     | 37 10,4680                 | — 0,0022  |
| 2120                                     | 51 32,9535                 | 26,6                               | 13,56               | 14,00               | 51 32,9491                 | — 0,0044  |
| 2620                                     | 2 5 55,4247                | 24,3                               |                     |                     | 2 5 55,4291                | + 0,0044  |
| 3120                                     | 20 17,9095                 | 22,3                               | 13,56               | 14,00               | 20 17,9083                 | — 0,0012  |
| 3620                                     | 34 40,3876                 | 20,5                               |                     |                     | 34 40,3867                 | — 0,0009  |
| 4120                                     | 49 2,8609                  | 18,7                               | 13,56               | 14,00               | 49 2,8645                  | + 0,0036  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                      | 60 <sup>n</sup> ,752          | 13 <sup>0</sup> ,57 | 13 <sup>0</sup> ,80 | 13 <sup>0</sup> ,93 | 13 <sup>0</sup> ,56 | 14 <sup>0</sup> ,00 |
| Ende .....                        | 60,742                        | 13,66               | 13,84               | 14,07               | 13,56               | 14,00               |
| Mittel .....                      | 60,747                        | 13,615              | 13,82               | 14,00               | 13,56               | 14,00               |
| Gemessene Länge .....             | $F - 5L,4636$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 130,69$ ..... | + 0,0756                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 13,93 .....   | 863,9758                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0,0041                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....           | $= F + 858,5919$              |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit = 1'',724947 der Uhr = 1'',7204751 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... 1304<sup>L</sup>,5760 + 2,9601  $\epsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... — 0,0768 — 0,0002  $\epsilon$  — 0,0807  $k$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel .... + 0,2010

— auf  $F$  ..... — 858,5919Resultat des Versuchs .....  $F = 446,1083 + 2,9599 \epsilon - 0,0807 k$

Versuch II. *f.* Juni 1. 9<sup>h</sup> 33' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 337<sup>L</sup>,15. Gang der Uhr = + 11<sup>''</sup>,797.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                |              | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,72495226      | Fehler     |
|------------------------------------------|----------------|--------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|------------|
|                                          |                |              | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                             |            |
| 120                                      | 8 <sup>h</sup> | 34' 6'',9828 | 40 <sup>L</sup> ,3              | 13 <sup>0</sup> ,56 | 13 <sup>0</sup> ,89 | 8 <sup>h</sup> 34' 6'',9865 | + 0'',0037 |
| 620                                      |                | 48 29,4751   | 36,1                            |                     |                     | 48 29,4745                  | — 0,0006   |
| 1120                                     | 9              | 2 52,9598    | 32,7                            | 13,61               | 13,93               | 9 2 52,9603                 | + 0,0005   |
| 1620                                     |                | 17 14,4546   | 30,0                            |                     |                     | 17 14,4446                  | — 0,0100   |
| 2120                                     |                | 31 36,9245   | 27,1                            | 13,57               | 13,94               | 31 36,9274                  | + 0,0029   |
| 2620                                     |                | 45 59,4095   | 24,7                            |                     |                     | 45 59,4090                  | — 0,0005   |
| 3120                                     | 10             | 0 21,8875    | 22,6                            | 13,56               | 13,94               | 10 0 21,8898                | + 0,0023   |
| 3620                                     |                | 14 44,3628   | 20,7                            |                     |                     | 14 44,3699                  | + 0,0071   |
| 4120                                     |                | 29 6,8546    | 18,9                            | 13,56               | 13,94               | 29 6,8492                   | — 0,0054   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                    | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                  | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang . . . . .                                                                   | 60 <sup>n</sup> ,774                           | 13 <sup>0</sup> ,66 | 13 <sup>0</sup> ,75 | 13 <sup>0</sup> ,93 | 13 <sup>0</sup> ,56 | 13 <sup>0</sup> ,89 |
| Ende . . . . .                                                                     | 60,783                                         | 13,71               | 13,75               | 13,93               | 13,56               | 13,94               |
| Mittel . . . . .                                                                   | 60,7785                                        | 13,685              | 13,75               | 13,93               | 13,56               | 13,915              |
| Gemessene Länge . . . . .                                                          | $F = 5L,4664$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 130,71$ . . . . .                                              | + 0,0757                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 13,86 . . . . .                                                | + 863,9751                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens . . . . .                                                   | + 0,0041                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels . . . . .                                                        | $= F + 858,5885$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit 1 <sup>''</sup> ,72495226 der Uhr = 1 <sup>''</sup> ,7204772 M. Z. |                                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . .                                  | 1304 <sup>L</sup> ,5792 + 2,9602 $\varepsilon$ |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum . . . . .                                            | — 0,0769 — 0,0002 $\varepsilon$ — 0,0808 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel . . . .                                          | + 0,2010                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ . . . . .                                                                | — 858,5885                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs . . . . .                                                    | $F = 446,1148 + 2,9600 \varepsilon - 0,0808 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch II. *a*. Juni 1. 1<sup>h</sup> 32' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 338,<sup>L</sup>06. Gang der Uhr = + 11,"731.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                             | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,"72425958     | Fehler    |
|------------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|-----------|
| $\mu$                                    | $l'$                        | $l''$                           |                     |                     |                             |           |
| 110                                      | 0 <sup>h</sup> 27' 58,"6697 | 38, <sup>L</sup> 0              | 12, <sup>0</sup> 51 | 12, <sup>0</sup> 91 | 0 <sup>h</sup> 27' 58,"6635 | — 0,"0062 |
| 610                                      | 42 20, 8029                 | 28, 4                           |                     |                     | 42 20, 8013                 | — 0, 0016 |
| 1110                                     | 56 42, 9317                 | 21, 7                           | 12, 55              | 12, 95              | 56 42, 9354                 | + 0, 0037 |
| 1610                                     | 1 11 4, 0630                | 16, 8                           |                     |                     | 1 11 4, 0675                | + 0, 0045 |
| 2110                                     | 25 27, 1992                 | 13, 0                           | 12, 65              | 13, 06              | 25 27, 1987                 | — 0, 0005 |
| 120                                      | 34 2, 9321                  | 37, 9                           | 12, 79              | 13, 14              | 34 2, 9346                  | + 0, 0025 |
| 620                                      | 48 25, 0713                 | 28, 4                           |                     |                     | 48 25, 0737                 | + 0, 0024 |
| 1120                                     | 2 2 47, 2099                | 21, 5                           | 12, 93              | 13, 29              | 2 2 47, 2093                | — 0, 0006 |
| 1620                                     | 17 9, 3413                  | 16, 8                           |                     |                     | 17 9, 3430                  | + 0, 0017 |
| 2120                                     | 31 31, 4815                 | 13, 0                           | 12, 99              | 13, 37              | 31 31, 4756                 | — 0, 0059 |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                        | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                    | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang . . . . .                                       | 71, <sup>L</sup> 067                             | 12, <sup>0</sup> 83 | 12, <sup>0</sup> 77 | 12, <sup>0</sup> 97 | 12, <sup>0</sup> 43 | 12, <sup>0</sup> 91  |
| Ende . . . . .                                         | 71, 022                                          | 13, 02              | 12, 90              | 13, 12              | 13, 00              | 13, 39               |
| Mittel . . . . .                                       | 71, 045                                          | 12, 85              | 12, 865             | 13, 045             | 12, 715             | 13, 15               |
| Gemessene Länge . . . . .                              | $F$ —                                            |                     |                     |                     |                     | 6, <sup>L</sup> 3897 |
| Temperatur von $F = 12, 90$ . . . . .                  | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 0712              |
| Toise, Temperatur = 12, 97 . . . . .                   | +                                                |                     |                     |                     |                     | 863, 9661            |
| Elasticität des Fadens . . . . .                       | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 0041              |
| Länge des Pendels . . . . .                            | $= F$ +                                          |                     |                     |                     |                     | 857, 6517            |
| Schwingungszeit 1,"72425958 der Uhr = 1,"7197851 M. Z. |                                                  |                     |                     |                     |                     |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . . .    | 1303, <sup>L</sup> 5298 + 2,9577 $\epsilon$      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Reduction auf den leeren Raum . . . . .                | — 0, 2319 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2298 $k$       |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel . . . . .            | + 0, 6415                                        |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf $F$ . . . . .                                    | — 857, 6517                                      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Resultat des Versuchs . . . . .                        | $F =$ 446, 2877 + 2,9572 $\epsilon$ — 0,2298 $k$ |                     |                     |                     |                     |                      |

Versuch II. *b'*. Juni 2. 10<sup>h</sup> 7' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 338,<sup>L</sup>43. Gang der Uhr = + 11'',636.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                |    |           | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,72427471      | Fehler     |
|------------------------------------------|----------------|----|-----------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|------------|
|                                          |                |    |           | $\mu$                           | $l'$                | $l'''$              |                             |            |
| 100                                      | 9 <sup>h</sup> | 3' | 32'',4413 | 40 <sup>L</sup> ,2              | 14 <sup>0</sup> ,36 | 15 <sup>0</sup> ,13 | 9 <sup>h</sup> 3' 32'',4506 | + 0'',0093 |
| 600                                      |                | 17 | 54,6039   | 30,0                            |                     |                     | 17 54,5973                  | — 0,0066   |
| 1100                                     |                | 32 | 16,7432   | 22,9                            | 14,61               | 15,22               | 32 16,7402                  | — 0,0030   |
| 1600                                     |                | 46 | 38,8847   | 17,6                            |                     |                     | 46 38,8809                  | — 0,0038   |
| 2100                                     | 10             | 1  | 1,0165    | 13,9                            | 14,70               | 15,26               | 10 1 1,0206                 | + 0,0041   |
| 110                                      |                | 9  | 23,6908   | 40,0                            | 14,70               | 15,31               | 9 23,6958                   | + 0,0050   |
| 610                                      |                | 23 | 45,8478   | 29,6                            |                     |                     | 23 45,8434                  | — 0,0044   |
| 1110                                     |                | 38 | 7,9914    | 22,5                            | 14,71               | 15,44               | 38 7,9870                   | — 0,0044   |
| 1610                                     |                | 52 | 30,1338   | 17,3                            |                     |                     | 52 30,1283                  | — 0,0055   |
| 2110                                     | 11             | 6  | 52,2592   | 13,6                            | 14,77               | 15,46               | 11 6 52,2685                | + 0,0093   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                      | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang .....                                             | 71, <sup>n</sup> 093                               | 14, <sup>0</sup> 03 | 14, <sup>0</sup> 28 | 14, <sup>0</sup> 42 | 14, <sup>0</sup> 30 | 15, <sup>0</sup> 11  |
| Ende .....                                               | 71,015                                             | 14,41               | 14,63               | 14,71               | 14,81               | 15,47                |
| Mittel .....                                             | 71,009                                             | 14,22               | 14,455              | 14,565              | 14,555              | 15,29                |
| Gemessene Länge .....                                    | $F$ —                                              |                     |                     |                     |                     | 6, <sup>L</sup> 3865 |
| Temperatur von $F = 14,030$ .....                        | +                                                  |                     |                     |                     |                     | 0,0790               |
| Toise, Temperatur = 14,52 .....                          | 863,9818                                           |                     |                     |                     |                     |                      |
| Elasticität des Fadens .....                             | +                                                  |                     |                     |                     |                     | 0,0041               |
| Länge des Pendels .....                                  | $F$ +                                              |                     |                     |                     |                     | 857,6784             |
| Schwingungszeit 1'',72427471 der Uhr = 1'',7197983 M. Z. |                                                    |                     |                     |                     |                     |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....           | 1303, <sup>L</sup> 5499 + 2,9578 $\varepsilon$     |                     |                     |                     |                     |                      |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0,2306 — 0,0005 $\varepsilon$ — 0,2285 $k$       |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                   | + 0,6415                                           |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf $F$ .....                                          | — 857,6784                                         |                     |                     |                     |                     |                      |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F =$ 446,2824 + 2,9573 $\varepsilon$ — 0,2285 $k$ |                     |                     |                     |                     |                      |



Versuch II. c'. Juni 2. 1<sup>h</sup> 8' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 338,<sup>L</sup>65. Gang der Uhr = + 11'',369.

| Beobachtete Coincidenzen |                           | Schwingsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',00223562     | Fehler     |
|--------------------------|---------------------------|------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|------------|
|                          |                           | $\mu$                        | $l'$                | $l''$               |                              |            |
| 0                        | 0 <sup>h</sup> 20' 51'',5 | 13, <sup>L</sup> 3           | 13, <sup>0</sup> 62 | 14, <sup>0</sup> 06 | 0 <sup>h</sup> 20' 51'',4993 | — 0'',0007 |
| 882                      | 35 35,5                   | 10,95                        |                     |                     | 35 35,4992                   | — 0,0008   |
| 1766                     | 50 21,5                   | 9,05                         | 13,79               | 14,22               | 50 21,5004                   | + 0,0004   |
| 2651                     | 1 5 8,5                   | 7,55                         |                     |                     | 1 5 8,5017                   | + 0,0017   |
| 3536                     | 19 55,5                   | 6,3                          | 13,91               | 14,33               | 19 55,5016                   | + 0,0016   |
| 4420                     | 34 41,5                   | 5,3                          |                     |                     | 34 41,4985                   | — 0,0015   |
| 5306                     | 49 29,5                   | 4,5                          | 14,02               | 14,44               | 49 29,4994                   | — 0,0006   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                      | 65, <sup>R</sup> 1415         | 13, <sup>0</sup> 75 | 13, <sup>0</sup> 99 | 14, <sup>0</sup> 17 | 13, <sup>0</sup> 56 | 14, <sup>0</sup> 00 |
| Ende .....                        | 65,1245                       | 14,03               | 14,14               | 14,32               | 14,19               | 14,61               |
| Mittel .....                      | 65,133                        | 13,89               | 14,065              | 14,245              | 13,875              | 14,305              |
| Gemessene Länge .....             | $F = 5,L8581$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 13,045$ ..... | + 0,0770                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0,0014                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....           | $= F = 5,7797$                |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit 1'',00223562 der Uhr = 0'',9996506 M. Z.

|                                                 |                                                 |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... | 440, <sup>L</sup> 4221 + 0,9993 $\varepsilon$   |
| Reduction auf den leeren Raum .....             | — 0,0782 — 0,0001 $\varepsilon$ — 0,0775 $k'$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....         | — 0,0485                                        |
| — auf $F$ .....                                 | + 5,7797                                        |
| Resultat des Versuchs .....                     | $F = 446,0751 + 0,9992 \varepsilon - 0,0775 k'$ |

Versuch II. *d'*. Juni 3. 9<sup>b</sup> 18' St. Z.Fühlhebel links. Barometer =  $337^L 64$ . Gang der Uhr =  $+ 11'' 481$ .

| Beobachtete Coincidenzen |                  | Schwingungsweite und Temperatur |           |           | Rechnung<br>$1'' 00226600$ | Fehler       |
|--------------------------|------------------|---------------------------------|-----------|-----------|----------------------------|--------------|
|                          |                  | $\mu$                           | $l'$      | $l''$     |                            |              |
| 0                        | $8^b 31' 28'' 5$ | $13^L 3$                        | $15^0 83$ | $16^0 44$ | $8^b 31' 28'' 4984$        | $- 0'' 0016$ |
| 879                      | 46 9, 5          | 11, 1                           |           |           | 46 9, 5010                 | $+ 0, 0010$  |
| 1758                     | 9 0 50, 5        | 9, 15                           | $15, 94$  | $16, 55$  | 9 0 50, 5000               | $0, 0000$    |
| 2639                     | 15 33, 5         | 7, 8                            |           |           | 15 33, 5017                | $+ 0, 0017$  |
| 3519                     | 30 15, 5         | 6, 2                            | $16, 23$  | $16, 78$  | 30 15, 4999                | $- 0, 0001$  |
| 4400                     | 44 58, 5         | $5, 4$                          |           |           | 44 58, 4997                | $- 0, 0003$  |
| 5281                     | 59 41, 5         | $4, 45$                         | $16, 39$  | $17, 00$  | 59 41, 4993                | $- 0, 0007$  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                    | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$      | $e''$     | $e'''$    | $l'$      | $l''$     |
|------------------------------------|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Anfang .....                       | $65^R 124$                    | $15^0 23$ | $15^0 52$ | $15^0 99$ | $15^0 83$ | $16^0 27$ |
| Ende .....                         | 65, 205                       | 15, 91    | 16, 21    | 16, 78    | 16, 39    | 17, 05    |
| Mittel .....                       | 65, 122                       | 15, 57    | 15, 865   | 16, 385   | 16, 11    | 16, 66    |
| Gemessene Länge .....              | $F - 5^L 8571$                |           |           |           |           |           |
| Temperatur von $F = 15^L 67$ ..... | $+ 0, 0865$                   |           |           |           |           |           |
| Elasticität des Fadens .....       | $+ 0, 0014$                   |           |           |           |           |           |
| Länge des Pendels .....            | $= F - 5, 7692$               |           |           |           |           |           |

Schwingungszeit  $1'' 00226600$  der Uhr =  $0'' 9996622$  M. Z.Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....  $440^L 4323 + 0, 9993 \varepsilon$ Reduction auf den leeren Raum .....  $- 0, 0773 - 0, 0001 \varepsilon - 0, 0766 k'$ — auf das zusammengesetzte Pendel .....  $- 0, 0485$ — auf  $F$  .....  $+ 5, 7692$ Resultat des Versuchs .....  $F = 446, 0757 + 0, 9992 \varepsilon - 0, 0766 k'$

Versuch II. *e'*. Juni 3. 1<sup>h</sup> 28' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 337,<sup>L</sup>26. Gang der Uhr = + 11'', 823.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72429836                    | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    |                               | $\mu$                           | $l'$                | $l'''$              |                                             |             |
| 130                                      | 0 <sup>h</sup> 22' 23'', 1566 | 40, <sup>L</sup> 0              | 16, <sup>0</sup> 21 | 17, <sup>0</sup> 03 | 0 <sup>h</sup> 22' 23'', 157 <sup>L</sup> 4 | + 0'', 0008 |
| 630                                      | 36 45, 3155                   | 29, 7                           |                     |                     | 36 45, 3151                                 | — 0, 0004   |
| 1130                                     | 51 7, 472 <sup>L</sup> 4      | 22, 4                           | 16, 40              | 17, 19              | 51 7, 4688                                  | — 0, 0036   |
| 1630                                     | 1 5 29, 6166                  | 16, 7                           |                     |                     | 1 5 29, 6205                                | + 0, 0039   |
| 2130                                     | 19 51, 7716                   | 13, 2                           | 16, 45              | 17, 28              | 19 51, 7710                                 | — 0, 0006   |
| 150                                      | 30 56, 6369                   | 39, 1                           | 16, 49              | 17, 32              | 30 56, 6368                                 | — 0, 0001   |
| 650                                      | 45 18, 7961                   | 29, 6                           |                     |                     | 45 18, 7956                                 | — 0, 0005   |
| 1150                                     | 59 40, 9461                   | 22, 3                           | 16, 68              | 17, 55              | 59 40, 9507                                 | + 0, 0046   |
| 1650                                     | 2 14 3, 1100                  | 17, 2                           |                     |                     | 2 14 3, 1040                                | — 0, 0060   |
| 2150                                     | 28 25, 2544                   | 13, 4                           | 16, 83              | 17, 70              | 28 25, 2564                                 | + 0, 0020   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                               | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l'''$              |
|-----------------------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                  | 74, <sup>R</sup> 018          | 16, <sup>0</sup> 16 | 16, <sup>0</sup> 50 | 16, <sup>0</sup> 88 | 16, <sup>0</sup> 16 | 17, <sup>0</sup> 00 |
| Ende .....                                    | 70, 971                       | 16, 46              | 16, 79              | 17, 08              | 16, 90              | 17, 78              |
| Mittel .....                                  | 70, 9945                      | 16, 31              | 16, 645             | 16, 98              | 16, 53              | 17, 39              |
| Gemessene Länge .....                         | $F = 6,L3852$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 16,044$ .....             | + 0, 0908                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 16, <sup>0</sup> 84 ..... | 864, 0051                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                  | + 0, 0041                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                       | $= F + 857, 7148$             |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit 1'',72429836 der Uhr = 1'',7198255 M. Z.

|                                                |                                              |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1303, <sup>L</sup> 5911 + 2,9579 $\epsilon$  |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0, 2282 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2262 $k$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0, 6415                                    |
| — auf $F$ .....                                | — 857, 7148                                  |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 446, 2896 + 2,9574 \epsilon - 0,2262 k$ |

Versuch II. *f*. Juni 4. 1<sup>h</sup> 31' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 337,<sup>L</sup>47. Gang der Uhr = + 11,<sup>''</sup>996.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                                          | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1, <sup>''</sup> 72430038    | Fehler                  |
|------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------------------|-------------------------|
| $\mu$                                    | $l'$                                     | $l''$                              |                     |                     |                                          |                         |
| 110                                      | 0 <sup>h</sup> 25' 40 <sup>''</sup> 6852 | 40, <sup>L</sup> 5                 | 17, <sup>0</sup> 09 | 18, <sup>0</sup> 25 | 0 <sup>h</sup> 25' 46 <sup>''</sup> 6845 | — 0, <sup>''</sup> 0007 |
| 610                                      | 40 2,8415                                | 30,4                               |                     |                     | 40 2,8437                                | + 0,0022                |
| 1110                                     | 54 24,9967                               | 23,1                               | 17,38               | 18,36               | 54 24,9990                               | + 0,0023                |
| 1610                                     | 1 8 47,1595                              | 17,6                               |                     |                     | 1 8 47,1522                              | — 0,0073                |
| 2110                                     | 23 9,3005                                | 13,7                               | 17,45               | 18,43               | 23 9,3041                                | + 0,0036                |
| 120                                      | 32 52,9195                               | 40,4                               | 17,49               | 18,47               | 32 52,9215                               | + 0,0020                |
| 620                                      | 47 15,0865                               | 30,3                               |                     |                     | 47 15,0821                               | — 0,0044                |
| 1120                                     | 2 1 37,2373                              | 22,7                               | 17,60               | 18,67               | 2 1 37,2387                              | + 0,0014                |
| 1620                                     | 15 59,3914                               | 17,5                               |                     |                     | 15 59,3931                               | + 0,0017                |
| 2120                                     | 30 21,5472                               | 13,7                               | 17,77               | 18,77               | 30 21,5466                               | — 0,0006                |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                    | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                  |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------------|
| Anfang .....                                                                       | 71, <sup>n</sup> 033                            | 17, <sup>0</sup> 35 | 17, <sup>0</sup> 78 | 18, <sup>0</sup> 18 | 17, <sup>0</sup> 01 | 18, <sup>0</sup> 22    |
| Ende .....                                                                         | 70,980                                          | 17,55               | 17,93               | 18,33               | 17,80               | 18,83                  |
| Mittel .....                                                                       | 71,0065                                         | 17,45               | 17,855              | 18,255              | 17,405              | 18,525                 |
| Gemessene Länge .....                                                              | $F$                                             |                     |                     |                     |                     | — 6, <sup>L</sup> 3863 |
| Temperatur von $F$ = 17, <sup>0</sup> 59 .....                                     |                                                 |                     |                     |                     |                     | + 0,0971               |
| Toise, Temperatur = 18, <sup>0</sup> 9 .....                                       |                                                 |                     |                     |                     |                     | 864,0177               |
| Elasticität des Fadens .....                                                       |                                                 |                     |                     |                     |                     | + 0,0041               |
| Länge des Pendels .....                                                            |                                                 |                     |                     |                     |                     | = $F$ + 857,7326       |
| Schwingungszeit 1, <sup>''</sup> 72430038 der Uhr = 1, <sup>''</sup> 7198310 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                        |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....                                     | 1303, <sup>L</sup> 5994 + 2,9579 $\epsilon$     |                     |                     |                     |                     |                        |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                                | — 0,2276 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2256 $k$       |                     |                     |                     |                     |                        |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                                             | + 0,6415                                        |                     |                     |                     |                     |                        |
| — auf $F$ .....                                                                    | — 857,7326                                      |                     |                     |                     |                     |                        |
| Resultat des Versuchs * .....                                                      | $F$ = 446,2807 + 2,9574 $\epsilon$ — 0,2256 $k$ |                     |                     |                     |                     |                        |

Versuch III. a. Juni 5. 2<sup>h</sup> 3' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 339<sup>L</sup>/<sub>30</sub>. Gang der Uhr = + 12<sup>''</sup>/<sub>044</sub>.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                |    |      | Schwingsweite und<br>Temperatur |       |        | Rechnung<br>1'', 72513960 | Fehler                      |             |
|------------------------------------------|----------------|----|------|---------------------------------|-------|--------|---------------------------|-----------------------------|-------------|
|                                          | 1 <sup>h</sup> | 2' | 55'' | 5322                            | $\mu$ | $l'$   | $l'''$                    | 1 <sup>h</sup> 2' 55'' 5361 |             |
| 140                                      |                |    |      |                                 | 42, 7 | 18, 05 | 19, 04                    |                             | + 0'', 0039 |
| 640                                      |                | 17 | 18,  | 1187                            | 38, 1 |        |                           | 17 18, 1180                 | — 0, 0007   |
| 1140                                     |                | 31 | 40,  | 7024                            | 34, 6 | 18, 12 | 19, 18                    | 31 30, 6975                 | — 0, 0049   |
| 1640                                     |                | 46 | 3,   | 2735                            | 31, 4 |        |                           | 46 3, 2753                  | + 0, 0018   |
| 2140                                     | 2              | 0  | 25,  | 8552                            | 28, 3 | 18, 25 | 19, 27                    | 2 0 25, 8519                | — 0, 0033   |
| 2640                                     |                | 14 | 48,  | 4274                            | 25, 9 |        |                           | 14 48, 4275                 | + 0, 0001   |
| 3140                                     |                | 29 | 10,  | 9979                            | 23, 6 | 18, 43 | 19, 45                    | 29 11, 0025                 | + 0, 0046   |
| 3640                                     |                | 43 | 33,  | 5797                            | 21, 6 |        |                           | 43 33, 5771                 | — 0, 0026   |
| 4140                                     |                | 57 | 56,  | 1503                            | 19, 9 | 18, 60 | 19, 62                    | 57 56, 1515                 | + 0, 0012   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                               | $e'$                            | $e''$                           | $e'''$                          | $l'$                            | $l'''$                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Anfang .....                                                                                               | 57 <sup>n</sup> / <sub>899</sub>                            | 18 <sup>0</sup> / <sub>00</sub> | 18 <sup>0</sup> / <sub>58</sub> | 18 <sup>0</sup> / <sub>98</sub> | 18 <sup>0</sup> / <sub>03</sub> | 19 <sup>0</sup> / <sub>00</sub> |
| Ende .....                                                                                                 | 57, 844                                                     | 18, 34                          | 18, 83                          | 19, 13                          | 18, 65                          | 19, 67                          |
| Mittel .....                                                                                               | 57, 8715                                                    | 18, 17                          | 18, 705                         | 19, 055                         | 18, 34                          | 19, 335                         |
| Gemessene Länge .....                                                                                      | $F - 5L/2050$                                               |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Temperatur von $F = 180/35$ .....                                                                          | + 0, 1013                                                   |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Toise, Temperatur = 18, 90 .....                                                                           | 864, 0259                                                   |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Elasticität des Fadens .....                                                                               | + 0, 0044                                                   |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Länge des Pendels .....                                                                                    | $= F + 858, 9263$                                           |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Schwingungszeit 1 <sup>''</sup> / <sub>72513960</sub> der Uhr = 1 <sup>''</sup> / <sub>7206691</sub> M. Z. |                                                             |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....                                                             | 1304 <sup>L</sup> / <sub>8703</sub> + 2, 9608 $\varepsilon$ |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                                                        | — 0, 0761 — 0, 0002 $\varepsilon$ — 0, 0800 $k$             |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                                                                     | + 0, 2067                                                   |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| — auf $F$ .....                                                                                            | — 858, 9263                                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Resultat des Versuchs .....                                                                                | $F = 416, 0746 + 2, 9606 \varepsilon - 0, 0800 k$           |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |



Versuch III. 6. Juni 7. 1<sup>b</sup> 49' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 339,<sup>L</sup>64. Gang der Uhr = + 12'', 133.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72516254      | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    |                               | $l'$                               | $l''$               |                     |                               |             |
| 140                                      | 0 <sup>b</sup> 47' 54'', 5303 | 42, <sup>L</sup> 5                 | 19, <sup>0</sup> 80 | 21, <sup>0</sup> 01 | 0 <sup>b</sup> 47' 54'', 5333 | + 0'', 0030 |
| 640                                      | 1 2 17, 1227                  | 37, 9                              |                     |                     | 1 2 17, 1261                  | + 0, 0034   |
| 1140                                     | 16 39, 7205                   | 34, 0                              | 19, 94              | 21, 10              | 16 39, 7165                   | — 0, 0040   |
| 1640                                     | 31 2, 3083                    | 31, 1                              |                     |                     | 31 2, 3054                    | — 0, 0029   |
| 2140                                     | 45 24, 8949                   | 28, 1                              | 20, 17              | 21, 26              | 45 24, 8931                   | — 0, 0018   |
| 2640                                     | 59 47, 4776                   | 25, 5                              |                     |                     | 59 47, 4801                   | + 0, 0025   |
| 3140                                     | 2 14 10, 0713                 | 23, 5                              | 20, 42              | 21, 41              | 2 14 10, 0666                 | — 0, 0047   |
| 3640                                     | 28 32, 6513                   | 21, 5                              |                     |                     | 28 32, 6528                   | + 0, 0015   |
| 4140                                     | 42 55, 2357                   | 19, 4                              | 20, 62              | 21, 63              | 42 55, 2387                   | + 0, 0030   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                    | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang .....                                             | 57, <sup>n</sup> 871                             | 19, <sup>0</sup> 83 | 20, <sup>0</sup> 52 | 20, <sup>0</sup> 88 | 19, <sup>0</sup> 78 | 21, <sup>0</sup> 00  |
| Ende .....                                               | 57, 813                                          | 20, 23              | 20, 72              | 21, 08              | 20, 62              | 21, 78               |
| Mittel .....                                             | 57, 842                                          | 20,055              | 20, 62              | 20, 98              | 20, 20              | 21, 39               |
| Gemessene Länge .....                                    | $F$ —                                            |                     |                     |                     |                     | 5, <sup>L</sup> 2023 |
| Temperatur von $F = 20,025$ .....                        | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 1118              |
| Toise, Temperatur = 20, 82 .....                         |                                                  |                     |                     |                     |                     | 864, 0453            |
| Elasticität des Fadens .....                             | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 0041              |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F$ +                                          |                     |                     |                     |                     | 858, 9589            |
| Schwingungszeit 1'',72516254 der Uhr = 1'',7206937 M. Z. |                                                  |                     |                     |                     |                     |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....           | 1304, <sup>L</sup> 9076 + 2,9609 $\epsilon$      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0, 0757 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0796 $k$       |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                   | + 0, 2067                                        |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf $F$ .....                                          | — 858, 9589                                      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F =$ 446, 0797 + 2,9607 $\epsilon$ — 0,0796 $k$ |                     |                     |                     |                     |                      |

Versuch III. c. Juni 8. 10<sup>h</sup> 36' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 338,<sup>L</sup>63. Gang der Uhr = + 12'' 208.

| Beobachtete Coincidenzen |                            | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1''00278932       | Fehler      |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
|                          |                            | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                               |             |
| 0                        | 9 <sup>h</sup> 44' 22'', 5 | 12, <sup>L</sup> 05             | 22, <sup>0</sup> 41 | 23, <sup>0</sup> 17 | 9 <sup>h</sup> 44' 22'', 4985 | — 0'', 0015 |
| 715                      | 56 19, 5                   | 11, 7                           |                     |                     | 56 19, 5014                   | + 0, 0014   |
| 1429                     | 10 8 15, 5                 | 11, 05                          | 22, 46              | 23, 22              | 10 8 15, 5009                 | + 0, 0009   |
| 2143                     | 20 11, 5                   | 10, 5                           |                     |                     | 20 11, 4997                   | — 0, 0003   |
| 2858                     | 32 8, 5                    | 9, 95                           | 22, 52              | 23, 34              | 32 8, 5007                    | + 0, 0007   |
| 3572                     | 44 4, 5                    | 9, 45                           |                     |                     | 44 4, 4985                    | — 0, 0015   |
| 4287                     | 56 1, 5                    | 9, 05                           | 22, 58              | 23, 42              | 56 1, 4986                    | — 0, 0014   |
| 5003                     | 11 7 59, 5                 | 8, 6                            |                     |                     | 11 7 59, 5012                 | + 0, 0012   |
| 5718                     | 19 56, 5                   | 8, 05                           | 22, 63              | 23, 45              | 19 56, 5004                   | + 0, 0004   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                               | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                  | $e'$                                           | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                  | 59, <sup>L</sup> 1025                          | 21, <sup>0</sup> 87                            | 22, <sup>0</sup> 45 | 22, <sup>0</sup> 96 | 22, <sup>0</sup> 41 | 23, <sup>0</sup> 06 |
| Ende .....                                                    | 59, 101                                        | 22, 21                                         | 22, 89              | 23, 26              | 22, 63              | 23, 45              |
| Mittel .....                                                  | 59, 102                                        | 22, 04                                         | 22, 67              | 23, 11              | 22, 52              | 23, 255             |
| Gemessene Länge .....                                         | $F - 5,L3156$                                  |                                                |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 22,025$ .....                             | + 0, 1229                                      |                                                |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                  | + 0, 0014                                      |                                                |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                       | $= F - 5, 1913$                                |                                                |                     |                     |                     |                     |
| Schwingszeit $= 1'', 00278932$ der Uhr $= 1'', 0001926$ M. Z. |                                                |                                                |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....               | $440,L8998 + 1, 0004 \varepsilon$              |                                                |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                           | $- 0, 0253 - 0, 0001 \varepsilon - 0, 0266 k'$ |                                                |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                       | $- 0, 0549$                                    |                                                |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                               | $+ 5, 1913$                                    |                                                |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                   | $F =$                                          | $446, 0109 + 1, 0003 \varepsilon - 0, 0266 k'$ |                     |                     |                     |                     |

Versuch III. d. Juni 8. 1<sup>h</sup> 43' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 339<sup>L</sup>00. Gang der Uhr = + 12'' 330.

| Beobachtete Coincidenzen |                            | Schwingungsweite und Temperatur |                      |                      | Rechnung<br>1'',00278219      | Fehler      |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------|----------------------|-------------------------------|-------------|
|                          |                            | $\mu$                           | $l'$                 | $l''$                |                               |             |
| 0                        | 0 <sup>b</sup> 52' 15'', 5 | 12 <sup>L</sup> , 55            | 20 <sup>0</sup> , 95 | 21 <sup>0</sup> , 62 | 0 <sup>b</sup> 52' 15'', 5014 | + 0'', 0014 |
| 715                      | 1 4 12, 5                  | 12, 0                           |                      |                      | 1 4 12, 4997                  | — 0, 0003   |
| 1431                     | 16 10, 5                   | 11, 3                           | 21, 01               | 21, 73               | 16 10, 5000                   | 0, 0000     |
| 2147                     | 28 8, 5                    | 10, 75                          |                      |                      | 28 8, 4995                    | — 0, 0005   |
| 2863                     | 40 6, 5                    | 10, 1                           | 21, 12               | 21, 78               | 40 6, 4984                    | — 0, 0016   |
| 3580                     | 52 5, 5                    | 9, 65                           |                      |                      | 52 5, 4995                    | — 0, 0005   |
| 4297                     | 2 4 4, 5                   | 9, 25                           | 21, 18               | 21, 84               | 2 4 4, 5002                   | + 0, 0002   |
| 5014                     | 16 3, 5                    | 8, 8                            |                      |                      | 16 3, 5006                    | + 0, 0006   |
| 5731                     | 28 2, 5                    | 8, 35                           | 21, 29               | 22, 00               | 28 2, 5007                    | + 0, 0007   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                 | $e''$                | $e'''$               | $l'$                 | $l''$                |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Anfang .....                                                 | 59 <sup>R</sup> , 080                           | 20 <sup>0</sup> , 91 | 21 <sup>0</sup> , 46 | 21 <sup>0</sup> , 93 | 20 <sup>0</sup> , 84 | 21 <sup>0</sup> , 56 |
| Ende .....                                                   | 59, 068                                         | 21, 20               | 21, 66               | 22, 03               | 21, 35               | 22, 00               |
| Mittel .....                                                 | 59, 074                                         | 21, 055              | 21, 56               | 21, 98               | 21, 095              | 21, 78               |
| Gemessene Länge .....                                        | $F - 5L, 3131$                                  |                      |                      |                      |                      |                      |
| Temperatur von $F = 210, 22$ .....                           | + 0, 1172                                       |                      |                      |                      |                      |                      |
| Elasticität des Fadens .....                                 | + 0, 0014                                       |                      |                      |                      |                      |                      |
| Länge des Pendels .....                                      | $= F - 5, 1945$                                 |                      |                      |                      |                      |                      |
| Schwingungszeit = 1'', 00278219 der Uhr = 1'', 0001869 M. Z. |                                                 |                      |                      |                      |                      |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....              | 440 <sup>L</sup> , 8948 + 1, 0004 $\epsilon$    |                      |                      |                      |                      |                      |
| Reduction auf den leeren Raum .....                          | — 0, 0254 — 0, 0001 $\epsilon$ — 0, 0267 $k'$   |                      |                      |                      |                      |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                      | — 0, 0549                                       |                      |                      |                      |                      |                      |
| — auf $F$ .....                                              | + 5, 1945                                       |                      |                      |                      |                      |                      |
| Resultat des Versuchs .....                                  | $F = 446, 0090 + 1, 0003 \epsilon - 0, 0267 k'$ |                      |                      |                      |                      |                      |

Versuch III. *c.* Juni 9. 10<sup>h</sup> 44' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 338,<sup>L</sup>63. Gang der Uhr = + 12'', 576.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'', 72515492     | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    |                               | $l'$                               | $l''$               |                     |                               |             |
| 120                                      | 9 <sup>h</sup> 42' 26'', 0190 | 43, <sup>L</sup> 1                 | 22, <sup>0</sup> 62 | 23, <sup>0</sup> 35 | 9 <sup>h</sup> 42' 26'', 0134 | — 0'', 0056 |
| 620                                      | 56 48, 5982                   | 38, 8                              |                     |                     | 56 48, 6044                   | + 0, 0062   |
| 1120                                     | 10 11 11, 1975                | 35, 0                              | 22, 73              | 23, 38              | 10 11 11, 1929                | — 0, 0046   |
| 1620                                     | 25 33, 7748                   | 31, 6                              |                     |                     | 25 33, 7795                   | + 0, 0047   |
| 2120                                     | 39 56, 3604                   | 28, 6                              | 22, 69              | 23, 35              | 39 56, 3643                   | + 0, 0039   |
| 2620                                     | 54 18, 9478                   | 26, 1                              |                     |                     | 54 18, 9479                   | + 0, 0001   |
| 3120                                     | 11 8 41, 5340                 | 23, 9                              | 22, 71              | 23, 39              | 11 8 41, 5305                 | — 0, 0035   |
| 3620                                     | 23 4, 1155                    | 21, 7                              |                     |                     | 23 4, 1123                    | — 0, 0032   |
| 4120                                     | 37 26, 6914                   | 20, 0                              | 22, 75              | 23, 41              | 37 26, 6935                   | + 0, 0021   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                     | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                 | 58, <sup>R</sup> 069                              | 22, <sup>0</sup> 36 | 22, <sup>0</sup> 74 | 23, <sup>0</sup> 06 | 22, <sup>0</sup> 58 | 23, <sup>0</sup> 34 |
| Ende .....                                                   | 58, 077                                           | 22, 55              | 22, 94              | 23, 16              | 22, 75              | 23, 45              |
| Mittel .....                                                 | 58, 073                                           | 22, 455             | 22, 84              | 23, 11              | 22, 665             | 23, 395             |
| Gemessene Länge .....                                        | $F - 5,L2231$                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 22,059$ .....                            | + 0, 1247                                         |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 23, 00 .....                             | 864, 0672                                         |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                 | + 0, 0041                                         |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                      | $= F + 858, 9729$                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1'', 72515492 der Uhr = 1'', 7206949 M. Z. |                                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....               | 1304, <sup>L</sup> 9094 + 2, 9609 $\varepsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                          | — 0, 0749 — 0, 0002 $\varepsilon$ — 0, 0787 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                       | + 0, 2067                                         |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                              | — 858, 9729                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                  | $F = 446, 0683 + 2, 9607 \varepsilon - 0, 0787 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch III. *f.* Juni 9. 1<sup>h</sup> 41' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 340,<sup>L</sup>/<sub>41</sub>. Gang der Uhr = + 12'',990.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingsweite und<br>Temperatur |                                  |                                  | Rechnung<br>1'',72513188     | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------|------------|
| $\mu$                                    |                              | $l'$                            | $l''$                            |                                  |                              |            |
| 100                                      | 0 <sup>h</sup> 39' 48'',5095 | 41, <sup>L</sup> / <sub>8</sub> | 20, <sup>0</sup> / <sub>13</sub> | 21, <sup>0</sup> / <sub>19</sub> | 0 <sup>h</sup> 39' 48'',5067 | — 0'',0028 |
| 600                                      | 54 11,0811                   | 38,4                            |                                  |                                  | 54 11,0853                   | + 0,0042   |
| 1100                                     | 1 8 33,6637                  | 34,0                            | 20,18                            | 21,23                            | 1 8 33,6615                  | — 0,0022   |
| 1600                                     | 22 56,2307                   | 30,9                            |                                  |                                  | 22 56,2358                   | + 0,0051   |
| 2100                                     | 37 18,8107                   | 28,1                            | 20,24                            | 21,24                            | 37 18,8086                   | — 0,0021   |
| 2600                                     | 51 41,3848                   | 25,7                            |                                  |                                  | 51 41,3803                   | — 0,0045   |
| 3100                                     | 2 6 3,9503                   | 23,5                            | 20,30                            | 21,30                            | 2 6 3,9513                   | + 0,0010   |
| 3600                                     | 20 26,5199                   | 21,5                            |                                  |                                  | 20 26,5215                   | + 0,0016   |
| 4100                                     | 34 49,0912                   | 19,6                            | 20,36                            | 21,36                            | 34 49,0912                   | 0,0000     |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                         | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                            | $e'$                             | $e''$                            | $e'''$                           | $l'$                             | $l''$                            |
|---------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| Anfang . . . . .                                        | 58, <sup>R</sup> / <sub>138</sub>                        | 20, <sup>0</sup> / <sub>32</sub> | 20, <sup>0</sup> / <sub>77</sub> | 21, <sup>0</sup> / <sub>18</sub> | 20, <sup>0</sup> / <sub>11</sub> | 21, <sup>0</sup> / <sub>17</sub> |
| Ende . . . . .                                          | 58,096                                                   | 20,52                            | 20,87                            | 21,18                            | 20,39                            | 21,45                            |
| Mittel . . . . .                                        | 58,117                                                   | 20,42                            | 20,82                            | 21,18                            | 20,25                            | 21,31                            |
| Gemessene Länge . . . . .                               |                                                          |                                  |                                  |                                  |                                  | $F - 5,L/2270$                   |
| Temperatur von $F = 20,0/56$ . . . . .                  |                                                          |                                  |                                  |                                  |                                  | + 0,1135                         |
| Toise, Temperatur = 21,03 . . . . .                     |                                                          |                                  |                                  |                                  |                                  | 864,0474                         |
| Elasticität des Fadens . . . . .                        |                                                          |                                  |                                  |                                  |                                  | + 0,0041                         |
| Länge des Pendels . . . . .                             |                                                          |                                  |                                  |                                  |                                  | $= F + 858,9380$                 |
| Schwingszeit = 1'',72513188 der Uhr = 1'',7206802 M. Z. |                                                          |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . .       | 1304, <sup>L</sup> / <sub>8871</sub> + 2,9608 $\epsilon$ |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |
| Reduction auf den leeren Raum . . . . .                 | — 0,0759 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0797 $k$                |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |
| — auf das zusammengesetzte Pendel . . . .               | + 0,2067                                                 |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |
| — auf $F$ . . . . .                                     | — 858,9380                                               |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |
| Resultat des Versuchs . . . . .                         | $F = 446,0799 + 2,9606 \epsilon - 0,0797 k$              |                                  |                                  |                                  |                                  |                                  |



Versuch III. a'. Juni 10. 7<sup>b</sup> 21' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 340,<sup>L</sup>37. Gang der Uhr = + 12'',930.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72446764     | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|------------|
|                                          |                              | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                              |            |
| 100                                      | 6 <sup>b</sup> 15' 30'',4539 | 40, <sup>L</sup> 2              | 21, <sup>0</sup> 13 | 21, <sup>0</sup> 96 | 6 <sup>b</sup> 15' 30'',4598 | + 0'',0059 |
| 600                                      | 29 52,7040                   | 29,9                            |                     |                     | 29 52,7030                   | — 0,0010   |
| 1100                                     | 44 14,9379                   | 22,7                            | 21,35               | 22,15               | 44 14,9424                   | + 0,0045   |
| 1600                                     | 58 37,1866                   | 17,5                            |                     |                     | 58 37,1797                   | — 0,0069   |
| 2100                                     | 7 12 59,4185                 | 13,6                            | 21,39               | 22,25               | 7 12 59,4160                 | — 0,0025   |
| 100                                      | 20 56,4005                   | 40,4                            | 21,42               | 22,26               | 20 56,3885                   | — 0,0120   |
| 600                                      | 35 18,6313                   | 30,2                            |                     |                     | 35 18,6330                   | + 0,0017   |
| 1100                                     | 49 40,8735                   | 22,7                            | 21,46               | 22,33               | 49 40,8733                   | — 0,0002   |
| 1600                                     | 8 4 3,1007                   | 17,6                            |                     |                     | 8 4 3,1114                   | + 0,0107   |
| 2100                                     | 18 25,3484                   | 13,6                            | 21,55               | 22,37               | 18 25,3482                   | — 0,0002   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels               | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                               | 68, <sup>R</sup> 195                        | 20, <sup>0</sup> 96 | 21, <sup>0</sup> 41 | 21, <sup>0</sup> 78 | 21, <sup>0</sup> 07 | 21, <sup>0</sup> 89 |
| Ende .....                                                 | 68,194                                      | 21,29               | 21,71               | 22,08               | 21,57               | 22,39               |
| Mittel .....                                               | 68,1945                                     | 21,125              | 21,56               | 21,93               | 21,32               | 22,14               |
| Gemessene Länge .....                                      | $F = 6,L1334$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 21,027$ .....                          | + 0,1175                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 21,77 .....                            | 804,0549                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                               | + 0,0041                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                    | $= F + 858,0431$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1'',72446764 der Uhr = 1'',7200164 M. Z. |                                             |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....             | 1303, <sup>L</sup> 8805 + 2,9585 $\epsilon$ |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                        | — 0,2265 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2245 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                     | + 0,6585                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                            | — 858,0431                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                | $F = 446,2694 + 2,9580 \epsilon - 0,2245 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch III. *b*. Juni 10. 1<sup>h</sup> 48' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 341,<sup>L</sup>39. Gang der Uhr = + 12'',678.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72446293     | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|------------|
|                                          |                              | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                              |            |
| 80                                       | 0 <sup>h</sup> 41' 22'',9516 | 38, <sup>L</sup> 9                 | 19, <sup>0</sup> 81 | 20, <sup>0</sup> 99 | 0 <sup>h</sup> 41' 21'',9531 | + 0'',0015 |
| 580                                      | 55 45,1937                   | 29,1                               |                     |                     | 55 45,1930                   | — 0,0007   |
| 1080                                     | 1 10 7,4284                  | 21,9                               | 19,93               | 21,06               | 1 10 7,4291                  | + 0,0007   |
| 1580                                     | 24 29,6583                   | 17,0                               |                     |                     | 24 29,6631                   | + 0,0048   |
| 2080                                     | 38 51,9025                   | 13,4                               | 20,08               | 21,08               | 38 51,8962                   | — 0,0063   |
| 100                                      | 48 56,4261                   | 38,8                               | 20,11               | 21,12               | 48 56,4200                   | — 0,0061   |
| 600                                      | 2 3 18,6553                  | 28,6                               |                     |                     | 2 3 18,6607                  | + 0,0054   |
| 1100                                     | 17 40,8956                   | 21,9                               | 20,20               | 21,21               | 17 40,8976                   | + 0,0020   |
| 1600                                     | 32 3,1387                    | 16,9                               |                     |                     | 32 3,1327                    | — 0,0060   |
| 2100                                     | 46 25,3622                   | 13,2                               | 20,36               | 21,36               | 46 25,3669                   | + 0,0047   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels               | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang . . . . .                                           | 68, <sup>R</sup> 206                        | 19, <sup>0</sup> 93 | 20, <sup>0</sup> 67 | 20, <sup>0</sup> 98 | 19, <sup>0</sup> 78 | 20, <sup>0</sup> 96 |
| Ende . . . . .                                             | 68,143                                      | 20,22               | 20,77               | 21,08               | 20,39               | 21,39               |
| Mittel . . . . .                                           | 68,1745                                     | 20,075              | 20,72               | 21,03               | 20,085              | 21,175              |
| Gemessene Länge . . . . .                                  | $F - 0,L1316$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 20,029$ . . . . .                      | $+ 0,1120$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 20,90 . . . . .                        | 864,0461                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens . . . . .                           | $+ 0,0041$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels . . . . .                                | $= F + 858,0306$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1'',72446293 der Uhr = 1'',7200068 M. Z. |                                             |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . .          | 1303, <sup>L</sup> 8659 + 2,9585 $\epsilon$ |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum . . . . .                    | — 0,2282 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2262 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel . . . .                  | + 0,6585                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ . . . . .                                        | — 858,0306                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs . . . . .                            | $F = 446,2656 + 2,9580 \epsilon - 0,2262 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch III. c'. Juni 11. 1<sup>h</sup> 24' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 340,<sup>L</sup>11. Gang der Uhr = + 12'', 470.

| Beobachtete Coincidenzen |                           | Schwingsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',00253489     | Fehler      |
|--------------------------|---------------------------|------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|-------------|
|                          |                           | $\mu$                        | $l'$                | $l''$               |                              |             |
| 0                        | 0 <sup>h</sup> 40' 0'', 5 | 13, <sup>L</sup> 4           | 20, <sup>0</sup> 62 | 21, <sup>0</sup> 34 | 0 <sup>h</sup> 40' 0'', 5009 | + 0'', 0009 |
| 785                      | 53 7, 5                   | 11, 3                        |                     |                     | 53 7, 4998                   | — 0, 0002   |
| 1572                     | 1 6 16, 5                 | 9, 4                         | 20, 62              | 21, 28              | 1 6 16, 5007                 | + 0, 0007   |
| 2358                     | 19 24, 5                  | 8, 05                        |                     |                     | 19 24, 4974                  | — 0, 0026   |
| 3147                     | 32 35, 5                  | 6, 7                         | 20, 67              | 21, 28              | 32 35, 5003                  | + 0, 0003   |
| 3935                     | 45 45, 5                  | 5, 7                         |                     | -                   | 45 45, 4997                  | — 0, 0003   |
| 4724                     | 58 56, 5                  | 4, 9                         | 20, 73              | 21, 51              | 58 56, 5012                  | + 0, 0012   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                 | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                               | 62, <sup>R</sup> 508                          | 20, <sup>0</sup> 76 | 21, <sup>0</sup> 31 | 21, <sup>0</sup> 63 | 20, <sup>0</sup> 62 | 21, <sup>0</sup> 34 |
| Ende .....                                                 | 62, 456                                       | 20, 81              | 21, 36              | 21, 63              | 20, 72              | 21, 51              |
| Mittel .....                                               | 62, 482                                       | 20, 785             | 21, 335             | 21, 63              | 20, 67              | 21, 425             |
| Gemessene Länge .....                                      | $F - 5,L6196$                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 20,097$ .....                          | + 0, 1158                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                               | + 0, 0014                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                    | $= F - 5, 5024$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1'',00253489 der Uhr = 0'',9999418 M. Z. |                                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....            | 440, <sup>L</sup> 6787 + 0,9999 $\epsilon$    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                        | — 0, 0767 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0760 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                    | — 0, 0462                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                            | + 5, 5024                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                | $F = 446, 0582 + 0,9997 \epsilon - 0,0760 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch III. d'. Juni 12. 10<sup>h</sup> 33' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 338<sup>L</sup>,96. Gang der Uhr = + 12<sup>h</sup>,530.

| Beobachtete Coincidenzen |                                       | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1 <sup>h</sup> 00253989      | Fehler                 |
|--------------------------|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------------------|------------------------|
|                          |                                       | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                                          |                        |
| 0                        | 9 <sup>h</sup> 49' 21 <sup>h</sup> ,5 | 12 <sup>L</sup> ,1              | 22 <sup>0</sup> ,24 | 22 <sup>0</sup> ,73 | 9 <sup>h</sup> 49' 21 <sup>h</sup> ,5007 | + 0 <sup>h</sup> ,0007 |
| 783                      | 10 2 26,5                             | 10,25                           |                     |                     | 10 2 26,4978                             | — 0,0022               |
| 1569                     | 15 34,5                               | 8,65                            | 22,35               | 22,84               | 15 34,5002                               | + 0,0002               |
| 2355                     | 28 42,5                               | 7,4                             |                     |                     | 28 42,5012                               | + 0,0012               |
| 3141                     | 41 50,5                               | 6,25                            | 22,41               | 22,94               | 41 50,5011                               | + 0,0011               |
| 3927                     | 54 58,5                               | 5,3                             |                     |                     | 54 58,5002                               | + 0,0002               |
| 4713                     | 11 8 6,5                              | 4,5                             | 22,46               | 22,94               | 11 8 6,4987                              | — 0,0013               |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                      | 62 <sup>n</sup> ,500                         | 21 <sup>0</sup> ,87 | 22 <sup>0</sup> ,35 | 22 <sup>0</sup> ,47 | 22 <sup>0</sup> ,07 | 22 <sup>0</sup> ,73 |
| Ende .....                                                                        | 62,492                                       | 22,11               | 22,55               | 22,87               | 22,52               | 23,00               |
| Mittel .....                                                                      | 62,496                                       | 21,99               | 22,45               | 22,67               | 22,295              | 22,865              |
| Gemessene Länge .....                                                             | $F = 5L,6209$                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 220,15$ .....                                                 | + 0,1223                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                      | + 0,0014                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                                           | $= F = 5,4972$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1 <sup>h</sup> 00253989 der Uhr = 0 <sup>h</sup> ,9999475 M. Z. |                                              |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....                                   | 440 <sup>L</sup> ,6837 + 0,9999 $\epsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                               | — 0,0760 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0753 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                                           | — 0,0462                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                                   | + 5,4972                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                       | $F = 446,0587 + 0,9997 \epsilon - 0,0753 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch III. c'. Juni 12. 2<sup>b</sup> 38' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 338,<sup>L</sup>03. Gang der Uhr = + 12'',686.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>1'',72447936     | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------|-------|------------------------------|------------|
| $\mu$                                    |                              | $l'$                            | $l''$ |       |                              |            |
| 100                                      | 1 <sup>b</sup> 31' 59'',4535 | 38,7                            | 20,96 | 21,67 | 1 <sup>b</sup> 31' 59'',4604 | + 0'',0069 |
| 600                                      | 46 21,7051                   | 29,8                            |       |       | 46 21,7086                   | + 0,0035   |
| 1100                                     | 2 0 43,9580                  | 22,2                            | 20,96 | 21,69 | 2 0 43,9530                  | — 0,0050   |
| 1600                                     | 15 6,1990                    | 17,1                            |       |       | 15 6,1951                    | — 0,0039   |
| 2100                                     | 29 28,4375                   | 13,4                            | 20,97 | 21,76 | 29 28,4360                   | — 0,0015   |
| 100                                      | 37 57,4353                   | 39,5                            | 21,00 | 21,82 | 37 57,4324                   | — 0,0029   |
| 600                                      | 52 19,6825                   | 29,8                            |       |       | 52 19,6814                   | — 0,0011   |
| 1100                                     | 3 6 49,9276                  | 22,4                            | 21,07 | 21,85 | 3 6 41,9264                  | — 0,0012   |
| 1600                                     | 21 4,1764                    | 17,2                            |       |       | 21 4,1693                    | — 0,0071   |
| 2100                                     | 35 26,3990                   | 13,4                            | 21,32 | 21,94 | 35 26,4113                   | + 0,0123   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang .....                      | 68, <sup>n</sup> 040          | 20, <sup>o</sup> 71 | 21, <sup>o</sup> 21 | 21, <sup>o</sup> 48 | 20, <sup>o</sup> 96 | 21, <sup>o</sup> 67  |
| Ende .....                        | 68,015                        | 21,10               | 21,16               | 21,58               | 21,10               | 22,00                |
| Mittel .....                      | 68,0275                       | 20,905              | 21,335              | 21,53               | 21,18               | 21,835               |
| Gemessene Länge .....             | $F =$                         |                     |                     |                     |                     | 6 <sup>L</sup> ,1184 |
| Temperatur von $F = 21,o05$ ..... | $+$                           |                     |                     |                     |                     | 0,1162               |
| Toise, Temperatur = 21,15 .....   | $S =$                         |                     |                     |                     |                     | 0,0516               |
| Elasticität des Fadens .....      | $+$                           |                     |                     |                     |                     | 0,0041               |
| Länge des Pendels .....           | $= F +$                       |                     |                     |                     |                     | 858,0535             |

Schwingszeit = 1'',72447936 der Uhr = 1'',7200233 M. Z.

|                                                |                         |                                              |
|------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1303, <sup>L</sup> 8910 | + 2,9585 $\varepsilon$                       |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0,2251                | — 0,0005 $\varepsilon$ — 0,2231 $k$          |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,6585                |                                              |
| — auf $F$ .....                                | — 858,0535              |                                              |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F =$                   | 446,2709 + 2,9580 $\varepsilon$ — 0,2231 $k$ |



Versuch III. *f'*. Juni 13. 11<sup>h</sup> 30' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 337<sup>L</sup>,06. Gang der Uhr = + 12<sup>''</sup>,772.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                 |               | Schwingsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>1,7247669         | Fehler     |
|------------------------------------------|-----------------|---------------|---------------------------------|-------|-------|-------------------------------|------------|
|                                          |                 |               | $\mu$                           | $l'$  | $l''$ |                               |            |
| 120                                      | 10 <sup>b</sup> | 23' 37'',9388 | 38,0                            | 22,02 | 22,49 | 10 <sup>b</sup> 23' 37'',9372 | — 0'',0016 |
| 620                                      |                 | 38 0,1798     | 28,6                            |       |       | 38 0,1846                     | + 0,0048   |
| 1120                                     |                 | 52 22,4255    | 21,8                            | 22,02 | 22,42 | 52 22,4283                    | + 0,0028   |
| 1620                                     | 11              | 6 44,6595     | 16,6                            |       |       | 11 6 44,6696                  | + 0,0101   |
| 2120                                     |                 | 21 6,9259     | 12,9                            | 22,02 | 22,33 | 21 6,9096                     | — 0,0160   |
| 110                                      |                 | 29 20,6961    | 38,5                            | 22,02 | 22,29 | 29 20,6919                    | — 0,0042   |
| 610                                      |                 | 43 42,9429    | 29,0                            |       |       | 43 42,9393                    | — 0,0036   |
| 1110                                     |                 | 58 5,1847     | 21,9                            | 22,02 | 22,33 | 58 5,1827                     | — 0,0020   |
| 1610                                     | 12              | 12 27,4158    | 16,8                            |       |       | 12 12 27,4239                 | + 0,0081   |
| 2110                                     |                 | 26 49,6622    | 13,0                            | 22,02 | 22,34 | 26 49,6639                    | + 0,0017   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                      | Schraube<br>des<br>Fühlhebels               | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                         | 68 <sup>n</sup> ,050                        | 21 <sup>0</sup> ,87 | 22 <sup>0</sup> ,15 | 22 <sup>0</sup> ,33 | 22 <sup>0</sup> ,02 | 22 <sup>0</sup> ,50 |
| Ende .....                                                                           | 68,081                                      | 21,87               | 22,20               | 22,28               | 22,02               | 22,34               |
| Mittel .....                                                                         | 68,0655                                     | 21,87               | 22,175              | 22,305              | 22,02               | 22,42               |
| Gemessene Länge .....                                                                | $F = 6L,1218$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 210,97$ .....                                                    | + 0,1213                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 22,25 .....                                                      | 864,0597                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                         | + 0,0011                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                                              | $= F + 858,0633$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1 <sup>''</sup> ,72447669 der Uhr = 1 <sup>''</sup> ,7200224 M. Z. |                                             |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....                                       | 1303 <sup>L</sup> ,8896 + 2,9585 $\epsilon$ |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                                  | — 0,2238 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2218 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                                               | + 0,6585                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                                      | — 858,0033                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                          | $F = 446,2610 + 2,9580 \epsilon - 0,2218 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch IV. a. Juni 14. 2<sup>b</sup> 12' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 337,<sup>L</sup>06. Gang der Uhr = - 0'',739.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72540478     | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|------------|
| $\mu$                                    |                              | $l'$                            | $l''$               |                     |                              |            |
| 110                                      | 1 <sup>b</sup> 14' 17'',8061 | 41, <sup>L</sup> 4              | 18, <sup>0</sup> 20 | 19, <sup>0</sup> 05 | 1 <sup>b</sup> 14' 17'',8090 | + 0'',0026 |
| 610                                      | 28 40,5201                   | 37,2                            |                     |                     | 28 40,5239                   | + 0,0035   |
| 1110                                     | 43 3,2423                    | 33,5                            | 18,20               | 19,05               | 43 3,2364                    | - 0,0059   |
| 1610                                     | 57 25,9508                   | 30,5                            |                     |                     | 57 25,9471                   | - 0,0037   |
| 2110                                     | 2 11 48,6579                 | 27,9                            | 18,21               | 19,04               | 2 11 48,6564                 | - 0,0015   |
| 2610                                     | 26 11,3627                   | 25,3                            |                     |                     | 26 11,3646                   | + 0,0019   |
| 3110                                     | 40 34,0696                   | 23,1                            | 18,25               | 19,00               | 40 34,0718                   | + 0,0022   |
| 3610                                     | 54 56,7746                   | 21,3                            |                     |                     | 54 56,7782                   | + 0,0036   |
| 4110                                     | 3 9 19,4868                  | 19,4                            | 18,25               | 19,00               | 3 9 19,4840                  | - 0,0028   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|--------------------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                               | 58, <sup>n</sup> 218          | 18, <sup>0</sup> 63 | 18, <sup>0</sup> 98 | 19, <sup>0</sup> 18 | 18, <sup>0</sup> 20 | 19, <sup>0</sup> 05 |
| Ende .....                                 | 58,188                        | 18,58               | 18,98               | 19,06               | 18,25               | 19,00               |
| Mittel .....                               | 58,203                        | 18,605              | 18,98               | 19,12               | 18,225              | 19,025              |
| Gemessene Länge .....                      | $F = 5,l2348$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 18,073$ .....          | + 0,1034                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 18, <sup>0</sup> ..... | 864,0275                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....               | + 0,0411                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                    | $= F + 858,9002$              |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit = 1'',72540478 der Uhr = 1'',7206791 M. Z.

|                                                |                         |                                     |
|------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1304, <sup>L</sup> 8854 | + 2,9608 $\varepsilon$              |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | - 0,0757                | - 0,0002 $\varepsilon$ - 0,0795 $k$ |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,2066                |                                     |
| — auf $F$ .....                                | - 858,9002              |                                     |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 416,1161$          | + 2,9606 $\varepsilon$ - 0,0795 $k$ |

Versuch IV. b. Juni 15. 10<sup>b</sup> 52' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 336,<sup>L</sup>80. Gang der Uhr = — 0,"791.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                             | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,"72539441     | Fehler    |
|------------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|-----------|
| $\mu$                                    |                             | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                             |           |
| 100                                      | 9 <sup>b</sup> 54' 26,"5375 | 41, <sup>L</sup> 2              | 18, <sup>0</sup> 79 | 19, <sup>0</sup> 17 | 9 <sup>b</sup> 54' 26,"5496 | + 0,"0121 |
| 600                                      | 10 8 49,2602                | 37,3                            |                     |                     | 10 8 49,2591                | — 0,0011  |
| 1100                                     | 23 11,9739                  | 33,6                            | 18,85               | 19,18               | 23 11,9664                  | — 0,0075  |
| 1600                                     | 37 34,6809                  | 30,4                            |                     |                     | 37 34,6718                  | — 0,0091  |
| 2100                                     | 51 57,3791                  | 27,6                            | 18,81               | 19,22               | 51 57,3758                  | — 0,0033  |
| 2600                                     | 11 6 20,0758                | 25,2                            |                     |                     | 11 6 20,0786                | + 0,0028  |
| 3100                                     | 20 42,7787                  | 23,1                            | 18,83               | 19,24               | 20 42,7805                  | + 0,0018  |
| 3600                                     | 35 5,4805                   | 21,2                            |                     |                     | 35 5,4818                   | + 0,0013  |
| 4100                                     | 49 28,1799                  | 19,1                            | 18,90               | 19,28               | 49 28,1826                  | + 0,0027  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang .....                                             | 58, <sup>R</sup> 100                            | 18, <sup>0</sup> 88 | 19, <sup>0</sup> 17 | 19, <sup>0</sup> 12 | 18, <sup>0</sup> 76 | 19, <sup>0</sup> 17  |
| Ende .....                                               | 58,094                                          | 18,94               | 19,23               | 19,18               | 18,93               | 19,28                |
| Mittel .....                                             | 58,097                                          | 18,91               | 19,20               | 19,15               | 18,845              | 19,225               |
| Gemessene Länge .....                                    | $F$                                             |                     |                     |                     |                     | 5, <sup>L</sup> 2252 |
| Temperatur von $F = 19,001$ .....                        | +                                               |                     |                     |                     |                     | 0,1050               |
| Toise, Temperatur = 19,17 .....                          |                                                 |                     |                     |                     |                     | 861,0286             |
| Elasticität des Fadens .....                             | +                                               |                     |                     |                     |                     | 0,0011               |
| Länge des Pendels .....                                  | $F$                                             |                     |                     |                     |                     | + 858,9125           |
| Schwingungszeit = 1,"72539441 der Uhr = 1,"7206675 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....           | 1304, <sup>L</sup> 8678 + 2,9608 $\epsilon$     |                     |                     |                     |                     |                      |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0,0755 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0793 $k$       |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                   | + 0,2066                                        |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf $F$ .....                                          | — 858,9125                                      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F =$ 446,0864 + 2,9606 $\epsilon$ — 0,0793 $k$ |                     |                     |                     |                     |                      |

Versuch IV. c. Juni 15. 2<sup>h</sup> 13' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 338,<sup>L</sup>13. Gang der Uhr = - 0'',885.

| Beobachtete Coincidenzen |                           | Schwingsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',00291841     | Fehler     |
|--------------------------|---------------------------|------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|------------|
|                          |                           | $\mu$                        | $l'$                | $l''$               |                              |            |
| 0                        | 1 <sup>h</sup> 27' 59'',5 | 12, <sup>L</sup> 4           | 16, <sup>0</sup> 39 | 16, <sup>0</sup> 78 | 1 <sup>h</sup> 27' 59'',4991 | - 0'',0009 |
| 683                      | 39 24,5                   | 11,65                        |                     |                     | 39 24,5011                   | + 0,0011   |
| 1366                     | 50 49,5                   | 11,15                        | 16,39               | 16,78               | 50 49,5022                   | + 0,0022   |
| 2048                     | 2 2 13,5                  | 10,55                        |                     |                     | 2 2 13,4997                  | - 0,0003   |
| 2731                     | 13 38,5                   | 10,2                         | 16,39               | 16,78               | 13 38,4994                   | - 0,0006   |
| 3413                     | 25 2,5                    | 9,6                          |                     |                     | 25 2,4957                    | - 0,0043   |
| 4098                     | 36 29,5                   | 9,15                         | 16,39               | 16,78               | 36 29,5001                   | + 0,0001   |
| 4783                     | 47 56,5                   | 8,7                          |                     |                     | 47 56,5041                   | + 0,0041   |
| 5465                     | 59 20,5                   | 8,35                         | 16,39               | 16,78               | 59 20,4988                   | - 0,0012   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                         | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|---------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang . . . . .                                        | 59, <sup>R</sup> 283                            | 16, <sup>0</sup> 70 | 16, <sup>0</sup> 99 | 17, <sup>0</sup> 43 | 16, <sup>0</sup> 39 | 16, <sup>0</sup> 78 |
| Ende . . . . .                                          | 59,265                                          | 16,70               | 16,99               | 17,18               | 16,39               | 16,78               |
| Mittel . . . . .                                        | 59,274                                          | 16,70               | 16,99               | 17,305              | 16,39               | 16,78               |
| Gemessene Länge . . . . .                               | $F - 5,L3311$                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 16,080$ . . . . .                   | + 0,0928                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens . . . . .                        | + 0,0014                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels . . . . .                             | $= F - 5,2309$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingszeit = 1'',00291841 der Uhr = 1'',0001698 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . . .     | 440, <sup>L</sup> 8797 + 1,0003 $\varepsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum . . . . .                 | — 0,0258 — 0,0001 $\varepsilon$ — 0,0271 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel . . . . .             | — 0,0549                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ . . . . .                                     | + 5,2369                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs . . . . .                         | $F = 446,0359 + 1,0002 \varepsilon - 0,0271 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch IV. d. Juni 16. 11<sup>h</sup> 30' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 33<sup>h</sup><sub>7</sub><sup>L</sup><sub>78</sub>. Gang der Uhr = - 0<sup>h</sup><sub>942</sub>.

| Beobachtete Coincidenzen |                                                  | Schwingsweite und Temperatur |                               |                               | Rechnung<br>1 <sup>h</sup> <sub>00291692</sub>      | Fehler                           |
|--------------------------|--------------------------------------------------|------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------|
|                          |                                                  | $\mu$                        | $l'$                          | $l''$                         |                                                     |                                  |
| 0                        | 10 <sup>h</sup> 44' 19 <sup>h</sup> <sub>5</sub> | 12 <sup>L</sup> <sub>4</sub> | 17 <sup>0</sup> <sub>52</sub> | 17 <sup>0</sup> <sub>89</sub> | 10 <sup>h</sup> 44' 19 <sup>h</sup> <sub>5014</sub> | + 0 <sup>h</sup> <sub>0014</sub> |
| 683                      | 55 44, 5                                         | 11, 75                       |                               |                               | 55 44, 5021                                         | + 0, 0021                        |
| 1365                     | 11 7 8, 5                                        | 11, 2                        | 17, 63                        | 18, 00                        | 11 7 8, 4993                                        | - 0, 0007                        |
| 2049                     | 18 34, 5                                         | 10, 6                        |                               |                               | 18 34, 4986                                         | - 0, 0014                        |
| 2732                     | 29 59, 5                                         | 10, 05                       | 17, 68                        | 18, 00                        | 29 59, 4974                                         | - 0, 0026                        |
| 3416                     | 41 25, 5                                         | 9, 55                        |                               |                               | 41 25, 4985                                         | - 0, 0015                        |
| 4100                     | 52 51, 5                                         | 9, 15                        | 17, 63                        | 18, 00                        | 52 51, 4990                                         | - 0, 0010                        |
| 4785                     | 12 4 18, 5                                       | 8, 65                        |                               |                               | 12 4 18, 5020                                       | + 0, 0020                        |
| 5669                     | 15 44, 5                                         | 8, 3                         | 17, 68                        | 18, 06                        | 15 44, 5017                                         | + 0, 0017                        |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels  | $e'$                          | $e''$                         | $e'''$                        | $l'$                          | $l''$                         |
|----------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Anfang .....                     | 59 <sup>h</sup> <sub>305</sub> | 17 <sup>0</sup> <sub>35</sub> | 17 <sup>0</sup> <sub>53</sub> | 17 <sup>0</sup> <sub>48</sub> | 17 <sup>0</sup> <sub>52</sub> | 17 <sup>0</sup> <sub>89</sub> |
| Ende .....                       | 59, 312                        | 17, 65                        | 17, 88                        | 17, 88                        | 17, 68                        | 18, 11                        |
| Mittel .....                     | 59, 3085                       | 17, 50                        | 17, 705                       | 17, 68                        | 17, 60                        | 18, 00                        |
| Gemessene Länge .....            | $F = 5h3342$                   |                               |                               |                               |                               |                               |
| Temperatur von $F = 17057$ ..... | + 0, 0970                      |                               |                               |                               |                               |                               |
| Elasticität des Fadens .....     | + 0, 0011                      |                               |                               |                               |                               |                               |
| Länge des Pendels .....          | $= F = 5, 2358$                |                               |                               |                               |                               |                               |

Schwingszeit = 1<sup>h</sup><sub>00291692</sub> der Uhr = 1<sup>h</sup><sub>0001676</sub> M. Z.

|                                                 |                                                       |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... | 440 <sup>L</sup> <sub>8777</sub> + 1, 0003 $\epsilon$ |
| Reduction auf den leeren Raum .....             | - 0, 0257 - 0, 0001 $\epsilon$ - 0, 0269 $k'$         |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....         | - 0, 0549                                             |
| — auf $F$ .....                                 | + 5, 2358                                             |
| Resultat des Versuchs .....                     | $F = 446, 0329 + 1, 0002 \epsilon - 0, 0269 k'$       |



Versuch IV. c. Juni 16. 1<sup>b</sup> 52' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 337,<sup>L</sup>65. Gang der Uhr = - 4'' 030.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                    |          | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,72533305      | Fehler     |
|------------------------------------------|--------------------|----------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|------------|
|                                          |                    |          | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                             |            |
| 120                                      | 0 <sup>b</sup> 55' | 2'',0335 | 41, <sup>L</sup> 4              | 16, <sup>0</sup> 55 | 17, <sup>0</sup> 23 | 0 <sup>b</sup> 55' 2'',0366 | + 0'',0031 |
| 620                                      | 1 9                | 24,7400  | 37,4                            |                     |                     | 1 9 24,7397                 | — 0,0003   |
| 1120                                     | 23                 | 47,4427  | 33,8                            | 16,79               | 17,28               | 23 47,4409                  | — 0,0018   |
| 1620                                     | 38                 | 10,1451  | 30,6                            |                     |                     | 38 10,1404                  | — 0,0047   |
| 2120                                     | 52                 | 32,8347  | 27,9                            | 16,87               | 17,33               | 52 32,8386                  | + 0,0039   |
| 2620                                     | 2 6                | 55,5354  | 25,5                            |                     |                     | 2 6 55,5357                 | + 0,0003   |
| 3120                                     | 21                 | 18,2334  | 23,2                            | 16,98               | 17,40               | 21 18,2321                  | — 0,0013   |
| 3620                                     | 35                 | 40,9302  | 21,3                            |                     |                     | 35 40,9280                  | — 0,0022   |
| 4120                                     | 50                 | 3,6208   | 19,5                            | 17,16               | 17,63               | 50 3,6238                   | + 0,0030   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                      | 58, <sup>R</sup> 487          | 16, <sup>0</sup> 70 | 17, <sup>0</sup> 00 | 17, <sup>0</sup> 18 | 16, <sup>0</sup> 50 | 17, <sup>0</sup> 22 |
| Ende .....                        | 58,446                        | 17,05               | 17,19               | 17,23               | 17,24               | 17,67               |
| Mittel .....                      | 58,4665                       | 16,875              | 17,14               | 17,23               | 16,87               | 17,445              |
| Gemessene Länge .....             | $F - 5,L2315$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 16,017$ ..... | + 0,0037                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 17,19 .....   | 864,0087                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0,0041                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....           | $= F + 858,8750$              |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit = 4'' 72538305 der Uhr = 4'' 7206515 M. Z.

|                                                |                                             |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1304, <sup>L</sup> 8436 + 2,9607 $\epsilon$ |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | - 0,0762 - 0,0002 $\epsilon$ - 0,0800 $k$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,2066                                    |
| — auf $F$ .....                                | - 858,8750                                  |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 446,0990 + 2,9605 \epsilon - 0,0800 k$ |

Versuch IV. *f.* Juni 17. 1<sup>h</sup> 55' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 336<sup>L</sup>,76. Gang der Uhr = - 1'',148.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                            |  | Schwingungsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>1,72539266     | Fehler    |
|------------------------------------------|----------------------------|--|------------------------------------|-------|-------|----------------------------|-----------|
|                                          |                            |  | $\mu$                              | $l'$  | $l''$ |                            |           |
| 110                                      | 0 <sup>h</sup> 58' 2",8113 |  | 41 <sup>L</sup> ,1                 | 17,04 | 17,79 | 0 <sup>h</sup> 58' 2",8130 | + 0",0017 |
| 610                                      | 1 12 25,5205               |  | 37,2                               |       |       | 1 12 25,5211               | + 0,0006  |
| 1110                                     | 26 48,2284                 |  | 33,6                               | 17,14 | 17,83 | 26 48,2271                 | — 0,0013  |
| 1610                                     | 41 10,9282                 |  | 30,5                               |       |       | 41 10,9315                 | + 0,0033  |
| 2110                                     | 55 33,6336                 |  | 27,7                               | 17,22 | 17,85 | 55 33,6345                 | + 0,0009  |
| 2610                                     | 2 9 56,3444                |  | 25,2                               |       |       | 2 9 56,3364                | — 0,0080  |
| 3110                                     | 24 19,0400                 |  | 23,1                               | 17,34 | 17,91 | 24 19,0377                 | — 0,0023  |
| 3610                                     | 38 41,7405                 |  | 21,2                               |       |       | 38 41,7384                 | — 0,0021  |
| 4110                                     | 53 4,4316                  |  | 19,5                               | 17,49 | 17,94 | 53 4,4387                  | + 0,0071  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                    | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                                          |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------------------------------------|
| Anfang .....                                               | 58 <sup>R</sup> ,156                             | 17 <sup>0</sup> ,25 | 17 <sup>0</sup> ,58 | 17 <sup>0</sup> ,88 | 17 <sup>0</sup> ,01 | 17 <sup>0</sup> ,78                            |
| Ende .....                                                 | 58,118                                           | 17,40               | 17,68               | 17,88               | 17,52               | 17,94                                          |
| Mittel .....                                               | 58,137                                           | 17,325              | 17,63               | 17,88               | 17,265              | 17,86                                          |
| Gemessene Länge .....                                      | $F -$                                            |                     |                     |                     |                     | 5',2288                                        |
| Temperatur von $F = 170,44$ .....                          | $+$                                              |                     |                     |                     |                     | 0,0963                                         |
| Toise, Temperatur = 17,78 .....                            | 864,0146                                         |                     |                     |                     |                     |                                                |
| Elasticität des Fadens .....                               | $+$                                              |                     |                     |                     |                     | 0,0041                                         |
| Länge des Pendels .....                                    | $= F +$                                          |                     |                     |                     |                     | 858,8862                                       |
| Schwingungszeit = 1'',72539266 der Uhr = 1'',7206587 M. Z. |                                                  |                     |                     |                     |                     |                                                |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....             | 1304 <sup>L</sup> ,8545 $+$ 2,9608 $\varepsilon$ |                     |                     |                     |                     |                                                |
| Reduction auf den leeren Raum .....                        | $-$ 0,0759 $-$ 0,0002 $\varepsilon -$ 0,0797 $k$ |                     |                     |                     |                     |                                                |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                     | $+$ 0,2066                                       |                     |                     |                     |                     |                                                |
| — auf $F$ .....                                            | $-$ 858,8862                                     |                     |                     |                     |                     |                                                |
| Resultat des Versuchs .....                                | $F =$                                            |                     |                     |                     |                     | 446,0990 $+$ 2,9606 $\varepsilon -$ 0,0797 $k$ |

Versuch IV. *a'*. Juni 18. 10<sup>b</sup> 44' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 336<sup>L</sup>01. Gang der Uhr = — 1'' 197.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingungsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>1,72472272       | Fehler   |
|------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|-------|-------|------------------------------|----------|
|                                          |                              | $\mu$                              | $l'$  | $l''$ |                              |          |
| 100                                      | 9 <sup>b</sup> 42' 41'' 4616 | 38,8                               | 18,80 | 19,34 | 9 <sup>b</sup> 42' 41'' 4609 | — 0,0007 |
| 600                                      | 57 3,8315                    | 29,5                               |       |       | 57 3,8311                    | — 0,0004 |
| 1100                                     | 10 11 26,1955                | 22,4                               | 18,93 | 19,41 | 10 11 26,1975                | + 0,0020 |
| 1600                                     | 25 48,5610                   | 17,2                               |       |       | 25 48,5619                   | + 0,0009 |
| 2100                                     | 40 10,9269                   | 13,6                               | 18,97 | 19,49 | 40 10,9251                   | — 0,0018 |
| 120                                      | 49 24,9699                   | 38,4                               | 18,99 | 19,51 | 49 24,9709                   | + 0,0010 |
| 620                                      | 11 3 47,3438                 | 29,0                               |       |       | 11 3 47,3417                 | — 0,0021 |
| 1120                                     | 18 9,7092                    | 21,9                               | 19,07 | 19,60 | 18 9,7088                    | — 0,0004 |
| 1620                                     | 32 32,0715                   | 16,9                               |       |       | 32 32,0737                   | + 0,0022 |
| 2120                                     | 46 54,4384                   | 13,2                               | 19,15 | 19,67 | 46 54,4377                   | — 0,0007 |

## Messung der Länge des Pendels.

|              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l''$              |
|--------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Anfang ..... | 68 <sup>L</sup> 212           | 18 <sup>0</sup> 64 | 18 <sup>0</sup> 78 | 18 <sup>0</sup> 98 | 18 <sup>0</sup> 76 | 19 <sup>0</sup> 33 |
| Ende .....   | 68,209                        | 18,94              | 19,18              | 19,18              | 19,16              | 19,67              |
| Mittel ..... | 68,2105                       | 18,79              | 18,98              | 19,08              | 18,96              | 19,50              |

Gemessene Länge .....  $F = 6<sup>L</sup>1349$ Temperatur von  $F = 18<sup>0</sup>85$  ..... + 0,1041

Toise, Temperatur = 19,04 ..... 864,0273

Elasticität des Fadens ..... + 0,0041

Länge des Pendels ..... =  $F + 858,0000$ 

Schwingungszeit = 1,72472272 der Uhr = 1,7199897 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... 1303<sup>L</sup>8400 + 2,9584  $\varepsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... — 0,2255 — 0,0005  $\varepsilon$  — 0,2235  $k$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel .... + 0,6584

— auf  $F$  ..... — 858,0000Resultat des Versuchs .....  $F = 446,2723 + 2,9579 \varepsilon - 0,2235 k$

Versuch IV. *b'*. Juni 18. 2<sup>h</sup> 14' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 335<sup>L</sup> 14. Gang der Uhr = — 1'' 264.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                    |                    | Rechnung<br>1''72471265      | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|--------------------|--------------------|------------------------------|------------|
|                                          |                              | $\mu$                              | $l'$               | $l''$              |                              |            |
| 120                                      | 1 <sup>h</sup> 11' 53'' 9804 | 39 <sup>L</sup> 0                  | 18 <sup>0</sup> 01 | 18 <sup>0</sup> 57 | 1 <sup>h</sup> 11' 53'' 9828 | + 0'' 0024 |
| 620                                      | 26 16, 3483                  | 29, 2                              |                    |                    | 26 16, 3485                  | + 0, 0002  |
| 1120                                     | 40 38, 7107                  | 22, 2                              | 18, 09             | 18, 52             | 40 38, 7101                  | — 0, 0006  |
| 1620                                     | 55 1, 0723                   | 17, 2                              |                    |                    | 55 1, 0695                   | — 0, 0028  |
| 2120                                     | 2 9 23, 4269                 | 13, 4                              | 18, 09             | 18, 54             | 2 9 23, 4277                 | + 0, 0008  |
| 100                                      | 18 32, 4817                  | 39, 9                              | 18, 09             | 18, 52             | 18 32, 4803                  | — 0, 0014  |
| 600                                      | 32 54, 8476                  | 29, 8                              |                    |                    | 32 54, 8464                  | — 0, 0012  |
| 1100                                     | 47 17, 2086                  | 22, 8                              | 18, 09             | 18, 55             | 47 17, 2084                  | — 0, 0002  |
| 1600                                     | 3 1 39, 5646                 | 17, 6                              |                    |                    | 3 1 39, 5680                 | + 0, 0036  |
| 2100                                     | 16 1, 9269                   | 13, 6                              | 18, 09             | 18, 59             | 16 1, 9263                   | — 0, 0006  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l''$              |
|----------------------------------------------------------|----------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Anfang . . . . .                                         | 68 <sup>n</sup> 313                          | 18 <sup>0</sup> 15 | 18 <sup>0</sup> 48 | 18 <sup>0</sup> 58 | 17 <sup>0</sup> 97 | 18 <sup>0</sup> 61 |
| Ende . . . . .                                           | 68, 303                                      | 18, 15             | 18, 48             | 18, 53             | 18, 03             | 18, 61             |
| Mittel . . . . .                                         | 68, 308                                      | 18, 15             | 18, 48             | 18, 555            | 18, 03             | 18, 61             |
| Gemessene Länge . . . . .                                | $F = 6L 1436$                                |                    |                    |                    |                    |                    |
| Temperatur von $F = 180 26$ . . . . .                    | + 0, 1008                                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| Toise, Temperatur = 18, 52 . . . . .                     | 864, 0221                                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| Elasticität des Fadens . . . . .                         | + 0, 0041                                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| Länge des Pendels . . . . .                              | $= F + 857, 9834$                            |                    |                    |                    |                    |                    |
| Schwingungszeit = 1''72471265 der Uhr = 1''7199783 M. Z. |                                              |                    |                    |                    |                    |                    |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . .        | 1303 <sup>L</sup> 8227 + 2,9584 $\epsilon$   |                    |                    |                    |                    |                    |
| Reduction auf den leeren Raum . . . . .                  | — 0, 2256 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2236 $k$   |                    |                    |                    |                    |                    |
| — auf das zusammengesetzte Pendel . . . .                | + 0, 6584                                    |                    |                    |                    |                    |                    |
| — auf $F$ . . . . .                                      | — 857, 9834                                  |                    |                    |                    |                    |                    |
| Resultat des Versuchs . . . . .                          | $F = 446, 2721 + 2,9579 \epsilon - 0,2236 k$ |                    |                    |                    |                    |                    |

Versuch IV. c'. Juni 19. 10<sup>h</sup> 56' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335,<sup>L</sup>72. Gang der Uhr = — 1'',237.

| Beobachtete Coincidenzen |                            | Schwingsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',00266172      | Fehler     |
|--------------------------|----------------------------|------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|------------|
|                          |                            | $\mu$                        | $l'$                | $l''$               |                               |            |
| 0                        | 10 <sup>h</sup> 18' 40'',5 | 12, <sup>L</sup> 2           | 17, <sup>0</sup> 92 | 18, <sup>0</sup> 22 | 10 <sup>h</sup> 18' 40'',5029 | + 0'',0029 |
| 748                      | 31 10,5                    | 10,5                         |                     |                     | 31 10,5010                    | + 0,0010   |
| 1496                     | 43 40,5                    | 9,0                          | 17,86               | 18,17               | 43 40,4971                    | — 0,0029   |
| 2246                     | 56 12,5                    | 7,85                         |                     |                     | 56 12,4982                    | — 0,0018   |
| 2996                     | 11 8 44,5                  | 6,7                          | 17,75               | 18,11               | 11 8 44,4971                  | — 0,0029   |
| 3748                     | 21 18,5                    | 5,75                         |                     |                     | 21 18,5005                    | + 0,0005   |
| 4500                     | 33 52,5                    | 4,95                         | 17,63               | 18,11               | 33 52,5032                    | + 0,0032   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                      | 62, <sup>R</sup> 576          | 18, <sup>0</sup> 20 | 18, <sup>0</sup> 53 | 18, <sup>0</sup> 68 | 17, <sup>0</sup> 97 | 18, <sup>0</sup> 22 |
| Ende .....                        | 62,574                        | 18,00               | 18,43               | 18,28               | 17,63               | 18,11               |
| Mittel .....                      | 62,575                        | 18,10               | 18,48               | 18,48               | 17,80               | 18,165              |
| Gemessene Länge .....             | $F - 5,L6280$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 18,023$ ..... | + 0,1007                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0,0014                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....           | $\equiv F - 5,5259$           |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit = 1'',00266172 der Uhr = 0'',9999097 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... 440,<sup>L</sup>6504 + 0,9998  $\varepsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... — 0,0765 — 0,0002  $\varepsilon$  — 0,0758  $k'$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel ..... — 0,0463

— auf  $F$  ..... + 5,5259Resultat des Versuchs .....  $F = 446,0535 + 0,9996 \varepsilon - 0,0758 k'$



Versuch IV. *d'*. Juni 19. 2<sup>h</sup> 16' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 336,<sup>L</sup>83. Gang der Uhr = — 1,<sup>h</sup>191.

| Beobachtete Coincidenzen |                          | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1, <sup>h</sup> 00265103 | Fehler    |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------------------------|-----------|
|                          |                          | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                                      |           |
| 0                        | 1 <sup>h</sup> 38' 15",5 | 13, <sup>L</sup> 0              | 14, <sup>0</sup> 29 | 14, <sup>0</sup> 72 | 1 <sup>h</sup> 38' 15",5010          | + 0",0010 |
| 750                      | 50 47,5                  | 11,0                            |                     |                     | 50 47,4984                           | — 0,0016  |
| 1503                     | 2 3 22,5                 | 9,3                             | 14,53               | 14,83               | 2 3 22,5014                          | + 0,0014  |
| 2255                     | 15 56,5                  | 8,0                             |                     |                     | 15 56,5002                           | + 0,0002  |
| 3007                     | 28 30,5                  | 6,9                             | 14,64               | 14,85               | 28 30,4978                           | — 0,0022  |
| 3761                     | 41 6,5                   | 5,9                             |                     |                     | 41 6,4999                            | — 0,0001  |
| 4515                     | 53 42,5                  | 5,1                             | 14,64               | 14,94               | 53 42,5013                           | + 0,0013  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                       | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                          | 62, <sup>R</sup> 566                            | 14, <sup>0</sup> 60 | 14, <sup>0</sup> 88 | 15, <sup>0</sup> 10 | 14, <sup>0</sup> 19 | 14, <sup>0</sup> 77 |
| Ende .....                                                            | 62,587                                          | 14,70               | 14,98               | 15,30               | 14,70               | 14,94               |
| Mittel .....                                                          | 62,5765                                         | 14,65               | 14,93               | 15,20               | 14,445              | 14,855              |
| Gemessene Länge .....                                                 | $F = 5,L6281$                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 14,075$ .....                                     | + 0,0814                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                          | + 0,0014                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                               | $= F = 5,5453$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1, <sup>h</sup> 00265103 der Uhr = 0",9998996 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....                       | 440, <sup>L</sup> 6415 + 0,9998 $\varepsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                   | — 0,0776 — 0,0002 $\varepsilon$ — 0,0769 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                               | — 0,0463                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                       | + 5,5453                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                           | $F = 446,0629 + 0,9996 \varepsilon - 0,0769 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch IV. e'. Juni 20. 2<sup>b</sup> 39' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 335<sup>L</sup>,29. Gang der Uhr = — 1",364.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                             | Schwingsweite und<br>Temperatur |        |        | Rechnung<br>1",72467464     | Fehler   |
|------------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|--------|--------|-----------------------------|----------|
| $\mu$                                    |                             | $\mu$                           | $l'$   | $l''$  |                             |          |
| 110                                      | 1 <sup>h</sup> 30' 37",0807 | 38,4                            | 14,001 | 14,000 | 1 <sup>h</sup> 30' 37",0871 | + 0,0004 |
| 610                                      | 51 0,0348                   | 28,8                            |        |        | 51 0,0329                   | — 0,0019 |
| 1110                                     | 2 5 22,3725                 | 22,0                            | 14,11  | 14,64  | 2 5 22,3747                 | + 0,0022 |
| 1610                                     | 19 44,7160                  | 17,0                            |        |        | 19 44,7144                  | — 0,0016 |
| 2110                                     | 34 7,0519                   | 13,1                            | 14,08  | 14,64  | 34 7,0528                   | + 0,0009 |
| 110                                      | 43 31,7120                  | 38,9                            | 14,12  | 14,73  | 43 31,7143                  | + 0,0023 |
| 610                                      | 57 54,0596                  | 29,2                            |        |        | 57 54,0607                  | + 0,0011 |
| 1110                                     | 3 12 16,4075                | 22,1                            | 14,18  | 14,81  | 3 12 16,4032                | — 0,0043 |
| 1610                                     | 26 38,7464                  | 17,1                            |        |        | 26 38,7437                  | — 0,0027 |
| 2110                                     | 41 1,0795                   | 13,2                            | 14,23  | 14,92  | 41 1,0831                   | + 0,0036 |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                       | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                  | $e'$   | $e''$ | $e'''$ | $l'$  | $l''$ |
|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------|-------|--------|-------|-------|
| Anfang .....                                          | 68,360                                         | 14,08  | 14,33 | 14,61  | 14,97 | 14,66 |
| Ende .....                                            | 68,338                                         | 14,27  | 14,43 | 14,71  | 14,41 | 15,00 |
| Mittel .....                                          | 68,3535                                        | 14,175 | 14,38 | 14,66  | 14,19 | 14,83 |
| Gemessene Länge .....                                 | $F = 6,1477$                                   |        |       |        |       |       |
| Temperatur von $F = 14,24$ .....                      | + 0,0786                                       |        |       |        |       |       |
| Toise, Temperatur = 14,55 .....                       | 863,9821                                       |        |       |        |       |       |
| Elasticität des Fadens .....                          | + 0,0041                                       |        |       |        |       |       |
| Länge des Pendels .....                               | $= F + 857,9171$                               |        |       |        |       |       |
| Schwingszeit = 1",72467464 der Uhr = 1",7199383 M. Z. |                                                |        |       |        |       |       |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....        | 1303 <sup>L</sup> ,7621 + 2,9582 $\varepsilon$ |        |       |        |       |       |
| Reduction auf den leeren Raum .....                   | — 0,2288 — 0,0005 $\varepsilon$ — 0,2268 $k$   |        |       |        |       |       |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                | + 0,6584                                       |        |       |        |       |       |
| — auf $F$ .....                                       | — 857,9171                                     |        |       |        |       |       |
| Resultat des Versuchs .....                           | $F = 446,2746 + 2,9577 \varepsilon - 0,2268 k$ |        |       |        |       |       |

Versuch IV. *f'*. Juni 21. 11<sup>b</sup> 41' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335,<sup>L</sup>68. Gang der Uhr = — 1,<sup>''</sup>339.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                                           | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> 72468453      | Fehler                  |
|------------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------------------|-------------------------|
|                                          |                                           | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                                           |                         |
| 120                                      | 10 <sup>b</sup> 38' 48 <sup>''</sup> 9732 | 38, <sup>L</sup> 6                 | 15, <sup>0</sup> 83 | 16, <sup>0</sup> 25 | 10 <sup>b</sup> 38' 48 <sup>''</sup> 7643 | — 0, <sup>''</sup> 0089 |
| 620                                      | 53 11, 3162                               | 28, 9                              |                     |                     | 53 11, 3150                               | — 0, 0012               |
| 1120                                     | 11 7 33, 6555                             | 21, 9                              | 15, 86              | 16, 36              | 11 7 33, 6619                             | + 0, 0064               |
| 1620                                     | 21 55, 9993                               | 16, 8                              |                     |                     | 21 56, 0067                               | + 0, 0074               |
| 2120                                     | 36 18, 3543                               | 13, 1                              | 15, 94              | 16, 48              | 36 18, 3506                               | — 0, 0037               |
| 110                                      | 45 48, 7293                               | 39, 1                              | 15, 94              | 16, 52              | 45 48, 7314                               | + 0, 0021               |
| 610                                      | 12 0 11, 0835                             | 29, 3                              |                     |                     | 12 0 11, 0832                             | — 0, 0003               |
| 1110                                     | 14 33, 4263                               | 22, 1                              | 16, 02              | 16, 60              | 14 33, 4311                               | + 0, 0048               |
| 1610                                     | 28 55, 7748                               | 17, 0                              |                     |                     | 28 55, 7768                               | + 0, 0020               |
| 2110                                     | 43 18, 1301                               | 13, 1                              | 16, 10              | 16, 65              | 43 18, 1215                               | — 0, 0086               |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                   | 68, <sup>R</sup> 271          | 15, <sup>0</sup> 52 | 15, <sup>0</sup> 72 | 15, <sup>0</sup> 70 | 15, <sup>0</sup> 83 | 16, <sup>0</sup> 22 |
| Ende .....                                     | 68,299                        | 15,86               | 16,15               | 16,14               | 16,23               | 16,66               |
| Mittel .....                                   | 68,285                        | 15,69               | 15,935              | 15,92               | 16,03               | 16,44               |
| Gemessene Länge .....                          | $F$ — 6, <sup>L</sup> 1416    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F$ = 15, <sup>0</sup> 77 ..... | + 0, 0871                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 15,93 .....                | 863,9960                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                   | + 0, 0041                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                        | $= F$ + 857,9456              |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit = 1<sup>''</sup>72468453 der Uhr = 1<sup>''</sup>7199487 M. Z.

|                                                |                                                    |
|------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1303, <sup>L</sup> 7779 + 2,9583 $\varepsilon$     |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0, 2276 — 0,0005 $\varepsilon$ — 0,2256 $k$      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0, 6584                                          |
| — auf $F$ .....                                | — 857,9456                                         |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F$ = 446,2631 + 2,9578 $\varepsilon$ — 0,2256 $k$ |

Versuch V. a. Juni 22. 2<sup>b</sup> 31' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 334<sup>L</sup>,65. Gang der Uhr = — 1<sup>''</sup>,167.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                    |           | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,72538629 | Fehler    |            |
|------------------------------------------|--------------------|-----------|------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------|-----------|------------|
|                                          |                    |           | $\mu$                              | $l'$                | $l'''$              |                        |           |            |
| 90                                       | 1 <sup>b</sup> 34' | 1'',2772  | 40 <sup>L</sup> ,3                 | 17 <sup>0</sup> ,16 | 17 <sup>0</sup> ,96 | 1 <sup>b</sup> 34'     | 1'',2721  | — 0'',0051 |
| 590                                      | 48                 | 23,9743   | 36,5                               |                     |                     | 48                     | 23,9760   | + 0,0017   |
| 1090                                     | 2                  | 2 46,6742 | 33,0                               | 17,44               | 18,19               | 2                      | 2 46,6783 | + 0,0041   |
| 1590                                     | 17                 | 9,3794    | 29,8                               |                     |                     | 17                     | 9,3791    | — 0,0003   |
| 2090                                     | 31                 | 32,0804   | 27,0                               | 17,52               | 18,30               | 31                     | 32,0789   | — 0,0015   |
| 2590                                     | 45                 | 54,7744   | 24,6                               |                     |                     | 45                     | 54,7777   | + 0,0033   |
| 3090                                     | 3                  | 0 17,4748 | 22,5                               | 17,58               | 18,45               | 3                      | 0 17,4760 | + 0,0012   |
| 3590                                     | 14                 | 40,1753   | 20,7                               |                     |                     | 14                     | 40,1737   | — 0,0016   |
| 4090                                     | 29                 | 2,8730    | 19,0                               | 17,72               | 18,54               | 29                     | 2,8712    | — 0,0018   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l'''$              |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                      | 58 <sup>R</sup> ,290          | 17 <sup>0</sup> ,20 | 17 <sup>0</sup> ,58 | 17 <sup>0</sup> ,93 | 17 <sup>0</sup> ,07 | 17 <sup>0</sup> ,89 |
| Ende .....                        | 58,240                        | 17,55               | 17,88               | 18,08               | 17,86               | 18,67               |
| Mittel .....                      | 58,265                        | 17,375              | 17,73               | 18,005              | 17,465              | 18,28               |
| Gemessene Länge .....             | $F = 5L,2404$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 170,50$ ..... | + 0,0066                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 17,89 .....   | 864,0157                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0,0044                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....           | $= F + 858,8760$              |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingungszeit = 1<sup>''</sup>,72538629 der Uhr = 1<sup>''</sup>,7206520 M. Z.

|                                                |                         |                                           |
|------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1304 <sup>L</sup> ,8443 | + 2,9607 $\epsilon$                       |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0,0753                | — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0792 $k$          |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,2120                |                                           |
| — auf $F$ .....                                | — 858,8760              |                                           |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F =$                   | 416,1050 + 2,9605 $\epsilon$ — 0,0792 $k$ |

Versuch V. *b.* Juni 23. 2<sup>h</sup> 34' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 333,<sup>L</sup>68. Gang der Uhr = - 0,<sup>h</sup>943.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                |               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1 <sup>h</sup> 72539100 | Fehler        |             |
|------------------------------------------|----------------|---------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------------|---------------|-------------|
|                                          |                |               | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                                     |               |             |
| 100                                      | 1 <sup>b</sup> | 37' 8'', 5477 | 39, <sup>L</sup> 4                 | 18, <sup>0</sup> 52 | 19, <sup>0</sup> 37 | 1 <sup>b</sup>                      | 37' 8'', 5537 | + 0'', 0060 |
| 600                                      |                | 51 31, 2643   | 35, 3                              |                     |                     |                                     | 51 31, 2606   | — 0, 0037   |
| 1100                                     | 2              | 5 53, 9713    | 32, 0                              | 18, 50              | 19, 32              | 2                                   | 5 53, 9653    | — 0, 0060   |
| 1600                                     |                | 20 16, 6692   | 29, 0                              |                     |                     |                                     | 20 16, 6683   | — 0, 0009   |
| 2100                                     |                | 34 39, 3668   | 26, 4                              | 18, 52              | 19, 28              |                                     | 34 39, 3700   | + 0, 0032   |
| 2600                                     |                | 49 2, 0672    | 24, 1                              |                     |                     |                                     | 49 2, 0706    | + 0, 0034   |
| 3100                                     | 3              | 3 24, 7705    | 22, 1                              | 18, 48              | 19, 28              | 3                                   | 3 24, 7703    | — 0, 0002   |
| 3600                                     |                | 17 47, 4727   | 20, 3                              |                     |                     |                                     | 17 47, 4693   | — 0, 0034   |
| 4100                                     |                | 32 10, 1659   | 18, 5                              | 18, 52              | 19, 24              |                                     | 32 10, 1677   | + 0, 0018   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                     | 58, <sup>R</sup> 284                            | 18, <sup>0</sup> 74 | 19, <sup>0</sup> 23 | 19, <sup>0</sup> 38 | 18, <sup>0</sup> 54 | 19, <sup>0</sup> 39 |
| Ende .....                                                                       | 58, 309                                         | 18, 69              | 19, 08              | 19, 18              | 18, 54              | 19, 22              |
| Mittel .....                                                                     | 58, 2965                                        | 18, 715             | 19, 155             | 19, 28              | 18, 54              | 19, 305             |
| Gemessene Länge .....                                                            | $F - 5,L2432$                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 18,086$ .....                                                | + 0, 1041                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 19, 23 .....                                                 | 864, 0292                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                     | + 0, 0041                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                                          | $= F + 858, 8942$                               |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1 <sup>h</sup> 72539100 der Uhr = 1 <sup>h</sup> 7206612 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....                                   | 1304, <sup>L</sup> 8583 + 2,9608 $\varepsilon$  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                              | - 0, 0748 - 0,0002 $\varepsilon$ - 0,0786 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                                           | + 0, 2120                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                                  | - 858, 8942                                     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                      | $F = 446, 1013 + 2,9606 \varepsilon - 0,0786 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |



Versuch V. c. Juni 24. 2<sup>b</sup> 13' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 331,<sup>L</sup>21. Gang der Uhr = - 1'',043.

| Beobachtete Coincidenzen |                         | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',00291835   | Fehler   |
|--------------------------|-------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------------|----------|
|                          |                         | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                            |          |
| 0                        | 1 <sup>a</sup> 27' 52,5 | 13, <sup>L</sup> 5              | 16, <sup>b</sup> 79 | 17, <sup>c</sup> 22 | 1 <sup>b</sup> 27' 52,4975 | - 0,0025 |
| 684                      | 39 18,5                 | 12,75                           |                     |                     | 39 18,5038                 | + 0,0038 |
| 1365                     | 50 41,5                 | 12,35                           | 16,79               | 17,22               | 50 41,5006                 | + 0,0006 |
| 2047                     | 2 2 5,5                 | 11,65                           |                     |                     | 2 2 5,4996                 | - 0,0004 |
| 2729                     | 13 29,5                 | 11,0                            | 16,79               | 17,22               | 13 29,4975                 | - 0,0025 |
| 3413                     | 24 55,5                 | 10,55                           |                     |                     | 24 55,5006                 | + 0,0006 |
| 4096                     | 36 20,5                 | 10,0                            | 16,85               | 17,22               | 36 20,5003                 | + 0,0003 |
| 4779                     | 47 45,5                 | 9,55                            |                     |                     | 47 45,4993                 | - 0,0007 |
| 5463                     | 59 11,5                 | 9,1                             | 16,85               | 17,22               | 59 11,5008                 | + 0,0008 |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                         | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                            | 59, <sup>n</sup> 206          | 17, <sup>o</sup> 10 | 17, <sup>o</sup> 53 | 17, <sup>o</sup> 93 | 16, <sup>o</sup> 79 | 17, <sup>o</sup> 22 |
| Ende .....                              | 59,205                        | 17,05               | 17,48               | 17,83               | 16,85               | 17,22               |
| Mittel .....                            | 59,2055                       | 17,075              | 17,505              | 17,88               | 16,82               | 17,22               |
| Gemessene Länge .....                   | $F = 5'',3249$                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 17^{\circ}22$ ..... | + 0,0951                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....            | + 0,0014                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                 | $= F = 5,2284$                |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit = 1'',00291835 der Uhr = 1'',0001678 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... 440,<sup>L</sup>8779 + 1,0003  $\epsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... - 0,0252 - 0,0001  $\epsilon$  - 0,0265  $k'$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel ..... - 0,0493

— auf  $F$  ..... + 5,2284Resultat des Versuchs .....  $F = 446,0318 + 1,0002 \epsilon - 0,0265 k'$

Versuch V. d. Juni 25. 2<sup>h</sup> 45' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 332<sup>L</sup>/<sub>48</sub>. Gang der Uhr = - 0<sup>''</sup>/<sub>838</sub>.

| Beobachtete Coincidenzen |                                                   | Schwingungsweite und Temperatur          |                                         |                                          | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> / <sub>00290805</sub>    | Fehler                              |
|--------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| 0                        | 2 <sup>h</sup> 0' 26 <sup>''</sup> / <sub>5</sub> | $\mu$<br>12 <sup>L</sup> / <sub>95</sub> | $l'$<br>15 <sup>0</sup> / <sub>10</sub> | $l''$<br>15 <sup>0</sup> / <sub>49</sub> | 2 <sup>h</sup> 0' 26 <sup>''</sup> / <sub>5013</sub> | + 0 <sup>''</sup> / <sub>0013</sub> |
| 683                      | 11 51, 5                                          | 12, 4                                    |                                         |                                          | 11 51, 4970                                          | — 0, 0030                           |
| 1369                     | 23 19, 5                                          | 11, 85                                   | 15, 10                                  | 15, 44                                   | 23 19, 5006                                          | + 0, 0006                           |
| 2054                     | 34 46, 5                                          | 11, 3                                    |                                         |                                          | 34 46, 5005                                          | + 0, 0005                           |
| 2737                     | 46 13, 5                                          | 10, 8                                    | 15, 10                                  | 15, 44                                   | 46 13, 4997                                          | — 0, 0003                           |
| 3425                     | 57 41, 5                                          | 10, 1                                    |                                         |                                          | 57 41, 5010                                          | + 0, 0010                           |
| 4111                     | 3 9 9, 5                                          | 9, 7                                     | 15, 15                                  | 15, 49                                   | 3 9 9, 5018                                          | + 0, 0018                           |
| 4796                     | 20 36, 5                                          | 9, 2                                     |                                         |                                          | 20 36, 4992                                          | — 0, 0008                           |
| 5482                     | 32 4, 5                                           | 8, 9                                     | 15, 15                                  | 15, 49                                   | 32 4, 4990                                           | — 0, 0010                           |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                                              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                           | $e'$                            | $e''$                           | $e'''$                          | $l'$                            | $l''$                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Anfang . . . . .                                                                                             | 59 <sup>R</sup> / <sub>192</sub>                        | 15 <sup>0</sup> / <sub>32</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>72</sub> | 16 <sup>0</sup> / <sub>14</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>10</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>47</sub> |
| Ende . . . . .                                                                                               | 59, 228                                                 | 15, 27                          | 15, 57                          | 16, 09                          | 15, 21                          | 15, 55                          |
| Mittel . . . . .                                                                                             | 59, 210                                                 | 15, 295                         | 15, 645                         | 16, 115                         | 15, 155                         | 15, 51                          |
| Gemessene Länge . . . . .                                                                                    | $F = 5, 3253$                                           |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Temperatur von $F = 15, 41$ . . . . .                                                                        | + 0, 0851                                               |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Elasticität des Fadens . . . . .                                                                             | + 0, 0014                                               |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Länge des Pendels . . . . .                                                                                  | $= F = 5, 2388$                                         |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Schwingungszeit = 1 <sup>''</sup> / <sub>00290805</sub> der Uhr = 1 <sup>''</sup> / <sub>0001600</sub> M. Z. |                                                         |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . . .                                                          | 440 <sup>L</sup> / <sub>8710</sub> + 1, 0003 $\epsilon$ |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Reduction auf den leeren Raum . . . . .                                                                      | - 0, 0255 - 0, 0001 $\epsilon$ - 0, 0268 $k'$           |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| — auf das zusammengesetzte Pendel . . . . .                                                                  | - 0, 0493                                               |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| — auf $F$ . . . . .                                                                                          | + 5, 2388                                               |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Resultat des Versuchs . . . . .                                                                              | $F = 446, 0350 + 1, 0002 \epsilon - 0, 0268 k'$         |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |

Versuch V. c. Juni 26. 3<sup>b</sup> 10' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 334<sup>L</sup>68. Gang der Uhr = - 0'' 842.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                             | Schwingungsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>1''72534496     | Fehler     |
|------------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|-------|-------|-----------------------------|------------|
|                                          |                             | $\mu$                              | $l'$  | $l''$ |                             |            |
| 110                                      | 2 <sup>b</sup> 13' 7'' 7791 | 38,3                               | 13,64 | 14,73 | 2 <sup>b</sup> 13' 7'' 7746 | - 0'' 0045 |
| 610                                      | 27 30, 4489                 | 33,5                               |       |       | 27 30, 4559                 | + 0, 0070  |
| 1110                                     | 41 53, 1416                 | 30,4                               | 13,90 | 14,78 | 41 53, 1354                 | - 0, 0062  |
| 1610                                     | 56 15, 8081                 | 27,8                               |       |       | 56 15, 8137                 | + 0, 0056  |
| 2110                                     | 3 10 38, 4937               | 25,3                               | 13,94 | 14,87 | 3 10 38, 4910               | - 0, 0027  |
| 2610                                     | 25 1, 1697                  | 23,0                               |       |       | 25 1, 1674                  | - 0, 0023  |
| 3110                                     | 39 23, 8373                 | 21,3                               | 14,06 | 14,96 | 39 23, 8434                 | + 0, 0061  |
| 3610                                     | 53 46, 5176                 | 19,6                               |       |       | 53 46, 5190                 | + 0, 0014  |
| 4110                                     | 4 8 9, 1986                 | 17,8                               | 14,15 | 15,01 | 4 8 9, 1942                 | - 0, 0044  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$  | $e''$ | $e'''$ | $l'$  | $l''$            |
|----------------------------------|-------------------------------|-------|-------|--------|-------|------------------|
| Anfang .....                     | 58,370                        | 14,03 | 14,43 | 14,86  | 13,56 | 14,72            |
| Ende .....                       | 58,305                        | 14,31 | 14,53 | 14,91  | 14,64 | 15,44            |
| Mittel .....                     | 58,3375                       | 14,17 | 14,48 | 14,885 | 14,10 | 15,08            |
| Gemessene Länge .....            | $F =$                         |       |       |        |       | 5,2469           |
| Temperatur von $F = 14,20$ ..... |                               |       |       |        |       | + 0, 0789        |
| Toise, Temperatur = 14,72 .....  |                               |       |       |        |       | 863,9838         |
| Elasticität des Fadens .....     |                               |       |       |        |       | + 0, 0041        |
| Länge des Pendels .....          |                               |       |       |        |       | $= F + 858,8199$ |

Schwingungszeit = 1''72534496 der Uhr = 1''7206172 M. Z.

|                                                |                        |                                           |
|------------------------------------------------|------------------------|-------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1304 <sup>L</sup> 7915 | + 2,9606 $\epsilon$                       |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | - 0,0762               | - 0,0002 $\epsilon$ - 0,0801 $k$          |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,2120               |                                           |
| — auf $F$ .....                                | - 858,9199             |                                           |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F =$                  | 446,1074 + 2,9604 $\epsilon$ - 0,0801 $k$ |

Versuch V. *f.* Juni 27. 10<sup>h</sup> 50' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 333<sup>L</sup>/<sub>95</sub>. Gang der Uhr = - 0'' 583.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingsweite und<br>Temperatur |                                 |                                 | Rechnung<br>1,72534874        | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|-------------|
|                                          |                               | $\mu$                           | $l'$                            | $l''$                           |                               |             |
| 100                                      | 9 <sup>h</sup> 53' 21'', 5436 | 39 <sup>L</sup> / <sub>5</sub>  | 15 <sup>0</sup> / <sub>84</sub> | 16 <sup>0</sup> / <sub>29</sub> | 9 <sup>h</sup> 53' 21'', 5425 | — 0'', 0011 |
| 600                                      | 10 7 44, 2275                 | 35, 6                           |                                 |                                 | 10 7 44, 2272                 | — 0, 0003   |
| 1100                                     | 22 6, 9117                    | 32, 1                           | 15, 90                          | 16, 42                          | 22 6, 9101                    | — 0, 0016   |
| 1600                                     | 36 29, 5800                   | 29, 3                           |                                 |                                 | 36 29, 5916                   | + 0, 0036   |
| 2100                                     | 50 52, 2730                   | 26, 7                           | 15, 99                          | 16, 52                          | 50 52, 2720                   | — 0, 0010   |
| 2600                                     | 11 5 14, 9507                 | 24, 3                           |                                 |                                 | 11 5 14, 9516                 | + 0, 0009   |
| 3100                                     | 19 37, 6286                   | 22, 3                           | 16, 15                          | 16, 59                          | 19 37, 6306                   | + 0, 0020   |
| 3600                                     | 34 0, 3092                    | 20, 4                           |                                 |                                 | 34 0, 3091                    | — 0, 0001   |
| 4100                                     | 48 22, 9898                   | 18, 7                           | 16, 32                          | 16, 69                          | 48 22, 9874                   | — 0, 0024   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels    | $e'$                            | $e''$                           | $e'''$                          | $l'$                            | $l''$                           |
|-----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Anfang .....                      | 58 <sup>R</sup> / <sub>269</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>67</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>77</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>89</sub> | 15 <sup>0</sup> / <sub>83</sub> | 16 <sup>0</sup> / <sub>25</sub> |
| Ende .....                        | 58, 277                          | 15, 91                          | 16, 16                          | 16, 19                          | 16, 39                          | 16, 71                          |
| Mittel .....                      | 58, 273                          | 15, 79                          | 15, 965                         | 16, 04                          | 16, 11                          | 16, 48                          |
| Gemessene Länge .....             | $F - 5L/2411$                    |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Temperatur von $F = 150/85$ ..... | + 0, 0875                        |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Toise, Temperatur = 16, 01 .....  | 863, 9963                        |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0, 0041                        |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Länge des Pendels .....           | $= F + 858, 8468$                |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |

Schwingszeit = 1''<sub>72534874</sub> der Uhr = 1''<sub>7206261</sub> M. Z.Entsprechende Länge des einfachen Pendels . . . 1304<sup>L</sup>/<sub>8050</sub> + 2,9606  $\epsilon$ Reduction auf den leeren Raum . . . - 0, 0755 - 0,0002  $\epsilon$  - 0,0794  $k$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel . . . + 0, 2120

— auf  $F$  . . . - 858, 8468Resultat des Versuchs . . .  $F = 446, 0947 + 2,9604 \epsilon - 0,0794 k$

Versuch V.  $\alpha'$ . Juni 27. 2<sup>h</sup> 46' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer =  $336^L_{12}$ . Gang der Uhr =  $-0''049$ .

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                      |                      | Rechnung<br>$1''72463350$    | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|----------------------|----------------------|------------------------------|------------|
| $\mu$                                    | $l'$                         | $l''$                              |                      |                      |                              |            |
| 80                                       | 1 <sup>h</sup> 44' 24'' 9870 | 35 <sup>L</sup> , 8                | 13 <sup>O</sup> , 58 | 14 <sup>O</sup> , 61 | 1 <sup>h</sup> 44' 24'' 9884 | + 0'' 0014 |
| 580                                      | 58 47, 3141                  | 27, 6                              |                      |                      | 58 47, 3130                  | — 0, 0011  |
| 1080                                     | 2 13 9, 6361                 | 21, 1                              | 13, 69               | 14, 61               | 2 13 9, 6343                 | — 0, 0018  |
| 1580                                     | 27 31, 9564                  | 16, 3                              |                      |                      | 27 31, 9538                  | — 0, 0026  |
| 2080                                     | 41 54, 2681                  | 12, 6                              | 13, 76               | 14, 61               | 41 54, 2721                  | + 0, 0040  |
| 90                                       | 50 20, 2257                  | 36, 3                              | 13, 78               | 14, 61               | 50 20, 2244                  | — 0, 0013  |
| 590                                      | 3 4 42, 5507                 | 27, 4                              |                      |                      | 3 4 42, 5495                 | — 0, 0012  |
| 1090                                     | 19 4, 8695                   | 21, 0                              | 13, 92               | 14, 61               | 19 4, 8713                   | + 0, 0018  |
| 1590                                     | 33 27, 1822                  | 16, 1                              |                      |                      | 33 27, 1911                  | + 0, 0089  |
| 2090                                     | 47 49, 5182                  | 12, 5                              | 13, 96               | 14, 61               | 47 49, 5100                  | — 0, 0082  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                  | $e'$                 | $e''$                | $e'''$               | $l'$   | $l''$                |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------|----------------------|
| Anfang .....                                                 | 68 <sup>R</sup> , 356                          | 14 <sup>O</sup> , 03 | 14 <sup>O</sup> , 33 | 14 <sup>O</sup> , 71 | 13, 56 | 14 <sup>O</sup> , 61 |
| Ende .....                                                   | 68, 327                                        | 14, 08               | 14, 33               | 14, 61               | 13, 96 | 14, 61               |
| Mittel .....                                                 | 68, 3415                                       | 14, 055              | 14, 33               | 14, 66               | 13, 76 | 14, 61               |
| Gemessene Länge .....                                        | $F - 0^L_{1466}$                               |                      |                      |                      |        |                      |
| Temperatur von $F = 14^O_{15}$ .....                         | + 0, 0781                                      |                      |                      |                      |        |                      |
| Toise, Temperatur = $14, 52$ .....                           | 863, 9818                                      |                      |                      |                      |        |                      |
| Elasticität des Fadens .....                                 | + 0, 0041                                      |                      |                      |                      |        |                      |
| Länge des Pendels .....                                      | $= F + 857, 9174$                              |                      |                      |                      |        |                      |
| Schwingungszeit = $1''72463350$ der Uhr = $1''7199235$ M. Z. |                                                |                      |                      |                      |        |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....               | $1303^L_{7397} + 2, 9582 \epsilon$             |                      |                      |                      |        |                      |
| Reduction auf den leeren Raum .....                          | — 0, 2297 — 0, 0005 $\epsilon$ — 0, 2277 $k$   |                      |                      |                      |        |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                       | + 0, 6745                                      |                      |                      |                      |        |                      |
| — auf $F$ .....                                              | — 857, 9174                                    |                      |                      |                      |        |                      |
| Resultat des Versuchs .....                                  | $F = 446, 2671 + 2, 9577 \epsilon - 0, 2277 k$ |                      |                      |                      |        |                      |



Versuch V. *b'*. Juni 28. 2<sup>h</sup> 45' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 338,<sup>L</sup>58. Gang der Uhr = - 0,<sup>''</sup>934.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                                          | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> 72466354     | Fehler                  |
|------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------------------|-------------------------|
| $\mu$                                    |                                          | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                                          |                         |
| 100                                      | 1 <sup>h</sup> 43' 37 <sup>''</sup> 4783 | 38, <sup>L</sup> 3                 | 14, <sup>0</sup> 13 | 14, <sup>0</sup> 83 | 1 <sup>h</sup> 43' 57 <sup>''</sup> 4784 | + 0, <sup>''</sup> 0001 |
| 600                                      | 57 59, 8240                              | 28, 7                              |                     |                     | 57 59, 8186                              | - 0, 0054               |
| 1100                                     | 2 12 22, 1449                            | 21, 8                              | 14, 13              | 14, 84              | 2 12 22, 1548                            | + 0, 0099               |
| 1600                                     | 26 44, 4922                              | 16, 8                              |                     |                     | 26 44, 4890                              | - 0, 0032               |
| 2100                                     | 41 6, 8234                               | 13, 1                              | 14, 15              | 14, 90              | 41 6, 8220                               | - 0, 0014               |
| 110                                      | 50 30, 7120                              | 39, 3                              | 14, 17              | 14, 92              | 50 30, 7121                              | + 0, 0001               |
| 610                                      | 3 4 48, 0528                             | 29, 5                              |                     |                     | 3 4 48, 0532                             | + 0, 0004               |
| 1110                                     | 19 10, 3916                              | 22, 4                              | 14, 23              | 14, 94              | 19 10, 3902                              | - 0, 0014               |
| 1610                                     | 33 32, 7244                              | 17, 3                              |                     |                     | 33 32, 7250                              | + 0, 0006               |
| 2110                                     | 47 55, 0584                              | 13, 5                              | 14, 34              | 14, 99              | 47 55, 0588                              | + 0, 0004               |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                    | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                       | 68, <sup>''</sup> 352                        | 14, <sup>0</sup> 32 | 14, <sup>0</sup> 58 | 14, <sup>0</sup> 91 | 14, <sup>0</sup> 13 | 14, <sup>0</sup> 83 |
| Ende .....                                                                         | 68, 326                                      | 14, 32              | 14, 53              | 14, 86              | 14, 41              | 15, 15              |
| Mittel .....                                                                       | 68, 339                                      | 14, 32              | 14, 555             | 14, 885             | 14, 27              | 14, 99              |
| Gemessene Länge .....                                                              | $F - 6,L1464$                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $T = 14,040$ .....                                                  | + 0, 0795                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 14, 75 .....                                                   | 863, 9841                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                       | + 0, 0041                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                                            | $= F + 857, 9213$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1 <sup>''</sup> 72466354 der Uhr = 1 <sup>''</sup> 7199359 M. Z. |                                              |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....                                     | 1303, <sup>L</sup> 7585 + 2,9582 $\epsilon$  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                                | - 0, 2308 - 0,0005 $\epsilon$ - 0,2288 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                                             | + 0, 6745                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                                    | - 857, 9213                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                        | $F = 446, 2809 + 2,9577 \epsilon - 0,2288 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch V. c'. Juni 29. 11<sup>h</sup> 23' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 337,<sup>L</sup>53. Gang der Uhr = — 0'',936.

| Beobachtete Coincidenzen |                            | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',00263263      | Fehler     |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|------------|
|                          |                            | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                               |            |
| 0                        | 10 <sup>b</sup> 46' 21'',5 | 13, <sup>L</sup> 15             | 15, <sup>0</sup> 83 | 16, <sup>0</sup> 05 | 10 <sup>b</sup> 46' 21'',5030 | + 0'',0030 |
| 754                      | 58 57,5                    | 11,15                           |                     |                     | 58 57,4977                    | — 0,0023   |
| 1512                     | 11 11 37,5                 | 9,6                             | 15,83               | 16,11               | 11 11 37,5004                 | + 0,0004   |
| 2269                     | 24 16,5                    | 8,0                             |                     |                     | 24 16,4984                    | — 0,0016   |
| 3027                     | 36 56,5                    | 6,85                            | 15,83               | 16,16               | 36 56,4976                    | — 0,0024   |
| 3787                     | 49 38,5                    | 5,95                            |                     |                     | 49 38,5012                    | + 0,0012   |
| 4546                     | 12 2 19,5                  | 5,1                             | 15,83               | 16,22               | 12 2 19,5016                  | + 0,0016   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                      | 62, <sup>n</sup> 590          | 15, <sup>0</sup> 47 | 15, <sup>0</sup> 62 | 15, <sup>0</sup> 60 | 15, <sup>0</sup> 83 | 16, <sup>0</sup> 05 |
| Ende .....                        | 62,596                        | 15,71               | 15,81               | 15,84               | 15,83               | 16,22               |
| Mittel .....                      | 62,593                        | 15,59               | 15,715              | 15,72               | 15,83               | 16,135              |
| Gemessene Länge .....             | $F - 5,L6210$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 15,063$ ..... | + 0,0863                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0,0014                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....           | $= F - 5,5419$                |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingszeit = 1'',00263263 der Uhr = 0'',9998842 M. Z.

|                                                 |                                                 |
|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... | 440, <sup>L</sup> 6279 + 0,9998 $\varepsilon$   |
| Reduction auf den leeren Raum .....             | — 0,0773 — 0,0002 $\varepsilon$ — 0,0766 $k'$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....         | — 0,0294                                        |
| — auf $F$ .....                                 | + 5,5419                                        |
| Resultat des Versuchs .....                     | $F = 446,0631 + 0,9996 \varepsilon - 0,0766 k'$ |

Versuch V. d'. Juni 29. 2<sup>h</sup> 45' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 337<sup>L</sup>.18. Gang der Uhr = - 0<sup>''</sup>.941.

| Beobachtete Coincidenzen |                |                |                    | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1 <sup>''</sup> .00262673   | Fehler                  |
|--------------------------|----------------|----------------|--------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------------------|-------------------------|
|                          | $\mu$          | $l'$           | $l''$              |                                 |                     |                     |                                         |                         |
| 0                        | 2 <sup>h</sup> | 8'             | 8 <sup>''</sup> .5 | 12 <sup>L</sup> .95             | 14 <sup>0</sup> .70 | 15 <sup>0</sup> .00 | 2 <sup>h</sup> 8' 8 <sup>''</sup> .5016 | + 0 <sup>''</sup> .0016 |
| 757                      |                | 20             | 47, 5              | 11, 05                          |                     |                     | 20 46, 499 <sup>4</sup>                 | - 0, 0006               |
| 1516                     |                | 33             | 28, 5              | 9, 40                           | 14, 72              | 15, 02              | 33 28, 5000                             | 0, 0000                 |
| 2275                     |                | 46             | 9, 5               | 8, 05                           |                     |                     | 46 9, 4987                              | - 0, 0013               |
| 3035                     |                | 58             | 51, 5              | 6, 9                            | 14, 75              | 15, 05              | 58 51, 4987                             | - 0, 0013               |
| 3796                     | 3              | 11             | 34, 5              | 5, 85                           |                     |                     | 3 11 34, 500 <sup>4</sup>               | + 0, 000 <sup>4</sup>   |
| 4557                     |                | 2 <sup>4</sup> | 17, 5              | 5, 0                            | 14, 78              | 15, 05              | 2 <sup>4</sup> 17, 5013                 | + 0, 0013               |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                      | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                         | 62 <sup>R</sup> .656                            | 14 <sup>0</sup> .88 | 15 <sup>0</sup> .22 | 15 <sup>0</sup> .20 | 14 <sup>0</sup> .70 | 15 <sup>0</sup> .00 |
| Ende .....                                                                           | 62, 656                                         | 14, 88              | 15, 17              | 15, 15              | 14, 78              | 15, 11              |
| Mittel .....                                                                         | 62, 656                                         | 14, 88              | 15, 195             | 15, 175             | 14, 74              | 15, 055             |
| Gemessene Länge .....                                                                | $F - 51.6353$                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 140.99$ .....                                                    | + 0, 0828                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                         | + 0, 001 <sup>4</sup>                           |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                                              | $= F - 5, 5511$                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1 <sup>''</sup> .00262673 der Uhr = 0 <sup>''</sup> .9998782 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....                                      | 440 <sup>L</sup> .6226 + 0, 9998 $\epsilon$     |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                                  | - 0, 0776 - 0, 0002 $\epsilon$ - 0, 0769 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                                              | - 0, 0294                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                                      | + 5, 5511                                       |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                          | $F = 446, 0667 + 0, 9996 \epsilon - 0, 0769 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch V. e'. Juni 30. 3<sup>h</sup> 11' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335,<sup>L</sup>64. Gang der Uhr = — 0'',969.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                             | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72465967    | Fehler     |
|------------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|------------|
| $\mu$                                    |                             | $l'$                               | $l''$               |                     |                             |            |
| 100                                      | 2 <sup>h</sup> 9' 49'',4659 | 40, <sup>L</sup> 1                 | 14, <sup>0</sup> 66 | 14, <sup>0</sup> 94 | 2 <sup>h</sup> 9' 49'',4673 | + 0'',0014 |
| 600                                      | 24 11,8099                  | 29,9                               |                     |                     | 24 11,8065                  | — 0,0034   |
| 1100                                     | 38 34,1377                  | 22,6                               | 14,70               | 14,97               | 38 34,1413                  | + 0,0036   |
| 1600                                     | 52 56,4736                  | 17,4                               |                     |                     | 52 56,4739                  | + 0,0003   |
| 2100                                     | 3 7 18,8073                 | 13,5                               | 14,72               | 15,07               | 3 7 18,8054                 | — 0,0019   |
| 110                                      | 16 14,7104                  | 39,3                               | 14,73               | 15,09               | 16 14,7124                  | + 0,0020   |
| 610                                      | 30 37,0559                  | 29,5                               |                     |                     | 30 37,0517                  | — 0,0042   |
| 1110                                     | 44 59,3841                  | 22,4                               | 14,77               | 15,13               | 44 59,3871                  | + 0,0030   |
| 1610                                     | 59 21,7247                  | 17,3                               |                     |                     | 59 21,7202                  | — 0,0045   |
| 2110                                     | 4 13 44,0185                | 13,5                               | 14,85               | 15,16               | 4 13 44,0521                | + 0,0036   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l'''$              |
|----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                     | 68, <sup>R</sup> 388          | 14, <sup>0</sup> 60 | 14, <sup>0</sup> 73 | 14, <sup>0</sup> 91 | 14, <sup>0</sup> 64 | 14, <sup>0</sup> 94 |
| Ende .....                       | 68,365                        | 14,74               | 14,93               | 14,91               | 14,98               | 15,22               |
| Mittel .....                     | 68,3765                       | 14,67               | 14,83               | 14,91               | 14,81               | 15,08               |
| Gemessene Länge .....            | $F = 6,L1498$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 11,72$ ..... | + 0,0813                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 11,88 .....  | 863,9854                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....     | + 0,0041                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....          | $= F + 857,9210$              |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingungszeit = 1'',72465967 der Uhr = 1'',7199313 M. Z.

|                                                |                                             |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1303, <sup>L</sup> 7515 + 2,9582 $\epsilon$ |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0,2285 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2265 $k$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,6745                                    |
| — auf $F$ .....                                | — 857,9210                                  |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 446,2765 + 2,9577 \epsilon - 0,2265 k$ |

Versuch V. *f'*. Juli 1. 2<sup>h</sup> 58' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 338,<sup>L</sup>77. Gang der Uhr = - 1'', 328.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72468086      | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    |                               | $l'$                            | $l''$               |                     |                               |             |
| 110                                      | 1 <sup>h</sup> 55' 55'', 7125 | 38, <sup>L</sup> 8              | 15, <sup>0</sup> 34 | 15, <sup>0</sup> 68 | 1 <sup>h</sup> 55' 55'', 7060 | - 0'', 0065 |
| 610                                      | 2 10 18, 0598                 | 29, 4                           |                     |                     | 2 10 18, 0558                 | - 0, 0040   |
| 1110                                     | 24 40, 4014                   | 22, 0                           | 15, 37              | 15, 72              | 24 40, 4018                   | + 0, 0004   |
| 1610                                     | 39 2, 7490                    | 17, 0                           |                     |                     | 39 2, 7454                    | - 0, 0036   |
| 2110                                     | 53 25, 0741                   | 13, 3                           | 15, 37              | 15, 72              | 53 25, 0878                   | + 0, 0137   |
| 100                                      | 3 3 39, 4783                  | 40, 0                           | 15, 37              | 15, 72              | 3 3 39, 4899                  | + 0, 0116   |
| 600                                      | 18 1, 8315                    | 30, 0                           |                     |                     | 18 1, 8304                    | - 0, 0011   |
| 1100                                     | 32 24, 1736                   | 22, 5                           | 15, 41              | 15, 75              | 32 24, 1768                   | + 0, 0032   |
| 1600                                     | 46 46, 5290                   | 17, 3                           |                     |                     | 46 46, 5207                   | - 0, 0083   |
| 2100                                     | 4 1 8, 8686                   | 13, 6                           | 15, 43              | 15, 77              | 4 1 8, 8634                   | - 0, 0052   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                              | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                    | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|--------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang .....                                                 | 68, <sup>n</sup> 425                             | 15, <sup>0</sup> 47 | 15, <sup>0</sup> 62 | 15, <sup>0</sup> 79 | 15, <sup>0</sup> 32 | 15, <sup>0</sup> 66  |
| Ende .....                                                   | 68, 407                                          | 15, 42              | 15, 57              | 15, 74              | 15, 37              | 15, 72               |
| Mittel .....                                                 | 68, 416                                          | 15, 445             | 15, 595             | 15, 765             | 15, 345             | 15, 69               |
| Gemessene Länge .....                                        | $F$                                              |                     |                     |                     |                     | 6, <sup>L</sup> 1533 |
| Temperatur von $F = 15,n50 .....$                            | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 0856              |
| Toise, Temperatur = 15, 70 .....                             |                                                  |                     |                     |                     |                     | 863, 9937            |
| Elasticität des Fadens .....                                 | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 0041              |
| Länge des Pendels .....                                      | $= F$                                            |                     |                     |                     |                     | + 857, 9301          |
| Schwingungszeit = 1'', 72468086 der Uhr = 1'', 7199452 M. Z. |                                                  |                     |                     |                     |                     |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....               | 1303, <sup>L</sup> 7726 + 2,9583 $\epsilon$      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Reduction auf den leeren Raum .....                          | - 0, 2302 - 0,0005 $\epsilon$ - 0,2282 $k$       |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                       | + 0, 6745                                        |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf $F$ .....                                              | - 857, 9301                                      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Resultat des Versuchs .....                                  | $F =$ 446, 2868 + 2,9578 $\epsilon$ - 0,2282 $k$ |                     |                     |                     |                     |                      |



Versuch VI. a. Juli 2. 3<sup>b</sup> 2' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 338<sup>L</sup>76. Gang der Uhr = - 1''688.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                             | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                    |                    | Rechnung<br>1''72537362     | Fehler    |
|------------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|-----------|
| $\mu$                                    |                             | $l'$                               | $l''$              | $l'''$             |                             |           |
| 100                                      | 2 <sup>a</sup> 5' 17'' 5434 | 41 <sup>L</sup> 8                  | 15 <sup>0</sup> 26 | 15 <sup>0</sup> 72 | 2 <sup>b</sup> 5' 17'' 5460 | + 0''0026 |
| 600                                      | 19 40, 2474                 | 37, 9                              |                    |                    | 19 40, 2448                 | - 0, 0026 |
| 1100                                     | 34 2, 9430                  | 34, 2                              | 15, 27             | 15, 73             | 34 2, 9413                  | - 0, 0017 |
| 1600                                     | 48 25, 6282                 | 31, 0                              |                    |                    | 48 25, 6360                 | + 0, 0078 |
| 2100                                     | 3 2 48, 3309                | 28, 2                              | 15, 36             | 15, 81             | 3 2 48, 3294                | - 0, 0015 |
| 2600                                     | 17 11, 0291                 | 25, 6                              |                    |                    | 17 11, 0218                 | - 0, 0073 |
| 3100                                     | 31 33, 7137                 | 23, 4                              | 15, 45             | 15, 91             | 31 33, 7134                 | - 0, 0003 |
| 3600                                     | 45 56, 4067                 | 21, 5                              |                    |                    | 45 56, 4045                 | - 0, 0022 |
| 4100                                     | 4 0 19, 0900                | 19, 6                              | 15, 64             | 15, 98             | 4 0 19, 0952                | + 0, 0052 |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l'''$              |
|----------------------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| Anfang .....                     | 58 <sup>n</sup> 338           | 15 <sup>0</sup> 27 | 15 <sup>0</sup> 52 | 15 <sup>0</sup> 70 | 15 <sup>0</sup> 26 | 15 <sup>0</sup> 72  |
| Ende .....                       | 58, 323                       | 15, 47             | 15, 62             | 15, 70             | 15, 72             | 16, 00              |
| Mittel .....                     | 58, 3305                      | 15, 37             | 15, 57             | 15, 70             | 15, 49             | 15, 86              |
| Gemessene Länge .....            | $F$ —                         |                    |                    |                    |                    | 5 <sup>L</sup> 2402 |
| Temperatur von $F = 15044$ ..... | +                             |                    |                    |                    |                    | 0, 0853             |
| Toise, Temperatur = 15, 65 ..... | 863, 9932                     |                    |                    |                    |                    |                     |
| Elasticität des Fadens .....     | +                             |                    |                    |                    |                    | 0, 0041             |
| Länge des Pendels .....          | $= F +$                       |                    |                    |                    |                    | 858, 8364           |

Schwingungszeit = 1''72537362 der Uhr = 1''7206290 M. Z.

|                                                |                        |                                             |
|------------------------------------------------|------------------------|---------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1304 <sup>L</sup> 8094 | + 2,9606 $\epsilon$                         |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0, 0768              | — 0, 0002 $\epsilon$ — 0, 0807 $k$          |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0, 2120              |                                             |
| — auf $F$ .....                                | — 858, 8364            |                                             |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F =$                  | 446, 1082 + 2,9604 $\epsilon$ — 0, 0807 $k$ |

Versuch VI. b. Juli 4. 3<sup>h</sup> 32' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 337,<sup>L</sup>32. Gang der Uhr = + 6'',244.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1',72526018      | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|------------|
|                                          |                              | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                              |            |
| 90                                       | 2 <sup>b</sup> 34' 53'',2895 | 42, <sup>L</sup> 0                 | 19, <sup>0</sup> 80 | 20, <sup>0</sup> 73 | 2 <sup>b</sup> 34' 53'',2955 | + 0'',0060 |
| 590                                      | 49 15,9395                   | 37,9                               |                     |                     | 49 15,3982                   | — 0,0013   |
| 1090                                     | 3 3 38,5798                  | 34,1                               | 19,90               | 20,74               | 3 3 38,5785                  | — 0,0013   |
| 1590                                     | 18 1,2242                    | 30,9                               |                     |                     | 18 1,2172                    | — 0,0070   |
| 2090                                     | 32 23,8548                   | 28,1                               | 19,96               | 20,78               | 32 23,8543                   | — 0,0005   |
| 2590                                     | 46 46,4890                   | 25,7                               |                     |                     | 46 46,4904                   | + 0,0014   |
| 3090                                     | 4 1 9,1235                   | 23,3                               | 20,02               | 20,78               | 4 1 9,1256                   | + 0,0021   |
| 3590                                     | 15 31,7617                   | 21,3                               |                     |                     | 15 31,7600                   | — 0,0017   |
| 4090                                     | 29 54,3914                   | 19,5                               | 20,06               | 20,82               | 29 54,3938                   | + 0,0024   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang .....                      | 58, <sup>L</sup> 416          | 20, <sup>0</sup> 13 | 20, <sup>0</sup> 57 | 20, <sup>0</sup> 88 | 19, <sup>0</sup> 78 | 20, <sup>0</sup> 73  |
| Ende .....                        | 58,363                        | 20,13               | 20,57               | 20,78               | 20,06               | 20,84                |
| Mittel .....                      | 58,3895                       | 20,13               | 20,57               | 20,83               | 19,92               | 20,785               |
| Gemessene Länge .....             | $F =$                         |                     |                     |                     |                     | 5, <sup>L</sup> 2516 |
| Temperatur von $F = 20,028$ ..... | $+$                           |                     |                     |                     |                     | 0,1120               |
| Toise, Temperatur = 20,72 .....   | 864,0413                      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Elasticität des Fadens .....      | $+$                           |                     |                     |                     |                     | 0,0011               |
| Länge des Pendels .....           | $= F +$                       |                     |                     |                     |                     | 858,9088             |

Schwingungszeit = 1'',72526018 der Uhr = 1'',7206738 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... 1304,<sup>L</sup>8774 + 2,9608  $\epsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... — 0,0753 — 0,0002  $\epsilon$  — 0,0791  $k$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel .... + 0,2120

— auf  $F$  ..... — 858,9088Resultat des Versuchs .....  $F =$  446,1053 + 2,9606  $\epsilon$  — 0,0791  $k$

Versuch VI. c. Juli 5. 3<sup>h</sup> 39' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 336<sup>L</sup>24. Gang der Uhr = + 6'' 032.

| Beobachtete Coincidenzen |                          | Schwingsweite und Temperatur |                    |                    | Rechnung<br>1''00235755     | Fehler     |
|--------------------------|--------------------------|------------------------------|--------------------|--------------------|-----------------------------|------------|
|                          |                          | $\mu$                        | $l'$               | $l''$              |                             |            |
| 0                        | 2 <sup>h</sup> 53' 9'' 5 | 13 <sup>L</sup> 6            | 21 <sup>0</sup> 07 | 21 <sup>0</sup> 62 | 2 <sup>h</sup> 53' 9'' 4997 | — 0'' 0003 |
| 697                      | 3 4 48, 5                | 13, 0                        |                    |                    | 3 4 48, 5020                | + 0, 0020  |
| 1393                     | 16 26, 5                 | 12, 05                       | 21, 01             | 21, 62             | 16 26, 5002                 | + 0, 0002  |
| 2089                     | 28 4, 5                  | 11, 5                        |                    |                    | 28 4, 4973                  | — 0, 0027  |
| 2787                     | 39 44, 5                 | 11, 0                        | 21, 12             | 21, 67             | 39 44, 4995                 | — 0, 0005  |
| 3485                     | 51 24, 5                 | 10, 55                       |                    |                    | 51 24, 5011                 | + 0, 0011  |
| 4182                     | 4 3 3, 5                 | 10, 0                        | 21, 18             | 21, 73             | 4 3 3, 4995                 | — 0, 0005  |
| 4880                     | 14 43, 5                 | 9, 55                        |                    |                    | 14 43, 5002                 | + 0, 0002  |
| 5578                     | 26 23, 5                 | 9, 0                         | 21, 24             | 21, 78             | 26 23, 5005                 | + 0, 0005  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l''$              |
|----------------------------------|-------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Anfang .....                     | 59 <sup>n</sup> 342           | 20 <sup>0</sup> 96 | 21 <sup>0</sup> 46 | 21 <sup>0</sup> 78 | 20 <sup>0</sup> 90 | 21 <sup>0</sup> 62 |
| Ende .....                       | 59, 339                       | 21, 15             | 21, 51             | 21, 83             | 21, 35             | 21, 78             |
| Mittel .....                     | 59, 339                       | 21, 055            | 21, 485            | 21, 805            | 21, 125            | 21, 70             |
| Gemessene Länge .....            | $F = 5h 33m 9$                |                    |                    |                    |                    |                    |
| Temperatur von $F = 21020$ ..... | + 0, 1171                     |                    |                    |                    |                    |                    |
| Elasticität des Fadens .....     | + 0, 0014                     |                    |                    |                    |                    |                    |
| Länge des Pendels .....          | $= F = 5, 2184$               |                    |                    |                    |                    |                    |

Schwingszeit = 1''00285755 der Uhr = 1''0001891 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... 440<sup>L</sup>8967 + 1,0004  $\varepsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... — 0, 0252 — 0,0001  $\varepsilon$  — 0,0265  $k'$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel ..... — 0, 0493

— auf  $F$  ..... + 5, 2184Resultat des Versuchs .....  $F = 446, 0406 + 1,0003 \varepsilon - 0,0265 k'$

Versuch VI. d. Juli 6. 3<sup>h</sup> 18' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 338,<sup>L</sup><sub>38</sub>. Gang der Uhr = + 5,<sup>''</sup>824.

| Beobachtete Coincidenzen |                            | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1, <sup>''</sup> 00285324 | Fehler                  |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------------------------|-------------------------|
|                          |                            | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                                       |                         |
| 0                        | 2 <sup>h</sup> 32' 27'', 5 | 14, <sup>L</sup> 0              | 20, <sup>0</sup> 90 | 21, <sup>0</sup> 28 | 2 <sup>h</sup> 32' 27'', 4999         | — 0, <sup>''</sup> 0001 |
| 697                      | 44 6, 5                    | 13, 2                           |                     |                     | 44 6, 5001                            | + 0, 0001               |
| 1395                     | 55 46, 5                   | 12, 65                          | 20, 90              | 21, 23              | 55 46, 5020                           | + 0, 0020               |
| 2092                     | 3 7 25, 5                  | 11, 95                          |                     |                     | 3 7 25, 5001                          | + 0, 0001               |
| 2789                     | 19 4, 5                    | 11, 4                           | 20, 90              | 21, 23              | 19 4, 4972                            | — 0, 0028               |
| 3488                     | 30 45, 5                   | 10, 85                          |                     |                     | 30 45, 4993                           | — 0, 0007               |
| 4187                     | 42 26, 5                   | 10, 25                          | 20, 79              | 21, 17              | 42 26, 5004                           | + 0, 0004               |
| 4886                     | 54 7, 5                    | 9, 8                            |                     |                     | 54 7, 5007                            | + 0, 0007               |
| 5585                     | 4 5 48, 5                  | 9, 2                            | 20, 79              | 21, 17              | 4 5 48, 5004                          | + 0, 0004               |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                                      | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                    | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                                                         | 59, <sup>R</sup> 291                             | 21, <sup>0</sup> 20 | 21, <sup>0</sup> 61 | 21, <sup>0</sup> 88 | 20, <sup>0</sup> 90 | 21, <sup>0</sup> 28 |
| Ende .....                                                                           | 59, 288                                          | 20, 96              | 21, 41              | 21, 68              | 20, 79              | 21, 23              |
| Mittel .....                                                                         | 59, 2895                                         | 21, 08              | 21, 51              | 21, 78              | 20, 845             | 21, 255             |
| Gemessene Länge .....                                                                | $F - 5,L3325$                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 21,023$ .....                                                    | + 0, 1172                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                                                         | + 0, 0014                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                                              | $= F - 5, 2139$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1, <sup>''</sup> 00285324 der Uhr = 1, <sup>''</sup> 0001824 M. Z. |                                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....                                      | 440, <sup>L</sup> 8908 + 1,0004 $\varepsilon$    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                                  | — 0, 0254 — 0,0001 $\varepsilon$ — 0,0267 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                                              | — 0, 0493                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                                                      | + 5, 2139                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                                          | $F = 446, 0300 + 1,0003 \varepsilon - 0,0267 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch VI. e. Juli 7. 3<sup>b</sup> 53' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 336<sup>L</sup> 15. Gang der Uhr = + 5'' 579.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72526746     | Fehler     |
|------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------------|------------|
| $\mu$                                    |                              | $l'$                               | $l''$               |                     |                              |            |
| 100                                      | 2 <sup>b</sup> 56' 18'',5343 | 41 <sup>L</sup> ,7                 | 19 <sup>0</sup> ,49 | 20 <sup>0</sup> ,39 | 2 <sup>b</sup> 56' 18'',5331 | — 0'',0012 |
| 600                                      | 3 10 41,1745                 | 37,4                               |                     |                     | 3 10 41,1795                 | + 0,0050   |
| 1100                                     | 25 3,8256                    | 33,9                               | 19,49               | 20,39               | 25 3,8234                    | — 0,0022   |
| 1600                                     | 39 26,4669                   | 30,6                               |                     |                     | 39 26,4654                   | — 0,0015   |
| 2100                                     | 53 49,1003                   | 27,9                               | 19,49               | 20,38               | 53 49,1060                   | + 0,0057   |
| 2600                                     | 4 8 11,7555                  | 25,5                               |                     |                     | 4 8 11,7455                  | — 0,0100   |
| 3100                                     | 22 34,3834                   | 23,2                               | 19,49               | 20,34               | 22 34,3838                   | + 0,0004   |
| 3600                                     | 36 57,0197                   | 21,4                               |                     |                     | 36 57,0214                   | + 0,0017   |
| 4100                                     | 51 19,6565                   | 19,6                               | 19,53               | 20,37               | 51 19,6586                   | + 0,0021   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|-----------------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                      | 58 <sup>L</sup> ,346          | 19 <sup>0</sup> ,73 | 20 <sup>0</sup> ,17 | 20 <sup>0</sup> ,38 | 19 <sup>0</sup> ,49 | 20 <sup>0</sup> ,39 |
| Ende .....                        | 58,332                        | 19,73               | 20,07               | 20,23               | 19,55               | 20,39               |
| Mittel .....                      | 58,339                        | 19,73               | 20,12               | 20,305              | 19,52               | 20,39               |
| Gemessene Länge .....             | $F - 5L,2470$                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 110,80$ ..... | + 0,1097                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 20,23 .....   | 864,0393                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0,0041                      |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....           | $= F + 858,9061$              |                     |                     |                     |                     |                     |

Schwingungszeit = 1'',72526746 der Uhr = 1'',7206679 M. Z.

|                                                |                                             |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1304 <sup>L</sup> 8684 + 2,9608 $\epsilon$  |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0,0751 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0789 $k$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,2120                                    |
| — auf $F$ .....                                | — 858,9061                                  |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 446,0992 + 2,9606 \epsilon - 0,0789 k$ |



Versuch VI. *f.* Juli 8. 3<sup>h</sup> 53' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 337,<sup>L</sup>38. Gang der Uhr = + 5,"305.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                    |          | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1''72527352     | Fehler     |
|------------------------------------------|--------------------|----------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|------------|
|                                          |                    |          | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                             |            |
| 120                                      | 2 <sup>h</sup> 56' | 3'',0359 | 40, <sup>L</sup> 6                 | 18, <sup>0</sup> 68 | 19, <sup>0</sup> 63 | 2 <sup>h</sup> 56' 3'',0337 | — 0'',0022 |
| 620                                      | 3 10 25,           | 6776     | 36, 6                              |                     |                     | 3 10 25, 6818               | + 0, 0042  |
| 1120                                     | 24 48,             | 3253     | 33, 0                              | 18, 78              | 19, 69              | 24 48, 3278                 | + 0, 0025  |
| 1620                                     | 39 10,             | 9697     | 30, 0                              |                     |                     | 39 10, 9722                 | + 0, 0025  |
| 2120                                     | 53 33,             | 6263     | 27, 2                              | 18, 91              | 19, 81              | 53 33, 6156                 | — 0, 0107  |
| 2620                                     | 4 7 56,            | 2558     | 24, 8                              |                     |                     | 4 7 56, 2581                | + 0, 0023  |
| 3120                                     | 22 18,             | 9010     | 22, 7                              | 19, 09              | 19, 91              | 22 18, 9000                 | — 0, 0010  |
| 3620                                     | 36 41,             | 5429     | 20, 8                              |                     |                     | 36 41, 5415                 | — 0, 0014  |
| 4120                                     | 51 4,              | 1786     | 18, 9                              | 19, 21              | 19, 95              | 51 4, 1824                  | + 0, 0038  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                                        | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                    | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$                |
|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Anfang .....                                                           | 58, <sup>n</sup> 356                             | 18, <sup>0</sup> 94 | 19, <sup>0</sup> 28 | 19, <sup>0</sup> 58 | 18, <sup>0</sup> 65 | 19, <sup>0</sup> 61  |
| Ende .....                                                             | 58, 319                                          | 19, 24              | 19, 48              | 19, 78              | 19, 21              | 19, 95               |
| Mittel .....                                                           | 58, 3375                                         | 19, 09              | 19, 38              | 19, 68              | 18, 93              | 19, 78               |
| Gemessene Länge .....                                                  | $F$ —                                            |                     |                     |                     |                     | 5, <sup>L</sup> 2469 |
| Temperatur von $F$ = 19, <sup>0</sup> 19 .....                         | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 1060              |
| Toise, Temperatur = 19, 56 .....                                       | 864,                                             |                     |                     |                     |                     | 0326                 |
| Elasticität des Fadens .....                                           | +                                                |                     |                     |                     |                     | 0, 0041              |
| Länge des Pendels .....                                                | $F$ +                                            |                     |                     |                     |                     | 858, 8958            |
| Schwingungszeit = <i>1''72527352</i> der Uhr = <i>1''7206684</i> M. Z. |                                                  |                     |                     |                     |                     |                      |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....                         | 1304, <sup>L</sup> 8692 + 2,9608 $\epsilon$      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Reduction auf den leeren Raum .....                                    | — 0, 0756 — 0,0002 $\epsilon$ — 0,0794 $k$       |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                                 | + 0, 2120                                        |                     |                     |                     |                     |                      |
| — auf $F$ .....                                                        | — 858, 8958                                      |                     |                     |                     |                     |                      |
| Resultat des Versuchs .....                                            | $F$ = 446, 1098 + 2,9606 $\epsilon$ — 0,0794 $k$ |                     |                     |                     |                     |                      |

Versuch VI. *a'*. Juli 9. 3<sup>b</sup> 56' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335<sup>L</sup><sub>35</sub>. Gang der Uhr = + 5'' 113.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>1,72458245       | Fehler   |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------|-------|------------------------------|----------|
|                                          |                              | $\mu$                           | $l'$  | $l''$ |                              |          |
| 70                                       | 2 <sup>b</sup> 54' 26'' 7246 | 38,7                            | 18,79 | 19,90 | 2 <sup>b</sup> 54' 26'' 7287 | + 0,0041 |
| 570                                      | 3 8 49,0263                  | 28,9                            |       |       | 3 8 49,0278                  | + 0,0015 |
| 1070                                     | 23 11,3236                   | 21,9                            | 19,06 | 19,95 | 23 11,3233                   | — 0,0003 |
| 1570                                     | 37 33,6158                   | 16,9                            |       |       | 37 33,6169                   | + 0,0011 |
| 2070                                     | 51 55,9159                   | 13,2                            | 19,23 | 20,01 | 51 55,9095                   | — 0,0064 |
| 110                                      | 4 0 6,7078                   | 38,9                            | 19,25 | 20,06 | 4 0 6,7049                   | — 0,0029 |
| 610                                      | 14 29,0095                   | 28,9                            |       |       | 14 29,0055                   | — 0,0040 |
| 1110                                     | 28 51,3033                   | 22,0                            | 19,40 | 20,16 | 28 51,3022                   | — 0,0011 |
| 1610                                     | 43 13,5927                   | 17,1                            |       |       | 43 13,5971                   | + 0,0044 |
| 2110                                     | 57 35,8877                   | 13,3                            | 19,66 | 20,34 | 57 35,8913                   | + 0,0036 |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$  | $e''$ | $e'''$ | $l'$  | $l''$ |
|----------------------------------|-------------------------------|-------|-------|--------|-------|-------|
| Anfang .....                     | 68,398                        | 19,04 | 19,48 | 19,93  | 18,76 | 19,89 |
| Ende .....                       | 68,328                        | 19,34 | 19,68 | 19,98  | 19,72 | 20,39 |
| Mittel .....                     | 68,363                        | 19,19 | 19,58 | 19,955 | 19,24 | 20,14 |
| Gemessene Länge .....            | $F - 6,1486$                  |       |       |        |       |       |
| Temperatur von $F = 19,32$ ..... | + 0,1067                      |       |       |        |       |       |
| Toise, Temperatur = 19,80 .....  | 864,0350                      |       |       |        |       |       |
| Elasticität des Fadens .....     | + 0,0041                      |       |       |        |       |       |
| Länge des Pendels .....          | $= F + 857,9972$              |       |       |        |       |       |

Schwingszeit = 1''72458245 der Uhr = 1''7199754 M. Z.

|                                                |                                                       |
|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | 1303 <sup>L</sup> <sub>8183</sub> + 2,9584 $\epsilon$ |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0,2248 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2228 $k$             |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,6745                                              |
| — auf $F$ .....                                | — 857,9972                                            |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 446,2708 + 2,9579 \epsilon - 0,2228 k$           |

Versuch VI. *b'*. Juli 10. 4<sup>h</sup> 15' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 336,<sup>L</sup>08. Gang der Uhr = + 5'', 524.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                |     |            | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1'',72458678      | Fehler      |
|------------------------------------------|----------------|-----|------------|------------------------------------|---------------------|---------------------|-------------------------------|-------------|
|                                          |                |     |            | $\mu$                              | $l'$                | $l''$               |                               |             |
| 90                                       | 3 <sup>h</sup> | 13' | 11'', 2156 | 39, <sup>L</sup> 1                 | 20, <sup>0</sup> 23 | 21, <sup>0</sup> 23 | 3 <sup>h</sup> 13' 11'', 2180 | + 0'', 0024 |
| 590                                      |                | 27  | 33, 5184   | 29, 1                              |                     |                     | 27 33, 5207                   | + 0, 0023   |
| 1090                                     |                | 41  | 55, 8223   | 22, 1                              | 20, 23              | 21, 23              | 41 55, 8193                   | — 0, 0030   |
| 1590                                     |                | 56  | 18, 1188   | 17, 1                              |                     |                     | 56 18, 1157                   | — 0, 0031   |
| 2090                                     | 4              | 10  | 40, 4094   | 13, 3                              | 20, 23              | 21, 21              | 4 10 40, 4108                 | + 0, 0014   |
| 120                                      |                | 19  | 52, 9599   | 38, 5                              | 20, 23              | 21, 19              | 19 52, 9619                   | + 0, 0020   |
| 620                                      |                | 34  | 15, 2705   | 28, 8                              |                     |                     | 34 15, 2643                   | — 0, 0062   |
| 1120                                     |                | 48  | 37, 5628   | 21, 8                              | 20, 27              | 21, 17              | 48 37, 5627                   | — 0, 0001   |
| 1620                                     | 5              | 2   | 59, 8556   | 16, 9                              |                     |                     | 5 2 59, 8590                  | + 0, 0034   |
| 2120                                     |                | 17  | 22, 1532   | 13, 1                              | 20, 32              | 21, 21              | 17 22, 1542                   | + 0, 0010   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                            | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                               | 68, <sup>R</sup> 419                         | 20, <sup>0</sup> 52 | 21, <sup>0</sup> 06 | 21, <sup>0</sup> 23 | 20, <sup>0</sup> 23 | 21, <sup>0</sup> 23 |
| Ende .....                                                 | 68, 398                                      | 20, 47              | 20, 87              | 21, 13              | 20, 34              | 21, 23              |
| Mittel .....                                               | 68, 4085                                     | 20, 495             | 20, 965             | 21, 18              | 20, 285             | 21, 23              |
| Gemessene Länge .....                                      | $F - 6,L1527$                                |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 20,065$ .....                          | + 0, 1140                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Toise, Temperatur = 21, 09 .....                           | 864, 0480                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                               | + 0, 0041                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                    | $= F + 858, 0134$                            |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1'',72458678 der Uhr = 1'',7199878 M. Z. |                                              |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....             | 1303, <sup>L</sup> 8371 + 2,9584 $\epsilon$  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                        | — 0, 2245 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2225 $k$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                     | + 0, 6745                                    |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                            | — 858, 0134                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                                | $F = 446, 2737 + 2,9579 \epsilon - 0,2225 k$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch VI. c'. Juli 11. 3<sup>b</sup> 26' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 338,<sup>L</sup>29. Gang der Uhr = + 5,"256.

| Beobachtete Coincidenzen |                          | Schwingungsweite und Temperatur |                     |                     | Rechnung<br>1,"00258761     | Fehler    |
|--------------------------|--------------------------|---------------------------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|-----------|
|                          |                          | $\mu$                           | $l'$                | $l''$               |                             |           |
| 0                        | 2 <sup>b</sup> 47' 53,"5 | 14, <sup>L</sup> 25             | 16, <sup>0</sup> 96 | 17, <sup>0</sup> 33 | 2 <sup>b</sup> 47' 53,"5015 | + 0,"0015 |
| 768                      | 3 0 43,5                 | 11,9                            |                     |                     | 3 0 43,4999                 | — 0,0001  |
| 1538                     | 13 35,5                  | 10,1                            | 16,96               | 17,39               | 13 35,5001                  | + 0,0001  |
| 2308                     | 26 27,5                  | 8,65                            |                     |                     | 26 27,4983                  | — 0,0017  |
| 3079                     | 39 20,5                  | 7,35                            | 17,07               | 17,50               | 39 20,4977                  | — 0,0023  |
| 3852                     | 52 15,5                  | 5,95                            |                     |                     | 52 15,5012                  | + 0,0012  |
| 4624                     | 4 5 9,5                  | 5,25                            | 17,13               | 17,67               | 4 5 9,5014                  | + 0,0014  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                   | $e'$                | $e''$               | $e'''$              | $l'$                | $l''$               |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Anfang .....                                             | 62, <sup>R</sup> 583                            | 17, <sup>0</sup> 25 | 17, <sup>0</sup> 58 | 18, <sup>0</sup> 18 | 16, <sup>0</sup> 96 | 17, <sup>0</sup> 33 |
| Ende .....                                               | 62,557                                          | 17,30               | 17,58               | 18,13               | 17,07               | 17,67               |
| Mittel .....                                             | 62,570                                          | 17,275              | 17,58               | 18,155              | 17,015              | 17,50               |
| Gemessene Länge .....                                    | $F - 5,L6275$                                   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Temperatur von $F = 17,038$ .....                        | + 0,0960                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Elasticität des Fadens .....                             | + 0,0014                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F - 5,5301$                                  |                     |                     |                     |                     |                     |
| Schwingungszeit = 1,"00258761 der Uhr = 0,"9999109 M. Z. |                                                 |                     |                     |                     |                     |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .....          | 440, <sup>L</sup> 6515 + 0,9998 $\varepsilon$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0,0773 — 0,0002 $\varepsilon$ — 0,0766 $k'$   |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel .....                  | — 0,0294                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| — auf $F$ .....                                          | + 5,5301                                        |                     |                     |                     |                     |                     |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F = 446,0749 + 0,9996 \varepsilon - 0,0766 k'$ |                     |                     |                     |                     |                     |

Versuch VI. *d'*. Juli 12. 3<sup>h</sup> 40' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer = 335<sup>L</sup>/<sub>32</sub>. Gang der Uhr = + 5'' 090.

| Beobachtete Coincidenzen |                          |  | Schwingungsweite und Temperatur |                                 |                                 | Rechnung<br>1'' 00259033    | Fehler     |
|--------------------------|--------------------------|--|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|------------|
|                          |                          |  | $\mu$                           | $l'$                            | $l''$                           |                             |            |
| 0                        | 3 <sup>h</sup> 1' 25'' 5 |  | 12 <sup>L</sup> / <sub>9</sub>  | 17 <sup>0</sup> / <sub>92</sub> | 18 <sup>0</sup> / <sub>28</sub> | 3 <sup>h</sup> 1' 25'' 5003 | + 0'' 0003 |
| 769                      | 14 16, 5                 |  | 10, 95                          |                                 |                                 | 14 16, 5012                 | + 0, 0012  |
| 1538                     | 27 7, 5                  |  | 9, 15                           | 17, 97                          | 18, 44                          | 27 7, 4995                  | — 0, 0005  |
| 2308                     | 39 59, 5                 |  | 7, 85                           |                                 |                                 | 39 59, 4986                 | — 0, 0014  |
| 3079                     | 52 52, 5                 |  | 6, 85                           | 18, 09                          | 18, 56                          | 52 52, 4994                 | — 0, 0006  |
| 3850                     | 4 5 45, 5                |  | 5, 85                           |                                 |                                 | 4 5 45, 4995                | — 0, 0005  |
| 4622                     | 18 39, 5                 |  | 4, 9                            | 18, 14                          | 18, 72                          | 18 39, 5016                 | + 0, 0016  |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                   | Schraube<br>des<br>Fühlhebels    | $e'$                            | $e''$                           | $e'''$                          | $l'$                            | $l''$                           |
|-----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Anfang .....                      | 62 <sup>R</sup> / <sub>508</sub> | 17 <sup>0</sup> / <sub>95</sub> | 18 <sup>0</sup> / <sub>43</sub> | 18 <sup>0</sup> / <sub>78</sub> | 17 <sup>0</sup> / <sub>92</sub> | 18 <sup>0</sup> / <sub>28</sub> |
| Ende .....                        | 62, 515                          | 18, 15                          | 18, 48                          | 18, 78                          | 18, 25                          | 18, 78                          |
| Mittel .....                      | 62, 5115                         | 18, 05                          | 18, 455                         | 18, 78                          | 18, 085                         | 18, 53                          |
| Gemessene Länge .....             | $F - 5L/6223$                    |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Temperatur von $F = 180/19$ ..... | + 0, 1004                        |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Elasticität des Fadens .....      | + 0, 0014                        |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |
| Länge des Pendels .....           | $= F - 5, 5205$                  |                                 |                                 |                                 |                                 |                                 |

Schwingungszeit = 1'' 00259033 der Uhr = 0'' 9999117 M. Z.

Entsprechende Länge des einfachen Pendels ..... 440<sup>L</sup>/<sub>6522</sub> + 0,9998  $\varepsilon$ Reduction auf den leeren Raum ..... — 0, 0763 — 0,0002  $\varepsilon$  — 0,0756  $k'$ 

— auf das zusammengesetzte Pendel ..... — 0, 0294

— auf  $F$  ..... + 5, 5205Resultat des Versuchs .....  $F =$  446, 0670 + 0,9996  $\varepsilon$  — 0,0756  $k'$



Versuch VI. *e'*. Juli 13. 4<sup>b</sup> 24' St. Z.Fühlhebel rechts. Barometer =  $334^L_{15}$ . Gang der Uhr =  $+ 4''_{920}$ .

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                              | Schwingsweite und<br>Temperatur |       |       | Rechnung<br>$1''_{72456746}$ | Fehler   |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------------------|-------|-------|------------------------------|----------|
| $\mu$                                    |                              | $\mu$                           | $l'$  | $l''$ |                              |          |
| 110                                      | 3 <sup>b</sup> 18' 40'' 6895 | 38,7                            | 18,09 | 19,09 | 3 <sup>b</sup> 18' 40'' 6891 | — 0,0004 |
| 610                                      | 33 2,9770                    | 29,0                            |       |       | 33 2,9822                    | + 0,0052 |
| 1110                                     | 47 25,2733                   | 22,0                            | 18,09 | 19,05 | 47 25,2713                   | — 0,0020 |
| 1610                                     | 4 1 47,5529                  | 16,9                            |       |       | 4 1 47,5581                  | + 0,0052 |
| 2110                                     | 16 9,8517                    | 13,2                            | 18,09 | 19,01 | 16 9,8436                    | — 0,0081 |
| 120                                      | 31 30,9470                   | 37,7                            | 18,09 | 18,99 | 31 30,9451                   | — 0,0019 |
| 620                                      | 45 53,2431                   | 28,0                            |       |       | 45 53,2374                   | — 0,0057 |
| 1120                                     | 5 0 15,5201                  | 21,5                            | 18,09 | 18,95 | 5 0 15,5260                  | + 0,0059 |
| 1620                                     | 14 37,8150                   | 16,7                            |       |       | 14 37,8125                   | — 0,0025 |
| 2120                                     | 29 0,0936                    | 12,9                            | 18,09 | 18,95 | 29 0,0978                    | + 0,0042 |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                  | Schraube<br>des<br>Fühlhebels | $e'$        | $e''$       | $e'''$      | $l'$        | $l''$       |
|----------------------------------|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Anfang .....                     | $08^R_{100}$                  | $18^0_{45}$ | $18^0_{98}$ | $19^0_{18}$ | $18^0_{09}$ | $19^0_{11}$ |
| Ende .....                       | $08,385$                      | $18,25$     | $18,08$     | $18,98$     | $18,09$     | $18,95$     |
| Mittel .....                     | $68,4255$                     | $18,35$     | $18,83$     | $19,08$     | $18,09$     | $19,03$     |
| Gemessene Länge .....            | $F = 6^L_{1541}$              |             |             |             |             |             |
| Temperatur von $F = 18,51$ ..... | + 0,1022                      |             |             |             |             |             |
| Toise, Temperatur = 18,98 .....  | 864,0267                      |             |             |             |             |             |
| Elasticität des Fadens .....     | + 0,0041                      |             |             |             |             |             |
| Länge des Pendels .....          | $= F + 857,9789$              |             |             |             |             |             |

Schwingszeit =  $1''_{72456746}$  der Uhr =  $1''_{7199567}$  M. Z.

|                                                |                                                |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels .... | $1303^L_{7900} + 2,9583 \varepsilon$           |
| Reduction auf den leeren Raum .....            | — 0,2249 — 0,0005 $\varepsilon$ — 0,2229 $k$   |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....         | + 0,6745                                       |
| — auf $F$ .....                                | — 857,9789                                     |
| Resultat des Versuchs .....                    | $F = 446,2607 + 2,9578 \varepsilon - 0,2229 k$ |

Versuch VI. *f'*. Juli 14. 4<sup>h</sup> 21' St. Z.Fühlhebel links. Barometer = 335<sup>L</sup>76. Gang der Uhr = + 4'' 831.

| Reducirte Mittel<br>der<br>Beobachtungen |                               | Schwingungsweite und<br>Temperatur |                    |                    | Rechnung<br>1''72456268       | Fehler      |
|------------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|--------------------|--------------------|-------------------------------|-------------|
| $\mu$                                    |                               | $l'$                               | $l''$              |                    |                               |             |
| 80                                       | 3 <sup>h</sup> 18' 48'', 9836 | 38 <sup>L</sup> 8                  | 16 <sup>0</sup> 39 | 17 <sup>0</sup> 19 | 3 <sup>h</sup> 18' 49'', 9845 | + 0'', 0009 |
| 580                                      | 33 11, 2754                   | 29, 0                              |                    |                    | 33 11, 2745                   | — 0, 0009   |
| 1080                                     | 47 33, 5589                   | 22, 0                              | 16, 39             | 17, 22             | 47 33, 5606                   | + 0, 0017   |
| 1580                                     | 4 1 55, 8448                  | 16, 9                              |                    |                    | 4 1 55, 8444                  | — 0, 0004   |
| 2080                                     | 16 18, 1284                   | 13, 1                              | 16, 39             | 17, 22             | 16 18, 1271                   | — 0, 0013   |
| 120                                      | 25 43, 9436                   | 38, 2                              | 16, 39             | 17, 22             | 25 43, 9444                   | + 0, 0008   |
| 620                                      | 40 6, 2393                    | 28, 5                              |                    |                    | 40 6, 2343                    | — 0, 0050   |
| 1120                                     | 54 28, 5157                   | 21, 5                              | 16, 49             | 17, 27             | 54 28, 5204                   | + 0, 0047   |
| 1620                                     | 5 8 50, 8064                  | 16, 6                              |                    |                    | 5 8 50, 8047                  | — 0, 0017   |
| 2120                                     | 23 13, 0869                   | 12, 9                              | 16, 75             | 17, 32             | 23 13, 0881                   | + 0, 0012   |

## Messung der Länge des Pendels.

|                                                          | Schraube<br>des<br>Fühlhebels                    | $e'$               | $e''$              | $e'''$             | $l'$               | $l'''$              |
|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| Anfang .....                                             | 68 <sup>R</sup> 396                              | 16 <sup>0</sup> 55 | 16 <sup>0</sup> 79 | 17 <sup>0</sup> 18 | 16 <sup>0</sup> 39 | 17 <sup>0</sup> 17  |
| Ende .....                                               | 68, 433                                          | 16, 65             | 16, 89             | 17, 18             | 16, 79             | 17, 33              |
| Mittel .....                                             | 68, 4145                                         | 16, 60             | 16, 84             | 17, 18             | 16, 59             | 17, 25              |
| Gemessene Länge .....                                    | $F$ —                                            |                    |                    |                    |                    | 6 <sup>L</sup> 1532 |
| Temperatur von $F = 16^0 68$ .....                       | +                                                |                    |                    |                    |                    | 0, 0921             |
| Toise, Temperatur = 17, 04 .....                         |                                                  |                    |                    |                    |                    | 864, 0072           |
| Elasticität des Fadens .....                             | +                                                |                    |                    |                    |                    | 0, 0041             |
| Länge des Pendels .....                                  | $= F$ +                                          |                    |                    |                    |                    | 857, 9502           |
| Schwingungszeit = 1''72456268 der Uhr = 1''7199500 M. Z. |                                                  |                    |                    |                    |                    |                     |
| Entsprechende Länge des einfachen Pendels ....           | 1303 <sup>L</sup> 7798 + 2,9583 $\epsilon$       |                    |                    |                    |                    |                     |
| Reduction auf den leeren Raum .....                      | — 0, 2272 — 0,0005 $\epsilon$ — 0,2252 $k$       |                    |                    |                    |                    |                     |
| — auf das zusammengesetzte Pendel ....                   | + 0, 6745                                        |                    |                    |                    |                    |                     |
| — auf $F$ .....                                          | — 857, 9502                                      |                    |                    |                    |                    |                     |
| Resultat des Versuchs .....                              | $F =$ 446, 2769 + 2,9578 $\epsilon$ — 0,2252 $k$ |                    |                    |                    |                    |                     |

# Einige Bemerkungen zu den Mitteln, algebraische Gleichungen näherungsweise aufzulösen.

H<sup>rn.</sup> <sup>von</sup> CRELLE.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 4. Juni 1835.]

Zwar sind in der neueren Zeit, seit Lagrange, die Mittel, algebraische Gleichungen näherungsweise aufzulösen, insbesondere durch die Arbeiten Fourier's, sehr vervollkommenet worden. Da indessen der Gegenstand, wenigstens theoretisch, noch nicht erschöpft ist, so wird mir vielleicht erlaubt sein, einige dahin gehörigen Bemerkungen und Sätze, auf welche ich gelegentlich gekommen bin, hier mitzutheilen.

Die Gelegenheit und den Anlaß, über die approximative Auflösung der algebraischen Gleichungen neuerdings einige Untersuchungen anzustellen, gab mir ein Aufsatz des Gymnasial-Lehrers Hrn. N. W. Schulze zu Rudolstadt, der sich in dem *Journal der Mathematik*, welches ich herausgebe, im 3^{ten} Hefte des 13^{ten} Bandes, abgedruckt befindet. Der Verfasser schlägt vor, eine cubische Gleichung, wie $x^3 = ax + b$, näherungsweise dadurch aufzulösen, daß man, durch Verbindung derselben mit einer anderen, willkürlich gesetzten Gleichung $(x-p)^n = 0$, oder, beispielsweise, $(x-p)^3 = 0$, wo p schon dem Werthe von x nahe kommen muß, die verschiedenen Potenzen von x , bis auf die erste, wegschafft und aus dem Resultate, mit der ersten Potenz von x allein, x nimmt; welches dann ein Näherungswerth von x sei. Hr. Schulze verfolgt in seiner Abhandlung diesen Gedanken in Beziehung auf Gleichungen nicht weiter und nicht in's Allgemeine; noch giebt er den Beweis, daß das gefundene x dem Werthe dieser GröÙe näher komme als p , sondern wendet sein Verfahren nur noch insbesondere auf die Quadratur einiger Curven an.

Nachdem ich nun über die Wirkung des vorgeschlagenen Verfahrens auf die Auflösung der Gleichungen, welches Verfahren an sich mit demjenigen übereinkommt, dessen sich Euler zu einem anderen Zwecke, nämlich bei der Zerlegung von Brüchen, deren Zähler und Nenner rationale Polynome sind, bedient hat, weiter nachgesonnen, bin ich auf Dasjenige gekommen, was ich hier vortragen will.

1.

Zuerst ist zu bemerken, daß sich bei der Aufgabe, eine aufzulösende algebraische Gleichung mit rationalen Coefficienten, die also auch immer ganzzahlig angenommen werden können, wie

$$1. \quad a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 \dots + a_n v^n = \gamma = 0$$

mit der Hilfsgleichung

$$2. \quad (v-p)^n = 0,$$

wo p dem v nahe kommt, durch Wegschaffung aller Potenzen von v , bis auf die erste, zu verbinden, die Rechnung vereinfachen läßt, wenn man

$$3. \quad v = p + x$$

setzt. Die gegebene, aufzulösende Gleichung wird sich dadurch in

$$4. \quad a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \dots + a_n x^n = \gamma = f x = 0$$

verwandeln, wo nun x sehr klein ist, und wo die Coefficienten $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ebenfalls als ganze Zahlen betrachtet werden können, die Hilfsgleichung aber in

$$5. \quad x^n = 0;$$

und es ist nun schon vorauszusehen, daß der Werth von x , den man erhält, wenn man zwischen den beiden Gleichungen alle Potenzen von x , bis auf die erste, wegschafft, denjenigen Grad der Näherung besitzen werde, der entsteht, wenn man aus der Rechnung nicht etwa x, x^2, x^3, \dots , sondern erst höhere Potenzen des sehr kleinen x wegläßt.

Bezeichnet man das Polynom der gegebenen Gleichung (1.), weil $v = p + x$ gesetzt worden, durch $f(p+x)$, so ist die Gleichung (1.) folgende:

$$6. \quad f(p+x) = fp + x dfp + \frac{x^2}{2} d^2 fp \dots + a_n x^n = 0;$$

also ist, mit (4.) verglichen,

$$7. \quad a_0 = fp, \quad a_1 = dfp, \quad a_2 = \frac{1}{2} d^2 fp, \quad a_3 = \frac{1}{2 \cdot 3} d^3 fp \dots, \quad a_n = a_n.$$

Stellt man sich nun die Curve vor, deren Abscissen $v = p + x$ und deren Ordinaten $f(p + x)$ sind, so ist, in so fern p dem v nahe kommt, oder x sehr klein ist, der erste Näherungs-Werth von x (der Newton'sche), von welchem auch Fourier ausgeht, gleich der Subtangente für die Ordinate fp ; also $= -\frac{fp}{dfp} = -\frac{a_0}{a_1}$ (7.). Diesen Näherungs-Werth erhält man auch aus der Gleichung (4.), wenn man darin alle Potenzen von x , bis auf die erste, als Null betrachtet; denn alsdann giebt die Gleichung (4.) $a_0 + a_1 x = 0$; woraus ebenfalls $x = -\frac{a_0}{a_1}$ folgt. Es ist also einstweilen wahrscheinlich, daß der Näherungs-Werth, den man hier erhält, wenn nicht alle Potenzen von x , bis auf die erste, sondern nur erst höhere Potenzen vernachlässigt werden, im allgemeinen dem genauen Werthe von x näher kommen werde, als der Newton'sche, so daß also die Verbindung der gegebenen Gleichung mit der zugezogenen Hülfsleichung möglicherweise wirklich eine Verstärkung der Approximation zur Folge haben kann.

2.

Die Elimination der verschiedenen Potenzen von v , bis auf die erste, zwischen den beiden Gleichungen (1.) und (2.), oder von x zwischen den beiden Gleichungen (4.) und (5.), kann nun auf verschiedene Weise geschehen.

Die erste Art, welche sich zunächst darbietet, und deren sich auch der Verfasser des oben genannten Aufsatzes in seinem Beispiele, so wie Euler bei der angezeigten Gelegenheit bedient, ist: daß man, je nachdem $n > m$ oder $m > n$ ist, die eine oder die andere Gleichung durch Multiplication mit v^{n-m} oder v^{m-n} zu dem Grade der anderen erhebt, darauf die höchste Potenz von v zwischen den beiden Gleichungen wegschafft, also so eine erste Gleichung darstellt, die um einen Grad niedriger ist; hierauf diese Gleichung wieder durch Multiplication mit v zu dem ursprünglichen Grade erhebt, zwischen dem Resultate und einer der ursprünglichen Gleichungen wiederum die höchste Potenz eliminirt, also eine zweite Gleichung darstellt, die um 1 Grad niedriger ist; darauf zwischen den beiden um 1 Grad niedrigeren Gleichungen die höchste Potenz von v wegschafft, und so eine Gleichung darstellt, die um 2 Grade niedriger ist als diejenige unter den ursprünglichen Gleichungen, die den höheren Grad hat; sodann mit dieser Gleichung auf ähnliche Weise, und so weiter verfährt, bis man zu einer Gleichung gelangt

ist, die bloß noch die erste Potenz von v enthält, und aus welcher dann v genommen wird.

3.

Ein zweites Verfahren, aus näherer Betrachtung des ersten sich ergebend, ist eigentlich das erste selbst; nur in anderer Form.

Es läßt sich nämlich nicht eigentlich sagen, daß neben der gegebenen Gleichung $y=0$ die Hilffsgleichung $x^n=0$ selbst stattfinde und gesetzt werden könne; denn diese beiden Gleichungen können niemals einen und denselben Werth von x geben, wenn anders nicht das erste Glied a_0 des Polynoms y Null ist. Die Hilffsgleichung giebt vielmehr immer $x=0$: in der Gleichung $y=0$ kann dagegen x nicht Null sein, außer in dem besondern Falle $a_0=0$. Das Hinzutreten der Hilffsgleichung kann daher eigentlich nur auf die Weise geschehen, daß man setzt: nicht $y=0$ und $x^n=0$, sondern $y=x^n$; und daraus würde allerdings, in so fern x sehr klein ist, ein Werth x_1 von x , der demjenigen, für welchen $fx=0$ ist, nahe kommt, genommen werden können. Denn, wenn x sehr klein ist, so ist das Polynom y für einen dem x nahe kommenden Werth x_1 , der also ebenfalls sehr klein ist, eben deshalb weil x_1 dem x nahe kommt, nur eine kleine Gröfse. Aber auch x_1^n ist dann nur eine kleine Gröfse, und folglich kann allerdings $fx_1=x_1^n$ sein und gesetzt werden, und das x_1 , welches daraus folgt, wird dem x , für welches $fx=0$ ist, nahe kommen. Da aber, wenn man $y=x^n$ setzt, nicht nothwendig eine Gleichung vom ersten Grade entsteht, aus welcher man x nehmen könnte, sondern, in so fern n und m gröfsere Zahlen sind, eine Gleichung höheren Grades entstehen kann: so würde die Voraussetzung $y=x^n$ nicht zum Ziele führen. Um dieses Ziel zu erreichen, nämlich, um eine Gleichung vom ersten Grade zu bekommen, aus welcher sich ohne weiteres x nehmen lasse, muß man daher vielmehr, etwa das Verfahren Euler's bei der Elimination nachahmend, erst y und x^n mit Polynomen von x multipliciren, die so viele unbestimmte Coefficienten enthalten, daß zur Bestimmung derselben die Coefficienten aller Potenzen von x in den Producten, bis auf den der ersten Potenz, einzeln gleich Null gesetzt werden können. Bei dem Eulerschen Eliminations-Verfahren müssen die Multiplikatoren so viele unbestimmte Coefficienten enthalten, daß die Coefficienten aller Potenzen von x , ohne Ausnahme, gleich Null gesetzt werden können:

hier also ist ein unbestimmter Coefficient weniger nöthig. Man muß daher, wenn die beiden Multiplicatoren durch V und U bezeichnet werden, wo die Zeiger s und σ die Exponenten der höchsten Potenzen von x in V und U bedeuten:

$$8. \quad V^m \cdot y - U^\sigma \cdot x^n = 0$$

setzen. Damit in dieser Gleichung die Coefficienten der verschiedenen Potenzen von x , bis auf diejenigen der ersten Potenz, gleich Null gesetzt werden können, muß zunächst

$$9. \quad m+s = n+\sigma$$

sein. Alsdann haben die beiden Producte jedes $m+s+1$ Glieder. Dem Gliede mit der höchsten Potenz von x kann man immer den Coefficienten 1 geben; und das Glied mit der ersten Potenz von x , nebst dem Gliede ohne x , sollen übrig bleiben, damit eine Gleichung vom ersten Grade entstehe, aus welcher man x nehmen könne. Also müssen noch $m+s+1-3 = m+s-2$ Glieder zur Bestimmung der Coefficienten in den Multiplicatoren U und V vorhanden sein. Die Multiplicatoren haben aber, die ersten Glieder ausgenommen, deren Coefficienten = 1 gesetzt werden, zusammen $s+\sigma$ Glieder, und folglich $s+\sigma$ unbestimmte Coefficienten. Also muß

$$10. \quad m+s-2 = s+\sigma$$

sein, woraus

$$11. \quad \sigma = m-2,$$

und nun vorige (9.) $m+s = n+m-2$, also

$$12. \quad s = n-2$$

folgt. Man muß also setzen:

$$13. \quad x^{n-2} V^m - x^{m-2} U^\sigma = 0,$$

und aus dieser Gleichung kann x mittelst einer Gleichung des ersten Grades genommen werden, wenn man die in der Gleichung enthaltenen unbestimmten Coefficienten so bestimmt, daß alle Glieder, etwa bis auf die zwei letzten, nämlich die beiden mit x allein und ohne x , für jeden Werth von x verschwinden, so daß nur diese beiden letzten Glieder übrig bleiben, die dann das Polynom einer Gleichung ersten Grades geben. Der hieraus folgende Werth x_1 von x kann, in so fern dasjenige x , für welches $y=0$, sehr klein ist, diesem x nahe kommen, weil, wenn x_1 dem x nahe kommt, $y=fx_1$, und x_1^2 beide zugleich sehr klein sind, so daß also umgekehrt aus der

Gleichung (13.) ein Werth x_1 von x folgen kann, der dem wahren Werthe von x nahe kommt. Dafs es wirklich geschehe, kann sich erst weiter unten zeigen.

Zu bemerken ist, dafs, sobald $n > 1$, die Coefficienten des Multiplicators U , wenn man x aus derjenigen Gleichung ersten Grades nimmt, welche die zwei letzten Glieder von $Vy - Ux^n$ bilden, gar nicht zu entwickeln nöthig sind, sondern nur diejenigen des Multiplicators V ; denn einestheils kommen die Coefficienten von U , sobald $n > 1$ ist, in den zwei letzten Gliedern von $Vy - Ux^n$, aus welchen x genommen werden soll, gar nicht vor, weil die niedrigste Potenz von x in Ux^n , x^n , also höher als die erste ist: anderntheils reichen auch die übrigen Glieder, welche ebenfalls die Coefficienten von U nicht enthalten, gerade zur Bestimmung der Coefficienten von V hin; denn diese Glieder sind diejenigen mit x^{n-1} , x^{n-2} , x^{n-3} x^2 , deren Zahl also $n-2$ ist: und gerade so viele Coefficienten hat V ; die auch alle in jenen Gliedern vorkommen. Dadurch wird denn die Rechnung bedeutend abgekürzt.

Nun geschieht bei dem Verfahren (§. 2.) durch das successive Multipliciren mit x , um allmählig die verschiedenen Potenzen von x wegzuschaffen, im Ganzen nichts anderes, als dafs Multiplicatoren eingeführt werden, welche nothwendig gerade die vorigen V und U sein müssen, weil durch jenes Verfahren und die gegenwärtigen Multiplicatoren genau das Nämliche erzielt wird. Das gegenwärtige Verfahren ist also im wesentlichen das vorige; nur in anderer und zwar evidentere Form.

4.

Eine dritte Art, vermittelt Verbindung der beiden Gleichungen $y=0$ und $x^n=0$ zu derjenigen Gleichung ersten Grades zu gelangen, aus welcher bei dem vorigen Verfahren der Näherungswerth x_1 von x genommen werden soll, ist folgende.

Man dividire nämlich die beiden Polynome y und x^n mit einander: dieses mit jenem, oder jenes mit diesem, je nachdem $n > m$ oder $m > n$ ist. Der Rest der Division wird um wenigstens einen Grad niedriger sein, als der Divisor. Man dividire ferner den Divisor durch den Rest. Der zweite Rest wird um einen Grad niedriger sein als der erste. Man dividire darauf

den ersten Rest durch den zweiten, und fahre so fort, wie, wenn man den Bruch $\frac{y}{x^n}$ oder $\frac{x^n}{y}$ in einen Kettenbruch verwandeln wollte: so wird man zuletzt nothwendig auf einen Rest kommen, der x nur noch in der ersten Potenz enthält. Diesen Rest setze man gleich Null: so wird auf diese Weise die nämliche Gleichung ersten Grades hervorgehen, zu welcher das obige Eliminations-Verfahren führt, und man kann also den Werth von x , welchen jenes Verfahren giebt, daraus nehmen.

Dafs sich dies so verhält, folgt aus dem in §. 20. meiner Abhandlung über die Zerlegung der algebraischen polynomialen Brüche (*Journal der Math.*, Bd. 10. S. 55. seq.) von denselben bewiesenen Satze. Zufolge desselben kommt nämlich den Kettenbrüchen von Polynomen eine ähnliche Eigenschaft zu, wie denen von Zahlen. Wenn man nämlich den Bruch zweier Polynome, hier z. B. $\frac{x^n}{y}$, in einen Kettenbruch verwandelt, bei dem Rest R stehen bleibt, darauf diesen Rest $= 0$ setzt, und denjenigen Bruch, in welchem $R = 0$ gesetzt worden, etwa durch $\frac{V}{U}$ bezeichnet: so ist der Zähler des Bruchs, der dem Unterschiede der beiden Brüche $\frac{x^n}{y}$ und $\frac{V}{U}$ gleich kommt, R , der Nenner desselben yU , das heifst, es ist

$$14. \quad \frac{x^n}{y} - \frac{V}{U} = \frac{R}{yU},$$

woraus

$$15. \quad x^n U - yV = R$$

folgt. Giebt man also x denjenigen Werth, der der Gleichung $R = 0$ Genüge thut, so wird es der nämliche sein, welcher der Gleichung

$$16. \quad x^n U - yV = 0$$

entspricht, das heifst: der Werth von x , auf welchen das Divisions-Verfahren des gegenwärtigen Paragraphs auf die Weise führt, dafs man bis zum Reste R von der ersten Ordnung geht, wird sich auch finden lassen, wenn man x^n und y mit zwei Polynomen U und V multiplicirt, die Coefficienten derselben so bestimmt, dafs sie in allen Gliedern, etwa bis auf die beiden letzten, jedem beliebigen Werthe von x entsprechen, und darauf aus der Gleichung ersten Grades, die die beiden letzten Glieder zusammen bilden, x nimmt: ganz wie es bei dem Verfahren des vorigen Paragraphs geschieht. Es zeigt sich nämlich, dafs man, wenn man den Rest R ersten Grades, den die Ketten-Division giebt, ohne dieselbe finden wollte, die Polynome y und x^n mit den Polynomen V und U multipliciren müfste, die zusammen so viele unbestimmte

Coefficienten enthalten, als nöthig ist, damit, nachdem sie unter der Bedingung der Willkürlichkeit von x bestimmt worden sind, von der Gröfse $x^n U - yV$ blofs eine Gröfse R vom ersten Grade übrig bleibe, die alsdann, um den besonderen Werth von x , den man sucht, zu finden, gleich Null gesetzt werden soll; welches ganz das Nämliche ist, was im vorigen Paragraph geschah, so dafs also die beiden Verfahren, das des vorigen und das des gegenwärtigen Paragraphs, nothwendig das Nämliche geben müssen.

5.

Es läfst sich die Rechnung bei dem zweiten Verfahren auch auf folgende Weise abkürzen; was, wenn man will, ein viertes Verfahren giebt.

Anstatt nämlich in der Gleichung (13.), die so viel ist als

$$17. \quad x^{n-2}V \cdot y^m = x^{m-2}U \cdot x^n,$$

die Multiplication beider Gröfsen y und x^n mit den Polynomen V und U erst auszuführen, multiplicire man blofs x^n mit dem Polynom U , und dividire darauf das Product durch y : so wird ein Rest bleiben, der um einen Grad niedriger als y , also vom Grade $m-1$ ist, und folglich m Glieder hat. Dieser Rest wird blofs die $m-2$ unbestimmten Coefficienten des Polynoms $x^{n-2}U$ enthalten, weil keine anderen unbestimmten Coefficienten in Rechnung gebracht worden sind. Sucht man nun diese $m-2$ Coefficienten aus den $m-2$ ersten Gliedern des Restes, auf die Weise, dafs man die Coefficienten dieser Glieder einzeln gleich Null setzt: so werden zwei Glieder, das eine mit x in der ersten Potenz, das andere ohne x , übrig bleiben, die also zusammen eine Gleichung ersten Grades ausmachen, aus welcher x genommen werden kann. Es sind folglich hier, statt der sämmtlichen $m+n-4$ unbestimmten Coefficienten der beiden Polynome V und U , jetzt blofs die $m-2$ Coefficienten des Polynoms U zu berechnen nöthig; so dafs diese Rechnung kürzer ist.

Dafs das gegenwärtige Verfahren das Nämliche geben müsse, wie dasjenige (§. 3.), erhellet wie folgt. Man setze nämlich, die Gröfse Ux^n gebe, mit y dividirt,

$$18. \quad \frac{Ux^n}{y} = S + \frac{R}{y}:$$

so folgt daraus:

$$19. \quad Ux^n = Sy + R = Vy \text{ (17.),}$$

und es muß also $R = 0$ gesetzt und daraus x genommen werden, wenn das Nämliche gefunden werden soll, wie, wenn $Ux^n = Vy$ gesetzt wird. Dieses geschieht aber in der That, indem die Coefficienten der einzelnen Glieder von R , bis auf die zwei letzten, für jeden Werth von x zum Verschwinden gebracht werden, aus den beiden letzten Gliedern aber, dieselben zusammen gleich Null gesetzt, x genommen wird, so daß der gesammte Rest R Null ist.

6.

Die sämtlichen bis hierher beschriebenen Verfahren, den Werth von x zu finden, welcher der gegebenen und der Hüllsgleichung zugleich, oder vielmehr der Gleichung $Vy = Ux^n$ (13.) ein Genüge thut, erfordern aber nicht allein viel Rechnung, sobald der Grad der gegebenen Gleichung etwas hoch ist, sondern sie machen es auch nicht deutlich sichtbar, auf welche Weise die Näherungs-Werthe von x weiter rücken, so wie der willkürliche Grad der Hüllsgleichung höher steigt. Folgendes fünfte Verfahren thut das letztere, und ist zugleich an sich selbst einfacher.

Man darf nämlich bloß irgend eine, z. B. von x unabhängige Gröfse, z. B. die einfachste von allen, 1, durch das Polynom y der gegebenen Gleichung dividiren, und zwar so, daß der Quotient nach steigenden Potenzen von x fortschreitet: so geben die Quotienten der Coefficienten je zwei auf einander folgender Glieder jenes Quotienten die verlangten Werthe von x für jeden beliebigen Exponenten n der Hüllsgröfse x^n , bis ins Unendliche. Es sei nämlich:

$$20. \quad \frac{1}{y} = p_0 + p_1 x + p_2 x^2 + p_3 x^3 + p_4 x^4 \dots\dots$$

so ist näherungsweise allgemein derjenige Werth von x , der der Gleichung $Vy = Ux^n$ entspricht, immer vorausgesetzt, daß x für $y = 0$ sehr klein sei,

$$21. \quad x_n = \frac{p_{n-1}}{p_n},$$

für jeden beliebigen positiven ganzzahligen Werth von n .

Um diesen, seiner Einfachheit wegen merkwürdigen Satz zu übersehen, erwäge man zuerst, daß, wenn, für $y = 0$, x sehr klein ist, auch x^n eine sehr kleine Gröfse sein wird, und um so kleiner, je größer n angenommen wird. Umgekehrt wird, wenn x^n , also auch x , irgend eine Gröfse $\frac{1}{x}$

ist, die, ohne dem kleinen x , welches der Gleichung $y = 0$ ein Genüge thut, gleich zu sein, sehr klein ist, für sie $y = f \cdot x^n$ ebenfalls nur sehr klein sein. Setzt man daher in irgend einer Gleichung, in welcher y und x^n zugleich vorkommen, diese beiden Gröfsen willkürlich zugleich Null, und zwar auf die Weise, dafs man nur die Glieder, welche y und x^n zu Factoren haben, als Nullen, wegläfst, ohne gleichwohl alle übrigen x , in niedrigeren Potenzen als n , wie es vermöge $x^n = 0$ strenge genommen sein müfste, zu streichen (was allerdings nur näherungsweise angeht, weil $x^n = 0$ oder $x = 0$ der Gleichung $y = 0$ nicht zugleich Genüge thut): so wird derjenige Werth von x , der aus der auf diese Weise übrig bleibenden Gleichung folgt, zwar allerdings dasjenige x nicht sein, welches der Gleichung $y = 0$ Genüge thut, noch auch dasjenige x , welches die Gleichung $x^n = 0$ erfüllt, nämlich Null; aber es wird beiden Werthen nahe kommen, und zwar um so näher, je weniger die willkürliche Voraussetzung, dafs y und x^n für irgend einen Werth von x zugleich Null seien, von der Wahrheit abweicht, das heifst, je kleiner x und je gröfser n ist. Das Verfahren würde im allgemeinen, für beliebig grofse Werthe von x , allerdings nur gänzlich unrichtige Resultate geben können, die, statt sich der Wahrheit zu nähern, nur mehr und mehr davon sich entfernen: allein unter der gegenwärtigen Bedingung, dafs das x , welches der Gleichung $y = 0$ Genüge thut, sehr klein sei, ist es anders, und das Verfahren ist allerdings zuläfslich und wird der Wahrheit um so näher führen, je kleiner x und je gröfser n ist.

Dieses vorausgeschickt, bezeichne man nun den Anfang des Quotienten in (20.), bis zur Potenz $n-2$ von x , durch Q , den Rest aber, der, nachdem man mit der Division von 1 durch y bis zum Gliede mit x^{n-1} gegangen ist, übrig bleibt, und der, wie leicht zu sehen, x^n zum Factor aller Glieder haben wird, deren Zahl um 1 geringer ist als die Zahl der Glieder des Divisors y , also jedenfalls endlich sein wird, durch $R_1 x^n$, so ist

$$22. \quad \frac{1}{y} = Q + p_{n-1} x^{n-1} + \frac{R_1 x^n}{y}.$$

Geht man dagegen mit der Division noch um ein Glied weiter, und bezeichnet den alsdann bleibenden Rest, der nunmehr x^{n+1} zum Factor aller Glieder hat, durch $R_0 x^{n+1}$, so ist

$$23. \quad \frac{1}{y} = Q + p_{n-1} x^{n-1} + p_n x^n + \frac{R_0 x^{n+1}}{y}.$$

Die Gleichungen (22.) und (23.) geben

$$24. \quad \begin{cases} 1 = Qy + yp_{n-1}x^{n-1} + P_1x^n \text{ und} \\ 1 = Qy + yp_{n-1}x^{n-1} + yp_nx^n + R_0x^{n+1}, \end{cases}$$

also auch

$$\frac{1 - Qy}{1 - Qy - yp_{n-1}x^{n-1}} = \frac{yp_{n-1}x^{n-1} + R_1x^n}{yp_nx^n + R_0x^{n+1}}, \text{ oder}$$

$$25. \quad x \cdot \frac{1 - Qy}{1 - Qy - yp_{n-1}x^{n-1}} = \frac{yp_{n-1}x^{n-1} + R_1x^n}{yp_nx^n + R_0x^{n+1}}.$$

Setzt man nun in dieser Gleichung zuerst $x^n = 0$, ohne Rücksicht auf y , also y gleichsam unabhängig von x betrachtend, so fällt linkerhand kein Glied weg, weil x in Q nur bis auf die Potenz $n-2$ steigt: rechterhand dagegen fallen die Glieder R_1x^n und R_0x^{n+1} weg, weil R_1 und R_0 endliche Gröfsen sind. Also verwandelt sich die Gleichung (25.) in

$$26. \quad x \cdot \frac{1 - Qy}{1 - Qy - yp_{n-1}x^{n-1}} = \frac{yp_{n-1}x^{n-1}}{yp_nx^n} = \frac{p_{n-1}}{p_n}.$$

Setzt man hierauf auch noch $y = 0$, so giebt (26.)

$$27. \quad x_n = \frac{p_{n-1}}{p_n},$$

welches, wie es im Eingange dieses Paragraphs bemerkt, der der willkürlichen Annahme: $x^n = 0$ zugleich mit $y = 0$, entsprechende, dem x für $y = 0$ sich nähernde Werth von x ist, in so fern nämlich x sehr klein ist.

Dafs $\frac{p_{n-1}}{p_n}$ der nämliche Näherungswerth von x ist, den die vorigen Methoden geben, folgt daraus, dafs die willkürliche Annahme: x^n und y seien zugleich Null, auch der Gleichung $Vy = Ux^n$, aus welcher, bei dem vorigen Verfahren, die Näherungswerthe von x genommen wurden, Genüge thut. Das gegenwärtige Verfahren zeigt aber zugleich, dafs der Näherungswerth $\frac{p_{n-1}}{p_n}$ dem wahren Werthe von x um so näher kommen wird, je gröfser n ist, welches bei der vorigen Operation sich nicht ohne Weiteres offenbart, so dafs das gegenwärtige Verfahren, aufser wegen seiner grofsen Einfachheit, auch dieses Umstandes wegen vorzuziehen ist.

7.

Ehe wir weiter gehen, wird es nicht unangemessen sein, an einem Beispiele es sich zeigen zu lassen, dafs die Näherungs-Werthe von x , welche

die verschiedenen obigen Verfahren geben, in der That völlig ein und dieselben sind.

Es werde eine Gleichung vom 4^{ten} Grade, also

$$28. \quad a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + x^4 = 0$$

zum Beispiele genommen, und die Hilfsgröße x^n sei vom fünften Grade: so ist

I. für das erste Verfahren (§. 2.), welches sogleich in der Form des zweiten genommen werden möge, $m = 4$, $n = 5$, also $s = 3$, $\sigma = 2$ (11 und 12). Folglich muß man für U und V Polynome vom zweiten und dritten Grade mit unbestimmten Coefficienten setzen, so daß also die Gleichung (13.) folgende ist:

$$29. \quad (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + x^4) (x^3 + \mu x^2 + \nu x + \varrho) - x^5 (x^2 + \kappa x + \lambda) = 0.$$

Dieses giebt

$$30. \quad \left\{ \begin{array}{l} x^7 + a_3 x^6 + a_2 x^5 + a_1 x^4 + a_0 x^3 \\ \quad + \mu x^6 + \mu a_3 x^5 + \mu a_2 x^4 + \mu a_1 x^3 + \mu a_0 x^2 \\ \quad + \nu x^5 + \nu a_3 x^4 + \nu a_2 x^3 + \nu a_1 x^2 + \nu a_0 x \\ \quad + \varrho x^4 + \varrho a_3 x^3 + \varrho a_2 x^2 + \varrho a_1 x + \varrho a_0 \\ - x^7 - \kappa x^6 - \lambda x^5 = 0. \end{array} \right.$$

Folglich dienen zur Bestimmung der 5 unbestimmten Coefficienten μ , ν , ϱ , κ , λ , die fünf Gleichungen

$$31. \quad \left\{ \begin{array}{l} a_3 + \mu - \kappa = 0, \\ a_2 + \mu a_3 + \nu + \varrho - \lambda = 0, \\ a_1 + \mu a_2 + \nu a_3 + \varrho = 0, \\ a_0 + \mu a_1 + \nu a_2 + \varrho a_3 = 0, \\ \mu a_0 + \nu a_1 + \varrho a_2 = 0, \end{array} \right.$$

und die Gleichung ersten Grades, welche, nachdem man μ , ν , ϱ , gefunden hat, x giebt, ist

$$32. \quad (\nu a_0 + \varrho a_1) x + \varrho a_0 = 0,$$

also

$$33. \quad x = - \frac{\varrho a_0}{\nu a_0 + \varrho a_1}.$$

Da nur μ , ν , ϱ zu suchen nöthig sind, so kommen von den fünf Gleichungen (31.) nur die 3 letzten in Betracht. Sie geben zunächst

$$34. \quad \begin{cases} a_1 a_3 - a_0 + \mu (a_2 a_3 - a_1) + \nu (a_1^2 - a_2) = 0 \text{ und} \\ a_1 a_2 + \mu (a_2^2 - a_0) + \nu (a_2 a_3 - a_1) = 0; \end{cases}$$

und hieraus folgt

$$\begin{aligned} & a_1 a_3 (a_2^2 - a_0) - a_0 (a_2^2 - a_0) - a_1 a_2 (a_2 a_3 - a_1) \\ & + \nu [(a_2^3 - a_2) (a_2^2 - a_0) - (a_2 a_3 - a_1) (a_2 a_3 - a_1)] = 0, \text{ oder} \\ & - a_1 (a_0 a_3 - a_1 a_2) - a_0 (a_2^2 - a_0) + \nu (a_0 a_2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3 - a_0 a_3^2) = 0; \end{aligned}$$

also

$$35. \quad \nu = \frac{a_0 (a_2^2 - a_0) + a_1 (a_0 a_3 - a_1 a_2)}{a_0 a_2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3 - a_0 a_3^2};$$

desgleichen

$$\begin{aligned} & (a_1 a_3 - a_0) (a_2 a_3 - a_1) - a_1 a_2 (a_2^2 - a_2) \\ & + \mu [(a_2 a_3 - a_1) (a_2 a_3 - a_1) - (a_2^2 - a_0) (a_2^2 - a_2)] = 0, \text{ oder} \\ & + a_0 (a_2 a_3 - a_1) + a_1 (a_1 a_3 - a_2^2) + \mu (+ a_0 a_2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3 + a_0 a_3^2) = 0; \end{aligned}$$

also

$$36. \quad \mu = \frac{a_0 (a_1 - a_2 a_3) + a_1 (a_2^2 - a_1 a_3)}{a_0 a_2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3 - a_0 a_3^2}.$$

Endlich findet man, die Werthe von μ und ν in die letzte Gleichung (31.) gesetzt:

$$\begin{aligned} & \varrho a_2 [a_0 a_2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3 - a_0 a_3^2] \\ & + a_0^2 a_1 - a_0^2 a_2 a_3 + a_0 a_1 a_2^2 - a_0 a_1^2 a_3 + a_0 a_1 a_2^2 - a_0^2 a_1 + a_0 a_1^2 a_3 - a_1^3 a_2 = 0; \end{aligned}$$

also

$$37. \quad \varrho = \frac{a_1^3 + a_0^2 a_3 - 2 a_0 a_1 a_2}{a_0 a_2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3 - a_0 a_3^2},$$

welches nunmehr, vermöge (32.),

$$\begin{aligned} & (a_0^2 a_2^2 - a_0^3 + a_0^2 a_1 a_3 - a_0 a_1^2 a_2 + a_1^4 + a_0^2 a_1 a_3 - 2 a_0 a_1^2 a_2) x \\ & + a_0 (a_1^3 + a_0^2 a_3 - 2 a_0 a_1 a_2) = 0, \end{aligned}$$

also

$$38. \quad x = \frac{a_0 (a_1^3 + a_0^2 a_3 - 2 a_0 a_1 a_2)}{a_0^3 - a_1^4 - a_0^2 a_2^2 + 3 a_0 a_1^2 a_2 - 2 a_0^2 a_1 a_3}$$

gibt.

II. Das dritte Verfahren (§. 4.) giebt

$$\begin{array}{r} x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \mid x^5 \mid x - a_3 \\ - a_3 x^4 - a_2 x^3 - a_1 x^2 - a_0 x - x^5 \\ \hline + a_3 x^4 + a_2^2 x^3 + a_2 a_3 x^2 + a_1 a_3 x + a_0 a_3 \end{array}$$

Erster Rest $(a_3^2 - a_2) x^3 + (a_2 a_3 - a_1) x^2 + (a_1 a_3 - a_0) x + a_0 a_3$.

Setzt man die Coefficienten dieses Restes:

$$39. \begin{cases} a_3^2 - a_2 = p, \\ a_2 a_3 - a_1 = q, \\ a_1 a_3 - a_0 = r, \\ a_0 a_3 = s, \end{cases}$$

und multiplicirt zugleich den nunmehrigen Dividenden $x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$, um die Brüche zu vermeiden, mit p^2 , so ist die weitere Rechnung folgende:

$$\begin{array}{r} p x^3 + q x^2 + r x + s \mid p^2 x^4 + p^2 a_3 x^3 + p^2 a_2 x^2 + p^2 a_1 x + p^2 a_0 \mid p x + p a_3 - q \\ - p^2 x^4 - p q x^3 - p r x^2 - p s x \\ \hline + p(p a_3 - q) x^3 + p(p a_2 - r) x^2 + p(p a_1 - s) x + p^2 a_0 \\ - p(p a_3 - q) x^3 - q(p a_3 - q) x^2 - r(p a_3 - q) x - s(p a_3 - q) \end{array}$$

Zweiter Rest

$$[p(p a_2 - r) - q(p a_3 - q)] x^2 + [p(p a_1 - s) - r(p a_3 - q)] x + p^2 a_0 - s(p a_3 - q).$$

Setzt man wieder die Coefficienten dieses Restes:

$$40. \begin{cases} p(p a_2 - r) - q(p a_3 - q) = P, \\ p(p a_1 - s) - r(p a_3 - q) = Q, \\ p^2 a_0 - s(p a_3 - q) = R, \end{cases}$$

und multiplicirt wieder, um die Brüche zu vermeiden, den neuen Dividenden $p x^3 + q x^2 + r x + s$ mit P^2 , so ist die letzte Division folgende:

$$\begin{array}{r} P x^2 + Q x + R \mid P^2 p x^3 + P^2 q x^2 + P^2 r x + P^2 s \mid P p x + P q - Q p \\ - P^2 p x^3 - P Q p x^2 - P R p x \\ \hline + P(P q - Q p) x^2 + P(P r - R p) + P^2 s \\ - P(P q - Q p) x^2 - Q(P q - Q p) x - R(P q - Q p) \end{array}$$

Dritter Rest $[P(P r - R p) - Q(P q - Q p)] x + P^2 s - R(P q - Q p)$.

Dieser Rest, gleich Null gesetzt, soll x geben. Also ist

$$41. \quad x = \frac{R(Pq - Qp) - P^2s}{P(Pr - Rp) - Q(Pq - Qp)}.$$

Nun findet man, (39.) in (40.) gesetzt:

$$42. \quad \begin{cases} P = a_0 a_3^2 - a_0 a_2 + a_1^2 + a_2^3 - 2 a_1 a_2 a_3, \\ Q = a_0 a_1 - a_0 a_2 a_3 + a_1 a_2^2 - a_1^2 a_3, \\ R = a_0 (a_2^2 - a_1 a_3); \end{cases}$$

und dieses, nebst den Werthen von p, q, r und s (39.), in (41.) substituirt, giebt, nachdem oben und unten mit dem bei der Division hinzugekommenen Factor $p^2 = (a_3^2 - a_2)^2$ dividirt worden,

$$43. \quad x = \frac{a_0(a_1^3 + a_0^2 a_1 - 2 a_0 a_1 a_2)}{a_0^3 - a_1^4 - a_0^2 a_2^2 + 3 a_0 a_1^2 a_2 - 2 a_0^2 a_1 a_3};$$

genau wie (38.).

III. Nach dem vierten Verfahren (§. 5.) ist Ux^n , also hier $x^3(x^2 + \kappa + \lambda)$, mit $\gamma = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + x^4$ zu dividiren, und aus den Coefficienten der beiden höchsten Potenzen von x im Reste, sind die unbestimmten Coefficienten κ und λ zu suchen. Darauf ist x aus den beiden übrig bleibenden Gliedern des Restes zu nehmen. Diese Rechnung ist folgende:

$$\begin{array}{l} x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \mid x^7 + \kappa x^6 + \lambda x^5, x^3 + (\kappa - a_3) x^2 \\ \hline \text{Erster Rest} \quad (\kappa - a_3) x^6 + (\lambda - a_2) x^5 - a_1 x^4 - a_0 x^3 \\ \hline \text{Zweiter Rest} \quad (\lambda - a_2 - a_3(\kappa - a_3)) x^5 - (a_1 + a_2(\kappa - a_3)) x^4 \\ \quad \quad \quad - (a_0 + a_1(\kappa - a_3)) x^3 - a_0(\kappa - a_3) x^2. \\ \hline \hline \end{array}$$

Setzt man die Coefficienten dieses Restes:

$$44. \quad \begin{cases} \lambda - a_3 \kappa - a_2 + a_3^2 = p, \\ a_1 - a_2 a_3 + a_2 \kappa = q, \\ a_0 - a_1 a_3 + a_1 \kappa = r, \\ a_0 \kappa - a_0 a_3 = s; \end{cases}$$

so giebt die weitere Rechnung:

$$x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \mid p x^5 - q x^4 - r x^3 - s x^2 \mid p x - (q + a_3 p)$$

$$\text{Dritter Rest} = (q + a_3 p) x^4 - (r + a_2 p) x^3 - (s + a_1 p x^2) - a_0 p x$$

$$\text{Vierter Rest} = ((q + p a_3) a_3 - (r + p a_2)) x^3 + ((q + p a_3) a_2 - (s + p a_1)) x^2 + ((q + p a_3) a_1 - p a_0) x + (q + p a_3) a_0.$$

Es muß also gesetzt werden:

$$45. \begin{cases} q a_1 - r + p(a_1^2 - a_2) = 0, \\ q a_2 - s + p(a_2 a_3 - a_1) = 0, \end{cases}$$

und dann ist

$$46. \quad x = \frac{a_0(q + p a_3)}{p a_0 - a_1(q + p a_3)}.$$

Substituirt man (44.) in (45.), so ergibt sich:

$$47. \begin{cases} 2 a_1 a_3 - 3 a_2 a_3^2 - a_0 + a_2^2 + a_3^4 + \kappa(2 a_2 a_3 - a_2 - a_3^3) + \lambda(a_3^2 - a_2) = 0, \\ 2 a_1 a_2 - 2 a_2^2 a_3 + a_0 a_3 + a_2 a_3^3 - a_1 a_3^2 + \kappa(a_2^2 - a_0 - a_2 a_3^2 + a_1 a_3) + \lambda(a_2 a_3 - a_1) = 0, \end{cases}$$

und hieraus

$$48. \begin{cases} \kappa = \frac{-a_0 a_3^3 + a_1 a_2^2 - 2 a_1^2 a_3 - a_2^3 a_3 + 2 a_1 a_2 a_3^2 + a_0 a_1}{a_0 a_2 - a_0 a_3^2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3}, \\ \lambda = \frac{-a_0^2 + 2 a_0 a_1 a_3 - 2 a_0 a_2 a_3^2 - a_1^2 a_3^2 + 2 a_0 a_2^2 - 2 a_1^2 a_2 - a_2^4 + 3 a_1 a_2^2 a_3}{a_0 a_2 - a_0 a_3^2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3}, \end{cases}$$

hieraus ferner

$$49. \begin{cases} p = \frac{-a_0^2 + a_0 a_1 a_3 + a_0 a_2^2 - a_1^2 a_2}{a_0 a_2 - a_0 a_3^2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3}, \\ q = \frac{2 a_0 a_1 a_2 - a_0 a_1 a_3^2 - a_1^3 - a_0 a_2^2 a_3 + a_1^2 a_2 a_3}{a_0 a_2 - a_0 a_3^2 - a_1^2 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_2^3}, \end{cases}$$

und nunmehr, vorige (46.),

$$50. \quad x = \frac{a_0(a_1^3 + a_0^2 a_3 - 2 a_0 a_1 a_2)}{a_0^3 - a_1^4 - a_0^2 a_2^2 + 3 a_0 a_1^2 a_2 - 2 a_0^2 a_1 a_3} :$$

wiederum genau, wie (38.).

IV. Das Resultat des fünften Verfahrens (§. 6.), in dem gegenwärtigen Beispiele, wird sich leichter, als durch eine besondere Rechnung, im folgenden Paragraph aus dem allgemeinen Ausdrucke der Coefficienten von $\frac{1}{x}$ (20.) ergeben, und es wird sich zeigen, daß x ebenfalls denselben Ausdruck bekommt, der oben gefunden wurde.

8.

Die Entwicklung der Coefficienten von $\frac{1}{y}$ giebt Folgendes. Es ist, wenn man, wie in (20.),

$$51. \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + x^n} = p_0 + p_1 x + p_2 x^2 + p_3 x^3 + \dots$$

setzt,

$$52. \quad 1 = a_0 p_0 + a_0 p_1 x + a_0 p_2 x^2 + a_0 p_3 x^3 + a_0 p_4 x^4 + \dots \\ + a_1 p_0 x + a_1 p_1 x^2 + a_1 p_2 x^3 + a_1 p_3 x^4 + \dots \\ + a_2 p_0 x^2 + a_2 p_1 x^3 + a_2 p_2 x^4 + \dots \\ + a_3 p_0 x^3 + a_3 p_1 x^4 + \dots \\ + a_4 p_0 x^4 + \dots,$$

und hieraus folgt, da die Gleichung (52.) für jeden beliebigen Werth von x , also auch für $x=0$ gilt, so daß die Coefficienten zu gleichen Potenzen von x gleich Null gesetzt werden können:

$$53. \quad \begin{cases} a_0 p_0 = 1 \\ a_0 p_1 + a_1 p_0 = 0 \\ a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 = 0 \\ a_0 p_3 + a_1 p_2 + a_2 p_1 + a_3 p_0 = 0 \\ a_0 p_4 + a_1 p_3 + a_2 p_2 + a_3 p_1 + a_4 p_0 = 0 \\ \dots \end{cases}$$

Dieses giebt

$$54. \quad \begin{cases} a_0 p_0 = 1 \\ a_0^2 p_1 = -a_1 (a_0 p_0) = -a_1 \\ a_0^3 p_2 = -a_1 (a_0^2 p_1) - a_2 a_0 (a_0 p_0) = -a_0 a_2 + a_1^2 \\ a_0^4 p_3 = -a_1 (a_0^3 p_2) - a_2 a_0 (a_0^2 p_1) - a_3 a_0^2 (a_0 p_0) \\ \quad = -a_1 (a_1^2 - a_2 a_0) + a_2 a_0 a_1 - a_3 a_0^2 = -a_0^2 a_3 + 2 a_0 a_1 a_2 - a_1^3 \\ a_0^5 p_4 = -a_1 (a_0^4 p_3) - a_2 a_0 (a_0^3 p_2) - a_3 a_0^2 (a_0^2 p_1) - a_4 a_0^3 (a_0 p_0) \\ \quad = -a_1 (-a_0^2 a_3 + 2 a_0 a_1 a_2 - a_1^3) - a_2 a_0 (a_1^2 - a_0 a_2) + a_3 a_0^2 a_1 - a_0^5 a_4 \\ \quad = -a_0^3 a_4 + 2 a_0^2 a_1 a_3 + a_0^2 a_2^2 - 3 a_0 a_1^2 a_2 + a_1^4 \\ \text{u. s. w.} \end{cases}$$

Für das Beispiel in (§. 7.), wo $a_4=1$ und $n=5$, p_n aber, wie aus (26.) zu ersehen, als der Coefficient zu x^4 zu betrachten ist, geben diese Ausdrücke unmittelbar, für den Näherungswerth von x , vermöge (27.):

$$55. \quad x = \frac{p_3}{p_4} = \frac{a_0(a_0^2 a_3 - 2a_0 a_1 a_2 + a_1^3)}{a_0^3 a_4 - 2a_0^2 a_1 a_3 - a_0^2 a_2^2 + 3a_0 a_1^2 a_2 - a_1^4} \quad (54.):$$

genau wie (38.). Der Reihe nach sind die verschiedenen Näherungswerthe von x :

$$56. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{p_0}{p_1} = -\frac{a_0}{a_1}, \text{ welches der Newtonsche Näherungswerth ist;} \\ x_2 = \frac{p_1}{p_2} = -\frac{a_0 a_1}{a_1^2 - a_0 a_2}, \\ x_3 = \frac{p_2}{p_3} = +\frac{a_0(a_0 a_2 - a_1^2)}{a_0^3 a_3 - 2a_0 a_1 a_2 + a_1^3}, \\ x_4 = \frac{p_3}{p_4} = +\frac{a_0(a_0^2 a_3 - 2a_0 a_1 a_2 + a_1^3)}{a_0^3 a_4 - 2a_0^2 a_1 a_3 - a_0^2 a_2^2 + 3a_0 a_1^2 a_2 - a_1^4}, \\ \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

Diese Ausdrücke hätten, nach der obigen Verfahrungsart, einzeln berechnet werden müssen. Man sieht also, daß das gegenwärtige Verfahren in jedem Betracht bei weitem leichter zu dem Resultate führt, als irgend eins der anderen.

9.

Die Ausdrücke der Coefficienten p in (20.) oder (51.), deren Quotienten, der Reihe nach, Näherungswerthe von x sind, geben nun zunächst ferner für diese Näherungswerthe folgende merkwürdigen allgemeinen Ausdrücke.

Es ist nämlich aus (53.) allgemein

$$57. \quad a_0 p_n = -a_1 p_{n-1} - a_2 p_{n-2} - a_3 p_{n-3} \dots - a_n p_0;$$

folglich ist, vermöge (27.):

$$58. \quad x_n = \frac{p_{n-1}}{p_n} = \frac{a_0 p_{n-1}}{a_0 p_n} = -\frac{a_0 p_{n-1}}{a_1 p_{n-1} + a_2 p_{n-2} + a_3 p_{n-3} \dots + a_n p_0},$$

oder

$$59. \quad x_n = -\frac{a_0}{a_1 + a_2 \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}} + a_3 \frac{p_{n-3}}{p_{n-1}} + a_4 \frac{p_{n-4}}{p_{n-1}} \dots + a_n \frac{p_0}{p_{n-1}}}.$$

Es ist aber

$$60. \left\{ \begin{array}{l} \frac{p_{n-3}}{p_{n-1}} = \frac{p_{n-3}}{p_{n-2}} \cdot \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}, \\ \frac{p_{n-4}}{p_{n-1}} = \frac{p_{n-4}}{p_{n-3}} \cdot \frac{p_{n-3}}{p_{n-2}} \cdot \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}, \\ \dots\dots\dots, \\ \frac{p_0}{p_{n-1}} = \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_3} \cdot \frac{p_3}{p_4} \dots \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}}; \end{array} \right.$$

folglich ist in (59.), weil (27.)

$$61. \frac{p_0}{p_1} = x_1, \quad \frac{p_1}{p_2} = x_2, \quad \frac{p_2}{p_3} = x_3 \dots \frac{p_{n-2}}{p_{n-1}} = x_{n-1},$$

$$62. x_n = - \frac{a_0}{a_1 + a_2 x_{n-1} + a_3 x_{n-1} x_{n-2} + a_4 x_{n-1} x_{n-2} x_{n-3} \dots + a_n x_{n-1} x_{n-2} x_{n-3} \dots x_1},$$

oder auch

$$63. x_n = - \frac{a_0}{a_1 + x_{n-1} (a_2 + x_{n-2} (a_3 + x_{n-3} (a_4 \dots + a_n x_1))) \dots}.$$

Dieses giebt, wenn man der Reihe nach $n = 1, 2, 3 \dots$ setzt:

$$64. \left\{ \begin{array}{l} x_1 = - \frac{a_0}{a_1}, \text{ welches, wie oben, der Newtonsche Näherungswerth ist,} \\ x_2 = - \frac{a_0}{a_1 + x_1 a_2} \\ x_3 = - \frac{a_0}{a_1 + x_2 (a_2 + x_1 a_3)} \\ x_4 = - \frac{a_0}{a_1 + x_3 (a_2 + x_2 (a_3 + x_1 a_4))} \\ x_5 = - \frac{a_0}{a_1 + x_4 (a_2 + x_3 (a_3 + x_2 (a_4 + x_1 a_5)))} \\ \text{u. s. w.} \end{array} \right.$$

so daß man nach diesen Ausdrücken die auf einander folgenden Näherungswerthe ohne weiteres unmittelbar jeden aus dem vorhergehenden finden und nach dem sehr einfachen Gesetze, welches die Formel (63.) ausdrückt, die Näherung so weit treiben kann, als man will. Die Zahl der Glieder im Nenner von (62.) oder (63.) wächst auch nicht etwa immer fort mit n , sondern sie ist niemals größer als der Exponent m der höchsten Potenz von x in der aufzulösenden Gleichung $y = 0$; denn die Coefficienten

a_{m+1}, a_{m+2}, \dots sind Null, so daß der Nenner von (62. und 63.) immer nur die m Glieder mit $a_1, a_2, a_3, \dots, a_m$ hat.

10.

Zu bemerken ist, daß der allgemeine Näherungs-Ausdruck (62.) oder (63.) auch zugleich durch seine Gestalt selbst anzeigt, daß die Werthe von x_1, x_2, x_3, \dots dem genauen Werthe von x , der der aufzulösenden Gleichung $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m = 0$ genug thut, nothwendig stufenweise näher kommen müssen.

Der ursprünglichen Bedingung gemäß muß nämlich zuerst der erste, Newtonsche Werth $-\frac{a_0}{a_1}$ von x (64.) dem wirklichen Werthe von x in $y = 0$ näher kommen als der Werth 0 von x , das heißt: $-\frac{a_0}{a_1}$ statt x in $y = 0$ gesetzt, muß für y eine kleinere Größe geben als a_0 , die man erhält, wenn man in y , $x = 0$ setzt; also muß $-\frac{a_0}{a_1}$ zwischen 0 und x liegen. Nun erhält man aber den Newtonschen Näherungswerth, wie schon oben bemerkt, wenn man nicht mehr alle Potenzen von x , sondern nur diejenigen von der zweiten an, als sehr klein, vernachlässigt; denn wenn man $x^2, x^3, \dots = 0$ setzt, so geht die Gleichung $y = 0$ in $a_0 + a_1 x = 0$ über, welches $x = -\frac{a_0}{a_1}$ giebt. Dieser Ausdruck ist aber kein anderer als der, welcher sich ergibt, wenn man aus der gegebenen Gleichung

$$65. \quad y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_m x^m = 0$$

die erste Potenz von x nimmt, nämlich:

$$66. \quad x = -\frac{a_0}{a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + \dots + a_m x^{m-1}}$$

und im Nenner x, x^2, \dots, x^{m-1} als Null betrachtet; was mit dem Weglassen der höheren Potenzen von x in dem Polynome der Gleichung, von der zweiten an, übereinkommt. Nun kommt $x_1 = -\frac{a_0}{a_1}$ bedingungsmaäßig dem genauen Werthe von x näher, als der Werth 0 von x . Setzt man daher eben dieses x_1 statt x in (66.), was

$$67. \quad x = -\frac{a_0}{a_1 + x_1(a_2 + a_3 x_1 + a_4 x_1^2 + \dots + a_m x_1^{m-2})}$$

giebt, so wird dieses x demjenigen, welches der Gleichung $y = 0$ genau genug thut, nothwendig schon näher kommen, als der Werth $-\frac{a_0}{a_1}$ von x ,

bei welchem alle höheren Potenzen von x gleich Null gesetzt wurden; und selbst dann noch, wenn man wieder die höheren Potenzen von x_1 , von der zweiten an, vernachlässigt, wodurch der Ausdruck (67.) in

$$68. \quad x_2 = - \frac{a_0}{a_1 + x_1 a_2},$$

also in den zweiten Näherungswerth von x in (64.) übergeht; denn aus diesem Ausdrucke geht erst der erste Näherungswerth $x_1 = - \frac{a_0}{a_1}$ dann hervor, wenn man statt x_1 den der Gleichung $y = 0$ weniger entsprechenden Werth 0 von x setzt. Ferner wird wiederum (67.) eine dem genauen Werthe von x näher kommende Größe geben, als die (67.), wenn man statt des Factors x_1 , im Nenner, den genaueren Werth x_2 von x (68.) setzt; auch dann noch, wenn man die höheren Potenzen von x_1 als die erste weglässt, was

$$69. \quad x_3 = - \frac{a_0}{a_1 + x_2 a_2 + x_2 x_1 a_3}$$

gibt; denn aus diesem Ausdrucke geht, wenn man die höheren Potenzen von x , also das Glied $x_2 x_1 x_3$ ausstreicht, erst der Ausdruck von x_2 (68.) hervor, der schon dem genauen Werthe von x näher kommt als $x = - \frac{a_0}{a_1}$; und so weiter.

Diese Erwägung liefert also zu demjenigen in (§. 6.) einen zweiten Beweis, daß die Ausdrücke von x (64.) Werthe haben, welche dem genauen Werthe von x in der Gleichung $y = 0$ allmählig immer näher kommen.

11.

Der allgemeine Näherungs-Ausdruck für x (62.) oder (63.) hat folgende sehr einfache geometrische Bedeutung.

Wenn man in der Taylorschen Reihe

$$70. \quad f(x+k) = fx + kdfx + \frac{k^2}{2} d^2fx + \frac{k^3}{2 \cdot 3} d^3fx \dots$$

$x=0$ und $k=x$ setzt und die daraus entstehenden Werthe von fx , dfx , $d^2fx \dots$ durch f_0x , d_1fx , $d_0^2fx \dots$ bezeichnet, so erhält man

$$71. \quad fx = f_0x + d_0fx + \frac{x^2}{2} d_0^2fx + \frac{x^3}{2 \cdot 3} d_0^3fx \dots;$$

also in dem Falle

$$72. \quad fx = \frac{1}{y}:$$

$$73. \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{y_0} + x d_0 \left(\frac{1}{y} \right) + \frac{x^2}{2} d_0^2 \left(\frac{1}{y} \right) + \frac{x^3}{2 \cdot 3} d_0^3 \left(\frac{1}{y} \right) \dots$$

Dieses mit (51.) verglichen giebt

$$74. \quad p_0 = \frac{1}{y_0}, \quad p_1 = d_0 \left(\frac{1}{y} \right), \quad p_2 = \frac{1}{2} d_0^2 \left(\frac{1}{y} \right), \quad p_3 = \frac{1}{2 \cdot 3} d_0^3 \left(\frac{1}{y} \right) \dots;$$

also, da $x_n = \frac{p_{n-1}}{p_n}$ (27.) ist,

$$75. \quad x_n = n \cdot \frac{d_0^{n-1} \left(\frac{1}{y} \right)}{d_0^n \left(\frac{1}{y} \right)}.$$

Nun stelle man sich die Curve vor, deren Abscissen x und deren Ordinaten $d^{n-1} \left(\frac{1}{y} \right)$ sind, so ist $d \left(\frac{1}{y} \right)$ die trigonometrische Tangente des Winkels, den die Tangente der Curve mit der Abscissen-Axe macht, und $\frac{d^{n-1} \left(\frac{1}{y} \right)}{d^n \left(\frac{1}{y} \right)}$ ist die Subtangente der Curve für die Abscisse x . Der Näherungswerth x_n (76.) ist also gleich der n -fachen Subtangente der Curve, deren Abscissen x und deren Ordinaten $d^{n-1} \left(\frac{1}{y} \right)$ sind, für die Abscisse $x=0$.

12.

In (§. 6.) ist 1 durch y dividirt worden. Dieses ist beliebig geschehen; und auch wenn man irgend eine Function von x , die mit y keinen gemeinschaftlichen Factor hat, auch dann nicht, wenn x^n und die höheren Potenzen von x gleich Null gesetzt werden, durch y dividirt, folgen daraus Näherungswerthe von x für die Gleichung $y=0$.

Man setze nämlich, ähnlich wie in (§. 6. 20.):

$$76. \quad \begin{cases} \frac{\phi x}{y} = q_0 + q_1 x + q_2 x^2 + q_3 x^3 \dots + q_{n-1} x^{n-1} + \frac{R_1 x^n}{y} \text{ und} \\ \frac{\phi x}{y} = q_0 + q_1 x + q_2 x^2 + q_3 x^3 \dots + q_n x^n + \frac{R_0 x^{n+1}}{y}, \end{cases}$$

und bezeichne die Summe der Glieder rechterhand, bis zum Gliede $q_{n-2} x^{n-2}$ einschliesslich, durch Q , so dafs

also, vermöge (80.),

$$85. \quad x_n = \frac{a_0 q_{n-1}}{a_0 q_n} = - \frac{a_0 q_{n-1}}{a_1 q_{n-1} + a_2 q_{n-2} + a_3 q_{n-3} \dots a_n q_0 - b_n},$$

oder

$$86. \quad x_n = \frac{a_0}{a_1 + a_2 \frac{q_{n-2}}{q_{n-1}} + a_3 \frac{q_{n-3}}{q_{n-1}} + a_4 \frac{q_{n-4}}{q_{n-1}} \dots + a_n \frac{q_0}{q_{n-1}} - \frac{b_n}{q_{n-1}}}$$

oder vermöge der Ausdrücke (60.), von welchen ähnliche auch hier Statt finden, und vermöge welcher auch

$$\frac{1}{q_{n-1}} = \frac{x_1 x_2 x_3 \dots x_{n-1}}{q_0} = \frac{a_0}{b_0} x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 \text{ ist:}$$

$$x_n = - \frac{a_0}{a_1 + a_2 x_{n-1} + a_3 x_{n-1} x_{n-2} \dots + a_n x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1 - \frac{a_0 b_n}{b_0} x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1},$$

oder

$$87. \quad x_n = - \frac{a_0 b_0}{b_0 (a_1 + a_2 x_{n-1} x_{n-2} \dots + a_n x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1) - a_0 b_n x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1},$$

und im Einzelnen:

$$88. \quad \begin{cases} x_1 = - \frac{a_0 b_0}{a_1 b_0 - a_0 b_1}, \\ x_2 = - \frac{a_0 b_0}{b_0 (a_1 + a_2 x_1) - a_0 b_2 x_1}, \\ x_3 = - \frac{a_0 b_0}{b_0 (a_1 + a_2 x_2 + a_3 x_2 x_1) - a_0 b_3 x_2 x_1}, \\ \dots \end{cases}$$

Die geometrische Bedeutung dieser Näherungswerthe von x ist derjenigen der Werthe, die man erhält, wenn man von $\frac{1}{y}$ ausgeht, ganz ähnlich. Man darf nur in (75.) $\frac{\phi x}{y}$ statt $\frac{1}{y}$ setzen, so findet man, auf dieselbe Weise wie in (§. 11.):

$$89. \quad x_n = n \cdot \frac{d_0^{n-1} \left(\frac{\phi x}{y} \right)}{d_0^n \left(\frac{\phi x}{y} \right)},$$

und es ist also x_n gleich der n -fachen Subtangente der Curve, deren Abscissen x und deren Ordinaten $d^{n-1} \left(\frac{\phi x}{y} \right)$ sind, für die Abscisse $x = 0$.

13.

Wenn man in (§. 12.) zu dem willkürlichen Polynome ϕx den ersten Differential-Coefficienten des Polynoms y der aufzulösenden Gleichung $y = 0$ nimmt, also

$$90. \quad \phi x = dy$$

setzt, so führt in diesem besonderen Falle die Rechnung (§. 12.) auf die Bernouillische Näherung, die auch Näherung durch rücklaufende Reihen genannt zu werden pflegt.

Wenn nämlich die m Wurzeln der aufzulösenden Gleichung $y = 0$ durch $r_1, r_2, r_3 \dots r_m$ bezeichnet werden, so daß

$$91. \quad y = (r_1 - x)(r_2 - x)(r_3 - x) \dots (r_m - x):$$

so ist

$$92. \quad dy = -(r_2 - x)(r_3 - x) \dots (r_m - x) - (r_1 - x)(r_3 - x) \dots (r_m - x) \dots \\ - (r_1 - x)(r_2 - x) \dots (r_{m-1} - x) \dots,$$

oder

$$93. \quad dy = -\left(\frac{y}{r_1 - x} + \frac{y}{r_2 - x} + \frac{y}{r_3 - x} \dots \frac{y}{r_m - x}\right).$$

Es ist also

$$94. \quad \frac{dy}{y} = -\left(\frac{1}{r_1 - x} + \frac{1}{r_2 - x} + \frac{1}{r_3 - x} \dots \frac{1}{r_m - x}\right), \text{ oder}$$

$$95. \quad \frac{dy}{y} = -\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \dots + \frac{1}{r_m}\right) \\ - \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \dots + \frac{1}{r_m}\right)x \\ - \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} \dots + \frac{1}{r_m}\right)x^2 \\ \dots \dots \dots$$

oder, wenn man die Summe der $-1^{\text{ten}}, -2^{\text{ten}}, -3^{\text{ten}}$ etc. Potenzen der Wurzeln der Gleichung durch S_{-1}, S_{-2}, S_{-3} etc. bezeichnet,

$$96. \quad \frac{dy}{y} = -(S_{-1} + S_{-2}x + S_{-3}x^2 + S_{-4}x^3 \dots).$$

Dieses mit (76.) verglichen, zeigt sich, daß für den gegenwärtigen Fall

$$97. \quad \begin{cases} q_0 = -S_{-1}, \\ q_1 = -S_{-2}, \\ q_2 = -S_{-3}, \\ \dots\dots\dots \\ q_n = -S_{-n-1}, \end{cases}$$

und folglich, vermöge (80.)

$$98. \quad x_n = \frac{S_{-n}}{S_{-n-1}}$$

ist, wie es die Bernouillische Methode verlangt. Man sieht, daß die Näherungs-Methode der Paragraphen (1. bis 11.), die von dem Quotienten $\frac{1}{y}$ ausgeht, zwar nicht die Bernouillische Methode selbst, aber ihr doch ähnlich ist. Sie ist gleichsam eine Vereinfachung derselben, indem diese von dem weniger einfachen Quotienten $\frac{dy}{y}$ ausgeht.

In dem allgemeinen Ausdrucke von x_n (87.), fällt, wie die Vergleichung mit (62.) zeigt, das letzte Glied des Nenners $-\frac{a_0 b_n}{b_0} x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1$ weg, wenn man statt von $\frac{dy}{y}$ bloß von $\frac{1}{y}$ ausgeht. Die von $\frac{1}{y}$ ausgehende Näherungs-Methode ist unter denjenigen (wenn man sie so nennen will) durch rücklaufende Reihen, gleichsam die einfachste.

Für den besonderen Fall der Bernouillischen Näherung ist, weil hier

$$99. \quad \phi x = dy = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 \dots + ma_m x^{m-1},$$

in (81.):

$$100. \quad \begin{cases} b_0 = a_1, \\ b_1 = 2a_2, \\ b_2 = 3a_3, \\ \dots\dots\dots \\ b_{m-1} = ma_m, \\ b_m = 0 \text{ etc.} \end{cases}$$

Es ist also in (87.)

$$101. \quad x_n = - \frac{a_0 a_1}{a_1(a_1 + a_2 x_{n-1} + a_3 x_{n-1} x_{n-2} \dots + a_n x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1) - na_0 a_{n-1} x_{n-1} x_{n-2} \dots x_1},$$

und, im Einzelnen, nach (88.),

$$102. \begin{cases} x_1 = -\frac{a_0 a_1}{a_1^2 - 2a_0 a_2} = +\frac{a_0 a_1}{2a_0 a_2 - a_1^2} \\ x_2 = -\frac{a_0 a_1}{a_1(a_1 + a_2 x_1) - 3a_0 a_3 x_1} = +\frac{a_0(2a_0 a_2 - a_1^2)}{3a_0^2 a_3 - 3a_0 a_1 a_2 + a_1^3} \\ x_3 = -\frac{a_0 a_1}{a_1(a_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2) - 4a_0 a_4 x_2 x_1} = \frac{a_0(3a_0^2 a_3 - 3a_0 a_1 a_2 + a_1^3)}{4a_0^3 a_4 - 4a_0^2 a_1 a_3 - 2a_0 a_1^2 a_2 + 4a_0 a_1^2 a_2 - a_1^4} \\ \dots \dots \dots \end{cases}$$

Bei Vergleichung dieser Ausdrücke mit denen (56.) zeigt sich die Verschiedenheit der Resultate der Bernoullischen Methode und der der obigen Art.

Die Gleichungen (83.) geben die Coefficienten q , welche unmittelbar die Summen S_{-1} , S_{-2} , S_{-3} der -1^{ten} , -2^{ten} , -3^{ten} etc. Potenzen der Wurzeln der aufzulösenden Gleichung $y = 0$ sind (97.), und die Ausdrücke (101.) und (102.) zeigen, wie die Bernoullischen Näherungswerthe nach und nach einer aus dem anderen berechnet werden können, auf ähnliche Weise, wie bei der obigen Näherungs-Methode.

Endlich zeigt der Beweis in (§. 6.), der ohne Veränderung auf $\frac{\phi x}{x}$ statt $\frac{1}{x}$, also auch auf $\frac{dy}{y}$ Anwendung findet, daß die daraus hervorgehenden Ausdrücke von x wirklich Näherungswerthe dieser Gröfse sind; was andererseits für den Bernoullischen Fall bekanntlich daraus erhellt, daß, wenn in

$$103. \quad x_n = \frac{S_{-n}}{S_{-n-1}} = \frac{\frac{1}{r_1^n} + \frac{1}{r_2^n} + \frac{1}{r_3^n} \dots + \frac{1}{r_m^n}}{\frac{1}{r_1^{n+1}} + \frac{1}{r_2^{n+1}} + \frac{1}{r_3^{n+1}} \dots + \frac{1}{r_m^{n+1}}}$$

eine der Wurzeln, z. B. r_1 , wie es hier vorausgesetzt wird, gegen die übrigen sehr klein ist, die Summe der Potenzen der übrigen, oben und unten, gegen die Potenzen der einen verschwinden, so daß bloß

$$104. \quad x_n = \frac{\frac{1}{r_1^n}}{\frac{1}{r_1^{n+1}}} = r_1$$

übrig bleibt.

14.

Nach der Analogie des Ausdrucks (62.) oder (63.) des aus $\frac{1}{y}$ hergenommenen Näherungswerthes der Wurzel x der aufzulösenden Gleichung

$$105. \quad a_0 + x(a_1 + a_2 x + a_3 x^2 \dots + a_m x^{m-1}) = y = 0$$

läßt sich auch auf folgende sehr einfache Weise noch ein anderer Näherungs-Ausdruck aufstellen.

Da aus (105.)

$$106. \quad a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 \dots + ma_m x^{m-1} = dy,$$

ist, und

$$107. \quad -\frac{y}{dy} = -\frac{a_0 + x(a_1 + a_2 x + a_3 x^2 \dots + a_m x^{m-1})}{a_1 + x(2a_2 + 3a_3 x + 4a_4 x^2 \dots + ma_m x^{m-2})}$$

die Subtangente der Curve ausdrückt, deren Abscissen x und deren Ordinaten y sind: so ist diese Subtangente für $x=0$, gleich $-\frac{a_0}{a_1}$; und dieses ist der erste Näherungs-Ausdruck für x (der Newtonsche), wenn x sehr klein ist. Man erhält ihn, wie schon oben bemerkt, gleichfalls aus (105.), wenn man in der aus dieser folgenden Gleichung

$$108. \quad x = -\frac{a_0 - y}{a_1 + a_2 x + a_3 x^2 \dots + a_m x^{m-1}}$$

rechterhand $x=0$ zugleich mit $y=0$ setzt, das heißt also, die Ordinate y für das kleine x als Null betrachtet.

Nun nehme man an, die aufzulösende Gleichung sei so eingerichtet worden, daß die Subtangente $-\frac{a_0}{a_1}$ für die Abscisse $x=0$ nach der Fouriersonen Regel zwischen $x=0$ und den genauen Werth von x , für welchen $y=0$ ist, oder zwischen den Fußpunkt der Ordinate in $x=0$ und den Durchschnittspunkt der Curve mit der Abscissen-Axe fällt, so wird die zur Abscisse $-\frac{a_0}{a_1} = x_1$ gehörige Ordinate, die durch y_1 bezeichnet werden mag, nothwendig zwischen 0 und y_0 (die Ordinate für die Abscisse $x=0$) fallen, und mit ihr einerlei Zeichen haben. Es wird also, wenn man in (105.) x_1 statt x setzt, welches

$$109. \quad a_0 + x_1(a_1 + a_2 x_1 + a_3 x_1^2 \dots + a_m x_1^{m-1}) = y_1$$

und

$$110. \quad x_1 = -\frac{a_0 - y_1}{a_1 + a_2 x_1 + a_3 x_1^2 \dots + a_m x_1^{m-1}}$$

15.

Der directe, und gleichsam natürlichste Nährungs-Ausdruck für die Wurzeln algebraischer Gleichungen, nämlich derjenige, welchen die Umkehrung der das Polynom der aufzulösenden Gleichung bildenden Reihe giebt, dürfte hier ebenfalls noch in Betracht kommen; und er dürfte auch selbst für die wirkliche Berechnung, wenn nur die Bedingung erfüllt wird, daß in der aufzulösenden Gleichung x sehr klein ist, und daß die Substante $-\frac{a_0}{a_1}$ zwischen 0 und x fällt, keineswegs so unbrauchbar sein, als es vielleicht scheint.

Es mag noch eine einfache Entwicklung des aus Umkehrung der Reihe sich ergebenden Ausdrucks folgen.

Das Polynom der aufzulösenden Gleichung werde, wie oben, durch y bezeichnet und $x = \phi y$ gesetzt, so ist, wenn y um k sich verändert,

$$115. \quad \phi(y+k) = x + k \frac{d}{y} x + \frac{k^2}{2} \frac{d^2}{y^2} x + \frac{k^3}{2 \cdot 3} \frac{d^3}{y^3} x \dots = x + \frac{\Delta}{y} x.$$

Es ist aber

$$116. \quad \frac{d}{x} y \cdot \frac{d}{y} x = 1,$$

und daraus folgt $\frac{d}{y} x = \frac{1}{\frac{d}{x} y}$, oder wenn man, der Kürze wegen, da wo d auf x sich bezieht, das x nicht besonders anzeigt:

$$117. \quad \frac{d}{y} x = \frac{1}{dy}.$$

Hieraus folgt weiter

$$118. \quad \begin{cases} \frac{d^2}{y^2} x = -\frac{d^2 y}{dy^2} \cdot \frac{d}{y} x = -\frac{d^2 y}{dy^3}, \\ \frac{d^3}{y^3} x = -\frac{d^3 y}{dy^4} + \frac{3d^2 y^2}{dy^5}, \\ \frac{d^4}{y^4} x = -\frac{d^4 y}{dy^5} + \frac{10d^3 y d^2 y}{dy^6} - \frac{15d^2 y^3}{dy^7}, \\ \frac{d^5}{y^5} x = -\frac{d^5 y}{dy^6} + \frac{15d^4 y d^2 y}{dy^7} + \frac{10d^3 y^2}{dy^7} - \frac{105d^3 y d^2 y^2}{dy^8} + \frac{105d^2 y^4}{dy^9}, \\ \frac{d^6}{y^6} x = -\frac{d^6 y}{dy^7} + \frac{21d^5 y d^2 y}{dy^8} + \frac{35d^4 y d^3 y}{dy^8} - \frac{210d^4 y d^2 y^2}{dy^9} - \frac{230d^3 y^2 d^2 y}{dy^9} + \frac{1260d^3 y d^2 y^3}{dy^{10}} - \frac{945d^2 y^5}{dy^{10}}, \\ \dots \end{cases}$$

Diese Ausdrücke (117. und 118.) sind in (115.) zu setzen.

Nimmt man nun $k = \gamma$ und $x = 0$ an, so geht (115.), wo nun das erste Glied x rechterhand Null ist, in

$$119. \quad \phi(\gamma_0 + \gamma) = +\gamma \frac{d}{\gamma} x_0 + \frac{\gamma^2}{2} \frac{d^2}{\gamma^2} x_0 + \frac{\gamma^3}{2 \cdot 3} \frac{d^3}{\gamma^3} x_0 \dots = x$$

über; und giebt man γ den Werth γ_0 , der dem Werthe 0 von x correspondirt, negativ genommen, so ist $\phi(\gamma_0 - \gamma) = \phi_0 =$ demjenigen Werthe von x , der dem $\gamma = 0$ zukommt, also gleich der Wurzel der aufzulösenden Gleichung $\gamma = 0$. Man erhält also

$$120. \quad x = -\gamma_0 \frac{d}{\gamma} x_0 + \frac{\gamma_0^2}{2} \frac{d^2}{\gamma^2} x_0 - \frac{\gamma_0^3}{2 \cdot 3} \frac{d^3}{\gamma^3} x_0 \dots$$

Es kommt also nur darauf an, die Werthe von γ , $\frac{d}{\gamma} x$, $\frac{d^2}{\gamma^2} x \dots$ etc. für $x = 0$ zu haben.

Es ist

$$121. \quad \begin{cases} \gamma = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \dots + a_m x^m; \text{ also} \\ dy = +a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 \dots + m a_m x^{m-1} \\ d^2 \gamma = +2a_2 + 2 \cdot 3 a_3 x \dots + m \cdot m-1 a_m x^{m-2} \\ d^3 \gamma = +2 \cdot 3 a_3 \dots + m \cdot m-1 \cdot m-2 a_m x^{m-3} \\ \dots \dots \dots \end{cases}$$

also, für $x = 0$,

$$122. \quad \begin{cases} \gamma = a_0, \\ dy = a_1, \\ d^2 \gamma = 2 a_2, \\ d^3 \gamma = 2 \cdot 3 \cdot a_3, \\ \dots \dots \dots \\ d^m \gamma = 2 \cdot 3 \dots n a_n; \end{cases}$$

und nun, vermöge (117 und 118.),

$$123. \left\{ \begin{array}{l} y_0 = a_0, \\ \frac{d}{y} x_0 = \frac{1}{a_1}, \\ \frac{d^2}{y^2} x_0 = -\frac{2a_2}{a_1^3}, \\ \frac{d^3}{y^3} x_0 = -\frac{2 \cdot 3 a_3}{a_1^4} + \frac{3 \cdot 4 \cdot a_2^2}{a_1^5}, \\ \frac{d^4}{y^4} x_0 = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot a_4}{a_1^5} + \frac{10 \cdot 6 \cdot 2 a_3 a_2}{a_1^6} - \frac{15 \cdot 8 a_2^3}{a_1^7}, \\ \frac{d^5}{y^5} x_0 = -\frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot a_5}{a_1^6} + \frac{15 \cdot 24 \cdot 2 a_3 a_2}{a_1^7} + \frac{10 \cdot 36 \cdot a_2^2}{a_1^7} - \frac{105 \cdot 6 \cdot 4 a_3 a_2^2}{a_1^8} + \frac{105 \cdot 16 \cdot a_2^4}{a_1^9}, \\ \dots \end{array} \right.$$

Man erhält also, vermöge (121.)

$$124. x = -\frac{a_0}{a_1} - \frac{a_0^2 a_2}{a_1^3} - \frac{a_0^3}{a_1^5} (2a_2^2 - a_1 a_3) - \frac{a_0^4}{a_1^7} (a_4 a_1^2 - 5a_1 a_2 a_3 + 5a_2^3) \\ - \frac{a_0^5}{a_1^9} (-a_5 a_1^3 + 6a_1^2 a_2 a_3 + 3a_1^2 a_3^2 - 21a_1 a_2^2 a_3 + 14a_2^4) \\ - \frac{a_0^6}{a_1^{11}} (+a_6 a_1^4 - 7a_1^3 a_2 a_3 - 7a_1^3 a_3 a_4 + 28a_1^2 a_2^2 a_4 + 28a_1^2 a_2 a_3^2 - 84a_1 a_2^3 a_3 + 42a_2^5). \\ \dots$$

Da das n^{te} Glied dieser Reihe die Gröfse $a_1 \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^n$ zum Factor hat und nach der Voraussetzung schon $\frac{a_0}{a_1}$ kleiner ist als das sehr kleine x , um so mehr also $\frac{a_0}{a_1}$: so ist es schon wahrscheinlich, dafs die Reihe unter den angenommenen Bedingungen immer convergiren werde. Indessen mufs allerdings die Convergenz derselben näher untersucht werden; was einer anderen Gelegenheit vorbehalten bleiben mag.



Über
den Venusdurchgang von 1769.

Von
H^{rn.} ENCKE.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 30. April 1835.]

Im vorigen Jahre ist eine Handschrift aufgefunden worden, welche über einen viel bestrittenen Punkt in einer Angelegenheit von hohem Interesse vollständige Aufklärung giebt, so weit sie überhaupt noch erreichbar ist. Da ich früher veranlaßt worden war, den Gegenstand ausführlich zu bearbeiten und ein paar Bändchen darüber herauszugeben, das was jetzt noch dieser Auffindung wegen hinzuzufügen wäre, sich zu einem besondern Zusatze nicht eignet, und doch zu wichtig ist, als daß es einer vorübergehenden Bekanntmachung allein anvertraut werden dürfte, so erlaube ich mir hier, das Endresultat im Zusammenhange mit den früheren Untersuchungen niederzulegen.

Die beiden Venusdurchgänge von 1761 und 1769 hatten im vorigen Jahrhundert viele Jahre hindurch die Aufmerksamkeit der gebildeten Welt überhaupt in Anspruch genommen, seitdem Halley in den *Philos. Transact.* 1691 und 1716 darauf aufmerksam gemacht, daß sie für eine sehr lange Zeit das genaueste und selbst das einzige Mittel seien, mit einem gewissen Grade von Sicherheit die Entfernung der Sonne von der Erde in bekannten Erd-Maassen zu finden. Bei diesem wie bei jedem Problem die Entfernung eines unzugänglichen Punktes zu finden, wird es zuletzt immer auf eine Anwendung des einfachen Princips hinauskommen, von den Endpunkten einer bekannten Linie aus die Richtung der beiden Linien zu finden, welche sich in dem gesuchten Punkte kreuzen, und daraus den Winkel selbst zu schließeln, unter welchem die Grundlinie von dem entfernten Punkte aus gesehen sich zeigt. Die Kleinheit dieses Winkels wird über die Sicherheit der Operation ent-

scheiden. Wenn der Winkel sehr klein ist, folglich die gesuchte Entfernung, in Vergleich mit der bekannten Basis, sehr groß (abgesehen von einer so unvortheilhaften Lage der letzteren, daß aus diesem Umstande allein die Kleinheit des Winkels hervorgeht), so wird die Unsicherheit des Resultats so gut wie genau in gleichem Verhältniß wachsen, wie der Quotient: gesuchte Entfernung dividirt durch die bekannte Grundlinie. Hieraus geht hervor, daß in diesem Falle bei einer einzigen Grundlinie, auf welcher der ganzen Ausdehnung nach mehrere Beobachter vertheilt sind, die übrigens gleich gute Mittel, die Winkel zu messen, besitzen, die Bestimmungen von den Endpunkten der ganzen Basis aus am entscheidendsten sein werden, und die Zuziehung aller Beobachtungen, welche außerhalb dieser Endpunkte mehr nach der Mitte der Grundlinie hin angestellt sein mögen, nicht wesentlich das Resultat zu ändern im Stande sein werden, was die Endpunkte allein geben.

Bei den Venusdurchgängen können wir, vermöge der Keplerschen Gesetze, die relative Veränderung der drei Punkte, Erd-Centrum, Venus-Centrum und Sonne-Centrum, während der wenigen Stunden der Dauer des Durchgangs mit einer so großen Genauigkeit bestimmen, daß sie als ganzlich fehlerfrei zu betrachten ist. Die beobachteten Berührungen der Venus- und Sonnenränder, von einem Orte auf der Oberfläche der Erde aus, werden folglich, wenn man die Winkelhalbmesser der Sonne und der Venus bestimmt (wozu die Beobachtungsart selbst das schärfste Mittel darbietet), und die sämtlichen Beobachtungen von verschiedenen Punkten der Erdoberfläche aus auf ein absolutes Zeitmoment reducirt, theils durch Berücksichtigung der Längendifferenz des Beobachtungsorts auf der Erde, theils durch Berücksichtigung der relativen Bewegung der Erde und der Venus um die Sonne, nur noch darin von einander verschieden ausfallen können, daß die Standpunkte auf der Oberfläche der Erde von einander verschieden sind, und eben dadurch das Mittel darbieten, diese unmittelbar durch Gradmessungen zu bestimmenden Entfernungen der Beobachtungsorter zu vergleichen mit dem Abstände der Venus von der Erde, und also auch, zufolge der Keplerschen Gesetze, der Sonne von der Erde. Es giebt unter den bekannten Himmelskörpern keinen, der bequemer läge. Denn der Mond, dessen Abstand von der Erde wir auf ähnliche Weise mit noch größerer Genauigkeit bestimmen können, ist als Erdtrabant nicht unmittelbar mit der Sonne verbunden; seine Entfernung von der Erde erlaubt nicht absolut den Schluss zu machen, auf

die Entfernung der Erde von der Sonne. Mars kommt selbst in den Oppositionen, die am günstigsten liegen, der Erde nicht so nahe als Venus bei einem Durchgange, folglich ist für Mars die Basis, die wir allein annehmen können, der Erddurchmesser verhältnißmäßig noch kleiner wie bei der Venus, und derselbe Fall tritt auch bei Merkur ein. Indessen haben doch alle drei Himmelskörper, bei der großen Seltenheit der Venusdurchgänge, bevor diese beobachtet waren, dazu gedient, die Entfernung der Sonne mit größerer oder geringerer Annäherung zu bestimmen. Der Merkurdurchgang von 1677 führte Halley zuerst auf die Entdeckung der Wichtigkeit der Venusdurchgänge. Directe Beobachtungen des Mars veranlaßten vor 1761 die ziemlich allgemeine Annahme einer Sonnenparallaxe von $10''$, und eine Störungsgleichung in der Mondtheorie gab dem großen Tobias Mayer, mit noch größerer Annäherung an die Wahrheit, eine Parallaxe von $7''.8$, dieselbe Gleichung, welche Laplace später vollkommen mit den Ergebnissen der Venusdurchgänge übereinstimmend gefunden hat.

Außer dem theoretischen Vorzuge der Venusdurchgänge, daß bei ihnen der Schluß vom kleinen Erddurchmesser auf eine viel größere Entfernung noch den kleinsten Sprung darbietet, liegt aber auch in der Beobachtungsart ein praktischer Vorzug, der bei den andern Methoden entweder ganz fehlt oder doch nicht so überwiegend hervortritt. Die Beobachtung der Berührung giebt den Augenblick, wann das Venus-Centrum von dem Sonnen-Centrum scheinbar um einen bekannten Winkel entfernt ist, ohne Hülfe eines Winkelinstruments durch bloße Anschauung, und zwar um so genauer, als die Bewegung der Venus langsam genug ist, um diesen Winkel innerhalb eines sehr kleinen Theils einer Bogensecunde richtig zu erhalten, wenn anders die Berührung bis auf eine oder mehrere Zeitsecunden genau wahrzunehmen sein sollte. Venus durchlief eine Raumsecunde bei den Durchgängen von 1761 und 1769 etwa in 20 Zeitsecunden. Wäre es möglich gewesen, wie Halley hoffte, die Berührung bis auf eine Zeitsecunde genau zu beobachten, so würde man den Winkelabstand bis auf $0,05$ einer Bogensecunde erhalten haben. Die Erfahrung hat dieses freilich nicht bestätigt. Der Fehler wird ihrzufolge im Durchschnitt etwa 7 Zeitsecunden betragen, immer indessen noch den Winkelabstand bis auf $\frac{1}{4}$ einer Bogensecunde, genauer als die damaligen Winkelinstrumente vermogten, finden lassen.

Man darf dabei aber nicht übersehen, daß diese sieben Zeitsecunden in gewissem Sinne der Inbegriff sämtlicher Fehlerquellen sind, diese mögen nun in der Verschiedenheit der Fernröhre, der damit wahrscheinlich verbundenen größeren oder geringeren Irradiation, der selten ganz günstigen Constitution der Atmosphäre und hauptsächlich vielleicht der ziemlich beträchtlichen Unsicherheit bestehen, welche durch die Nothwendigkeit herbeigeführt wird, die Längen der verschiedenen Beobachtungsorter mit großer Genauigkeit zu kennen, um alle Berührungsmomente auf einen bestimmten Meridian zurückzuführen. Diese letztere Nothwendigkeit war unbedingt vorhanden im Jahre 1761, wo nur solche Beobachtungen angestellt waren, welche diese Zurückführung durchaus erforderlich machten. Sie konnte dagegen bei dem Durchgange von 1769 umgangen werden. Denn bei ihm trat der sehr günstige Umstand ein, daß an Örtern der Erde, die weit von einander gelegen waren, Eintritt der Venus auf der Sonnenscheibe und Austritt gesehen werden konnte, also die Größe der Sehne bestimmt, welche sie durchlief, und aus der Verschiedenheit zweier Sehnen, bei welchen der Längen-Unterschied ganz wegfiel, die Parallaxe ermittelt.

Immer indessen bleibt bei allen diesen Vorzügen der Umstand in voller Kraft, daß die Basis, auf welcher sich die Beobachter vertheilen konnten, sehr klein ist, daß die Endpunkte derselben entweder beide oder doch wenigstens einer in Gegenden fielen, wo nur wenige Beobachter sich vereinigen konnten, und daß demnach die Resultate dieser geringen Anzahl von Beobachtungen an den Endpunkten der Basis ein so überwiegendes Gewicht, der Natur der Sache nach, haben mußten, daß auch die zahlreichsten und genauesten Wahrnehmungen, die mehr nach der Mitte zu angestellt wurden, eher nur eine Prüfung als eine wesentliche Berichtigung geben konnten, wenn an den Endpunkten Fehler begangen worden wären.

Bei dem Durchgange von 1761 kann man die sämtlichen Beobachtungen als in zwei Gruppen vertheilt betrachten. Zu der ersten gehören die sämtlichen Europäischen und überhaupt die auf der nördlichen Halbkugel. Sie sind an Standpunkten angestellt, die so nahe bei einander liegen, daß, bis auf die unvermeidlichen Fehler der Beobachtungen, alle so gut wie völlig unter sich übereinstimmen müssen. Die zweite Gruppe umfaßt die auf der südlichen Halbkugel und besonders oder eigentlich ausschließlich die am Vorgebirge der guten Hoffnung und der Insel Rodrigues, gleichzeitig mit den

Europäischen gemachten Wahrnehmungen beim Austritt. Alle beobachteten Eintritte und folglich auch alle Verweilungen sind unsicher und tragen höchstens zur Berichtigung der Venus-Elemente bei, auf die Parallaxe haben sie keinen Einfluß. Will man auch unter diesen Umständen dem einen Endpunkte der Basis, wegen der großen Anzahl der Europäischen Beobachtungen, eine große Sicherheit zugestehen, so ist es doch klar, daß das Resultat, in Bezug auf die Parallaxe, nie eine viel größere Sicherheit wird erlangen können, als die wenigen Beobachtungen auf der südlichen Halbkugel dem andern Endpunkte der Basis es gestatten. Hier aber trat der ungünstige Umstand ein, daß von den beiden Orten, dem Vorgebirge der guten Hoffnung und der Insel Rodrigues, nothwendig einer ganz außer Betracht kam, weil in jeder Annahme zwischen den Beobachtungen dieser beiden Stationen ein Unterschied von einer Zeitminute stattfand. Der Verdacht fiel gleich anfangs auf Rodrigues, weil hier die ungünstige Witterung nur ein Moment, die innere Berührung beim Austritt, dem einzigen Beobachter Hrn. Pingré wahrzunehmen erlaubt hatte, während auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung zwei Beobachter jeder zwei Momente, die innere und äußere Berührung sahen. Fast allgemein entschied man sich, als später die Nothwendigkeit, Rodrigues auszuschließen, erwiesen war, für die Annahme, daß die Zeitminute verschrieben sei, also ein Irrthum des Beobachters stattgefunden. Ich glaube aber wahrscheinlich gemacht zu haben, daß noch jetzt es in unserer Gewalt steht, diese Beobachtung vollständig zu retten und dadurch die Sicherheit der Bestimmung zu vermehren. Denn da zur Benutzung derselben eine möglichst scharfe Längenbestimmung nothwendig ist, und ein Fehler in der Länge ganz eben so viel wirkt, als ein Irrthum der Beobachtung selbst, da ferner nur wenige Jupiters-Trabanten-Verfinsterungen und Sternbedeckungen, gleichzeitig von Hrn. Pingré beobachtet, die einzige Quelle sind, aus der wir bis jetzt eine Längenbestimmung herleiten können, so hat mir meine Berechnung dieser Beobachtungen zu erkennen gegeben, daß höchst wahrscheinlich die von Pingré angenommene Länge um etwa eine Zeitminute fehlerhaft ist und man mit den neueren schärferen Daten eigentlich mit größerer Annäherung eine Länge findet, welche die Harmonie zwischen den Beobachtungen des Durchgangs am Cap und zu Rodrigues fast völlig herstellt. Es kommt folglich nur darauf an, daß die Länge der Insel Rodrigues genauer bestimmt wird, etwas, was früher oder später ganz gewiß der Fall sein wird, nun die Befrie-

digung zu haben, Beobachtungen von dieser Wichtigkeit, von denen wir in diesem Jahrhundert keine Wiederholung von gleichem Werthe zu hoffen haben, ganz so hergestellt zu sehen, daß kein weiterer Zweifel über ihre Brauchbarkeit stattfindet.

Bei dem zweiten Venusdurchgange 1769 waren die Umstände bei weitem günstiger. Man konnte vier Stationen wählen und wählte sie wirklich, bei welchen die absolute Genauigkeit der Längenbestimmung entbehrlich war, nämlich die Nordküste der skandinavischen Halbinsel, die Gegend an der Hudson'sbai, die Halbinsel Californien und die Insel Otaheite im Südmeer. Der Anblick der Charte zeigt, daß hier die Endpunkte der Basis Skandinavien und Otaheite waren, und daß, wenn an diesen Punkten keine groben Fehler vorgefallen, die in der Mitte liegenden, Hudson'sbai und Californien, sich nahe genug den aus jenen abgeleiteten Resultaten anschließen müssen. Zahlreiche Stationen am nördlichen europäischen Eismeer hin schienen das Gelingen zu sichern, allein unglücklicherweise vereitelte schlechtes Wetter an allen die Wahrnehmung des merkwürdigen Phänomens mit Ausnahme von Wardochus, wo sie vollständig gelang, und von Cajaneborg, wo sie zwar durch Wolken unterbrochen, aber doch so erhalten wurde, daß, in Ermangelung anderer Daten, sich aus dieser Station etwas würde haben schließen lassen. Die übrigen Punkte der Hudson'sbai, Californien und Otaheite erfreuten sich günstigerer Witterung. Immer waren an jedem von diesen nur zwei oder drei Astronomen versammelt. Außer diesen vier Stationen ward zwar noch das Phänomen theilweise in Europa und Nordamerika zahlreich beobachtet, allein da hier immer nur eine Erscheinung, entweder Eintritt oder Austritt, gesehen wurde, so würden diese isolirten Angaben keinen erheblichen Einfluß gehabt haben, wenn jene vier Hauptpunkte mit günstigem Erfolge den gehegten Erwartungen entsprochen hätten.

Leider trat auch hier wieder der nachtheilige Umstand ein, daß gerade an einem der Endpunkte der Basis, folglich an dem Punkte, der unter den übrigen der wichtigste ist, zwischen der vollständigen Wahrnehmung in Wardochus und der weniger vollständigen in Cajaneborg, ein Mangel an Übereinstimmung stattfand, der eine Erklärung der Ursache nothwendig machte. Es konnte hier nicht von einem Verschreiben der Minute die Rede sein, da theils die runde Zahl nicht den Unterschied streng aufhob, theils die Anwesenheit mehrerer Beobachter an jedem Orte dagegen sicherte. Aber wenn

auch ein zufälliges Verschreiben nicht annehmbar war, so hatte sich der Ruf des einen Astronomen, des Pater Hell in Wardoehus, nicht so fleckenlos erhalten, daß man nicht die Vermuthung einer wissentlichen Änderung bei sich hätte aufkommen lassen können. Viele Umstände trugen dazu bei. Einmal gehörte Pater Hell einem Orden an, der gerade in dieser Zeit großen Anfechtungen ausgesetzt war und kurz nachher aufgehoben ward, er war Jesuit. Als solcher hatte er in seiner langjährigen Verwaltung der Wiener Sternwarte, von woher der König von Dänemark ihn ganz eigends zur Beobachtung des Phänomens nach Wardoehus zu gehen eingeladen hatte, sowohl eine ganz unumwundene Partheilichkeit für alle andere Ordensbrüder gezeigt, so daß er mit fast blindem Eifer und nicht richtig überlegter Besonnenheit für Alles kämpfte, was von den Ordensmitgliedern ausgegangen war, als auch von Anfang an eine fast beleidigende Eitelkeit auf seine Geschicklichkeit im Beobachten an den Tag gelegt und seine Ansichten von zweckmäßiger Leitung. Seine und seiner Ordensverwandten Beobachtungen waren die besten und stimmten vortreflich unter sich, und wo andere Gründe in wissenschaftlicher Hinsicht nicht durchdringen wollten, trug er kein Bedenken, eine Autorität geltend machen zu wollen, welche die andern Astronomen nicht geneigt waren, anzuerkennen. Dann hatte er auch, ganz im Widerspruch mit dem Verfahren der übrigen Beobachter, mit der Bekanntmachung seiner Zahlen so lange gezögert, daß wenigstens die Mehrzahl der fremden Angaben ihm bekannt sein mußten, ehe er mit den seinigen vortrat. Um so mehr ward ihm dieses zum Vorwurf gemacht, als namentlich besonders Lalande mit seinem für die Astronomie so wohlthätigen Feuereifer schon im Voraus dringend aufgefordert hatte, um aller Ungewissheit auszuweichen, schnell in öffentlichen Blättern oder durch briefliche Berichte an die Akademien das erste Resultat bekanntzumachen, was man gefunden, gesetzt auch, daß eine spätere genauere Berechnung in Kleinigkeiten noch Änderungen bewirken könne. Am 3. Juni 1769 war die Beobachtung gemacht, am 9. reiste Hell von Wardoehus ab, las im November eine Abhandlung in der Kopenhagener Societät über seine Reise, aber theilte erst die Zahlen, auf welche es allein ankam, im Februar des folgenden Jahres durch den Druck mit. Im April scheint diese gedruckte Abhandlung erst recht bekannt geworden zu sein. Was endlich zuletzt noch beitrug, den Verdacht zu verstärken, so vertheidigte sich auch Hell gegen die offenen und versteckten Angriffe auf eine unge-

schiekte Weise. Anstatt entweder ganz sie als seiner unwürdig abzuweisen oder triftige Gründe entgegenzustellen, schützte er einen vermeintlichen Befehl des Königs von Dänemark vor, den Niemand annehmen konnte oder den Hell selbst nur veranlaßt haben mußte, berief sich auf Übereinstimmung seiner Resultate mit andern, von welchen sogleich sich auswies, daß sie auf Rechnungsfehler beruhten, und dadurch den Verdacht eher verstärkten, Hell habe, durch diese Rechnungsfehler verleitet, seine Zahlen modificirt, erbot sich, was ganz unwürdig war, sein ursprüngliches, von jeder Correctur freies Journal vorzulegen und stützte sich auf seine langjährige Autorität, in Vergleich mit welcher er die Geschicklichkeit der Gegner herabsetzte und so nur die Angriffe bitterer machte. Es war etwas schwierig, bei diesem Widerstreit der Meinungen einen Weg bei der Benutzung der Wardochuser Beobachtungen einzuschlagen, der nichts wohlbegründetes übergehen liefse und doch keiner Verfälschung zu vielen Einfluß einräumte. Denn so wie die Streitschriften vorlagen, konnte man sichere Beweisgründe für eine Verfälschung nicht aufstellen. An den einmal bekanntgemachten Zahlen hielt Hell fest, ohne davon abzuweichen, man mochte später Übereinstimmung oder Abweichung von andern nachweisen. Nur ein starker Verdacht blieb bei jedem Unpartheiischen zurück. Demgemäß schlug ich auch den Weg ein, daß ich den Vorzug der Hellschen Beobachtung, daß sie frei von einer scharfen Längenbestimmung war, aufgab, und seinen beobachteten Eintritt und Austritt nicht in die natürliche Verbindung brachte, sondern als isolirte Beobachtung aufführte. Hierdurch wurde erreicht, daß durch die Zusammenstellung mit den andern Europäischen Beobachtungen, welche freilich nur den Eintritt gegeben hatten, eine etwanige Verfälschung dieses Datums von Hell's Seite keinen merklichen Einfluß haben konnte, und da der Austritt von Hell noch weniger merklich von den übrigen, wenngleich entfernter liegenden Stationen verschieden angesetzt war, so erreichte ich dadurch den Zweck unter Benutzung der Hellschen Beobachtung als einer strengrichtigen, doch mich am meisten dem Resultate zu nähern, was die andern Beobachtungen gegeben haben würden, wenn Hell's Beobachtung nicht vorhanden gewesen wäre. So gab die Mitbenutzung der Wardochuser Bestimmungen die Parallaxe = $8''.60$, die sämtlichen Beobachtungen ohne sie $8''.58$, eine Differenz, die ganz innerhalb des wahrscheinlichen Fehlers lag.

Nach einer so langen Zwischenzeit hätte man fast die Hoffnung aufgeben sollen, eine nähere Einsicht in den Grund oder Ungrund des Verdachtes zu bekommen, wenn nicht unerwartet eine kürzlich erschienene Schrift des Hrn. C. L. Littrow (Sohn des Direktors der Wiener Sternwarte) alle Aufklärung verschafft, die man wünschen kann. Ein Theil von Hell's hinterlassenen Handschriften fand sich im Besitze des Herrn Georg Freiherrn von Münch-Bellinghausen, auf den sie von seinem Oheime, dem verstorbenen Joseph Freiherrn von Penkler, einem eifrigen Beschützer und Freunde Hell's, übergegangen war. Auf den Wunsch des Hrn. Direktor Littrow wurde nicht nur die Mittheilung derselben gestattet, sondern auch, als man ihre Wichtigkeit erkannte, das Ganze der Bibliothek der Wiener Sternwarte zum Geschenk überlassen.

Unter diesen Manuscripten fand sich gleich bei der ersten Durchsicht ein Heft, was den unläugbaren Stempel des von Hell in Wardoeus geführten astronomischen Tagebuchs trägt. Hiefür sprechen die stets chronologische Ordnung der darin enthaltenen Bemerkungen, die eilige schlechte häufig wechselnde Schrift, die Aufzeichnung von Beobachtungen, welche nicht publicirt sind, viele nur bei einem Brouillon allenfalls zu gestattende Bemerkungen, lauter Andeutungen, welche es gänzlich unterschieden von andern für die öffentliche Bekanntmachung bestimmten Papieren, welche ebenfalls unter den Manuscripten sich befanden.

Wenn nun aber auch dieses Heft sogleich zu erkennen giebt, daß die von Einigen der erbittertsten Gegner von Hell hingeworfene oder angedeutete Beschuldigung, als habe ungünstige Witterung ihn in Wardoeus eben so an der Beobachtung gehindert, wie es den meisten ihm nahe eingerichteten Sternwarten ergangen, und er erst später aus andern entfernteren Beobachtungen die Zahlen gerathen, gewissermaßen interpolirt, gewiß ungegründet ist, eine Beschuldigung, die in der That auch, bei ruhiger Erwägung der Verhältnisse, so unwahrscheinlich war, daß sie fast an Unmöglichkeit grenzte, so ergibt sich doch leider aus eben dem Manuscripte, daß der gehegte Zweifel gegen die völlige Treue, mit welcher Hell die Resultate seiner Beobachtung bekanntgemacht haben sollte, in jeder Hinsicht gegründet ist, ja es gehen daraus auch einige Umstände hervor, die über die praktische Erfahrung, welche man Hell'n hätte zutrauen sollen, ein nachtheiliges Urtheil fällen lassen. Hell hat auf eine unzweckmäßige Weise die Hülfsmittel, welche ihm

zu Gebote standen, benutzt, er hat weder unbefangen noch scharf beobachtet und, was das nachtheiligste ist, in wichtigeren wie in unwichtigeren Zahlen-Angaben nie Bedenken getragen, durch Correcturen und Radirungen im Manuscripte selbst und durch ungenaues, absichtlich nicht treues Ausziehen der Data aus den Originalpapieren sowohl der Sache als der Form nach etwas anderes gegeben als er gesehen, so dafs nicht einmal in allen Fällen das Richtige oder vielmehr Unverfälschte wieder hergestellt oder auch nur immer der Grund angegeben werden kann, warum er gerade hier von seiner Beobachtung abgewichen sei. Namentlich ist das wichtige Moment des Eintritts, das Moment, wegen dessen Unterschied von Cajaneborg am heftigsten der Streit entbrannte, so geändert, dafs von den drei Beobachtern, Hell, seinem eigenen Gehülfen Sainovicz, und einem Norwegischen Gehülfen Borgrewing, nur von einem Einzigen, von Borgrewing, den Hell als einen ganz ungebildeten und ungeübten Beobachter schildert, die gemachte Wahrnehmung als rein von allen Correcturen erscheint. Weniger sind bei dem Austritt die Zeiten verfälscht. Dagegen sind wieder die correspondirenden Sonnenhöhen, aus welchen die Zeitbestimmung hergeleitet ist, nicht treu von Hell bekannt gemacht. Alle die, welche weniger gut mit dem Mittel übereinstimmten, sind entweder weggelassen oder so geändert, dafs sie dem Mittel möglichst nahe kommen. Ein Verfahren, was, wenn es auch im Ganzen nicht wesentlich das Resultat ändern kann, da das allgemeine Mittel der Prüfstein für die weniger gut stimmenden Beobachtungen ist, und folglich eine Annäherung daran nicht wesentlich das Endresultat ändert, doch ein sehr nachtheiliges Licht auf die Gewissenhaftigkeit Hell's wirft. Wie soll man Zutrauen zu seinen Zahlen-Angaben haben, wenn ein so augenscheinliches Beispiel lehrt, dafs er nur darauf sah und jedes Mittel erlaubt hielt, wodurch er die hohe Meinung von seinen Fähigkeiten zu befestigen hoffte. Es ist dabei merkwürdig, dafs auch hier wieder ein Fall eintrat, in welchem die Dreistigkeit des Corrigirens den beabsichtigten Zweck ganz verfehlte und von der Wahrheit entfernte. Den Tag nach dem Venusdurchgange fand eine Sonnenfinsternifs statt, welche an vielen und denselben Orten eben so wie der Venusdurchgang beobachtet ward, und ein höchst schätzbares Mittel darbot, die Länge dieser Örter, deren man für den Durchgang bedurfte, zu bestimmen. Hätte Hell seine unverfälschte Beobachtung bekannt gemacht, so würde sein beobachteter Anfang und Ende gut zusammen gestimmt haben.

Statt dessen machte er in der Beobachtung des Anfangs eine Änderung, die, nach seiner Berechnung, Anfang und Ende vollkommen übereinstimmend machte. Allein da er irrige Elemente bei der Berechnung angewandt, so fand sich bei der schärferen Untersuchung, daß die Beobachtung des Anfangs, wie Hell sie verfälscht bekannt gemacht hatte, um 10" in Zeit fehlerhaft war, ein so grober Irrthum, daß dadurch die 26jährige Erfahrung, mit der Hell sich brüstete, sehr in das Gedränge kam, und von seinen Gegnern, als doch nicht so ganz unfehlbar, mit einigem Spotte angegriffen ward.

Aus diesen Bemerkungen geht folglich im Ganzen das hervor, daß die Auffindung des Hell'schen Manuscripts den Werth, den man auf die Wardoe-huser Beobachtung, so wie Hell sie bekannt gemacht, legen kann, so verringert hat, daß man sie durchaus nicht mit anderen unverfälschten, wenn auch vielleicht unter weniger günstigen Umständen angestellten, zusammenbringen darf. Die von Hell bekannt gemachten Zahlen müssen ganz verworfen werden. Dagegen kann man aus dem Manuscripte, mit größerer Zuversicht auf die Wahrhaftigkeit der Angaben, alle die Zahlen nehmen, welche frei von Correcturen sind, oder bei welchen die ursprüngliche Lesart sich noch erkennen läßt. Ob Borgrewing, den Hell als ungeübt schildert, die Beobachtung gemacht hat oder Hell selbst, kommt dabei weniger in Betracht, und in der That zeigt auch der Erfolg, daß hier, wie in den meisten andern Fällen, eine vorurtheilsfreie Wahrnehmung auch von einem ungeübten Beobachter sich der Wahrheit und den übrigen gleichzeitigen Beobachtungen näher anschließt, als eine verfälschte und willkürlich geänderte Angabe. Diesen Weg hat Hr. Littrow eingeschlagen, und ich finde nicht für nöthig, in irgend einem Punkte von seinen Reductionen abzugehen.

Hiernach stellen sich die Beobachtungen so:

1) Für die Länge von Wardoehus.

Anfang der ☉ Finsterniß Jun. 4. 21^b 20' 3",6 M. Zt.

Ende " " " " 23 20 23,3 " "

wo bei dem Anfange, nach den Worten des Tagebuchs ... 10^b 8' 10" *sed mihi jam 20 circiter secundis antea coepisse videtur* ... als Uhrzeit des Anfangs 10^b 7' 50" angenommen ist.

2) Für den ♀ Durchgang.

Eintritt Inn. Berührung Lichtfaden. 9^b 32' 9",1 M. Zt. Borgrewing.

Austritt " " " 15 25 4,6 " " Hell.

Mathemat. Abhandl. 1835.

Qq

Hieraus findet sich:

1) Länge von Wardoehus. Nach den Berechnungen der Sonnenfinsternifs, mit Zuziehung der Correctionen

$$d\lambda = + 5'',820 \quad d\beta = - 8'',253 \quad d(R+r) = + 1'',307$$

sollte der Anfang und das Ende stattfinden um

$$19^h 24' 54'',7 \text{ M. Par. Zt.}$$

$$21 \ 25 \ 22,0 \quad " \quad " \quad "$$

$$\text{folglich Länge aus dem Anfange } 1^h 55' 8'',9$$

$$\text{Ende } 1 \ 55 \ 1,3$$

oder mit Ausschluss des unsichern Anfangs, wie bei allen andern Orten,

$$1^h 55' 1'',3.$$

Die frühere Rechnung nach Hell's Angaben macht sie

$$1^h 55' 3'',3$$

folglich nur wenig verschieden.

2) Für den ♀ Durchgang geben die auf die hypothetisch angenommenen Elemente gegründeten Rechnungen den Eintritt in mittlerer Pariser Zeit

$$7^h 37' 7'',7 + 10,2367 d\alpha + 16,2359 d\delta - 44,4996 d\pi - 19,6582 d(R-r)$$

und den Austritt

$$13^h 29' 56'',5 + 16,5381 d\alpha - 8,1345 d\delta + 30,8367 d\pi + 19,6636 d(R-r),$$

die Beobachtung gab dafür mit der obigen Länge

$$7^h 37' 7'',8$$

$$13 \ 30 \ 3,3.$$

Folglich sind die beiden Bedingungsgleichungen für den Eintritt und Austritt

$$- 0'',1 + 10,2367 d\alpha + 16,2359 d\delta - 44,4996 d\pi - 19,6582 d(R-r)$$

$$- 6,8 + 16,5381 d\alpha - 8,1345 d\delta + 30,8367 d\pi + 19,6636 d(R-r).$$

Nach den früheren Rechnungen waren die zur Ermittlung der wahrscheinlichsten Werthe gebildeten Summen bei der Vereinigung beider Classen:

$$[m] = 17377,435$$

$$[an] = + 4045,232$$

$$[bn] = + 6789,685$$

$$[cn] = - 20684,862$$

$$[dn] = - 8249,372$$

$$\begin{aligned}
[aa] &= + 8683,336 \\
[ab] &= + 11500,665 \\
[ac] &= - 33514,737 \\
[ad] &= - 13151,901 \\
[bb] &= + 22886,833 \\
[bc] &= - 53010,147 \\
[bd] &= - 28647,815 \\
[cc] &= + 171021,172 \\
[cd] &= + 63756,697 \\
[dd] &= + 36395,779,
\end{aligned}$$

bei welchen, wegen der Wardochuser Beobachtung, folgende 3 Bedingungsgleichungen, die zwei ersten für den Eintritt, die dritte für den Austritt mit zugezogen waren:

$$\begin{aligned}
&+ 16'',5 + 10,2367 d\alpha + 16,2359 d\delta - 44,4996 d\pi - 19,6582 d(R-r) \\
&+ 19,5 + 10,2367 d\alpha + 16,2359 d\delta - 44,4996 d\pi - 19,6582 d(R-r) \\
&- 11,0 + 16,5381 d\alpha - 8,1345 d\delta + 30,8367 d\pi + 19,6636 d(R-r).
\end{aligned}$$

Bildet man folglich die Producte aus diesen drei Bedingungsgleichungen, zieht sie von den obigen Summen ab, und legt dafür die Producte aus den obigen zwei neuen, in die Stelle dieser drei eintretenden Bedingungsgleichungen hinzu, so erhält man für 105 Gleichungen die folgenden Producte:

$$\begin{aligned}
[mn] &= + 16650,455 \\
[an] &= + 3745,150 \\
[bn] &= + 6169,404 \\
[cn] &= - 18948,916 \\
[dn] &= - 7457,142 \\
[aa] &= + 8578,596 \\
[ab] &= + 11334,461 \\
[ac] &= - 33059,204 \\
[ad] &= - 12950,668 \\
[bb] &= + 22623,227 \\
[bc] &= - 52287,647 \\
[bd] &= - 28328,646 \\
[cc] &= + 169040,934 \\
[cd] &= + 62881,917 \\
[dd] &= + 36009,343
\end{aligned}$$

bei welchen das Gewicht einer Beobachtung der I. Classe = 1, das einer der II. Classe = 0,4530156 angenommen ist. Es sind 82 Beobachtungen der I. und 23 Beobachtungen der II. Classe.

Die strenge Elimination giebt dafür die Werthe:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= + 0,00709 - 0,45412 d(R-r) \\ \Delta\delta &= - 0,04899 + 1,45457 \\ \Delta\pi &= + 0,09833 - 0,01087 d(R-r),\end{aligned}$$

wobei die Divisoren sind:

$$\begin{aligned}\text{für } \Delta\alpha &\dots 1922,677 \\ \Delta\delta &\dots 5868,068 \\ \Delta\pi &\dots 31951,678.\end{aligned}$$

Der Unterschied dieser Resultate von den früher gefundenen beträgt nur bei

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &\dots + 0'',03 \\ \Delta\delta &\dots - 0,02 \\ \Delta\pi &\dots + 0,01,\end{aligned}$$

so dafs für die beiden andern Elemente es ganz unnöthig sein wird, den Ort der φ ihnen zufolge neu zu bestimmen. Für π erhält man, wenn die Correction von $d(R-r) = - 0'',4375 + 1,031 d\varphi'$ angebracht ist, wie sie sich aus der Vergleichung beider Durchgänge ergab, und wenn man die hypothetisch angenommene Gröfse für $\pi = 8,49$ berücksichtigt, als Resultat der neueren Berechnung aus dem φ Durchgange für 1769 allein:

$$\begin{aligned}\pi &= 8,593087 - 0,0112 d\varphi \\ W. F. &= \pm 0'',04599.\end{aligned}$$

In aller Strenge hätte noch das Verhältnifs einer Beobachtung der I. Classe zu einer der zweiten so bestimmt werden müssen, wie es den übrig bleibenden Fehlern gemäß ist. Dieses würde für die jetzige Rechnung gewesen sein

$$0,4379,$$

wofür angenommen ist 0,4530. Der Unterschied ist aber auch hier so unbedeutend, dafs eine neue Rechnung nicht der Mühe verlohnt.

Vereinigt man endlich die Resultate beider Durchgänge:

$$\begin{aligned}1761 &\dots 8,5309 - 0,0136 d\varphi. \quad W. F. \pm 0,0623 \\ 1769 &\dots 8,5931 - 0,0112 \quad \quad \quad \quad \quad \pm 0,0460,\end{aligned}$$

so findet sich zuletzt

$$\pi = s''_{,57116} - 0,0120 \, dg$$

$$W.F. = \pm 0,0370.$$

Statt dieser Gröfse hatten die früheren Rechnungen gegeben

$$s''_{,5776},$$

nur um 0,0064 verschieden, eine Gröfse, die, da sie ganz innerhalb der wahrscheinlichen Grenze liegt, weiter keine Beachtung verdient.

Dieser neuen Bestimmung zufolge wird also die Entfernung von der Sonne

$$= 20,682329 \text{ Geogr. Meil.}$$

mit einer Unsicherheit von etwa $\frac{1}{2,2}$ des Ganzen oder von $\pm 90,000$ Meilen. Die frühere Rechnung war nur um 15,500 Meilen verschieden.



Das Taylor'sche Theorem, als Grundlage der Functionen-Rechnung.

Von
H^{rn}. POSELGER.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 14. Mai 1835.]

## F u n c t i o n.

1. **W**ir nennen: Ausdruck eine beliebige Anzahl von  $(n+1)$  algebraischen Rechnungs-Elementen, vereinigt durch symbolische Reihen, welche die Regel ihrer Zusammenstellung andeuten. Werth ist die Zahl, in welche, für eine angenommene Einheit, der Ausdruck übergeht, wenn die darin symbolisch angedeuteten Rechnungen in Zahlen wirklich ausgeführt werden. Ist der Werth des Ganzen,  $n+1$  Elemente enthaltend, vorgeschrieben, so können  $n$  derselben, ihrer Gröfse nach, willkürlich angenommen werden, das  $n+1^{te}$  ist dann als Ergänzung mit bedingt. Diese Bestimmung des einen durch alle übrigen wird in der Form einer Gleichung jenes mit diesen dargestellt. Durch eine solche erlangt das Element einen absoluten Werth. Es kann in dieser Beziehung nicht in mehr als einer Gleichung, als das zu bestimmende, vorkommen. Wenn wir  $x-a=0$  setzen, so ist es unmöglich, dafs  $x-b=0$  sei, wenn  $b$  und  $a$  verschiedene Werthe haben. Dies aber hindert nicht, das  $x$ , ohne Rücksicht auf seinen Werth, als blofses Rechnungs-Element anzusehen und  $x-a=0$  mit  $x-b=0$  zu multipliciren, worauf denn das Product keine absolute Werthbestimmung für  $x$ , sondern nur die Aufgabe enthalten kann, dafür eine Zahl zu finden, welche der in der Aufgabe liegenden Bedingung genüge. Die Auflösung zeigt dann wieder nur die Regel, dahin zu gelangen, und, nach ihr verfahren, müssen aus einer solchen wirklichen Verschmelzung ganz verschiedener Werthgleichungen desselben Elements  $x$  in eine einzige, eben so viel einzelne Werthbestimmungen hervorgehen. Ist

aber die Aufgabe keine solche wirkliche Combination verschiedener wirklicher Gleichungen, sondern nur die Form einer solchen, und sind darin die bestimmenden Elemente:  $a, b, c \dots$  nach Willkühr, ihrem Werthe nach, gegeben, so kann in solcher willkührlichen Annahme ein Widerspruch liegen, welcher die Werthbestimmung des  $x$  durchaus oder theilweise unmöglich macht. Daher die sogenannten imaginären Wurzeln einer Aufgabe.

Keine Wurzeln einer Gleichung sind also an sich selbst imaginär, sie werden es erst durch eine widersinnige Werthbestimmung der darin vorkommenden Rechnungs-Elemente, wie wenn man  $a+b=3$  und  $4ab=12$  setzen wollte, welches unmöglich ist, weil nothwendig  $4ab < (a+b)^2$  sein muß; daher zwar  $(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2$  zwei verschiedene Wurzeln  $+(a-b)$  und  $-(a-b)$  hat, die aber aus jenen willkührlich angenommenen Werthen nicht darstellbar sind, weil diese Annahmen etwas widersprechendes enthalten.

Es liegt hiernach in der Natur einer Gleichung, daß jedes einzelne Element, wenn die damit verbundenen als unveränderlich gegeben sind, nur gewisse reale oder imaginäre Werthe erhalten kann, und soll es aufser diesen, durch die Rechnungsform der Gleichung selbst bedingten, noch andere erhalten, soll es continuirlich jeden zwischen  $-x$  und  $+x$  liegenden Zahlenwerth annehmen können, so muß wenigstens noch eines der übrigen als ebenfalls veränderlich und jeden Werthes fähig gedacht werden.

2. Hieraus ergibt sich der Begriff einer Function, eines Ausdrucks, welcher einer veränderlichen Zahlengröße gleich gelten soll, in sich selbst aber solche enthält, deren Werth als mit jener zugleich sich ändernd gedacht wird.

Bezeichnen wir mit:

$$\phi(x, y, z \dots u \dots a, b, c \dots)$$

einen algebraischen Rechnungsausdruck, in welchem die Elemente  $x, y, z \dots a, b, c \dots$  auf irgend eine beliebige Weise combinirt sein mögen.

Wird nun, durch ein zulässiges Rechnungsverfahren, eins derselben,  $u$ , von den übrigen getrennt, in dieser Form einer Gleichung:

$$(1) \quad u = f(x, y, z \dots a, b, c \dots),$$

so ist  $u$  eine Function der veränderlichen Zahlgrößen  $x, y, z \dots$ , die aber keinen Einfluß hat auf die Werthe der  $a, b, c \dots$ , welche als unveränderlich gedacht werden.

Es liegt aber in der Natur des Rechnungsverfahrens überhaupt, daß jede Änderung eines Zahlenwerthes als eine Addition dargestellt werden kann, wenn wir unter diesem Namen die Subtraction mit verstehen. Wir drucken also jede Änderung des Werthes einer Variablen,  $x$ , aus, durch  $x + \Delta x$  und verstehen dann unter  $x$  eine an sich in bestimmten Grenzen eingeschlossene Zahl, welche durch den Zusatz oder die Hinwegnahme eines Incrementes  $\Delta x$  verändert werden soll.

Eine solche Werthänderung geschieht in der That sprungsweise: sie wird aber der Idee eines continuirlichen Flusses von Änderungen dadurch so nahe gebracht, als wir wollen, daß  $\Delta x$  kleiner gesetzt werden kann, als jede angegebene Gröfse. Das gänzliche Verschwinden aber desselben durch eine Verkleinerung ohne Ende, oder, wie gesagt wird, das unendlich Kleine, liegt nur als ein Näherungsverfahren in der Idee und läßt sich eben so wenig in Rechnung nehmen, als sich aus geometrischen Punkten eine Linie zusammensetzen läßt.

Um nun die Änderungen der Function  $U$  als von den Änderungen der darin enthaltenen veränderlichen Elemente abhängig, in Form einer Gleichung darzustellen, schreiben wir:

$$(2) \quad \overline{U_x} = \overline{f_{(x, y, z \dots a, b, c \dots)}}$$

$$(3) \quad \overline{U_{x, y}} = \overline{f_{(x, y, z \dots a, b, c \dots)}}$$

u. s. w.,

je nachdem wir darin vorzugsweise die Abhängigkeit des  $x$  oder des  $y$  oder mehrere von den übrigen in Betracht ziehen wollen; und für wirkliche Werthänderungen:

$$(4) \quad \overline{U_{x + \Delta x}} = \overline{f_{x + \Delta x, y, z \dots a, b, c \dots}},$$

$$(5) \quad \overline{U_{x + \Delta x, y + \Delta y}} = \overline{f_{x + \Delta x, y + \Delta y, z \dots a, b, c \dots}}$$

u. s. w.

3. Da nach dem Gesagten auch die Veränderung der Function  $u$ , wie die der  $x, y$ , u. s. w. als eine Addition angesehen werden kann, so setzen wir ferner:

$$(6) \quad U + \Delta U = \overline{f_{x + \Delta x, y + \Delta y \dots}},$$

und um genauer anzudeuten, welche dieser Variablen eigentlich das  $\Delta U$  erzeugt, bezeichnen wir dieses mit:  $\Delta_x U$ ;  $\Delta_y U$ ;  $\Delta_{x, y, U}$  u. s. w.

Weil nun dies Increment für sich, aus dem ursprünglichen Ausdruck  $\overline{f_{x,y,z,\dots}}$  gezogen werden muß, so läßt sich in  $\Delta U$  kein anderes veränderliches Element annehmen, als welches auch in dem ursprünglichen  $U$  enthalten war. Zu den in diesen enthaltenen Constanten aber,  $a, b, c \dots$  kommen nun noch die Incremente  $\Delta x, \Delta y$  etc. hinzu.  $\Delta U$  ist mithin eine von  $U$  abstammende Function, welche aber von dieser im Allgemeinen verschieden ist, sowohl in den ihr eignen Elementen, als in der Art ihrer Zusammensetzung.

Bezeichnen wir also die Function  $U$  mit  $\overline{U_{x,y,z,\dots}}$ , oder auch mit  $\overline{U_{x_0,y_0,z_0,\dots}}$ , so werden wir analog  $\Delta U$  zu bezeichnen haben mit

$$\overline{U_{x_1,y_1,z_1,\dots} \Delta x, \Delta y, \Delta z \dots}$$

In dem angegebenen Sinne erhalten wir nach (4), (5), (6), aus

$$\overline{U_x} = \overline{f_{x,y,z,\dots} a, b, c \dots}$$

$$(7) \quad \overline{U_{x+\Delta x}} = \overline{U_x} + \Delta x \overline{U_x}.$$

Diese Gleichung zeigt offenbar, daß  $\Delta \overline{U} = 0$  sein muß, wenn  $\Delta x = 0$  wird. Es kann aber nicht gleichzeitig mit  $\Delta x$  und völlig mit demselben anders verschwinden, als wenn  $\Delta \overline{U}$  ein Product ist, dessen einer Factor  $= \Delta x$  und der andere eine aus der Function  $\overline{U_x}$  abgeleitete neue Function  $\overline{U_{x_1, \Delta x}}$ .

Hieraus folgt die Grundgleichung der Functionen-Rechnung:

$$(8) \quad \overline{U_{x_0+\Delta x}} = \overline{U_{x_0}} + \Delta x \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x}}.$$

4. Aus (8) ergibt sich, ganz auf die nämliche Weise:

$$(9) \quad \overline{U_{x_0+\Delta x'}} = \overline{U_{x_0}} + \Delta x' \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x'}}$$

$$(10) \quad \overline{U_{x_0+\Delta x'+\Delta x''}} = \overline{U_{x_0}} + \Delta x'' \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x''}} \\ + \Delta x' \cdot \overline{U_{x_1+\Delta x'', \Delta x'}}$$

$$\overline{U_{x_1+\Delta x''}} = \overline{U_{x_1}} + \Delta x'' \cdot \overline{U_{x_2, \Delta x''}}; \text{ daher}$$

$$(11) \quad \overline{U_{x_0+\Delta x'+\Delta x''}} = \overline{U_{x_0}} + \Delta x'' \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x''}} + \Delta x' \cdot \Delta x'' \cdot \overline{U_{x_2, \Delta x', \Delta x''}} \\ + \Delta x' \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x'}}$$

für zwei hinzukommende von einander verschiedene Incremente:  $\Delta x', \Delta x''$ .

Durch Wiederholung desselben Verfahrens erhalten wir für drei Incremente:  $\Delta x', \Delta x'', \Delta x'''$ :

$$\begin{aligned}
 (12) \quad & \overline{U_{x_0 + \Delta x' + \Delta x'' + \Delta x'''} } \\
 = & \overline{U_{x_0} + \Delta x'} \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x'}} + \Delta x' \cdot \Delta x'' \cdot \overline{U_{x_2, \Delta x', \Delta x''}} + \Delta x' \cdot \Delta x'' \cdot \Delta x''' \cdot \overline{U_{x_3, \Delta x', \Delta x'', \Delta x'''} } \\
 & + \Delta x'' \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x'}} + \Delta x' \cdot \Delta x''' \cdot \overline{U_{x_2, \Delta x', \Delta x'''} } \\
 & + \Delta x''' \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x'}} + \Delta x'' \cdot \Delta x''' \cdot \overline{U_{x_3, \Delta x', \Delta x''} }.
 \end{aligned}$$

Für jedes hinzukommende neue Increment erhalten wir auf dieselbe Weise eine Reihe, wie (12), bestehend, für  $n$  Incremente, aus  $n+1$  Gliedern, deren erstes: die ursprüngliche Function  $\overline{U_x}$ ; das zweite: die Summe aller Producte der abgeleiteten Functionen:  $\overline{U_{x_1, \Delta x}}$  in die Unionen der  $\Delta x$ ; das dritte: die Summe aller Producte der abgeleiteten Functionen:  $\overline{U_{x_2, \Delta x', \Delta x''}}$  in die Binionen der  $\Delta x$ , und so weiter die Summe aller Producte der abgeleiteten Functionen:  $\overline{U_{x_3, \Delta x', \Delta x'', \Delta x'''}}$  mit allen Zusammenstellungen der  $n \Delta x$  zu  $r$  ohne Wiederholungen.

Der geführte Beweis ist blos auf die Natur gegründet der Änderung des Werthes einer Variablen, nach welcher sie sich als eine Addition oder Subtraction darstellen laßt. Er umfaßt also alle Functionen ohne Unterschied, und so, wenn wir z. B.  $\sin x$  für  $\overline{U_x}$  setzen, muß sich auch  $\sin x + \Delta x' \dots$  in einer Reihe, wie (12), entwickeln lassen.

$$\begin{aligned}
 \sin \overline{x + \Delta x' \dots} = & \sin x_0 + \Delta x' \sin x_1, \Delta x' + \Delta x', \Delta x'' \sin x_2, \Delta x', \Delta x'' + \text{etc.} \\
 & + \Delta x'' \sin x_1, \Delta x'' + \Delta x', \Delta x''' \sin x_2, \Delta x', \Delta x''' \\
 & + \dots \quad \quad \quad + \dots \\
 & + \Delta x^{(n)} \sin x_1, \Delta x^{(n)} + \Delta x^{(n)}, \Delta x^{(n)} \sin x_2, \Delta x^{(n)}, \Delta x^{(n)}.
 \end{aligned}$$

Setzen wir nun die Incremente  $\Delta x$  einander gleich, oder, was einerlei ist, zerlegen wir die Summe aller Änderungen der Variablen in gleiche Quoten, so wird die Entwicklung von  $\overline{U_{x+\Delta x}}$  in eine Reihe übergehen, deren Glieder nach steigenden positiven ganzen Potenzen eines Incrementes  $\Delta x$  fortschreiten.

Die nach (12) gebildete Reihe verwandelt sich dann in diese:

$$\begin{aligned}
 (13) \quad \overline{U_{x_0 + n \Delta x}} = & \overline{U_{x_0}} + \frac{n}{1} \Delta x \cdot \overline{U_{x_1, \Delta x}} + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \Delta x^2 \cdot \overline{U_{x_2, \Delta x}} \\
 & + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \Delta x^3 \cdot \overline{U_{x_3, \Delta x}} + \dots \\
 & + \frac{n \cdot n-1 \cdot \dots \cdot n-\alpha+1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \alpha} \Delta x^\alpha \cdot \overline{U_{x_\alpha, \Delta x}} + \dots
 \end{aligned}$$



In einer solchen Reihe läßt sich also jede Function  $\overline{f_x}$ , wenn die Variable  $x$  in  $x \pm \Delta x$  übergeht, darstellen, und da in obiger Herleitung keine Rücksicht genommen ist auf die Werthe von  $x$  und  $\Delta x$ , so muß diese Entwicklungsreihe gelten, was für Werthe man auch demnächst diesen Größen beilegen möge, und der Schein, als gäbe es Ausnahmen hiervon, und als wäre die Reihe in einigen Fällen mangelhaft (*fautif*), muß sich jederzeit weg-schaffen lassen.

### Reihe von Taylor.

5. Die Summe aller Zusammenstellungen von  $n$  gleichen Elementen  $\Delta x$  zu  $\alpha$  derselben ist

$$= \frac{n \cdot n-1 \cdots n-\alpha+2 \cdot n-\alpha+1}{1 \cdot 2 \cdots \alpha-1 \cdot \alpha} \cdot \Delta x^\alpha,$$

wir bezeichnen diese der Kürze wegen mit  $p_n^\alpha \Delta x$ .

Es ist also, nach (12),

$$\begin{aligned} 14. \quad \overline{U_{x_0 + \Delta x' + \Delta x'' + \cdots + \Delta x^{(n)}}} &= \overline{U_{x_0}} + p_n^1 \Delta x \overline{U_{x_1}} + p_n^2 \overline{\Delta x} \cdot \overline{U_{x_2}} + \cdots + p_n^\alpha \overline{\Delta x} \cdot \overline{U_{x_\alpha}} + \cdots \\ &+ p_n^2 \Delta x \cdot \overline{U_{x_2}} + p_n^2 \overline{\Delta x} \cdot \overline{U_{x_2}} + \cdots + p_n^\alpha \Delta x \overline{U_{x_\alpha}} + p_n^\alpha \overline{\Delta x} + \cdots \end{aligned}$$

vom ersten bis zum  $1+\alpha^{\text{ten}}$  Gliede einschließlic.

Dies ist, wenn wir uns des Summenzeichens  $\Sigma$  in dem üblichen Sinn bedienen:

$$\overline{U_{x_0}} + \Sigma_1^\alpha p_n^\alpha \Delta x \cdot \overline{U_{x_\alpha}}, \quad p_n^\alpha \overline{\Delta x}.$$

Sei  $\Delta x$  der mittlere Werth der  $n$  verschiedenen Incremente:

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + \Delta x'' + \cdots + \Delta x^{(n)}}{n},$$

so können wir dem  $\Delta x$  jeden beliebigen Werth beilegen, und die Function  $\overline{U_{x_0 + \Delta x' + \cdots + \Delta x^{(n)}}}$  erlangt dann die Form:  $\overline{U_{x_0 + n \Delta x}}$ .

Multipliciren wir die Factoren des Zählers von  $p_n^\alpha \Delta x$  in einander und setzen für die negativen Glieder des Products:  $i$  statt  $-1$ , so wird

$$p_n^\alpha \Delta x = \frac{n^\alpha + i a_1 n^{\alpha-1} + i^2 a_2 n^{\alpha-2} + \cdots + n i^\alpha a_\alpha}{1 \cdot 2 \cdots \alpha};$$

$a_\alpha$  die Combinationen der  $n$  Elemente  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n$  zu  $\alpha$ .  $\overline{U_{x_\alpha}}, p_n^\alpha \overline{\Delta x}$  ist aber gleichbedeutend mit  $\overline{U_{x_\alpha, \Delta x}}$ .

Es wird daher

$$(15) \quad \overline{U_{x_0+n\Delta x}} = \overline{U_{x_0}} + \sum_1^\alpha \frac{n^\alpha + i a_1 n^{\alpha-1} + \dots + n i a_\alpha \Delta x^\alpha}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \alpha} \cdot \overline{U_{x_\alpha, \Delta x}}.$$

Setzen wir dann:

$$n \Delta x = k'; \quad n = \frac{k'}{\Delta x},$$

so können wir dem  $k'$  und  $\Delta x$  jeden beliebigen Werth beilegen, nur daß der Quotient eine positive ganze Zahl sei.

Durch Einführung des  $k'$  statt des  $n$  wird die Gleichung (15):

$$(16) \quad \overline{U_{x_0+k'}} = \overline{U_{x_0}} + \sum_1^\alpha \left[ \frac{\left(\frac{k'}{\Delta x}\right)^\alpha + i a_1 \left(\frac{k'}{\Delta x}\right)^{\alpha-1} + \dots + \left(\frac{k'}{\Delta x}\right)^{\alpha-1} i a_\alpha \Delta x^\alpha}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \alpha} \right] \Delta x^\alpha \cdot \overline{U_{x_\alpha, \Delta x}} \\ = \overline{U_{x_0}} + \sum_1^\alpha \left[ \frac{k'^\alpha + i a_1 (k')^{\alpha-1} \Delta x + \dots + k' i a_\alpha \Delta x^{\alpha-1}}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \alpha} \right] \cdot \overline{U_{x_\alpha, \Delta x}}.$$

Der Theil rechts enthält unter seinen Elementen das  $\Delta x$ , und von demselben ist der Theil links ganz unabhängig. Es läßt sich daher die Gleichung (16), nach den vorhin angegebenen Bezeichnungsarten, auch so darstellen:

$$(17) \quad \overline{\phi U, k'} = \overline{\psi U, k', \Delta x}.$$

Da nun  $\Delta x$  jeden beliebigen Werth annehmen darf, so kann diese erwiesene Gleichung nicht anders bestehen, als wenn in der Combination der Elemente des Theiles rechts der Gleichung das  $\Delta x$  verschwindet. Folglich müssen alle mit  $\Delta x$  oder einer Potenz desselben multiplicirten Glieder der Reihe  $\psi$  sich unter einander, sowohl in den Ausdrücken  $\sum_1^\alpha \dots k' i a_\alpha \Delta x^{\alpha-1}$ , als in  $\overline{U_{x_\alpha, \Delta x}}$ . Und weil die Gleichung (17) wirklich besteht, so muß auch  $\overline{\psi U, k', \Delta x}$  durch Aufhebung der mit  $\Delta x$  verbundenen Ausdrücke unter sich, befreit werden können. Die Gleichung (16) muß also in der That diese Form erhalten:

$$(18) \quad \overline{U_{x_0+k'}} = \overline{U_{x_0}} + \sum_1^\alpha \frac{k'^\alpha}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \alpha - 1 \cdot \alpha} \cdot \overline{U_{x_\alpha}},$$

vom 1<sup>sten</sup> bis  $\alpha+1$ <sup>sten</sup> Gliede einschließlic.

Dies ist das Taylor'sche Theorem für die Entwicklung einer Function, wenn nur ein Element derselben als sich wirklich ändernd angesehen wird.

Die Herleitung desselben hier unterscheidet sich dadurch von andern:

1) daß kein anders Reihengesetz, wie z. B. das einer Binomial-Potenz, zum Grunde gelegt wird, daher aus diesem Theorem sowohl die Entwicklung

eines Binomiums als die eines Polynomiums und zwar für jede Art des Exponenten, wie aus seiner eignen Quelle, fließt;

2) daß auch das Increment  $\Delta x$  jede angebbare endliche GröÙe erlangen darf; mithin der transcendente Begriff von einem Unendlich-Kleinen hier ganz beseitigt wird und das Theorem als ein rein algebraisches in der Einfachheit eines Elementar-Satzes erscheint, folgend aus der allerersten Verstandes-Operation: dem Combiniren endlicher GröÙen miteinander.

Übrigens ist es aus (18) klar, daß die Reihe nicht anders abbricht, als wenn die abgeleitete Function  $U'_x = 0$  wird. So lange dies nicht geschieht, haben wir nur einen Theil derselben, und was dann von diesem Theile gilt, kann nur annäherungsweise auf das Ganze Anwendung finden. Eine Bemerkung, welche besonders im Auge muß behalten werden, wenn von der der Reihe zum Vorwurfe gemachten Mangelhaftigkeit die Rede ist.

6. Die bis hier betrachtete Function war:

$$U_x = \overline{f_{x, y, z \dots a, b, c}}$$

und wir nahmen darin von allen den veränderlichen Elementen nur  $x$ , als sich wirklich ändernd an. Es werden daher auch die abgeleiteten Functionen  $U'_x$ , die  $y, z$  etc. enthalten, welche in obigen Entwicklungen lediglich als Constanten behandelt und aus der ursprünglichen Function  $U_x$  übertragen sind.

Wollen wir nun noch die Änderung eines zweiten Elements, z. B.  $y$ , in Erwägung ziehen, so können wir die ursprüngliche Function so ausdrücken:

$$(19) \quad \overline{U_{x_0 + k', y}} = \overline{U_{x_0, y}} + \sum_1^\alpha \frac{k'^\alpha}{1 \cdot 2 \dots \alpha} \cdot \overline{U_{x_\alpha, y}},$$

welches sich von (18) in nichts unterscheidet, als durch das Sichtbarwerden des dort stillschweigend inbegriffenen Elementes  $y$ .

Gehe nun  $y$  über in  $y + k''$ , so wird aus (19):

$$(20) \quad \overline{U_{x_0 + k', y_0 + k''}} = \overline{U_{x_0, y_0 + k''}} + \sum_1^\alpha \frac{k'^\alpha}{1 \cdot 2 \dots \alpha} \cdot \overline{U_{x_\alpha, y_0 + k''}}.$$

Es ist aber, nach (18), wenn wir  $\overline{U_{x_0, y_0 + k''}}$  entwickeln, bis zum  $\beta + 1^{\text{ten}}$  Gliede:

$$\overline{U_{x_0, y_0 + k''}} = \overline{U_{y_0 + k''}} = \overline{U_{y_0}} + \sum_1^\beta \frac{k''^\beta}{1 \cdot 2 \dots \beta} \cdot \overline{U_{y_\beta}}$$

und

$$\overline{U_{x_\alpha, y_0 + k''}} = \overline{U_{x_\alpha, y_0}} + \sum_1^\beta \frac{k''^\beta}{1 \cdot 2 \dots \beta} \cdot \overline{U_{x_\alpha, y_\beta}}.$$

Durch diese in (20) substituirten Werthe verwandelt sie sich in

$$\begin{aligned}
 (21) \quad \overline{U_{x_0+k', y_0+k''}} &= \overline{U_{x_0, y_0}} + \sum_1^\beta \frac{k''^\beta}{1 \cdot 2 \dots \beta} \cdot \overline{U_{x_\beta}} \\
 &\quad + \sum_1^\alpha \frac{k'^\alpha}{1 \cdot 2 \dots \alpha} \cdot \overline{U_{x_\alpha}} \\
 &\quad + \sum_1^\alpha \frac{k'^\alpha}{1 \dots \alpha} \times \sum_1^\beta \frac{k''^\beta}{1 \cdot 2 \dots \beta} \cdot \overline{U_{x_\alpha, y_\beta}} \\
 &= \overline{U_{x_0, y_0}} + \sum_1^{\alpha+\beta} \frac{k'^\alpha \cdot k''^\beta}{1 \dots \alpha \cdot 1 \dots \beta} \cdot \overline{U_{x_\alpha, y_\beta}}
 \end{aligned}$$

vom ersten bis  $\alpha+\beta+1^{\text{sten}}$  Gliede einschliesslich.

Setzen wir in dieser Gleichung

$$\overline{U_{x_\alpha, y_\beta, z}} = \overline{V_z},$$

so ist

$$\begin{aligned}
 \overline{U_{x_0+k', y_0+k'', z_0+k'''}} &= \overline{U_{x_0, y_0, z_0}} + \sum_1^{\alpha+\beta} \frac{k'^\alpha \cdot k''^\beta}{1 \dots \alpha \cdot 1 \dots \beta} \cdot \overline{V_{z_0+k'''}} \\
 \overline{V_{z_0+k'''}} &= \overline{V_{z_0}} + \sum_1^\gamma \frac{k'''^\gamma}{1 \dots \gamma} \cdot \overline{V_{z_\gamma}};
 \end{aligned}$$

folglich:

$$\begin{aligned}
 \overline{U_{x_0+k', y_0+k'', z_0+k'''}} &= \overline{U_{x_0, y_0, z_0}} + \sum_1^{\alpha+\beta} \frac{k'^\alpha \cdot k''^\beta}{1 \dots \alpha \cdot 1 \dots \beta} \cdot \overline{V_{z_0}} \\
 &\quad + \sum_1^{\alpha+\beta} \frac{k'^\alpha \cdot k''^\beta}{1 \dots \alpha \cdot 1 \dots \beta} \cdot \sum_1^\gamma \frac{k'''^\gamma}{1 \dots \gamma} \cdot \overline{V_{z_\gamma}} \\
 &= \overline{U_{x_0, y_0, z_0}} + \sum_1^{\alpha+\beta+\gamma} \frac{k'^\alpha \cdot k''^\beta \cdot k'''^\gamma}{1 \dots \alpha \cdot 1 \dots \beta \cdot 1 \dots \gamma} \cdot \overline{U_{x_\alpha, y_\beta, z_\gamma}}
 \end{aligned}$$

vom ersten bis zum  $\alpha+\beta+\gamma+1^{\text{sten}}$  Gliede einschliesslich.

Die Fortsetzung desselben Verfahrens giebt, wenn, so viel man will, Elemente in  $U$  sich ändern:

$$(22) \quad \overline{U_{x+k', y+k'', z+k'''} \dots} = \overline{U} + \sum_1^{\alpha+\beta+\gamma \dots} \frac{k'^\alpha \cdot k''^\beta \cdot k'''^\gamma \dots}{1 \dots \alpha \cdot 1 \dots \beta \cdot 1 \dots \gamma \dots} \cdot \overline{U_{x_\alpha, y_\beta, z_\gamma \dots}}$$

die Reihe von Taylor in ihrer größten Ausdehnung und allgemeinsten Form.

## Differenzen und Differenziale.

7. Nach (7) und (8) ist

$$\frac{\overline{U_{x_0+\Delta x}} - \overline{U_{x_0}}}{\Delta x} = \overline{U_{x_1 \Delta x}} = \left( \frac{\Delta x_1 U}{\Delta x} \right).$$

Hiernach ist auch

$$\frac{U_{x_1 + \Delta x} - U_{x_1}}{\Delta x} = U_{x_2 \Delta x} = \frac{\left(\frac{\Delta x_2 U}{\Delta x}\right)}{\Delta x} = \left(\frac{\Delta x_2 U}{\Delta x^2}\right)$$

$$\frac{U_{x_2 + \Delta x} - U_{x_2}}{\Delta x} = U_{x_3 \Delta x} = \frac{\left(\frac{\Delta x_3 U}{\Delta x^2}\right)}{\Delta x} = \left(\frac{\Delta x_3 U}{\Delta x^3}\right)$$

u. s. w.

überhaupt

$$U_{x_\alpha \Delta x} = \left(\frac{\Delta x_\alpha U}{\Delta x^\alpha}\right).$$

In der Taylor'schen Reihe wird nach (18)

$$\frac{\Delta x_\alpha U}{\Delta x^\alpha} = U_{x_\alpha},$$

weil darin die von  $\Delta x$  abhängigen Ausdrücke verschwinden. In dieser Hinsicht wird

$$U_{x_\alpha} = \frac{\partial x_\alpha U}{\partial x^\alpha},$$

wo  $\frac{\partial x_\alpha U}{\partial x^\alpha}$  dasselbe bezeichnet, was  $\frac{\Delta x_\alpha U}{\Delta x^\alpha}$ , nämlich einen Quotienten, welcher der Function  $U$  gleich ist und auf die oben bestimmte Weise aus  $\frac{\Delta x_\alpha U}{\Delta x^\alpha}$  abgeleitet wird. Es können daher für die Correlate  $\partial x_\alpha U$ ,  $\partial x^\alpha$ , was für Größen man wolle, gesetzt werden, wenn nur ihr Verhältniß zu einander gleich ist der Function  $U_{x_\alpha}$ . Es leuchtet zugleich ein, daß die Größen  $\partial x U$ ,  $\partial x_2 U$ ,  $\partial x_3 U$  etc. unzertrennlich verbunden sind mit  $\partial x$ ,  $\partial x^2$ ,  $\partial x^3 \dots \partial x^\alpha$ , und nur in Beziehung aufeinander als algebraische Rechnungsgrößen behandelt werden dürfen; für sich selbst aber, ohne eine solche Beziehung, aller Bedeutung entbehren (\*).

Die Größen  $\Delta x_\alpha U$ ,  $\Delta x^\alpha$  werden Differenzen genannt. Sie verwandeln sich in Differenziale:  $\partial x_\alpha U$ ,  $\partial x^\alpha$ , wenn das der Veränderlichen  $x$  in der Function hinzugefügte Increment  $\pm \Delta x$  aus den Functionen  $\frac{\Delta x_\alpha U}{\Delta x^\alpha}$  entfernt wird.

---

(\*) Der Differenzial-Quotient  $\frac{\partial x_\alpha U}{\partial x^\alpha}$  bedingt im unzertrennlichen Zusammenhange seiner beiden Correlate die ihm gleiche Function. Nicht auf den Werth, sondern allein auf das Verhältniß der beiden Differenziale kommt es dabei an. Soll also die Function sich ändern, so ist es ganz der Willkühr anheim gegeben, entweder den Zähler oder den Nenner oder Beide als variabel anzusehen und zu behandeln.



8. Nach (22), wenn  $U = \overline{f_{x,y,z,\dots,a,b,c}}$ , so ist

$$(23) \quad \Delta U = \sum_1^{\alpha+\beta+\gamma+\dots} \frac{k' \cdot k'' \cdot k''' \cdot \dots}{1 \cdot \dots \cdot \alpha \cdot 1 \cdot \dots \cdot \beta \cdot 1 \cdot \dots \cdot \gamma \cdot \dots} \cdot \frac{\overline{\partial x_\alpha, y_\beta, z_\gamma \cdot \dots \cdot U}}{\partial x^\alpha, \partial y^\beta, \partial z^\gamma \cdot \dots}.$$

Setzen wir aber

$$\overline{f_{x,y,z,\dots,a,b,c}} = \overline{fV}, \text{ und}$$

$$\overline{f_{x+\Delta x, y+\Delta y, z+\Delta z, \dots, a,b,c}} = \overline{fV+\Delta V},$$

so ist

$$\Delta V = \Delta U = \sum_1^n \frac{\Delta V^n}{1 \cdot \dots \cdot n-1 \cdot n} \cdot \frac{\partial^n U}{\partial V^n}.$$

Ist nun  $\alpha+\beta+\gamma+\dots$  auch  $=n$ , und  $k'=k''=k'''=\dots$ , so ist auch

$$\Delta U = \Delta V = \sum_1^n \frac{k'^n}{1 \cdot \dots \cdot \alpha \cdot 1 \cdot \dots \cdot \beta \cdot 1 \cdot \dots \cdot \gamma \cdot \dots} \cdot \frac{\overline{\partial x_\alpha, y_\beta, z_\gamma \cdot \dots \cdot U}}{\partial x^\alpha \cdot \partial y^\beta \cdot \partial z^\gamma \cdot \dots}.$$

Setzen wir nun, was jederzeit erlaubt ist,

$$\begin{aligned} \partial x^\alpha \cdot \partial y^\beta \cdot \partial z^\gamma \cdot \dots &= \partial V^n = \partial U^n \text{ und} \\ k' &= \Delta V, \end{aligned}$$

so wird, da die beiden Reihen einander gleich sind,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^n U}{1 \cdot \dots \cdot n-1 \cdot n} &= \frac{\overline{\partial x_\alpha, y_\beta, z_\gamma \cdot \dots \cdot U}}{1 \cdot \dots \cdot \alpha \cdot 1 \cdot \dots \cdot \beta \cdot 1 \cdot \dots \cdot \gamma \cdot \dots} \\ \partial^n U &= \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n-1 \cdot n}{1 \cdot \dots \cdot \alpha \cdot 1 \cdot \dots \cdot \beta \cdot 1 \cdot \dots \cdot \gamma \cdot \dots} \cdot \overline{\partial x_\alpha, y_\beta, z_\gamma \cdot \dots \cdot U}, \end{aligned}$$

wenn  $\alpha+\beta+\gamma+\dots=n$ , und für  $\alpha, \beta, \gamma \dots$  jeder Werth in der Reihe gesetzt wird: 1, 2, 3, 4,  $\dots$  bis  $n$  einschliesslich.

Dies beispielsweise auf eine Function reiner Veränderlichen angewendet, ist

$$\begin{aligned} \partial^n \overline{\phi_{x,y}} &= \overline{\partial_{x_n y_0} \phi_{x,y}} + \frac{n}{1} \overline{\partial_{x_{n-1} y_1} \phi_{x,y}} + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \overline{\partial_{x_{n-2} y^2} \phi_{x,y}} \\ &+ \dots + \frac{n \cdot n-1 \cdot \dots \cdot n-\alpha+1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot \alpha-1 \cdot \alpha} \overline{\partial_{x_{n-\alpha} y_\alpha} \phi_{x,y} \cdot \dots} \\ &+ \overline{\partial_{y_n x_0} \phi_{x,y}} + \frac{n}{1} \overline{\partial_{y_{n-1} x_1} \phi_{x,y}} + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} \overline{\partial_{y_{n-2} x_2} \phi_{x,y}} + \text{etc.} \end{aligned}$$

Da der Ausdruck:

$$\frac{\overline{\partial x_\alpha, y_\beta, z_\gamma \cdot \dots \cdot U}}{\partial x^\alpha, \partial y^\beta, \partial z^\gamma \cdot \dots}$$

anzeigt, daß die Function  $U$   $\alpha$ mal nach  $x$ ,  $\beta$ mal nach  $y$  und so weiter differenziert, und bei jeder Differenziation nach einer dieser Veränderlichen jede andere als constant betrachtet werden soll, so erbietet daraus von selbst, daß es gleichgiltig ist, in welcher Ordnung die mehrfachen Differenzirungen der verschiedenen Variablen aufeinander folgen.

### Anwendung der Taylor'schen Reihe auf die verschiedenen Gattungen von Functionen.

9. Die allgemeinste Form einer von zwei Variablen abhängigen Exponential-GröÙe ist:  $(\phi x)^y$ .

Wir können setzen:

$$(\phi x)^y = U_{x,y},$$

so ist, nach (8):

$$(\phi x)^{y+\Delta y} = U_{x,y+\Delta y} = U_{x,y+\Delta y} \cdot U_{x,y,\Delta y},$$

daher

$$\begin{aligned} (\phi x)^{y+\Delta y} - (\phi x)^y &= (\phi x)^y ((\phi x)^{\Delta y} - 1) \\ &= \Delta y \cdot U_{x,y,\Delta y} \end{aligned}$$

und

$$\frac{(\phi x)^{\Delta y} - 1}{\Delta y} = \frac{U_{x,y,\Delta y}}{(\phi x)^y}.$$

Da hier der Ausdruck links unabhängig ist von  $y$ , so muß dies der Ausdruck rechts ebenfalls sein. Wir setzen ihn in dieser Beziehung  $= \psi_{x,\Delta y}$ , folglich

$$\frac{(\phi x)^{\Delta y} - 1}{\Delta y} = \psi_{x,\Delta y}$$

$$(\phi x)^y \frac{((\phi x)^{\Delta y} - 1)}{\Delta y} = (\phi x)^y \psi_{x,\Delta y} = \frac{U_{x,y+\Delta y} - U_{x,y}}{\Delta y} = \frac{\Delta y U_{x,y}}{\Delta y},$$

mithin

$$(\phi x)^y \cdot \psi_{x,\Delta y} = \frac{\Delta y U_{x,y}}{\Delta y}$$

und daher, nach No. 7., weil  $\Delta y$  in dem Ausdrucke links verschwindet:

$$(24) \quad (\phi x)^y \cdot \psi_x = \frac{\partial y U_{x,y}}{\partial y} = \frac{\partial y (\phi x)^y}{\partial y}.$$

Dieser Satz beruht lediglich auf dem in der Formel (8) aufgestellten Grundbegriff der Veränderung irgend einer von einer Variablen abhängigen Function

und gilt daher, was auch der Exponent  $\gamma$  für eine ganze, negative, gebrochne, rationale oder irrationale Zahl sein möge. Die Function  $\phi^-$  wird als unabhängig von  $\gamma$  betrachtet, und ist die Basis eines Logarithmen-Systems zu den Logarithmen  $\gamma$ ;  $\psi^-$  aber ist eine von dieser Basis abgeleitete Function der Zahl  $x$ , welche auch in Beziehung auf  $\gamma$  als eine Constante angenommen werden kann. Setzen wir sie  $= a$ , und  $\phi^- = a$ , so ist, nach (24):

$$(25) \quad \frac{\partial \gamma a^\gamma}{\partial \gamma} = a^\gamma \cdot \psi_a^-.$$

$\gamma$  ist der Logarithmus der Zahl  $a^\gamma$  in einem System, dessen Basis  $a$  ist. Wir bezeichnen dies, wie folgt:

$$\gamma = \log_a v; \quad v = a^\gamma.$$

Hiernach giebt die Formel (25):

$$(26) \quad \partial \gamma = \frac{\partial \gamma a^\gamma}{a^\gamma \cdot \psi_a^-}$$

$$\partial \log_a v = \frac{\partial v}{v \cdot \psi_a^-}.$$

In welcher Gleichung dann für  $a$  jede von  $\gamma$  unabhängige Gröfse gesetzt werden kann.

Durch die Bestimmung der Function  $\psi_a^-$  erhält  $a$  einen bestimmten Werth. Er werde mit  $e$  bezeichnet, wenn  $\psi_a^- = 1$  genommen wird, und dann werde  $\log_a v$  bezeichnet mit  $lv$ , so ist, nach (26):

$$(27) \quad \partial lv = \frac{\partial v}{v}.$$

Was nun auch  $v$  für eine Zahl sei, so werden wir sie jederzeit setzen können  $= e^v$ . Es gilt also die Formel (27) für jede veränderliche Gröfse. Setzen wir also:

$$v = [U_{x,y,z,\dots}]^a,$$

$a$  constant, so ist

$$lv = al[U_{x,y,z,\dots}];$$

daher, nach (27):

$$\frac{\partial v}{v} = a \frac{\partial \cdot [U_{x,y,z,\dots}]}{[U_{x,y,z,\dots}]},$$

woraus folgt:

$$(28) \quad \partial \cdot [U_{x,y,z,\dots}]^a = a[U_{x,y,z,\dots}]^{a-1} \partial \cdot [U_{x,y,z,\dots}]$$

und dieser Satz ist, zufolge seiner Herleitung, gemeingiltig, was auch der Exponent  $a$  für eine Zahl sein möge.

Hieraus aber folgt sogleich die Reihe der Entwicklung eines Polynomiums in steigenden Potenzen eines der darin enthaltenen Elemente für jeden beliebigen Exponenten  $\alpha$ .

Aus

$$\partial U^a = a U^{a-1} \partial U \quad (28) \text{ folgt:}$$

$$\partial^2 U^a = a \cdot a-1 \cdot U^{a-2} \partial^2 U \text{ u. s. w.}$$

überhaupt:

$$(29) \quad \partial^n U^a = a \cdot a-1 \cdot a-2 \cdots a-n+1 U^{a-n} \partial^n U, \text{ und}$$

$$\partial x^\alpha \cdot y^\beta \cdot z^\gamma \cdots U = a \cdot a-1 \cdots a-n+1 U^{a-n} \partial U^n,$$

gesetzt  $\alpha + \beta + \gamma + \cdots = n$ .

10. Nach (22) und Nr. 7. ist

$$\Delta U = \sum_1^{\alpha+\beta+\gamma+\cdots} \frac{k'^\alpha \cdot k''^\beta \cdot k'''^\gamma \cdots}{1 \cdots \alpha \cdot 1 \cdots \beta \cdot 1 \cdots \gamma \cdots} \cdot \frac{\partial x^\alpha \cdot y^\beta \cdot z^\gamma \cdots U}{\partial x^\alpha \cdot \partial y^\beta \cdot \partial z^\gamma \cdots}.$$

Sei nun

$$U = [x + y + z + \cdots]^m \text{ und } x + y + z + \cdots = v,$$

so ist, wenn  $\alpha + \beta + \gamma + \cdots$  gesetzt wird  $= n$ ,

$$\begin{aligned} (30) \quad [x + y + z + \cdots + k' + k'' + k''' + \cdots]^m &= v^m + \frac{m}{1} v^{m-1} (k' + k'' + k''' + \cdots) \\ &+ \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 2} v^{m-2} [k'^2 + k''^2 + k'''^2 + \cdots \\ &\quad + 2 k' k'' + 2 k' k''' + \cdots] \\ &+ \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} v^{m-3} [k'^3 + k''^3 + k'''^3 + \cdots \\ &\quad + 3 (k'^2 k'' + k'^2 k''' + \cdots + k''^2 k''' + \cdots \\ &\quad + 3 (k' k''^2 + k' k'''^2 + \cdots + \cdots)] + \text{etc.} \end{aligned}$$

Setzen wir nun  $x = k$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0 \cdots \text{etc.}$ , so ist diese Reihe die Entwicklung des Polynomiums:  $[k + k' + k'' + \cdots]^n$  in einer nach fallenden Potenzen von  $k$  geordneten Folge der Glieder.

Sie wird, für das Binomium  $k + k'$  gesetzt,  $k''$ ,  $k'''$  etc.  $= 0$ :

$$(31) \quad (k + k')^n = k^n + \frac{m}{1} k^{n-1} k' + \frac{m \cdot m-1}{1 \cdot 2} k^{n-2} k'^2 + \frac{m \cdot m-1 \cdot m-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} k^{n-3} k'^3 + \text{etc.}$$

$$\begin{aligned} [k + k' + k'']^4 &= k^4 + \frac{4}{1} k^3 [k' + k''] + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} k^2 [k' + k''^2 + 2 k' k''] \\ &+ \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} k^m [k'^3 + k''^3 + 3 k'^2 k'' + 3 k' k''^2] \\ &+ \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} [k'^4 + k''^4 + 4 k'^3 k'' + 4 k''^3 k' + \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} k'^2 k''^2]. \end{aligned}$$

Die Reihe des Polynomiums ist also nichts anders als die Taylor'sche, angewendet auf diesen besondern Fall. Sie gilt für jede Zahlengattung des Exponenten  $m$ , weil die Taylor'sche für jede Function ohne Unterschied gilt. Wenn die Reihe des Polynomiums ohne Vermittelung der Taylor'schen durch die Regeln des Combinirens gegebener Elemente ihre Rechtfertigung erlangt, so ist solches nur für ganze positive Exponenten  $m$  statthaft, wogegen die Taylor'sche Reihe auch auf die negativen und gebrochenen ihre vollkommene Anwendung findet.

Auch die Bestimmung des Differenzial-Quotienten einer Exponentialgröfse (26)

$$\frac{\partial \cdot a^x}{\partial x} = a^x \psi_x$$

ist lediglich aus der Natur einer solchen Function hergeleitet und beruht auf denselben ersten Gründen der Taylor'schen Reihe. Auf diese stützt sich die Reihe des Polynomiums, und diese selbst vermittelt erst wieder die vollständige Anwendung des Taylor'schen Satzes auf die Entwicklung logarithmischer Functionen. Es ist nämlich, nach No. 9.:

$$(\phi_x)^{\Delta y} = 1 + \Delta y \psi_{x, \Delta y}$$

und, was auch  $\Delta y$  für eine Zahl sein möge,

$$\begin{aligned} (1 + \phi_x - 1)^{\Delta y} &= 1 + \frac{\Delta y}{1} (\phi_x - 1) + \frac{\Delta y \cdot \Delta y - 1}{1 \cdot 2} (\phi_x - 1)^2 \\ &\quad + \frac{\Delta y \cdot \Delta y - 1 \cdot \Delta y - 1 \cdot \Delta y - n + 1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} (\phi_x - 1)^n + \dots \\ &= 1 + \Delta y \left[ \frac{\phi_x - 1}{1} - \frac{(\phi_x - 1)^2}{1 \cdot 2} + \frac{(\phi_x - 1)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \text{etc.} \right] \\ &\quad + \Delta y^2 f(\phi_x - 1); \text{ daher} \\ \Delta y \cdot \psi_{x, \Delta y} &= \Delta y \left\{ \left[ \frac{\phi_x - 1}{1} - \frac{(\phi_x - 1)^2}{1 \cdot 2} + \dots \text{etc.} \right] + \Delta y f(\phi_x - 1) \right\} \\ \psi_{x, \Delta y} &= \left[ (\phi_x - 1) + \frac{(\phi_x - 1)^2}{1 \cdot 2} + \dots \text{etc.} \right] + \Delta y f(\phi_x - 1). \end{aligned}$$

Hieraus aber folgt sofort, wenn wir in  $\psi_{x, \Delta y}$  die von  $\Delta y$  abhängigen Elemente aussondern:

$$\psi_x = (\phi_x - 1) + \frac{(\phi_x - 1)^2}{1 \cdot 2} + \dots \text{etc.}$$



Das Taylor'sche Theorem aber giebt, weil  $\frac{\partial^\alpha a^\gamma}{\partial y^{\alpha\gamma}} a^\gamma (\psi^-)^{\alpha}$ :

$$a^{\gamma+\Delta\gamma} = a^\gamma \left\{ 1 + \Delta\gamma \frac{\psi^-}{1} + \frac{\Delta\gamma^2 (\psi^-)^2}{1 \cdot 2} + \frac{\Delta\gamma^3 (\psi^-)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots + \frac{\Delta\gamma^n (\psi^-)^n}{1 \cdot 2 \dots n} + \dots \right\}$$

$$\phi_x^{\gamma+\Delta\gamma} = 1 + \Delta\gamma \cdot \frac{\psi^-}{1} + \frac{\Delta\gamma^2 (\psi^-)^2}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{\Delta\gamma^n (\psi^-)^n}{1 \cdot 2 \dots n} + \dots$$

für  $\psi^- = 1$ ,  $\phi^- = e$

$$e^{\Delta\gamma} = 1 + \frac{\Delta\gamma}{1} + \frac{\Delta\gamma^2}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{\Delta\gamma^n}{1 \dots n} + \dots$$

und für  $\Delta\gamma = 1$

$$\phi_x^- = 1 + \frac{\psi^-}{1} + \frac{\psi_x^-}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{\psi_x^n}{1 \dots n} + \dots$$

folglich

$$e^{\psi^-} = \phi_x^-,$$

$$\psi_x^- = \log_e \phi_x^-$$

und

$$\log_e (\phi_x^- + 1) = \frac{\phi_x^-}{1} + \frac{\phi_x^{-2}}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{\phi_x^{-n}}{1 \dots n} + \dots$$

11. So wie der erste Differenzial-Quotient einer Exponential-Gröfse  $\phi_x^-$  keines Lehrsatzes bedarf, sondern unmittelbar aus ihrer Natur abgeleitet werden kann, eben so verhält es sich auch mit den trigonometrischen Functionen.

Da  $\frac{\text{arc. } \phi}{\sin \phi}$  jederzeit  $> 1$ , sich aber der Grenze  $= 1$  desto mehr nähert, je kleiner  $\phi$  genommen wird, so muß  $\sin \phi$ , als Function von  $\phi$ , diese Form haben:

$$\sin \phi = \phi (1 - \phi f \phi).$$

Also:

$$\sin \Delta\phi = \Delta\phi (1 - \Delta\phi f \Delta\phi)$$

$$\cos \phi = 1 - \phi^2 F \phi$$

$$\cos \Delta\phi = 1 - \Delta\phi^2 F \Delta\phi;$$

folglich:

$$\begin{aligned} (32) \quad \sin(\phi + \Delta\phi) &= \sin \phi \cos \Delta\phi + \sin \Delta\phi \cos \phi \\ &= \phi (1 - \phi f \phi) - \Delta\phi^2 F \Delta\phi f \phi (1 - \phi f \phi) \\ &\quad + \Delta\phi (1 - \Delta\phi f \Delta\phi) - \phi^2 F \phi \cdot \Delta\phi (1 - \Delta\phi f \Delta\phi) \end{aligned}$$

$$\frac{\sin \phi + \Delta\phi - \sin \phi}{\Delta\phi} = \frac{\Delta \cdot \sin \phi}{\Delta\phi} = 1 - \phi^2 \cdot F \phi + \Delta\phi F';$$

$$\frac{\partial \cdot \sin \phi}{\partial \phi} = \cos \phi$$

und, gesetzt  $\phi = 90^\circ - x$ ,  $\partial \phi = -\partial x$

$$\frac{\partial \cdot \cos x}{\partial x} = -\sin \phi.$$

Auf ähnliche Weise können wir setzen:

$$\operatorname{tg} \phi = \phi (1 - \phi f \phi)$$

$$\operatorname{tg} \Delta \phi = \Delta \phi (1 - \Delta \phi f \Delta \phi)$$

$$(33) \quad \operatorname{tg} \overline{\phi + \Delta \phi} = \frac{\operatorname{tg} \phi + \operatorname{tg} \Delta \phi}{1 - \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \Delta \phi}$$

$$\frac{\Delta \cdot \operatorname{tg} \phi}{\Delta \phi} = \frac{1 + \operatorname{tg} \phi^2 + \Delta \phi F \phi}{1 - \Delta \phi F' \phi},$$

mithin

$$\frac{\partial \operatorname{tg} \phi}{\partial \phi} = 1 + \operatorname{tg} \phi^2.$$

Auch auf folgende Weise ergibt sich der Differenzial-Quotient  $\frac{\partial \sin \phi}{\partial \phi}$ .

Sei  $\phi = kx$ , so ist  $\sin^2 \overline{kx} + \cos^2 \overline{kx} = 1$ . Gegenseitig, wenn  $\alpha^2 + \beta^2 = 1$  und  $\alpha = 0$  für  $x = 0$ , da denn auch  $\beta = 1$  für  $x = 0$ , so können wir jederzeit setzen  $\alpha = \sin \overline{kx}$  und  $\beta = \cos \overline{kx}$ .

Nun ist wirklich

$$\left[ \frac{a^{xV-1} - a^{-xV-1}}{2V-1} \right]^2 + \left[ \frac{a^{xV-1} + a^{-xV-1}}{2} \right]^2 = 1$$

und für  $x = 0$  das erste dieser beiden Quadrate  $= 0$ , das zweite  $= 1$ . Wir können also jederzeit setzen:

$$(34) \quad \sin \phi = \sin \overline{kx} = \frac{a^{xV-1} - a^{-xV-1}}{2V-1}$$

und darauf ziehen

$$\frac{\partial \cdot \sin \overline{kx}}{\partial \cdot kx} = \frac{a^{xV-1} + a^{-xV-1}}{2} = \cos \overline{kx},$$

oder auch

$$\partial \cdot \sin \overline{kx} = k \cos \overline{kx} \cdot \partial x.$$

Entwickeln wir die Exponential-Größen  $a^{xV-1}$ ,  $a^{-xV-1}$  in Reihen, so kommt

$$\sin \overline{kx} = \frac{kx}{1} - \frac{k^3 x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{k^5 x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \text{etc.}$$

wo

$$k = \frac{\alpha-1}{1} - \frac{(\alpha-1)^2}{1 \cdot 2} + \frac{(\alpha-1)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \text{etc.}$$

und  $k = 1$  für  $\alpha = e$ .

## Reihen-Entwickelungen mit Hülfe des Taylor'schen Theorems.

12. So wie hier die Reihe von Taylor sich darstellt, unabhängig von jeder andern, erscheint sie als unmittelbar hervorgehend aus der mathematischen Idee von einer Größenänderung überhaupt.

Die Veränderliche:  $x, y$ , etc. ist irgend eine in bestimmte Grenzen eingeschlossene Zahlgröfse, welche durch das eben so bestimmte Increment  $\pm \Delta x, \pm \Delta y$ , discontinuirlich geändert wird. Die Gleichheit aber zwischen

$$\phi(x + \Delta x, y + \Delta y \dots)$$

und der entwickelten nach Potenzen von  $\Delta x, \Delta y \dots$  fortgehenden Taylor'schen Reihe beruht auf innerer Nothwendigkeit.

Es folgt hieraus, dafs diese Gleichheit bestehen müsse, welche Werthe wir auch den  $x, y \dots$  und den  $\Delta x, \Delta y \dots$  in beiden Theilen der Gleichung setzen mögen.

Es läfst sich hiernach kein Fall denken, in welchem die Reihe für besondere Werthe von  $x, y \dots$  oder  $\Delta x, \Delta y \dots$ , wenn diese an sich selbst zu lästig sind, ein fehlerhaftes (*fautif*) Resultat geben könnte.

Dies würde scheinbar der Fall sein, wenn für solche Werthe der eine Theil der Gleichung die Form eines unendlich Grofsen, und der andere die einer endlichen Gröfse erhielte.

Sei z. B.

$$\phi_x = l(x-a)$$

so ist

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} &= \frac{1}{x-a} \\ \frac{\partial_x \phi_x}{\partial x^\alpha} &= \frac{i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots \alpha-1}{(x-a)^\alpha}; \quad i = -1. \end{aligned}$$

Nach dem Taylor'schen Satze ist also:

$$\begin{aligned} (35) \quad \overline{l_{x-a+k}} &= \overline{l_{x-a}} + \sum_1^\alpha \frac{h^\alpha}{1 \dots \alpha} \cdot \frac{i^{\alpha-1} \cdot 1 \dots \alpha-1}{(x-a)^\alpha} \\ &= \overline{l_{x-a}} + \sum_1^\alpha \frac{i^{\alpha-1}}{\alpha} \cdot \frac{h^\alpha}{(x-a)^\alpha}. \end{aligned}$$

Setzen wir nun  $x=a$ , so kommt:

$$(36) \quad lk = lo + \sum_1^\alpha \frac{i^{\alpha-1}}{\alpha} \cdot \frac{k^\alpha}{o}.$$

Der Theil links ist eine endlich vollkommen bestimmte und der Theil rechts eine unendliche Gröfse. Das Paradoxon liegt aber nicht in der Fehlerhaftigkeit der Taylor'schen Reihe, sondern in der unangemessenen Form der Entwicklung.

Denn setzen wir  $\phi \bar{x} = lx$ ,

so kommt

$$\frac{\partial \alpha \phi \bar{x}}{\partial x^\alpha} = \frac{i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots \alpha - 1}{x^\alpha}.$$

Setzen wir hierauf  $k - a = -(a - k)$  als Increment zu  $x$ , so wird:

$$(37) \quad l(x - a + k) = lx + \sum_1^\alpha \frac{i^{\alpha-1}}{\alpha} \cdot \left(\frac{k-a}{x}\right)^\alpha$$

und nun,  $x = a$  gesetzt,

$$(38) \quad lk = la + l_1^\alpha \frac{i^{\alpha-1}}{\alpha} \cdot \left(\frac{k-a}{a}\right)^\alpha.$$

Die unbestimmte Gleichung (35) fällt mit der bestimmten (38) zusammen, und jene wird in diese übergehen, wenn wir in jener  $\overline{l x - a}$  und  $\frac{1}{(x-a)^\alpha}$  in Reihen entwickeln.

Ein zweites Beispiel dieser Art liefert die Gleichung

$$\phi \bar{x} = \sqrt{x-a},$$

daraus:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi \bar{x}}{\partial x} &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x-a}} \\ \frac{\partial \alpha \phi \bar{x}}{\partial x^\alpha} &= \frac{i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 2\alpha-3}{2^\alpha (x-a)^{\alpha-1} \sqrt{x-a}}; \end{aligned}$$

folglich:

$$(39) \quad \phi \overline{x+k} = \sqrt{x-a+k} = \sqrt{x-a} + \sum_1^\alpha \frac{k^\alpha i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 2\alpha-3}{2^\alpha (x-a)^{\alpha-1} \sqrt{x-a}},$$

dies giebt für  $x = a$

$$(40) \quad \sqrt{k} = 0 + \sum_1^\alpha \frac{k^\alpha \cdot i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 2\alpha-3}{2^\alpha \cdot 0 \sqrt{0}}.$$

Setzen wir dagegen:  $\phi \bar{x} = \sqrt{x}$ ,

so ist

$$\frac{\partial \alpha \phi \bar{x}}{\partial x^\alpha} = \frac{i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 2\alpha-3}{2^\alpha x^{\alpha-1} \sqrt{x}}; \text{ und}$$

$$\phi \overline{x+k} = \sqrt{x-a+k} = \sqrt{x} + \sum_1^\alpha \frac{i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdots 2\alpha-3 \cdot k^\alpha}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots \alpha \cdot 2^\alpha \cdot x^{\alpha-1} \sqrt{x}}.$$

Hieraus ergibt sich, wenn  $x = a$  gesetzt wird:

$$(41) \quad \sqrt[k]{a} = \sqrt[k]{a} + \sum_1^{\alpha} \frac{i^{\alpha-1} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots 2\alpha-3 \cdot k^{\alpha}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots \alpha \cdot 2^{\alpha} \cdot a^{\alpha-1} \cdot k} a.$$

Da in dieser Gleichung der Theil links von  $a$  befreit ist, so müssen in dem Theile rechts die Glieder, welche von  $a$  abhängig sind, sich unter einander aufheben. Weil aber die Reihe rechts eine unendliche ist, so wird sie sich dem wahren Werthe  $\sqrt[k]{a}$  nur annähern können, und zwar desto mehr, je mehr abwechselnd positive und negative Glieder genommen werden.

In der Taylor'schen Reihe für  $\sqrt[k]{x-a+k}$  (35) wird das erste Glied  $\sqrt[k]{x-a}$  imaginär für jeden Werth von  $x < a$ , wodurch der Schein entsteht einer Gleichheit zwischen einer realen und einer imaginären Gröfse. Auch dieser Schein muß sich in dem ganzen Umfange der Reihe, der aber als unendlich sich nicht darstellen läßt, auflösen. Denn setzen wir für den Fall, dafs  $x < a$ , in der Reihe (37)  $k$  statt  $x$  und  $(a-x)$  statt  $k-a$ , so wird

$$\sqrt[k]{x-a+k} = \sqrt[k]{a} + \sum_1^{\alpha} \frac{i^{\alpha}}{\alpha} \cdot \frac{a-x}{k}.$$

In diese Form würde also jene imaginäre Reihe übergehen, liefse sie sich in ihrem ganzen Umfange entwickelt darstellen.

Es bestätigt sich auf solche Weise in einzelnen Fällen, was durch die Herleitung der Taylor'schen Reihe aus dem bloßen Begriff der Function einer sich ändernden Gröfse ganz allgemein sich ergeben hat:

dafs die Taylor'sche Reihe ihre Gültigkeit behält, was auch für Werthe den Veränderlichen, oder ihren Incrementen, ertheilt werden mögen; und der Schein, als würde sie in einigen Fällen ungültig (*faulif*), entspringt allein aus der Unmöglichkeit, von einer aus unendlich vielen Gliedern bestehenden Reihe mehr als nur ein Bruchstück zur Anschauung zu bringen: dagegen kann sie allerdings für die Zahlenrechnung unbrauchbar werden.

13. Wird  $\phi_x = 0$  in einer Function  $k\phi_x = u$  für einen gewissen Werth von  $x$ , z. B.  $x = a$ , so wird auch  $k\phi_x^n = 0$ , für  $a = 0$ , wenn  $n$  irgend eine positive Zahl ist. Sie wird  $= \infty$ , wenn  $n$  negativ ist. Ist  $n$  ein ächter Bruch, so wird  $\partial \phi_x^n = n\phi_x^{n-1} \partial \phi_x$  ebenfalls  $= \infty$ , wenn alle folgende Differenziale  $\partial_{\alpha} \phi_x^n$  es werden.



Setzen wir

$$u = \psi_{\bar{x}} \cdot \phi_{\bar{x}}$$

$$v = \psi'_{\bar{x}} \cdot \phi_{\bar{x}},$$

so ist

$$\frac{u}{v} = \frac{\psi_{\bar{x}} \cdot \phi_{\bar{x}}}{\psi'_{\bar{x}} \cdot \phi_{\bar{x}}} = \frac{\psi_{\bar{x}}}{\psi'_{\bar{x}}}.$$

Wäre nun  $\phi_{\bar{x}} = 0$  für  $x = a$ , so käme hieraus

$$\frac{0}{0} = \frac{\psi_{\bar{a}}}{\psi'_{\bar{a}}}$$

ein bestimmter Werth unter einer unbestimmten Gestalt. Dann aber ist auch

$$\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{\psi_{\bar{x}} \cdot \partial \cdot \phi_{\bar{x}} + \phi_{\bar{x}} \cdot \partial \cdot \psi_{\bar{x}}}{\psi'_{\bar{x}} \cdot \partial \cdot \phi_{\bar{x}} + \phi_{\bar{x}} \cdot \partial \cdot \psi'_{\bar{x}}}$$

und folglich für  $x = a$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{\psi_{\bar{a}}}{\psi'_{\bar{a}}}$$

der Werth von  $\frac{u}{v}$ , wenn wir daraus die Factoren  $\phi_{\bar{x}}$  durch Division entfernen.

Setzen wir  $\phi_{\bar{x}}^{-n}$  statt  $\phi_{\bar{x}}$ , so ist klar, daß wir durch dieselbe Methode den Werth  $\frac{\psi_{\bar{x}}}{\psi'_{\bar{x}}}$  erhalten, wenn wir das Verfahren so lange fortsetzen, bis die Function  $\phi_{\bar{x}}^{-n}$  aus Zähler und Nenner verschwindet. Dies kann nur stattfinden, wenn  $n$  eine positive ganze Zahl ist. Ist  $n$  ein ächter Bruch, z. B.  $= \frac{1}{p}$ , und

$$\frac{u}{v} = \frac{\psi_{\bar{x}} \cdot (\phi_{\bar{x}})^{\frac{1}{p}}}{\psi'_{\bar{x}} \cdot (\phi_{\bar{x}})^{\frac{1}{p}}},$$

so erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial v} &= \frac{\frac{1}{p} \psi_{\bar{x}} \cdot \frac{\partial \cdot \phi_{\bar{x}}}{(\phi_{\bar{x}})^{\frac{p-1}{p}}} + (\phi_{\bar{x}})^{\frac{1}{p}} \partial \cdot \psi_{\bar{x}}}{\frac{1}{p} \psi'_{\bar{x}} \cdot \frac{\partial \cdot \phi_{\bar{x}}}{(\phi_{\bar{x}})^{\frac{p-1}{p}}} + (\phi_{\bar{x}})^{\frac{1}{p}} \partial \cdot \psi'_{\bar{x}}} \\ &= \frac{\psi_{\bar{x}} \cdot \partial \cdot \phi_{\bar{x}} + p \cdot \phi_{\bar{x}}^{\frac{1}{p}} \cdot (\phi_{\bar{x}})^{p-1} \partial \cdot \psi_{\bar{x}}}{\psi'_{\bar{x}} \cdot \partial \cdot \phi_{\bar{x}} + p \cdot \phi_{\bar{x}}^{\frac{1}{p}} \cdot (\phi_{\bar{x}})^{p-1} \partial \cdot \psi'_{\bar{x}}} \end{aligned}$$

und in dieser Form giebt,  $x = a$  gesetzt, wiederum

$$\frac{\partial u}{\partial v} \text{ den bestimmten Werth } \frac{\psi_{\bar{a}}}{\psi'_{\bar{a}}} = \frac{0}{0}.$$

Der berühmte Lagrange in seinen *Leçons* 8. behandelt den Bruch:

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{(x^2-a^2)}},$$

welcher für  $x=a$  die Form erhält:  $\frac{0}{0}$ . Hier wird

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial v} &= \frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}(x-a)^{-\frac{1}{2}}}{x(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{(x-a)^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}}{2x(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}}(x-a)^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{(x-a)^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}}}{2x\sqrt{x(x+a)}} = \sqrt{x+a} \left\{ \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-a}}{2x\sqrt{a}} \right\} \end{aligned}$$

und für  $x=a$

$$= \frac{\sqrt{2a}\sqrt{a}}{2a\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{2a}}.$$

Auf diese Weise wird also auch dann der bestimmte Werth des Bruches  $\frac{u}{v}$  gefunden durch die Methode des Differenzirens, wenn die Differenziale für den Werth  $x=a$  unendlich werden.

Setzen wir aber allgemein:

$$\frac{u}{v} = \frac{\psi_x}{\phi_x}$$

mithin, nach der Taylor'schen Reihe:

$$\begin{aligned} \psi_{x+k} &= \psi_x + \frac{k}{1} \cdot \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \sum_2^\alpha \frac{k^\alpha}{1 \dots \alpha} \cdot \frac{\partial^\alpha \psi_x}{\partial x^\alpha} \\ \phi_{x+k} &= \phi_x + \frac{k}{1} \cdot \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \sum_2^\alpha \frac{k^\alpha}{1 \dots \alpha} \cdot \frac{\partial^\alpha \phi_x}{\partial x^\alpha} \end{aligned}$$

und für den Werth  $x=a$  werde  $\psi_x = 0$ ,  $\phi_x = 0$ , so ist

$$\frac{\psi_{a+k}}{\phi_{a+k}} = \frac{\partial \psi_a + \sum_2^\alpha \frac{k^{\alpha-1}}{1 \dots \alpha} \cdot \frac{\partial^\alpha \psi_a}{\partial x^{\alpha-1}}}{\partial \phi_a + \sum_2^\alpha \frac{k^{\alpha-1}}{1 \dots \alpha} \cdot \frac{\partial^\alpha \phi_a}{\partial x^{\alpha-1}}}$$

und weil diese Gleichung für jeden Werth von  $k$  gültig ist, so auch für  $k=0$ ,

$$\frac{\psi_a}{\phi_a} = \frac{\partial \psi_a}{\partial \phi_a}.$$

Ist aber auch  $\frac{\partial \sqrt{x}}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ , so wird diese nämliche Methode der Entwicklung des Zählers und Nenners auf dieselbe Weise in Anwendung gebracht.

Die Unanwendbarkeit der Taylor'schen Reihe auf dergleichen Brüche, um ihren Werth zu bestimmen, hat darin ihren Grund, daß in Zähler und Nenner irrationale Größen enthalten sind, deren Differenzial-Quotienten für einen gewissen Werth von  $x$  unendlich werden. Dies Hinderniß also wird durch Wegschaffung des Irrationalen gehoben.

Setzen wir, um das obige Beispiel von Lagrange nach dieser Methode zu behandeln:

$$y = \frac{1x - 1a + 1\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}},$$

so kommt

$$y^2 = \frac{x + a + (x-a) - 2\sqrt{xa} + 2\sqrt{x-a}(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{x^2 - a^2}.$$

Sei also  $y^2 = \frac{u}{v}$ , also für  $x = a$ ,  $\frac{u}{v} = \frac{0}{0}$ , so ist

$$\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{2 - \frac{1a}{\sqrt{x}} + 2(\sqrt{x}-\sqrt{a}) \frac{\partial \sqrt{x-a}}{\partial x} + \frac{2\sqrt{x-a} \cdot \partial(1x-1a)}{\partial x}}{2x}.$$

also für  $x = a$

$$\frac{\partial u}{\partial v} = \frac{1}{2a} = y^2;$$

mithin

$$y = \frac{1}{\sqrt{2a}} = \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}+\sqrt{x-a}}{\sqrt{(x^2-a^2)}}.$$

### Anwendung der Reihe von Taylor auf räumliche Größen.

14. Jede ebene Kurve läßt sich durch das Verhältniß zweier auf einander rechtwinkliger Coordinaten:  $x, y$ , darstellen.

Sei  $y = \phi \bar{x}$ , so ist, nach Taylor's Theorem:

$$\phi \overline{v+k} = y + \frac{k}{1} \frac{\partial \phi \bar{x}}{\partial x} + \frac{k^2}{1 \cdot 2} \frac{\partial^2 \phi \bar{x}}{\partial x^2} + \sum_3^\alpha \frac{k^\alpha}{1 \cdot 2 \dots \alpha} \cdot \frac{\partial^\alpha \phi \bar{x}}{\partial x^\alpha}.$$

Für eine zweite ebene Kurve, die mit jener in einem Punkte  $xy$  zusammen trifft, sei  $y = \psi \bar{x}$ :

$$\psi \overline{v+k} = y + \frac{k}{1} \frac{\partial \psi \bar{x}}{\partial x} + \frac{k^2}{1 \cdot 2} \frac{\partial^2 \psi \bar{x}}{\partial x^2} + \sum_3^\alpha \frac{k^\alpha}{1 \cdot 2 \dots \alpha} \cdot \frac{\partial^\alpha \psi \bar{x}}{\partial x^\alpha}.$$

Hieraus kommt:

$$\psi_{x+k} - \phi_{x+k} = \frac{k}{1} \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + \frac{k^2}{1 \cdot 2} \left( \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} \right) \\ + \sum_3^\alpha \frac{k^\alpha}{1 \dots \alpha} \left( \frac{\partial^\alpha \psi_x}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial^\alpha \phi_x}{\partial x^\alpha} \right)$$

und,  $k$  negativ gesetzt,

$$\psi_{x-k} - \phi_{x-k} = -k \left( \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) + \frac{k^2}{1 \cdot 2} \left( \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} \right) \\ + \sum_3^\alpha \frac{k^\alpha \cdot i^\alpha}{1 \dots \alpha} \left( \frac{\partial^\alpha \psi_x}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial^\alpha \phi_x}{\partial x^\alpha} \right).$$

Sollen beide Kurven sich in dem Treffpunkte  $xy$  berühren, so müssen beide Differenzen zugleich positiv oder negativ sein. Dies kann nur sein, wenn

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} = \frac{\partial \phi_x}{\partial x},$$

welches mithin die Bedingung des Berührens ist.

Bezeichnen wir eine gerade Linie mit  $s$ , beziehen sie auf die rechtwinklichen Coordinaten  $x, y$ . Ihr Anfangspunkt habe die constanten Coordinaten  $a, b$ ; ihr Endpunkt die veränderlichen:  $x, y$ . Dann ist ihre Gleichung

$$\frac{y}{x-a} = \operatorname{tg}(s, x).$$

Daraus kommt

$$\Delta y = \Delta x \operatorname{tg}(s, x)$$

und

$$\Delta y^2 + \Delta x^2 = \frac{\Delta x^2}{\cos(s, x)^2} \\ \frac{\Delta s}{\Delta x} = \frac{1}{\cos(s, x)},$$

und weil  $\cos s, x$  unabhängig ist von  $x, y$ , so auch

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{1}{\cos(s, x)}.$$

Ziehen wir nun durch denselben Punkt mit dem Halbmesser  $r$  aus einem Mittelpunkt, dessen Coordinaten  $\alpha, \beta$  sind, einen Kreis, so ist dessen Gleichung:

$$y - \beta = \sqrt{r^2 - (x - \alpha)^2},$$

und hieraus folgt:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = - \frac{x - \alpha}{y - \beta}.$$

Für die gerade Linie ist  $\frac{\partial y}{\partial x} = \operatorname{tg}(s, x)$ .

Soll also diese den Kreis berühren, so muß sein:

$$\operatorname{tg}(s, x) = -\frac{x-\alpha}{y-\beta},$$

folglich der Differenzial-Quotient  $\frac{\partial y}{\partial x}$  für beide Curven derselbe; daher auch  $\partial y^2 + \partial x^2 = \partial s^2$  für beide Curven dasselbe.

Nennen wir nun einen mit  $r$  vom Berührungspunkte gezogenen beliebig großen Bogen  $\Delta s$  und den ihm angehörigen Winkel  $\Delta \phi$ , so ist

$$r \Delta \phi = \Delta s; \quad r = \frac{\Delta s}{\Delta \phi},$$

mithin auch, weil  $r$  unveränderlich bleibt,

$$\frac{\partial s}{\partial \phi} = r; \quad \partial s = r \partial \phi.$$

Hieraus folgt, daß das Element  $\partial s$  der berührenden Geraden zusammenfällt mit dem Differenzial-Bogen  $\partial s$  des Kreises, beschrieben mit dem Halbmesser  $r$ , innerhalb des Differenzial-Winkels  $\partial \phi$ .

Für alle Curven ist daher:

$$\partial s = \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2}.$$

15. Werden durch den Punkt  $A$  einer Oberfläche von irgend welcher beliebigen Krümmung berührende Gerade gezogen, so bilden diese eine berührende Ebene, und fällen wir durch  $A$  eine auf dieser Ebene, die wir  $S$  nennen wollen, senkrechte Gerade, so wird diese die Lage eines Halbmessers  $\varrho$  geben, mit welchem eine die Ebene  $S$  berührende Kugel bestimmt werden kann. Nennen wir  $\sigma$  die zwischen  $S$  und der Kugel liegende krumme Oberfläche, so wird auch diese von der Kugel berührt.

Vergrößern sich die Coordinaten des Punktes  $A$ , welche  $x-a, y-b, z-c$  sein mögen, so bekommt  $S$  den Zuwachs  $\Delta S$ , begrenzt von dem Parallelogramm  $\Delta x \cdot \Delta y$ , und den aus Punkten der  $\Delta S$  auf  $\Delta x$  und  $\Delta y$  und deren Parallelen gefällten Perpendikeln  $\Delta z$ . Da auf dem Parallelogramm  $z-c$  und auf  $\Delta S$  der Halbmesser der Kugel, nämlich  $\varrho$  senkrecht steht, so ist

$$\frac{\Delta x \cdot \Delta y}{\Delta S} = \cos(\varrho, z-c),$$

und weil  $\Delta x, \Delta y, \Delta s$ , unabhängig von  $\cos(\varrho, z-c)$ , so ist auch, nach den Grundsätzen der Differenzial-Rechnung:

$$\frac{\partial x \partial y}{\partial s} = \cos(\varrho, z-c).$$



Nun ist im Allgemeinen die Gleichung des berührenden Kreises:

$$\varrho^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2.$$

Daraus kommt, durch Differenzieren nach  $x$ ,  $y$  als constant betrachtet, und nach  $y$ ,  $x$  als constant betrachtet:

$$\frac{\partial x z}{\partial x} = -\frac{x-\alpha}{z-\gamma}; \quad \frac{\partial y z}{\partial y} = -\frac{y-\beta}{z-\gamma};$$

folglich

$$\varrho^2 = (z-\gamma)^2 \left[ 1 + \left( \frac{\partial x z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial y z}{\partial y} \right)^2 \right] \left( \frac{\partial z}{\partial z} \right)^2$$

und es ist  $\frac{z-\gamma}{\varrho} = \cos(\varrho, z-\gamma)$ ; daher

$$\cos(\varrho, z-\gamma) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\partial x z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial y z}{\partial y} \right)^2}} \left( \frac{\partial z}{\partial z} \right)^2,$$

woraus sich ergibt:

$$\partial s = \partial x \partial y \sqrt{1 + \left( \frac{\partial x z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial y z}{\partial y} \right)^2}.$$

16. Sei eine Ebene  $\alpha$ , begrenzt von einer Kurve, und den Coordinaten  $x, y$ , eines Punktes in dieser. Erhält nun  $x$  den Zusatz  $\Delta x$  und  $y$  den Zusatz  $\Delta y$ , so wird  $\Delta \alpha = y \cdot \Delta x + \Delta x \cdot \Delta y \phi_{x,y}$ , weil  $\Delta x \cdot \Delta y$  offenbar von  $\phi_{x,y}$  abhängig ist; daher ist

$$\frac{\Delta \alpha}{\Delta x} = y + \Delta y \phi_{x,y}$$

und folglich, nach den Grundsätzen der Differenzial-Rechnung:

$$\partial \alpha = y \partial x.$$

17. Sei ein Körper  $V$ , begrenzt von einer krummen Oberfläche und den Coordinaten-Ebenen  $xy, xz, yz$ , so ist, wenn die  $x, y, z$  um  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  sich vergrößern:

$$\Delta V = y \Delta x \Delta y + \Delta z \Delta x \Delta y \phi_{x,y,z}.$$

Daraus kommt, wie vorhin:

$$\frac{\Delta V}{\Delta x \Delta y} = z + \Delta z \phi_{x,y,z}, \quad \text{folglich} \quad \frac{\partial V}{\partial x \partial y} = z.$$

Hiedurch ist nun erwiesen, was der eigentliche Hauptzweck dieser Abhandlung ist, daß die Taylor'sche Reihe die ganze Analysis, sowohl die arithmetische als die geometrische umfaßt und dem ganzen höheren Kalkül nichts anders zum Grunde liegt, als das bloße Verfahren des Combinirens in Vergrößerung oder Verkleinerung veränderlicher Größen.



Über  
die Trennung der Wurzeln einer numerischen  
Gleichung mit Einer Unbekannten.

Von  
H<sup>rn</sup>. DIRKSEN.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 7. Mai 1835.]

Vorbemerkungen.

Bekanntlich läßt sich die Lösung der allgemeinen, die Bestimmung der Wurzeln einer gegebenen numerischen Gleichung mit Einer Unbekannten betreffenden, Aufgabe auf die zweier andern, und zwar der beiden folgenden, zurückführen.

I. Die reellen Wurzeln einer gegebenen numerischen Gleichung mit Einer Unbekannten zu trennen, d. h. für eine jede derselben zwei Gröfsen, Grenzen genannt, zu ermitteln, zwischen denen sie allein enthalten sei.

II. Vermittelst der gewonnenen Grenzen den Werth der entsprechenden Wurzel mit jedem beliebigen Grade von Genauigkeit zu bestimmen.

Die erste dieser beiden Aufgaben als gelöst vorausgesetzt, besitzt die Analysis hinreichende Mittel, auch die zweite zur Erledigung zu bringen. Was aber die Lösung von jener selbst anbelangt, so ist dieselbe mit solchen Schwierigkeiten verbunden, daß sie bis jetzt, aller angewendeten Bestrebungen ungeachtet, bloß mit Bezug auf die algebraischen Gleichungen zu einer vollständigen Erledigung hat gebracht werden können.

Die erste Lösung dieses Problems verdankt die Wissenschaft Lagrange. Dieselbe fordert, unter andern, die Bildung einer Hülfs Gleichung, deren Wurzeln die Quadrate der Differenzen von je zwei der Wurzeln der gegebenen Gleichung seien: — eine Anforderung, deren Erfüllung zwar stets möglich ist, jedoch zu sehr weitläufigen Rechnungen führt, sobald der Grad der gegebenen Gleichung nur einigermaßen beträchtlich ist.

Mathemat. Abhandl. 1835.

U n

Die zweite Lösung des angeregten Problems ist Fourier zu verdanken. Die betreffende Methode fordert die Bildung einer Reihe von Hilfsfunctionen mittelst des einfachen Prozesses der Differenziation einer ganzen Function, und umgeht dagegen die Bildung der Lagrangeschen, wie auch, wenn man den besondern Fall, wo zwei oder mehrere, auf einander folgende Glieder jener Reihe, für einerlei Werth der Veränderlichen, verschwinden, ausnimmt, einer jeden Hilfsgleichung gänzlich. Dieselbe ist eben deshalb, für die Anwendung, um vieles bequemer, als die Lagrangesche Methode.

Die dritte Lösung der in Rede stehenden Aufgabe endlich ist die Wissenschaft Hrn. Sturm schuldig. Dieselbe verlangt ebenfalls die Bildung einer Reihe von Hilfs-Functionen, und zwar mittelst des Prozesses der Division zweier ganzen Formen, und umgeht dagegen gleichfalls die Bestimmung der Lagrangeschen Hilfsgleichung. Wenn gleich mit Bezug auf die Bildung der erforderlichen Hilfs-Functionen weniger einfach, als die Fouriersche Methode, hat doch die, nach der Sturmschen Weise gewonnene Reihe, für den fernern Lösungs-Verlauf, ihre überwiegende Vortheile vor jener.

Keine von diesen drei verschiedenen Lösungs-Methoden ist, ihren wesentlichen Stücken nach, von der Art, daß ihre Anwendbarkeit nothwendigerweise auf die algebraischen Gleichungen beschränkt wäre. Vielmehr läßt sich eine jede derselben als Folge eines Haupt-Lehrsatzes betrachten, der auf Bedingungen beruht, welchen in dem Falle, wo das mit Null verglichene Glied der Gleichung eine ganze Function bildet, streng allgemein, außerdem aber noch in einer unbegrenzten Anzahl anderer Fälle, entsprochen werden kann. Rücksichtlich der Lagrangeschen Lösungsart liegt dieser Haupt-Lehrsatz sehr nahe. Was aber die Fouriersche und die Sturmsche Methode anbelangt, so ist die Ermittlung der entsprechenden Sätze mit mehr Schwierigkeiten verbunden, und hier deswegen zum Gegenstande einer Abhandlung gemacht worden. Dieselbe wird vielleicht zugleich dazu dienen können, die Grenzen der Anwendbarkeit beider Lösungsweisen mit der gehörigen Schärfe festzustellen, was um so weniger ohne Interesse sein dürfte, als in dieser Beziehung über die Fouriersche Methode bereits Erörterungen stattgefunden haben (vid. *Journ. de l'école polyt.* Cah. XIX, p. 382.; *Mémoires de l'Acad. d. sciences*, Tom. X, 1831.)

Die Abhandlung zerfällt in zwei Artikel. Der erste Artikel hat die Ermittlung und Begründung der zwei in Rede stehenden Haupt-Lehrsätze

zum Gegenstande. Beide sind hypothetischer Form, und setzen die mit Null verglichene Function, wenigstens innerhalb desjenigen Intervalls von besondern Werthen der ursprünglichen Veränderlichen, zwischen dessen Grenzen die Wurzeln bestimmt werden sollen, als continuirlich, und überdieß noch eine endliche Reihe von Functionen voraus, die jene gegebene Function selbst zum Anfangsglied habe, und deren übrigen Glieder sowohl mit diesem Gliede, als unter einander, in einem gewissen, näher bestimmten Zusammenhange stehen. Wäre es möglich, zu jeder gegebenen Function dieser Art eine, die betreffenden Bedingungen erfüllende, endliche Reihe von Functionen zu bestimmen, so würde, sowohl vermittelt des einen, als des andern jener Sätze, jede dadurch gebildete Gleichung, allgemein gesprochen, zur Lösung gebracht werden können. Da dies aber nicht der Fall ist, so hat der zweite Artikel eine nähere Betrachtung der Fälle und Methoden zum Gegenstande, für welche und mittelst welcher sich zu einer gegebenen Function eine, den geforderten Eigenschaften entsprechende, Reihe von Functionen gewinnen lasse.

Artikel 1.

Über eine Reihe von Functionen.

§. 1. Erklärungen.

1. Bezeichnet x eine ursprüngliche Veränderliche und

$$(I.) f_0(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_i(x), f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), \dots$$

eine, nach irgend einem Gesetze fortschreitende, endliche, oder unendliche Reihe Functionen von x , so ist es klar, daß sich aus dieser Reihe, durch Weglassung von einem oder mehreren unmittelbar auf einander folgenden, sowohl der Anfangs-, der End-, als der Anfangs- und der Endglieder zugleich, mehrere andere Reihen gewinnen lassen. Um die, auf eine solche Weise, aus (I) abgeleiteten, Reihen von einander zu unterscheiden, und demgemäß zu bezeichnen, soll, streng allgemein, diejenige Reihe, welche aus (I) entsteht, indem man die Anfangsglieder derselben bis $f_i(x)$ excl., und die Endglieder von $f_\mu(x)$ excl. an, wegläßt, d. h. die Reihe

$$f_i(x), f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), f_{i+3}(x), \dots, f_\mu(x),$$

U u 2

durch $R_{\varrho}^{(\mu)}(x)$ angedeutet werden, in welchem Zeichen also der Index ϱ mit dem Index des Anfangsgliedes $f_{\varrho}(x)$, und der Accent μ mit dem Index des Endgliedes $f_{\mu}(x)$ einerlei ist, und die Indices der einzelnen Glieder der durch dieses Zeichen dargestellten Reihe, von dem des anfänglichen an, bis zu dem des Endgliedes, um eine Einheit zunehmend fortgehen.

Diesem nach wird sich die Reihe (I) selbst bezeichnen lassen durch $R_0^{(\nu)}(x)$, in so fern sie eine endliche bildet, von deren letztem Gliede der Index r ist, — und durch $R_0^{(\infty)}(x)$, in so fern sie eine unendliche Reihe darstellt. Beide Fälle wollen wir durch $R_0^{(\omega)}(x)$ andeuten, wo also unter ω entweder ∞ oder eine angebbare ganze Zahl r zu verstehen ist, je nachdem die Reihe selbst als eine unendliche, oder als eine solche endliche gedacht wird, deren letztes Glied mit dem Index r behaftet ist. Jede, durch Weglassung blofs der Anfangsglieder bis $f_{\varrho}(x)$ excl. aus (I) gewonnene Reihe,

$$f_{\varrho}(x), f_{\varrho+1}(x), f_{\varrho+2}(x), f_{\varrho+3}(x), \dots,$$

läßt sich alsdann durch $R_{\varrho}^{(\nu)}(x)$, und jede aus ihr durch Weglassung blofs der Endglieder, von $f_{\mu}(x)$ ausschliesslich an, erzeugte Reihe,

$$f_0(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_{\mu}(x),$$

durch $R_0^{(\mu)}(x)$ darstellen.

Da eine Reihe wenigstens zwei Glieder voraussetzt, so folgt, dafs in dem Zeichen $R_{\varrho}^{(\mu)}(x)$, in der strengen Bedeutung genommen, μ stets, wenigstens um eine Einheit, gröfser, als ϱ gedacht werden mufs, — und dafs daher nur, vermöge einer Erweiterung dieser Bedeutung, das Zeichen $R_{\varrho}^{(\varrho)}(x)$ für $f_{\varrho}(x)$, was hier auch geschehen soll, gebraucht werden kann: endlich, dafs ein Zeichen dieser Form, in welchem $\mu < \varrho$ ist, vollkommen bedeutungslos ist.

2. Vorausgesetzt nun, dafs die verschiedenen Glieder der Reihe $R_{\varrho}^{(\nu)}$ insgesamt reell und vollständig bestimmt bleiben innerhalb der Grenzen irgend zweier reeller besonderer Werthe A und B der Veränderlichen x (an deren Stelle die Formen $-\infty$ und $+\infty$ treten, im Falle kein reeller Werth für x denkbar ist, für welchen die Reihe dieser Bedingung nicht entspräche): so ist es klar, dafs, streng allgemein, die Glieder der Reihe $R_{\varrho}^{(\mu)}(x)$, als sämtlich in $R_0^{(\nu)}(x)$ enthalten, dieselbe Bedingung erfüllen werden. Denkt man sich demnach in eine von den aus (I) abgeleiteten Reihen $R_{\varrho}^{(\nu)}(x)$ irgend

einen, zwischen A und B enthaltenen, reellen besondern Werth a für x gesetzt, so wird dieselbe in eine Reihe von $(\mu - \varrho + 1)$ Werthen,

$$f_{\varrho}(a), f_{\varrho+1}(a), f_{\varrho+2}(a), f_{\varrho+3}(a), \dots f_{\mu}(a),$$

übergehen, von welcher, der Annahme zufolge, jedes Glied eine vollständig bestimmte Zahl, 0 oder angebbar, und überdies, in so fern der entsprechende Zahlwerth nicht Null ist, ein vollständig bestimmtes algebraisches Zeichen darbieten wird. — Um die, auf eine solche Weise erzeugten Reihen von Werthen auf eine bequeme, und der obigen analoge, Weise zu bezeichnen, soll, streng allgemein, diejenige, welche aus $R_{\varrho}^{(\nu)}(x)$ für den besondern Werth a von x entspringt, durch $R_{\varrho}^{(\nu)}(a)$, und eine jede der übrigen wiederum dieser analog angedeutet werden.

Angenommen nun, daß kein Glied der Reihe $R_{\varrho}^{(\nu)}(x)$, für $x = a$, Null werde, wird solches auch mit keinem der Glieder von der Reihe $R_{\varrho}^{(\nu)}(x)$, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = \omega$, und von $\mu = 0$ bis $\mu = \omega$, der Fall sein; und es wird sich alsdann offenbar aus der Werth-Reihe $R_{\varrho}^{(\nu)}(a)$, durch Weglassung der Zahlwerthe ihrer verschiedenen Glieder, eine Reihe von $(\mu - \varrho + 1)$ algebraischen Zeichen gewinnen lassen. Es ist die so entstehende Zeichen-Reihe, welche hier, streng allgemein, durch $Z_{\varrho}^{(\nu)}(a)$ bezeichnet, und von welcher jedes einzelne Zeichen selbst ein Glied der Zeichen-Reihe $Z_{\varrho}^{(\nu)}(a)$, genannt werden soll.

Je zwei unmittelbar auf einander folgende Glieder dieser Zeichen-Reihe sollen ein Zeichenpaar genannt, und jedes folgende Glied des einen Paares als das vorhergehende des unmittelbar folgenden betrachtet werden: dergestalt, daß eine Zeichen-Reihe von $(\mu - \varrho + 1)$ Gliedern $(\mu - \varrho)$ Zeichenpaare enthalten wird.

Von jedem Zeichenpaare soll gesagt werden, daß es einen Zeichenstand bilde; und es soll dieser Zeichenstand eine Zeichenfolge, oder ein Zeichenwechsel heißen, je nachdem die beiden Zeichen des betreffenden Paares einerlei, oder verschieden sind. Hiernach bildet offenbar der Zeichenstand, sowohl von $(+, +)$, als von $(-, -)$ eine Zeichenfolge; dagegen der von $(+, -)$, wie auch von $(-, +)$ einen Zeichenwechsel.

Die Anzahl der, in einer Zeichen-Reihe enthaltenen, Zeichenpaare, welche beziehungsweise eine Zeichenfolge bilden, heiße die Anzahl der Zeichenfolgen der Reihe; indeß die Anzahl der in einer Zeichen-Reihe

enthaltenen Zeichenpaare, die beziehungsweise einen Zeichenwechsel bilden, die Anzahl der Zeichenwechsel der Reihe genannt werden mag.

Zusatz. Da hiernach jedem Zeichenpaare ein Zeichenstand, und jedem Zeichenstand entweder eine Zeichenfolge, oder ein Zeichenwechsel entspricht: so folgt mit Nothwendigkeit, daß die Summe der Zahlen, welche beziehungsweise die Anzahl der Zeichenfolgen und der Zeichenwechsel einer Zeichen-Reihe $Z_{\rho}^{(\mu)}(a)$ darstellen, der Anzahl der, in derselben enthaltenen Zeichenpaare, also $\mu - \rho$, gleich ist; — wie auch, daß die Zeichen-Reihe $Z_{\rho}^{(\mu)}(a)$ von einer jeden dieser beiden Gattungen von Zeichenständen (ρ und μ als vollständig bestimmt gedacht) eine vollständig bestimmte Anzahl enthalten wird.

3. Was nun die Verschiedenheit zweier, auf die vorhin erörterte Weise gebildeter, Zeichen-Reihen betrifft, so kann diese offenbar in mehrern Beziehungen aufgefaßt werden. Für den hier vorliegenden besondern Zweck ist es indess vollkommen hinreichend, dieselbe bloß in so fern ins Auge zu fassen, als sie die Anzahl der Zeichenfolgen und der Zeichenwechsel derselben betrifft. Da nun, dem Obigen nach, sobald, von einer vorgegebenen Reihe, die Anzahl der Zeichenstände von der einen Gattung gegeben ist, die der andern Gattung ebenfalls gegeben sein wird; so wird es wiederum gestattet sein, sich hierbei auf die Angabe von Einer dieser Zahlen zu beschränken. Wir wollen hier, zu diesem Behufe, die Anzahl der Zeichenwechsel nehmen, und dieselbe, streng allgemein, für die Zeichenreihe $Z_{\rho}^{(\mu)}(a)$ mit $N_{\rho}^{(\mu)}(a)$ bezeichnen.

Was ferner den Unterschied, zwischen der Anzahl der Zeichenwechsel zweier, einerlei Functions-Reihe $R_{\rho}^{(\mu)}(x)$ entsprechender, Zeichen-Reihen $Z_{\rho}^{(\mu)}(a)$ und $Z_{\rho}^{(\mu)}(b)$ vorhanden, betrifft, so soll dieser durch $\Delta_{\rho}^{(\mu)}(a, b)$ dargestellt werden, und zwar so, daß

$$\Delta_{\rho}^{(\mu)}(a, b) = N_{\rho}^{(\mu)}(a) - N_{\rho}^{(\mu)}(b)$$

sei.

Endlich: bezeichnet a einen vollständig bestimmten, und a' einen solchen reellen besondern Werth von x , daß, von $x = a$ bis $x = a'$ excl., keine von den Gliedern der Reihe $R_{\rho}^{(\mu)}(x)$ Null werde: so soll jeder beliebige, zwischen a und a' enthaltene, nicht näher bestimmte, besondere Werth von x durch $> a'$, wenn $a > a'$, und durch $< a'$, wenn $a < a'$ gedacht wird, — wie auch die, einem solchen besondern Werth von x entsprechende, Werth-

Reihe durch $R_{\varphi}^{(u)}(>a')$, $R_{\varphi}^{(u)}(<a')$, — die Zeichen-Reihe durch $Z_{\varphi}^{(u)}(>a')$, $Z_{\varphi}^{(u)}(<a')$, — die Anzahl der Zeichenwechsel durch $N_{\varphi}^{(u)}(>a')$, $N_{\varphi}^{(u)}(<a')$, — schliesslich die Differenz der Zeichenwechsel zweier solcher Gestalt bezeichneten Zeichen-Reihen, der obigen Bestimmung gemäss, dargestellt werden.

Zusatz. Aus den vorigen Bestimmungen folgt:

1. dass das Zeichen $N_{\varphi}^{(u)}(a)$ stets eine positive ganze Grösse, Null, oder angebar, bezeichnen, und für $\mu = \varphi$ beständig als Null zu betrachten sein wird.
2. Dass das Zeichen $\Delta_{\varphi}^{(u)}(\frac{a}{b})$ stets eine ganze Grösse darstellt, welche positiv, Null, oder negativ sein wird, je nachdem $N_{\varphi}^{(u)}(a) \geq N_{\varphi}^{(u)}(b)$ ist.

§. 2. Lehrsätze.

4. Dem Vorigen nach ist es einleuchtend, dass, in so fern i eine zwischen φ und μ einschliesslich enthaltene, ganze Zahl bezeichnet, die Anzahl der Zeichenpaare von $Z_{\varphi}^{(u)}(a)$ der Summe von denen von $Z_i^{(u)}(a)$ und $Z_{i'}^{(u)}(a)$ gleich ist; wie auch, dass jedem einzelnen Zeichenwechsel von $Z_{\varphi}^{(u)}(a)$ ein einzelner Zeichenwechsel von $Z_i^{(u)}(a)$ und $Z_{i'}^{(u)}(a)$, und umgekehrt, entspricht. Mithin wird die Anzahl der Zeichenwechsel von $Z_{\varphi}^{(u)}(a)$ der Summe der Anzahl der Zeichenwechsel von $Z_i^{(u)}(a)$ und $Z_{i'}^{(u)}(a)$ gleich sein. — Aus denselben Gründen wird, wenn k eine, zwischen φ und i einschliesslich enthaltene, ganze Zahl bezeichnet, die Anzahl der Zeichenwechsel von $Z_{\varphi}^{(u)}(a)$ der Summe von denen von $Z_k^{(u)}(a)$ und $Z_{k'}^{(u)}(a)$ gleich sein.

Verbindet man mit diesem Ergebniss die in No. 3. gemachte Bestimmung, und setzt $k = i - i'$: so erlangt man

Lehrsatz 1. Bezeichnen i und $i - i'$ zwei zwischen φ und μ einschliesslich enthaltene ganze Zahlen, so hat man

$$N_{\varphi}^{(\mu)}(a) = N_{\varphi}^{(i-i')}(a) + N_{i-i'}^{(i)}(a) + N_i^{(\mu)}(a).$$

Da, nach eben diesem Satze,

$$N_{\varphi}^{(\mu)}(b) = N_{\varphi}^{(i-i')}(b) + N_{i-i'}^{(i)}(b) + N_i^{(\mu)}(b)$$

ist; so hat man, indem man diese Gleichung mit der vorigen verbindet,

$$N_{\varphi}^{(\mu)}(a) - N_{\varphi}^{(\mu)}(b) = \{N_{\varphi}^{(i-i')}(a) - N_{\varphi}^{(i-i')}(b)\} + \{N_{i-i'}^{(i)}(a) - N_{i-i'}^{(i)}(b)\} + \{N_i^{(\mu)}(a) - N_i^{(\mu)}(b)\}.$$

Da endlich, nach No. 3., streng allgemein,

$$N_{\varphi}^{(i-i')}(a) - N_{\varphi}^{(i-i')}(b) = \Delta_{\varphi}^{(i-i')}\left(\frac{a}{b}\right)$$

ist: so erlangt man

Lehrsatz 2. Bezeichnen i und $i-i'$ zwei, zwischen ϱ und μ einschliesslich enthaltene positive ganze Grössen, so ist

$$\Delta_{\varrho}^{(\mu)}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right) = \Delta_{\varrho}^{(i-i')}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right) + \Delta_{i-i'}^{(i)}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right) + \Delta_i^{(\mu)}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right).$$

Nach Lehrsatz 1. ist, indem man $i-i' = \varrho + 1$, und $i' = 0$ setzt, und, nach No. 3., die Gleichung $N_i^{(i)}(a) = 0$ berücksichtigt,

$$N_{\varrho}^{(\mu)}(a) = N_{\varrho}^{(\varrho+1)}(a) + N_{\varrho+1}^{(\mu)}(a).$$

Da nun die, der Zahl $N_{\varrho}^{(\varrho+1)}(a)$ entsprechende Zeichen-Reihe $Z_{\varrho}^{(\varrho+1)}(a)$ blofs zwei Glieder enthält, und eben deshalb entweder einen Zeichenwechsel, oder eine Zeichenfolge darbieten mufs (No. 2.), so hat man

$$N_{\varrho}^{(\varrho+1)}(a) = \text{vel } 0, \text{ vel } 1;$$

also
$$N_{\varrho}^{(\mu)}(a) = \text{vel } N_{\varrho+1}^{(\mu)}(a), \text{ vel } N_{\varrho+1}^{(\mu)}(a) + 1.$$

Aus denselben Gründen hat man

$$N_{\varrho}^{(\mu)}(b) = \text{vel } N_{\varrho+1}^{(\mu)}(b), \text{ vel } N_{\varrho+1}^{(\mu)}(b) + 1:$$

folglich

$$\begin{aligned} N_{\varrho}^{(\mu)}(a) - N_{\varrho}^{(\mu)}(b) &= \text{vel } \{N_{\varrho+1}^{(\mu)}(a) - N_{\varrho+1}^{(\mu)}(b)\} - 1, \\ &\text{vel } \{N_{\varrho+1}^{(\mu)}(a) - N_{\varrho+1}^{(\mu)}(b)\}, \\ &\text{vel } \{N_{\varrho+1}^{(\mu)}(a) - N_{\varrho+1}^{(\mu)}(b)\} + 1. \end{aligned}$$

Vermöge No. 3. hat man also

Lehrsatz 3. Es ist

$$\begin{aligned} \Delta_{\varrho}^{(\mu)}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right) &= \text{vel } \Delta_{\varrho+1}^{(\mu)}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right) - 1, \\ &\text{vel } \Delta_{\varrho+1}^{(\mu)}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right), \\ &\text{vel } \Delta_{\varrho+1}^{(\mu)}\left(\begin{smallmatrix} a \\ b \end{smallmatrix}\right) + 1. \end{aligned}$$

5. Jetzt werde angenommen, dafs das allgemeine Glied der Reihe $R_0^{(r)}(x)$, $f_{\varrho}(x)$, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r$, wo r irgend eine bestimmte ganze Zahl, gröfser, als Null und nicht gröfser, als ω bezeichnet, also ein jedes Glied der Reihe $R_0^{(r)}(x)$, continuirlich bleibe innerhalb der Grenzen zweier gegebener reeller Werthe A und B von x , von denen, der Deutlichkeit wegen, $A < B$ sei, und für welche beziehungsweise die Formen $-\infty$ und $+\infty$ genommen werden mögen, um anzudeuten, dafs jene Functionen dieser Bedingung für alle reellen Werthe von x entsprechen; ferner werde angenommen, dafs die verschiedenen Glieder der Reihe $R_0^{(r)}(x)$ in einem solchen Zusammenhange mit einander stehen, dafs, wenn c_{ϱ} einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x bezeichnet, für welchen man hat

$$f_{\varrho}(x) = 0,$$

und h eine positiv-bleibende Veränderliche andeutet, alsdann stets

dagegen $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi}(c_{\xi} - h)$ und $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi+1}(c_{\xi} - h)$ ungleichnamig,

$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi}(c_{\xi} + h)$ und $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi+1}(c_{\xi} + h)$ gleichnamig

seien. — Es ist ein solcher Theil $R_0^{(i)}(x)$ der Reihe $R_0^{(r)}(x)$, der hier zunächst einer nähern Betrachtung unterworfen werden soll.

Es seien μ und i irgend zwei ganze Zahlen, $\mu > i$, und $\mu \leq r$, in welchem Falle also μ angebbar sein wird. Alsdann ist es klar, daß auch die Reihe $R_i^{(i)}(x)$ jene Bedingungen erfüllen wird. Angenommen nun, daß c'_{ξ} und c''_{ξ} zwei von einander verschiedene, jedoch zwischen A und B enthaltene, besondere Werthe von x bezeichnen, für welche irgend ein Glied $f_{\xi}(x)$ der Reihe $R_i^{(i)}(x)$ Null werde, und daß diese keinen Werth zwischen sich enthalten, für welchen dasselbe stattfindet; so werden offenbar, vermöge der vorausgesetzten Continuität von $f_{\xi}(x)$, in so fern man $c'_{\xi} < c''_{\xi}$ annimmt,

$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi}(c'_{\xi} + h)$ und $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi}(c''_{\xi} - h)$ gleichnamig

sein. Nun hat man, den fernern Voraussetzungen nach,

$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi}(c'_{\xi} + h)$ und $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi+1}(c'_{\xi} + h)$ gleichnamig,

$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi}(c''_{\xi} - h)$ und $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi+1}(c''_{\xi} - h)$ ungleichnamig:

daher, wie leicht zu übersehen,

$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi+1}(c'_{\xi} + h)$ und $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\xi+1}(c''_{\xi} - h)$ ungleichnamig.

Kraft des Begriffs eines Grenzwertes einer Function wird also, unter diesen Annahmen, eine solche angebbare positive GröÙe ε denkbar sein, daß, von $h = \varepsilon$ bis $h = 0$, die besondern Werthe der Functionen von h ,

$$f_{\xi+1}(c'_{\xi} + h) \text{ und } f_{\xi+1}(c''_{\xi} - h),$$

für einerlei Werth von h , beständig ungleichnamig seien. Mithin wird, vermöge der Continuität, ein besonderer Werth $k'_{\xi+1}$ für x , zwischen c'_{ξ} und c''_{ξ} einschließlichs enthalten, denkbar sein, für welchen man habe

$$f_{\xi+1}(x) = 0.$$

Bezeichnen demnach c'_{ξ} und c''_{ξ} zwei, der GröÙe nach, unmittelbar aufeinander folgende besondere Werthe von x , für welche man hat

$$f_{\xi}(x) = 0:$$

so giebt es stets wenigstens Einen zwischen c'_i und c''_i enthaltenen besondern Werth k'_{i+1} von x , für welchen

$$f_{i+1}(x) = 0$$

sein wird.

Durch eine wiederholte Anwendung dieses Ergebnisses erlangt man

Lehrsatz 4. Bezeichnen $c'_i, c''_i, c'''_i, \dots, c^{(n)}_i$ eine Anzahl von n verschiedenen, insgesamt zwischen A und B enthaltenen, ihrer Gröfse nach geordneten, besondern Werthe von x , für welche beziehungsweise das Glied $f_i(x)$ der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ Null wird: so giebt es stets eine Anzahl von wenigstens $(n-1)$ von einander verschiedenen, ebenfalls zwischen A und B enthaltenen besondern Werthen von x ,

$$k'_{i+1}, k''_{i+1}, k'''_{i+1}, \dots, k^{(n-1)}_{i+1},$$

für welche beziehungsweise das nächstfolgende Glied $f_{i+1}(x)$ der Reihe $R_{i+1}^{(n)}(x)$ ebenfalls Null wird, und von denen, streng allgemein, der Werth $k^{(\nu)}_{i+1}$ zwischen den Werthen $c^{(\nu)}_i$ und $c^{(\nu+1)}_i$ enthalten ist.

6. Angenommen, dafs für irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x die n unmittelbar auf einander folgenden Glieder

$$f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), f_{i+3}(x), \dots, f_{i+n}(x)$$

der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ gleichzeitig Null werden, so hat man, den Voraussetzungen zufolge,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+n+1}(c+h) \text{ gleichnamig;}$$

dagegen

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+n+1}(c-h)$$

gleich-, oder ungleichnamig, je nachdem die Zahl n gerade, oder ungerade ist. Nimmt man nun ausdrücklich an, dafs der Werth von $f_{i+n+1}(x)$ nicht Null werde für $x=c$: so hat man, vermöge der Continuität von $f_{i+n+1}(x)$ (Vorauss.),

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+n+1}(c-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+n+1}(c+h) \text{ gleichnamig:}$$

folglich, vermöge des Obigen,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c+h)$$

gleich-, oder ungleichnamig, je nachdem n gerade, oder ungerade ist. Daher

Lehrsatz 5. Werden, für irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x eine Anzahl von n unmittelbar auf einander folgenden Gliedern

$$f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), f_{i+3}(x), f_{i+4}(x), \dots, f_{i+n}(x),$$

der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ zugleich Null, und das Glied $f_{i+n+1}(x)$ nicht: so werden

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c+h)$$

gleich-, oder ungleichnamig sein, je nachdem n gerade, oder ungerade ist.

7. Dem Vorigen nach wird jedem, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , in so fern für denselben keins der Glieder der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ in Null übergeht, eine gewisse, aus $(n-i+1)$ Gliedern bestehende, Zeichen-Reihe $Z_i^{(n)}(c)$ entsprechen. Betrachten wir jetzt die Verschiedenheit der Zeichen-Reihen, die aus $R_i^{(n)}(x)$ entstehen, indem man sich x von A bis B veränderlich denkt.

Es ist sogleich einleuchtend, dafs alle so entstehenden Zeichen-Reihen durchgängig, d. h. Glied für Glied, einerlei sein werden, in so fern, innerhalb eben jenes Intervalls von besonderen Werthen für x , die entsprechenden besondern Werthe der verschiedenen Glieder der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ gleichnamig sind. Nur in so fern also, als Eins, oder mehrere von den Gliedern der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ beziehungsweise für $x=a$ ein anderes Zeichen, als für $x=b$ annehmen, werden zwei jener Zeichen-Reihen $Z_i^{(n)}(a)$ und $Z_i^{(n)}(b)$ von einander verschieden sein können. Da nun, der Voraussetzung zufolge, die verschiedenen Glieder der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ continuirlich sind von $x=A$ bis $x=B$; so werden die besondern Werthe von keinem derselben für zwei besondere Werthe a und b von x , zwischen A und B enthaltend, ungleichnamig sein können, wofern es nicht wenigstens Einen, zwischen a und b enthaltenen, besondern Werth c von x gibt, für welchen ein solches Glied den Werth Null erlangt. Mithin werden die Zeichen-Reihen $Z_i^{(n)}(a)$, $Z_i^{(n)}(b)$ nur in so fern von einander verschieden sein können, als wenigstens für Einen, zwischen a und b enthaltenen, besondern Werth c von x Eins oder mehrere jener Glieder Null werden.

Es ist aber leicht zu übersehen, dafs hieraus nicht gefolgert werden darf, dafs, wenn die Zeichen-Reihen $Z_i^{(n)}(a)$, $Z_i^{(n)}(b)$ durchgängig einerlei sind, alsdann keins der Glieder von $R_i^{(n)}(x)$, für irgend einen, zwischen a

und b enthaltenen, besondern Werth von x Null werde. Vorausgesetzt, daß $f_i(a)$ und $f_i(b)$, wie auch $f_{i+1}(a)$ und $f_{i+1}(b)$ beziehungsweise gleichnamig seien; so sind zwei Fälle denkbar. Entweder wird, indem sich x von a bis b ändert, $f_i(x)$ ein- oder mehrmals Null, oder solches ist nicht der Fall. Wird $f_i(x)$ ein- oder mehrmals Null, und bezeichnen $c_1, c_2, c_3, c_4, \dots, c_n$ die, nach ihrer Gröfse geordneten, entsprechenden besondern Werthe von x ; so muß, nach Lehrs. 4., $f_{i+1}(x)$ wenigstens $(n-1)$ mal den Werth Null erlangen, und zwar insgesamt für Werthe von x , die größer, als c_1 und $< c_n$ sind. Den Voraussetzungen nach hat man alsdann

$f_i(< c_1)$ und $f_{i+1}(< c_1)$ ungleichnamig,

$f_i(> c_n)$ und $f_{i+1}(> c_n)$ gleichnamig,

$f_i(a)$ und $f_i(< c_1)$ gleichnamig.

Sind demnach $f_i(a)$ und $f_{i+1}(a)$ gleichnamig: so sind $f_{i+1}(a)$ und $f_{i+1}(< c_1)$ ungleichnamig: mithin gibt es wenigstens Einen Werth k_1 für x , zwischen a und c_1 , — und daher wenigstens n Werthe $k_1, k_2, k_3, k_4, \dots, k_n$ für x , zwischen a und b enthalten, für welche $f_{i+1}(x)$ den besondern Werth Null erlangt. Sind aber $f_i(a)$ und $f_{i+1}(a)$ ungleichnamig, so sind es auch, der in Rede stehenden Annahme zufolge, $f_i(b)$ und $f_{i+1}(b)$. Da nun, wie schon bemerkt, $f_i(> c_n)$ und $f_{i+1}(> c_n)$ gleichnamig sind, und es, der Annahme nach, keinen Werth zwischen c_n und b gibt, für welchen $f_i(x)$ Null wird: so folgt, daß es wenigstens auch Einen Werth zwischen c_n und b , — und daher n Werth zwischen a und b für x geben muß, für welchen $f_{i+1}(x)$ in den besondern Werth Null übergeht. Da endlich, wenn auch $f_i(x)$ nicht den Werth Null erlangt, von $x = a$ bis $x = b$, dennoch $f_{i+1}(x)$ ein- oder mehrmals Null werden kann: so folgt, daß, wenn $f_i(a)$ und $f_i(b)$, wie auch $f_{i+1}(a)$ und $f_{i+1}(b)$ beziehungsweise gleichnamig sind, alsdann $f_i(x)$, von $x = a$ bis $x = b$, nicht öfter den Werth Null annehmen kann, als $f_{i+1}(x)$.

Vermöge des vorhin gewonnenen, und einer wiederholten Anwendung des so eben erlangten Ergebnisses erhält man

Lehrsatz 6. a. Wird, indem sich x von a bis b , beziehungsweise zwischen A und B enthalten, ändert, keins von den Gliedern der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ Null: so sind die Zeichen-Reihen $Z_i^{(n)}(a)$ und $Z_i^{(n)}(b)$, Glied für Glied, einerlei; und es können dieselben nur in so fern von einander ver-

schieden sein, als wenigstens für Einen, zwischen a und b enthaltenen, besondern Werth c von x wenigstens Eins jener Glieder Null wird.

β) Sind die Zeichen-Reihen $Z_i^{(u)}(a)$ und $Z_i^{(u)}(b)$, Glied für Glied, einerlei: so kann, von $x = a$ bis $x = b$, jedes vorhergehende Glied $f_i(x)$ der Reihe $R_i^{(u)}(x)$ nicht öfter den Werth Null erlangen, als das unmittelbar folgende $f_{i+1}(x)$.

Zusatz. Wird also, unter den vorigen Annahmen, das Endglied $f_i(x)$ der Reihe $R_i^{(u)}(x)$, von $x = a$ bis $x = b$, niemals Null: so kann auch keins der Glieder von $R_i^{(u)}(x)$, von $x = a$ bis $x = b$, Null werden.

8. Angenommen, daß von der Reihe $R_i^{(u)}(x)$ die n ersten Glieder,

$$f_i(x), f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), f_{i+3}(x), \dots, f_{i+n-1}(x),$$

für irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x gleichzeitig Null werden: so hat man, den Grundvoraussetzungen zufolge, von $\varrho = i$, bis $\varrho = i+n-1$,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho}(c-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+1}(c-h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho}(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+1}(c+h) \text{ gleichnamig.}$$

Vermöge Lehrs. 6. α) und No. 3. folgt hieraus:

$$f_{\varrho}(<c) \text{ und } f_{\varrho+1}(<c) \text{ ungleichnamig,}$$

$$f_{\varrho}(>c) \text{ und } f_{\varrho+1}(>c) \text{ gleichnamig,}$$

und zwar von $\varrho = i$ bis $\varrho = i+n-1$: daher, wie leicht zu übersehen, $i+n-1 < \mu$ vorausgesetzt,

$$N_i^{(i+n)}(<c) = n, \quad N_i^{(i+n)}(>c) = 0,$$

mithin

$$\Delta_i^{(i+n)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) = n.$$

Da nun, nach Lehrs. 2.,

$$\Delta_i^{(u)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) = \Delta_i^{(i+n)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) + \Delta_{i+n}^{(u)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right)$$

ist: so erlangt man, indem man diese Gleichung mit der vorigen verbindet,

Lehrsatz 7. Werden, für den besondern Werth c von x , zwischen A und B enthalten, die n ersten Glieder der Reihe $R_i^{(u)}(x)$ beziehungsweise

Null: so hat man, in so fern $i+n-1 < \mu$ ist, was auch mit den übrigen Gliedern vorgehe,

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = n + \Delta_{i+n}^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right).$$

Zusatz 1. Sind die Zeichen-Reihen $Z_{i+n}^{(\mu)} (< c)$ und $Z_{i+n}^{(\mu)} (> c)$ einerlei: so hat man

$$N_{i+n}^{(\mu)} (< c) = N_{i+n}^{(\mu)} (> c):$$

daher

$$\Delta_{i+n}^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0.$$

Verbindet man diese Gleichung mit der vorigen, so kommt

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = n.$$

Zusatz 2. Ist $i+n-1 = \mu$, so hat man, unter der Voraussetzung von Zus. 1.,

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = n-1 = \mu-1.$$

9. Nimmt man an, daß für irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , die $(i'+1)$ ersten Glieder,

$$f_i(x), f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), f_{i+3}(x), \dots, f_{i+i'}(x),$$

oder die sämtlichen Glieder der Reihe $R_{i+i'}^{(i+i')}(x)$, nicht Null werden, indefs dagegen die n unmittelbar folgenden,

$$f_{i+i'+1}(x), f_{i+i'+2}(x), f_{i+i'+3}(x), \dots, f_{i+i'+n}(x),$$

beziehungsweise in den besondern Werth Null übergehen: so hat man, dem 6^{ten} Lehrs. α) und No. 3. zufolge,

$$\Delta_i^{(i+i')} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0;$$

und, nach Lehrs. 7., in so fern $i+i'+n < \mu$ ist,

$$\Delta_{i+i'+1}^{(i+i'+n+1)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = n.$$

Ferner hat man, da $f_{i+i'}(x)$ nicht Null wird für $x = c$ (Vorauss.)

$$f_{i+i'}(< c) \text{ und } f_{i+i'}(> c) \text{ gleichnamig;}$$

wie auch, nach Lehrs. 5.,

$$f_{i+i'+1}(<c) \text{ und } f_{i+i'+1}(>c)$$

gleichnamig oder ungleichnamig, je nachdem n gerade, oder ungerade ist.

Ist demnach n gerade, so ist

$$N_{i+i'}^{(i+i'+1)}(<c) = N_{i+i'}^{(i+i'+1)}(>c):$$

mithin

$$\Delta_{i+i'}^{(i+i'+1)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} = 1.$$

Ist aber n ungerade, und sind

$$\alpha) f_{i+i'}(<c) \text{ und } f_{i+i'+1}(<c) \text{ gleichnamig:}$$

so ist

$$N_{i+i'}^{(i+i'+1)}(<c) = N_{i+i'+1}^{(i+i'+1)}(>c) - 1:$$

mithin

$$\Delta_{i+i'}^{(i+i'+1)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} = -1.$$

Sind dagegen, für n ungerade,

$$\beta) f_{i+i'}(<c) \text{ und } f_{i+i'+1}(<c) \text{ ungleichnamig;}$$

so ist

$$N_{i+i'}^{(i+i'+1)}(<c) = N_{i+i'+1}^{(i+i'+1)}(>c) + 1:$$

daher

$$\Delta_{i+i'}^{(i+i'+1)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} = 1.$$

Da nun, nach Lehrsatz 2.,

$$\Delta_i^{(u)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} = \Delta_{i+i'}^{(i+i')} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} + \Delta_{i+i'+1}^{(i+i'+1)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} + \Delta_{i+i'+n+1}^{(i+i'+n+1)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} + \dots \Delta_{i+i'+n+1}^{(u)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix}$$

ist: so erlangt man

Lehrsatz 8. Werden, für irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , von den, in $R_i^{(u)}(x)$ enthaltenen Gliedern, die Glieder der Reihe $R_{i+i'+n}^{(i+i'+n)}(x)$ alle angebar: dagegen die Glieder der Reihe $R_{i+i'+1}^{(i+i'+1)}(x)$ insgesamt Null: so hat man, in so fern $i+i'+n < \mu$ ist, was auch für die übrigen Glieder stattfindet,

$$\Delta_i^{(\mu)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} = n + \Delta_{i+i'+n+1}^{(u)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix},$$

wenn n gerade ist;

$$\Delta_i^{(u)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix} = n - 1 + \Delta_{i+i'+n+1}^{(u)} \begin{pmatrix} <c \\ >c \end{pmatrix},$$

wenn n ungerade ist, und $f_{i+i'}(<c)$ und $f_{i+i'+1}(<c)$ gleichnamig sind;

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) = n+1 + \Delta_{i+i'+n+1}^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right),$$

wenn n ungerade ist, und $f_{i+i'}(<c)$ und $f_{i+i'+1}(<c)$ ungleichnamig sind.

Zusatz 1. Sind die Zeichen-Reihen $Z_{i+i'+n+1}^{(\mu)}(<c)$ und $Z_{i+i'+n+1}^{(\nu)}(>c)$ einerlei; so hat man

$$\Delta_{i+i'+n+1}^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) = 0;$$

daher

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) = n,$$

wenn n gerade ist;

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) = n-1,$$

wenn n ungerade ist, und $f_{i+i'}(<c)$ und $f_{i+i'+1}(<c)$ gleichnamig sind:

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix} \right) = n+1,$$

wenn n ungerade ist, und $f_{i+i'}(<c)$ und $f_{i+i'+1}(<c)$ ungleichnamig sind.

Zusatz 2. Ist $i+i'+n=\mu$; so tritt, nach Zus. 2., Lehrs. 7., sowohl in dem vorigen Lehrs., als in dessen Zus. 1., $n-1$ an die Stelle von n .

10. Es sind in den zwei unmittelbar vorhergehenden Sätzen blofs die beiden einfachsten Fälle der, für irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , verschwindenden Glieder der Reihe $R_i^{(\mu)}(x)$ betrachtet worden. Beide Fälle haben das gemeinschaftlich, dafs sie die Glieder, welche zugleich in den besondern Werth Null übergehen, als unmittelbar auf einander folgend voraussetzen; dagegen wiederum das Verschiedene, dafs der erste Fall ausdrücklich das Anfangsglied der Reihe $R_i^{(\mu)}(x)$ selbst enthält, welches aber bei dem zweiten eben so ausdrücklich ausgeschlossen bleibt. Der allgemeine Fall ist nun offenbar derjenige, wo, für irgend einen Werth c von x , die Glieder der Reihe $R_i^{(\mu)}(x)$ gruppenweise in Null übergehen. Da dieser aber, wie leicht zu übersehen, als eine Zusammensetzung der beiden vorigen Fälle angesehen werden kann; so wird hier eine gesonderte Betrachtung desselben übergangen werden können.

Eine wiederholte Anwendung der Zus. 1. von den Lehrs. 7. und 8. führt nun, wie leicht zu übersehen, zu

Lehrsatz 9. Es bezeichnen A und B irgend zwei reelle besondere Werthe der ursprünglichen Veränderlichen x , von denen $A < B$; r bezeichne eine angebbare ganze Zahl, gröfser, als 1, und nicht gröfser, als ω ; ferner bezeichnen i und μ zwei ganze Zahlen, von denen $i < r$, und $\mu > i$, und $\leq r$ sei; endlich bezeichne

$$f_0(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_i(x), f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), \dots, f_\omega(x),$$

oder $R_j^{(i)}(x)$, eine endliche, oder unendliche, den folgenden Bedingungen entsprechende, Reihe von Functionen:

α) dafs ihre verschiedenen Glieder, entweder insgesamt, oder wenigstens von $g=0$ bis $g=r$, continuirlich bleiben für alle besondern Werthe von x , von $x=A$ bis $x=B$;

β) dafs, wenn c_i einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x bezeichnet, für welchen man hat

$$f_i(x) = 0,$$

alsdann stets, h als eine positiv-bleibende Veränderliche betrachtet,

dagegen $\overset{g=0}{\text{Gr}} f_i(c_i - h)$ und $\overset{g=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c_i - h)$ ungleichnamig,

$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_i(c_i + h)$ und $\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+1}(c_i + h)$ gleichnamig

seien, und zwar von $g=0$ bis $g=r-1$ einschliesslich;

γ) dafs die besondern Werthe der $f_\mu(x)$, von $x=A$ bis $x=B$, keine Zeichen-Änderung erleiden.

Dies vorausgesetzt, hat man, indem man sich für x , nach und nach, alle, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthe gesetzt denkt,

1) in so fern a und b zwei solche, zwischen A und B enthaltene, besondere Werthe von x bezeichnen, von denen $b > a$, und für welche beziehungsweise kein Glied der Reihe $R_i^{(\mu)}(x)$ in Null übergeht,

$$\Delta_i^{(\mu)}(a, b) = \text{vel Null, vel einer positiven ganzen Gröfse};$$

2) so oft für einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , eine Anzahl n der unmittelbar auf einander folgenden Glieder der Reihe $R_i^{(\mu)}(x)$, einschliesslich des anfänglichen $f_i(x)$, den Werth Null erlangt, $n < \mu - i + 1$ vorausgesetzt,

$$\Delta_i^{(\mu)}(\overset{< c}{> c}) = n;$$

3) so oft für einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , eine Anzahl n der unmittelbar auf einander folgenden Glieder der Reihe $R_i^{(\mu)}(x)$, ausschließlich des anfänglichen $f_i(x)$, Null wird, in so fern $f_{i+i'+1}(x)$ als das erste der verschwindenden Glieder betrachtet wird,

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = n,$$

wenn n gerade ist;

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = n-1,$$

wenn n ungerade ist, und $f_{i+i'}(<c)$ und $f_{i+i'+1}(<c)$ gleichnamig sind:

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = n+1,$$

wenn n ungerade ist, und $f_{i+i'}(<c)$ und $f_{i+i'+1}(<c)$ ungleichnamig sind.

Zusatz 1. Bezeichnen $c_1, c_2, c_3 \dots c_v$ eine Anzahl v verschiedener, zwischen A und B enthaltenen, und zunehmend geordneter, besonderer Werthe von x , für welche Eins, oder mehrere der Glieder von $R_i^{(\mu)}(x)$ in Null übergehen; so hat man, in so fern noch ausdrücklich angenommen wird, dafs für alle übrigen, zwischen A und B denkbaren, reellen besondern Werthen von x , kein Glied der Reihe $R_i^{(\mu)}(x)$ Null werde,

$$\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} A \\ B \end{smallmatrix} \right) = \Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c_1 \\ > c_1 \end{smallmatrix} \right) + \Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c_2 \\ > c_2 \end{smallmatrix} \right) + \Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c_3 \\ > c_3 \end{smallmatrix} \right) + \dots + \Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c_v \\ > c_v \end{smallmatrix} \right).$$

Zusatz 2. Da also, so oft, von $x=A$ bis $x=B$, die Function $f_i(x)$, für $x=c$, in Null übergeht, $\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) \geq 1$ sein wird; so folgt, dafs die Anzahl der verschiedenen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthe von x , für welchen die Gleichung $f_i(x)=0$ stattfindet, niemals gröfser, aber wohl kleiner, als $\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} A \\ B \end{smallmatrix} \right)$ sein kann; und ferner, da $\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} A \\ B \end{smallmatrix} \right)$ niemals gröfser, als $\mu-i$ sein kann, so wird auch die Anzahl jener Werthe niemals gröfser, als $\mu-i$ sein können.

Zusatz 3. Da, wenn für $x=c$, $f_i(x)$ nicht Null wird, $\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right)$ nur eine gerade Zahl, einschliesslich der Null, sein kann; so folgt, dafs, wenn $\Delta_i^{(\mu)} \left(\begin{smallmatrix} A \\ B \end{smallmatrix} \right)$ eine ungerade Zahl bildet, wenigstens für Einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x die Gleichung $f_i(x)=0$ stattfinden wird.

Zusatz 4. So viele Änderungen in den Zeichenständen der verschiedenen Zeichen-Reihen, den verschiedenen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthen von x entsprechend, aus solchen besondern Werthen

von x entspringen, für welche $f'(x)$ nicht Null wird, — eben so viel beträgt die Zahl $\Delta_i^{(n)}(A, B)$ mehr, als die Anzahl der, von einander verschiedenen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthe von x , welche der Gleichung $f'(x) = 0$ Genüge leisten, ohne zugleich Eins, oder mehrere von den übrigen Gliedern der Reihe $R_i^{(n)}(x)$ gleich Null zu machen. Da nun jene Anzahl stets gerade ist; so folgt, daß die Anzahl aller verschiedenen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthe von x , welche der Gleichung $f'(x) = 0$ Genüge leisten, ohne zugleich irgend Eins, oder mehrere von den übrigen Gliedern der Reihe zum Verschwinden zu bringen, stets von der Form

$$\Delta_i^{(n)}(A, B) = 2n$$

ist, wo n irgend eine, mit Einschluss der Null, ganze Zahl bezeichnet.

Zusatz 5. Findet die Erfüllung der Bedingungen des vorigen Lehrsatzes für alle reellen besondern Werthe von x statt; so gelten auch die betreffenden Ergebnisse von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$.

Anmerk. Es ist der 9^{te} Lehrsatz, welcher als die Haupt-Grundlage der Fourierschen Trennungs-Methode angesehen werden kann.

11. Es bezeichnen A und B , von denen, der Bestimmtheit wegen, $A < B$ gedacht werde, irgend zwei reelle besondere Werthe der ursprünglichen Veränderlichen x , an deren Stelle die Formen $-\infty$ und $+\infty$ treten, in so fern die entsprechenden Zahlwerthe beziehungsweise beliebig groß gedacht werden dürfen; $R_0^{(n)}(x)$, oder

$$f_0(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_i(x), f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), \dots$$

bezeichne eine endliche, oder unendliche Reihe Functionen, entweder insgesamt, oder wenigstens von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r$, wo $r > 1$, continuirlich von $x = A$ bis $x = B$, — und in einem solchen Zusammenhange mit einander stehend, daß, wenn c_{i+1} irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x bezeichnet, für welchen man hat

$$f_{i+1}(x) = 0,$$

alsdann, h als eine positiv-bleibende Veränderliche vorausgesetzt,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_i(c_{i+1} - h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+2}(c_{i+1} - h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_i(c_{i+1} + h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i+2}(c_{i+1} + h) \text{ ungleichnamig,}$$

streng allgemein,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho}(c-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+1}(c-h)$$

ungleich-, oder gleichnamig, je nachdem ϱ gerade, oder ungerade ist, und zwar von $\varrho = 0$ bis $\varrho = n-1$ einschliesslich.

Diesem nach hat man, wie leicht zu übersehen,

$$N_0^{(n)}(<c) = \frac{n+1}{2}, \text{ wenn } n \text{ ungerade,}$$

$$N_0^{(n)}(<c) = \frac{n}{2}, \text{ wenn } n \text{ gerade}$$

ist. Da nun, nach Lehrs. 1.,

$$N_0^{(r)}(<c) = N_0^{(n)}(<c) + N_n^{(r)}(<c):$$

so hat man

$$(1) \dots \left\{ \begin{array}{l} N_0^{(r)}(<c) = \frac{n+1}{2} + N_n^{(r)}(<c), \text{ wenn } n \text{ ungerade,} \\ \quad \quad \quad = \frac{n}{2} + N_n^{(r)}(<c), \text{ wenn } n \text{ gerade} \end{array} \right.$$

ist.

Ferner ist, ebenfalls den obigen Voraussetzungen zufolge,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_0(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_1(c+h) \text{ gleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_0(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_2(c+h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_1(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_3(c+h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_2(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_4(c+h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_3(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_5(c+h) \text{ ungleichnamig,}$$

\vdots

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{n-2}(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_n(c+h) \text{ ungleichnamig:}$$

daher

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_0(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_1(c+h) \text{ gleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_1(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_2(c+h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_2(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_3(c+h) \text{ gleichnamig,}$$

streng allgemein,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho}(c+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+1}(c+h)$$

ungleich-, oder gleichmäßig, je nachdem ϱ ungerade, oder gerade ist, und zwar von $\varrho = 0$ bis $\varrho = n-1$ einschliesslich.

Diesem nach hat man, wie leicht zu übersehen,

$$N_0^{(n)}(>c) = \frac{n}{2}, \text{ wenn } n \text{ gerade,} \\ = \frac{n-1}{2}, \text{ wenn } n \text{ ungerade}$$

ist: folglich

$$(2) \dots \left\{ \begin{array}{l} N_0^{(n)}(>c) = \frac{n}{2} + N_n^{(n)}(>c), \text{ wenn } n \text{ gerade,} \\ = \frac{n-1}{2} + N_n^{(n)}(>c), \text{ wenn } n \text{ ungerade} \end{array} \right.$$

ist.

Aus der Verbindung der Gleichungen (1) und (2) mit einander erhält man, weil, nach No. 3.,

$$\Delta_0^{(n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = N_0^{(n)}(<c) - N_0^{(n)}(>c), \\ (3) \dots \left\{ \begin{array}{l} \Delta_0^{(n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = \Delta_n^{(n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right), \text{ wenn } n \text{ gerade,} \\ = 1 + \Delta_n^{(n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right), \text{ wenn } n \text{ ungerade} \end{array} \right.$$

ist.

Nimmt man noch ausdrücklich an, dass die Zeichen-Reihen $Z_n^{(n)}(<c)$ und $Z_n^{(n)}(>c)$ durchgängig einerlei seien; so hat man

$$\Delta_n^{(n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = 0:$$

folglich

$$(4) \dots \left\{ \begin{array}{l} \Delta_0^{(n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = 0, \text{ wenn } n \text{ gerade,} \\ = 1, \text{ wenn } n \text{ ungerade} \end{array} \right.$$

ist.

12. Angenommen ferner, dass, für $x = c$, die n Glieder

$$f_i(x), f_{i+1}(x), f_{i+2}(x), \dots, f_{i+n-1}(x)$$

der Reihe $R_0^{(n)}(x)$, oder die sämtlichen Glieder der Reihe $R_{i+n-1}^{(i+n-1)}(x)$, wo $i > 0$ und $i+n-1 < r$, zugleich Null werden, indess die Glieder $f_{i-1}(x)$ und $f_{i+n}(x)$, beziehungsweise von $x < c$ bis $x > c$, keine Zeichen-Änderung erleiden: so hat man, den Voraussetzungen zufolge,

$$(P) \begin{cases} \overset{i}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i+\varphi}(c-h) \text{ und } \overset{i}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i+\varphi+2}(c-h) \text{ ungleichnamig,} \\ \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i+\varphi}(c+h) \text{ und } \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i+\varphi+2}(c+h) \text{ ungleichnamig,} \end{cases}$$

und zwar von $\varphi = -1$ bis $\varphi = n-2$; wie auch, weil $f_{i-1}(x)$ und $f_{i+n}(x)$, der in Rede stehenden Annahme nach, von $x < c$ bis $x > c$, keine Zeichen-Änderung erleiden,

$$(Q) \begin{cases} \overset{i}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i-1}(c-h) \text{ und } \overset{i}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i-1}(c+h) \text{ gleichnamig,} \\ \overset{i}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i+n}(c-h) \text{ und } \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i+n}(c+h) \text{ gleichnamig.} \end{cases}$$

Zwei Hauptfälle sind hier von einander zu unterscheiden: der, wo n gerade, und der, wo n ungerade ist.

I. Ist n gerade und sind alsdann

$$\alpha) \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i-1}(c-h) \text{ und } \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_i(c-h) \text{ gleichnamig;}$$

so hat man, vermöge der Bedingungen (P), wie leicht zu übersehen,

$$N_{i-1}^{(i+n)}(<c) = \frac{n}{2},$$

und, vermöge der Bedingungen (P) und (Q),

$$N_{i-1}^{(i+n)}(>c) = \frac{n}{2}.$$

Sind aber, für n gerade,

$$\beta) \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i-1}(c-h) \text{ und } \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_i(c-h) \text{ ungleichnamig;}$$

so ist, vermöge der Bedingungen (P),

$$N_{i-1}^{(i+n)}(<c) = \frac{n}{2} + 1,$$

und, vermöge der Bedingungen (P) und (Q),

$$N_{i-1}^{(i+n)}(>c) = \frac{n}{2} + 1.$$

II. Ist n ungerade, und sind alsdann

$$\alpha) \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_{i-1}(c-h) \text{ und } \overset{h}{\text{Gr}} \overset{0}{f}_i(c-h) \text{ gleichnamig;}$$

so ist, vermöge der Bedingungen (P),

$$N_{i-1}^{(i+n)}(<c) = \frac{n+1}{2},$$

und, vermöge der Bedingungen (P) und (Q),

$$N_{i-1}^{(i+n)}(>c) = \frac{n+1}{2}.$$

Sind aber, für n ungerade,

$$\beta) \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{i-1}(c-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_i(c-h) \text{ ungleichnamig;}$$

so ist, vermöge (P),

$$N_{i-1}^{(i+n)}(<c) = \frac{n+1}{2},$$

und, vermöge (P) und (Q),

$$N_{i-1}^{(i+n)}(>c) = \frac{n+1}{2}.$$

Da nun, nach No. 3.,

$$\Delta_{i-1}^{(i+n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = N_{i-1}^{(i+n)}(<c) - N_{i-1}^{(i+n)}(>c)$$

ist: so hat man, für alle Fälle,

$$\Delta_{i-1}^{(i+n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = 0.$$

Endlich, da, nach Lehrs. 2.,

$$\Delta_0^{(i)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = \Delta_0^{(i-1)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) + \Delta_{i-1}^{(i+n)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) + \Delta_{i+n}^{(i)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right)$$

ist; so hat man, streng allgemein,

$$(5) \dots \dots \Delta_0^{(i)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = \Delta_0^{(i-1)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) + \Delta_{i+n}^{(i)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right).$$

Nimmt man also noch an, daß die Zeichen-Reihen $Z_0^{(i-1)}(<c)$ und $Z_0^{(i-1)}(>c)$, $Z_{i+n}^{(i)}(<c)$ und $Z_{i+n}^{(i)}(>c)$ beziehungsweise einerlei seien; so hat man

$$\Delta_0^{(i-1)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = 0, \quad \Delta_{i+n}^{(i)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = 0,$$

mithin, vermöge der Gleichung (5),

$$(6) \dots \dots \Delta_0^{(i)}\left(\begin{smallmatrix} <c \\ >c \end{smallmatrix}\right) = 0.$$

13. Vorausgesetzt endlich, daß, für $x=c$, von den Gliedern der Reihe $R_0^{(i)}(x)$ zugleich den besondern Werth Null annehmen die Glieder der Reihen

$$R_0^{(n-1)}(x), \quad R_{n+i}^{(n+i+n'-1)}, \quad R_{n+i+n'+i'+n''-1}, \quad \text{u. s. w.,}$$

indefß alle übrigen, wie auch $f_r(x)$ insbesondere, von $x < c$ bis $x > c$, keine Zeichen-Änderung erleiden: so hat man, vermöge der Gleichung (4),

$$\Delta_0^{(n)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0, \text{ wenn } n \text{ gerade,} \\ = 1, \text{ wenn } n \text{ ungerade:}$$

und, vermöge der Gleichung (6),

$$\Delta_n^{(n+i)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0, \\ \Delta_{n+i}^{(n+i+n)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0, \\ \Delta_{n+i+n}^{(n+i+n'+i')} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0, \\ \Delta_{n+i+n'+i'}^{(n+i+n'+i'+n'')} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0,$$

u. s. w.

Verbindet man hiermit Lehrs. 2., so kommt

$$(7) \dots \dots \dots \Delta_0^{(n)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 0, \text{ wenn } n \text{ gerade,} \\ = 1, \text{ wenn } n \text{ ungerade}$$

ist.

Durch eine wiederholte Anwendung der Ergebnisse (4), (6) und (7), in Verbindung mit der Erwägung, daß die Werthe einer continuirlichen Function nur in so fern eine Zeichen-Änderung erleiden können, als diese zugleich den besondern Werth Null erlangt, gewinnt man, mit Leichtigkeit,

Lehrsatz 10. Es bezeichnen A und B , von denen $B > A$, irgend zwei reelle besondere Werthe der ursprünglichen Veränderlichen x , und r irgend eine angebbare ganze Zahl; ferner bezeichne

$$f_0(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_r(x), f_{r+1}(x), f_{r+2}(x), \dots, f_r(x),$$

oder $R_0^{(r)}(x)$, eine Reihe von $(r+1)$, den folgenden Bedingungen entsprechenden Functionen von x :

- a) daß ihre verschiedenen Glieder insgesamt continuirlich bleiben für alle reellen besondern Werthe von x , von $x = A$ bis $x = B$;
- ß) daß, wenn c_{r+1} irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x bezeichnet, für welchen man hat

$$f_{r+1}(x) = 0,$$

alsdann, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-1$, h als eine positiv-bleibende Veränderliche betrachtet,

$$\begin{aligned} & \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho} (c_{\varrho+1} - h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+2} (c_{\varrho+1} - h) \text{ ungleichnamig,} \\ & \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho} (c_{\varrho+1} + h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+2} (c_{\varrho+1} + h) \text{ ungleichnamig;} \end{aligned}$$

wie auch, wenn c_0 irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x darstellt, für welchen man hat

$$f_0(x) = 0,$$

alsdann

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_0 (c_0 - h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_1 (c_0 - h) \text{ ungleichnamig,}$$

dagegen

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_0 (c_0 + h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_1 (c_0 + h) \text{ gleichnamig}$$

seien;

γ) daß die besondern Werthe des Endgliedes $f_r(x)$, von $x = A$ bis $x = B$, keine Zeichen-Änderung erleiden.

Dies vorausgesetzt, hat man, indem man sich der Veränderlichen x , nach und nach, alle reellen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthe beigelegt denkt,

1) in so fern a und b , von denen $b > a$, zwei zwischen A und B enthaltene, besondere Werthe von x bezeichnen, für welche kein Glied der Reihe $R_0^{(v)}(x)$ den Werth Null annimmt,

$$\Delta_0^{(v)}(a) = \text{vel } 0, \\ \text{vel einer positiven ganzen Gröfse;}$$

2) so oft für einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , Eins, oder mehrere von den Gliedern der Reihe $R_0^{(v)}$, ausschliesslich des anfänglichen $f_0(x)$, in Null übergehen,

$$\Delta_0^{(v)}\left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix}\right) = 0;$$

3) so oft für einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c von x , das Anfangsglied $f_0(x)$ nebst den n unmittelbar folgenden Gliedern der Reihe $R_0^{(v)}(x)$ den Werth Null erlangt,

$$\begin{aligned} \Delta_0^{(v)}\left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix}\right) &= 1, \text{ wenn } n, \text{ mit Einschluss der Null, gerade,} \\ &= 0, \text{ wenn } n \text{ ungerade} \end{aligned}$$

ist.

Zusatz 1. Da, so oft, von $x = A$ bis $x = B$, die Function $f_0(x)$, für einen besondern Werth c von x , den Werth Null annimmt, $\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = \text{vel } 0, \text{ vel } 1$ ist, und diese Zahl nur in so fern von Null verschieden sein kann, als $f_0(x)$, für $x = c$, in Null übergeht: so folgt, dafs die Anzahl der verschiedenen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthe von x , für welche die Gleichung $f_0(x) = 0$ stattfindet, wohl gröfser, aber nicht kleiner, als $\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} A \\ B \end{smallmatrix} \right)$ sein kann.

Zusatz 2. Da die Gleichung $\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c \\ > c \end{smallmatrix} \right) = 1$ nur in allen denjenigen Fällen stattfindet, wo, für $x = c$, nur eine gerade Anzahl der Anfangsglieder von $R_1^{(v)}(x)$ neben $f_0(x)$ Null wird: so hat man, in so fern $c_1, c_2, c_3, c_4 \dots c_\mu$ eine Anzahl μ , zunehmend geordneter, zwischen A und B enthaltener, besonderer Werthe von x bezeichnen, welche der Gleichung

$$f_0(x) = 0$$

Genüge leisten, und angenommen wird, dafs es aufser diesen keine andere, zwischen A und B enthaltene, besondere Werthe von x gebe, für welche eben jene Gleichung stattfinde, — wie auch, dafs, für eben diese besondern Werthe von x , niemals eine ungerade Anzahl der unmittelbar auf einander folgenden Anfangsglieder der Reihe $R_1^{(v)}(x)$ Null werde

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} A \\ < c_1 \end{smallmatrix} \right) = 0,$$

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c_1 \\ > c_1 \end{smallmatrix} \right) = 1,$$

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c_1 \\ > c_2 \end{smallmatrix} \right) = 0,$$

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c_2 \\ > c_2 \end{smallmatrix} \right) = 1,$$

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c_2 \\ > c_3 \end{smallmatrix} \right) = 0,$$

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c_3 \\ > c_3 \end{smallmatrix} \right) = 1,$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} < c_\mu \\ > c_\mu \end{smallmatrix} \right) = 1,$$

$$\Delta_0^{(v)} \left(\begin{smallmatrix} > c_\mu \\ B \end{smallmatrix} \right) = 0:$$

folglich, indem man hiermit Lehrs. 2. verbindet,

$$\Delta_0^{(v)}(A) = \mu.$$

Und umgekehrt, wird für keinen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x , eine ungerade Anzahl der unmittelbar auf einander folgenden Anfangsglieder der Reihe $R_1^{(v)}(x)$, zugleich mit $f_0(x)$, Null, und hat man

$$\Delta_0^{(v)}(B) = \mu:$$

so giebt es stets gerade μ von einander verschiedene, insgesamt zwischen A und B enthaltene, besondere Werthe von x , für welche beziehungsweise die Gleichung

$$f_0(x) = 0$$

stattfindet.

Zusatz 3. Da die Zahl $\Delta_0^{(v)}(B)$ niemals $> r$, die Anzahl aller Zeichenstände, den Reihen $R_0^{(v)}(A)$ und $R_0^{(v)}(B)$ entsprechend, sein kann: so wird, unter den Voraussetzungen des vorigen Lehrsatzes, in Verbindung mit der ausdrücklichen Annahme, daß für keinen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x , eine ungerade Anzahl der unmittelbar auf einander folgenden Anfangsglieder der Reihe $R_1^{(v)}(x)$ mit $f_0(x)$ den Werth Null annehmen, die Anzahl der verschiedenen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werthe von x , für welche die Gleichung

$$f_0(x) = 0$$

stattfindet, niemals größer, als r sein kann.

Zusatz 4. Da keine ungerade Anzahl von den unmittelbar auf einander folgenden Anfangsgliedern der Reihe $R_1^{(v)}(x)$, zugleich mit $f_0(x)$, Null werden kann, wofern nicht $f_0(x)$ und $f_1(x)$ zugleich Null werden; so werden die Ergebnisse der beiden vorigen Zusätze, unter andern, ihre Richtigkeit haben, wofern nur, für keinen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x , $f_0(x)$ und $f_1(x)$ zugleich den Werth Null annehmen.

Zusatz 5. Findet die Erfüllung der oben ausgesprochenen Bedingungen für alle denkbaren, reellen besondern Werthe von x statt; so gelten auch die vorigen Ergebnisse von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$.

Anmerk. Es ist der 10^{te} Lehrsatz, welcher als der, der Sturmschen Trennungs Methode zu Grunde liegende, Haupt-Lehrsatz betrachtet werden kann.

Artikel II.

Nähere Betrachtung der Voraussetzungen der vorigen
Lehrsätze.

14. Wenden wir uns jetzt zu einer nähern Betrachtung der, den beiden vorigen Lehrsätzen und deren Zusätzen zu Grunde liegenden Voraussetzungen, und zwar zunächst zu denen des 9^{ten} Satzes.

Dafs nicht zu jeder continuirlichen Function $f_0(x)$ eine Reihe von Functionen $R_1^{(r)}(x)$, den Voraussetzungen des 9^{ten} Lehrsatzes, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, entsprechend, möglich ist, leuchtet ein, sobald man erwägt, dafs, nach Zus. 2. eben dieses Satzes, die Erfüllung dieser Bedingung nur in so fern stattfinden kann, als $f_0(x)$, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, für nicht mehr, als r von einander verschiedene besondere Werthe von x den besondern Werth Null annimmt: — eine Einschränkung, die dem Begriffe einer continuirlichen Function vollkommen fremd ist.

Die in Rede stehenden Voraussetzungen selbst sind die folgenden:

- α) dafs, von $x = A$ bis $x = B$, die verschiedenen Glieder der Reihe $R_0^{(r)}(x)$ insgesamt continuirliche Functionen seien (unter welchem Begriff bekanntlich auch jede Constante als enthalten angesehen werden kann);
- β) dafs, für jeden, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth c_ϱ von x , für welchen man hat

$$f_\varrho(x) = 0,$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_\varrho(c_\varrho - h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+1}(c_\varrho - h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_\varrho(c_\varrho + h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+1}(c_\varrho + h) \text{ gleichnamig}$$

seien, und zwar von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-1$;

- γ) dafs die besondern Werthe des Endgliedes $f_r(x)$ der Reihe $R_0^{(r)}(x)$, von $x = A$ bis $x = B$, keine Zeichen-Änderung erleiden.

Bezeichnen $F_\varrho(x)$ und $\psi_\varrho(x)$ zwei, von $x = A$ bis $x = B$, continuirliche Functionen von x : so ist bekanntlich auch $\psi_\varrho(x) \cdot F_\varrho(x)$ eine, inner-

halb eben dieses Intervalls, continuirliche Function von x , und daher, in so fern k nur zwischen A und B enthalten,

$$\text{Gr } \psi_{\xi}(x) \cdot F_{\xi}(x) = \text{Gr } \psi_{\xi}(x) \cdot \text{Gr } F_{\xi}(x);$$

also

$$\text{Gr } \psi_{\xi}(x) \cdot F_{\xi}(x) \text{ und } \text{Gr } F_{\xi}(x)$$

gleich- oder ungleichnamig, je nachdem

$$\text{Gr } \psi_{\xi}(x) \text{ positiv, oder negativ ist.}$$

Aus denselben Gründen sind, $F_{\xi+1}(x)$ und $\psi_{\xi+1}(x)$ durch analoge Bedingungen als näher bestimmt vorausgesetzt,

$$\text{Gr } \psi_{\xi+1}(x) \cdot F_{\xi+1}(x) \text{ und } \text{Gr } F_{\xi+1}(x)$$

gleich- oder ungleichnamig, je nachdem

$$\text{Gr } \psi_{\xi+1}(x) \text{ positiv, oder negativ ist.}$$

Sind demnach $\psi_{\xi}(x)$ und $\psi_{\xi+1}(x)$, von $x = A$ bis $x = B$, einander durchgängig gleichnamig; so werden

$$\text{Gr } \psi_{\xi}(x) \cdot F_{\xi}(x) \text{ und } \text{Gr } \psi_{\xi+1}(x) \cdot F_{\xi+1}(x)$$

gleich- oder ungleichnamig sein, je nachdem solches mit

$$\text{Gr } F_{\xi}(x) \text{ und } \text{Gr } F_{\xi+1}(x)$$

der Fall ist. Daher werden, wenn $F_{\xi}(x)$ und $F_{\xi+1}(x)$ beziehungsweise den für $f_{\xi}(x)$ und $f_{\xi+1}(x)$ unter (α) und (β) enthaltenen Bedingungen genügen, und $\psi_{\xi}(x)$, $\psi_{\xi+1}(x)$, von $x = A$ bis $x = B$, continuirlich und einander gleichnamig sind, auch

$$\psi_{\xi}(x) \cdot F_{\xi}(x) \text{ und } \psi_{\xi+1}(x) \cdot F_{\xi+1}(x)$$

eben jenen Bedingungen entsprechen.

Da nun endlich die besondern Werthe von $\psi_r(x) \cdot F_r(x)$ keine Zeichen-Änderung erleiden, wenn solches nicht mit denen von $\psi_r(x)$ oder $F_r(x)$ der Fall ist: so erlangt man, durch eine wiederholte Anwendung dieses Ergebnisses,

Lehrsatz 11. Sind, von $x = A$ bis $x = B$, die Functionen

$$1, \psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \psi_4(x), \dots, \psi_r(x)$$

beziehungsweise continuirlich, und ihre besondern Werthe einander gleichnamig: so wird, wenn die Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots F_r(x)$$

die Bedingungen (α), (β) und (γ) des 9^{ten} Lehrsatzes erfüllt, auch die Reihe $1 \cdot F_0(x), \psi_1(x) \cdot F_1(x), \psi_2(x) \cdot F_2(x), \psi_3(x) \cdot F_3(x), \dots \psi_r(x) \cdot F_r(x)$ denselben Bedingungen entsprechen.

15. Bekanntlich hat man, in so fern $F(x)$ eine, von $x = A$ bis $x = B$, continuirliche Function von x bezeichnet, und

$$\frac{dF(x)}{dx} = F'(x)$$

gesetzt wird, für jeden, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth $k + \xi$ von x ,

$$F(k + \xi) = F(k) + F'(k + q\xi),$$

wo q zwischen 0 und 1 enthalten ist. Nimmt man nun an, daß, für $x = k$, $F(x) = 0$ sei: so erlangt man

$$F(k + \xi) = \xi F'(k + q\xi).$$

Nimmt man noch ferner an, daß auch $F'(x)$ continuirlich sei von $x = A$ bis $x = B$; so hat man

$$\overset{\xi=0}{\text{Gr}} F(k + \xi) = \overset{\xi=0}{\text{Gr}} \xi \cdot \overset{\xi=0}{\text{Gr}} F'(k + q\xi):$$

daher

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} F(k - h) = - \overset{h=0}{\text{Gr}} h \cdot \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k - qh),$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} F(k + h) = + \overset{h=0}{\text{Gr}} h \cdot \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k + qh);$$

folglich, da $\overset{h=0}{\text{Gr}} h = +$ (Vorauss.) ist,

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} F(k - h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k - qh) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} F(k + h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k + qh) \text{ gleichnamig.}$$

Da ferner

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k - qh) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k - h) \text{ gleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k + qh) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k + h) \text{ gleichnamig}$$

sind: so hat man

$$\begin{aligned} \overset{h=0}{\text{Gr}} F(k-h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k-h) &\text{ ungleichnamig,} \\ \overset{h=0}{\text{Gr}} F(k+h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} F'(k+h) &\text{ gleichnamig.} \end{aligned}$$

Da nun, wenn $F'(x)$, von $x=A$ bis $x=B$, continuirlich ist, solches bekanntlich auch mit $F(x)$ der Fall ist: so folgt, dafs, wenn

$$\frac{dF_{\xi}(x)}{dx} = F'_{\xi}(x)$$

continuirlich ist von $x=A$ bis $x=B$, alsdann $F_{\xi}(x)$ und $F'_{\xi}(x)$ den, für $f_{\xi}(x)$ und $f_{\xi+1}(x)$, unter (a) und (β) enthaltenen Bedingungen entsprechen werden.

Da endlich, wenn $\frac{d^r F_0(x)}{dx^r} = F_0^{(r)}(x)$, von $x=A$ bis $x=B$, continuirlich ist, auch, streng allgemein, $\frac{d^{r-\nu} F_0(x)}{dx^{r-\nu}}$ continuirlich sein wird: so erlangt man, durch eine wiederholte Anwendung des vorigen Ergebnisses

Lehrsatz 12. Bleibt die Function

$$\frac{d^r F_0(x)}{dx^r} = F_0^{(r)}(x)$$

continuirlich von $x=A$ bis $x=B$: so wird die Reihe

$$F_0(x), F'_0(x), F''_0(x), F'''_0(x), \dots, F_0^{(v)}(x)$$

den Bedingungen (α) und (β) des 9^{ten} Lehrsatzes genügen.

16. Bezeichnen $f(x)$ und $\phi(x)$ zwei, von $x=A$, bis $x=B$, continuirliche Functionen von x , und setzt man

$$f(x) \cdot \phi(x) = F(x);$$

so hat man

$$F'(x) = \phi(x)f'(x) + f(x) \cdot \phi'(x):$$

daher

$$\overset{x=k}{\text{Gr}} F'(x) = \overset{x=k}{\text{Gr}} \{ \phi(x)f'(x) + f(x) \cdot \phi'(x) \}.$$

Bezeichnet nun k einen solchen Werth von x , für welchen man hat

$$f(x) = 0,$$

und nimmt man an, dafs $\overset{x=k}{\text{Gr}} \phi'(x)$ nicht unendlich sei; so ist offenbar

$$\overset{x=k}{\text{Gr}} f(x) \cdot \phi'(x) = 0;$$

und daher

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \{ \phi(x) f'(x) + f(x) \phi'(x) \} = \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x) \cdot f'(x) + \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} f(x) \cdot \phi'(x).$$

Zwei Hauptfälle sind nun denkbar: entweder wird v. n. $\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x) \cdot f'(x) > 0$, oder $= 0$. Im ersten Falle ist offenbar

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} F'(x) = \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x) \cdot f'(x).$$

Der zweite Hauptfall enthält wiederum zwei Nebenfälle: entweder ist v. n. $\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x) > 0$, oder $= 0$. In dem ersten dieser beiden Nebenfälle ist wiederum, weil, wegen $\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} f(x) = 0$,

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \frac{f(x)}{f'(x)} = 0$$

ist,

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} F'(x) = \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x) \cdot f'(x).$$

Was den zweiten Nebenfalle betrifft, so hat man alsdann

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} \phi(k-h) \text{ und } \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} \phi'(k-h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} f(k-h) \text{ und } \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} f'(k-h) \text{ ungleichnamig:}$$

daher

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} \phi(k-h) f'(k-h) \text{ und } \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} f(k-h) \phi'(k-h) \text{ gleichnamig.}$$

Eben so erhält man

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} \phi(k+h) f'(k+h) \text{ und } \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{0}}} f(k+h) \phi'(k+h) \text{ gleichnamig:}$$

und daher, wie leicht zu übersehen,

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} [\phi(x) f'(x) + f(x) \phi'(x)] \text{ und } \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x) f'(x) \text{ gleichnamig.}$$

Demnach hat man, in allen Fällen,

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} F'(x) \text{ und } \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x) f'(x) \text{ gleichnamig,}$$

und daher

$$\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} F'(x) \text{ und } \bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} f'(x)$$

gleich- oder ungleichnamig, je nachdem $\bar{\text{Gr}}^{\bar{\bar{k}}} \phi(x)$ positiv, oder negativ ist.

Bezeichnet nun $\psi(x)$ eine andere, von $x = A$ bis $x = B$, continuirliche Function von x ; so sind, nach einem frühern Ergebniss,

$$\overline{\text{Gr}}^{x=k} \psi(x) \cdot F'(x) \text{ und } \overline{\text{Gr}}^{x=k} F'(x)$$

gleich- oder ungleichnamig, je nachdem $\overline{\text{Gr}}^{x=k} \psi(x)$ positiv oder negativ ist.

Dem vorigen Resultate nach werden also

$$\overline{\text{Gr}}^{x=k} \psi(x) \cdot F'(x) \text{ und } \overline{\text{Gr}}^{x=k} f'(x)$$

gleichnamig sein, sobald nur $\overline{\text{Gr}}^{x=k} \psi(x)$ und $\overline{\text{Gr}}^{x=k} \phi(x)$ gleichnamig sind.

Da nun, wenn $f'(x)$, $\phi'(x)$ und $\psi(x)$, von $x = A$ bis $x = B$, continuirlich sind, solches auch mit $f(x)$, $\phi(x)$ und

$$\psi(x) \cdot F'(x) = \psi(x) \{ \phi(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot \phi'(x) \}$$

der Fall sein wird: so folgt, daß, wenn $f'(x)$, $\phi'_\varrho(x)$ und $\psi_{\varrho+1}(x)$ drei, von $x = A$ bis $x = B$, continuirliche Functionen von x bezeichnen, von denen, innerhalb eben dieses Intervalls, $\phi_\varrho(x)$ und $\psi_{\varrho+1}(x)$ gleichnamig sind, und

$$\phi_\varrho(x) \cdot f(x) = F_\varrho(x),$$

$$f'_\varrho(x) = f(x),$$

$$f_{\varrho+1}(x) = \psi_{\varrho+1}(x) \cdot F'_\varrho(x)$$

gesetzt wird, — alsdann die so näher bestimmten Functionen $f'_\varrho(x)$ und $f_{\varrho+1}(x)$ den, unter (a) und (β) enthaltenen Bedingungen entsprechen werden. Durch eine wiederholte Anwendung dieses Ergebnisses erlangt man

Lehrsatz 13. Bleiben, von $x = A$ bis $x = B$, continuirlich

der Differenzial-Quotient der r^{ten} Ordnung von $f_0(x)$;

“ “ “ der $(r-\varrho)^{\text{ten}}$ Ordnung von $\phi_\varrho(x)$, von $\varrho = 0$,
bis $\varrho = (r-1)$;

“ “ “ der $(r-\varrho-1)^{\text{ten}}$ Ordnung von $\psi_{\varrho+1}(x)$, von
 $\varrho = 0$ bis $\varrho = (r-1)$;

sind ferner $\phi_\varrho(x)$ und $\psi_{\varrho+1}(x)$, von $x = A$ bis $x = B$, für einerlei Werth von ϱ , gleichnamig: so wird diejenige Reihe von Functionen, deren Anfangsglied $f_0(x)$ ist, und deren folgende Glieder, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-1$, durch die Gleichung

$$f_{\varrho+1}(x) = \psi_{\varrho+1}(x) \frac{d \cdot \phi_\varrho(x) f_\varrho(x)}{d x}$$

bestimmt werden, den, unter (a) und (β) enthaltenen, Bedingungen des 9^{ten} Lehrsatzes genügen.

Zusatz 1. Lassen sich demnach, $f_0(x)$ als gegeben vorausgesetzt, die Hilfs-Functionen $\phi_r(x)$ und $\psi_{r+1}(x)$ so wählen, daß $f_{r+1}(x)$, nach der vorigen Gleichung aus $f_r(x)$ bestimmt, für irgend einen angebbaren Werth r von $\varrho+1$, von der Beschaffenheit ausfalle, daß ihre besonderen Werthe, von $x=A$ bis $x=B$, keine Zeichen-Änderung erleiden; so wird die so entstehende Reihe von Functionen auch die Bedingung (γ) des 9^{ten} Lehrsatzes erfüllen.

Zusatz 2. Nimmt man den allereinfachsten Fall an, nahmentlich

$$\phi_\varrho(x) = 1, \quad \psi_{\varrho+1}(x) = 1,$$

wodurch offenbar den betreffenden Bedingungen des vorigen Lehrsatzes entsprochen wird: so entsteht die folgende Reihe von Functionen:

$$f_0(x), \quad \frac{df_0(x)}{dx}, \quad \frac{d^2f_0(x)}{dx^2}, \quad \frac{d^3f_0(x)}{dx^3}, \dots \frac{d^2f_0(x)}{dx^2}, \dots \frac{d^rf_0(x)}{dx^r},$$

welche also die Bedingungen (α) und (ζ) des 9^{ten} Lehrsatzes erfüllt, in so fern $f_0(x)$ den Bedingungen des 13^{ten} Lehrsatzes entspricht: ein Resultat, welches mit dem 12^{ten} Lehrsatz vollkommen übereinstimmend ist.

Ist nun $f_0(x)$ eine ganze Function vom Grade n ; so ist bekanntlich

$$\frac{d^n f_0(x)}{dx^n} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots n \cdot C,$$

(wo C irgend eine angebbare Constante bezeichnet) und daher eine, von $x=-\infty$ bis $x=+\infty$ durchgängig, entweder positive oder negative Gröfse. In diesem besondern Fall von $f_r(x)$ wird also den Bedingungen (α), (ζ) und (γ) des 9^{ten} Lehrsatzes entsprochen werden durch die Reihe

$$f_0(x), \quad \frac{df_0(x)}{dx}, \quad \frac{d^2f_0(x)}{dx^2}, \quad \frac{d^3f_0(x)}{dx^3}, \dots \frac{d^n f_0(x)}{dx^n},$$

und zwar von $x=-\infty$ bis $x=+\infty$.

17. Durch Umkehrung des vorigen Lehrsatzes gelangt man, mit Leichtigkeit, zu einer Methode, eine Reihe von $(r+1)$ Functionen zu erzeugen, die den Bedingungen des 9^{ten} Lehrsatzes vollständig entspreche.

Sind nahmentlich $F(x)$, $\psi(x)$ und $\phi(x)$ drei, von $x=A$ bis $x=B$, continuirliche Functionen von x , so wird solches auch mit

$$\phi(x) \int_a^x \psi(x) \cdot F(x) dx$$

der Fall sein. Setzt man nun

$$F_1(x) = \int_a^x \psi(x) \cdot F(x) dx;$$

so ist

$$F_1'(x) = \psi(x) \cdot F(x):$$

also $F_1'(x)$ und $F(x)$ gleich- oder ungleichnamig, je nachdem $\psi(x)$ positiv, oder negativ ist.

Ferner ist

$$\frac{d \cdot \phi(x) \cdot F_1(x)}{dx} = \phi'(x) F_1(x) + \phi(x) \cdot F_1'(x);$$

folglich, in so fern k einen Werth von x bezeichnet, für welchen

$$F_1(x) = 0,$$

und $\phi'(x)$ continuirlich ist,

$$\text{Gr}^{\pm k} \frac{d \cdot \phi(x) \cdot F_1(x)}{dx} = \text{Gr}^{\pm k} \phi(x) \cdot F_1'(x):$$

daher

$$\text{Gr}^{\pm k} \frac{d \cdot \phi(x) \cdot F_1(x)}{dx} \text{ und } \text{Gr}^{\pm k} F_1'(x)$$

gleich- oder ungleichnamig, je nachdem $\text{Gr}^{\pm k} \phi(x)$ positiv, oder negativ ist.

Aus der Verbindung dieses Ergebnisses mit dem vorigen folgt, daß

$$\text{Gr}^{\pm k} \frac{d \cdot \phi(x) \cdot F_1(x)}{dx} \text{ und } \text{Gr}^{\pm k} F(x) \text{ gleichnamig}$$

sein werden, in so fern $\psi(x)$ und $\phi(x)$ gleichnamig sind.

Nimmt man nun noch endlich an, daß $\phi(x)$ nicht Null werde von $x = A$ bis $x = B$; so wird $\phi(x) \cdot F_1(x)$ nur in so fern Null werden können, als $F_1(x)$ Null wird. Daher werden, wenn $F(x)$, $\psi(x)$, $\phi(x)$ drei, von $x = A$ bis $x = B$, continuirliche Functionen von x bezeichnen, von denen $\psi(x)$ und $\phi(x)$ einander gleichnamig sind, $\phi(x)$ nicht Null wird, und $\phi'(x)$ ebenfalls continuirlich bleibt; ferner

$$f_{i+1}(x) = F(x) \text{ und } f_i(x) = \phi(x) \int_a^x \psi(x) \cdot F(x) dx$$

gesetzt wird, — $f_i(x)$ und $f_{i+1}(x)$ die unter (a) und (b) enthaltenen Bedingungen erfüllen, und zwar unabhängig von der reellen Constanten a .

Durch eine wiederholte Anwendung dieses Ergebnisses erlangt man

Lehrsatz 14. Bleibt $F(x)$, von $x=A$, bis $x=B$, continuirlich, und durchgängig, entweder positiv, oder negativ, — und setzt man

$$f_r(x) = F(x)$$

$$f_{r-1}(x) = \phi_{r-1}(x) \int_{a_{r-1}}^{\bar{\psi}_{r-1}(x)} f_r(x) dx,$$

$$f_{r-2}(x) = \phi_{r-2}(x) \int_{a_{r-2}}^{\bar{\psi}_{r-2}(x)} f_{r-1}(x) dx,$$

$$f_{r-3}(x) = \phi_{r-3}(x) \int_{a_{r-3}}^{\bar{\psi}_{r-3}(x)} f_{r-2}(x) dx,$$

$$f_{r-4}(x) = \phi_{r-4}(x) \int_{a_{r-4}}^{\bar{\psi}_{r-4}(x)} f_{r-3}(x) dx,$$

⋮

⋮

$$f_{\varrho-1}(x) = \phi_{\varrho-1}(x) \int_{a_{\varrho-1}}^{\bar{\psi}_{\varrho-1}(x)} f_{\varrho}(x) dx,$$

⋮

⋮

$$f_1(x) = \phi_1(x) \int_{a_1}^{\bar{\psi}_1(x)} f_2(x) dx,$$

$$f_0(x) = \phi_0(x) \int_{a_0}^{\bar{\psi}_0(x)} f_1(x) dx:$$

so wird, — in so fern nur, von $x=A$, bis $x=B$, die Hülf s-Functionen $\phi_{\varrho}(x)$ und $\bar{\psi}_{\varrho+1}(x)$, von $\varrho=0$, bis $\varrho=r-1$, continuirlich und, für einerlei Werth von ϱ , unter einander gleichnamig sind, $\phi_{\varrho}(x)$ nicht Null wird und $\frac{d\phi_{\varrho}(x)}{dx} = \phi'_{\varrho}(x)$ ebenfalls continuirlich bleibt, — die Reihe von Functionen

$$f_0(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots f_r(x)$$

die Bedingungen (a), (B), (γ) des 9^{ten} Lehrsatzes erfüllen, und zwar unabhängig von den, als vollständig bestimmt gedachten, Constanten

$$a_0, a_1, a_2, a_3, \dots a_{r-1}.$$

Zusatz 1. Setzt man, um einen einfachen Fall zu gewinnen,

$$F(x) = C, \quad \bar{\psi}_{\varrho+1}(x) = x^{\alpha_{\varrho+1}}, \quad \phi_{\varrho}(x) = x^{\beta_{\varrho}},$$

wo C eine beliebige angebbare reelle Constante, $\alpha_{\varrho+1}$ und β_{ϱ} , von $\varrho=0$, bis $\varrho=r-1$, beziehungsweise ganze, für einerlei Werth von ϱ , zugleich gerade oder

ungerade Zahlen bezeichnen; so werden die Bedingungen des vorigen Lehrsatzes erfüllt von $x = -\infty$, bis $x = 0$ excl., und von $x = 0$ excl., bis $x = +\infty$, und die Function $f_0(x)$ wird alsdann eine ganze Function.

Zusatz 2. Setzt man

$$F(x) = C, \quad \psi_{\varrho+1}(x) = x^{\alpha_{\varrho+1}}, \quad \phi_{\varrho}(x) = x^{\beta_{\varrho}},$$

wo C eine beliebige reelle Constante, $\alpha_{\varrho+1}$ und β_{ϱ} Brüche von ungeraden Nennern, welche, für einerlei Werth von ϱ , zugleich gerade, oder ungerade Zähler haben, bezeichnen; so werden die Bedingungen des vorigen Lehrsatzes, ebenfalls von $x = -\infty$, bis $x = 0$ excl., und von $x = 0$ excl., bis $x = +\infty$, erfüllt, und die Function $f_0(x)$ wird alsdann eine rationale Function.

Zusatz 3. Setzt man

$$F(x) = C, \quad \psi_{\varrho+1}(x) = a^{\alpha_{\varrho+1}x}, \quad \phi_{\varrho}(x) = a^{\beta_{\varrho}x},$$

wo C , $\alpha_{\varrho+1}$, β_{ϱ} beziehungsweise irgend welche reelle, und a irgend eine positive, Constante bezeichnet; so werden die Bedingungen des vorigen Lehrsatzes erfüllt von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, und die Function $f_0(x)$ wird alsdann von der Form

$$A_0 a^{\gamma_0 x} + A_1 a^{\gamma_1 x} + A_2 a^{\gamma_2 x} + A_3 a^{\gamma_3 x} + \dots + A_r a^{\gamma_r x}.$$

15. Schreiten wir jetzt zu einer nähern Betrachtung der Voraussetzungen des 10^{ten} Lehrsatzes, welche in den folgenden bestehen:

- a) daß die verschiedenen Glieder der Reihe $R_0^{(n)}(x)$, von $x = A$, bis $x = B$, insgesamt continuirlich seien;
- β) daß für jeden reellen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth $c_{\varrho+1}$ von x , für welchen man hat

$$f_{\varrho+1}(x) = 0,$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho}(c_{\varrho+1} - h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+2}(c_{\varrho+1} - h) \text{ ungleichnamig,}$$

$$\overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho}(c_{\varrho+1} + h) \text{ und } \overset{h=0}{\text{Gr}} f_{\varrho+2}(c_{\varrho+1} + h) \text{ ungleichnamig;}$$

wie auch, in so fern c irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x darstellt, für welchen man hat

$$f_0(x) = 0,$$

$\overset{\bar{0}}{\text{Gr}} f_0(c-h)$ und $\overset{\bar{0}}{\text{Gr}} f_1(c-h)$ ungleichnamig,

$\overset{\bar{0}}{\text{Gr}} f_0(c+h)$ und $\overset{\bar{0}}{\text{Gr}} f_1(c+h)$ gleichnamig

seien;

γ) daß die besondern Werthe der Endglieder $f_i(x)$ der Reihe $R_0^{(v)}(x)$ von $x=A$ bis $x=B$, keine Zeichen-Änderung erleiden.

Da, wie bereits vorhin dargethan worden, wenn $\psi_i(x)$ und $\psi_{i+1}(x)$, von $x=A$ bis $x=B$, continuirlich und einander gleichnamig sind,

$$\overset{\bar{k}}{\text{Gr}} \psi_i(x) \propto_i(x) \text{ und } \overset{\bar{k}}{\text{Gr}} \psi_{i+1}(x) \propto_{i+1}(x)$$

gleich- oder ungleichnamig sind, je nachdem solches mit

$$\overset{\bar{k}}{\text{Gr}} \propto_i(x) \text{ und } \overset{\bar{k}}{\text{Gr}} \propto_{i+1}(x)$$

der Fall ist; da ferner, wenn $\propto_i(x)$ keine Zeichen-Änderung erleidet, solches auch mit $\psi_i(x) \cdot \propto_i(x)$ nicht der Fall sein wird, in so fern nicht $\psi_i(x)$ eine Zeichen-Änderung erfährt: so hat man

Lehrsatz 15. Bleiben, von $x=A$ bis $x=B$, die Functionen

$$\psi_0(x), \psi_1(x), \psi_2(x), \psi_3(x), \dots, \psi_r(x)$$

continuirlich, unter einander gleichnamig und durchgängig entweder positiv oder negativ; so wird, wenn die Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots, F_r(x)$$

die Bedingungen des 10^{ten} Lehrsatzes erfüllt, auch die Reihe

$$\psi_0(x) \cdot F_0(x), \psi_1(x) \cdot F_1(x), \psi_2(x) \cdot F_2(x), \psi_3(x) \cdot F_3(x), \dots, \psi_r(x) \cdot F_r(x)$$

denselben Bedingungen entsprechen.

19. Lehrsatz 16. Bleiben, von $x=A$ bis $x=B$, die Functionen

$$\frac{d F_0(x)}{d x}, \frac{d \phi(x)}{d x}, \xi(x);$$

$$F_i(x), F_{i+1}(x), F_{i+2}(x)$$

insgesammt continuirlich, und $\phi(x)$ und $\xi(x)$ einander gleichnamig; bezeichnen

$$\psi_i^{(\xi+2)}(x), \psi_{i+1}^{(\xi+2)}(x), \psi_{i+2}^{(\xi+2)}(x)$$

drei andere Functionen von x , der Gleichung

$$\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) F_{\varrho+1}(x) + \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x) F_{\varrho+2}(x) = 0$$

genügend, und überdies so beschaffen, daß, wenn $c_{\varrho+1}$ irgend einen, zwischen A und B enthaltenen, besondern Werth von x bezeichnet, für welchen man hat

$$F_{\varrho+1}(x) = 0,$$

alsdann

$$\text{Gr}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x) = 0,$$

$$\text{Gr}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) \text{ einförmig und angebar,}$$

$$\text{Gr}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \quad \text{und} \quad \text{Gr}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x) \text{ gleichnamig}$$

seien (die sämtlichen Grenzen mittelst einer zu- oder abnehmenden Reihe als bestimmt gedacht); und setzt man

$$F_1(x) = \xi(x) \cdot \frac{d \cdot \phi(x) \cdot F_0(x)}{dx}$$

und, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$,

$$\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+2}(x) = - [\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) F_{\varrho+1}(x)]:$$

so wird die so näher bestimmte Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots, F_r(x)$$

den Bedingungen (α) und (β) des 10^{ten} Lehrsatzes entsprechen.

Beweis. Zunächst ist es, nach No. 16., einleuchtend, daß, da, vermöge der Voraussetzungen,

$$\frac{d F_0(x)}{dx}, \frac{d \phi(x)}{dx}, \xi(x),$$

von $x = A$ bis $x = B$ continuirlich, und $\phi(x)$ und $\xi(x)$ einander gleichnamig sind, — wie auch

$$F_1(x) = \xi(x) \cdot \frac{d \cdot \phi(x) F_0(x)}{dx}$$

ist, $F_0(x)$ und $F_1(x)$ den in Rede stehenden Bedingungen genügen werden.

Da ferner, den Voraussetzungen gemäß,

$$F_{\varrho}(x), F_{\varrho+1}(x), F_{\varrho+2}(x)$$

continuirlich sind von $x = A$ bis $x = B$; so entsprechen sie der Bedingung (α).

Weiter: da, ebenfalls den Voraussetzungen zufolge,

$$\psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi}(x) + \psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+1}(x) + \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+2}(x) = 0$$

ist: so hat man bekanntlich

$$(I) \dots \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} [\psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi}(x) + \psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+1}(x) + \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+2}(x)] = 0.$$

Da nun

$$\text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi}(x) \text{ eif\"ormig und angebbar}$$

ist (Vorauss.): so ist bekanntlich

$$\begin{aligned} & \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} [\psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi}(x) + \psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+1}(x) + \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+2}(x)] \\ &= \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi}(x) + \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} [\psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+1}(x) + \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+2}(x)]. \end{aligned}$$

Verbindet man diese Gleichung mit (I), so kommt

$$(II) \quad \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi}(x) + \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} [\psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+1}(x) + \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+2}(x)] = 0,$$

daher

$$\text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} [\psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi+1}(x) + \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi+2}(x)] \text{ eif\"ormig und angebbar.}$$

Da ferner, der Voraussetzung gemäfs,

$$\text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi+1}(x) = 0$$

ist: so ist offenbar

$$\text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi+2}(x) \text{ eif\"ormig und angebbar:}$$

folglich

$$\text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} [\psi_{\xi+1}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi+1}(x) + \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi+2}(x)] = \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) F_{\xi+2}(x).$$

Verbindet man diese Gleichung mit (II), so kommt

$$\text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi}(x) = - \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) \cdot F_{\xi+2}(x).$$

Da nun

$$\text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi}^{(\xi+2)}(x) \quad \text{und} \quad \text{Gr}^{x=c_{\xi+1}} \psi_{\xi+2}^{(\xi+2)}(x) \text{ gleichnamig}$$

sind (Vorauss.); so werden

$$\operatorname{Gr}_{c_{\varrho+1}}^{x=c_{\varrho+1}} F_{\varrho}(x) \quad \text{und} \quad \operatorname{Gr}_{c_{\varrho+2}}^{x=c_{\varrho+1}} F_{\varrho+2}(x) \quad \text{ungleichnähmig}$$

sein, es sei, daß die gegen $c_{\varrho+1}$ convergirende unendliche Reihe zu- oder abnehmend fortschreite. Demnach werden die Functionen $F_{\varrho}(x)$, $F_{\varrho+1}(x)$, $F_{\varrho+2}(x)$ neben der Bedingung (α) auch die Bedingung (β) erfüllen.

In Verbindung mit dem Anfangs Erwiesenen folgt hieraus, daß die, durch den Lehrsatz näher bestimmte Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots, F_r(x)$$

den Bedingungen (α) und (β) des 10^{ten} Lehrsatzes genügen wird.

Zusatz 1. Da die Bedingungen für $\phi(x)$ und $\xi(x)$ darin bestehen, daß, von $x = A$ bis $x = B$, $\phi(x)$ und $\xi(x)$ einander gleichnähmig, wie auch $\frac{d\phi(x)}{dx}$ und $\xi(x)$ continuirlich seien; so werden dieselben, unter andern, erfüllt, wenn man setzt

$$\phi(x) = C, \quad \xi(x) = D,$$

wo C und D irgend welche reelle, einander gleichnähmige Constanten bezeichnen, und man hat alsdann

$$F_0(x) = F_0(x), \quad F_1(x) = E \frac{dF_0(x)}{dx},$$

wo E eine beliebige positive Constante repräsentirt.

Zusatz 2. Da die Bedingung für $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ darin besteht, daß, wenn $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist, alsdann

$$\operatorname{Gr}_{c_{\varrho+1}}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x) = 0$$

sei; so wird dieselbe, unter andern, erfüllt, wenn $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$, von $x = A$ bis $x = B$, continuirlich ist.

Zusatz 3. Da die Bedingungen für

$$\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x), \quad F_{\varrho}(x)$$

darin bestehen, daß, von $x = A$ bis $x = B$, $F_{\varrho}(x)$ continuirlich, und, in so fern $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist, $\operatorname{Gr}_{c_{\varrho+1}}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x)$ einformig und angebbar, wie auch $\operatorname{Gr}_{c_{\varrho+1}}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$ und $\operatorname{Gr}_{c_{\varrho+2}}^{x=c_{\varrho+1}} \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$ einander gleichnähmig seien:

so werden diese, unter andern, erfüllt, wenn, von $x = A$ bis $x = B$, jene Functionen beziehungsweise continuirlich, $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x)$ und $\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$ einander gleichnamig, wie auch v. n. $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(c_{\varrho+1})$ und v. n. $F_{\varrho}(c_{\varrho+1})$ beziehungsweise gröfser, als Null sind ($F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ vorausgesetzt).

Zusatz 4. Da die Bedingungen für $F_{\varrho+1}(x)$ und $F_{\varrho+2}(x)$ darin bestehen, dafs diese Functionen, von $x = A$ bis $x = B$, continuirlich seien, und dafs

$$\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+2}(x) = - [\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)]$$

sei; so wird, unter den vorhin, in Bezug auf

$$F_{\varrho}(x), \psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x), \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x),$$

bezeichneten Voraussetzungen, diesen Bedingungen entsprochen, wenn, von $x = A$ bis $x = B$, aufser der Function $F_{\varrho+1}(x)$, auch die Function

$$\frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)}$$

continuirlich ist: unter dem besondern Werthe dieses Quotienten in dem Falle, wo der Divisor Null wird, den entsprechenden Grenzwertb verstanden.

Zusatz 5. Daher werden die Bedingungen für

$$F_{\varrho}(x), \quad F_{\varrho+1}(x), \quad F_{\varrho+2}(x), \\ \psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x),$$

unter andern, erfüllt, wenn, von $x = A$ bis $x = B$,

$$F_{\varrho}(x), \quad F_{\varrho+1}(x), \quad F_{\varrho+2}(x), \\ \psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$$

continuirlich, $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x)$, $\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$ einander gleichnamig, und, in so fern $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist, v. n. $F_{\varrho}(c_{\varrho+1})$ und v. n. $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(c_{\varrho+1})$ beziehungsweise angebbar sind, — endlich, wenn

$$\text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)}$$

möglich und bestimmt, und

$$F_{\varrho+2}(x) = - \text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)}$$

ist.

20. Lehrsatz 17. Bleiben, von $x = A$ bis $x = B$, und von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$, die Functionen

$$F_0(x), \quad \frac{dF_0(x)}{dx}, \\ \psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$$

continuirlich; ist

$$F_1(x) = E \frac{dF_0(x)}{dx},$$

wo E eine beliebige positive Constante bezeichnet,

$$F_{\varrho+2}(x) = - \text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)},$$

von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$, und

$$\text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)}$$

möglich und bestimmt; ist ferner, wenn $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist, v. n. $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(c_{\varrho+1}) > 0$, und, wenn $F_1(c_1) = 0$ ist, v. n. $F_0(c_1) > 0$; sind endlich die Functionen $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x)$ und $\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$ einander gleichnamig; so wird die so näher bestimmte Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), \dots, F_{r-1}(x), F_r(x)$$

die Bedingungen (α) und (β) des 10^{ten} Lehrsatzes erfüllen.

Beweis. Da, den Voraussetzungen zufolge, von $x = A$ bis $x = B$, und von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$,

$$\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$$

continuirlich und $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x)$ und $\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$ einander gleichnamig sind, wie auch, wenn $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist, v. n. $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) > 0$ ist: so folgt, nach dem 5^{ten} Zusatze des 16^{ten} Lehrs., daß alle, für eben diese Functionen stattfindenden, Bedingungen erfüllt werden.

Da ferner, ebenfalls den Voraussetzungen nach, $F_0(x)$ und $\frac{dF_0(x)}{dx}$ continuirlich bleiben, $F_1(x) = E \frac{dF_0(x)}{dx}$ ist, wo E eine beliebige positive Constante bezeichnet, und wenn $F_1(c_1) = 0$ ist, v. n. $F_0(c_1) > 0$ ist: so folgt, daß auch $F_0(x)$ und $F_1(x)$ die sie betreffenden Bedingungen erfüllen (Lehrs. 16., Zus. 1. und 5.).

Da endlich die verschiedenen Glieder der Reihe

$$F_2(x), F_3(x), F_4(x), \dots F_r(x),$$

streng allgemein, näher bestimmt werden durch die Gleichung

$$F_{\varrho+2}(x) = - \text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)},$$

und da

$$\text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)}$$

möglich und bestimmt ist (Vorauss.): so werden auch diese, dem 5^{ten} Zusatz des 16^{ten} Lehrsatzes zufolge, die sie betreffenden Bedingungen erfüllen, wofern nur, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$, $F_{\varrho+2}(x)$ continuirlich bleibt, und v. n. $F_{\varrho}(c_{\varrho+1}) > 0$ ist, wenn man hat $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$. Dafs nun dies der Fall ist, läfst sich folgendermafsen zeigen.

Da, den Voraussetzungen nach, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$,

$$F_{\varrho+2}(x) = - \text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)},$$

und

$$\text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)}$$

möglich und bestimmt ist; da ferner die Functionen

$$\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x), \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)$$

continuirlich sind: so wird bekanntlich auch $F_{\varrho+2}(x)$ continuirlich sein, in so fern $F_{\varrho}(x)$ und $F_{\varrho+1}(x)$ continuirlich sind. Nun sind $F_0(x)$ und $F_1(x)$ continuirlich (Vorauss. und Erwies.): mithin ist auch $F_2(x)$ continuirlich. Da also $F_1(x)$ und $F_2(x)$ continuirlich sind (Erwies.): so ist auch $F_3(x)$ continuirlich, u. s. w.

Ferner, da, wenn $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist, v. n. $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(c_{\varrho+1}) > 0$ ist (Vorauss.); so wird v. n. $F_{\varrho+2}(c_{\varrho+1}) > 0$ sein, wenn $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist, wofern nur zugleich v. n. $F_{\varrho}(c_{\varrho+1}) > 0$ ist. Nun ist, wenn $F_1(c_1) = 0$ ist, v. n. $F_0(c_1) > 0$ (Vorauss.): daher v. n. $F_2(c_1) > 0$, wenn $F_1(c_1) = 0$: mithin ist v. n. $F_1(c_2) > 0$, wenn $F_2(c_2) = 0$ ist. Aus ähnlichen Gründen erlangt man

$$\text{v. n. } F_2(c_3) > 0, \text{ wenn } F_3(c_3) = 0,$$

$$\text{v. n. } F_3(c_4) > 0, \text{ wenn } F_4(c_4) = 0, \text{ u. s. w.}$$

Zusatz 1. Da die Bedingung für die Constante E darin besteht, daß diese eine positive GröÙe sei; so wird dieselbe, unter andern, erfüllt, wenn man $E = 1$ setzt, wodurch entsteht

$$F_1(x) = \frac{dF_0(x)}{dx}.$$

Zusatz 2. Da die Bedingung für $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ darin besteht, daß diese Function continuirlich sei; so wird derselben, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, durch jede ganze Function entsprochen.

Zusatz 3. Da die Bedingungen für $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x)$ und $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ darin bestehen, daß diese continuirlich und einander gleichnamig seien, daß

$$\text{Gr} \frac{\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{\psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x)}$$

möglich und bestimmt, und daß v. n. $\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(c_{\varrho+1}) > 0$ sei, wenn $F_{\varrho+1}(c_{\varrho+1}) = 0$ ist: so wird denselben, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, entsprochen, indem man setzt

$$\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x) = C_{\varrho}^{(\varrho+2)}, \quad \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) = C_{\varrho+1}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}},$$

wo $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$ und $C_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}$ irgend welche zwei einander gleichnamige, und $m_{\varrho+2}$ irgend eine positive ganze Constante, der Null einschließend, und dahin näher bestimmt gedacht, daß

$$\text{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}}$$

möglich und bestimmt sei, bezeichnen.

Verbindet man diese Zusätze mit dem unmittelbar vorhergehenden Lehrsatz selbst, so erlangt man

Lehrsatz 18. Bleiben, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, die Functionen

$$F_0(x), \quad \frac{dF_0(x)}{dx} = F'_0(x)$$

continuirlich, und ist v. n. $F_0(c_1) > 0$, wenn $F'_0(c_1) = 0$ ist; bezeichnen, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$, $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ eine beliebige ganze Function von x , $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$ und $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$ zwei beliebige, einander gleichnamige, von x unabhängige, Functionen von ϱ , E eine beliebige positive Constante, $m_{\varrho+2}$ eine, von x unabhängige, nur positive und ganze Werthe, der Null einschließend, gestattende, Function von ϱ ; setzt man

$$F_1(x) = E \frac{dF_0(x)}{dx},$$

und, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$,

$$F_{\varrho+2}(x) = - \operatorname{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}},$$

und denkt man sich $m_{\varrho+2}$ dahin näher bestimmt, daß, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$,

$$\operatorname{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}}$$

möglich und bestimmt sei: so wird die so näher bestimmte Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots, F_r(x)$$

den Bedingungen (a) und (b) des 10^{ten} Lehrsatzes entsprechen, und zwar von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$.

Bekanntlich werden $F_0(x)$ und $\frac{dF_0(x)}{dx}$, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, continuirlich sein, wenn $F_0(x)$ eine ganze Function von x bildet. Verbindet man diese Bemerkung mit dem vorigen Lehrsatz, so entsteht

Lehrsatz 19. Bezeichnet $F_0(x)$, wie auch $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$, eine ganze Function von x , und ist, wenn $F_0'(c_1) = 0$ ist, v. n. $F_0'(c_1) > 0$; bezeichnen $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$ und $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$ zwei beliebige, einander gleichnamige und von x unabhängige, Functionen von ϱ , E eine beliebige positive Constante, und $m_{\varrho+2}$ eine, von x unabhängige, nur positiver und ganzer Werthe, der Null einschließend, fähige, Function von ϱ ; setzt man

$$F_1(x) = E \frac{dF_0(x)}{dx},$$

und, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$,

$$F_{\varrho+2}(x) = - \operatorname{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}},$$

und denkt man sich $m_{\varrho+2}$ dahin näher bestimmt, daß, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$,

$$\operatorname{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}}$$

möglich und bestimmt sei: so wird die so bestimmte Reihe von Functionen

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots, F_r(x)$$

den Bedingungen (α) und (β) des 10^{ten} Lehrsatzes, und zwar von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, entsprechen.

Zusatz. Es ist leicht zu übersehen, daß die Bedingungen für E , $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$ und $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$, unter andern, erfüllt werden, wenn man setzt

$$E = 1, \quad C_{\varrho}^{(\varrho+2)} = 1, \quad C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} = 1.$$

21. Aus der Verbindung des 10^{ten} Lehrsatzes mit einem jeden der vier unmittelbar vorhergehenden folgt, daß, — die Function $F_0(x)$ als gegeben und die sie betreffende Bedingung als erfüllend vorausgesetzt — in allen denjenigen Fällen, wo sich die Hilfs-Functionen

$$\psi_{\varrho}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x), \quad \psi_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}(x),$$

von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$, nebst $\phi(x)$ und $\xi(x)$, oder die für dieselben gemachten nähern Bestimmungen, so wählen lassen, daß sie nicht bloß den sie betreffenden Bedingungen genügen, sondern auch zugleich zu einem Gliede $F_r(x)$ führen, deren besondere Werthe, von $x = A$ bis $x = B$, keine Zeichen-Änderung erleiden, stets eine Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots F_r(x)$$

gewonnen werden kann, die den Bedingungen (α), (β), (γ) des 10^{ten} Lehrsatzes entsprechen.

Für den besondern Fall des 19^{ten} Lehrsatzes nun, wo $F_0(x)$ und $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ ganze Functionen von x darstellen, ist dies mit keiner Schwierigkeit verbunden: indem alsdann namentlich $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ und $m_{\varrho+2}$ sich stets so wählen lassen, daß, streng allgemein, $F_{\varrho+1}(x)$ ebenfalls eine ganze Function, und von einem niedrigeren Grade, als $F_{\varrho+1}(x)$, werde, wodurch endlich offenbar ein Glied $F_r(x)$ vom Grade Null entstehen muß, dessen algebraisches Zeichen daher, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, unveränderlich, und dessen Index r die, den Grad von $F_0(x)$ bestimmende, Zahl nicht übersteigen wird.

Die beiden folgenden Aufgaben dienen zur Vermittelung dieser Bestimmung.

Aufgabe 1. Es bezeichnen $F_{\varrho}(x)$, $F_{\varrho+1}(x)$ und $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ beziehungsweise ganze Functionen von x , von denen die beiden ersten gegeben, die dritte dagegen beliebig, wie auch die zweite von einem niedrigeren Grade, als die erste ist; ferner ist

$$(1) \dots F_{\varrho+2}(x) = -\operatorname{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}},$$

wo $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$, $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$ und $m_{\varrho+2}$ beziehungsweise in der, in dem 19^{ten} Lehrsatz bezeichneten, Bedeutung zu nehmen sind: man wünscht die Formen $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ und $m_{\varrho+2}$ dahin näher zu bestimmen, dafs die, durch die Gleichung (1) gegebene Function $F_{\varrho+2}(x)$ ebenfalls ganz und von einem niedrigeren Grade, als $F_{\varrho+1}(x)$, werde.

Auflösung. Man entwickle den Quotienten $\frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x)}{F_{\varrho+1}(x)}$ nach fallenden Potenzen von x , und zwar bis zum Grade Null einschliesslich, und bezeichne diese entwickelte Form mit $\Delta_{\varrho+2}$. Darauf setze man

$$(2) \dots \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) = -\Delta_{\varrho+2},$$

$$(3) \dots m_{\varrho+2} = 0.$$

Dies vorausgesetzt, wird die, durch die Gleichungen (1), (2) und (3) bestimmte Function $F_{\varrho+2}(x)$ den Forderungen der Aufgabe entsprechen.

Beweis. Zunächst ist es klar, dafs, in Folge der Gleichungen (1), (2), (3), sein wird

$$(4) \dots F_{\varrho+2}(x) = -\operatorname{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) - \Delta_{\varrho+2} F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}}.$$

Ferner ist es einleuchtend, dafs, da $F_{\varrho}(x)$ und $F_{\varrho+1}(x)$ ganze Functionen sind, und diese von einem niedrigeren Grade, als jene, ist (Vorauss.), die Function $\Delta_{\varrho+2}$ stets ganz, und

$$(5) \dots C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) - \Delta_{\varrho+2} F_{\varrho+1}(x) = R_{\varrho+2},$$

folglich

$$F_{\varrho+2}(x) = -\frac{R_{\varrho+2}}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}},$$

wo $\frac{R_{\varrho+2}}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}}$ eine ganze Function von x , von einem niedrigeren Grade, als $F_{\varrho+1}(x)$ sein wird.

Aufgabe 2. Es bezeichnen $F_{\varrho}(x)$, $F_{\varrho+1}(x)$, $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ beziehungsweise ganze Functionen von x , von denen die beiden ersten gegeben, die dritte dagegen beliebig, wie auch die zweite von einem niedrigeren Grade, als die erste, und $\operatorname{Gr} \frac{F_{\varrho}(x)}{F_{\varrho+1}(x)} \neq \infty$ ist; ferner ist

$$(1) \dots F_{\varrho+2}(x) = -\text{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}},$$

wo $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$, $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$ und $m_{\varrho+2}$ beziehungsweise in der, in dem 19^{ten} Lehrsatz festgestellten, Bedeutung zu nehmen sind: man wünscht $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ und $m_{\varrho+2}$ dergestalt näher zu bestimmen, daß die, durch die Gleichung (1) gegebene Function $F_{\varrho+2}(x)$ ebenfalls ganz, und von einem niedrigeren Grade, als $F_{\varrho+1}(x)$, werde.

Erste Auflösung. Da die Voraussetzungen, welche der vorigen Aufgabe zu Grunde liegen, auch in dieser vorhanden sind; so wird offenbar die vorhin bezeichnete Methode auch hier anwendbar sein.

Da aber die in Rede stehende Aufgabe eine Bedingung mehr, als die vorhergehende, enthält; so gestattet sie noch eine

Zweite Auflösung. Es bezeichne n den Grad von $F_{\varrho}(x)$, $n-p$ den Grad von $F_{\varrho+1}(x)$ und μ eine solche ganze positive Gröfse, daß

$$n-p+2\mu > n$$

sei. Dies vorausgesetzt, entwickle man den Quotienten $\frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x)}{F_{\varrho+1}(x)}$ nach steigenden Potenzen von x , bis zum Grade $2\mu-1$ einschließlic, und bezeichne diese Form mit $\Delta_{\varrho+2}$. Darauf setze man

$$(2) \dots \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) = -\Delta_{\varrho+2},$$

$$(3) \dots m_{\varrho+2} = \mu.$$

Die durch die Gleichungen (1), (2) und (3) bestimmte Function $F_{\varrho+2}(x)$ wird alsdann den Forderungen der Aufgabe genügen.

Beweis. Zunächst ist es klar, daß, den Gleichungen (1), (2), (3) zufolge,

$$(4) \dots F_{\varrho+2}(x) = -\text{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) - \Delta_{\varrho+2} F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2\mu}}$$

ist. Ferner ist es einleuchtend, daß, da, der Voraussetzung nach, $\text{Gr} \frac{F_{\varrho}(x)}{F_{\varrho+1}(x)}$ nicht ∞ ist, die Form $\Delta_{\varrho+2}$ stets ganz, und

$$(5) \dots C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) - \Delta_{\varrho+2} F_{\varrho+1}(x) = R_{\varrho+2},$$

folglich

$$(6) \dots F_{\varrho+2}(x) = -\text{Gr} \frac{R_{\varrho+2}}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2\mu}},$$

wo $R_{\varrho+2}$, weil $F_{\varrho}(x)$, $F_{\varrho+1}(x)$, $\Delta_{\varrho+2}$, der Reihe nach, vom Grade n , $n-p$ und $2\mu-1$ sind, wie auch $n-p+2\mu > n$ ist (Aufl.), eine solche ganze Function von x sein wird, deren niedrigstes Glied nicht niedriger, als vom Grade 2μ , und deren höchstes Glied nicht höher, als vom Grade $n-p+2\mu-1$ ist. Daher wird die durch (6) bestimmte Function $F_{\varrho+2}(x)$ eine ganze Function von x , von einem Grade, nicht höher, als $n-p-1$, und deshalb von einem niedrigeren Grade, als $F_{\varrho+1}(x)$, sein.

Zusatz 1. Die für $\text{Gr} \frac{F_{\varrho}(x)}{F_{\varrho+1}(x)} \stackrel{x=0}{=}$ stattfindende Bedingung wird, unter andern, erfüllt, wenn v. n. $F_{\varrho+1}'(0) > 0$ ist.

Zusatz 2. Da die ganze positive Gröfse μ lediglich an die Bedingung geknüpft ist, dafs

$$n-p+2\mu > n$$

sei: so sind stets eine unendliche Anzahl verschiedener Werthe, mit Bezug auf μ , und daher eben so viel verschiedene Formen für $F_{\varrho+2}(x)$, möglich.

22. Aus dem Vorhergehenden folgt demnach, dafs zu zwei gegebenen ganzen Functionen $F_{\varrho}(x)$ und $F_{\varrho+1}(x)$, von denen die zweite von einem niedrigeren Grade, als die erste ist, stets eine dritte ganze Function $F_{\varrho+2}(x)$, und zwar, im allgemeinsten Falle, auf unendlich mannigfache Weise, gefunden werden kann, welche die doppelte Eigenschaft habe, dafs sie 1) der Gleichung

$$F_{\varrho+2}(x) = -\text{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}}$$

genüge, und 2) von einem niedrigeren Grade, als $F_{\varrho+1}(x)$ sei, wo die Zeichen $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$, $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$ und $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ beziehungsweise in der vorhin festgestellten Bedeutung zu nehmen sind. Dies vorausgesetzt, hat die Lösung der folgenden Aufgabe keine Schwierigkeit.

Aufgabe 3. Es bezeichnet $F_0(x)$ eine gegebene ganze Function von x , so beschaffen, dafs, wenn c_0 einen reellen Werth von x bildet, für welchen $F_0(c_0) = 0$ ist, alsdann v. n. $F_0'(c_0) > 0$ ist. Man verlangt zu dieser Function eine Reihe anderer Functionen, $R_1^{(v)}(x)$, zu finden, so, dafs die Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots F_r(x),$$

von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, den Bedingungen (α), (β), (γ) des 10^{ten} Lehrsatzes entspreche.

Auflösung. Man setze $F_1(x) = E \frac{dF_0(x)}{dx}$, und bestimme die verschiedenen Glieder einer Reihe $R_{\frac{1}{2}}^{(r)}(x)$, beziehungsweise nach der einen, oder der andern der beiden vorigen Aufgaben, dergestalt, daß, streng allgemein, von $\varrho = 0$ bis $\varrho = r-2$, $F_{\varrho+2}(x)$ ganz und von einem niedrigeren Grade, als $F_{\varrho+1}(x)$ sei, und überdies der Gleichung

$$F_{\varrho+2}(x) = -\text{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}}$$

genüge, wo die Zeichen E , $C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$, $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$, $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$ und $m_{\varrho+2}$ in der, im 19^{ten} Lehrsatz festgestellten, Bedeutung zu nehmen sind. Diese Bestimmungen so weit fortgeführt gedacht, daß $F_r(x)$ unabhängig von x sei, wird die Reihe

$$F_0(x), F_1(x), F_2(x), F_3(x), \dots F_r(x)$$

den Bedingungen (α), (β), (γ) des 10^{ten} Lehrsatzes entsprechen.

Beweis. Da, der Voraussetzung und der Auflösung zufolge, jedes Glied der Reihe $R_0^{(r)}(x)$ eine ganze Function von x , und von einem niedrigeren Grade, als das unmittelbar vorhergehende, bildet; so wird man offenbar zu einem Gliede $F_r(x)$ gelangen, welches vom Grade Null, oder von x unabhängig sei, und dessen Index r , sofern n den Grad von $F_0(x)$ bezeichnet, nicht größer, als $n+1$ sein kann. Da nun die Reihe $R_0^{(r)}(x)$ bis zu diesem Gliede einschließlic fortgesetzt gedacht wird (Auflös.); so wird sie der Bedingung (γ) des 10^{ten} Lehrsatzes, von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, entsprechen.

Da ferner $F_0(x)$ eine ganze Function von x , und, wenn $F_0(c_0) = 0$ ist, v. n. $F'_0(c_0) > 0$ (Vorauss.), — und, der Auflösung nach,

$$F_1(x) = E \frac{dF_0(x)}{dx} = E F'_0(x),$$

$$F_{\varrho+2}(x) = -\text{Gr} \frac{C_{\varrho}^{(\varrho+2)} F_{\varrho}(x) + \psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x) \cdot F_{\varrho+1}(x)}{C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)} x^{2m_{\varrho+2}}},$$

$C_{\varrho}^{(\varrho+2)}$, $C_{\varrho+2}^{(\varrho+2)}$, $\psi_{\varrho+1}^{(\varrho+2)}(x)$, $m_{\varrho+2}$ in der Bedeutung des 19^{ten} Lehrsatzes genommen werden, wie auch $F_{\varrho+2}(x)$ eine ganze Function, und daher continuirlich ist: so wird, dem 19^{ten} Lehrsatz gemäß, die Reihe $R_0^{(r)}(x)$ auch die Bedingungen (α) und (β) des 10^{ten} Lehrsatzes, und zwar von $x = -\infty$ bis $x = +\infty$, erfüllen.

Zusatz. Da, der Voraussetzung nach, v. n. $F_1(c_0) > 0$ ist, wenn man hat $F_0(c_0) = 0$; so ist, dem 2^{ten} und 4^{ten} Zusatze des 10^{ten} Lehrsatzes zufolge, die auf die vorhin bezeichnete Weise gewonnene Reihe $R_0^{(1)}(x)$ von der Eigenschaft, daß $\Delta_0^{(1)}(x)$ der Anzahl der zwischen A und B enthaltenen reellen Werthe von x gleich ist, für welche man hat

$$F_0(x) = 0,$$

wo A und B zwei völlig beliebige reelle Werthe repräsentiren, für welche auch die Zeichen $-\infty$ und $+\infty$ genommen werden können.

Schluss-Bemerkung.

Was die Anwendung der vorigen Sätze und Methoden auf die Trennung der Wurzeln einer gegebenen Gleichung näher anbelangt, so ist dieser Gegenstand bereits, in mehreren Schriften, mit einer solchen Ausführlichkeit und Vollständigkeit behandelt worden, daß jede weitere Erörterung desselben, an diesem Orte, nicht bloß überflüssig, sondern auch unpassend erscheinen dürfte.



Über eine neue Anwendung bestimmter Integrale auf die Summation endlicher oder unendlicher Reihen.

Von
H^{rn}. LEJEUNE - DIRICHLET.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 25. Juni 1835.]

Unter den zahlreichen und überraschenden Folgerungen, welche Gauß aus seiner Methode zur Auflösung der zweigliedrigen Gleichungen, oder wie man sie mit Rücksicht auf ihre geometrische Anwendung zu nennen pflegt, seiner Theorie der Kreistheilung gezogen hat, ist besonders die Bestimmung gewisser endlicher Reihen, wegen der eigenthümlichen dabei zum Vorschein kommenden Schwierigkeiten merkwürdig. Bezeichnet man mit  $p$  irgend eine Primzahl und mit  $\pi$  wie gewöhnlich den halben Umfang für den Radius 1, so läßt sich, je nachdem  $p$  die Form  $4\mu + 1$  oder die Form  $4\mu + 3$  hat, die Summe der Reihe

$$\cos 0^2 \frac{2\pi}{p} + \cos 1^2 \frac{2\pi}{p} + \cos 2^2 \frac{2\pi}{p} + \dots + \cos (p-1)^2 \frac{2\pi}{p}$$

oder die der Reihe

$$\sin 0^2 \frac{2\pi}{p} + \sin 1^2 \frac{2\pi}{p} + \sin 2^2 \frac{2\pi}{p} + \dots + \sin (p-1)^2 \frac{2\pi}{p}$$

auf eine höchst einfache Weise durch  $p$  ausdrücken. Die erwähnte Methode zeigt nämlich, daß diese Summe die Wurzel der reinen quadratischen Gleichung  $x^2 = p$ , und also  $+\sqrt{p}$  oder  $-\sqrt{p}$  ist. Da die Summe für jede Primzahl  $p$  nur einen Werth hat, so bleibt also bloß noch zu entscheiden, mit welchem Zeichen man die Wurzelgröße zu nehmen habe. Eine Unbestimmtheit, wie die hier sich zeigende, findet sehr häufig statt, läßt sich aber gewöhnlich leicht beseitigen, indem aus der Natur der zu bestimmenden Größe leicht erhellt, ob ihr das positive oder negative Zeichen zukommt.

Im vorliegenden Falle aber treten dieser Entscheidung große Schwierigkeiten in den Weg, da die Glieder der Reihe zum Theil positiv, zum Theil negativ sind, und sich im Allgemeinen nicht übersehen läßt, ob die einen oder die andern überwiegen. Für besondere Werthe von  $p$  ist die Frage natürlich, vermittelt der aus den Tafeln zu entnehmenden Werthe der trigonometrischen Functionen, leicht zu entscheiden und man findet so, daß jedesmal das positive Zeichen genommen werden muß. Für die allgemeine Frage ist jedoch dadurch wenig gewonnen und die Theorie der Kreistheilung scheint kein Mittel darzubieten, das auf dem Wege der Induction gefundene Resultat für alle Fälle festzustellen. Gaußs ist in seinen *Disquisitiones arithmeticae* auf die Bestimmung des Zeichens nicht eingegangen, sondern hat dieselbe später zum Gegenstande einer besondern Abhandlung gemacht (\*). Das darin befolgte Verfahren, welches der Idee nach eben so einfach als es in der Ausführung scharfsinnig ist, besteht darin, die obigen Reihen oder vielmehr die allgemeinen Ausdrücke von derselben Form, in denen irgend eine ganze Zahl  $n$  an die Stelle der Primzahl  $p$  getreten ist, in ein Product von Sinus zu verwandeln, deren Bogen in arithmetischer Progression fortschreiten, nach welcher Umformung sich das Zeichen sogleich bestimmen läßt, indem man findet, daß die negativen Factoren in gerader Anzahl vorhanden sind. Die Schwierigkeit, a priori, d. h. vor Durchführung aller Rechnungen, klar zu übersehen, warum der von dem großen Geometer eingeschlagene Weg zu einer so merkwürdigen Umformung führt, hat den Wunsch in mir erregt, die Frage auf eine andere vielleicht übersichtlichere Weise zu behandeln, und ich glaube, das Resultat meiner Bemühungen der Akademie vorlegen zu dürfen, da die Erfahrung vielfältig bewiesen hat, daß bei so schwierigen Untersuchungen Gewinn für die Wissenschaft daraus entspringen kann, wenn man dasselbe Problem unter sehr verschiedenen Gesichtspunkten betrachtet.

Eine neue Auflösung der oben erwähnten Aufgabe wird um so eher einiges Interesse darbieten können, als die schöne, von Gaußs gegebene Analyse bis jetzt die einzige ist, durch welche die eigenthümliche, durch das doppelte Zeichen hervorgebrachte Unbestimmtheit gehoben wird. Zwar hat sich auch Libri mit der Summation dieser Reihen beschäftigt, allein seine Methode, wie scharfsinnig sie auch sei, scheint nicht geeignet, die eben

---

(\*) *Summatio quarundam serierum singularium. Comment. recent. Societ. Gottg. Tom. I.*

bezeichnete Schwierigkeit zu heben, indem sie, wie die Kreistheilung, auf eine quadratische Gleichung führt. Zur Bestimmung des Zeichens ist der Verfasser genöthigt, die in ein Sinusproduct verwandelte Reihe zu Hülfe zu nehmen, ohne jedoch auf irgend eine Weise anzugeben, wie man sich von der Gleichheit dieser beiden Ausdrücke überzeugen könne (\*). Aber wie schon bemerkt worden, liegt gerade in diesem Übergange die eigentliche Schwierigkeit der Frage und ist derselbe erst bewerkstelligt, so wird jede andere Betrachtung überflüssig, indem das Product, zu welchem man durch die Transformation gelangt, zu den längst bekannten gehört, welche schon Euler in seiner *Introductio in analys. infinit.* auf eine höchst einfache Weise bestimmt hat.

### §. 1.

Die in dieser Abhandlung enthaltenen Untersuchungen beruhen auf folgenden zwei Sätzen, auf welche man durch die Betrachtung der Reihen geführt wird, die nach den Sinus und Cosinus der Vielfachen einer Veränderlichen fortschreiten und für ein gewisses Intervall eine beliebig gegebene Function dieser Veränderlichen darstellen.

„Bezeichnet  $c$  eine Constante, welche die doppelte Bedingung  $0 < c \leq \frac{\pi}{2}$  erfüllt, und ist  $f(\beta)$  eine von  $\beta = 0$  bis  $\beta = c$  continuirlich bleibende Function von  $\beta$ , so nähert sich das Integral

$$\int_0^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$$

der Grenze  $\frac{\pi}{2} f(0)$ , wenn die darin enthaltene positive ganze Zahl  $k$  unendlich wird.“

„Sind  $b$  und  $c$  Constanten von solcher Beschaffenheit, daß  $0 < b < c \leq \frac{\pi}{2}$  und bleibt die Function  $f(\beta)$  continuirlich von  $\beta = b$  bis  $\beta = c$ , so nähert sich das Integral

$$\int_b^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$$

bei unaufhörlichem Wachsen von  $k$  der Grenze Null.“

(\*) Journal der Mathematik von Crelle. IX. Band, pag. 187.

In frühern Abhandlungen über die Theorie der vorher erwähnten Reihen (\*) habe ich gezeigt, wie sich diese beiden Sätze auf eine eben so einfache als strenge Weise begründen lassen, wenn man zunächst annimmt, daß die Function  $f(\beta)$  innerhalb der Grenzen der Integration, welcher sie unterworfen ist, nicht vom Abnehmen ins Zunehmen oder umgekehrt übergeht. Um von diesem besondern Falle zu dem allgemeinem überzugehen, wo die Function zwischen den Integrationsgrenzen eine beliebige Anzahl Maxima und Minima hat, braucht man nur die Integrale in andere zu zerlegen, deren Grenzen durch die Werthe von  $\beta$  gegeben werden, für welche ein Maximum oder Minimum stattfindet.

Um dies für den ersten Satz zu zeigen, so seien  $e_1, e_2, \dots, e_h$  der Größe nach geordnet die zwischen 0 und  $c$  liegenden Werthe von  $\beta$ , welchen ein Maximum oder Minimum von  $f(\beta)$  entspricht. Zerlegt man nun das Integral

$$\int_0^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$$

in  $h+1$  andere, deren Grenzen 0 und  $e_1, e_1$  und  $e_2, \dots, e_h$  und  $c$  sind, so sind auf diese neuen Integrale die obigen für den erwähnten speciellen Fall als erwiesen vorausgesetzten Sätze anwendbar und man sieht, daß alle diese Integrale mit Ausnahme des ersten für  $k=\infty$  verschwinden, während das erste in demselben Falle den Werth  $\frac{\pi}{2} f(0)$  annimmt, welcher Werth also auch die Grenze des Integrals

$$\int_0^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$$

für das unaufhörliche Wachsen von  $k$  ist. Auf ganz ähnliche Weise wird der Beweis des zweiten Satzes geführt.

Vermittelst der obigen Sätze ist es leicht, die Grenze des Integrals

$$\int_0^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$$

für  $k=\infty$  zu bestimmen, wenn jetzt  $c$  irgend eine positive Constante bezeichnet. Bezeichnet  $l\pi$  das größte in  $c$  enthaltene Vielfache von  $\pi$ , so zerlege man das vorige Integral in die beiden folgenden

---

(\*) Journal der Math. von Crelle. Band IV, pag. 157. oder Repertorium der Physik von Dove und Moser.

$$\int_0^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta, \quad \int_{l\pi}^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta,$$

das erste kann in  $2l$  zwischen den Grenzen

$$0 \text{ und } \frac{\pi}{2}, \quad \frac{\pi}{2} \text{ und } 2 \cdot \frac{\pi}{2}, \quad 2 \cdot \frac{\pi}{2} \text{ und } 3 \cdot \frac{\pi}{2}, \quad \dots \quad (2l-1) \frac{\pi}{2} \text{ und } 2l \cdot \frac{\pi}{2}$$

genommene Integrale zerlegt werden, welche, wenn man der Reihe nach statt  $\beta$  in denselben

$$\beta, \pi - \beta, \pi + \beta, 2\pi - \beta, \dots, (l-1)\pi - \beta, (l-1)\pi + \beta, l\pi - \beta$$

schreibt, und nachher auf das  $2^{\text{te}}$ ,  $4^{\text{te}}$ ,  $6^{\text{te}}$ ,  $\dots$  die Gleichung

$$\int_a^b f(\beta) d\beta = - \int_b^a f(\beta) d\beta$$

anwendet, sich alle von  $\beta = 0$  bis  $\beta = \frac{\pi}{2}$  erstrecken werden. Sie können daher in ein Integral vereinigt werden, welches, da  $k$  eine ganze Zahl ist, offenbar die Form hat

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(\beta) + f(\pi - \beta) + f(\pi + \beta) + \dots + f((l-1)\pi - \beta) + f((l-1)\pi + \beta) + f(l\pi - \beta)] \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$$

und nach dem ersten Satz für  $k = \infty$ , den Werth

$$\pi \left( \frac{1}{2} f(0) + f(\pi) + \dots + f((l-1)\pi) + \frac{1}{2} f(l\pi) \right)$$

annimmt.

Was das andere Integral

$$\int_{l\pi}^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta$$

betrifft, so ist dasselbe Null, wenn  $c = l\pi$ . Für alle andern Fälle bringe man dasselbe in die Form

$$\int_0^c f(l\pi + \beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta,$$

indem man  $l\pi + \beta$  für  $\beta$  setzt. Ist nun  $c - l\pi$  nicht größer als  $\frac{\pi}{2}$ , so folgt aus dem ersten Satz, daß sich das Integral für  $k = \infty$  in  $\frac{\pi}{2} f(l\pi)$  verwandelt. Liegt hingegen  $c - l\pi$  zwischen  $\frac{\pi}{2}$  und  $\pi$ , so zerlege man es in zwei andere, deren Grenzen 0 und  $\frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2}$  und  $c - l\pi$  sind. Das erste nimmt für  $k = \infty$  den Werth  $\frac{\pi}{2} f(l\pi)$  an, während das andere, welches dadurch, daß man  $\pi - \beta$  für  $\beta$  schreibt, in



$$\int_{(l+1)\pi-c}^{\frac{\pi}{2}} f((l+1)\pi-\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin\beta} d\beta$$

übergeht, nach dem zweiten Satz für  $k = \infty$  verschwindet.

Fasst man das Vorhergehende zusammen, so ergibt sich, daß das Integral

$$\int_0^c f(\beta) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin\beta} d\beta,$$

wenn die darin enthaltene ganze positive Zahl  $k$  unaufhörlich wächst, sich immer der Grenze

$$\pi \left( \frac{1}{2} f(0) + f(\pi) + \dots + f(l\pi) \right) = \frac{\pi}{2} f(0) + \pi \sum_{s=1}^{s=l} f(s\pi)$$

nähert, wo  $l$  das größte in  $\frac{c}{\pi}$  enthaltene Ganze bezeichnet, mit Ausnahme des einzigen Falles, wo  $c$  ein Vielfaches von  $\pi$  ist, in welchem Falle das letzte Glied  $\pi f(l\pi)$  der vorigen Summe nur halb zu nehmen ist.

## §. 2.

Man betrachte die beiden Integrale

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\alpha^2) d\alpha = a, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\alpha^2) d\alpha = b \quad (*).$$

Ogleich schon seit Euler bekannt ist, daß die Constanten  $a$  und  $b$  beide den Werth  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$  haben, so brauchen wir dies nicht vorauszusetzen, da sich diese Werthe aus unserer Analyse von selbst ergeben.

(\*) Man behauptet zuweilen, daß Integrale, welche zwischen den Grenzen  $-\infty$  und  $\infty$  genommen sind, nothwendig immer unbestimmt werden, wenn die Function unter dem Zeichen an diesen Grenzen nicht verschwindet. Die hier betrachteten Integrale erfüllen diese Bedingung nicht und haben dennoch ganz bestimmte Werthe, wie sogleich erhellt, wenn man sie in die Form

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos\beta}{\sqrt{\beta}} d\beta, \quad \int_0^{\infty} \frac{\sin\beta}{\sqrt{\beta}} d\beta$$

bringt. Jedes der Integrale

$$\int_{-p}^p \cos(\alpha^2) d\alpha, \quad \int_{-p}^p \sin(\alpha^2) d\alpha$$

nähert sich also einer bestimmten Grenze, wenn man die positive Gröfse  $p$  ins Unendliche wachsen läßt, mag nun dieses Wachsen continuirlich oder, wie im Folgenden, nach irgend einem beliebigen Gesetze sprungweise geschehen.

Setzt man

$$\alpha = \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{n}{2\pi}},$$

wo  $\beta$  eine neue Veränderliche und  $n$  eine positive ganze Zahl bezeichnet, so erhält man

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos \frac{n\beta^2}{8\pi} d\beta = 2a \sqrt{\frac{2\pi}{n}}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \sin \frac{n\beta^2}{8\pi} d\beta = 2b \sqrt{\frac{2\pi}{n}}.$$

Wir denken uns diese beiden Integrale zunächst von  $-(2k+1)\pi$  bis  $(2k+1)\pi$  genommen, wo  $k$  eine positive ganze Zahl bezeichnet und setzen nachher  $k = \infty$ . Zerlegt man jedes der beiden Integrale in  $2k+1$  neue, deren Grenzen

$$-(2k+1)\pi \text{ und } -(2k-1)\pi, \quad -(2k-1)\pi \text{ und } -(2k-3)\pi, \quad \dots \dots \dots \\ (2k-3)\pi \text{ und } (2k-1)\pi, \quad (2k-1)\pi \text{ und } (2k+1)\pi,$$

sind und schreibt in diesen neuen Integralen der Reihe nach, statt  $\beta$ ,

$$-2k\pi + \gamma, \quad -(2k-1)\pi + \gamma, \quad \dots \dots, \quad (2k-1)\pi + \gamma, \quad 2k\pi + \gamma,$$

so erhalten alle die Grenzen  $-\pi$  und  $+\pi$ , und man findet

$$\int_{-\pi}^{+\pi} d\gamma \sum_{h=-k}^{h=k} \cos \frac{n}{8\pi} (\gamma + 2h\pi)^2, \quad \int_{-\pi}^{+\pi} d\gamma \sum_{h=-k}^{h=k} \sin \frac{n}{8\pi} (\gamma + 2h\pi)^2.$$

Die Zahl  $n$  kann eine der folgenden vier Formen  $4\mu$ ,  $4\mu+1$ ,  $4\mu+2$ ,  $4\mu+3$  haben. Findet zunächst die erste Statt, d. h. ist  $n$  durch 4 theilbar, so kann man  $\frac{n}{2} h^2 \pi$  als ein Vielfaches von  $2\pi$  unter dem trigonometrischen Zeichen weglassen und man hat

$$\sum_{h=-k}^{h=k} \cos \frac{n}{8\pi} (\gamma + 2h\pi)^2 = \sum_{h=-k}^{h=k} \cos \left( \frac{n\gamma^2}{8\pi} + \frac{hn\gamma}{2} \right),$$

wofür man auch schreiben kann, indem man die Glieder, die entgegengesetzten Werthen von  $h$  entsprechen, vereinigt und sich einer bekannten Summationsformel bedient,

$$\cos \frac{n\gamma^2}{8\pi} + \sum_{h=1}^{h=k} \left[ \cos \left( \frac{n\gamma^2}{8\pi} + \frac{hn\gamma}{2} \right) + \cos \left( \frac{n\gamma^2}{8\pi} - \frac{hn\gamma}{2} \right) \right] \\ = \cos \frac{n\gamma^2}{8\pi} \left( 1 + 2 \sum_{h=1}^{h=k} \cos \frac{hn\gamma}{2} \right) = \cos \frac{n\gamma^2}{8\pi} \frac{\sin(2k+1) \frac{n\gamma}{4}}{\sin \frac{n\gamma}{4}}.$$

Man findet auf dieselbe Weise für die im zweiten Integral enthaltene Summe

$$\sin \frac{n\gamma^2}{8\pi} \frac{\sin(2k+1)\frac{n\gamma}{4}}{\sin \frac{n\gamma}{4}}.$$

Setzt man diese Werthe ein und führt eine neue durch die Gleichung  $\frac{n\gamma}{4} = \beta$  bestimmte Veränderliche  $\beta$  ein, so erhalten die Integrale die Form

$$\frac{4}{n} \int_{-\frac{n\pi}{4}}^{\frac{n\pi}{4}} \cos\left(\frac{2\beta^2}{n\pi}\right) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta, \quad \frac{4}{n} \int_{-\frac{n\pi}{4}}^{\frac{n\pi}{4}} \sin\left(\frac{2\beta^2}{n\pi}\right) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta.$$

Da die Functionen unter dem Integralzeichen für  $\beta$  und  $-\beta$  denselben Werth haben, so kann man auch von  $\beta = 0$  bis  $\beta = \frac{n\pi}{4}$  integrieren und die Resultate doppelt nehmen.

Man erhält so

$$\frac{8}{n} \int_0^{\frac{n\pi}{4}} \cos\left(\frac{2\beta^2}{n\pi}\right) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta, \quad \frac{8}{n} \int_0^{\frac{n\pi}{4}} \sin\left(\frac{2\beta^2}{n\pi}\right) \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin \beta} d\beta.$$

Nach Obigem werden diese Ausdrücke für  $k = \infty$  respective  $2a \sqrt{\frac{2\pi}{n}}$ ,  $2b \sqrt{\frac{2\pi}{n}}$ . Andererseits ergeben sich aber auch die der Annahme  $k = \infty$  entsprechenden Werthe unmittelbar aus dem am Ende des vorigen §. aufgestellten Satze, bei dessen Anwendung man nicht übersehen darf, daß der dort erwähnte Ausnahmefall hier Statt findet, indem  $\frac{n}{4}$  eine ganze Zahl ist. Man gelangt so durch Vergleichung zu den Resultaten

$$\frac{1}{2} + \cos 1^2 \frac{2\pi}{n} + \cos 2^2 \frac{2\pi}{n} + \dots + \cos\left(\frac{n}{4} - 1\right)^2 \frac{2\pi}{n} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{n}{4}\right)^2 \frac{2\pi}{n} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{n}{2\pi}},$$

$$\sin 1^2 \frac{2\pi}{n} + \sin 2^2 \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin\left(\frac{n}{4} - 1\right)^2 \frac{2\pi}{n} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{n}{4}\right)^2 \frac{2\pi}{n} = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{n}{2\pi}}.$$

Giebt man, um die Constanten  $a$ ,  $b$  zu bestimmen,  $n$  einen besondern Werth, z. B. 4, so kommt

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{2} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}}, \quad \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{b}{2} \sqrt{\frac{2}{\pi}},$$

und folglich

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad b = \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Setzt man diesen Werth für  $a$  in die erste Gleichung und transformirt die Glieder derselben, mit Ausnahme des ersten und letzten, nach der aus der Voraussetzung  $n = 4\mu$  evidenten Formel

$$\cos s^2 \frac{2\pi}{n} = \frac{1}{2} \cos s^2 \frac{2\pi}{n} + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{n}{2} - s \right)^2 \frac{2\pi}{n},$$

so wird dieselbe

$$1 + \cos 1^2 \frac{2\pi}{n} + \cos 2^2 \frac{2\pi}{n} + \dots + \cos \left( \frac{n}{2} - 1 \right)^2 \frac{2\pi}{n} = \frac{1}{2} \sqrt{n},$$

oder wenn man  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{n}{2} \right)^2 \frac{2\pi}{n}$  für das erste Glied 1 schreibt und die übrigen mit Hülfe der Gleichung

$$\cos s^2 \frac{2\pi}{n} = \frac{1}{2} \cos s^2 \frac{2\pi}{n} + \frac{1}{2} \cos (n-s)^2 \frac{2\pi}{n}$$

umformt,

$$1 + \cos 1^2 \frac{2\pi}{n} + \cos 2^2 \frac{2\pi}{n} + \dots + \cos (n-1)^2 \frac{2\pi}{n} = \sqrt{n}.$$

Ganz auf dieselbe Weise folgt aus der zweiten der oben erhaltenen Gleichungen

$$\sin 1^2 \frac{2\pi}{n} + \sin 2^2 \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin (n-1)^2 \frac{2\pi}{n} = \sqrt{n}.$$

### §. 3.

Die Fälle, wo  $n$  nicht durch 4 theilbar, sondern in einer der Formen  $4\mu + 1$ ,  $4\mu + 2$ ,  $4\mu + 3$  enthalten ist, lassen sich in ähnlicher Weise behandeln. Da jedoch die Resultate nicht unmittelbar in ihrer einfachsten Gestalt erscheinen, so wenden wir uns zu einem etwas modificirten Verfahren, welches allgemeinere Resultate liefert.

Setzt man in der vorher erhaltenen Gleichung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\alpha^2) d\alpha = \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

$\alpha = \beta + g$ , wo  $\beta$  eine neue Veränderliche, und  $g$  eine reelle Constante bezeichnet, so erhält man

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\beta + g)^2 d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

oder wenn man entwickelt

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\beta^2 + g^2) \cos 2g\beta d\beta - \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\beta^2 + g^2) \sin 2g\beta d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Das zweite Integral ist offenbar Null und die Gleichung läßt sich in folgende Form bringen

$$\cos(g^2) \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\beta^2) \cos 2g\beta \, d\beta - \sin(g^2) \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\beta^2) \cos 2g\beta \, d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Aus der Gleichung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(\alpha^2) \, d\alpha = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

folgt auf dieselbe Weise

$$\sin(g^2) \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\beta^2) \cos 2g\beta \, d\beta + \cos(g^2) \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\beta^2) \cos 2g\beta \, d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

und durch Combination mit dem vorigen Resultat erhält man sogleich die bekannten Gleichungen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(\beta^2) \cos 2g\beta \, d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} (\cos(g^2) + \sin(g^2))$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin(\beta^2) \cos 2g\beta \, d\beta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} (\cos(g^2) - \sin(g^2)).$$

Setzt man

$$\beta = \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{n}{2\pi}} \quad \text{und} \quad g = i \sqrt{\frac{2\pi}{n}},$$

wo  $\alpha$  eine neue Veränderliche und  $n, i$  positive Constanten bezeichnen, die im Folgenden als ganze Zahlen gelten sollen, so kommt

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos\left(\frac{n\alpha^2}{8\pi}\right) \cos i\alpha \, d\alpha = \frac{2\pi}{\sqrt{n}} \left( \cos \frac{2i^2\pi}{n} + \sin \frac{2i^2\pi}{n} \right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin\left(\frac{n\alpha^2}{8\pi}\right) \cos i\alpha \, d\alpha = \frac{2\pi}{\sqrt{n}} \left( \cos \frac{2i^2\pi}{n} - \sin \frac{2i^2\pi}{n} \right).$$

Es sei jetzt

$$(1) \quad F(\alpha) = b_0 + b_1 \cos \alpha + b_2 \cos 2\alpha + \dots = \sum b_i \cos i\alpha$$

eine beliebige endliche oder unendliche Reihe, deren Coefficienten von  $\alpha$  unabhängig sind. Es soll im letztern Falle nur vorausgesetzt werden, daß die Reihe convergirt und die Function von  $\alpha$ , welche sie darstellt, continuirlich ist.

Multiplicirt man die vorigen Gleichungen mit  $b_i$  und summirt von  $i=0$  bis zu derselben Grenze wie in (1), so erhält man



$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos \frac{n a^2}{8 \pi} F(a) da = \frac{2 \pi}{\sqrt{n}} \sum b_i \left( \cos \frac{2 i^2 \pi}{n} + \sin \frac{2 i^2 \pi}{n} \right) = \frac{2 \pi}{\sqrt{n}} (G + H)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin \frac{n a^2}{8 \pi} F(a) da = \frac{2 \pi}{\sqrt{n}} \sum b_i \left( \cos \frac{2 i^2 \pi}{n} - \sin \frac{2 i^2 \pi}{n} \right) = \frac{2 \pi}{\sqrt{n}} (G - H), \quad (2)$$

wenn man zur Abkürzung

$$\sum b_i \cos \frac{2 i^2 \pi}{n} = G \quad \text{und} \quad \sum b_i \sin \frac{2 i^2 \pi}{n} = H$$

setzt. Um diese beiden Integrale zu finden, denken wir uns dieselben zunächst von  $-(4k+1)\pi$  bis  $(4k+1)\pi$ , wo  $k$  eine positive ganze Zahl bezeichnet, genommen, und lassen nachher  $k$  unendlich werden. Zerlegt man jedes dieser Integrale in  $4k+1$  andere, deren Grenzen durch die beiden Ausdrücke  $(2h-1)\pi$  und  $(2h+1)\pi$  gegeben werden, wenn man  $h$  alle ganzen Werthe von  $-2k$  bis  $2k$  incl. beilegt, und führt in diese Integrale eine für jedes durch die Gleichung  $a = \gamma + 2h\pi$  bestimmte neue Veränderliche  $\gamma$  ein, so werden die Grenzen für alle  $-\pi$  und  $+\pi$ , und man erhält mit Berücksichtigung, daß nach (1) offenbar  $F(\gamma + 2h\pi) = F(\gamma)$ ,

$$\int_{-\pi}^{+\pi} d\gamma F(\gamma) \sum \cos \frac{n}{8\pi} (\gamma + 2h\pi)^2, \quad \int_{-\pi}^{+\pi} d\gamma F(\gamma) \sum \sin \frac{n}{8\pi} (\gamma + 2h\pi)^2,$$

wo sich die Summationen von  $h = -2k$  bis  $h = 2k$  erstrecken. Vereinigt man die Glieder, welche entgegengesetzten Werthen von  $h$  entsprechen, so erhält man für die im ersten Integral enthaltene Summe

$$\cos \frac{n \gamma^2}{8 \pi} + \sum_{h=1}^{h=2k} \left( \cos \frac{n}{8 \pi} (\gamma + 2 h \pi)^2 + \cos \frac{n}{8 \pi} (\gamma - 2 h \pi)^2 \right)$$

$$= \cos \frac{n \gamma^2}{8 \pi} + 2 \sum_{h=1}^{h=2k} \cos \frac{n}{8 \pi} (\gamma^2 + 4 h^2 \pi^2) \cos \frac{h n \gamma}{2}.$$

Der Faktor  $\cos \frac{n}{8 \pi} (\gamma^2 + 4 h^2 \pi^2) = \cos \left( n h^2 \frac{\pi}{2} + \frac{n \gamma^2}{8 \pi} \right)$  unter dem Summenzeichen hat nur zwei verschiedene Werthe und ist offenbar  $\cos \frac{n \gamma^2}{8 \pi}$  oder  $\cos \left( \frac{n \pi}{2} + \frac{n \gamma^2}{8 \pi} \right)$ , je nachdem  $h$  gerade oder ungerade ist. Trennt man daher die Glieder, die einem geraden  $h$  entsprechen, von denen, welche zu einem ungeraden  $h$  gehören, so findet man

$$\cos \frac{n \gamma^2}{8 \pi} (1 + 2 \cos n \gamma + 2 \cos 2 n \gamma + \dots + 2 \cos k n \gamma) + \cos \left( \frac{n \pi}{2} + \frac{n \gamma^2}{8 \pi} \right) (2 \cos \frac{n \gamma}{2} + 2 \cos \frac{3 n \gamma}{2} + \dots + 2 \cos (2k-1) \frac{n \gamma}{2}),$$

oder wenn man für die beiden Reihen ihre bekannten Werthe

$$\frac{\sin(2k+1)\frac{n\gamma}{2}}{\sin\frac{n\gamma}{2}}, \quad \frac{\sin(4k+1)\frac{n\gamma}{4}}{\sin\frac{n\gamma}{4}} - \frac{\sin(2k+1)\frac{n\gamma}{2}}{\sin\frac{n\gamma}{2}}$$

substituiert:

$$\frac{\sin(4k+1)\frac{n\gamma}{4}}{\sin\frac{n\gamma}{4}} \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right) + \frac{\sin(2k+1)\frac{n\gamma}{2}}{\sin\frac{n\gamma}{2}} \left(\cos\frac{n\gamma^2}{8\pi} - \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right)\right).$$

Ganz auf dieselbe Weise ergibt sich für die im zweiten Integrale enthaltene Summe der Werth

$$\frac{\sin(4k+1)\frac{n\gamma}{4}}{\sin\frac{n\gamma}{4}} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right) + \frac{\sin(2k+1)\frac{n\gamma}{2}}{\sin\frac{n\gamma}{2}} \left(\sin\frac{n\gamma^2}{8\pi} - \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right)\right).$$

Die vorhergehenden Ausdrücke bleiben ungeändert, wenn  $\gamma$  in  $-\gamma$  verwandelt wird; dasselbe gilt nach (1) von  $F(\gamma)$ . Man kann daher die Integrale von  $\gamma = 0$  bis  $\gamma = \pi$  nehmen und den Faktor 2 vorsetzen. Man erhält so

$$2 \int_0^\pi \frac{\sin(4k+1)\frac{n\gamma}{4}}{\sin\frac{n\gamma}{4}} \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right) F(\gamma) d\gamma + 2 \int_0^\pi \frac{\sin(2k+1)\frac{n\gamma}{2}}{\sin\frac{n\gamma}{2}} \left(\cos\frac{n\gamma^2}{8\pi} - \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right)\right) F(\gamma) d\gamma,$$

$$2 \int_0^\pi \frac{\sin(4k+1)\frac{n\gamma}{4}}{\sin\frac{n\gamma}{4}} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right) F(\gamma) d\gamma + 2 \int_0^\pi \frac{\sin(2k+1)\frac{n\gamma}{2}}{\sin\frac{n\gamma}{2}} \left(\sin\frac{n\gamma^2}{8\pi} - \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{n\gamma^2}{8\pi}\right)\right) F(\gamma) d\gamma.$$

Setzt man im ersten und dritten Integral  $\beta = \frac{n\gamma}{4}$ , im zweiten und vierten  $\beta = \frac{n\gamma}{2}$ , so gehen diese beiden Ausdrücke über in

$$\frac{4}{n} \int_0^{\frac{n\pi}{4}} \frac{\sin(4k+1)\beta}{\sin\beta} \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{2\beta^2}{n\pi}\right) F\left(\frac{\beta}{n}\right) d\beta + \frac{4}{n} \int_0^{\frac{n\pi}{2}} \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin\beta} \left(\cos\frac{\beta^2}{2n\pi} - \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\beta^2}{2n\pi}\right)\right) F\left(\frac{\beta}{n}\right) d\beta,$$

$$\frac{8}{n} \int_0^{\frac{n\pi}{4}} \frac{\sin(4k+1)\beta}{\sin\beta} \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{2\beta^2}{n\pi}\right) F\left(\frac{\beta}{n}\right) d\beta + \frac{8}{n} \int_0^{\frac{n\pi}{2}} \frac{\sin(2k+1)\beta}{\sin\beta} \left(\sin\frac{\beta^2}{2n\pi} - \sin\left(\frac{n\pi}{2} + \frac{\beta^2}{2n\pi}\right)\right) F\left(\frac{\beta}{n}\right) d\beta.$$

Die Grenzen, welchen sich diese Ausdrücke nähern, wenn die darin enthaltene ganze Zahl  $k$  wachsend gedacht wird, ergeben sich auf der Stelle aus

dem im ersten §. bewiesenen Satze. Man hat daher, wenn man, wie früher, die in (2) enthaltenen Reihen zur Abkürzung mit  $G$  und  $H$  bezeichnet, und auf beiden Seiten mit  $\frac{\sqrt{n}}{2\pi}$  multipliziert:

$$G + H = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( 1 + \cos \frac{n\pi}{2} \right) F(0) + \frac{4}{\sqrt{n}} \sum \cos \left( \frac{n\pi}{2} + \frac{2s^2\pi}{n} \right) F\left(\frac{4s\pi}{n}\right) \\ + \frac{2}{\sqrt{n}} \sum \left( \cos \frac{s^2\pi}{2n} - \cos \left( \frac{n\pi}{2} + \frac{s^2\pi}{2n} \right) \right) F\left(\frac{2s\pi}{n}\right),$$

$$G - H = \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{n\pi}{2} F(0) + \frac{4}{\sqrt{n}} \sum \sin \left( \frac{n\pi}{2} + \frac{2s^2\pi}{n} \right) F\left(\frac{4s\pi}{n}\right) \\ + \frac{2}{\sqrt{n}} \sum \left( \sin \frac{s^2\pi}{2n} - \sin \left( \frac{n\pi}{2} + \frac{s^2\pi}{2n} \right) \right) F\left(\frac{2s\pi}{n}\right).$$

Von den beiden in jeder dieser Gleichungen enthaltenen Summationen erstreckt sich die erste von  $s=1$  bis zu der größten in  $\frac{n}{4}$ , die zweite von  $s=1$  bis zu der größten in  $\frac{n}{2}$  enthaltenen ganzen Zahl und es ist zugleich zu bemerken, daß das letzte Glied der zweiten Summe nur halb zu nehmen ist, wenn  $\frac{n}{2}$  ein Ganzes ist, und dasselbe gilt vom letzten Gliede der ersten, wenn auch  $\frac{n}{4}$  ein Ganzes ist.

Die eben gefundenen Gleichungen, welche die Bestimmung der endlichen oder unendlichen Reihen  $G$  und  $H$  auf die von andern endlichen Reihen zurückführen, enthalten als specielle Fälle die in der Einleitung erwähnten Summationen. Reducirt man nämlich die Reihe (1) auf  $n$  Glieder und setzt alle ihre Coefficienten der Einheit gleich, so ist

$$F(\alpha) = 1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \dots + \cos(n-1)\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sin(2n-1)\frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}},$$

und man hat offenbar  $F\left(\frac{2t\pi}{n}\right) = 0$ , für jede nicht durch  $n$  theilbare ganze Zahl  $t$ . Alle Glieder der obigen Summen verschwinden daher durch die Faktoren  $F\left(\frac{4s\pi}{n}\right)$ ,  $F\left(\frac{2s\pi}{n}\right)$ , und da  $F(0) = n$ , so kommt ganz einfach

$$G + H = \left( 1 + \cos \frac{n\pi}{2} \right) \sqrt{n}, \quad G - H = \sin \frac{n\pi}{2} \sqrt{n},$$

und folglich

$$G = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{n\pi}{2} + \sin \frac{n\pi}{2} \right) \sqrt{n}, \quad H = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{n\pi}{2} - \sin \frac{n\pi}{2} \right) \sqrt{n}.$$

Legt man der ganzen Zahl  $n$  nach einander die 4 Formen  $4\mu$ ,  $4\mu+1$ ,  $4\mu+2$ ,  $4\mu+3$  bei und führt die durch  $G$  und  $H$  bezeichneten Reihen wieder ein, so erhält man

$$\begin{aligned}\sum \cos \frac{2i^2\pi}{n} &= \sqrt{n}, & \sum \sin \frac{2i^2\pi}{n} &= \sqrt{n}, & n &= 4\mu, \\ \sum \cos \frac{2i^2\pi}{n} &= \sqrt{n}, & \sum \sin \frac{2i^2\pi}{n} &= 0, & n &= 4\mu+1, \\ \sum \cos \frac{2i^2\pi}{n} &= 0, & \sum \sin \frac{2i^2\pi}{n} &= 0, & n &= 4\mu+2, \\ \sum \cos \frac{2i^2\pi}{n} &= 0, & \sum \sin \frac{2i^2\pi}{n} &= \sqrt{n}, & n &= 4\mu+3,\end{aligned}$$

wo sich die Summationen von  $i=0$  bis  $i=n-1$  erstrecken.

#### §. 4.

Zum Schluß wollen wir nach Gaußs noch zeigen, wie man aus den eben erhaltenen Summenausdrücken den Fundamentalsatz der Theorie der quadratischen Reste auf eine höchst einfache Weise ableiten kann.

Bezeichnet  $p$  eine ungerade Primzahl, so ist der Rest irgend eines nicht durch  $p$  theilbaren Quadrats bei der Division durch  $p$  offenbar unter denen enthalten, welche die Reihe  $1^2, 2^2, 3^2, \dots, \left(\frac{p-1}{2}\right)^2$  liefert und man beweist leicht, daß diese Reste, welche in irgend einer Ordnung mit

$$\text{I.} \quad a_1, a_2, a_3, \dots, a_{\frac{p-1}{2}}$$

bezeichnet werden sollen, alle von einander verschieden sind. Es seien ferner

$$\text{II.} \quad b_1, b_2, b_3, \dots, b_{\frac{p-1}{2}}$$

diejenigen Zahlen der Reihe  $1, 2, 3, \dots, p-1$ , welche in (I) nicht vorkommen. Dies vorausgesetzt, sagt man bekanntlich von einer durch  $p$  nicht theilbaren Zahl  $q$ , sie sei quadratischer Rest oder Nichtrest von  $p$ , je nachdem der Rest, den  $q$  bei der Division durch  $p$  läßt, zu (I) oder zu (II) gehört, und man beweist ohne Schwierigkeit, daß je nachdem der erste oder der zweite Fall Statt findet, die Reste von  $1^2 q, 2^2 q, 3^2 q, \dots, \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 q$ , wenn man von der Ordnung absieht, mit (I) oder (II) zusammenfallen (\*).

---

(\*) Disquisitiones arithmeticae. Sect. IV.

Man betrachte die Summe

$$M = \sum_{s=0}^{s=p-1} e^{s^2 \frac{2q\pi}{p}} V^{-1},$$

wo  $e$  wie gewöhnlich die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnet. Trennt man das Glied, welches  $s=0$  entspricht, von den übrigen, und vereinigt diese paarweise mit Berücksichtigung der evidenten Gleichung

$$e^{s^2 \frac{2q\pi}{p}} V^{-1} = e^{(p-s)^2 \frac{2q\pi}{p}} V^{-1},$$

so kommt

$$M = 1 + 2 \sum_{s=1}^{s=\frac{p-1}{2}} e^{s^2 \frac{2q\pi}{p}} V^{-1}$$

oder wenn man statt der Zahlen  $1^2 q, 2^2 q, \dots, \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 q$ , die Reste setzt, welche sie bei der Division durch  $p$  lassen, welche Veränderung keine andere Folge hat als die, daß man im Exponenten Vielfache von  $2\pi V^{-1}$  wegläßt, so erhält man

$$M = 1 + 2 \sum_{s=1}^{s=\frac{p-1}{2}} e^{a_s \frac{2\pi}{p}} V^{-1}, \quad \text{oder} \quad M = 1 + 2 \sum_{s=1}^{s=\frac{p-1}{2}} e^{b_s \frac{2\pi}{p}} V^{-1},$$

je nachdem nämlich  $q$  quadratischer Rest oder Nichtrest von  $p$  ist. Da offenbar

$$\sum_{s=1}^{s=\frac{p-1}{2}} e^{a_s \frac{2\pi}{p}} V^{-1} + \sum_{s=1}^{s=\frac{p-1}{2}} e^{b_s \frac{2\pi}{p}} V^{-1} = \sum_{s=1}^{s=p-1} e^{s \frac{2\pi}{p}} V^{-1} = -1,$$

so läßt sich die im letztern Falle Statt findende Gleichung auch so schreiben

$$M = -1 - 2 \sum_{s=1}^{s=\frac{p-1}{2}} e^{a_s \frac{2\pi}{p}} V^{-1}.$$

Beide Fälle sind daher in der Gleichung

$$\sum_{s=0}^{s=p-1} e^{s^2 \frac{2q\pi}{p}} V^{-1} = \delta \left( 1 + 2 \sum_{s=1}^{s=\frac{p-1}{2}} e^{a_s \frac{2\pi}{p}} V^{-1} \right)$$

vereinigt, wenn man unter  $\delta$  die positiv oder negativ genommene Einheit versteht, je nachdem  $q$  quadratischer Rest oder Nichtrest von  $p$  ist. Die Gleichung gilt für jede nicht durch  $p$  theilbare Zahl  $q$ ; um den von  $q$  unabhängigen, zwischen den Klammern enthaltenen Ausdruck zu erhalten, setze man  $q=1$ ; es ist alsdann  $\delta=1$ , und folglich



$$\sum_{s=0}^{p-1} e^{s^2 \frac{2\pi}{p}} V^{-1} = 1 + 2 \sum_{s=1}^{\frac{p-1}{2}} e^{s^2 \frac{2\pi}{p}} V^{-1}.$$

Der Werth der ersten Seite ergibt sich sogleich aus den Ausdrücken des vorigen §. und ist, da  $p$  ungerade,  $\sqrt{p}$  oder  $\sqrt{p} V^{-1}$ , je nachdem  $p$  die Form  $4\mu+1$  oder die Form  $4\mu+3$  hat. Beide Werthe sind in dem Ausdrucke  $\sqrt{p} (V^{-1})^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2}$  enthalten, und es ist also

$$1 + 2 \sum_{s=1}^{\frac{p-1}{2}} e^{s^2 \frac{2\pi}{p}} V^{-1} = \sqrt{p} (V^{-1})^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2}.$$

Die obige Gleichung wird so

$$\sum_{s=0}^{p-1} e^{s^2 \frac{2\pi}{p}} V^{-1} = \delta \sqrt{p} (V^{-1})^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2}.$$

Nimmt man jetzt an,  $q$  sei ebenfalls eine ungerade Primzahl, so erhält man durch eine bloße Vertauschung

$$\sum_{t=0}^{q-1} e^{t^2 \frac{2\pi}{q}} V^{-1} = \varepsilon \sqrt{q} (V^{-1})^{\left(\frac{q-1}{2}\right)^2},$$

wo  $\varepsilon = +1$  oder  $-1$ , je nachdem  $p$  quadratischer Rest oder Nichtrest von  $q$  ist. Werden beide Gleichungen in einander multiplicirt, so kommt

$$\sum_{t=0}^{q-1} \sum_{s=0}^{p-1} e^{(q^2 s^2 + p^2 t^2) \frac{2\pi}{pq}} V^{-1} = \delta \varepsilon \sqrt{pq} (V^{-1})^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{q-1}{2}\right)^2},$$

oder was ganz dasselbe ist, indem man  $4st\pi V^{-1}$  zum Exponenten von  $e$  addirt,

$$\sum_{t=0}^{q-1} \sum_{s=0}^{p-1} e^{(qs+pt)^2 \frac{2\pi}{pq}} V^{-1} = \delta \varepsilon \sqrt{pq} (V^{-1})^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{q-1}{2}\right)^2}.$$

Der Ausdruck  $qs+pt$  läßt offenbar bei der Division durch  $pq$  innerhalb der Summationsgrenzen nicht zweimal denselben Rest; wären nämlich die Reste, welche  $qs+pt$  und  $qs'+pt'$  entsprechen, einander gleich, so wäre  $q(s-s')+p(t-t')$  durch  $pq$  und folglich, da  $p$  und  $q$  von einander verschiedene Primzahlen bezeichnen,  $s-s'$  durch  $p$ , und  $t-t'$  durch  $q$  theilbar, was wegen der Grenzen, in welche  $s, s',$  so wie  $t, t'$  eingeschlossen sind, nur Statt finden kann, wenn zugleich  $s=s'$  und  $t=t'$  ist. Die Reste von  $qs+pt$  in Bezug auf den Divisor  $pq$  sind also  $0, 1, 2, 3, \dots, pq-1$ , und man kann diese Reste an die Stelle der Werthe setzen, welche  $qs+pt$  bei der doppelten

Summation successive annimmt, indem durch diese Veränderung blofs Vielfache von  $2\pi V-1$  im Exponent weggeworfen werden. Man erhält so

$$\sum_{v=0}^{v=pq-1} e^{\delta^2 \frac{2\pi}{pq} V-1} = \delta \varepsilon \sqrt{pq} (V-1)^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{q-1}{2}\right)^2},$$

oder wenn man für die erste Seite ihren aus dem vorigen §. sich ergebenden Werth  $\sqrt{pq} (V-1)^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2}$  setzt und den gemeinschaftlichen Faktor  $\sqrt{pq}$  wegläfst,

$$\delta \varepsilon = (1-1)^{\left(\frac{p-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{q-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{p-1}{2}\right)^2}.$$

Der Exponent läfst sich in die Form

$$\frac{1}{2} (p-1) (q-1) + (p-1) (q-1) \left( \frac{(p+1)}{2} \frac{(q+1)}{2} - 1 \right)$$

bringen, wo der zweite Theil als durch 4 theilbar weggelassen werden kann. Es ist also

$$\delta \varepsilon = (-1)^{\frac{p-1}{2} \frac{q-1}{2}}.$$

Diese Gleichung enthält das oben erwähnte Reciprocitätsgesetz: denn es folgt aus derselben, dafs wenn  $p$  und  $q$  beide die Form  $4\mu+3$  haben,  $\delta = -\varepsilon$ , in allen andern Fällen aber  $\delta = \varepsilon$  ist.





## Druckfehler.

Page. 29. Zeile 12 von unten statt:  $s$  lies:  $s'$ .

- - - 11 - - statt:  $s'$  lies:  $s$ .

- 49. - 7 - - statt:  $\sin(\phi + \phi'')$  lies:  $\sin(\phi' + \phi'')$ .

- 148. - 13 und 14 von oben statt:  $i', k', i'', k''$  lies:  $i, k, i'', k''$ .

- 149. ist überall, ausgenommen in der letzten Zeile statt:  $i', k', i'', k''$  zu lesen:  $i, k, i'', k''$ .

- 153. Zeile 17 von unten statt:  $k'$  lies:  $k$ .

- 153. - 11 - - statt:  $i'$  lies:  $i$ .





Historisch - philosophische  
**A b h a n d l u n g e n**

der

Königlichen

Akademie der Wissenschaften  
zu Berlin.

---

Aus dem Jahre  
1835.

---

Berlin.

Gedruckt in der Druckerei der Königl. Akademie  
der Wissenschaften.

1837.

---

In Commission bei F. Dümmler.



# Inhalt.



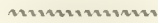
|                                                                                                                                                                                                              |         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| WILKEN: Geschichte der Sultane aus dem Geschlechte Bujeh nach Mirchond . . . . .                                                                                                                             | Seite 1 |
| HOFFMANN über die Besorgnisse, welche die Zunahme der Bevölkerung erregt . . . .                                                                                                                             | - 121   |
| PANOFKA: Zeus und Aegina . . . . .                                                                                                                                                                           | - 153   |
| LEPSIUS über die Anordnung und Verwandtschaft des Semitischen, Indischen, Alt-Persischen, Alt-Ägyptischen und Äthiopischen Alphabets . . . . .                                                               | - 177   |
| LACHMANN über den Eingang des Parzivals . . . . .                                                                                                                                                            | - 227   |
| GRAFF: Althochdeutsche, dem Anfange des 11 <sup>ten</sup> Jahrhunderts angehörige, Übersetzung und Erläuterung der aristotelischen Abhandlungen: <i>κατη-<br/>γορίαι</i> und <i>περὶ ἐγμνησίας</i> . . . . . | - 267   |
| RANKE: Zur Geschichte der italienischen Poesie . . . . .                                                                                                                                                     | - 401   |
| UHDEN über die unter dem Namen der Farnesischen bekannte antike Onyxschale im K. Bourbonischen Museum zu Neapel . . . . .                                                                                    | - 487   |
| RANKE: Nachträgliche Bemerkung zur Geschichte der italienischen Poesie . . . . .                                                                                                                             | - 499   |





# Geschichte der Sultane aus dem Geschlechte Bujeh nach Mirchond.

Von  
H<sup>rn.</sup> W I L K E N.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 12. März 1835.]

Die Geschichte der Dynastie Bujeh oder der Dilemitischen Sultane findet sich in den bisher gedruckten morgenländischen Chroniken sehr unvollständig berichtet, und ist daher auch in neuern Bearbeitungen der morgenländischen Geschichte theils mangelhaft theils unrichtig dargestellt worden. Die Geschichte dieser Dynastie ist jedoch sehr merkwürdig deswegen, weil es den Bujiden gelang, der in ihrer Grundlage freilich schon längst untergrabenen weltlichen Gewalt des arabischen Chalifen ein Ende zu machen und das zuvor geistliche und weltliche Oberhaupt des von dem Propheten Mohammed und dessen nächsten Nachfolgern gegründeten arabischen Reiches auf das Oberpriesterthum zu beschränken.

Ebu Schedschâ Bujeh, der erste dieses Geschlechts, welcher von den Geschichtschreibern namhaft gemacht wird, und der Stammvater der nach ihm genannten Dynastie, war der Anführer einer kriegerischen Horde, welche sich wenigstens zum Theil aus Bewohnern des unter dem Namen Dilem bekannten Gebirgslandes an der südlichen Küste des caspischen Meeres gebildet hatte. Diese Dilemiten traten in gleicher Weise wie schon seit längerer Zeit türkische Horden, in die Dienste der in den östlichen Provinzen des Chalifats unabhängig gewordenen ehemaligen Statthalter, um in deren Kriegen wider einander Sold zu verdienen und durch Beute sich zu bereichern; und der Byzantinische Geschichtschreiber Cedrenus erwähnt ihrer unter dem Namen *Διλεμιται* (was Golius nach Agathias in *Διλαμιται* zu verbessern rath) als Waffengefährten des Seldschuken Togrulbek, des Zerstörers der Herrschaft



der Dilemitischen Sultane, den er *Ταγγρολάπυξ* nennt. <sup>(1)</sup> Die Bewohner jenes Landes, welches an der südlichen Gränze der Provinz Gilân liegt, und diese Provinz, zu welcher es sehr oft als ein Theil derselben gerechnet wird, von Mäsenderân trennt, werden schon von Prokopius <sup>(2)</sup> unter dem Namen *Δολιμίται* und von Agathias <sup>(3)</sup> unter dem Namen *Δολιμίται* als ein sehr kriegerisches Volk geschildert, welches obgleich innerhalb der Gränzen des Persischen Reichs wohnend, dennoch begünstigt durch die steilen und unzugänglichen Gebirge seines Landes seine Unabhängigkeit behauptete, dem persischen Könige jedoch in Kriegen für Sold und gern Hülfe leistete, und wenn auch nur zu Fusse streitend und mit Schwertern, Dolchen, Schilden und Wurfspießen bewaffnet, gleichwohl von den Persern als ein sehr wichtiger Theil ihrer Kriegsmacht angesehen wurde, auch wegen seines leichten und behenden Körperbaues und der Übung im Erklettern steiler Höhen als leichte Miliz ausgezeichnete Dienste leistete. Den Arabern, welche ebenfalls über dieses Gebirgsvolk nicht mit aller Willkühr gebieten konnten, waren die Bewohner von Dilem wegen der Räubereien, durch welche sie den benachbarten Provinzen höchst lästig wurden, um so furchtbarer, als es unmöglich war, die Dilemitischen Räuber in die Schlupfwinkel, welche ihr steiles Gebirgsland ihnen darbot, zu verfolgen, und der Name Dilem wurde daher in der Arabischen Sprache mit der Vocalisirung Dailem (دَيْلَم) ein gewöhnlicher Ausdruck für Räuber oder Feinde, ja selbst für Mißgeschick und Unglück.

Ebu Schedschâ, obwohl er Anführer von Dilemiten war, gehörte keinesweges diesem streitbaren Volke an; und die morgenländischen Geschichtschreiber sind, wie Mirchond im ersten Capitel seiner Geschichte der Dilemitischen Sultane anführt, nicht darüber im Klaren, in welcher Beziehung Ebu Schedschâ und dessen Nachfolger Dilemiten genannt werden; sie schwanken zwischen der Ableitung jenes Namens von Dilem, einem angeblichen Vorfahren des Ebu Schedschâ, und der Erklärung des Beinamens Dilemi von dem Aufenthalte des Ebu Schedschâ und seiner Vorfahren unter den Dilemiten. Wenn auch die behauptete Abstammung des Geschlechtes

---

<sup>(1)</sup> *Cedrenus ed. Paris.* p.771. *Goliüs ad Alferganum* p.205.

<sup>(2)</sup> *De bello Gothico* IV.14.

<sup>(3)</sup> *Historiar.* IV.17.18.

Bujeh von den alten vorislamischen persischen Königen namentlich von Behräm gur, dem vierzehnten Könige der Dynastie der Sassaniden, eine Erfindung schmeichlerischer Zeitgenossen der mächtigen Sultane aus jenem Geschlechte zu sein scheint, so berechtigt sie uns doch wohl, mit Berücksichtigung der von dem Geschichtschreiber Ebu Ali Meskujeh mitgetheilten und von Mirchond (Cap. I.) erwähnten Nachricht, die Abstammung des Ebu Schedschâ aus einem angesehenen persischen Geschlechte, welches nach der Zerstörung des persischen Reiches durch die Araber nach der Provinz Gilân ausgewandert und später zum Islam übergetreten war, für wahrscheinlich zu halten. <sup>(1)</sup> Dafs die Bujiden nicht blofs zu Schirâs und Bagdad als ein ursprünglich persisches Geschlecht betrachtet wurden, geht aus einer Nachricht des Cedrenus hervor, welcher den Enkel des Ebu Schedschâ Bujeh, den Emir Bechthiâr, indem er ihn *Ῥαγγες* nennt, als einen Mann von vornehmer persischer Abkunft bezeichnet und berichtet, dafs derselbe das ganze Geschlecht der Achämeniden (*τὸ γένος τῶν Ἀχαιμενιδῶν Ἰππῶν*) bewaffnet habe, um die Perser von der Botmäßigkeit der Araber zu befreien. <sup>(2)</sup>

Wie es auch mit der persischen Abstammung des Ebu Schedschâ Bujeh beschaffen sein mag, so ist soviel sicher, dafs dieser Hordenführer zugleich mit drei andern, welche eben so wie er ihre Abstammung von alten königlichen Geschlechtern herleiteten, den Verfall der Herrschaft der Samaniden, die bis dahin nicht blofs in Bocharâ und Samarkand geherrscht, sondern ihre Gewalt auch über Chorâsân, Tabaristhân und andere am kaspischen Meere gelegene Provinzen ausgedehnt hatten, benutzte, um in den von Bocharâ, dem Sitze der Samaniden, entfernten Provinzen eine unab-

---

<sup>(1)</sup> Die Abstammung des Ebu Schedschâ von den Sassaniden wird von Ibn Challikân in der Lebensbeschreibung des Moiss eddewleh also angegeben:

ابو شجاع بويه بن فنا خسرو بن تمام بن كوكي بن شيرزبل الاصغر بن شيركوه بن  
شيرزبل الاكبر بن شيرانشاه بن شيرفنده بن سيسان شاه بن سيس فرو بن شيرزبل بن  
سيسان بن بهرام جور الملك ابن يزدجرد بن هرمز كرمان شاه بن شاپور الملك بن  
شاپور ذي الاكتاف وبقية النسب معروف في ملوك بني ساسان ☆

Die Richtigkeit eines Theils der obigen Namen wage ich um so weniger zu vertreten, als die beiden von mir benutzten Handschriften des Ibn Challikân sie ohne diakritische Punkte geben. Dafs diese Genealogie erst dann erfunden worden sei, als die Bujiden mächtige Fürsten geworden waren, deutet Ebulfedâ an (*Ann. Mosl.* T. II. p. 374.).

<sup>(2)</sup> *Cedrenus ed. Paris.* p. 696. Vgl. histor. Anmerk. 44.

hängige Herrschaft zu begründen. Ebu Schedschâ, welcher früher mit seinen Söhnen im Dienste der Samaniden, namentlich des dritten Fürsten dieser Dynastie, Nesr Ibn Ahmed, gestanden war, <sup>(1)</sup> leistete anfangs mit seinen beiden Waffengefährten Asfâr und Merdâwidsch dem Mâkân, als dieser in Tabaristhân sich unabhängig machte, nützliche Dienste; fiel aber zugleich mit ihnen ab, als sie sich wider Mâkân empörten, und war dem Merdâwidsch nicht nur behülflich die von Mâkân gegründete Herrschaft an sich zu bringen, sondern unterstützte ihn auch in seinen weitem Eroberungen, welche bis an die Gränzen von Fârsisthân sich erstreckten; und eroberte insbesondere für Merdâwidsch das an der nördlichen Gränze von Chusisthân gelegene Bergland Luristhân.

Dem Ebu Schedschâ gelang es zwar nicht, selbst eine unabhängige Herrschaft zu gründen; und er scheint, da seit der Einnahme von Karch in Chusisthân seiner nicht weiter gedacht wird, sehr bald nach dieser Eroberung sein Leben beschlossen zu haben. Glücklicher waren seine vier Söhne, welche den Sieg, den sie über Jâkuth, den Statthalter des Chalifen in Fârsisthân, gewannen, als dieser Statthalter es versuchte, die Herrschaft des Chalifen aufrecht zu erhalten, zur Gründung einer unabhängigen Herrschaft in Schirâs benutzten, und diese Herrschaft, da Merdâwidsch, der schon im Begriffe war, die Söhne des Bujeh in Schirâs zu bekriegen, ermordet wurde, nicht nur behaupteten, sondern durch die Eroberung des persischen Irâk, wozu Isfahân gehört, und der Länder Chusisthân und Kermân noch erweiterten, dergestalt, dafs die Nachfolger des Merdâwidsch oder die Fürsten der Dynastie, welche nach Siâd, dem Vater des Merdâwidsch, Beni Siâd genannt werden, mit der Herrschaft über die Landschaften Gilân und Dilem sich zu begnügen genöthigt wurden. Nach diesen Eroberungen kostete es dem Ahmed Moiss eddewleh, dem zweiten Sohne des Ebu Schedschâ Bujeh, keine bedeutende Anstrengung die schon auf Bagdâd und das arabische Irâk beschränkte weltliche Macht des Chalifen, <sup>(2)</sup> sich und seinem Geschlechte zuzueignen. Eben diese Länder, nemlich Fârsisthân nebst Chusisthân, die

---

<sup>(1)</sup> S. die Äußerung des Imâd eddewleh bei Mirchond Cap. II.

<sup>(2)</sup> Vgl. die Schilderung der arabischen Chroniken von dem Zustande des Chalifats in den Jahren d. H. 324. und 325. in *Abulfedae Ann. mosl.* T. II. p. 398. und bei Elmacin p. 203.

beiden Iraks nebst Tabaristhân, endlich Kermân bildeten das Reich des Geschlechtes Bujeh: der Besitz von Mesopotamien oder dem Fürstenthum Mosul, welchen Moiss eddewleh und nach ihm Adhed eddewleh, der älteste der Enkel des Ebu Schedschâ und der ausgezeichnetste Fürst des Geschlechtes Bujeh, an sich brachten, so wie die Hoheit über Haleb und die arabische Landschaft Omân, welche dem Adhed eddewleh zugestanden wurde, scheinen nicht von langer Dauer gewesen zu sein.

Anlangend die Quellen, aus welchen Mirchond seine Geschichte der Dilemiten schöpfte, so bezieht er sich hin und wieder auf die Erzählung des Geschichtschreibers Sâbi, eines Zeitgenossen des Bujiden Adhed eddewleh, in dessen Chronik des Geschlechtes Bujeh (Cap. I. VI.), des Ebu Ali Meskujeh in dessen Tedschâreb el umemi (Cap. I.), <sup>(1)</sup> des Ibn elathir in dessen Kâmil ethewârich (Cap. I.) und des Verfassers des Thârich Kawâmi, wahrscheinlich einer Chronik des Bujiden Kawâm eddin Ebulfewâris (Cap. V.); und wenn die (Cap. V.) von Mirchond ohne nähere Bezeichnung erwähnten Chroniken nicht unter den eben genannten vier Werken begriffen sind, so hat unser Schriftsteller noch mehrere andere Chroniken zu Rathe gezogen. Dafs die Chronik des Ibn elathir sehr häufig von Mirchond in der Geschichte der Dilemiten benutzt worden ist, beweist die oft wörtliche Übereinstimmung mancher seiner Meldungen mit denen des Ebulfedâ, welcher bekanntlich ebenfalls einen beträchtlichen Theil seiner *Annales moslemici* aus dem Kâmil ethewârich entlehnt hat.

Obwohl die Darstellung des Mirchond in seiner Geschichte der Sultane aus dem Geschlechte Bujeh eben so wenig als in den übrigen Theilen seiner grofsen Compilation eine pragmatische ist, so ergeben sich dennoch aus derselben sehr deutlich die Ursachen der kurzen Dauer der Herrschaft der Bujiden, welche im J. 934 n. Chr. mit der Eroberung von Schirâs durch Imâd eddewleh, den Sohn des Ebu Schedschâ Bujeh, begann und schon am Ende des Jahrs 1054 nach einer Dauer von 120 Jahren durch den Seldschuken Togrulbek mit geringer Mühe vernichtet wurde. Ein Reich, welches durch Soldaten begründet war, konnte nur so lange bestehen, als das Oberhaupt desselben im Stande war durch sein Ansehen die Soldaten im Gehorsam und durch reichliche Belohnungen sich geneigt zu erhalten. Das

---

(1) Vgl. die historischen Anmerkungen 1 und 2.



Verhältniß der Bujiden zu ihrem Heere war aber um so schwieriger, als dasselbe eben so wie die Truppen der Dilemitischen Dynastie der Beni Siâd <sup>(1)</sup> aus zwei ganz verschiedenen Völkern gesammelt war, Dilemiten und Türken, welche selten in gutem Vernehmen mit einander standen, vielmehr oft wider einander selbst die Waffen kehrten, wovon Mirchond mehrere Beispiele meldet. <sup>(2)</sup> Auf einen treuen Beistand der Unterthanen in den eroberten Provinzen, besonders im arabischen Irâk, konnten die Bujiden keinesweges mit Sicherheit rechnen, weil sie in Gilân und Dilem, wo die Zahl der Anhänger Ali's oder der Lehre der Schiiten seit längerer Zeit sehr bedeutend geworden war, <sup>(3)</sup> eine Vorliebe für die Sache jener Parthei gewonnen hatten, und es nicht verhehlten, daß sie die Chalifen aus dem Hause Ummaijeh, welche den Ali und dessen Nachkommenschaft vom Chalifate verdrängt hatten, für unrechtmäßige Usurpatoren hielten und als solche verabscheuten; wodurch sie einen beträchtlichen Theil ihrer Unterthanen sich entfremdeten. <sup>(4)</sup> Mirchond berichtet zwar, daß Imâd eddewleh, als er Schirâs eroberte, die Plünderung der Stadt seinen Soldaten nicht gestattete, was ihm die Zuneigung der friedlichen Bewohner von Schirâs erwirken konnte; allein schon dieser Fürst gerieth in große Verlegenheit, als das Heer, da es seine Hoffnung auf eine ansehnliche Beute getäuscht sah, dafür Entschädigung forderte; und die Nachfolger jenes Fürsten erlaubten sich nicht selten, vielleicht dazu gezwungen durch die Ansprüche ihrer Soldaten, gewaltsame Erpressungen, welche die höchste Unzufriedenheit unter den Bewohnern der Provinzen hervorbrachten. Diese schwierigen Verhältnisse wurden dadurch

(<sup>1</sup>) *Abulfedae Ann. mosl.* T. II. p. 390.

(<sup>2</sup>) Vgl. Cap. VI. XVI. XVII. *Abulfed. Ann. mosl. ad a.* 379, l. c. p. 566.

(<sup>3</sup>) Vgl. H. F. v. Diez Geschichte der Dilemiten in dessen Buche des Kabus (Berlin 1811. 8.) S. 48. folg.

(<sup>4</sup>) Wie sehr Moiss eddewleh, der erste Emir el umerâ aus dem Geschlechte Bujeh, die Schiiten begünstigte, berichtet Mirchond Cap. IV. am Ende. Noch deutlicher sind die Nachrichten darüber in *Abulfedae Ann. mosl.* T. II. p. 478. 480 zu den Jahren 351 und 352, und zum Jahre 395 *ibid.* p. 612.; und die Chronik des Heider meldet: „Im Schabân des Jahrs 368 schrieb der Alidische Chalife Elasis Billah aus Ägypten an Adhed eddewleh einen Brief, welcher Versicherungen der Freundschaft und Zuneigung enthielt, und Adhed eddewleh beantwortete diesen Brief durch ein sehr freundliches Schreiben. Überhaupt bestand zwischen beiden feste Freundschaft und Eintracht.“



noch sehr verschlimmert, daß die verschiedenen Fürstenthümer, in welche die Herrschaft der Bujiden zerfiel, nur in einer sehr lockern Verbindung mit einander standen und keine geregelte Oberherrschaft in dem Reiche der Nachkommen des Ebu Schedschâ bestand. Imâd eddewleh wurde zwar als Oberherr von seinem Bruder Rukn eddewleh anerkannt, und Moiss eddewleh, der dritte Bruder, eroberte im Auftrage des ältesten Bruders Chusisthân und Kermân: ob aber Moiss eddewleh, nachdem er Emir elumerâ in Bagdad geworden war, die Hoheit des Imâd eddewleh, und nach dem Tode desselben die Hoheit des Rukn eddewleh unbedingt anerkannte, ist sehr zweifelhaft. <sup>(1)</sup> Adhed eddewleh erstritt sich die Oberherrschaft über seine Verwandte mit den Waffen, und auch nach seinem Tode hing es lediglich vom Waffenglücke ab, ob und wie lange ein Fürst der Bujiden als Oberherr von seinen Verwandten anerkannt wurde. Daß in der Familie der Bujiden weder Erstgeburt noch Seniorat eine Oberherrschaft begründeten, sieht man aus dem Rathe, welchen nach Mirchond (Cap.VI.) der oberste Emir Moiss eddewleh seinem Sohne Bechthiâr ertheilte, des Friedens wegen und zu seinem eignen Besten sich seinem Oheime Rukn eddewleh und dessen Sohne Adhed eddewleh unterzuordnen. Ein solches schwankendes Verhältniß war bei den stets wiederkehrenden und oftmals geänderten Theilungen des Reichs der Bujiden die unversiegbare Quelle innerer Familienstreitigkeiten und blutiger Bruderkriege, deren Folge keine andere sein konnte, als die Vernichtung des Reichs der Bujiden, welche um so schneller eintrat, als nach Adhed eddewleh aus diesem Geschlechte kein ausgezeichneter Fürst mehr hervorging. Unter solchen Umständen durfte der Seldschuke Togrulbek, welcher in Dschordschân, Tabaristhân und Chârism ein Reich gegründet hatte, den Unterthanen der Bujiden nur sich zeigen, um von ihnen als Herr anerkannt zu werden, wiewohl das Reich, welches Togrulbek stiftete, nicht besser eingerichtet wurde, als es die Herrschaft der Bujiden gewesen war.

---

<sup>(1)</sup> Ebulfedâ sagt zwar (*Ann. mosl.* T. II. p.454.): „Imâd eddewleh war, so lange er lebte, Emir el umerâ, nach seinem Tode wurde Rukn eddewleh Emir el umerâ, und Moiss eddewleh, welcher in Irâk regierte, war *wie der* Stellvertreter (kannâjib) von ihnen beiden“; allein selbst diese Weise des Ausdrucks stellt das Verhältniß des Moiss eddewleh zu den älteren Brüdern als ein sehr unbestimmtes dar. Äußere Beweise der Ehrerbietung (vgl. historische Anmerkung 31.) waren in der Hauptsache nicht entscheidend.

Die Erzählung des Mirchond stellt uns zwar die inneren Verhältnisse des Reichs der Bujiden viel deutlicher dar, als die abgerissenen und unvollständigen Meldungen des Elmacin, des Ebulfedâ und des Ebulferedsch; gleichwohl wird durch die unbequeme und un Zweckmäßige Anordnung der Erzählung die Übersicht der verwickelten Geschichte der Bujiden auch in der Darstellung des Mirchond überaus erschwert; und ich halte es daher für zweckmäßig, eine Übersicht der Fürsten jenes Geschlechts und der unter ihnen Statt gefundenen Theilungen nach der Erzählung des Mirchond zusammenzustellen und durch die beigelegte Geschlechtstafel zu erläutern.

1) Nachdem Imâd eddewleh (im J. d. H. 322, Chr. 934) in Fârs ein Bujidisches Fürstenthum gegründet hatte, so eroberten in dessen Auftrage seine jüngern Brüder Rukn eddewleh das persische Irâk (Cap. II.) und Moiss eddewleh Chusisthân und Kermân (Cap. II. IV.). Der letztere wurde im J. d. H. 334 (Chr. 945 oder 946) oberster Emir zu Bagdâd (Cap. II. IV.).

2) Als nach dem Tode des Imâd eddewleh im Jahre d. H. 338 (Chr. 949) Rukn eddewleh das Land Fârsisthân und die übrigen Länder seines verstorbenen Bruders in Besitz nahm (Cap. III.), so entstanden zwei von einander getrennte regierende Linien der Bujiden, die Linie des Rukn eddewleh in Fârs, und die des Moiss eddewleh in Bagdâd. Die letztere, welche wenigstens unter Moiss eddewleh einige Zeit auch im Besitze von Ahvâs oder Chusisthân war, erlosch schon im Jahre d. H. 367 Chr. 978 (Cap. VI.) mit Bechthiâr, dem Sohne des Moiss eddewleh, welcher im J. d. H. 356 (Chr. 967) seinem Vater nachgefolgt war (Cap. IV.), und mit den sechs Söhnen des Bechthiâr, welche nicht zur wirklichen Regierung gelangten (Cap. X. XI.).

3) Rukn eddewleh theilte in seiner letzten Krankheit im Jahre d. H. 366 Chr. 976 oder 977 die Länder der Bujiden (Cap. III.), indem er seinem ältesten Sohne Adhed eddewleh die ihm von dem Oheime Imâd eddewleh schon überlassene Provinz Fârs (Cap. II.) bestätigte und außer ihr noch Kermân, Chusisthân oder Ahvâs und das Land bis nach Bagdâd überwies, dem zweiten Sohn Fachr eddewleh Hamdân, das Bergland oder Irâk adschemi, Rei und Tabaristhân zutheilte, und den dritten Sohn Mujid eddewleh zum Statthalter von Isfahân und der dazu gehörigen Provinz ernannte. Früherhin hatte er für seine Lebenszeit den Besitz der Städte Rei und Isfahân (wahrscheinlich mit den dazu gehörigen Provinzen) sich vorbehalten (Cap. V.). Jene Anordnung blieb jedoch ohne Wirkung, weil nach dem Tode des Rukn

eddehle (im Sept. 976) unter den Söhnen desselben Streitigkeiten ausbrachen, und Fachr eddehle, welcher sich der Hoheit des ältesten Bruders Adhed eddehle widersetzte, mit Zustimmung des letztern seines Antheils von seinem Bruder Mujid eddehle beraubt wurde (Cap.VII.), und erst nach dem kinderlosen Absterben des Mujid eddehle im Jahre d. H. 373 Chr. 983 oder 984 zum Besitze von Rei, Tabaristhân und Dschordschân gelangte (Cap.VII.VIII.).

4) In solcher Weise theilten sich die Söhne des Rukn eddehle in zwei Linien, während noch als dritte Linie die Dynastie von Bagdâd unter Moiss eddin und nach ihm unter dessen Sohne Bechthiâr bestand. So wie die Linie von Bagdâd schon mit Bechthiâr im Jahre d. H. 367 Chr. 977. 978 (Cap.VI.) und dessen Söhnen (Cap. X. XI.) erlosch, so endigte sich die Nachkommenschaft des Fachr eddehle († im J. d. H. 387 Chr. 997), mit dessen Sohne Medschd eddehle, welcher im Jahre d. H. 420 (Chr. 1029) in die Gefangenschaft des Sultans Mahmud von Gasneh gerieth (Cap.XII.). Diese Erlöschung der Nachkommenschaft des Fachr eddehle ereignete sich jedoch erst nach dem Tode des Adhed eddehle und seiner Söhne, und selbst erst nach dem Tode von mehreren seiner Enkel, welche also nur über einen Theil des Reichs der Bujiden herrschten, so daß nach dem Tode des Bechthiâr, dessen Länder dem Adhed eddehle zugefallen waren, die Linie des Fachr eddehle noch 53 Jahre gleichzeitig mit Adhed eddehle und dessen Söhnen und Enkeln sich behauptete.

5) Nach dem Tode des Adhed eddehle im Jahre d. H. 372 (Chr. 983) wurden dessen Besitzungen wiederum getheilt. Samsâm eddehle, der älteste Sohn des Adhed eddehle setzte sich in den Besitz der Herrschaft über Bagdâd; Behâ eddehle, der zweite Sohn, wurde in dem Erbfolgestreite Gefangener des Samsâm eddehle; und Scherf eddehle, der dritte Sohn, bemächtigte sich der Provinz Fârs und weigerte sich, die Hoheit des ältesten Bruders Samsâm eddehle anzuerkennen. Der letztere gerieth selbst in die Gefangenschaft seines widerspenstigen Bruders, und erhielt seine Freiheit erst wieder nach dem Tode des Scherf eddehle im Jahre d. H. 379 Chr. 989 oder 990; worauf er mit seinem (nicht lange vor der Gefangennehmung des Samsâm eddehle befreiten) Bruder Behâ eddehle eine Theilung verabredete, demselben Chusisthân und das arabische Irâk überliefs, und die Provinzen Fârs und Ardschân (d.i. den an Fârs gränzenden südlichen



Theil von Chusisthân) für sich behielt. Schon im folgenden Jahre d. H. 380 wurde Samsâm eddewleh ermordet und Behâ eddewleh vereinigte wieder die ganze Erbschaft des Adhed eddewleh (Cap. IX.).

6) Nach dem Tode des Behâ eddewleh im Jahre d. H. 403 Chr. 1012 oder 1013 trat eine neue Theilung ein, indem die Söhne desselben nach längern Streitigkeiten die väterliche Herrschaft in folgender Weise theilten: Sultân eddewleh erhielt die Provinz Fârs, Muschrif eddewleh wurde oberster Emir zu Bagdâd, Ebulfewâris behauptete sich in Kermân, und dem Dschelâl eddewleh wurde das Fürstenthum Basrah überlassen (Cap. XIII.). Späterhin wurde diese Theilung nach einem Kriege also abgeändert, daß Muschrif eddewleh im Besitze von Irâk blieb, und dem Sultân eddewleh die Regierung in Fârs und Kermân überlassen wurde (Cap. XIV.).

7) Nach dem Tode des Sultân eddewleh im Jahre d. H. 415 Chr. 1024. 1025 behauptete dessen Sohn Ebu Kälendschâr zwar anfangs den Besitz von Fârs gegen die Angriffe seines Oheims Ebulfewâris, trat aber dennoch diese Provinz an seinen Oheim ab und begnügte sich mit der Provinz Ahvâs oder Chusisthân; bald hernach aber, als eine günstige Gelegenheit sich darbot, vertrieb Ebu Kälendschâr den Ebulfewâris wieder aus Fârsisthân (Cap. XV.), und vereinigte nach dem Tode des letztern (im Jahre 419 Chr. 1028) mit dem Besitze jener Provinz auch noch die Herrschaft über Kermân (Cap. XVII.). Der Antheil des Muschrif eddewleh fiel nach dessen Tode im Jahre d. H. 416 Chr. 1025 an Dschelâl eddewleh, Fürsten von Basrah (Cap. XVI.); und nach dem Tode des letztern im Jahre d. H. 435 Chr. 1044 wurde in Irâk, also auch zu Bagdâd, Ebu Kälendschâr als oberster Emir anerkannt, dergestalt, daß er das ganze Reich der Bujiden mit Ausnahme der Provinzen, welche der Sultan Mahmud von Gasneh und der Seldschuke Togrulbek an sich gerissen hatten, unter seiner Herrschaft vereinigte (Cap. XVII.).

8) Nach dem Tode des Ebu Kälendschâr im Jahre d. H. 440 Chr. 1048. 1049 stritten dessen Söhne Melik rahim und Ebu Mansur Fulâd Suthun noch um das väterliche Erbe, als Togrulbek im Monate Ramadan des Jahrs 447 (December 1056) der Herrschaft des Melik rahim zu Bagdâd und überhaupt der Herrschaft des Geschlechtes Bujeh ein Ende machte (Cap. XVIII.); worauf, wie Mirchond in den beiden letzten Capiteln seiner Geschichte der Dilemiten (Cap. XIX. XX.) berichtet, mit den Brüdern des Melik rahim die Reihe der Fürsten aus dem Hause Bujeh sich schloß und

mit Ebu Ali Kaichusrew erst im Jahre d. H. 487 Chr. 1094 dieses Geschlecht gänzlich erlosch.

Der persische Text der nachfolgenden Geschichte der Dilemiten ist nach drei Handschriften, welche die hiesige Königliche Bibliothek besitzt, festgestellt worden. Die mit D und E in den Angaben der Varianten bezeichneten Handschriften sind bereits in der Vorrede zu Mirchond's Geschichte der Gasneviden von mir beschrieben worden; das mit G bezeichnete Manuscript ist eben so als die Handschrift E im Jahre 1829 in London aus einer von Herrn John Murray hinterlassenen Sammlung orientalischer Handschriften erworben worden, und enthält in drei Grofsfoliobänden den ersten, vierten und fünften Theil der *روضة الصفا* des Mirchond.

Was die deutsche Übersetzung des persischen Textes betrifft, so habe ich mich bemüht, den Sinn und so viel es möglich war auch die Worte des persischen Schriftstellers treulich darzustellen; sollten einzelne Redensarten nicht ganz richtig von mir aufgefaßt worden sein, so wird die Schwierigkeit der Übertragung morgenländischer Texte in abendländische Sprachen bei billigen Beurtheilern mir zur Entschuldigung dienen, jede gegründete Belehrung aber mir willkommen sein. Ganz tadelfreie Übersetzungen morgenländischer Schriftsteller sind bis jetzt noch nicht geliefert worden.

Die beigefügten historischen Anmerkungen werden, wie ich hoffe, nicht als eine überflüssige Zugabe betrachtet werden.



## Geschlechtstafel der Buïden nach Mirchond.

Ebu Schedschâ Bojeb

Inâd eddewleh Ali † d. H. 338 nach Chr. Geb. 949

Ruha eddewleh Ebu Ali Hasan † 366 Chr. 976

Ebulhossain Ahmed Moiss eddewleh . der erste Emir  
elumerâ zu Bagdâd seit 334 Chr. 945. 946. † 356 Chr. 967Isa eddewleh Ebu Mansur Bechthâr, hingerichtet im J.  
367 Chr. 977. 978Ebu Nsar (Mersân) getödtet im J. 394 Chr. 1000 oder  
1001 und fünf andre nicht genannte Söhne.Ebu Schedschâ Adhad eddewleh Thâdich eddewleh  
Fennâ Churew geb. 324 Chr. 935. 936  
† 372 Chr. 983Fachr eddewleh † 337 Chr. 997 (Gemalin Saidich † 420 Chr. 1029)  
† 373 Chr. 983 oder 984Rusthem Medschid eddewleh, seit 420  
Chr. 1029 Gefangener des Sultans  
Mahmud von Gansch.Mojid eddewleh Ebulabbâs (?) Churew Firâs  
† 373 Chr. 983 oder 984

Samâm eddewleh † 388 Chr. 998

Ebu Nsar Behâ eddewleh [Chârchâdâ] † 403 Chr. 1012

Scherf eddewleh Ebulfawâris  
Schirâil † 379 Chr. 989. 990Ebulhossain (Ebulhasan)  
Ahmed

Ebu Tâbir Frûschâh

Ebu Schedschâ Sultân eddewleh

Ebu Tâhir Dochelâl eddewleh

Ebu Ali Hasan Muschir eddewleh

Kawâm eddin Ebulfawâris † 419 Chr. 1029

† 415 Chr. 1025

Melik elmolûk † 435 Chr. 1044

Schâhinschâh † 416 Chr. 1025

Firâs Ebu Kâledschâr Mersân

Melik Ais Ebu Mansur

Kawâm eddin Ebulfawâris † 419 Chr. 1029

Kawâm eddin Ebulfawâris † 419 Chr. 1029

Isa elmolûk † 440 Chr. 1048

(oder Ebulais Mansur)

Schâhinschâh † 416 Chr. 1025

Kawâm eddin Ebulfawâris † 419 Chr. 1029

Churew Firâs Melik rahim wurde im Jahr 417 (Dec.

Ebu Tâhir

Ebu Mansur Fuld Sultân wurde im Jahre 448

Ebu Saad

Ebu Ali Kâchuraw

1050) des Emirats zu Bagdâd durch den Seldschuken

Ebu Tâhir

Ebu Mansur Fuld Sultân wurde im Jahre 448

Ebu Saad

Ebu Ali Kâchuraw

Togrulbek entsetzt und † in der Gefangenschaft im J.

Ebu Tâhir

Ebu Mansur Fuld Sultân wurde im Jahre 448

Ebu Saad

Ebu Ali Kâchuraw

450 Chr. 1058.

genommen und starb in der Gefangenschaft.

der letzte seines Geschlechts.

## I. Persischer Text des Mirchond.

گفتار در احوال آل بویه که ایشانرا سلاطین دیلمه خوانند

۱

صالحی (۱) در کتاب تاجی (۲) آورده است که نسب (۳) بویه ببهرام گور منتهی میشود و نام آبا و اجداد او را تا بهرام ثبت نموده بعضی (۴) از دیلمه گفته اند که بویه از نسل دیلم بن ضبه (۵) است و ابوعلی مسکویه (۶) در کتاب تجارب الامم آورده که زعم ملوک دیلمه آنست که ایشان از فرزندان یزدجرد بن شهریارند که آخر ملوک عجم بوده و در بدایت ظهور اسلام بعضی از اولاد یزدجرد که ایشان نسب (۷) خود را بآنجماعت میرسانند گریخته بخیلان رفتند و بآنجا ساکن شدند و صاحب کامل التواریخ قول اول را (۸) معتبر داشته آنرا از ابو نصر ماکولا روایت میکند و میگوید که آل بویه را (۹) از دیلمه جهت آن شمرده اند که مدتهای مدید در میان ایشان اقامت نموده بودند (۱۰) گوید (۱۱) که ابو شجاع مردی بود متوسط الحال و سه پسر داشت علی و حسن و احمد و چون مادر این (۱۲) پسران وفات یافت بویه از اندوه فوت زوجه خویش نزدیک بآن رسید که هلاک گردد شهریار بن رستم دیلمی گوید که من با ابو شجاع دوست بودم نزد او رفتم و آن (۱۳) مصیبت زده را به کثرت اندوه ملامت کردم و گفتم (۱۴) تو پیش ازین در احتمال شداید و مصایب مصابرت و تحمل مینمودی اکنون این چه فزع و جزع (۱۵) چیست و طیفه آنکه صبرا شعار خود ساخته به سلامتی فرزندان شکر کنی و اگر عیاذا بالله یکی از ایشان را واقعه پیش آید از مادر فرزندان فراموش کنی شهریار گوید (۱۶) که ازین نوع کلمات با او در میان آورده بویه را (۱۷) تسلی (۱۸) داده او را (۱۹) بوثاق خود

(۴) D. und G. (۵) Für steht in D. که نسب (۳) تاجی E. (۲) صاحبی D. (۱) قول او را E. (۸) نسبت G. (۷) مشکویه G. میگوید D. (۶) حینه D. (۵) و بعضی (۱۲) گویند D. und G. (۱۱) D. کرده بودند E. (۱۰) fehlt in E. (۹) را Bویه D. (۸) E. (۱۶) جزع و فزع D. und G. (۱۵) و ohne گفتم D. (۱۴) و ohne آن D. (۱۳) D. (۱۲) گفت und G. (۱۱) E. und G. (۱۰) تسلی E. (۹) در میان نهادم و بویه را G. (۸) گفت (۷) دادم E. und G. (۶) و او را

بردم تا حزن و ملالی (1) که دارد کمتر شود درین اثنا شخصی که دعوی علم نجوم و تعبیر خواب میکردی (2) با ما ملاقات نمود و بویه با او گفت که در خواب چنان دیدم که از سر قضیب من آتشی عظیم بیرون آمد و بر (3) بعضی از (4) بلدان تافتند هر لحظه ساطع تر میشد چنانچه روشنایی (5) آن بآسمان رسید و بعد از آن آن (6) آتش منشعب بسه شعبه گشت و بلاد و عباد را دیدم که پیش آن شعب خضوع و خشوع (7) مینمودند مناجم گفت این خوانی بس (8) غریبست و مرا تا (9) اسپ و جامه ندهی تعبیر نکنم ابو شجاع بویه گفت خدا سوگند که یغیر (10) این جامه که پوشیده ام در نیستنم اثر بنودم بر خنده مانم (11) منجم ده دینار طلبید و بویه (12) باز اختیار عجز کرد مناجم گفت ترا سه فرزند باشد که بر آن بلاد که از آن آتش روشن شد (13) حاکم گردند و کمر ایشان در آفاق بلند شود (14) چنانچه آن آتش بلند گشت (15) بویه گفت روا باشد که با من استنزا کنی من مرد فقیرم و فرزندان من اینان (16) که می بینی بکدام استعداد اینها حاکم شوند منجم گفت اگر اوقات ولادت فرزندان معلوم (17) داری باز نمای بویه تقریر کرد که هر یک از آنها در کدام ساعت متولد شده اند و مناجم (18) بعد از احتیاط درجات طالع و تفحص اوتاد نظرات (19) کواکب دست پسر بزرگتر او را که عماد الدوله علی عبارت از وی (20) است بوسه داد و گفت نخست سلطنت باین فرزند تو رسد و بعد از آن دیگر برادرانش پادشاه شوند آنگاه دست معز الدوله و رکن الدوله را (21) نیز (22) ببوسید اولاد با پدر گفتند که حکیم را (23) چیزی بده (24) بویه در غضب شده گفت این مرد با شما تمسخر (25) میکنند مناجم گفت اگر این زمان (26) سخنی مرا اعتبار نمیکنید باری عهد کنید که چون بمراغب علیه رسید نسبت بمن مراسم شفقت بجای آرید و ابو (27) شجاع بویه ده درم بآن مناجم داد و چون

روشنی G. (5) fehlt in D. (4) آمده بر G. (3) کردی D und G. (2) و. واندو G. (1)  
 ohne تا مرا D. (9) بسی D. (8) خشوع و خضوع D. (7) Das zweite آن fehlt in E. (6)  
 طلبید بویه G. طلبید بویه D. (12) مانم D und G. (11) بر غیر D und G. (10) و.  
 D und G. (15) گردد D und G. (14) بر statt هر و zuvor و روشن گشت D. (13)  
 مناجم D und G. (18) یا G. (17) E. fügt hinzu, was überflüssig ist. (16) شد.  
 رکن الدوله و معز D. (21) از دست G. (20) و. و نظرات E und G. (19) ohne  
 E. (24) مناجم D. (23) آنگاه D. (22) fehlt in D. so wie auch das vorhergehende. الدوله  
 و ابو D und G. (27) این زمان D. (26) استنزا D. (25) ده.

ماکان بن کاکى (1) بر طبرستان مستولى شد بويه در سلک خدام او منتظم گشت و پسرانش نیز با اسفار بن شیرويه و مرداویج بن زیاد (2) و برادرش وشمگیر که (3) از تخم ارغش که بعهد کبک خسرو پادشاهان گیلان بوده اند ملازمت ماکان میکردند تا اسفار بن شیرويه (4) بر ماکان بن کاکى خروج کرده اورا بگریزانیید (5) و بر ملک دیلمیان مستولى شد و چون بعد از یکسال ماکان (اسفار) (\*) مقتول گشت مرداویج قایم مقام او شده رستم دار و سازندگان وری و قزوین و ابهر و زنجان و سارمین مستخلص گردانیده در استخلاص دیگر بلاد عراق سعی نمود و در مدائن قتل عام کرد چنانچه گویند که (6) دو هزار بند ابریشمین از شلوار مقتولان جدا ساختند و مرداویج علی بن بویه را بر برادران بکتر فرستاده خود عازم اصفهان گشت و مظفر بن یاقوت که از قبل مقتدر خلیفه در آن اوان حاکم اصفهان بود با مرداویج جنگ کرده منبزم بفراس پیش پدر رفت و یاقوت با لشکرهای فارس متوجه مرداویج شد و بعد از محاربه یاقوت انزلیام یافت و درین اوقات علی بن بویه با برادران در لرستان بود و یاقوت بعد از هزیمت با دو هزار کس متوجه ایشان گشت و از حسن طالع آل بویه یکی آنکه چون یاقوت روی بدیشان آورد چند نفر از آل بویه (7) و (8) گردان شده بی یاقوت پیوستند و یاقوت فرمود تا افراس گرفته گردن زدند و باقی لشکر دیلمه دل بر مرگ نهاده در امر خرابه لعلی تمام نمودند و دیگر آنکه درآ خین تسویه صفوف یاقوت فرمان داد تا پیادگان پیش رفته آتش در قاروره های نفط زدند و بحسب اتفاق بادی صعب از پیش ایشان در وزیدن آمد (9) و آتش در جامهای بیددان افتاده بر گشتند و از مراجعت ایشان سوارانرا دل از جای و دست از کار رفته عنان از معرکه بر تافتند و یاقوت بطرف بیرون رفت و آل (10) بویه از اموال یاقوت و لشکریان او (11) بقتل شدند و متوجه فارس شده عباد الدوله باتفاق برادران آن دیار را ضبط نموده علم اقبال ایشان ارتفاع یافت و بتسخیر دیگر بلاد پرداختند.

کالی (Bei Elmacin (p. 191.) und Ebulfedâ (Ann. mosl. T. II. p. 374. und an andern Stellen) (1)

مرداویج Der Name مرداویج wird in D. hin und wieder auch geschrieben. (2) E. زیاد بن. (3) fehlt in D und G. (4) E. fügt hinzu و مرداویج. (5) E. بگریزانییدند.

آل بویه bis یکی آنکه Die Worte von (7) Die. (6) fehlt in D und G. (8) S. histor. Anm. 7. (\*)

G. (11) D. و آل ohne (10) D. آمد. (9) D und G. روی. (8) E. und G. (11) G. و لشکریان.



ذکر سلطنت، عماد الدوله علی بن بویه

بعد از انهم از یاقوت، عماد الدوله بشیر از رفته در سرای یاقوت نزول کرد و سپاه را از غارت و تاراج منع فرموده متجند طلب مرسومات خود کردند و در خزانه چیزی نبود و عماد الدوله در خانه یاقوت متفکرم خبیثه ناگاه (۱) چشم او بر سقف خانه افتاده ماری دید که سر از سوراخ بیرون می آورد و باز پس میبرد (۲) و عماد الدوله توّم نموده از آن موضع بیرون (۳) آمد و فرمان داد تا سقف (۴) آن خانه را شکافته آن مار را بدشند و چون خانه را بشکافتند مبلغی کلی (۵) نقد با نفایس امتعه از آنجا ظاهر شد عماد الدوله نفود را بر لشکریان (۶) قسمت نمود (۷) و خیاطی را طلب داشت تا از آن رخت جامه چند بدوزد و چون خیاط را نشاند (۸) بر زبان عماد الدوله لفظ چوب گذاشت خیاط که بود پنداشت که چوب میطلبید (۹) تا از وی بضرر لت اقرار کنند گفت ای خداوند چه احتیاج بچوب است پیش از هفتده صندوق رخت از یاقوت پیش من نیست عماد الدوله بخندید و خواص در تعجب شدند و عماد الدوله اموال یاقوت متصرف شده بحکومت مشغول گشت و درین اثنا مرداوینج خواست که شیراز را از عماد (۱۰) الدوله انتزاع نماید اما اجل اورا (۱۱) امان نداد چه م در آن اوان (۱۲) مرداوینجرا غلامانش (۱۳) در حمام بکشتند و چون این قضیه واقع شد عماد الدوله برادر خود رکن الدوله را بصیبت ولایت عراق فرستاد و برادر دیگر خویش معز الدوله را بکرمان روان کرده بعد (۱۴) از تسخیر کرمان معز الدوله بیگدان رفته بر دولت خلیفه استیلا یافت و در زمان سلطنت عماد الدوله برادرانش رکن الدوله و معز الدوله (۱۵) با معاندان محاربت نموده بسیاری از ولایات فتح کردند و در اواخر شهر سنه سبع ثلثین و ثلثمایه عماد الدوله مرضی پیدا کرد و آن (۱۶) مرض مزمن شده رسولی (۱۷) نزد رکن الدوله فرستاد که پسر بزرگتر خود عضد الدوله بفرست تا از قبل من در ولایت فارس بحکومت اشتغال نماید و رکن الدوله

(۱) ohne die بیرون آوردی E. (۲) خفته بود که ناگاه G. خوابیده بود که ناگاه D. (۳) folgenden Worte. (۴) fehlt in D und E. (۵) پدر آمده فرمان G. پدر D. (۶) خیاط D. (۷) نموده D. (۸) مال از — مبلغی کلی G. setzt für E. (۹) میطلبند G. میطلبید D. (۱۰) نشانند G. بیامد اجلش G. (۱۱) علا E. (۱۲) غلامان اورا G. غلامان او D. (۱۳) Die (۱۴) کرد و بعد D und G. (۱۵) غلامان اورا G. غلامان او D. (۱۶) E. (۱۷) Die Wörter فرستاد und بیامد R. fehlen in E. (۱۸) کرده آن G. (۱۹) رسول D.



سه پسر داشت که هم سهر را اخلیت پادشاهی بود فی الجمله چون عضد الدوله بنواحسی شیراز رسید (1) عماد الدوله مجموع اکابر واعلیٰ فارس را باستقبال او فرستاد و چون نزدیکتر آمد خود نیز با ملازمان بعزم ملاقات برادر زاده از شهر بیرون رفت (2) و عضد الدوله را بسرای امارت فرود آورده بر تخت نشاند و تمامت (3) اعیان و اشراف مملکت را فرمود تا بسلطنت بروی سلام کردند و آنروز دیلمه جشنی عظیم ترتیب دادند (4) و چون عضد الدوله صاحب اختیار شد چند کس از امرای دیلمه را که از (5) فتنه از نامیده ایشان ظاعری بود باشارت عم خود عماد الدوله بگرفت و از آنجمله شخصی بود که او را شیرنجین میگفتند بعضی از خواص و اعیان ملک در باب استخلاص او کلمه چند معروض داشتند عماد الدوله گفت یک سخن ازوی نزد شما تقریر کنم بعد از آن بشم چه شما گویید عمل نمایم آنگاه گفت در آن زمان که ما در خدمت نصیر بن احمد بودیم با جمعی قلیل از دیلمه و زیاده از (6) ده هزار کس از خواص و مالیک نصیر و پدرش ملازم او (7) بودند بغیر از لشکریهای اطراف من شیرنجین را دیدم که گاردی (8) تیزی غلاف در مقداری کرباس پیچیده در ساق موزه نهاد ازوی پرسیدم که این چیست گفت میخوانم که این پسر را بکشم یعنی نصیر را ازین سخن رعی (9) بر خاطر من (10) مستولی شد و نخواستم که او پیش نصیر بن احمد باشد و زیرا از میان جمع بیرون آوردم بیپناه آنکه مرا با تو سخنی است و او بکوشه برده جمعی از دیلمه را حاضر ساختم و با ایشان صورت حال در میان نهادم آنجماعت گفتند که اگر ازوی مثل ازین حرکتی (11) صادر شود درین بلاد یک تن را از ما زنده نگذارند بعد از آن عماد الدوله فرمود که اکنون شما چه میگویید من که ازوی این نوع (12) تهوری مشاهده کرده باشم توانم که او را پیش برادر زاده خود بگذارم شفا خاموش شده دم در کشیدند (13) شیرنجین در حبس بود تا وفات یافت و عماد الدوله در سنه ثمان (14) و ثلاثین و شصت و نه ازین سرای سپنج و منزل عنا ورنج رحلت کرد و او مردی حلیم و کریم (15) و خردمند و عادل (16)

(1) Die Worte von عضد الدوله bis رسید fehlen in E. (2) für بیرون setzt G. (3) E. تمام. (4) G. نمودند. (5) E. امارات. (6) E und G. بر. (7) D. (8) D. کار. (9) G. setzt hinzu تمام. (10) fehlt in E. (11) D und G. حرکت. (12) D. شخصی که ازوی چنین. (13) Die Worte در کشیدند fehlen in E und G. (14) fehlt in E. (15) D. کریم و حلیم. (16) G. عادل و خردمند و عادل.

بود در زمان دولت او رعایا مرفه و آسوده<sup>(۱)</sup> بودند مدت سلطنتش شانزده سال و نیمه امتداد یافت<sup>(۲)</sup> ✽

## ۳

## ذکر حکومت رکن الدوله حسن بن بویه ✽

چون خبر وفات عماد الدوله مسموع رکن الدوله شد متوجه فارس گشت و نخست<sup>(۳)</sup> باصطخر رفت تا زیارت برادر بجای آرد<sup>(۴)</sup> آنگاه بشیراز رود و چون چشم رکن الدوله بقیه عماد الدوله افتاد پای برهنه کرده نوحه کنان بر سر خاک<sup>(۵)</sup> برادر رفت و مجموع لشکریان باوی موافقت نمودند و سه روز در آن موضع<sup>(۶)</sup> اقامت کرده بعد از آن باستنواب امرا روی بشیراز نهاد و مدت نه ماه در آنجا متوقف شده از اموال فارس مبلغی کرامند<sup>(۷)</sup> پیش معز الدوله ببغداد فرستاد و از اسلحه و ادوات حرب مقداری سنگین بآن منتظم گردانید و بعد از آن رکن الدوله عازم ولایت عراق شد و میان امرای<sup>(۸)</sup> سامانی و قایع و حرب<sup>(۹)</sup> دست داد<sup>(۱۰)</sup> و همچنین میان وشمگیر و رکن الدوله محاربات روی نمود و شمه ازین حکایات در ضمن قضایای سامانیه مرقوم کلک بیان گشته بالچله در آن اوان که وشمگیر با رکن الدوله محاربات<sup>(۱۱)</sup> میورزید روزی اسپان خود را احتیاط میکرد خنکی در نظرش آمد فرمود که اثر ازین کردند و بر آن اسپ سوار شده بشکار رفت و در شکارگاه خوکی زخمی رسید و زخمی بر اسپ وشمگیر زده وشمگیر از اسپ افتاده علاح شد و آن سال سال قران نهم بود در مثلثه آتشی<sup>(۱۲)</sup> و در آن سال چند پادشاه فوت شدند معز الدوله بن بویه در بغداد و حسن بن فیروزان در طبرستان و کاشور اخشیدی در مصر و قیصر در روم و ابوعلی بن محمد بن الیاس که مدتی حکومت کرمان کرده بود در بخارا و سیف<sup>(۱۳)</sup> الدوله بن حمدان در دیار بکر و ابو ثعلبه بن حمدان در شام و بعد از وفات<sup>(۱۴)</sup> وشمگیر رکن الدوله با پسرش بیستون احسان بشمار کرد و او را ۹

D. (۳). یافت — مدت nach رعایا — بودند D. (۲). آسوده و مرفه G. (۱). و در آن موضع سه روز. D und G. (۶). قیصر. D und G. (۵). آورد. E. (۴). گشته نخست. In der Chronik des Heider معتد (۸). مبلغی میان او و امرای. (۷). Vielleicht ist zu setzen. میان او و امرای. (۸). محاربات — Die ganze Stelle von محاربات (۱۱). fehlt in E. (۱۰). fehlt in G. (۹). و حرب. D. (۹). شرح G. schaltet nach, wie in G. statt محاربات steht, und statt محاربات steht nach E. (۱۲). آتشین. E. (۱۳). یوسف. D. (۱۴). فوت. E. (۱۴). است ein. das Hilfsverbum گشته nach

جمال و بلشکر مدد داد نقلست که نوبتی وشمگیر از سر غرور واستظهار تمام که بلشکر خویش داشت نامه برکن الدوله نوشت مضمون آنکه من باسپاهی در غایت کثرت چه (1) جنگجوی پلنک خوی (2) که مرتب و آماده گردانیده ام عزم آن دارم که ولایت و مملکت از دست تو انتزاع نمایم و ترا خوار سازم و الله که چون بر تو دست یابم آن کمر که هیچ دشمن بدشمن نکرده باشد (3) و کلمات فحش در آن نامه مندرج گردانیده بود و چون آن مکتوب بمجلس رکن الدوله رسید اشارت بمنشی خود کرد که بخوان (4) و منشی در نامه نگریسته خاموش بایستاد چه او را یارا نبود که آن مهملات را بر زبان آورد رکن الدوله نامه را از دست منشی گرفته بخواند و در جواب نوشت که از لشکر بسیار هیچ اندیشه نیست چه فتح و ظفر منوط (5) و مربوط بعنایت حی اکبرست و اثر تو در باره من آن (6) اندیشه فاسد داری و الله که مرا در خاطر چنانست که اثر تو بدست من گرفتار شوی بجز اعزاز و اکرام از من مشاعده نکنی و در باره تو آنچه وظیفه مروت و انسانیست باشد بتقدیر رسانم و در اندک فرصتی اثر نیت هر یک (7) در شان صاحبش بظهور آمد و در محرم سنه ست و سنین و ثلثمایه اعراض نفسانی برکن الدوله استیلا یافته مریض گشت و سبب آن بود که در اواخر ایام حیات خویش شنید که پسرش عضد الدوله لشکر از فارس ببغداد برده است و پسر عمر خویش عز الدوله (8) بختیار بن معز الدوله را گرفته بمرتبه غضب بروی مستولی شد که محمود گشت و در آن مرض از ری باصفهان رفت و چون خبر (9) غضب و مرض رکن الدوله بعضد الدوله رسید اندیشه ناک شد که مبادا پدر (10) در حین وفات از وی نا راضی باشد (11) و بعد از تأمل بابو الفتح بن عبید که وزیر رکن الدوله بود پیغام داد که نوعی کن که پدر مرا طلب دارد که بی طلب خدمت او رفتن (12) از ادب دور مینماید (13) و ابو الفتح در آن باب سعی نمود تا رکن الدوله او را طلب داشت عضد الدوله پیش پدر باصفهان آمد و رکن الدوله باقی اولاد خود را نیز طلب کرد و مجموع باصفهان حاضر گشتند ابو الفتح بن العبید نوی (14) سنگین ترتیب داد و رکن الدوله و فرزندان و اکابر و اشراف عراقین و فارس بخانه او تشریف حضور ارزانی داشتند و چون از طعام خوردن فارغ شدند رکن الدوله پرتو التفات بر

(1) fehlt in E. (2) E und G. lassen die Wörter و با E und das vor E aus. (3) E und G. عز (8). هر کس D. (7) E. und fehlt in G. این D. (6). بمنوط D. (5). بخواند E. (4). نکند. نا خشنود باشد G. بوده باشد E. (11) fehlt in D. سبب D. (9). E. fehlt in E. الدوله طویی E. (14). میدانم E. (13). او mit Weglassung des که بی طلب رفتن خدمت G. (12).

احوال اولاد انداخته تمام ولایت فارس و کرمان و اهواز را تا نواحی بغداد بعرض الدوله داد و حکومت همدان و اعمال اجبال وری و طبرستان بفخمر الدوله تفویض نمود (1) و موید الدوله را بر اصفهان و اعمال آن والی گردانید و آن دو برادر (2) فرمود که از فرمان عضد الدوله تجاوز نکنند و ایشانرا بانفاق (3) و ترک خلاف وصیت کرد و بعد از اتمام این قضایا اعیان دیلمه یکدیگرا خلعتها پوشانیدند چنانچه رسم (4) ایشانست و رکن الدوله در همان چند روز وفات یافت و در بعضی از تواریخ مسطورست که مدت حکومت او سی و چهار سال بود شانزده سال و نیم در ایام (5) عماد الدوله و هفده سال و نیم بعد از آن رکن الدوله پادشاهی نیکو سیرت صافی سیرت بود و عدل و وزیدی و سادات و علما و فضلارا تعظیم و احترام تمام (6) نمودی ✽

## ۴

## ذکر معز الدوله احمد بن بویه و حکومت او ✽

در سنه اثنی و عشرين و ثلثمایه عماد الدوله برادر خود معز الدوله را با شجاعان دیلمه بنسخیم ولایت کرمان نامزد فرمود و او نخست بسیرجان رفته آن ولایت را در تحت تصرف آورد و در آن اوان ابرهیم سیماجور دواتی که محمد الیاس را در کرمان محصور داشت چون آوازه توجه (7) معز الدوله شنید دست از آن مهم باز داشته (8) روی بخراسان نهاد (9) و محمد بن الیاس نیز از ورم معز الدوله ولایت کرمان گذاشته بطرف سیستان رفت و معز الدوله را با علی بن کلویه (10) و محمد بن الیاس که بعد از فرار متوجه کرمان شده بود (11) محاربات (12) دست داد و بالاخره معز الدوله بر دشمنان غالب گشته چمن ملک کرمان را از خار معارضان (13) پاک ساخت آنگاه عزیمت اهواز نمود و بعد از حروب (14) متعدده که میان او و تماشندگان خلیفه واقع شد آن دیار مستخلص گردانید و در سنه اثنی و ثلثین و ثلثمایه معز الدوله لشکر سنگین (15) از بلاد (16) اهواز بواسطه برد و توزون (17) امیر الامرای خلیفه از بغداد با سپاهی عظیم در برابر او آمد

اعمال D. (5) رحم G. (4) بر اتفاق G. (3) آن دو برادر را E und G. (2) فرمود E. (1)  
 fehlt in D. (6) دولت G. (7) داشت D. (8) In E fehlt die ganze Stelle von bis نیز (9) بودند G. (11) بن کلویه (10) محاربات D. (12) معارضان G. معارضان کرمان (13) حروب G. (14) Die (15) توزون G. überall (17) D. hier (16) fehlt in E. (16) Worte سنگین سنگین fehlen in E.

ودوازده (1) روز متعاقب با یکدیگر جنگ کردند و عقبت توزون منبزم نشست و معز الدوله چند فرسنگ (2) از عقب او رفته با عوازم مراجعت نمود و در سه ثلث و ثلثین و ثلثمایه بار (3) دیگر لشکر بواسط کشید و مستکفی و توزون با لشکرهای عرب باستقبال او آمدند و معز الدوله صلاح در جنگ ندید (4) باز با عوازم معاودت فرمود و در سه اربع و ثلثین بار دیگر (5) معز الدوله با لشکر بسیار متوجه واسط شد و از آنجا ببغداد رفت و پیش از وصول او بدار السلام توزون (6) مرده بود و ابن شیرزاد قایم مقام وی (7) شده معز الدوله در حادی عشم جمادی الاول سنه مذکور بیاب الشماسیه بغداد فرود آمده ابن شیرزاد پنهان شد و روز دیگر معز الدوله بمجلس مستکفی (8) در آمده باو بیعت کرد و خلیفه با معز الدوله میثاق بست (9) در آن روز احمد را معز الدوله و برادرانش علی و حسن عباد الدوله و رکن الدوله خواندند و بر رؤس منابم و وجوه دنانیر (10) القاب ایشان (11) باین نوع مقرر و مضروب گشت و معز الدوله را در سرای مونس خادم فرود آوردند و لشکریانش در سراعی اعل بغداد نزول کردند و بدین (12) سبب اعلی دار السلام در محنت تمام افتادند و معز الدوله صاحب اختیار بغداد شده هر روز مبلغ پنجپنزار درم جهت خرج مستکفی تعیین کرد (13) و در جمادی الآخر (14) عین سال (15) مستکفی را از خلافت خلع و عزل کرده مطیع را بجای او نشاند (16) و درین سال ناصر الدوله از موصل بحرب معز الدوله آمد و ابن شیرزاد متابعت او نموده ناصر الدوله (17) بر نصف بغداد مستول شد و پیوسته میان معز الدوله و او حرب فیم بود تا در محرم سنه خمس و ثلثین و ثلثمایه با هم صلح کردند و ناصر الدوله بموصل رفته معز الدوله در بغداد اقامت نمود و در سه ست و ثلثین معز الدوله لشکر ببصره کشیده بر آن دیار مستولی شد (18) و در سه سبع و ثلثین عنان عزیمت بجانب موصل منعطف گردانیده ضم الدوله بطرف نصیبین رفت معز الدوله در موصل ظلم بسیار (19) کرد چه میخواست که ماده

(1) Die Worte. (2) E. ندید. (3) E und G. کرت. (4) G. فرسنگی. (5) E. وده. (6) fehlt in D. (7) D. an dieser Stelle. (8) G. متکفی. (9) fehlt in E. (10) E und G. دنانیر. (11) Die Worte القاب ایشان fehlen in D. (12) E. باین. (13) G. کردند. (14) E. الاول. (15) Die Worte عین سال fehlen in D. (16) E und G. نشاندند. (17) Die Worte von موصل bis بغداد fehlen in E. (18) Der ganze Satz von در سنه bis fehlt in E. (19) D. ظلمها.



معاش وانتعاش ناصب الدوله بیکبار منقطع گردد درین اثنا از پیش (1) رکن الدوله قاصدی رسیده خیم رسانید که لشکر خراسان متوجه ری و جرجان شده اند باید که آن (2) برادر در مراجعت احوال و امیال جایز ندارد و بنابراین (3) معز الدوله با ناصب الدوله صلح کرد مقرر بر (4) آنکه ناصب الدوله هر سال مبلغ هشت بار هزار هزار (5) درم از حاصل مالک خویش بخرانه رساند و معز الدوله معاودت نموده بیگداد آمد و در سنه اربع و اربعین و ثلثمائیه معز الدوله بمرضی (6) صعب شرفزار گشته چند روز از خانه بیرون نیامد (7) و اراجیف بسیار (8) در میان مردم پیدا شده امور دار السلام مختل (9) گشت و معز الدوله با وجع و المی (10) تمام پای در رکاب آورده آن فتنه تسکین یافت و در سنه خمس و اربعین روزبهان دیلمی و برادرانش نسبت بمعز الدوله اظهار عصبان کردند و معز الدوله بعد از محاربات بسیار (11) بر ایشان ظفر یافت و در اثنای این اوقات که معز الدوله بدفع روزبهان مشغول بود ناصب الدوله لشکری بیگداد فرستاده طمع در امارت آن بلده (12) کرد و چون معز الدوله از آن مهمم فراغت یافت بجانب موصل شتافت و بر موصل مستولی شده (13) ناصب الدوله بتصبیب رفت و معز الدوله از عقب ناصب الدوله رفت (14) تا آنزمان که ناصب الدوله بشام (15) در آمد و معز الدوله مریض شده بیگداد باز گشت و فرمود که بر درهای مسجد دار السلام کنند که لعن الله معاویه بن ابی سفیان و لعن الله من غصب فاطمه رضی الله عنها (16) فدکا و لعن من منع ان یدفن حسن عند قبر جدہ صلی الله علیه و آله و سلم و من نفی ابا ذر الغفاری و من اخرج العباس عن الشوری و چون خلیفه محکوم حکم معز لدوله بون نتوانست که منع این صورت کند و شوری (17) در بغداد پیدا شده بعضی این منقولات را (18) حک کردند و معز الدوله فرمود تا باز نقش (19) نمودند و این فتنه قیمر بود تا وزیر محمد بن المهدی (20) چنین

(1) fehlt in D. G. setzt. (2) fehlt in D. (3) E und G. سبب. (4) جاناب D. (5) Das zweite هزار fehlt in E, und D. wiederholt nach dem zweiten هزار das Wort بار. (6) مضطرب. G. مصبوط. (7) fehlt in E. (8) fehlt in E und G. (9) E. (10) E und G. واه. (11) fehlt in E und G. (12) دیار. (13) G. شد آنگاه. (14) E. giebt diese Stelle in veränderter Ordnung: و چون معز الدوله از آن مهمم فراغت یافت بجانب موصل و ناصب الدوله بتصبیب رفتند و معز الدوله بر موصل مستولی شده آنگاه از عقب ناصب الدوله منقولات D. (15) شورش. (16) E. (17) علیهم السلام. (18) D. (19) نقش. (20) E. المهدی. G. المیهلی.

مصلحت دید که در لعن جز معاویه کسی را نماند و بجای آن کلمات این دو سه کلمه نوشتند که لعن الله الظالمین لآل رسول الله صلی الله علیه وآله وسلم و بصواب دید وزیر آن غوغا تسکین یافت و معز الدوله در سنه ست (1) و خمسين و ثلاثمائه فوت شد و پسرش عز الدوله بختیار بجای او نشست و معز الدوله مدت بیست و یک سال در بغداد امیر الامرا بود و در اوان مرض تصدقات (2) لا تعد ولا تحصى داده مالیک خود آزاد فرمود ✽

۵

### دیر حکومت عضد الدوله بن رکن الدوله ✽

عضد الدوله ابو الشجاع فنا (3) خسرو بن رکن الدوله حسن بن بویه در سنه ثمان و ثلاثین و ثلاثمائه بحکم وصیت عمش عماد الدوله بن مسند حکومت فارس و کرمان بنشست صاحب تاریخ قوامی گوید که در مبدای سلطنت عضد الدوله کنیزکی از کنیزکان حرمش را با یکی از لشکریان نظری بود و بینگاه فرصت و زمان مجال با یکدیگر ملاقات میکردند و آن لشکری روزی عزیمت شکار نموده محرا و بیابان پیمود و دید که رویایی بسوراهی رفت و او آن (4) سوارخ را کاویدن گرفت تا رویه را بیرون آورد درین اثنا بنزدیکی رسید و از نردین بزر آمده خانه یافت و در آن خانه چند خم ملو از زر و جواهر دید مقداری از آنها بر گرفت علامتی نصب کرد و آن سوارخ را محکم ساخت و بشهر (5) آمده بعد (6) از آن در تفقد و تعبد کنیزک دقیقه مهمل نمیکداشت (7) و چون جاریه عوارف و اصطوانات لشکری را زیاده از قدر او دید همت بر آن گماشت که حقیقت حال باز داند (8) و در زمانی که لشکری مست بود کنیزک از وی پرسید که این چه مکنات ترا از کجا پیدا شد (9) لشکری گفت ترا با این سخنان (10) چه درست اثر (11) هزار چندین در باره تو صرف کنم هیچ (12) نقصان در اموال من پدید نیاید و کنیزک ازین سخن بر تفتیش حریص تر شد و در غلیان سکر بار دیگر استعلام نمود (13) لشکری صورت گنج یافتن را با معشوقه در میان نهاد و کنیزک اظهار این معنی را موجب مزید تقرب عضد الدوله دانسته پیش او رفت و معروف داشت که من در حرم تو گنجائی کرده ام که بدان

(1) fehlt in E, in G. steht خمس. (2) صدقات D. (3) فتنی D. (4) و آن D. (5) آمد E. (6) معلوم کند E. (7) نگذاشت D. (8) آمد و بعد D. (9) کرده بشهر. (10) کرد G. (11) و هیچ E. (12) خوام E. (13) نوع سخنان E.

سبب (1) مسخق کشتن شده ام (2) اثر پادشاه مرا زنده دود اورا بر گنجی (3) دلالت کنر که بخرچ چند ساله وفا کند عضد الدوله انگشتری (4) زنده بوی دانه کنیزک کیفیت حال از اول تا آخر باز نمود عضد الدوله گفت از آن شخص التماس کن که آن گنج را بتو نماید و چون راضی گردد مرا اعلام نمای و کنیزک در محلی (5) مناسب با لشکری گفت که درین مدت آنچه مطلوب و مقصود من بوده مهیا داشته و هیچ آرزو در خاطر من نگذاشته و تمنائی در دل نمانده الا دیدن گنجی که یافته اکنون ملتئم (6) آنست که موضع گنج را (7) بمن نمایی تا مدت العر رحین منت تو باشم مرد لشکری ملتئم (8) او میبذول داشته روزی مقرر کرد که (9) با یندیکر بسر گنج روند و کنیز عضد الدوله را باین حال مطلع ساخته (10) عضد الدوله یک دستارچه (11) کاغذ ریزه باو داد که در هنگام رفتن در راه می افشان (12) چنانچه مرد لشکری نداند تا من بر اثر شما بیایم و کنیزک در روز معین با آن شخص (13) متوجه گنج شده بموجب فرمود کاغذ ریزه می افشانند و میرفت و عضد الدوله با معدودی چند بر اثر ایشان میرفت تا بموضع گنج رسید مرد لشکری چون عضد الدوله را دید بغایت ترسان و اندیشه ناک گردید عضد الدوله اورا این گردانیده گفت یک خم ازین زرها تراست و کنیزک را (14) بزنی بتو خواهم داد آن شخص خرم گشته عضد الدوله آن چه گنج را بخزانة نقل کرد و عمارق رفیع در نجف بر سر تربت امیر المومنین و امام المتقین علی بن ابی طالب علیه السلام (15) از آن وجه (16) ساخت و بمؤلف تاریخ قوامی گوید که عضد الدوله در ایام سلطنت خویش داعیه آن شد که چنانچه در زمان دولت ملوک عجم تحف و بیلاکات از روم پیشان میفرستادند و باو نیز ارسال دارند (17) و چون این معنی در بطن او رسوخ یافت بازگانی را که معتمد او بود طلبیده گفت ترا بروم میباید رفت و چنین چنین (18) باید کرد و آنچه عضد الدوله با تاجر در میان نهاد از سیاق کلام بوضوح خواهد پیوست بالجملة عضد الدوله تاجر را مال بسیار داده بآن ولایت فرستاد و تاجر چون بروم رسید

(1) E. ohne S. (2) E. schaltet ein. (3) E. برو گنجی. G. lässt aus. (4) E. انگشترین. (5) D und E. محل. (6) E. التماس. (7) D. موضع آن. E. موضع گنج. (8) E. ملتئم. G. schaltet vor. (9) E. التماس. G. schaltet vor. (10) E. گردانیده. (11) E. دستارچه. (12) G. بیفشان. (13) Die Worte fehlen in D. (14) E. واین کنیزک را. (15) G. صلوات الله وسلامه عليه. (16) Die Worte fehlen in E. (17) G. نمایند. (18) Das zweite چنین fehlt in G.

و بارکان دولت (1) قیصر ملاقات کرده و تبرکات گذرانیده بوسیله ایشان پیش (2) قیصر رسید و تنسوقات بدیع از جواهر آبدار و غیر ذلک بر سر پیشکش مصحوب خود کرده منظور (3) نظر عاطفت (4) قیصر گشته چنان (5) نمود که در سلک نصاری انتظام دارد و هر بار که بدیدن قیصر میرفت انواع تحف و اصناف هدایا (6) میگذرانید تا از جمله معتبران و مقربان شد و بعد از چند گاه (7) اظهار محبت اسلام و مسلمانان کرده و در سلک سعدا و رفقاء نجیب انتظام یافته چون (8) مدتی برین قضیه بتذشت معروض قیصر گردانید که قریب بمنزل من خرابه ایست که قابلیت عمارت دارد و من میخواهم که در آن موضع مسجدی سازم تا در دنیا مستجاب (9) ذکر جمیل و در عقبی مستلزم اجر جزیل گردد قیصر رخصت داده بازگشان (10) بحفر آن موضع امر کرد تا بخت و سنگ اساس مسجد را استحکام دهد (11) و مزدوران در حین کندن زمین صندوقچه (12) مقفل (13) یافتند از پولاد کهنه و زنگ خورده آنرا پیش بازگشان بردند و بعد از آن صندوقچه را همچنان مقفل بنظر قیصر رسانیدند قیصر فرمود تا قفل از آنجا بر گرفتند و در (14) آنجا نواری دیدند از کاغذهای قدیم که اثر تفتت و تشمت بدان راه یافته بود پادشاه و ارکان دولت گمان بردند که گنج نامه ایست چون در آن نظر کردند سطری چند دیدند مضمون (15) آنکه در فلان تاریخ که موافق جلوس عضد الدوله بود بر تخت سلطنت شیراز (16) پادشاهی پیدا شود موصوف بصفات چنین و چنین و اسم و لقب این و این و همچو (17) اسکندر که عرصه ربع مسکون (18) گرفت او نیز معجوزه عالم در تحت تصرف آرد و هر پادشاه که کمر اطاعت او بر میان بسته باج و خراج بوی دهد از صدمات لشکرش آیین گردد و هر که در مقام نمر و عصیان آید بخسران و خذلان مبتلا شود قیصر و ارکان دولت او ازین صورت (19) متعجب شدند و قیصر بازگشانرا طلب داشته پرسید که بولایت شیراز (20) رسیده و حاکم آن ملک دید که گفت آری فرمود که صفات آن پادشاه و حلیه

و آنچه عضد الدوله با تاجر گفت عنقریب بیاید و تاجر متوجه روم شده با ارکان E. (1)  
گشت و چنان G. (5) fehlt in G. (4) کرد و منظور D. (3) . مجلس D. (2) . دولت  
D. (10) fehlt in E. (9) یافت و چون D. (8) کار D. (7) . اصناف و هدایا D. (6)  
D. (13) fehlt . صندوق D. (12) an dieser Stelle und weiter unten . داد و بازگشان D. (14)  
in E. (14) D. گرفته در . G. (15) مسطور . E. schaltet nach مضمون . D. (16) E. fügt hinzu.  
G. (18) fügt hinzu. G. (17) E. fügt hinzu. در فارس (16) E. fügt hinzu.  
E und G. (20) schalten ein. عظیم (19) E und G. schalten ein.

او چگونه است و اسم و لقب او چیست بازرگان چنانچه واقع بود همه را تقریر کرد و قیصر مقولهء تاجر را با (1) آنچه در طومار مثبت بود موافق یافت (2) قیصر فرمود (3) که ترا با او آشنایی و معرفی هست گفت بلی چند نوبت تیرکات پیش او گذرانیده ام و مرا می شناسد قیصر گفت میخوانم که با رسولی چرب زبان تحف و هدایای بیگران (4) نزد او فرستم و با او (5) طریق محبت و مودت مسلوک دارم و داعیه چنانست که رسول من در مراقت تو متوجه آن صوب گردد بازرگان را خود مضروب عجب (6) بود و چون تاجر و رسول قیصر بحدود شیراز رسیدند تاجر شخصی پیش عضد الدوله فرستاده او را از وصول خویش اعلام داد و عضد الدوله ببازرگان پیغام (7) فرستاد که من برسم (8) شکار از شهر بیرون می آیم مقرر آنکه شبهنگام در سرپند ملاقات واقع شود و وقت نماز شام از یک طرف عضد الدوله و از یک جانب (9) رسول قیصر و بازرگان رسیده نزول (10) فرمودند و چون عضد الدوله با ایلجی در تکلم آمد از آواز وزغ (11) که آترا مکل (12) نیز گویند اظهار ملال کرده با یکی از ملازمان گفت که برو و با وزغان (13) بگویی که امشب حکم پادشاه چنانست (14) که زبان در گام (15) کشیده خاموش باشید (16) و بنابم مواصفه (17) آن شخص مقداری دارو (18) که چون آترا در آب ریزند وزغ بانک نکند (19) در آن رود ریخت و آنچه عضد الدوله تلقین کرده بود بآواز بلند بگفت و وزغان خاموش شده (20) ایلجی متعجب گشت و با خود گفت که این عجب پادشاهی عظیم ایشانست که حیوانات در قعر رود از حکم او تجاوز نمیتوانند کرد و فرمان او مانند امر سلیمانست که بر بر و بحر (21) روانست و چون رسول مقتضی انوشیروم بز گشت و کیفیت (22) مجلس را بقیصر رسانید قیصر جزم کرد که آنچه در طومار از حال عضد الدوله نوشته اند مطابق واقع است لاجرم در ازدیاد محبت کوشیده پیوسته غرایب نفایس میفرستاد

آن. D. (6) . باوی. E. (5) . ثران. E. (4) . پرسید. G. (3) . دید. G. (2) . و با. G. (1) .  
 جانب E. fügt nach. و از طرف دیگر. G. از آن جانب E. (9) . باسم. E. (8) . خبر. E. (7) .  
 hinzu (mege) be- (12) . وزغ. E. (11) . برسیدند و نزول. G. (10) . پسپند  
 deutet auch nach dem فلت (T.V. p. 111.) einen Frosch (غوك), und ist von مكل (mekil),  
 das einen Blutigel (زلو) bezeichnet, wohl zu unterscheiden. (13) . وزغان. E. (14) .  
 . که زبان در گام خاموشی کشیده سکوت اختیار کنید. G. (16) . دهان. E. (15) . چنینست  
 و وزغان. E. (20) . و وزغان آواز نکنند. E. (19) . fehlt in D. (18) . مواضعه. E. und G. (17) .  
 گشته کیفیت. E. (22) . G. läßt zuvor امر aus. بر بحر و بر. E. (21) . خاموش شدند



و در سنه ثمان و ثلثین و ثلثمایه عضد الدوله بر سر سلطنت نشستند و او را (۱) خلیفه منازعی نبود (۲) زیرا که ولایت ری و اصفهان و آن نواحی پدرش رکن الدوله داشت و ملکت اعزاز و خوزستان و بغداد در تحت تصرف عمش معز الدوله بود و محمد بن ابیاس والی کرمان نسبت بدیلمه خدمات پسندیده بجای می آورد و در سنه سبع و خمسين عضد الدوله پسر خود ابو الفوارس را بحکومت کرمان فرستاد و سبب این قضیه آن بود که چون ابالت کرمان بایع (۳) بن محمد بن ابیاس متعلق بود از سر جنون لشکری بحدود ولایت عضد الدوله فرستاد و عضد الدوله در غضب رفته آن ملکت را از ابیاع (۴) انتزاع نمود و هم در آن اوان ملک عمان در تحت تصرف عضد الدوله در آمد و در سنه اربع و ستین و ثلثمایه عضد الدوله لشکر بجانب بغداد کشید ✽

## ۴

ذکر رفتن عضد الدوله بجانب دار السلام بغداد و بیان بعضی وقایع که بعد از فوت معز الدوله دست داد ✽

معز الدوله در حین وفات با پسر خویش عز الدوله بختیار گفت که اگر می خواهی دولت تو پایدار باشد از فرمان عم خود رکن الدوله تجاوز جایز نداری و در هر امری که سانج شود (۵) باو مشورت کنی دیگر آنکه عضد الدوله را بر خویش تقدیم نمایی و در تعظیم و تکریم او غایت جهد مبذول داری (۶) که او از تو بزرگترست و بامور ملک (۷) داناتر و دیگر آنکه وزارت بابو الفضل عباس بن الحسین و ابو الفرج محمد بن العباس تفویض نمایی که این دو کس در کفایت (۸) متفردند و در امنیت (۹) متفرد و دیگر لشکریان دیلم و ترک را بعواطف و عوارف شاهانه (۱۰) مخصوص گردانی و پیوسته در استقامت سبکتگین حاجب سعی فرمایی (۱۱) و عز الدوله (۱۲) بعد از وفات پدر بیجم یک ازین وصایا (۱۳) عمل ننمود و بله و لعب (۱۴) مشغول شده با (۱۵) زنان و مغنیان و مسخرگان مجانست و مصاحبت آغاز نهد و سبکتگین از بختیار متوحش شده ترک ملازمت او کرد

— ولایت und zuvor statt G. (۳) نمایند. G. (۲) نشستند و او را. E und G. (۱) در (۸) در تدبیر. G. (۷) بجای آوردی. E. (۶) کردند. E. (۵) البیسع. G. (۴) والی. نمایی. D. (۱۱) پادشاهانه. E und G. (۱۰) امارت. E. (۹) fehlt in G. کفایت شد. E und G. (۱۵) بله و لعب. E und G. (۱۴) قضایا. E. (۱۳) عضد الدوله. E. (۱۲) وبا.

وعاقبت مِمَّ او<sup>(۱)</sup> بجایی رسید که سبکتگین عصیان آشکارا کرده<sup>(۲)</sup> ترکان جانب سبکتگین و دیالنه طرف بختیار اختیار<sup>(۳)</sup> کردند و میان هر دو گروه منازعت<sup>(۴)</sup> بتطویل انجامید و ایراد آن بر سبیل<sup>(۵)</sup> تفصیل موجب ملالت و شامت<sup>(۶)</sup> میشود و چون سبکتگین فوت شد اتراک الب تگین را بر خود حاکم گردانیدند و در حدود واسط قریب بلشکرگاه بختیار معسکر ساخته مدت<sup>(۷)</sup> پنجاه روز با یکدیگر حرب کردند و در اکثر اوقات ظفر ترکان را بود و در آن ایام هر روز رسول<sup>(۸)</sup> او بخدمت عضد الدوله میرسید و پیغام میرسانید که در حرکت و نهضت بجانب عراق عرب مسارعت باید کرد و چون عضد الدوله خبر استیلای ترکان شنید با لشکرهای فارس روان شد و در واسط بعز الدوله بختیار پیوست و ترکان در برابر او آمده حرب صعب کردند اما منہزم شده<sup>(۹)</sup> تا بغداد در هیچ مکان قرار نگرفتند<sup>(۱۰)</sup> و عضد الدوله ایشان را تعاقب نموده بر جانب شرقی دار السلام فرود آمد و بختیار را فرمود تا بر طرف غربی<sup>(۱۱)</sup> نزول کرد و اتراک چند روز جنبای مردانه پیش بردند و آخر الامر عاجز و مضطر شده در رکاب طایع خلیفه بجانب تکریت رفتند و عضد الدوله بغداد را گرفته بطلب خلیفه فرستاد و طایع از اتراک جدا شد و دار السلام آمد و عضد الدوله از<sup>(۱۲)</sup> برای خلیفه فرش و اوانی روان کرده مراسم تبجیل و تعجیل بجای آورد و بعد از آن عضد الدوله بختیار و برادرانش را بکثرت ورنه الدوله این خبر شنید خود را از تخت بینداخت و اضطراب عظیم نموده عزم<sup>(۱۳)</sup> آن کرد که ببغداد رود و عضد الدوله از<sup>(۱۴)</sup> جهت استرضای پدر بختیار را گذاشته از سر ملکت او در گذشت و از بغداد مراجعت نمود و بعد از فوت رکن الدوله عضد الدوله<sup>(۱۵)</sup> لشکرها جمع آورده بجانب عراق عرب نهضت فرمود و چون بخوزستان رسید در<sup>(۱۶)</sup> آنجا عز<sup>(۱۷)</sup> الدوله بختیار را با او<sup>(۱۸)</sup> ملاقات افتاد و در روز جنگ طایفه از لشکر بختیار<sup>(۱۹)</sup> بموکتب عضد الدوله پیوستند و باین سبب عز الدوله روی از معرکه بر تافت و چون بنواحی موصل رسید ابو ثعلب با بیست هزار کس بوی<sup>(۲۰)</sup> پیوست و این خبر بعضد الدوله رسید

مخاصمت G. (۴) fehlt in D. (۳) اظهار عصیان کرده D. (۲) fehlt in D und G. او (۱)  
 E. (۷) سامت و ملالت E. (۶) تفصیل ohne بر سبیل G. بتفصیل D. (۵) و منازعت  
 غربین E. (۱۱) توقف ننمودند G. (۱۰) fehlt in G. رسولان G. (۸) ساخت و مدت  
 (۱۲) Die Worte von اتراک bis hierher fehlen in D. E und G. (۱۳) نمود و عزم  
 D und G. (۱۷) رسید mit Auslassung von و در E. (۱۶) fehlt in G. عضد الدوله (۱۵)  
 باو E und G. (۲۰) بغداد E. (۱۹) G. fügt اتفاق hinzu. (۱۸) عضد E.

بآن (1) طرف توجه نمود و در حدود تکريت بیکدیگر ملاقات کرده ناپره (2) حرب اشتعال یافت و ابو ثعلب گریخته (3) بختیار را دستگیر کردند و چون او را پیش (4) عضد الدوله آوردند فرمود که فی الحال گردنش زدند عمر او سی و شش سال بود و مدت حکومتش یازده سال و کسری و عضد الدوله در موصل رحل اقامت انداخته گفت (5) این ملکت مرا از عراق عجم (6) بپترست و لشکرها را پراکنده ساخته دیار بکر و اکثر قلاع آن نواحی را مسخر و مفتوح گردانید (7) و دیار بنی مصر (8) و قلاع ایشانرا نیز بکشاد و سعد الدوله بن سیف الدوله حمدانی که صاحب حلب بود اظهار مطاوعت نمود (9) و در سنه ثمان و ستین و ثلثمایه عضد الدوله بپتر و انتفات بر خرابیای بغداد انداخته مساجد را (11) بحال عمارت آورد و امامان و مؤذنان و ظایف تعیین نمود و ایتم و فقرا و ضعفا را (11) باز طلبیده و عریک را (12) مشاعره مقرر (13) کرد و بازارها آبادان گردانید و اصحاب (14) املاک خرابی التزم نمود (15) تا آنها را عمارت کنند و هر جا نهی باثر بود جاری ساخت و اخراجاتی که در آن مدت از حجاج می ستانند بر انداخت و از بغداد تا مکه هر چاهی که انباشته شده بود بحال اول باز برد (16) و از برای مجاوران مکه و مدینه و مشهد (17) امیر المؤمنین و امام المنتقین (18) علی بن ابی طالب و امام (19) حسین علیهم السلام صدقات فرستاد و بحیث فقها و محدثان و متکلمان و مفسران و نحوات (20) و شعرا و اطبا و حساب و مهندسی (21) مرسومات تعیین نمود (22) و وزیر خویش نصر بن حارون نصرانی را اجازت داد که بیع (23) و کلیسیای ترسیانرا عمارت کند و از اموال خاصه (24) خود برای آن سیفرا نیز رعیت فرمود (25) و در سنه احدى و سبعین و ثلثمایه بیمارستان جانب غربی بغداد را تمام کرد و هر چه محتاج الیه بود از طبیب و ادویه و اشریه مهیا گردانید و در سنه اثنی و سبعین مرض صرع بر عضد الدوله استیلا یافت و ضعیف و نزار شده در هشتم شوال سنه مذکوره وفات یافت و او را در نجف اشرف (26) بموجب وصیتی که کرده بود دفن کردند مدت حکومت او سی و چهار سال

انداخت G. (5) نزد D. (4) منہزم شدہ E. (3) کردند و ناپره E. (2) بدان D. (1)  
 E. (10) نموده D und G. (9) مفر D. (8) گردانیده بود E. (7) fehlt in E. (6) و گفت.  
 D. (14) معین D. (13) طلبید و عریک E. (12) وضعفا و فقرار E. (11) انداخت و مساجد  
 hinzu. حضرت G. (17) امیر المؤمنین E. (16) آورد G. (15) D und G. (14) صاحب  
 G. (19) و امیر المؤمنین E. (18) امام المنتقین و امیر المؤمنین E und G. (15)  
 (20) fehlt in E. (21) و مهندس E. (22) فرمود G. (23) بیع (Plur. von بیعة) fehlt in E.  
 (24) fehlt in D. (25) فرماید E. (26) fehlt in E und G.

بود و زمان حیاتش چهل و هفت سال<sup>(1)</sup> و در آتروز که وفات یافت<sup>(2)</sup> بر زبانش هیچ کلمه جاری نگشت<sup>(3)</sup> الا این آیه که ما اغنی عنی مالیه هلك عنی سلطانیه طایع خلیفه در مجلس تعزیت<sup>(4)</sup> حاضر گشت نقاوه و خلاصه سلاطین دیلمر بود و در ذکر مناقب و آثار او مجلدات پرداخته اند از آنجمله صابی<sup>(5)</sup> کتاب تاجسی در اخبار آل بویه بنام او نوشته است و در زمان عضد الدوله رعایا در مهان امن و امان آسوده بودند<sup>(6)</sup> و در حکومت خویش بر که در قلعه اصطخر فارس ساخت که آنرا هفت پایه بود که اثر از<sup>(7)</sup> هر پایه هر روز هزار کس آب میخوردند تا بیكسال کفایت میکرد دیگر بندی بر آب کر بسته است نزدیک<sup>(8)</sup> شیراز و بندى امیر مشهورست<sup>(9)</sup> و آن عمارتست که در عالم مثل آن نشان نمیدهند و در وصف آن عمارت چنین بس است که آن بدان عظمت را بند کرده و بر بالای آن رهندار<sup>(10)</sup> خلائش ساخته چنانچه لشکرها و کزانیها بر آن میگذرند و مشهورست که عضد الدوله دریایی بروی کوه و کوه بروی دریایی ساخته است<sup>(11)</sup> و در شیراز دار الشفایی ساخته<sup>(12)</sup> که زبان از تعریف و توصیف<sup>(13)</sup> آن قاصرست<sup>(14)</sup> اما در آخر عمر بدعتی چند احداث کرد مثل آنکه در مساحت زمینیا چیزی افزود و بر آنچه در بیع دواب میستانند اضافه نمود و عمل تلجرا<sup>(15)</sup> مخصوص بدیوان اعلی ساخت چنانچه گماشتگان او برف<sup>(16)</sup> از کوه می آوردند و بقاعیان بطرح<sup>(17)</sup> میدادند

v

#### ذکر حکومت مؤید الدوله بن رکن الدوله

سابقا مذکور شد که رکن الدوله مالک خویش را بر اولاد خود عضد الدوله و مؤید الدوله و فخر الدوله قسمت فرمود و تا رکن الدوله در حیات بود پسران تعزیت و مملکت یکدیگر نمیکردند و چون او فوت شد مؤید الدوله بی رخصت عضد الدوله در

(1) Die Handschrift E, welche die Zeitbestimmung der Regierung des Adhededewleh wegläfst, setzt (2) داشت für یافت. (3) E. می یافت. (4) دعوت. (5) صاحب. (6) G. زندگانی میکردند. (7) fehlt in E. نمیکشت. (8) و مشهورست. (9) Der Satz von مشهورست. (10) E. رهندار. (11) معروفست. (12) E und G. بنزدیکی. (13) G. bis fehlt in E und G. (14) E. ساخت. (15) E. یخچرا. (16) G. یخ. (17) D. طرح.

ملکنتی که پدر باو داده بود دخل نکرد و قاصدی پیش او فرستاده پیغام داد که اختیار ملک و مال مقوض برای (1) آن کعبه آماست عضد الدوله را این معنی موافق مزاج افتاده در ازدیدن مرتبه (2) او کوشید و فخر الدوله بعد از مرگ (3) رکن الدوله از برادر بزرگتر حسامی بر (4) نکرخت و مشورت او متصدی امر (5) حکومت شد و بدین سبب (6) عضد الدوله از فخر الدوله رنجیده در صدد گوشمال او آمد و مؤید الدوله باستصواب عضد الدوله با فخر الدوله (7) مناقشه و منازعه ورزیده فخر الدوله ببحر جان رفت و از آنجا متوجه خراسان شده از (8) نوح بن منصور استمداد نمود و با (9) مؤید الدوله حرب کرده شکست یافت چنانچه شمه آیین وقایع در ذکر سامانیان گذشت و مؤید الدوله حکومتی بکام دل میکرد تا در سنه ثلث و سبعین و ثلثمایه وفات یافت و خیم مرگ وی در بغداد بمصنام الدوله برادرزاده اش رسیده (10) مراسم تعزیت (11) بجای آورد و طایع خلیفه بمجلس عزرا حاضر شد و بعد از رحلت مؤید الدوله ارکان دولت او با یکدیگر مشورت کردند که سلطنت را بکدام یک از آل بویه تفویض کنند صاحب (12) کافی اسمعیل بن عباد گفت فخر الدوله را از خراسان طلب باید داشت که بهتر و مهتر (13) ملوک دیلمر است دیگر آنکه این بلاد قبل از مؤید الدوله بموجب وصیت تعلق باو داشت و چون آرا برین امر (14) قرار گرفت خسرو فیروز (15) بن رکن الدوله را که برادر خوردتر (16) فخر الدوله بود بنیابت او مقرر کردند و مسرعان بنیشابور (17) فرستاده خدمتش را استند نمودند و فخر الدوله در رمضان سال مذکور بر جناح استعجال متوجه ری گشت و ملک موروث را بی منت غیری تصرف نمود و صاحب عباد بوزارت او قیام نموده صاحب اختیار مالک (18) شد

(1) G. fügt hinzu. (2) D. رتبه. (3) fehlt in D. (4) fehlt in D. (5) fehlt in E und G. (6) fehlt in G. für بدین geben E und G. (7) Die Worte von رنجیده an bis hierher fehlen in E. (8) E und G. شد و از. (9) E und G. نموده با. (10) E und G. رسید که برادرزاده اش بود. (11) E. تقرب. (12) fehlt in G. (13) D. مهتر و بهتر. (14) D. میداشت. Für das vorhergehende داشت giebt G. آرای امر بدین امر. (15) D. در بنیشابور. (16) D. خوردتر. (17) D. خسرو بن فیروز. G. حسن فیروز. E. خسرو فیروزان. (18) D. fügt hinzu. فخر الدوله مالک.



ذکر حکومت فخر الدوله بن رکن الدوله

چون فخر الدوله به حکومت بنشست صاحبام (1) الدوله بن عضد الدوله جنت او از بغداد خلعت خلیفه فرستاد چه میان ایشان پیوسته بساط محبت مهند بود و در شهر سنه اربع و سبعین و ثلثمایه ابو الحسن بن عضد الدوله در اعواز خطبه و سکه بنام فخر الدوله کرد و در سنه خمس و سبعین شرف الدوله از فارس قصد اعواز کرد و ابو الحسن از برادر گریخته بفخر الدوله پیوست و او برادرزاده خود را ترتیب (2) فرموده باصفهان فرستاد و بعد از چند که ابو الحسن اظهار خائفیت فخر الدوله و متابعت شرف الدوله کرد و لشکریان او را گرفته پیش فخر الدوله فرستادند و فخر الدوله او را حبس فرمود و تا مرص موت (3) فخر الدوله او محبوس بود و در آن زمن بموجب فرمان عم از آن اندوه و غم (4) رهایی یافت و در سنه سبع و سبعین و ثلثمایه فخر الدوله صاحب کافی اسمعیل بن عباد را بضبط اموال طبرستان فرستاد و صاحب اموال (5) آن ولایت را نیکو ضبط کرد (6) و در دفع متغلبه مساعی مشکور بجای آورده چند (7) قلعه را مفتوح ساخت و ۳۰ درین سال معاودت نمود و در سنه ثمان و سبعین صاحب عباد فرمود که در جرجان چند تنکه زدند هر تنکه (8) بوزن هزار مثقال طلا اتم یکی از آنها بدست مفلسی افتادی (9) بی نیاز شدی (10) و بر یکجانب آن هفت بیت نقش کرده بودند و اول آن ابیات اینست

واحمی یحکی الشمس شکلا وصوره

فاوصافه مشتقه (11) من صفاتها

و بر جانب دیگر سوره اخلاص و لقب فخر الدوله و لفظ جرجان مثبت (12) بود و در سنه تسع و سبعین و ثلثمایه فخر الدوله عزیمت عراق عرب تصمیم داد و سبیش (13) آنکه چون شرف الدوله بن عضد الدوله فوت شد و پسر دیگرش بناء الدوله بجای او بنشست

آن اندوه ohne از غم. (4) E. تا حین فوت. (3) E. ترتیب. (2) E. حسام. (1) E. fehlt in E. fehlte in D und G. (8) آورد و چند. (7) E. نمود. (6) G. In G. wird vor diesen Wörtern که beigefügt. (9) E. می افتاد. (10) E und G. Bei Ebulfedâ (Ann. mosl. T. II. p. 564.) welcher fünf dieser Distichen mittheilt, lautet dieses Hemistich also: فاوصافها مشتقه من صفاتها، was wegen der nachfolgenden Reime für die richtigere Leseart zu halten ist. (12) E. ثبت. (13) E und G. ohne سبیش.

خوس تسخیم بغداد بم صیبر صاحب عباد استیلا یافته (1) فخر الدوله را تحریص و ترغیب (2) نمود که بدانجا لشکر باید کشید و فخر الدوله سپاهی انبوه جمع آورده بهمدان رفت و از کردستان بدر بن حسنویه بدو پیوست و بر آن (3) مقرر شد که اسمعیل بن عباد و بدر بن حسنویه از راه جاده (4) ببغداد روند و فخر الدوله از راه کردستان (5) بحرکت آید و چون بهاء الدوله بن عضد الدوله خبر توجه فخر الدوله شنید لشکرها جمع کرده باستقبال او شتافت و هر دو سپاه (6) بیکدیگر رسیدند در برابر هم فرود آمدند و بحسب اتفاق آب اعواز در آنسال طغیان کرده بمعسكر فخر الدوله رسیده لشکریانش تصور مکیدی (7) کرده بی محاربه منجم شدند و فخر الدوله ازین جنت (8) دلننگ شده بصاحب عباد مکتوبی فرستاد که تدبیر این واقعه چیست صاحب جواب داد که مال بذل باید کرد و من ضامنم که هر چه امروز خرج شود سال دیگر ضعف آن حاصل کنم (9) و فخر الدوله را معب نمود (10) که مال بجمعی دهد که بی استعمال سیف و سنان بمجرد توشی روگردان شده باشند (11) و بعد از آن فخر الدوله بری آمده از آنجا بهمدان رفت و در سنه خمس و ثمانین و ثلثمایه صاحب عباد وفات یافت و صاحب کافی در فضل و عمر و کفایت (12) وحید عصر و یکنده روزگار (13) بود و در رأی (14) و تدبیر سرآمد و زرای (15) کفایت آثار رقا و رسایل او در میان ارباب فضایل مشهور و مذکورست آئیندار از نفایس کتب که او جمع کرده (16) عیج وزیر بلکه عیج پادشاه جمع نکرده بود نقلست که در سفری از اسفار چهار صد شتر کتب (17) او میکشیدند (18) گویند چون صاحب عباد بیمار شد فخر الدوله بعبادت او رفت صاحب با او گفت من درین مدت بقدر وسع (19) و امکان در رواج دولت این خاندان کوشیدم و نام پادشاه بنیکی در اقطار عالم انتشار یافت اکنون بنده بر شرف ازحالت است اگر پادشاه بر سبیل (20) سابق سلوک فرماید برکت آن برونگار جایون باز (21) گردد و بنده را در آن نامی (22) نباشد و بنده راضی است که خامل الذکر (23) باشد و پادشاه بنام نیکو اشتیاریابد اما اثر

E. (5) . جاد G. (4) . ویرادران E. (3) . ترغیب و تحریص E. (2) . یافت G. (1) .  
 fehlt in E. (8) . مکیده تصور G. (7) . hinzu. در اعواز E. fügt (6) . . خوزستان  
 دهم G. (13) . کتابت E. (12) . شوند D. (11) . حیف آمد E. (10) . گردد G. (9) .  
 کتاب E. (17) . کرد بود G. کرد E. (14) . روزگار و وزرای G. (15) . برای E. (14) .  
 بدستور G. (20) . سعی D. (19) . میکشید E. میکشد D. (18) . کتبخانه G.  
 حال ذکر E. (23) . (was als Schreibfehler zu betrachten ist) نامی G. (22) . واصل G. (21)

خلاف آن ظاهر شود چون<sup>(1)</sup> آفتاب بر عالمیان روشن گردد که این قواعد پسندیده ساخته و پرداخته من بوده و این صورت دولت و ملکرا<sup>(2)</sup> زبان دارد و از آن خللها متولد شود امید میدارم که ملک بقول احباب اغراض و مردم مفتن عمل نکند و عنان اختیار از صوب صواب منحرف نگرداند فخر الدوله گفت چنین کنم اما بوعده وفا ننمود و چون نعل صاحب عباد را بنمازگاه بردند از<sup>(3)</sup> غایت جلالتی که داشت اعیان دیلم پیش تابوت او زمین بوس کردند آنگاه نعل او را<sup>(4)</sup> از سقف خانه<sup>(5)</sup> بیابویختند و بعد از مدتی باصفهان برده در آن سر زمین جسد او را در خاک نهان<sup>(6)</sup> کردند و مدت هزده سال بامر خطیر وزارت کما ینبغی<sup>(7)</sup> اشتغال نموده بود<sup>(8)</sup> و فخر الدوله بعد از مرگ صاحب عباد خزاین او تصرف<sup>(9)</sup> نموده فرزندانش را محروم ساخت<sup>(10)</sup> و متعلقان و منتسبان او را مصادره کرده اموال<sup>(11)</sup> فراوان از ایشان گرفت<sup>(12)</sup> و صاحب عباد با قاضی عبد الجبار که در فروع<sup>(13)</sup> بمذعب شافعی عمل مینمود و در اصول راس و رئیس معتزله بود محبتی مغرط داشت و همیشه بقدر وسع و امکان رعایت او میفرمود و چون صاحب وفات یافت قاضی گفت من او را از اهل رحمت نمیدانم پرسیدند که چرا جواب داد که توبه او معلوم نیست ازین جهت عبد<sup>(14)</sup> الجبار را مردم به بیوفایی منسوب داشتند و فخر الدوله قاضی را مصادره کرده سه هزار بار هزار درم از وی پسند و در تاریخ گزیده گوید که با آنکه مذعب قاضی عبد الجبار آن بود که عمر که بنا وجه دانکی و نیم بستاند محلد در دوزخ بماند این چه مال بم سبیل رشوت از مردم گرفته بود و بعد از مصادره قاضی از قضا معزول<sup>(15)</sup> شد و در شهر سنه سبع و ثمانین و ثلثمایه روزی در قلعه طبرک فخر الدوله را کباب گوشت گاو میل شده فرمود<sup>(16)</sup> تا گاو را در برابر<sup>(17)</sup> او کشتند و از گوشت او کباب فراوان کردند تا خورد و از عقب کباب چند خوشه انگور بکار برد و دردی عظیم در معده خدمتش استیلا یافته مضمون<sup>(18)</sup> این مثل<sup>(19)</sup> که صد جان فدای شکر بوضوح<sup>(20)</sup>

(1) fehlt in D. (2) و. و. ملکرا D. (3) و. از G. (4) نعلش را D. (5) fehlt in D und G. (6) کشتند E. (7) وینبغی G. (8) کشتند و اموال E. (9) کشتند G. (10) کشتند G. (11) کشتند E. (12) کشتند E. (13) کشتند E. (14) کشتند E. (15) کشتند E. (16) کشتند E. (17) کشتند E. (18) کشتند E. (19) کشتند E. (20) کشتند E.

پیوسته<sup>(۱)</sup> در حال وفات یافت در آن حین کلید<sup>(۲)</sup> خزاین او در ری پیش پسرش  
 مجید الدوله بود چنانچه<sup>(۳)</sup> کفن طلبیدند میسر نشد و از جهت شور و شعب دیلمه  
 بشهر رفتن متعذر بود<sup>(۴)</sup> از قیم<sup>(۵)</sup> جامع کفن خریدند و از عیجان آشوب لشکر دیلم  
 فخر الدوله چندان در خانه بماند که بوی گُرفت گویند نقد و جنس بیرون از شمار در  
 خزانه او یافتند و از جمله رخت سه هزار خروار جامه بریده نا دوخته بود باقی<sup>(۶)</sup>  
 برین قیاس باید کرد ✽

۹

ذکر حکومت شرف الدوله ابو الفوارس شیرزیل بن عضد الدوله ✽

شیرزیل بن عضد الدوله در وقت وفات پدر در کرمان بود و چون خبر این  
 مصیبت<sup>(۷)</sup> باو<sup>(۸)</sup> رسید بتعجیل تمام متوجه فارس گشت و آن دیار را در تحت تصرف  
 آورده نصرت بن عارون نصرانی را که وزیر پدرش بود بکشت زیرا که رنجشی از وی در  
 خاطر داشت و جمعی را که عضد الدوله محبوس گردانیده<sup>(۹)</sup> بود اطلاق فرمود و مخالفت  
 برادر خود مصمم الدوله اظهار کرده خطبه بنام خویش خواند و اموال خزاین متفرق  
 ساخته لشکری عظیم جمع آورد و مصمم الدوله از بغداد ابو الحسن حاجب را با سپاهی  
 سنگین بدفع نامزد فرمود و شرف الدوله نیز یکی از اعیان امرای خود را با طایفه از دلیران  
 در برابر ایشان فرستاد و هم دو سپاه با یکدیگر حرب کرده لشکر<sup>(۱۰)</sup> مصمم الدوله منهزم  
 شد و ابو<sup>(۱۱)</sup> الحسن حاجب اسیر و دستگیر گشت و درین اثنا شرف الدوله رسولی پیش  
 قرامطه فرستاد و چون رسول باز گشت بعرض شرف الدوله رسانید<sup>(۱۲)</sup> که قرامطه از  
 اوصاف و اخلاق پادشاه پرسیدند من چنین و چنین گفتند ایشان گفتند از اینها چه  
 حاصل که او در یکسال سه وزیر را عزل کرده و سه کس دیگر بوزارت منصوب ساخته<sup>(۱۳)</sup>

E. (۳). و در حالت وفات او کلید E. (۲). و پیوست G. (۱).  
 چندانچه (۴) fehlt in D. (۵) Statt قیم, welches nur das Collectivum von قیمة sein  
 könnte, ist ohne Zweifel, obgleich meine drei Handschriften so lesen, قمر zu verbessern.  
 Die Chronik des Heider setzt dafür مقری und Herbelot (s. v. Fakhr al-doulat) Recteur de la  
 Mosquée. E. (۹). بدو G. (۸). این خبر مصیبت اثر E. (۷). باقی را E. (۶).  
 E. (۱۳). رسانیدند G. (۱۲). شده ابو G. (۱۱). کردند و لشکر E. (۱۰).  
 ساخت.

وشرف الدوله تا آخر عمر دیگر رقم عزل بر صفحه حال هیچ وزیر<sup>(۱)</sup> نکشید و در اوایل سنه خمس و سبعین و ثلثمایه شرف الدوله لشکر باعواز کشید بیهانه آنکه برادر صمصام الدوله برادر دیگر مرا ابو نصر بهاء الدوله را گرفته و محبوس گردانیده و صمصام الدوله متوهم<sup>(۲)</sup> گشته طالب<sup>(۳)</sup> صلح شد و شرف الدوله از اعواز بصره رفته آن ولایت بگرفت و صمصام الدوله بهاء الدوله را از حبس بیرون آورده پیش شرف الدوله فرستاد و مصالحه بینهما بر آن مقرر شد که شرف الدوله امیر الامرا باشد و در ولایت عراق نام شرف الدوله بر اسم صمصام الدوله در خطبه<sup>(۴)</sup> تقدیم یابد و در خلال این احوال چون شرف الدوله دانست که بعضی از اعیان و اشراف عراق عرب میل باو دارند از صلح پیشیمان شده لشکر<sup>(۵)</sup> بیگداد کشید و صمصام الدوله با احباب تجربه مشورت فرموده<sup>(۶)</sup> هر کس سخنی گفت و او از مجموع اعراض کرده<sup>(۷)</sup> و یا تنی چند از خواص در زورق نشسته پیش شرف الدوله رفت و شرف الدوله مراسم تعظیم و تکریم بجای آورده چون<sup>(۸)</sup> صمصام الدوله از مجلس بیرون آمد شرف الدوله باخذ و قید او فرمان داده بر بغداد مسئولی گشت و حکومت صمصام الدوله و نهایت کار و مال حال او عنقریب سمع گذارش خواهد یافت آن شا الله تعالی و شرف الدوله در شهر سنه تسع و سبعین و ثلثمایه بیمار شد و چون احباب او از حیاتش نومید گشتند گفتند چون شاهزاده ابو علی قره العین ملک اکنون در فارس است تا هکت یافتن پادشاه که بجای او نشیند گفت من بحال خود مشغول شما دانید ایشان گفتند اگر رای اعلی<sup>(۹)</sup> صواب بیند ابو نصر بهاء الدوله قائم مقام باشد تا فتنه حادث نشود شرف الدوله همان جواب گفت بالجمله چون شرف الدوله وفات یافت بهاء الدوله عزرا داشت و طایع خلیفه در مجلس تعزیت حاضر گشت و چون بدار الخلافه مراجعت فرمود خلعت سلطانی از برای بهاء الدوله فرستاد :

۱.

ذکر حکومت صمصام الدوله بن عضد الدوله ❖

صمصام الدوله ابو کالنجار مرزبان بن عضد الدوله بعد از وفات پدر در بغداد بجای او بنشست و برادران<sup>(۱۰)</sup> خویش<sup>(۱۱)</sup> ابو الحسن احمد و ابو طاهر فیروزشاه را

در خطبه<sup>(۴)</sup> . گشت و طالب<sup>(۳)</sup> G. . متوجه م. E. <sup>(۲)</sup> . رقم عزل بر وزیر E. <sup>(۱)</sup> .  
 و چون E. <sup>(۸)</sup> . کرد E. <sup>(۷)</sup> . کرده D. <sup>(۶)</sup> . شد و لشکر E. und G. <sup>(۵)</sup> . fehlt in D und G. .  
 خود E. und G. <sup>(۱۱)</sup> . برادر D. und G. <sup>(۱۰)</sup> . عالی G. <sup>(۹)</sup> .



خلعت داده بجانب فارس کسپیل کرد وبا (1) ایشان گفت در حرکت مسارعت نمائید  
 وجهد کنید که پیش از وصول شرف الدوله بشیراز شما بآن دیار رسید وایشان چون  
 برجان رسیدند شنیدند که شرف الدوله مسابقت نموده بسر آن دیار استیلا یافته است  
 لاجرم باغواز باز گشتند ودر سنه خمس و سبعین وثلثمایه اسفار بن شیرویه که یکی از  
 امرای دیلم بود از مصصام الدوله مستشعر شده با برادرش بهاء الدوله بن عضد الدوله  
 بیعت کرد وظایفه از لشکریان متابعت او نمودند و مصصام الدوله عاجز شده از ماندن که  
 یکی از لشکرکشان دیلمه بود و بوفور متابعت امتیاز داشت استمداد نمود وماندار التماس  
 او را اجابت کرده با اسفار جنگ کرد و او را منهزم ساخت و ابو نصر بهاء الدوله را گرفته  
 پیش برادرش آورد و مصصام الدوله بحبس بهاء الدوله فرمان داد و مصصام الدوله قریب  
 به چهار سال امارت بغداد کرده عاقبت (2) بدست برادر خود شرف الدوله گرفتار گشت  
 و جمعی از امرای با شرف الدوله گفتند که او را یا امارت باید داد یا بپاید (3) کشت  
 و شرف الدوله بیچ یک از این دو قول عمل ننمود و بنابر مصلحت ملکی او را بشیراز  
 فرستاده فرمود تا در یکی از قلاع آن دیار مضبوطش نگاه (4) دارند و چون شرف الدوله  
 مریض گشت باغرای بعضی از ارکان دولت مجد الدین شیرازی فراش (5) را بفارس  
 فرستاد تا مصصام الدوله را میل کشید و چون خبر موت شرف الدوله در فارس انتشار  
 یافت مستحفظان قلعه مصصام الدوله را از حبس بیرون آوردند و لشکری عظیم در ظل  
 حمایت و رعایت او (6) مجتمع گشتند و بهاء الدوله این خبر شنیده با لشکرها متوجه  
 مصصام الدوله شد و بعد از محاربات میان ایشان صلح واقع شد مشروط آنکه (7) بلاد (8)  
 فارس و ارجان تعلق بمصصام الدوله (9) باشد و خوزستان و عراق عرب متعلق ببهاء الدوله  
 باشد (10) و بهاء الدوله ببغداد مراجعت نموده در تسکین فتنه که پهنگاه غیبت او از  
 عیاران در آن دیار صادر شده بود (11) سعی و اعتماد نمود و اهل فساد را از میان برداشت  
 و در سنه ثمانین و ثلثمایه اولاد عز الدوله بختیار (12) بن معز الدوله دیلمی که در قلعه از  
 قلاع فارس محبوس بودند با اعتماد مستحفظان قلعه خلاص یافتند و در قلعه که محبوس  
 بودند مستولی گشته جمعی از دیلمه بخدمت ایشان شتافتند و مصصام الدوله ازین حال  
 آگاه شده ابو علی بن اسناد هرمز را بجنگ ایشان فرستاد و ابو علی آنجماعت را محاصره

(1) E. کرده با. (2) fehlt in D. (3) G. باید. (4) D. مضبوط نگاش. (5) fehlt in D.

(6) D und G. در ظل رأیت او. (7) fehlt in E. (8) fehlt in G. (9) D. fügt das ein.

(10) fehlt in E. (11) fehlt in E. (12) fehlt in D.

کرده اولاد عز الدوله که شش نفر بودند عاجز شده امان طلبیدند و ابو علی ایشانرا به امان از قلعه بیرون آورده پیش صمصام الدوله برد (1) و صمصام الدوله دو نفر از اولاد اختیار (2) را کشته چهار نفر (3) دیگررا محبوس ساخت و بعد ازین قضیه اساس صلح میان بهاء الدوله و صمصام الدوله (4) منهدم گشته صمصام الدوله ابو علی بن استد هرمزرا که سرداری صاحب وجود با تدبیر بود (5) بدفع فتنه بهاء الدوله نامزد فرمود و میان ابو علی و لشکر بهاء الدوله محاربات روی نموده در جمیع معارک ابو علی فایز می آمد (6) و عقبیت بهاء الدوله بنفس خویش متوجه ابو علی گشت و چند نوبت با یکدیگر حرب کردند و در (7) جمیع آن حروب نسیم نصرت بر پرچم رأیت ابو علی می وزید و چون قریب بآن شد که بهاء الدوله یکبارگی مستاصل گردد خبر قتل صمصام الدوله در لشکر (8) ابو علی انتشار یافت و سبب کشته شدن او آنکه لشکر (9) خود عرض کرد (10) و عمر کس که در (11) هکت نسب او بدیلم شبیه بود (12) نام او از دفتر حکم مینمود و بعضی از سپاهیان چون از علوفه نومید شدند مستحقان اولاد اختیاررا فریفته ایشانرا از بند بیرون آوردند و جمعی کثیر از ارادل و اوایل خدمت ایشان پیوسته چون (13) جمهور لشکر صمصام الدوله بمحاربه بهاء الدوله رفته بودند او بنصرت خواست که در قلعه از قلاع فارس (14) منحصر شود کوتوال صمصام الدوله را راه نداد و او با سیصد مرد مفلوک بدودمان که موضعیت در دو فرسخی (15) شیراز رسیده طاهر نام میتر او را گرفته پیش ابو نصر بن اختیار برد و ابو نصر صمصام الدوله را در ذی حجه سال مذکور بقتل رسانید مدت حکومت او در فارس نه سال و هشت ماه بود و صمصام الدوله حاکم (16) و کرمی بن نهایت داشت و بعد از قتل صمصام الدوله مادرشرا نیز کشتند (17) و مادر و پسر را در دکانچه (18) که بر در سرای امارت بود دفن کردند و چون بهاء الدوله بفارس آمد ایشانرا از قبم بیرون آورده در مقبره آل بویه دفن فرمود (19) ☆

G. (5) fehlt in E. و صمصام الدوله (4) E. تن. (3) عز الدوله D. (2) E. یرده. (1) لشکرگاه E. (8) و. ohne در E. (7) می ohne آمد G. (6) وجود بود و یا تدبیر پیوستند E und G. (13) داشت G. (12) او G. (11) میکرد E. (10) fehlt in E. (9) میل کشیدند D. (17) خلق D. (16) فرسنگی D und G. (15) fehlt in D. (14) و چون کردند G. (19) دو کنجه G. d.i. einer kleinen Gruft. (18) D. کنجه (13) d.i. sie blindeten. Der Satz von بهاء الدوله bis zum Ende dieses Abschnitts fehlt in E.

ذکر حکومت بیاء الدوله ابو نصر بن عضد الدوله

بعد از وفات شرف الدوله امارت بغداد ببیاء (۱) الدوله قرار گرفت و در سینه احدی و قتلش ببیاء الدوله تابع عباسی را از خلافت خلع کرد و سبیش آنکه لشکریان از بیاء الدوله مرسومات طلبیدند و نقدی در خزانه موجود (۲) نبود بیاء الدوله وزیر خود را مصادره کرده از وی چندان چیزی حاصل نشد که مرسومات (۳) سپاه وفا کند ابن معلم که در دولت بیاء الدوله صاحب اختیار بود با او گفت که طایع خلیفه مال فراوان دارد اورا بگیری و مال اورا بلشکریان قسمت نمای (۴) و دیگری را بجای او بر مسند خلافت بنشان و ابن معلم این صورت را در نظر بیاء الدوله سهل و آسان نمود و بیاء الدوله الطایع بالله از خلافت خلع کرده بانیم (۵) المؤمنین القادر بالله بیعت کرد و بعد از آن ابن معلم را بواسطه آنکه با مردم حسن معاشرت (۶) نداشت بگرفت و لشکریان بنابر آنکه از ابن معلم آزرده خاطر بودند اورا (۷) طلب داشتند و هر چند بیاء الدوله یا ایشان گفت که از سر او بگذرید قبول نکردند و بناچار بیاء الدوله ابن معلم را بایشان (۸) تسلیم نمود و لشکریان دو نوبت (۹) اورا زمر دادند و کار نکرد عاقبت حلقش را چندان بفشردند (۱۰) که دیگر نفس (۱۱) نزد و در ایام حکومت بیاء الدوله چون پسران بختیار صمصام الدوله را کشتند مکتوبی به ابو علی بن استاد هرمز فرستادند (۱۲) مبنی بر آنکه اعتماد و اعتضاد ما بر تست و طیفه آنکه بیعت ما از سپاه بستانی و در دفع بیاء الدوله سعی بلیغ نمایی و چون ابو علی از انبای بختیار توفعی داشت چه قتل دو پسر بختیار را که صمصام الدوله کشته بود از اشارت او میدانستند لاجرم از خدمت ایشان اعراض کرده رسولی (۱۳) پیش بیاء الدوله فرستاد و از برای خود و دیلمه امان خواست و بیاء الدوله عنون شده ابو علی و سایر امرای اورا (۱۴) امان داد و با ایشان پیغام فرستاد که شما را گناهی نیست چه صمصام الدوله برادر من که وئی (۱۵) نعمت شما بود شما را بمحاربه من فرستاد اکنون طلب خون او بر من واجب است و دیلمیان از بیاء الدوله ایمن گشته سر بر خط فرمان او نهادند و طایفه از اعیان ایشان پیش بیاء الدوله رفته بنیان

کرد و بانیم D. (۵) کن. D. (۴) بازراق E. (۳) fehlt in D. (۲) بر بیاء E. (۱)  
 فشردند D. (۱۰) بار. E. (۹) بدیشان D. (۸) واورا G. (۷) معاش. G. معاشی E. (۶)  
 کرد و رسولی E und G. (۱۴) فرستاد D. (۱۲) دم. E. (۱۱) بیفشردند E.  
 وولی که وئی E und G. setzen für (۱۵) کس hinzu. E. (۱۶) امرای

پیمانرا بایمان مشید (1) گردانیدند و خیم بجمعی از دیلمه که در شهر سوس بودند فرستادند که ما با امیر بهاء الدوله صلح کردیم شما نیز از شهر بیرون آید ایشان گفتند که چون ملک قدم رنجه فرماید (2) ما شرف پایبوس حاصل کنیم و چون روز دیگر بهاء الدوله با سپاه خود بطاعه سوس رسید دیلمه از شهر بیرون آمده حرب صعب آغاز کردند و بهاء الدوله دلتنگ شده دیلمیان سلاحها (3) بینداختند و گفتند که (4) عادت دیلمیان چنین است که بعد از صلح جنگ ساخت کنند تا مردم حمل بر عجز ایشان (5) نکنند و چون در اهواز بهاء الدوله را منازعی ثماند ابو علی بن اسناد هرمز را بتسخیم فارس نامزد فرمود (6) و ابو علی بدانجانب رفته آن ولایت را از دست پسران عز الدوله بختیار انتزاع نمود و خیم (7) این فتح چون بسمع بهاء الدوله رسید متوجه شیراز شد و چون بر سریم فارس متمکن گشت فرمان داد تا مردم قریه دودمان را بخریده آنکه صمصام الدوله را گرفته (8) پسران بختیار سپرده بودند بکشند (9) و آتش در آن ده زده دود از دودمان ایشان بر آورد و ابو جعفر بن اسناد هرمز را با طایفه از متجنده بکرمان فرستاد و ابو جعفر ثمانت آن ولایت را در تحت تصرف آورد (10) و درین اثنا ابو نصر بن عز الدوله بختیار که از ابو علی بن اسناد هرمز گریخته بمیان دیلم (11) رفته بود با جمعی از آن طایفه روی بکرمان نهاد و ابو جعفر با او جنگ کرده و منبزم گشته پناه (12) بسیرجان برد و ابو نصر بدانجانب جیرفت رفته عمال و داروغگان بگرمسیرات کرمان (13) فرستاد و تمام (14) آن نواحی بطاعت (15) او در آمدند و چون بهاء الدوله بر کیفیت این حادثه (16) اطلاع یافت موفق بن اسمعیل را با بعضی از سپاه بدفع این فتنه (17) نامزد فرمود (18) موفق لشکر بجیرفت کشید و ابو نصر بن بختیار را در آنجانب نیافت از مردم خیم او پرسید (19) گفتند از اینجا تا لشکرگاه (20) او هشت فرسنگست (21) و موفق از سپاه خود سیصد مرد (22) اختیار کرده روان شد و چون آن موضع که نشان داده

(1) fehlt in D und G. (2) fehlt in D und G. (3) fehlt in D und G. (4) fehlt in D und G. (5) fehlt in D und G. (6) fehlt in D und G. (7) fehlt in D und G. (8) fehlt in D und G. (9) fehlt in D und G. (10) fehlt in D und G. (11) fehlt in D und G. (12) fehlt in D und G. (13) fehlt in D und G. (14) fehlt in D und G. (15) fehlt in D und G. (16) fehlt in D und G. (17) fehlt in D und G. (18) fehlt in D und G. (19) fehlt in D und G. (20) fehlt in D und G. (21) fehlt in D und G. (22) fehlt in D und G.

بودند (1) رسید اثری از ابن بختیار ندید و بیش از طلوع فجر از اینجا نیز رحلت نموده بعد (2) از قطع منازل و طی مراحل بسر او رسید و هم (3) دو فریق تیغ و خنجر بم یکدیگر نهادند عاقبت (4) ابن بختیار فرار بم قرار اختیار کرد و در اثنای گریز شخصی م از ملازمان او بیک ضربتش بر زمین افکند و رفت تا موفق را از آجال (5) خبر کند دیگری رسید و سر ابن بختیار را از بدن جدا کرده نزد موفق برد و موفق خلق بسیار از هزبیبیان (6) کشته تمامت مالک کرمان او را صاف شد و از غرایب اتفاقات آنکه منجمی پیش از کشته شدن ابو نصر بن بختیار (7) با موفق گفته بود که در فلان دوشنبه ابو نصر کشته خواهد شد و چون پنج روز بآن دوشنبه (8) ماند موفق با منجم (9) گفت که وعده تو نزدیک رسید و ما از ابو نصر خبری نداریم منجم گفت (10) اگر او در آن روز کشته نشود تو مرا بکش و اگر بقتل رسد باید که در باره من شرایط احسان و امتنان بتقدیم رسانی و ابو نصر در آن دوشنبه که منجم گفته بود کشته گشته موفق (11) مال بسیار منجم داد و او را (12) از جمله اغنیا گردانید و بعد ازین فتح موفق (13) نایب در کرمان گذاشته بخدمت بهاء الدوله رفت و بهاء الدوله انواع عواطف و عوارف در شان موفق ارزانی داشته مراسم تعظیم و تکریم او بجای آورد اما در همان چند روز بسبب آنکه از خدمت و ملازمت استعفا میخواست و هم چند بهاء الدوله منع میکرد متنع نمیشد بهاء الدوله او را گرفته بند کرد و بعد از چند ناه بقتل وی (14) فرمان داد و در سنه احدی و اربع ماهه امیر (15) الجیوش ابو علی در بغداد وفات یافت زمان عمرش چهل و نه سال بود و مدت امارت بغداد و عراق تعلق باو (16) میداشت و با خلق خدای معاش پسندیده میکرد و در دولت بهاء الدوله هیچکس باعتبار او نبود و در سنه ثلث و اربع میه بهاء الدوله بمرض صرع (17) در گذشت و تابوت او بمشهد امیر المؤمنین علی علیه السلام برده در آنجا مدفون ساختند زمان حیاتش چهل سال و نه ماه بود (18) و مدت سلطنتش بیست و چهار سال ✽

(1) Die Worte bis بودند fehlen in D. (2) G. و بعد. (3) G. رسیده هم. (4) D. که (5) E. و عاقبت. (6) Diese Form fehlt in den Wörterbüchern. (7) E. چون G. läßt weg. بدوشنبه. (8) E und G. پیش از کشتن ابو نصر بن بختیار منجمی. (9) Diese beiden Worte fehlen in D. (10) Die Worte von ک گفت fehlen in G. او. (11) D. (12) fehlt in D. داده او را. (13) E und G. کشته گشت و موفق. (14) E und G. (15) E und G. عبید. (16) G. بوی. (17) D. صعب. (18) fehlt in D.



ذکر حکومت مجید الدوله بن فخر الدوله بن رکن الدوله بن بویه ✽  
 بعد از فوت فخر الدوله ارکان دولت او (۱) پسرش مجید الدوله را که در اوان  
 طفولیت بود بر تخت نشاندند (۲) و مادرش سیده که عورق عاقله بود بتدبیر امور ملک  
 اشتغال نمود و سیاستی چنان داشت که در مجموع ملکت هیچکس بی وقوف او در هیچ  
 امر از جزوی و کلی شروع نمی توانست نمود (۳) و در سنه تسعین و ثلثمایه سیده  
 مجید الدوله را بگرفت و سبب آنکه چون مجید الدوله بسن بلوغ رسید با مادر  
 در امر پادشاهی تنازع نمود و وزارت خویش بی رضای والدۀ بختیبر (۴) ابوعلی داد  
 و سیده از پسر رنجیده بقلعه طبرک رفت و ابوعلی موکلان بر سیده گماشت تا  
 نگریزد و سیده در جوف لیل از قلعه بزیبر آمده راه خوزستان پیش گرفت و چون حاکم  
 آن دیار بدر بن حسنویه از توجه سیده آگاهی یافت تا دغانه (۵) خوزستان باستقبال  
 شتافت و زمین خدمت بوسیده از تواضع نکتۀ (۶) مهمل نداشت و لشکر را فراهم آورده  
 در رکاب سیده بجانب ری توجه نمود و با مجید الدوله محاربه کرده و او را با وزیر اسیر کرده  
 سیده (۷) در ملک متمکن شد و بدر (۸) بن حسنویه را با خلعتهای فاخر و عطایای وافر  
 باز گردانید و شرایط معدلت بتقدیم رسانیده قواعد جهانداری مشید گردانید (۹) روز  
 بار در پس پرده رفیق نشست و با وزیر و عارض سخن کردی و در جواب رسل اطراف بی  
 تلقین کسی سخن گفتی و سخنان مناسب سنجیده ✽

گویند سلطان محمود غزنوی بدو پیغام فرستاد که خطبه و سکه بنام من موشح  
 گردان والا جنگ را (۱۰) آماده باش سیده جواب داد که تا شوهرم در قید حیات بود ازین  
 صورت می اندیشیدم که اگر سلطان چنین فرماید تدبیر چه باشد (۱۱) اکنون از آن (۱۲)  
 فارغم جهت آنکه سلطان محمود پادشاه عاقل فرزانه است و من حرب در غیب اگر بر من  
 ظفر یابد چندان نامی نباشد که بر بیوه زنی قادر گردد (۱۳) و اگر از من شکست یابد رقم  
 این عار تا دامن قیامت از صفحۀ روزگار او محو نشود (۱۴)

(۱) fehlt in E und G. (۲) E. بنشانند. (۳) Der Satz von سیاستی bis fehlt in D. (۴) E. بخطیب. (۵) Im Tharich Heidari steht dafür تا بدر بند. (۶) G. دقیقۀ. (۷) Die Worte von بجانب bis سیده fehlen in E. Für سیده setzt G. و سیده. (۸) G. (۹) G. (۱۰) D. ohne جنگ. (۱۱) در قواعد جهانداری مشید شد. (۱۲) E. شد. بدر. (۱۳) E. شود. (۱۴) E. نکرد. (۱۵) E. جواب جثویم.

تواند که بر من شوی دست یاب  
 زن بیو را داده باشی جواب  
 من ار بر تو جویم بهنگام کین  
 بوم قایم انداز روی زمین  
 ازین هم نبردی جو روبه و ترک  
 تو سر کوچک آیی و من سر بزرگ (1)

واین جواب باصواب سلطان محمود از سر خصومت او در گذشت و تا سیده در حیات بود قصد ملک او نکرد (2) و سیده بعد از چند گاه با پسر دل خوشی کرده مجد الدوله بر سر ملک (3) خویش بر آمد و اما همچنان زمام اختیار امور در کف کفایت سیده بود و سیده برادر مجد الدوله شمس الدوله را پسران فرستاد و ابو جعفر کاکویه را بحکومت اصفهان نامزد فرمود و تا سیده در حیات بود ملک مجد الدوله رونقی تمام داشت و چون او وفات یافت خرج و مرج مملکت مجد الدوله را یافت و در اوایل سنه عشرين و اربعه سلطان محمود غازي بعزم استخلاص (4) عراق (5) از غزنین بیرون آمد بعد (6) از قطع منازل چون بماندگان رسید منوچهر بن شمس المعالی قابوس بن وشمگیر باو پیوست و تحفه های پادشاهانه نذرانید و بعد از چند روز بمجرد توکی بی رخصت بولایت خویش رفت اما چهار صد هزار دینار بما محتاج سپاه سلطان فرستاده عذر خواهی نمود و سلطان (7) از سر ذلت (8) او در گذشت و درین اثنا مجد الدوله مکتوبی بسطان (9) فرستاده از لشکریان (10) خود شکایت کرد و او پیوسته بمصاحبت زنان و مطالعہ کتب (11) مشغول بود و سلطان بر مجاری احوال او اطلاع یافته لشکر سنگین نامزد ری (12) کرد و با امیر لشکر گفت سعی نمای که مجد الدوله ماخوذ و مقید گردد و چون مردم سلطان بیری در آمدند

(1) Statt dieser Verse, welche in der Handschrift D. mitgetheilt werden, geben E und G. mit der Einleitung و مردم گویند das nachfolgende Distichum:

جو از راستی بگذری خم بود  
 چه مردی بود کز زنی کم بود

(2) Die Worte von و تا bis نکرد fehlen in E und G. (3) E und G. پسر ملک. (4) fehlt in E und G. (5) G. fügt و عجم hinzu. (6) D. آمد و بعد. (7) E. تا سلطان. (8) Vielleicht بمطالعہ کتب و مصاحبت. (9) E. نامزد سلطان محمود. (10) D. لشکریان. (11) E. و مطالعہ کتب. (12) D. ری. In G. fehlt sowohl ری als و. G. زنان.

مجد الدوله بایشان ملحق شد و حاجب سلطان که امیر لشکر بود مجد الدوله (1) و ابو دلفرا که پسرش بود (2) بگرفت و این خبر مسموع سلطان گشته تا (3) بولایت ری هیچ جا عنان باز نکشید (4) و از خزانه ری مبلغ (5) هزار هزار دینار نقد و موازی بآنصد هزار دینار جواهر و شش هزار طاق (6) جامه ابریشمینه و آلات طلا و نقره پیش سلطان آوردند و سلطان محمود مجد الدوله حاضر گردانیده پرسید که شاعنامه که تاریخ ملوک فرس است و تاریخ طبری که متضمن وقایع ارباب اسلام نیز هست دیده گفت بلی سلطان فرمود که شطرنج باخته گفت بلی (7) سلطان فرمود که در آن کتب هیچ مسطور شده که در یک مملکت دو پادشاه حکومت کرده اند و در بساط شطرنج در یکخانه دو پادشاه دیده گفت نه (8) سلطان فرمود (9) که ترا چه چیز بران داشت که اختیار خود بکسی دادی که از تو بقوت ترست آنگاه مجد الدوله را با پسر و نواب بند کرده بغزنین فرستاد و مکتوبی بقادر خلیفه ارسال نموده در آن نامه قلمی کرد که ما بری در آمدیم (10) و مجد الدوله را گرفتیم (11) و در سرای او پنجاه زن آزاد یافتیم از آنجمله سی و کسری مادر فرزندان شده (12) بودند از وی سوال کردم که این زنان بکدام مذهب نگاه (13) میداشتی جواب داد (14) که عادت اسلاف ما چنین بوده که زنان را متعه کرده نگاه میداشتند (15) و جمعی از باطنیان که ملازم او بودند بردار کردیم و معتزله که در ری اقامت داشتند همه را کوچانیده خراسان فرستادیم گویند در کتابخانه (16) مجد الدوله کتب بسیار یافتند آنچه مشتمل بود بر سخنان حکما و اهل اعتزال بموجب فرمان سوخته گشت و باقی را خراسان بردند و سلطان پسر خود مسعود را در ری گذاشته خود بغزنین معاودت فرمود چنانچه سابقا مذکور (17) گشت.

. و پسرش ابو دلفرا E. که In G. fehlt in diesem Satze. (2) و مجد الدوله G. (1)  
 fehlt in (5) . در هیچ مکان توقف ننمود E und G. (4) . گشت و سلطان تا G. (3)  
 نی. G. (8) . آری E. (7) fehlt in E. (6) . نی. D, wo auch statt ری gesetzt ist  
 آمدیم E. (10) . فرمود bis که در آن کتب In E. fehlt die ganze Stelle von (9)  
 G. (13) fehlt in D. (12) . گرفته ایم G. (11) . در. beide ohne آید G.  
 E. (14) . Die Worte fehlen in E und G. bis که زنان را (15) . در جواب گفت E.  
 مسطور G. (17) . کتابخانه D. (16)

ذکر حکومت سلطان الدوله بن بنهء الدوله بن عصد الدوله ❖

جون بنهء الدوله در ارجان<sup>(۱)</sup> و ذات یافت سلطان الدوله قیمر مقام او شده از ارجان بشیراز رفت و برادر خود جلال الدوله را ببصره فرستاد و برادر دیگر ابو الفوارس را بکرمان روان کرده جون<sup>(۲)</sup> ابو الفوارس در کرمان متمکن گشت جمعی از دینیه او را برآن داشتند که با برادر باغی شد<sup>(۳)</sup> و لشکر فراهم آورده روی بشیراز نهاد و چون سلطان الدوله در فارس<sup>(۴)</sup> نبود<sup>(۵)</sup> بسانی بر آن دیار استیلا یافت و سلطان الدوله بر کیفیت حادثه مطلع شده و سپاهی جمع کرده روی ببرادر<sup>(۶)</sup> نهاد<sup>(۷)</sup> و ابو الفوارس از شیراز بیرون آمده بسلطان<sup>(۸)</sup> الدوله محاربه نمود و منبزم<sup>(۹)</sup> بکرمان<sup>(۱۰)</sup> باز گشت<sup>(۱۱)</sup> و سلطان الدوله از عقب او بآنجانب نهضت فرمود و ابو الفوارس کرمانرا<sup>(۱۲)</sup> گذاشته متوجه خراسان گشت و چون بپیین الدوله محمود پیوست محمود<sup>(۱۳)</sup> در اعزاز و اکرام<sup>(۱۴)</sup> او مبالغه نموده در مجلسی که پادشاه زادگان نشسته بودند او را بر دارای بن شمس المعالی قابوس بن وشمگیر مقدم بنشانند<sup>(۱۵)</sup> و این معنی بر دارا گران آمده<sup>(۱۶)</sup> م در آن مجلس بر زبان آورد که پدران او خدمت آبی ما کرده اند و مرادش ازین سخن آن بود که عماد الدوله و برادرانش در زمان سابق بملازمت مرداویج بن زیاد<sup>(۱۷)</sup> عمر قابوس قیام می نموده اند سلطان محمود گفت او بر تو سهت تقدم دارد که آبی او بضرع شمشیر ملکت گرفته اند و عرض سلطان ازین سخن تعریف خود بود که بمحاربه ملک از سامانیان انتزاع نموده بود بالجه سلطان پیین الدوله محمود پرتو التفات بر حال ابو الفوارس افکنده بعد از اندک مدتی<sup>(۱۸)</sup> ابو سعید طایی را که در سلک امرا عظام انتظام داشت با سپاه انبوه همراه او بجانب عراق فرستاد و ایشان نخست بکرمان رفته آن ولایت را ضبط نمودند و از آنجا بجانب فارس متوجه گشته شیراز را نیز گرفتند و درین حین<sup>(۱۹)</sup> سلطان الدوله در بغداد بود و ابو الفوارس در رعایت ابو سعید اعمال و امهال ورزیده او آزوده خاطر باز گشت و در

G. کرد و چون<sup>(۲)</sup> E. اوجان. E und G. an dieser und der nachfolgenden Stelle<sup>(۱)</sup> به برادر<sup>(۶)</sup> E. schaltet ein. (۵) E. شیراز. D. (۴) شده. E. (۳) فرستاد و چون نموده. E und G. (۹) آمده با سلطان. G. آمد و با سلطان. E. (۸) کرد. G. آورد. E. (۷) را. E und G. ohne کرمان. (۱۲) معاودت نمود. G. معاودت کرد. E. (۱۱) بکرمان. G. (۱۰) منبزم. E. (۱۷) مرداویج بن زیار. E. (۱۶) نشاند. D. (۱۵) واحترام. D. (۱۴) fehlt in E. (۱۳) اوقات. E und G. (۱۸) فرصتی.

مجلس سلطان از ابو الفوارس<sup>(۱)</sup> شکایت کرد وبعد از معاودت ابو سعید سلطان الدوله از بغداد بیرون آمده بر سمت شیراز در حرکت آمد و ابو الفوارس فارس را گذاشته بکرمان رفت و سلطان الدوله لشکری از عقب او ارسال کرده ابو<sup>(۲)</sup> الفوارس چون با سلطان محمود راه آشتی نگذاشته بود عزم مدائن شده بشمس الدوله بن فخر الدوله پیوست و از آنجا بیتایح رفت و مهذب<sup>(۳)</sup> الدوله صاحب بیتایح در اکرام و احترام غایت مبالغه بجای آورده تحفه های لایق پیشکش کرد و درین اثنا جلال الدوله برادر ابو الفوارس از بصره جامه های قیمتی و اسبپان تازی و نقره فراوان پیش او فرستاده پیغام داد که اگر باین صوب تشریف آورده شود بمراسم بندگی قیام نموده آید مقارن اینحال رسل میان برادران متردد شده قرار بآن دادند که سلطان الدوله بدستور پیشتر کرمان را ابو الفوارس گذارد<sup>(۴)</sup> و او نیز بعد ازین مخالفت برادر جایز ندارد و در سنه تسع و اربع مایه بار دیگر<sup>(۵)</sup> ابو الفوارس در کرمان حاکم شد و در سنه احدی و عشر و اربع مایه اکثر لشکر عراق بخدمت ابو علی حسن بن بهاء الدوله که او را مشرف الدوله گویند میل کردند و نواب سلطان الدوله باو گفتند که ابو علی را میباید گرفت والا فتنه حادث خواهد شد و سلطان الدوله قصد گرفتن او کرد اما میسر نشد و چون جمهور لشکریان بخدمت مشرف الدوله پیوستند سلطان الدوله مستشعر گشته بواسطه رفت و میان برادران نزاع قائم شده<sup>(۶)</sup> آخر الامر قرار بآن دادند که هیچ یک ابن سهل را وزارت نفرمایند و مشرف الدوله بنیابت برادر در عراق عرب بامارت قیام نماید و سلطان الدوله در فارس واعزاز مقیم باشد و بنابرین<sup>(۷)</sup> قرار سلطان الدوله از واسطه باعواز رفت و چون به تستر رسید منصب وزارت باین سنان تفویض فرمود<sup>(۸)</sup> و مشرف الدوله ازین صورت مستوحش گشت چه بر آن مقرر<sup>(۹)</sup> شده بود که او را در امور مملکت مدخل ندهند و سلطان الدوله لشکری مرتب ساخته مصحوب ابن سنان گردانید تا مشرف الدوله را از عراق بیرون کند و مشرف الدوله بقدر میسر سپاهی جمع آورده باستقبال او روان شد و بعد از محاربه ابن سنان منتهزم شده پناه<sup>(۱۰)</sup> بقلعه واسط برد و مشرف او را محاصره نموده قحطی عظیم در حصار روی نمود و آن عسرت<sup>(۱۱)</sup> مرتبه رسید که از سگ و گربه نشان نماند و چون مهر بر اهل واسط

E. (3) کرد و ابو. D. (2) Die Worte von ابو الفوارس bis در رعایت fehlen in E. (4) Die Worte بار دیگر fehlen in D. Die Handschrift E. lässt an dieser Stelle die Jahrzahl aus und setzt dafür: شد. E. (6) تا بار دیگر. E. und G. (7) بنابرین. E. (8) نموده عسرت. E. (9) مقرر چنان. E. (10) گشت و پناه. D. (11) مهر بر اهل واسط.



دراز (1) گشت ابن سہلان بعید و پیما (2) شرف دستنبوس مشرف الدوله حاصل کرد و در ذی حجه سنہ احدى و عشر و اربع مایہ مشرف الدوله ملقب شاهنشاه گشت و نام سلطان الدوله از خطبہ بیفکند و در سنہ اثنی و عشر برادرش جلال الدوله کہ حاکم بصرہ بود با او در مقام موافقت آمدہ باتفاق ابن سہلانرا میل کشیدند و ازین قضیہ آثار ضعف وانکسار در وجنات (3) احوال سلطان الدوله طاعر (4) شد و ترکانی کہ در اعواز بودند با توابع سلطان الدوله جنگ کرده دست بغارت اموال و امتعہ ایشان بر آوردند ۵

۱۴

ذکر حکومت ابو علی مشرف الدوله بن بقاء الدوله ۵

در ابتدای سنہ اثنی و عشر و اربعایہ در بغداد خطبہ بنام مشرف الدوله خواندہ برادرش (5) سلطان الدوله را نام بردند و جمعی از دیالہ کہ توابع ایشان (6) در اعواز بودند از مشرف الدوله رخصت طلبیدند کہ بہ آن سر زمین رفته و اعل و عیال خود دیدہ مراجعت نمایند و مشرف الدوله دستوری دادہ وزیر خویش ابو غالب مصحوب ایشان گردانید و چون دیالہ با اعواز رسیدند ابو غالب را مغلوب ساختہ کشتند و ترکان کہ دم از ولای (7) مشرف الدوله میزدند گریختہ پناہ بجزیرہ بن رئیس (8) بردند و چون خبر کشتہ شدن وزیر بسلطان الدوله رسید بغایت فرحان گشت چه از وی توفی عظیم (9) داشت و پس خود ابو کالنجار را با اعواز فرستاد و در سنہ ثلث و عشر و اربع مایہ میان سلطان الدوله و مشرف الدوله مصالحہ واقع شد قرار بر آنکہ عراق عرب متعلق بمشرف الدوله باشد و فارس و کرمان بسلطان الدوله و سوگند خوردند کہ هیچ یک قصد ولایت یکدیگر نکنند (11) و در سنہ خمس و عشر سلطان الدوله در شیراز وفات یافت و پسرش ابو کالنجار در اعواز بود ابن مکرم از شیراز مسرعان بطلب او فرستاد و ترکان (12) کہ در فارس اقامت داشتند مکتوب بکرمان فرستادہ ابو الفوارس را طلب داشتند و او (13) از کرمان بیرون آمدہ بیش از وصول ابو کالنجار بشیراز رسید و ابن مکرم را گرفت (14) و ابو قسم پسر ابن مکرم

E. (5). لایح و طاعر. E. (4). وجنات. D. (3). و. ohne پیمان. D. (2). دشوار. E. (1).  
Die Worte fehlen in D. In G. steht: خواندند و برادرش. G. از برادرش. (6).  
E. schaltet ein. (7). کہ در اعواز تابع ایشان. (8). جزیرہ ابن. E. بخویر رئیس. D. (8).  
E. (12). نکند. (11). E. دیگری. (10). عظیم توفی. G. E. fehlt in. (9). دہبین.  
G. (14). و ابو الفوارس. E. und G. (13). فرستادہ ترکان. G. و ترکان. گرفت.

که در خدمت ابو کالنجار بود او را بم گرفتند<sup>(۱)</sup> شیراز ترغیب و تحریص نمود و ابو کالنجار<sup>(۲)</sup> از اعواز و خوزستان لشکری سنگین ترتیب داده<sup>(۳)</sup> متوجه فارس<sup>(۴)</sup> شد و ابو الفوارس چون تاب مقاومت او نداشت بجانب کرمان معاودت نمود ✽

۱۵

### ذکر حکومت ابو کالنجار بن سلطان الدوله بن بهاء الدوله ✽

چون عیش ابو الفوارس بجانب کرمان توجه نمود ابو کالنجار بشیراز در آمده سلطنت بیروی قرار یافت<sup>(۵)</sup> و دیلمه متفرق بدو فرقه شدند بعضی گفتند که ابو الفوارس را<sup>(۶)</sup> از کرمان بیرون باید کرد و برخی کلمه الصلح خیم بر زبان می<sup>(۷)</sup> آوردند و درین اثنا لشکریان شغب کرده<sup>(۸)</sup> مرسومات خود طلب داشتند<sup>(۹)</sup> و در خزانه نقدی<sup>(۱۰)</sup> موجود نبود ابو کالنجار بنام صغر سن در ضبط و دارایی سپاه<sup>(۱۱)</sup> عاجز آمد لاجرم از شیراز بیرون آمده بنوبندجان<sup>(۱۲)</sup> رفت و بواسطه شدت حرارت هوا اثر لشکریان وی<sup>(۱۳)</sup> در آنجا بیمار شدند و او<sup>(۱۴)</sup> از آنجا بشعب بوان رفت و طایفه از<sup>(۱۵)</sup> دیلمه که در شیراز بودند مسری بابو الفوارس فرستاده پیغام دادند<sup>(۱۶)</sup> که شهر خالیست و خدمتش بار دیگر لشکر بانجانب کشیده دیلمه شهر را<sup>(۱۷)</sup> تسلیم<sup>(۱۸)</sup> کردند و ابو الفوارس بعد از استیلا بر<sup>(۱۹)</sup> شیراز متوجه شعب بوان گشت<sup>(۲۰)</sup> و چون بدان حدود رسید مصلحان در میان آمده گفتند صلاح در آنست که شیراز و کرمان از ابو الفوارس باشد و ابو کالنجار بحکومت اعواز قناعت نماید و ابو الفوارس بشیراز مراجعت نموده ابو کالنجار بارجان<sup>(۲۱)</sup> رفت و وزیر ابو الفوارس مردم فارس را بمثابه مصادره کرد که جمعی که بطلب<sup>(۲۲)</sup> او فرستاده بودند از حرکت خویش پشیمان گشتند و برخی ازیشان تریخته بابو کالنجار پیوستند و باز میان عمر و برادر زاده نزاع و محاصرت پدید آمده ابو کالنجار روی بفارس آورد و ابو الفوارس لشکری<sup>(۲۳)</sup> مرتب ساخته باستقبال او از شهر بیرون رفت و بعد از

(۱) E. fehlen in E. (۲) Die Worte von شیراز رسید bis کالنجار (۳) G. گرفتن. (۴) E. und G. کرده. (۵) D. شیراز. (۶) E. läßt die Sylbe را weg und schaltet ein. (۷) fehlt in D. (۸) D. کردند. (۹) G. طلبیدند. (۱۰) E. نقد. (۱۱) G. fehlt in G. (۱۲) E. für او. G. لشکر او. (۱۳) D. بنوبندجان. (۱۴) D. ملک و سپاه. (۱۵) fehlt in D. (۱۶) E. fügt او hinzu. (۱۷) E. ohne شهر. (۱۸) E. فرستادند و پیغام. (۱۹) fehlt in D. (۲۰) E und G. شد. (۲۱) E. باوجان. (۲۲) fehlt in G. (۲۳) D. لشکر.

حرب بسیار انزهار یافتند بطرف (۱) دارابجرد شتافت و ابو کالدجار بر تخت فارس متمکن شد (۲) و باقی حالات او عنقریب رقم زدء کلک بیان خواهد گشت انشا الله (۳) ✽

۱۶

### ذکر حکومت جلال الدوله بن بهاء الدوله ✽

در ربیع الاول سنه ست و عشر و اربع مایه مشرف الدوله بسرای آخرت تشریف برد (۱) مدت عمرش بیست و سه سال و سه ماه بود و حکومتش (۲) (۳) پنج سال و بیست و پنج روز بود (۴) و در حین وفات او برادرش ابوطاهر جلال الدوله در بصره بود و بعد از وی در بغداد نام جلال الدوله را ردیف نام خلیفه گردانیده بطلب (۵) او مسرعان فرستادند و خدمتس در حرکت بجانب دار السلام چند روز تعلل نمود تا آخر (۶) نام او را از خطبه بیفکندند (۷) و جلال الدوله ازین حال خبردار شده (۸) متوجه بغداد (۹) گشت و چون بدان حدود رسید طایفه از سپاه خلیفه بقدر ممانعت پیش رفتند (۱۰) و او ممتنع نشده کار (۱۱) بحرب سرایت کرد و بعضی از خزاین جلال الدوله بتاراج رفته خدمتس (۱۲) بصورت مراجعت نموده بصره شتافت (۱۳) و در سنه سبع و عشر و اربع مایه اترک بر بغداد مسلط شده بمصادره و مواخذء رعایا (۱۴) مشغول گشتند و میان ایشان و عامه محاربات واقع شده ترکان غالب آمدند و بسیاری از متمولانرا غارت کردند و دروب و اسواق بغداد را بسوختند (۱۵) و با وجود غلبه چندیان بتویم آنکه (۱۶) اکرا و اعراب نواحی دار السلام قصد شهر کنند و ایشان نتوانند مانع آمد بطلب جلال الدوله فرستادند و در جمادی الاول سنه ثمان و عشر بار دیگر در بغداد خطبه (۱۷) بنام او خواندند و در رمضان سنه مذکوره (۱۸) جلال الدوله از بصره بیگداد شتافت و بدار خلافت رفته زمین خدمت ببوسید و خلیفه در احترام او مبالغه تمام فرمود و بعد از آن جلال الدوله در سرای امارت

(۱) D. fügt hinzu: گشت. (۲) E und G. بجانب. (۳) E. یافت و بطرف. (۴) D und G. (۵) و در ایام. E. و نام حکومتش. (۶) G. قدم ارزانی داشت. E. فرموده. (۷) G. (۸) حکومتش. (۹) E. (۱۰) fehlt in E. (۱۱) E und G. گردانیدند و بطلب. (۱۲) E. (۱۳) E. بیفکند. (۱۴) E und G. خبر یافتند. (۱۵) fehlt in D. (۱۶) E und G. آمدند. (۱۷) E. (۱۸) D. رعایا. (۱۹) D. ببصره مراجعت نموده. (۲۰) E und G. رفت و او. (۲۱) E. یعنی شد و کار. (۲۲) G. ایشان. (۲۳) G. schaltet ein mit Weglassung des و vor dem folgenden سوختند. (۲۴) G. schaltet ein. (۲۵) Die ganze Stelle von جلال الدوله bis مذکوره ist in E. ausgelassen.

نزول کرده فرمود<sup>(۱)</sup> تا بم در دار الاماره پنج نوبت زدند و خلیفه او را از آن حرکت منع فرمود و جلال الدوله از سر غضب ترک آن معنی داد و خلیفه بنابر مصلحت ملک<sup>(۲)</sup> از آن منع پیشیمان شده رخصت ارزانی داشت که بم در سرای او پنج نوبت<sup>(۳)</sup> زدند و در سنه تسع و عشر و اربع مایه اترک با جلال الدوله شغب بسیار کردند و از ابو علی بن ماکولا که وزیر او بود علوفات و مرسومات طلب داشتند<sup>(۴)</sup> و خانه او را بغارت دادند و جلال الدوله را در قصر محصور گردانیدند و خلیفه واسط شده<sup>(۵)</sup> جلال الدوله فروش و ثیاب و خیام خود فروخته بایشان داد تا تسکین یافتند و درین سال میان اترک و دیلمه در بصره<sup>(۶)</sup> نزاع واقع شد و ملک عزیز ابو منصور بن جلال الدوله جانب ترکان گرفته دیلمیان بایله رفتند و مخالفت بین الفریقین امتداد یافت و ابو کالنجار که در آن اوان در اهواز بود فرصت غنیمت شمرده لشکری فرستاد تا بصره را بگرفتند<sup>(۷)</sup> و از آنجا قصد واسط کرده<sup>(۸)</sup> چون بدانجا رسیدند جمعی از اتباع جلال الدوله که<sup>(۹)</sup> در آن بلده یافتند غارت کردند و جلال الدوله خواست که بجهت دفع ایشان متوجه واسط گردد لشکریان با او موافقت ننمودند<sup>(۱۰)</sup> و از وی مرسومه طلبیدند و چون مالی نداشت مصادره آغاز نهاد و ازین سبب مردم بغداد متنفر و آزرده خاطر گشتند ۵

lv

ذکر قوام الدین ابو الفوارس بن بهاء الدوله و تنبیه احوال ابو کالنجار و جلال الدوله و نهایت در<sup>(۱۱)</sup> ایشان ۵

اکثر حالات ابو الفوارس در ضمن حکایات یزادرانش مسطور گشت و او در سنه تسع و عشر و اربع مایه لشکر سنگین جمع آورده متوجه فارس شد و در راه پیک اجل رسیده<sup>(۱۲)</sup> عازم ولایت<sup>(۱۳)</sup> دیگر گشت و امرا و اعیان کرمان ابو کالنجار را از اهواز طلب داشتند و او بی استعمال سیف و سنان در فارس و کرمان حاکم مطلق العنان شد و خلائق از ظلم ابو الفوارس رهایی یافتند و ابو الفوارس چون شراب خورده و اندامی مجلس خود را بچوب<sup>(۱۴)</sup> تادیب نمودی نوبتی در سر مستی فرمان داد که وزیر او را<sup>(۱۵)</sup>

(۱) G. schaltét. (۲) G. وقت ملک. (۳) E. بار پنج. (۴) D. کردند. (۵) G. schaltét. (۶) fehlt in D. در بصره. (۷) D. گرفتند. (۸) E und G. کردند. (۹) fehlt in D. در رسیده. (۱۰) G. در امور. (۱۱) fehlt in E. نکردند. (۱۲) E. نمودند. (۱۳) G. ملک. (۱۴) E. بکرب. (۱۵) E. وزیر را.

دویست تازیانه زدند و چون حشیار شد اورا بطلاق<sup>(۱)</sup> سوژند داد که با کسی نگوید  
 بالجه جون<sup>(۲)</sup> ابو دلتجار در حکومت مستند نشست سپی در ۹ کشیده روی بواسط  
 نباد و جلال الدوله نیز از بغداد با لشکری تمام بیرون آمد و درین اثنا خیمه ابو دلتجار  
 رسید که سلطان محمود ری را گرفته در بند استخلاص سایه ولایت عراقست و او رسولی  
 بجلال الدوله فرستاده پیغام داد که اگر مارا پیش ازین منازعتی با یکدیگر بود اکنون  
 که بییکانه بملکت در آمد مناسب چنان مینماید که ترک آن نزاع داده<sup>(۳)</sup> باتفاق  
 خصمرا از ملوک موروث بیرون کنیم جلال الدوله اتفاق بدین سخن نکرد و لشکر<sup>(۴)</sup> باعواز  
 کشیده آن ولایت را غارت کرد و از دار الاماره مال بسیار بدست او افتاد<sup>(۵)</sup> و در آخر ربیع  
 الاول سنه احدی و عشرين و اربع مایه هر دو لشکر بهم رسیده سه شبانروز با یکدیگر جنگ  
 کردند و ابو کالتجار انبزام یافته دو هزار مرد از لشکر او کشته شدند و ابو کالتجار  
 ببدترین حال متوجه اعواز شد و جلال الدوله بعد از<sup>(۶)</sup> فتح بواسط رفت و ضبط آن  
 دیار کرده ببغداد شتافت و در سنه اثنی و عشرين و اربع مایه الفجار باند و فات یافتند القایم  
 بامر الله بجای او نشست<sup>(۷)</sup> و بار دیگر نردن در بغداد فتنه آغاز<sup>(۸)</sup> کرده سری و زیم  
 جلال الدوله را غارت کردند<sup>(۹)</sup> و او از دار السلام بیرون آمده بعکبرا<sup>(۱۰)</sup> رفت و در بغداد  
 خطبه بنام ابو کالتجار خوانده اورا از اعواز طلب<sup>(۱۱)</sup> نمودند و عادل بن یافت ابو  
 کالتجار را از رفتن بغداد مانع آمد و چون بغدادیان از وصول او مایوس شدند باز خطبه  
 بنام جلال الدوله خواندند و بعضی اترک نزد او رفته عذر خواهی نمودند و اورا ببغداد  
 باز آوردند و در سنه ست و عشرين و اربع مایه<sup>(۱۲)</sup> خلافت و سلطنت در بغداد ضعیف شده  
 عیاران سر بر آوردند و اکراد و اعراب تا نزدیک دار السلام آمده غارت و تاراج میکردند و نه  
 خلیفه را قوت منع ایشان<sup>(۱۳)</sup> بود و نه پادشاه را<sup>(۱۴)</sup> و تسلط<sup>(۱۵)</sup> عیاران بمرتبه رسید که  
 در روز سراجا فرو گرفته<sup>(۱۶)</sup> آتش نهب و تاراج می افروختند و در سنه سبع و عشرين و اربع

(۱) G. اورا طلب داشت و بطلاق. (۲) fehlt in E. (۳) D. کرده. (۴) E. اثنا باین. (۵) E. بدست آورد. (۶) E. اتفاق بدین سخن نمود. (۷) G. سخن نکرده لشکر. (۸) E. و G. خلیفه شد. (۹) E und G. بغارتیدند. (۱۰) D und F. آغاز فتنه. (۱۱) D. طلب. (۱۲) E. خلافت و سلطنت در بغداد ضعیف شده. (۱۳) G. عیاران سر بر آوردند. (۱۴) G. پادشاه. (۱۵) E. تسلط. (۱۶) E. در سراجا گرفته.



مایه اتراک بغداد بجلال الدوله بیرون آمدند وخواستند که اورا از دار السلام اخراج نمایند ومام بخرب سرایت کرد (1) ودر سنه ثمان و عشرين واربعمایه (2) سردار ترکان کشته شده ازین جهت ضعفی بم صفحه احوال مخالفان جلال الدوله پدید آمد و بم درین سال میان جلال الدوله و ابو کالنجار مصالحه واقع شد و سوگند یاد کردند (3) که خلاف یکدیگر نکند و قایم خلیفه از برای ابو کالنجار خلعت فرستاد و در سنه تسع و عشرين جلال الدوله را بملک الملوک ملقب گردانیدند و او در اول از قبول این لقب امتناع نمود اما چون فقها بم تجویز آن فتوی دادند راضی شد و در سنه ثلثین واربعمایه در روز بیست و سیوم کانون الآخِر در بغداد برف بارید که یک بدست بم زمین نشست و آب دجله شش روز یخ بست و در سنه اثنی و ثلثین باز میان اتراک و جلال الدوله منازعتی دست داد و جلال الدوله از جانب شرقی بجانب (4) غربی کوچ کرد و باطراف (5) فرستاده لشکرها طلب داشت و ترکان بزجر و تعدی از اهل شهر مال می ستاندند و در سنه اربع و ثلثین واربعمایه ابرعیم ینال سلجوقی بعراق در آمده همدان را (6) بگرفت و بعد از وی طغرل بیگ در ری نزول فرمود و در شعبان سنه خمس و ثلثین جلال الدوله ابو طاعمر بن بهاء الدوله بن عضد الدوله بعلتی که از جگرش پدید آمد وفات یافت و ولادت او در سنه ثلث و ثمانین و ثلثمایه اتفاق افتاده بود (7) و امارتش در بغداد شانزده سال و یازده ماه امتداد یافت و اورا بم در سرایش دفن کردند و هم کس که سیرت جلال الدوله معلوم کرده باشد از ضعف و جبن و استیلائی نشکم و نواب بیروی و دوام ملک وی ت بدین مدت یقین (8) شناسد که در سعادت و شقاوت بلکه در جمیع امور اراده حق تعالی مدخل دارد و بس تَوَقُّ اَمَلْک من تشاء و تنزع اَمَلْک من تشاء (9) و چون او وفات یافت مقربان و خواص وی از بیم ترکان بدار الخلافه رفتند و خلیفه کسان فرستاد تا منازل ایشانرا از نهب و تاراج نگاه داشتند و درین حال پسر بزرگترش ابو المنصور در واسط بود بعضی از اعیان بغداد رسولی بدان صوب فرستاده اظهار انقیاد کردند و برخی از ایشان بجانب ابو کالنجار مایل شده اورا استدعا نمودند و ملک ابو العزیز منصور پیش (10) از وصول ایلجی بغداد از واسط متوجه آن جانب شده بود و چون بدو منزلی دار السلام رسید بواسطه غدر

سوگند E. (3) Der Satz von بغداد اتراک bis hierher fehlt in E. (2) G. کرده. (1) را E und G. همدان (6) کرده ایلجیان باطراف G. (5) بطرف E. (4) خوردند و تعز من تشاء و تذلل من تشاء و بیدک G. fügt hinzu (9) یقین D. (8) fehlt in E. (7) قبل E. (10) الخیر

لشکرین امارت او در عقداء تعویذ افتاد و رسل و رسایل میان بغدادین و ابو کاندجار متواتر شده در رمضان سنه ست وثلثین واربعمایه امارت عراق عرب بروی قرار یافت و در سنه سبع وثلثین والی اصفهان از طغرلبیک خراج بم خود گرفت و در سنه تسع وثلثین میان ابو کاندجار و سلطان رکن الدین طغرلبیک صلح واقع شد و طغرلبیک بابرهم ینال نوشت که آنچه از بلاد دیلمه گرفته است نگاه دارد و دیگر تعرض نرساند که با ایشان صلح (1) کردیم و طغرلبیک دختر ابو کاندجار را در حبلاء نکاح آورده پسر ابو کاندجار دختر دود سلجوقی برادر زاده (2) طغرلبیک را خواست (3) و در سنه اربعین واربعمایه ابو کاندجار مرزبان بن سلطان الدوله بن بهاء الدوله بن عز الدوله بم حدود کرمان از خاکدان دنیا بسرایی عقبی شتافت و سبب موت او بعد از اراده باری سبحانه آنکه در نواحی کرمان روزی بشکار رفته و چند جگم آغورا کباب کرده تناول فرمود و در حلق او خراشی (4) پیدا شده محمور گشت و بعد از چند روز جهان ناپایدار را وداع کرد (5) زمان حیاتش چهل سال و کسری بود مدت امارتش در بغداد بعد از فوت جلال الدوله چهار سال و سه ماه و ده روز (6) بود وقت (7) رحلت او اتراک (8) در اردو بودند دست بغارت خزاین و اسلحه و دواب بم آوردند و پسرش ابو منصور فولاد ستون خبیله وزیر رفت و ترکان متوجه منزل (9) وزیر گشتند تا دستبرد (10) نمایند دیلمه مجتمع شده و پای ثبات فشرده (11) اتراک مایوس مراجعت نمودند و ایشان کوچ کرده عزم شیراز شدند و ابو منصور در فارس قائم مقام پدر نشت ☞

۱۸

ذکر حکومت خسرو فیروز بن ابو کاندجار مرزبان بن سلطان الدوله بن بهاء الدوله ☞  
چون خیم وفات ابو کاندجار ببغداد رسید پسرش خسرو فیروز امارا جمع آورد (12) تا باو بیعت کرده سوئند خوردند و او بملک رحیم ملقب گشت و ملک رحیم لشکرى مصحوب برادر خود ابو سعید گردانیده اورا بشیراز فرستاد تا آن دیار از دست

(1) G. آشتی. (2) G. برادر طغرلبیک. (3) E. hat statt der ganzen Stelle, welche auf die Worte folgt bis خواست nur die Worte: دختر دود. (4) E und G. خوشنوی. (5) G. فرمود. (6) fehlt in E und G. (7) E und G. و در روز. (8) E. fügt که hinzu. (9) fehlt in E. (10) D. دستبرد. (11) G. افشرد. (12) E und G. آورده.

ابو منصور فولاد ستون که <sup>۸</sup> برادر او بود انتزاع نماید و ابو سعید بموجب فرموده متوجه فارس گشت و شیراز را (۱) بگرفت و درین سال ملک رحیم بخوزستان رفت و از آنجا بجانب شیراز نهضت فرموده چون (۲) نزدیک شیم (۳) رسید بعضی از ترکان شیرازی و برخی (۴) از دیلمه میل بخدمت برادرش فولاد ستون که در قلعه امطخ بود کردند و ملک رحیم منوّم شده با بغدادیان بطرف اعواز معاودت نمود و جمعی کثیر در ظل رایت فولاد ستون مجتمع شده شیراز بگرفت و بجانب اعواز توجه نموده ملک رحیم برآمهرمز (۵) رفت و ابو منصور فولاد ستون از عقب برادر شتافته در وادی نمک هم دو گروه بیکدیگر (۶) رسیدند و در روز جنگ بعضی لشکریان ملک رحیم با او غدر کرده پیش ابو منصور رفتند و ملک رحیم با بقیه لشکر و برادران ابو طاهر و ابو سعید منوّم شده تا واسط بهیچ جا (۷) مقام نکردند و بعد ازین واقعه نیز میان ملک رحیم و برادرش ابو منصور محاربات واقع شد و گاهی ملک رحیم غالب و گاهی مغلوب میگشت (۸) و در سنه سبع و اربعین و اربعه ملک رحیم لشکر بشیراز کشید و در آن اوان برادرش ابو منصور که بمساعدت طغرلبیک سلجوقی شیراز را گرفته بود و در آن ولایت خطبه بنام طغرلبیک خوانده (۹) چون از توجه ملک رحیم خبر یافت شیراز را گذاشته بجانب فیروزآباد شتافت (۱۰) و ملک رحیم ملک فارس را ضبط نموده بواسط مراجعت کرد و در خلال این احوال میان قایم خلیفه و طغرلبیک رسل و رسایل (۱۱) متردد شده بساط مصادقت تمهید یافت و خلیفه فرمود تا نام طغرل را در خطبه مقدم بنام (۱۲) ملک رحیم ذکر کردند و طغرلبیک هدایا پیش خلیفه فرستاده معروض داشت که میخواهم که (۱۳) از راه بغداد بزیارت بیت الله روم هم نهجی که هیچ یک از رعایا را یکن گاه نقصان نشود و خلیفه اجازت داده طغرلبیک بجانب بغداد روان شد و چون ملک رحیم خبر توجه طغرل شنید پیش از وصول او بدار السلام رفت و طغرلبیک بنواحی بغداد رسیده طایفه از ارکان دولت خود را بدار الخلافه فرستاد و معروض داشت که مقصود من تقبیل سده (۱۴) خلافت است میباید (۱۵) هیچکس از جای خود حرکت نکند (۱۶) که مرا با کسی خصومتی و نزاعی نیست و در

(۱) E und G. شیراز. (۲) E und G. فرمود و چون. (۳) D. گشته شیراز. (۴) E und G. مکان. (۵) E und G. گروه ohne هر دو بهم. (۶) E. برآمهرمز oder برآهر. (۷) D. و طایفه. (۸) D. عنان بر تافت. (۹) E und G. خوانده بود. (۱۰) G. خواند. (۱۱) D. گشت. (۱۲) D. باید. (۱۳) D. fehlt in E. (۱۴) fehlt in D. (۱۵) به ذکر. (۱۶) D. رسل رسایل. نکنند.

بیست و پنجم رمضان طغرلیک بیگ بغداد در آمده ریس الرُّوسا که از وی صاحب اختیار تری در آن ملک نبودی پیش او رفت و طغرلیک مراسم تعظیم<sup>(۱)</sup> بجای آورده او را پرسش کرم نمود و در روز اول ترکمانان سودا و معامله بقاعدهء پسندیده با سوقیه بغداد کردند و دیگر روز<sup>(۲)</sup> ترکمانی از بغدادی ثانی میطلبید و در آن باب مبالغه و الحاح مینمود و آن شخص زین تری فیه نمکرد و منم بآن منجم شد که آن شخص استغاثه نموده ضایقه از عوام شهر جمع آمدند و آن ترکرا بسیار زدند و سایر مردم تصور کردند که تراکه<sup>(۳)</sup> و سپاه ملک رحیم حرب میکنند و خون ایشان بپاشند طغرلیک راضی نبودند هر جا ترکمانی یافتند گرفتند و آن ملک رحیم ثروز لشکر خود را اجازت محاربه میداد از تراکه اثر نمیکشادند و بنابر آنکه خلیفه در تعظیم و محبت طغرلیک مبالغه تمام داشت ملک رحیم<sup>(۴)</sup> بدار الخلافه رفتند از آن فتنه ابرای ذمت خویش و ملازمان کرد و اهل بغداد با لشکر طغرلیک در مقام محاربه آمدند الا اهل کرخ و فتنه عظیم حادث<sup>(۵)</sup> شده از هر دو جانب خلقی کثیر بتتل رسیدند و عقبه بغدادیان منبزم شده ترکمانان دست بغارت و تاراج بر آوردند<sup>(۶)</sup> و طغرلیک و اعیان دولت او این فتنه را از انگیز ملک رحیم میداشتند و تراکه بسیاری از اهل<sup>(۷)</sup> بغداد را اسیر کرده در محلات بیرون شهر آتش زب زدند و درب حبس<sup>(۸)</sup> و درب سلیم را<sup>(۹)</sup> گرفته و بسراهای ریس الرُّوسا<sup>(۱۰)</sup> رسیده از خرابی دقیقه مهمل نگذاشتند و هر که بممانعت پیش می آمد میکشیدند تا بتربت خلفا رسیدند و از آنجا مل بی حساب بیرون آوردند و اکثر<sup>(۱۱)</sup> مردم بتصور آنکه تراکه رعایت ارواح خلفا نموده بقدم بی ادبی پیش ناخواهند آمد پناه بآنجا برده بودند و باقی اهل شهر ترسان و لرزان گشته طغرلیک<sup>(۱۲)</sup> کسان نزد خلیفه فرستاده پیغام داد که اگر ملک رحیم بحضور می آید معلوم ما گردد<sup>(۱۳)</sup> که او درین فتنه دخلی نداشته و اگر نیاید هیچکس را شک نماید که تهییج این وحشت از پیش او بوده و مصحوب فرستادگان امان نامه نیز جهت ملک رحیم و احباب او ارسال نمود و قایم خلیفه ضایقه را همراه ملک رحیم ساخته پیش طغرلیک روان کرد و عذر خواهی نمود که ملک رحیم و خواص و نواب او جرعه ندارند و خون جماعت یاردوی طغرلیک رسیدند ترکمانان نخست رسل

(۴) E. fügt hinzu. (۳) G. fügt hinzu. (۲) D. روز دیگر. (۱) G. fügt hinzu. (۸) E. اهلای. (۷) E. بی آوردند. (۶) D. بدون. (۵) E. قایم. (۹) E. با خواص. (۱۲) E und (۱۱) E. چه اکثر. (۱۰) E. بسراهای. (۱۳) E. که ملک رحیم بحضور آید تا معلوم ما گردد. (۱۳) E. گشتند و طغرلیک G.

خلیفه را غارت کرده ملک رحیم را با اتباع او بگرفتند و بموجب فرموده محبوس گردانیدند و خلیفه رسولی پیش سلطان (۱) فرستاده بر آن قضایا انکار نمود و گفت (۲) این قوم بسخن من پیش تو رفتند (۳) و من بر قول تو اعتماد کردم انون اثر ایشان را میبذاری فینا والا بغداد را بتو نداشته کوچ میکنم زیرا که اول تعظیم دار الخلافه بجای آوردی و حالا خلاف آن مشاعده میبرد و طغرلیبیک در جواب گفت که ما همان اعتقادی که خلیفه داشتیم (۴) داریم و جماعت اترک درین مدت بمقتضی (۵) طبیعت خود عمل نموده اند و ایشان تا کوشمالی نیابند بصلاح نیابند و بعد از آن طغرلیبیک اموال متجده و اترک که در بغداد بودند بگرفت و اقتضات ایشان باز بست و از ملک رحیم و متابعان او مل فراوان بستاند و ملک رحیم را در قلعه از قلاع باز داشت و ترانیه در سواد بغداد منتفی (۶) شده در غارت و تاراج میانعه نمودند تا بحدی که ثاوی به پنج قیراط در بغداد می فروختند و دراز کوتی بسه قیراط و مجموع اعمال و مضافات دار السلام خراب شد الا کبرج که مردم آن بقعه (۷) باجهت تعرضی که (۸) بترکمانان نکرده بودند بعنایات سر افراز گشتند ۱۵

ذکر حکومت ابو منصور فولاد سنون که سلطنت دیلمه بروی ختم شد ۱۵

بعد از گرفتار شدن ملک رحیم ابو (۹) منصور و ابو سعید پسران عز الملوك ابو کالدجار مرزبان بن سلطان الدوله بن بهاء الدوله بن عضد الدوله با یکدیگر مخالفت کردند و میان ایشان محاربات واقع شد و آخر الامر ابو سعید بغدر کشته شده حکومت فارس بر ابو منصور قرار گرفت و مادر ابو منصور را بر آن داشت تا صاحب عادل را که وزیر پدرش بود حلاک ساخت و فضل بن حسن که سپهسالار منصور (۱۰) بود و در میان ارباب نواریخ بفضلویه اشتیاق دارد بر ابو منصور خروج کرد و او را گرفته در قلعه از قلاع محبوس گردانید تا وفات یافت و در سنه ثمان و اربعین و اربع مایه بر مملکت فارس مستولی شد و چون ملک قادر سلجوقی از کرمان متوجه فارس شد فضلویه گریخته بخدمت الب ارسلان شتافت و از دیوان او مالک فارس را بمقاطع گرفته معاودت نمود و چون در آن ولایت

داشتند D. (۴) آمدند D. (۳) وگفتند E. (۲) پیش سلطان رسولی E und G. (۱)  
 D. (۹) fehlt in G. (۸) E. schaltet که ein. (۷) منتشر E. (۶) باقتضای D. (۵) ایم  
 صاحب D und G. (۱۰) و ابو



مستقل نشست اشبار عصیان نمود وخواجده نظام الملک (۱) بموجب فرموده لشکر بر سر فصلویه برد واورا بعد از محاربه اسیر کرده بقلعه اصطخر (۲) فرستاد و او در آنجا محبوس بود تا وفات یافت ✽

## ۲.

ذکر ابو علی کیخسرو بن عز الملوک ابو کالدجار ✽

ابو علی بخدمت الب ارسلان رفت و سلطان نوبندجانرا باقطاع باو داد و عرشگاه که او پیش سلطان آمدی سلطان اورا احترام نموده در پیلوی خود (۳) بنشاندی (۴) و جمیع آل سلجوقی کیخسرو را عزیز داشتندی (۵) و او بعد از برادران قریب به چهل سال زندگانی یافت تا در سنه سبع و ثمانین و اربعه بجاو رحمت ملک غفور پیوست و بعد از وی (۶) از آن طبقه بجز نام نماند و تلک الایام نداولها (۷) بین الناس وما یعقلها الا (۸) العالمون باری سبحانه و تعالی دست تصاریف زمانرا از ذیل حشمت جناب ملاکت پناهی شریعت ملاذی خداوند ناری امید شای مقرب حضرت سلطانی معزز دولت خانی تا دامن آخر الزمان باز دارا و اورا به نیل مساعی (۹) و مطالب دنیوی و اخروی برسانا و در اولی بذکر جمیل و در آخری بثنواب جزیل مغبوط امثال و اقربان گردانا و بعزت نبیه النبییه (۱۰) و حرمت عترته (۱۱) و ذریئته (۱۲) ✽

---

نشاندی. (۴) D und G. خویش. (۳) D. fehlt in E. (۲) طوسی. (۱) G. fügt hinzu. (۵) E. داشتند. (۶) E. schaltet طایفه ein. (۷) Wenn nicht in allen meinen drei Handschriften diese Leseart sich fände, so möchte man (d.i. Gott möge andre Tage an ihre Stelle treten lassen) verbessern; worauf auch die Leseart der Handschrift D. یعقلها الی (in der vierten Form des Verbums auszusprechen) zu führen scheint. (۸) D. الی. (۹) E und G. میانی. (۱۰) fehlt in E. (۱۱) D. عزته. (۱۲) E. fügt noch hinzu: و احبابه الی و احبابه و احبابه الی. یوم الدین.

## II. Übersetzung des persischen Textes.

---

<sup>Pg.</sup>  
15 Geschichte des Geschlechtes Bujeh, welches auch das Geschlecht der Dilemitischen Sultane genannt wird.

### I.

Sabi im Buche Thadschi [1] meldet, daß das Geschlecht des Bujeh sich zurückführen lasse bis zu Behrâm Gur; auch nennt er die Namen der Väter und Großväter desselben; einige Dilemiten aber haben behauptet, daß Bujeh von Dilem ben Debbch abstamme. Ebu Ali Meskujeh [2] in dem Buche Thedschârib ulumemi (d. i. Erfahrungen der Völker) bemerkt, daß die Dilemiten sich für Nachkommen des Jesdedscherd Ibn Schehrjâr, des letzten Königs von Adschm (Persien), halten und behaupten, daß in den ersten Zeiten des Islâm einige Söhne des Jesdedscherd, von welchen sie ihre Abstammung herleiten, nachdem dieselben flüchtig geworden waren, nach Gilân sich begaben und daselbst sich niederließen. Der Verfasser des Kâmil ettewârîch [Ibn el athîr], indem er die erste der obigen Angaben für glaubwürdig hält, berichtet dieselbe aus dem Ebu Nesr Mâkulâ [3], bemerkt, daß man das Geschlecht Bujeh zu den Dilemiten deshalb zähle, weil es geraume Zeit unter denselben sich aufgehalten hatte, und giebt dann ferner an, daß Ebu Schedschâ ein Mann von mäßigem Vermögen war, und daß derselbe drei Söhne hatte, welche Ali, Hassan und Ahmed genannt wurden [4]. Als die Mutter dieser Söhne starb, so betrübt sich Bujeh über den Tod seiner Gattin so sehr, daß er dem Tode nahe war. Schehrjâr Ibn Rusthem der Dilemite drückt sich darüber also aus: „Da ich der Freund des Ebu Schedschâ war, so begab ich mich zu ihm und machte dem Leidtragenden Vorwürfe wegen seiner allzu großen Betrübniß, indem ich sprach: du bewiesest dich ehemals in Leiden und Widerwärtigkeiten so ergeben und geduldig, was soll nun solcher Jammer und solche Wehklage? Es ist deine Pflicht, nachdem du die Ergebung zu deiner Lösung gemacht hast, Gott dankbar zu sein für das Wohlergehen deiner Söhne; und wenn, was Gott verhüten wolle, einem von ihnen ein Unfall begegnen sollte, so würdest du die Mutter der Söhne vergessen.“ Hierauf fährt Schehrjâr weiter fort: „Nachdem ich in dieser Weise zu Bujeh geredet und ihn getröstet hatte, so führte ich ihn in meine Wohnung, damit sein Schmerz und Kummer sich mindern möchte;

in derselben Zeit aber kam zu uns ein Mann, welcher mit Sterndeutung und Traumauslegung sich beschäftigte, und zu diesem sprach Bujeh also: „ich erblickte folgendes Traumgesicht: es ging aus meinem Zeugungsgliede ein großes Feuer hervor, welches mehrere Länder erleuchtend, mit jedem Augenblick heller wurde, dergestalt daß sein Schein den Himmel erreichte; dann verzweigte sich dieses Feuer in drei Zweige, und ich erblickte Länder und Völker, welche jenen Zweigen ihre Ehrerbietung und Unterwerfung bezeigten. Hierauf erwiederte der Sterndeuter: dieses ist ein sehr wunderbarer Traum, den ich dir nicht anders auslegen werde, als wenn du mir Pferd und Kleid gibst; worauf Bujeh fortfuhr: ich schwöre bei Gott, daß ich über kein anderes Kleid verfügen kann, als über dasjenige, mit welchem ich bekleidet bin, und ich würde nackt bleiben, wenn ich es dir gäbe. Als nach diesen Worten der Sterndeuter zehn Dinare begehrte, so bezeugte Bujeh gleichfalls sein Unvermögen. Endlich sprach der Sterndeuter: du hast drei Söhne, welche in den Ländern, die von dem Feuer erleuchtet wurden, herrschen werden, und ihr Ruhm wird in den Weltkreisen eben so erhaben werden als jenes Feuer. Bujeh erwiederte: ist es wohl recht, daß du meiner spottest? ich bin ein armer Mann und meine Söhne sind diese, welche du siehst; durch welche Mittel könnten sie wohl Fürsten werden? Der Sterndeuter fuhr fort: wenn dir bekannt ist, zu welchen Zeiten deine Söhne geboren wurden, so sage es; worauf Bujeh ihm angab, in welcher Stunde jeder von ihnen geboren war. Nachdem der Sterndeuter die Grade des Horoscop beobachtet und die Stellungen, in welchen die Aspecten der Gestirne sich zeigten, untersucht hatte, so küßte er die Hand des ältesten Sohns, welcher unter dem Namen Imâd eddewleh Ali bekannt ist, und sprach: die Macht eines Sultans wird zuerst diesem deinem Sohne zufallen, und nach ihm werden seine andern Brüder Padschahe sein; dann küßte er auch die Hände des Rukn eddewleh und des Moiss eddewleh. Die Söhne sprachen hierauf zum Vater: gib dem Sterndeuter etwas; Bujeh aber ward unwillig und erwiederte: dieser Mann treibt mit euch Possen; und der Sterndeuter sprach: wenn ihr jetzt meiner Rede keine Aufmerksamkeit gewährt, so gebt mir wenigstens das Versprechen, daß ihr meiner in Gnaden gedenken werdet, wenn ihr zu hoher Ehre gelangt. Endlich gab Ebu Schedschâ jenem Sterndeuter zehn Drachmen [5].”

Als Mâkân Ibn Kâki in Tabaristhân gewaltig wurde, so trat Bujeh in dessen Dienst, und auch seine Söhne dienten mit Esfâr Ibn Schirujeh und Merdâwidsch Ibn Sijâd und dessen Bruder Weschmgir, Angehörigen des Geschlechts Argusch, welches zur Zeit des Kaichusrew als Padschahe über Gilân herrschte, dem Mâkân bis zu der Zeit, in welcher Esfâr Ibn Schirujeh gegen Mâkân Ibn Kâki sich empörte, denselben verjagte und der Herrschaft über die Dilems sich

bemächtigte [6]. Als aber Mâkân (Asfâr) [7] ein Jahr später war getödtet worden, so setzte sich an dessen Stelle Merdâwidsch, welcher, nachdem er Rusthemdâr, Masenderân, Rai, Kaswin, Ebhar, Sindschân und Târmin sich unterworfen, auch die übrigen Landschaften von Irâk zu erobern unternahm, und in Hamadân ein so allgemeines Blutbad anrichtete, dafs, wie berichtet wird, man von den Beinkleidern der Erschlagenen zwei Tausend seidene Bänder ablöste [8]. Indem Merdâwidsch den Ali Ibn Bujeh mit dessen Brüdern nach Karch [9] sandte, zog er selbst gegen Isfahân; und Mødhaflir Ibn Jakuth, damaliger Statthalter des Chalifen Mukthedir zu Isfahân, wurde in einer Schlacht von Merdâwidsch überwunden und floh nach Fârs zu seinem Vater. Auch Jakuth, welcher hierauf mit den persischen Schaaren gegen Merdâwidsch auszog, wurde zwar in einer Schlacht zur Flucht genöthigt, führte aber gleichwohl nach dieser Niederlage zwei Tausend Mann gegen den Ali Ibn Bujeh, welcher damals mit seinen Brüdern in Luristhân sich befand [10]. Damals aber bewährte sich das glückliche Gestirn des Geschlechtes Bujeh in zwei Erscheinungen; einmal darin, dafs mehrere Soldaten desselben, welche, als Jakuth gegen die Söhne des Bujeh anzog, abtrünnig geworden und zu Jakuth übergegangen waren, auf Befehl desselben sämmtlich enthauptet wurden; was zur Folge hatte, dafs das übrige Heer der Dilemiten eifrig und redlich <sup>(1)</sup> des Kampfes sich unterwand; dann darin, dafs, als Jakuth, indem er seine Schlachtordnung stellte, seinem Fußvolke befahl vorzugehen und in Naphtatöpfen Feuer zu werfen, zufälliger Weise ein heftiger Wind ihnen entgegen blies, ihre Kleider entzündete und sie dadurch zur Rückkehr nöthigte; und ihre Rückkehr nahm der Reuterei so sehr den Muth und die Thatkraft, dafs sie die Wahlstatt räumte. Hierauf entwich Jakuth, und das Geschlecht Bujeh erbeutete die Schätze sowohl des Jakuth als der Heeresgenossen desselben. Dann zogen die Bujiden nach Fârs, und Imâd eddewleh unterwarf sich in Gemeinschaft mit seinen Brüdern dieses Land. Das Panier ihres Glücks war nunmehr errichtet, und sie schickten sich an, noch andere Länder zu erobern.

## II.

16

### Die Regierung des Imâd eddewleh Ali Ibn Bujeh.

Nach der Entweichung des Jakuth begab sich Imâd eddewleh nach Schirâs und nahm seinen Sitz in dem Pallast des Jakuth (im J. 322 d. H. vom 21. Dec. 933 bis zum 9. Dec. 934) [11]. Als er dem Heere das Rauben und Plün-

---

(<sup>1</sup>) Wörtlich: und das übrige Heer der Dilemiten, das Herz auf den Tod gerichtet habend (d. i. des Todes eingedenk), bewies in der Angelegenheit des Kriegs vollständigen Fleifs.



dem untersagte, so forderten die Truppen ihren Sold, es fand sich aber nichts im Schatze. Nachdem nun Imâd eddewleh sorgenvoll in den Pallast des Jakuth sich zurückgezogen hatte, so richtete er plötzlich sein Auge auf das Dach eines Hauses, und erblickte eine Schlange, welche ihren Kopf aus einem Loche hervorstreckte und wieder in dasselbe zurückzog. Dieses machte ihn aufmerksam, er trat sogleich aus jenem Aufenthalt hervor und befahl das Dach jenes Hauses abzubrechen und die Schlange zu tödten. Da man das Haus abbrach, so fand man daselbst eine ganze Summe baaren Geldes nebst werthvollen Stoffen [11]; worauf Imâd eddewleh das Geld unter die Soldaten vertheilte und einen Schneider rufen liefs, um aus jenen Stoffen Kleider zu nähen. Als nun, nachdem der Schneider sich niedergesetzt hatte, Imâd eddewleh die Worte sprach: Tschûb gus (ges) <sup>(1)</sup>, so meinte der Schneider, welcher harthörig war, dafs der Sultan Stücke (tschûb) begehrte, damit man ihn durch die Bastonade zum Geständniß bringen möchte, und erwiderte: „Gnädiger Herr, wozu bedarf es der Stücke? es sind nicht mehr als siebenzehn Koffer mit Kostbarkeiten des Jakuth bei mir.“ Darüber lachte Imâd eddewleh, und seine Hofdiener geriethen in Erstaunen [12]. Imâd eddewleh, nachdem er sich in den Besitz der Schätze des Jakuth gesetzt hatte, übernahm hierauf die Geschäfte der Regierung.

Zu dieser Zeit im Jahre d. H. 323 (vom 10. Dec. 934 bis zum 28. Nov. 935) hatte Merdâwidsch die Absicht den Imâd eddewleh aus Schirâs zu vertreiben, der Tod aber gewährte ihm keine Frist; denn Merdâwidsch wurde zu eben dieser Zeit von seinen Dienern im Bade getödtet [13]. Als dieses Ereigniß geschehen war, so sandte Imâd eddewleh seinen Bruder Rukn eddewleh aus, um die Statthalterschaft Irâk zu erobern [14], und seinen andern Bruder Moiss eddewleh liefs er nach Kermân ziehen. Dieser, nachdem er Kermân bezwungen hatte, begab sich nach Bagdâd und bemächtigte sich der Herrschaft des Chalifen (d. i. der bisher daselbst von dem Chalifen behaupteten weltlichen Herrschaft). Überhaupt eroberten während der Regierung des Imâd eddewleh dessen Brüder Rukn eddewleh und Moiss eddewleh nach Bekämpfung der Widerspenstigen mehrere Provinzen.

In den letzten Monaten des Jahrs 337 (vom 10. Jul. 948 bis zum 29. Jun. 949) erkrankte <sup>(2)</sup> Imâd eddewleh; und als diese Krankheit langwierig wurde, so sandte er einen Boten an Rukn eddewleh (mit der Botschaft): „sende

---

<sup>(1)</sup> d. i. wenn man Tschub gus ausspricht: wähle Wolle aus. Tschub ges würde heifsen: schneide Wolle ab. Überhaupt sind diese einzelnen Worte mir nicht ganz verständlich. Es liefs sich eher erwarten, dafs der Bujide gesagt hätte: nimm das Mafs, oder etwas ähnliches. Vgl. die historische Anmerkung 12.

<sup>(2)</sup> Wörtlich: machte eine Krankheit kund d. i. erklärte sich krank.



deinen ältesten Sohn Adhed eddewleh, damit er in meinem Namen die Verwaltung der Provinz Fârs übernehme." Rukn eddewleh aber hatte drei Söhne, deren jeder fähig war Padschah zu sein.

Als Adhed eddewleh in der Gegend von Schirâs angelangt war, so sandte ihm Imâd eddewleh alle Vornehmen und das Volk von Fârs entgegen, und als derselbe näher kam, so zog Imâd eddewleh selbst mit seinem Gefolge aus der Stadt um seinen Brudersohn zu empfangen, führte ihn dann in den königlichen Palast, setzte ihn auf den Thron und gebot allen Magnaten und Edeln des Reichs, ihn als Herrscher zu begrüßen. Auch feierten an diesem Tage die Dilemiten ein großes Gastgebot.

Als Adhed eddewleh mit voller Gewalt bekleidet war, so verhaftete er auf die Anweisung seines Oheims Imâd eddewleh einige Emire der Dilemiten, welche der Meuterei verdächtig waren <sup>(1)</sup>, und unter diesen befand sich ein Mann mit Namen Schirendschin, für dessen Freilassung einige der Hofleute und Magnaten des Reichs sich verwandten. Imâd eddewleh aber sprach: „ich werde euch ein Wort über diesen Mann mittheilen, und dann alles thun, was ihr wünschen werdet." Hierauf äufserte er sich also: „zu der Zeit als wir mit einer kleinen Schar Dilemiten im Dienste des Nesr Ibn Ahmed standen, und bei ihm von den Haustruppen und Mamluken sowohl des Nesr als des Vaters desselben mehr als zehn Tausend Mann aufer den Truppen der Gränzprovinzen sich befanden, sah ich den Schirendschin, wie er einen scharfen Dolch ohne Scheide und eingewickelt in ein Stück Leinwand in seinen Stiefel steckte; ich fragte ihn, was dieses bedeutete, und er gab zur Antwort: ich gedenke diesen Knaben, nemlich den Nesr, zu tödten. Dieses Wort erschreckte mich, und ich wünschte daher nicht, daß er in die Nähe des Nesr Ibn Ahmed gelangte, sondern ich entfernte ihn unter dem Vorwande, daß ich ihm etwas mitzuthemen hätte, aus der Menge; und als ich ihn seitwärts geführt hatte, so berief ich eine Zahl der Dilemiten und eröffnete ihnen, was geschehen war; worauf sie sprachen: „wenn von ihm eine solche That ausgeführt würde, so würde man in diesen Ländern von uns keinen am Leben lassen." Dann fuhr Imâd eddewleh fort: „nun sagt selbst, ob ich, nachdem ich in solcher Tollkühnheit ihn betroffen habe, in der Nähe meines Neffen ihn lassen kann." Durch diese Worte wurden die Fürsprecher zum Schweigen gebracht und überführt; und Schirendschin blieb bis zu seinem Tode im Gefängniß.

Im Jahre 338 (vom 30. Jun. 949 bis zum 18. Jun. 950) verließ Imâd eddewleh diesen Palast der gastlichen Wohnung <sup>(2)</sup> und diese Herberge der Müh-

---

<sup>(1)</sup> Wörtlich: aus deren Vorderhaaren die Spuren (nach der Leseart der Handschr. E die Anzeichen) der Meuterei sichtbar wurden.

<sup>(2)</sup> Wörtlich: dieses Haus der Einkehr oder diesen Palast der Herberge.

seeligkeit und Qual (d. i. die Welt) [15]. Er war ein Mann von sanfter und freigebiger Gesinnung, einsichtsvoll und gerecht; und die Unterthanen waren unter seiner Regierung zufrieden und ruhig. Die Dauer seiner Regierung war sechszehn und ein halbes Jahr.

### III.

#### Regierung des Rukn eddewleh Hassan Ibn Bujeh.

Als Rukn eddewleh die Nachricht von dem Tode des Imâd eddewleh vernahm, so begab er sich nach Fârs, und kam zuerst nach Isthachar (Persepolis), um das Grab seines Bruders zu besuchen, und dann seine Reise nach Schirâs fortzusetzen. Sobald Rukn eddewleh das Grab seines Bruders erblickte, so entblöfste er seine Füfse, und ging wehklagend zu dem Grabmale, und seine sämtlichen Heeresgenossen thaten dasselbe. Nachdem er drei Tage daselbst verweilt hatte, so zog er mit Zustimmung der Emire weiter nach Schirâs, und indem er daselbst neun Monate sich aufhielt, sandte er eine beträchtliche <sup>(1)</sup> Summe aus den Schätzen von Fârs an den Moiss eddewleh nach Bagdâd, und fügte derselben eine grofse Menge von Waffen und Kriegsgeräthschaften bei [16].

Nach diesem zog Rukn eddewleh nach der Provinz Irâk. Damals ereigneten sich unter den Emiren aus dem Geschlechte der Samaniden <sup>(2)</sup> Kämpfe und Krieg [17], und ebenso entzündete sich ein Krieg zwischen Veschmgir und Rukn eddewleh, wovon in der Geschichte der Samaniden berichtet worden ist [18]. Zu dieser Zeit (im Jahre 356 vom 16. Dec. 966 bis zum 5. Dec. 967 oder 357 vom 6. Dec. 967 bis zum 23. Nov. 968), als Veschmgir wider Rukn eddewleh kriegte, beschaute er eines Tages seine Pferde; und als sein Blick auf einen Schimmel fiel, so befahl er denselben zu satteln, bestieg dieses Pferd und begab sich auf die Jagd; an dem Orte aber, wo er jagte, rannte eine angeschossene Sau heran und verwundete das Pferd des Veschmgir, worauf dieser vom Pferde herabfiel und umkam [19].

In diesem Jahre, welches das Jahr der neunten Conjunction des feurigen Dreigestirns (des Widders, Löwen und Schützen) war, ereigneten sich die Todesfälle mehrerer Herrscher, des Moiss eddewleh Ibn Bujeh zu Bagdâd, des Hassan

---

<sup>(1)</sup> In den drei Berliner Handschriften findet sich an dieser Stelle das in den Wörterbüchern nicht vorkommende Wort *kirâmend* oder *girâmend*. Es scheint synonym zu sein mit *girân* und *sengin*. Die Chronik des Heider setzt dafür an dieser Stelle: „eine gezählte Summe.“ S. die Varianten.

<sup>(2)</sup> Nach der in der Anmerkung vorgeschlagenen Verbesserung: „Damals ereigneten sich zwischen ihm und den Emiren aus dem Geschlechte der Samaniden Kämpfe und Krieg.“

Ibn Firusân in Tabaristhân, des Kâfur Achschidi in Misr, des Kaisers (Nicephorus Phocas) zu Rom (Constantinopel), des Ebu Ali Ibn Mohammed Ibn Eliâs, welcher einige Zeit in Kermân herrschte, zu Bochâra, des Saif eddewleh Ibn Hamdân in Dijâr Bekr, und des Ebu Tsaleb Ibn Hamdân in Syrien (Damascus) [20].

Nach dem Tode des Veschmgir erwies Rukn eddewleh dessen Sohne Bis-  
 19 thun unzählige Wohlthaten und unterstützte ihn mit Geld und Truppen [21].

Es wird erzählt, dafs einst Veschmgir im vollen Übermuthe und in dem Vertrauen, welches er auf sein Heer setzte, einen Brief an Rukn eddewleh schrieb folgenden Inhalts: „ich bin mit einem nicht nur sehr zahlreichen, sondern auch durchgängig kriegslustigen und gleichwie Tiger muthigen Heere, welches ich geordnet und gerüstet habe, im Begriffe dich des Landes und Reichs, so wie deiner Ehre zu berauben. Bei Gott, so ich deiner habhaft werde, so werde ich wider dich in einer Weise verfahren, welche noch kein Feind wider den andern in Anwendung gebracht haben wird.“ Auch fügte er in diesem Briefe noch unanständige Worte hinzu. Als dieses Schreiben in die Rathsversammlung des Rukn eddewleh gelangte, so befahl der Sultan seinem Munschi (Geheimschreiber) dasselbe vorzulesen; der Munschi aber, da er den Brief durchgesehen hatte, schwieg, weil er es nicht wagte jene Ungebührlichkeiten über seine Zunge zu bringen. Hierauf nahm Rukn eddewleh den Brief aus der Hand des Munschi, las ihn, und schrieb folgendes zur Antwort: „Ein zahlreiches Heer macht nicht bange; denn Eroberung und Sieg hängen nur ab von dem Beistande des Allerböchsten Gottes; und wenn du so böse Absichten in Beziehung auf mich hast, bei Gott, so ist es mein Vorsatz dich, falls du in meine Hand als Gefangener gerathen wirst, von mir nichts anders als Ehre und Hochachtung erfahren zu lassen, und alles dir zu erweisen was Artigkeit und Menschlichkeit gebietet;“ und nach kurzer Zeit wurde es offenbar, was jeder gegen den andern im Sinne hatte.

Im Moharrem des Jahrs 366 (vom 29. August 976 bis zum 18. August 977) erkrankte Rukn eddewleh in Folge eines heftigen Verdrusses (<sup>1</sup>), welcher dadurch veranlaßt wurde, dafs Rukn eddewleh in den letzten Tagen seines Lebens hörte, wie sein Sohn Adhed eddewleh mit seinem Heere aus Persien nach Bagdâd gezogen war und den Sohn seines Oheims Moiss eddewleh, den Iss eddewleh Bechthiâr, gefangen genommen hatte (<sup>2</sup>). Diese Nachricht verursachte ihm einen so heftigen Ärger, dafs er in ein Fieber fiel; und in dieser Krankheit begab er sich von Rai nach Isfahân.

---

(<sup>1</sup>) Ich bin nicht sicher, ob ich in dieser Weise den Sinn der Worte arâzi nefsâni birukn eddewleh isthilâ jâfthêh richtig dargestellt habe. Die Worte arâzi nefsâni scheinen mir in diesem Zusammenhange Gemüthsbewegungen zu bedeuten.

(<sup>2</sup>) S. unten Kap. VI.

Als Adhed eddewleh von dem Verdrusse und der Krankheit des Rukn eddewleh Kenntniß erhielt, so fürchtete er, daß sein Vater mit ungnädiger Gesinnung wider ihn aus dieser Welt scheiden möchte; und als er solches bei sich überdacht hatte, so ersuchte er den Ebulfathah Ibn Elamid, den Vesir des Rukn eddewleh, es dahin zu bringen, daß sein Vater ihn zu sich beriefe, indem es ohne eine solche Einladung unschicklich sein würde, daß er zu seinem Vater sich begäbe; und Ebulfathah bewog wirklich den Rukn eddewleh seinen Sohn Adhed eddewleh zu sich zu berufen. Adhed eddewleh begab sich also zu seinem Vater nach Isfahân, worauf Rukn eddewleh auch seine übrigen Söhne zu sich berief. Als alle zu Isfahân versammelt waren, so stellte Ebulfathah Ibn Elamid ein großes Gastgebot an, und Rukn eddewleh so wie dessen Söhne und sämtliche Magnaten und Edle der beiden Irâks und von Fârs beehrten das Haus des Vesirs mit ihrer Gegenwart. Nachdem die Speisung beendet war, so beschäftigte sich Rukn eddewleh mit den Angelegenheiten seiner Söhne, gab die ganze Provinz Fârs, Kermân und Ahvâs bis zu dem Distrikte von Bagdâd dem Adhed eddewleh, übertrug die Regierung von Hamdân, den Districten des Gebirgslandes (edschbâl), Rai und Tabaristhân dem Fachr eddewleh, und ernannte den Mujid eddewleh zum Statthalter von Isfahân und der zu dieser Stadt gehörigen Provinz, indem er diesen beiden letztern Brüdern es zum Gesetze machte, die Befehle des Adhed eddewleh nicht zu übertreten, und sie zur Eintracht und Vermeidung der Mißhelligkeiten ermahnte. Als dieses vollbracht war, so bekleideten sich die vornehmen Dilemiten einander mit Ehrenkleidern nach ihrer Sitte, und in eben diesen Tagen starb Rukn eddewleh.

In einigen Chroniken wird die Dauer der Regierung des Rukn eddewleh zu vier und dreißig Jahren angegeben, wovon sechszehn und ein halbes Jahr gleichzeitig sind mit der Regierung des Imâd eddewleh, die übrigen siebenzehn Jahre und ein halbes später fallen. Er war ein König von trefflicher Gesinnung und edler Freigebigkeit, übte Recht und Gerechtigkeit und hielt die Seids (Nachkommen der Propheten) so wie die gelehrten und gebildeten Männer in hohen Ehren [22].

#### IV.

##### Regierung des Moiss eddewleh Ahmed Ibn Bujeh.

Im Jahre 322 (vom 21. Dec. 933 bis zum 9. Dec. 934) beauftragte Imâd eddewleh seinen Bruder Moiss eddewleh [23] und ein Heer tapferer Dilemiten mit der Eroberung der Provinz Kermân. Moiss eddewleh kam zuerst nach Sir-dschân, und unterwarf sich diese Provinz. Als damals Ibrahim Simdschur Dewathi,



welcher den Mohammed (Ibn) Eliàs in Kermân belagerte, die Kunde von der Ankunft des Moiss eddewleh erhielt, so gab er jene Unternehmung auf, und zog nach Chorasân; auch Mohammed Ibn Eliàs verließ aus Furcht vor Moiss eddewleh die Provinz Kermân und entwich nach Sistlân, worauf Moiss eddewleh sowohl gegen Ali Ibn Kelujeh als gegen Mohammed Ibn Eliàs, welcher nach seiner Flucht wieder nach Kermân gekommen war, Krieg führte, zuletzt aber seine Feinde überwältigte und den Garten der Provinz Kermân von den Disteln der Widersacher reinigte [24]. Dann zog er gegen Ahvâs, und unterwarf sich [im J. 326 vom 7. Nov. 937 bis zum 27. Okt. 938] nach vielen Kämpfen gegen die Statthalter des Chalifen auch diese Provinz [25].

Im Jahre 332 (vom 3. Sept. 943 bis zum 22. Aug. 944) führte Moiss eddewleh ein zahlreiches Heer von Ahvâs nach Wâsit, wo Thusun [26], der oberste Emir des Chalifen, mit einem großen Heere ihm entgegen kam. Die Heere <sup>21</sup> stritten wider einander zwölf auf einander folgende Tage; endlich ergriff Thusun die Flucht, und Moiss eddewleh, nachdem er seinen Gegner einige Parasangen verfolgt hatte, zog sich nach Ahvâs zurück.

Im Jahre 333 (vom 23. Aug. 944 bis zum 11. Aug. 945) führte Moiss eddewleh zum zweiten Male ein Heer nach Wâsit; und als [der Chalife] Musthekfi [27] und Thusun mit den arabischen Truppen sich ihm entgegenstellten, so hielt er den Kampf nicht für rathsam und zog sich wiederum nach Ahvâs zurück.

Im Jahre 334 (vom 12. Aug. 945 bis zum 31. Jul. 946) zog Moiss eddewleh mit einem starken Heere zum dritten Male nach Wâsit und gelangte von dort nach Bagdâd. Vor seiner Ankunft bei dem Palaste des Friedens (<sup>1</sup>) war Thusun gestorben [28] und [Sirek] Ibn Schirsâd (als Emir el umerâ) ihm gefolgt. Als nun Moiss eddewleh am 11. Dschumâda' l ewwel des gedachten Jahrs (18. Dec. 945) vor dem Thore von Bagdâd Eschschemasijeh sich lagerte, so entwich (verbarg sich) Ibn Schirsâd; und am andern Tage begab sich Moiss eddewleh in den Palast des [Chalifen] Musthekfi um die Huldigung zu leisten. Der Chalife aber errichtete mit Moiss eddewleh einen Vertrag, verlich an diesem Tage dem Ahmed den Titel Moiss eddewleh (d. i. Verherrlicher des Reichs), so wie dessen Brüdern Ali und Hassan die Titel Imâd eddewleh (d. i. Säule des Reichs) und Rukn eddewleh (d. i. Pfeiler des Reichs), und ließ ihnen diese Titel sowohl in dem Kanzelgebete als auf den Geprägten der Dinare beilegen. Dem Moiss eddewleh wies man den Palast des Eunuchen Munis zur Wohnung an, und seine Soldaten erhielten ihre Herbergen in den Häusern der Einwohner von Bagdâd, was den letztern höchst lästig war. Nachdem Moiss eddewleh sich in den Besitz der unumschränkten Gewalt zu Bag-

---

(<sup>1</sup>) Beiname von Bagdâd.



dâd gesetzt hatte, so wies er dem Chalifen Musthekfi täglich die Summe von fünf Tausend Dirhems zu seinen Ausgaben an, aber schon im Dschumâda' lachir beraubte er ihn des Chalifats und setzte den Moti an seine Stelle [29]. In eben diesem Jahre zog Nâsir eddewleh begleitet von Ibn Schirsâd von Mosul heran, um den Moiss eddewleh zu bekriegen, und bemächtigte sich der Hälfte von Bagdâd; hierauf stritten Moiss eddewleh und Nâsir eddewleh ohne Unterbrechung wider einander so lange, bis sie im Moharrem (dem ersten Monate) des Jahrs 335 (vom 1. Aug. 946 bis zum 21. Jul. 947) mit einander Frieden machten; worauf Nâsir eddewleh nach Mosul sich begab und Moiss eddewleh in Bagdâd blieb [30].

Im Jahre 336 (vom 22. Jul. 947 bis zum 9. Jul. 948) unternahm Moiss eddewleh einen Feldzug nach Basrah, und eroberte jenes Land [31].

Im Jahre 337 (vom 10. Jul. 948 bis zum 29. Jun. 949), als Moiss eddewleh Mosul angriff, so floh Nâsir eddewleh nach Nesibin; und Moiss eddewleh verübte in Mosul groſſe Gewaltthatigkeiten, weil es seine Absicht war, den Nâsir eddewleh mit Einem Male zu vernichten und das Wiederemporkommen desselben <sup>22</sup> unmöglich zu machen. In derselben Zeit kam ein Bote von Rukn eddewleh mit der Meldung: „die Truppen von Chorasân sind gegen Rai und Dschordschân gezogen, und es ist nothwendig, dafs der Bruder unverweilt und ohne Zaudern zurückkehre.“ Diese Meldung bewog den Moiss eddewleh mit Nâsir eddewleh Frieden zu schliesen unter der Bedingung, dafs der letztere aus den Einkünften seiner Provinz jährlich die Summe von acht Millionen Dirhems in den Schatz zu liefern habe; worauf Moiss eddewleh nach Bagdâd zurückkehrte [32].

Im Jahre 334 (vom 26. April 955 bis zum 13. April 956) wurde Moiss eddewleh von einer schweren Krankheit befallen, dergestalt dafs er mehrere Tage seinen Palast nicht verlies. Dadurch wurden viele eitle Gerüchte unter den Leuten veranlafst und in Bagdâd entstand groſſe Verwirrung; als aber Moiss eddewleh ungeachtet der fortdauernden Schmerzen sich zu Pferde zeigte, so nahmen jene Unruhen ein Ende [33].

Im Jahre 345 (vom 14. April 956 bis zum 3. April 957) empörten sich Rusbihân der Dilemite und dessen Brüder wider Moiss eddewleh, welcher nach vielen Kämpfen sie überwältigte; und in derselben Zeit, in welcher er durch den Krieg wider den Rusbihân beschäftigt wurde, sandte Nâsir eddewleh ein Heer gegen Bagdâd, und suchte diese Stadt sich zu unterwerfen. Moiss eddewleh aber, als er jenen Krieg beendet hatte, eilte nach Mosul und bemächtigte sich dieser Stadt, worauf Nâsir eddewleh nach Nesibin sich begab; hierauf verfolgte Moiss eddewleh den Nâsir eddewleh so lange bis dieser Syrien erreichte, und Moiss eddewleh [34] selbst erkrankte und deshalb nach Bagdâd zurückkehrte, wo er [im J. 351

vom 8. Febr. 962 bis zum 28. Jan. 963] an den Thüren der Moscheen folgendes (in arabischer Sprache) eingraben liefs: „Gott verfluche den Moawijeh Ibn Ebu Sefiân, und Gott verfluche denjenigen, welcher Fatimeh, der Gott gnädig sei, des Landes Fedek beraubte, und er verfluche denjenigen, welcher das Begräbnifs des Hassan bei dem Grabe seines Grofsvaters (Mohammed), dem Gott gnädig sei und dessen Nachkommen er beglücke, hinderte, und denjenigen, welcher den Ebu Dsorr den Gifariten <sup>(1)</sup> verbannte und den Abbas aus dem Rathe ausschlofs.“ Da der Chalife damals unter der Gewalt des Moiss eddewleh war, so konnte er solches nicht hindern; in dem Aufruhr, welcher dadurch in Bagdâd veranlafst wurde, vertilgte man zwar diese eingegrabene Inschrift, Moiss eddewleh aber liefs sie wiederherstellen, und dieses Zerwürfnifs dauerte so lange bis der Vesir Ibn el-mohdi auf die Auskunft fiel, in der Verfluchung keinen andern Namen als den des Moawijeh vorbringen zu lassen. Man schrieb hierauf an der Stelle jener Inschrift die zwei oder drei Worte: „Gott verfluche diejenigen, welche ungerecht handeln gegen die Nachkommen des göttlichen Botschafters, den so wie dessen Nachkommen Gott segnen und beglücken wolle.“ Durch diese zweckmässige Mafsregel wurde dieser Aufruhr gestillt [35].

Im Jahre 356 (vom 16. Dec. 966 bis zum 5. Dec. 967) starb Moiss eddewleh und hatte seinen Sohn Iss eddewleh Bechthiâr zum Nachfolger. Moiss eddewleh war ein und zwanzig Jahre oberster Emir (Emir elumerâ) zu Bagdâd; und als er krank war <sup>(2)</sup>, spendete er unzählbare Almosen und gab seinen Mamluken die Freiheit.

## V.

### Regierung des Adhed eddewleh Ibn Rukn eddewleh.

Adhed eddewleh Ebu Schedschâ Fennâ [36] Chusrew Ibn Rukn eddewleh Hassan Ibn Bujeh setzte sich im Jahre 338 nach der Anordnung seines Oheims Imâd eddewleh auf den Thron der Herrschaft von Fârs und Kermân. Der Verfasser des Thârîch Kayâmî überliefert folgendes: „Im Anfange der Regierung des Adhed eddewleh hatte eine von den Sclavinnen seines Harems ein Einverständnifs mit einem Soldaten, und sie kamen zusammen so oft dazu Gelegenheit und Möglichkeit sich darbot. Eines Tages begab sich jener Soldat auf die Jagd, und als er eine Öde und Wüste durchzog, ging ein Fuchs in sein Loch; der Soldat, welcher

<sup>(1)</sup> Über Ebu Dsorr und dessen Verbannung durch den Chalifen Otsmân s. Abulfedae ann. mosl. T. I, p. 260. Im Kâmus (I, 619.) wird seiner gedacht bei Gelegenheit der Bestimmung der Aussprache des Namens seines Stamms, der Benu Gifâr.

<sup>(2)</sup> Wahrscheinlich in seiner letzten Krankheit.

anfang zu graben, um den Fuchs herauszutreiben, gelangte dadurch zu einer Treppe; und da er diese herabstieg, fand er ein Gemach, und in diesem Gemache viele Gefäße, welche angefüllt waren mit Gold und Edelsteinen. Davon nahm er etwas, stellte ein Wahrzeichen hin und bedeckte das Loch wieder. Als er nach der Stadt zurückgekehrt war, so besuchte er die Slavın wiederum fleißig, und diese, da der Soldat ihr größere Geschenke und Gaben verehrte, als sein Vermögen zu gestatten schien, wandte alle Mühe an, um zu erfahren, wie es sich damit verhielte. Eines Tages, als der Soldat betrunken war, fragte sie ihn: „woher hast du solche Mittel?“ der Soldat aber gab zur Antwort: „was kümmert dich solches? wenn ich auch tausendmal so viel für dich verwendete, so würde mir dennoch an Geld es nicht fehlen.“ Dadurch wurde die Neugierde der Slavın noch höher gespannt, und als sie dem Soldaten in der äußersten Trunkenheit noch einmal jene Frage machte, so offenbarte er seiner Geliebten den ganzen Hergang, wie er den Schatz gefunden hatte. Die Slavın, da sie durch die Offenbarung dieser Sache größere Gunst bei Adhed eddewleh zu gewinnen hoffte, begab sich zu demselben, und redete mit ihm also: „ich habe zwar in deinem Harem ein Verbrechen begangen, welches des Todes mich schuldig macht; 21 wenn aber der Sultan mir Gnade gewähren will, so kann ich ihm einen Schatz nachweisen, welcher für die Ausgaben vieler Jahre genügen wird.“ Hierauf gab ihr Adhed eddewleh den Ring der Gnade, und die Slavın eröffnete ihm die Sache von Anfang bis zu Ende. Dann befahl er ihr von dem Manne zu verlangen, daß er ihr den Schatz zeigte, und wenn dieser darein willigte, ihn davon in Kenntniß zu setzen. Die Slavın aber sprach zu gelegener Zeit zu dem Soldaten in dieser Weise: „bis jetzt hast du mir alles verschafft, was ich erbat oder ersehnte, und keinen Wunsch in meinem Gemüthe [unerfüllt] gelassen, und es ist in meinem Herzen kein andres Begehren geblieben als den Schatz zu sehen, welchen du gefunden hast; jetzt bitte ich dich, den Ort des Schatzes mir zu zeigen, damit ich für mein ganzes Leben Schuldnerin deiner Güte sei.“ Diese Bitte wurde von dem Soldaten genehmigt und von ihm der Tag bestimmt, an welchem sie mit einander zu dem Schatze sich begeben wollten; was die Slavın dem Adhed eddewleh anzeigte. Dieser gab ihr ein Tuch mit Papierschnitzeln (indem er sagte): „wenn du dahin gehst, so streue solches auf den Weg ohne daß der Soldat es gewahr werde, damit ich eure Spur verfolgen könne.“ Die Slavın begab sich also an dem bestimmten Tage mit jenem Manne nach dem Schatze und streute die Papierschnitzeln aus wie ihr befohlen worden; Adhed eddewleh aber folgte mit einiger Begleitung der Spur dieser beiden Personen bis er zu dem Orte des Schatzes gelangte. Der Soldat, als er den Adhed eddewleh erblickte, gerieth in die äußerste Furcht und Bestürzung; Adhed eddewleh aber beruhigte

ihn und sprach: „eines von diesen Gefäßen gehört dir, und die Slavyn gebe ich dir zur Gattin.“ Darüber war der Soldat sehr froh, und Adhed eddewleh brachte jenen ganzen Schatz in die Schatzkammer, und erbaute von solchem Golde ein hohes Gebäude auf dem Nedschf <sup>(1)</sup> an dem Grabmale des Ali Ibn Ebu Talib, des Fürsten der Gläubigen und Priesters der Gottesfürchtigen, über welchem Friede sei.

Derselbe Verfasser des Tharich Kawâmi berichtet: „Adhed eddewleh in der Zeit seiner Regierung hatte den Wunsch, daß, wie zu den Zeiten der Herrschaft der Könige von Adschm man zu diesen aus Rum (dem römischen Reiche) Geschenke und Gaben gesandt hatte, eben so man auch ihn beschicken möchte. Als dieser Gedanke in seinem Gemüthe Festigkeit gewonnen hatte, so rief er einen Kaufmann, welcher sein Vertrauter war, zu sich, und sprach: „du mußt nach Rum reisen und dieses und dieses thun;“ was aber Adhed eddewleh mit dem Kaufmann verabredete, wird durch die Folge der Erzählung deutlich werden. Adhed eddewleh gab also dem Kaufmann vieles Geld und sandte ihn in jenes Land. Als der Kaufmann nach Rum gekommen war, die Magnaten des  
 25 kaiserlichen Reichs besucht und ihnen Geschenke überreicht hatte, so gelangte er durch ihre Fürsprache zu der Person des Kaisers; und da er wundervolle Geschenke sowohl an Diamanten von schönem Wasser als andern ähnlichen Gegenständen als Huldigungen mit sich führte, so ward ihm eine sehr gnädige Aufnahme von dem Kaiser zu Theil und er benahm sich dergestalt, daß man ihn nicht nur für einen Christen hielt, sondern daß er auch, weil er so oft er zum Kaiser kam allerlei Geschenke und Gaben überreichte, zu den Vertrauten und Freunden des Kaisers gezählt wurde. Erst späterhin, als er seine Liebe zu dem Islam und den Muslims kund werden ließ, vernahm man, daß er zu der Gemeinschaft der Seeligen und dem auserwählten Volke gehörte. Denn nach einiger Zeit trug er dem Kaiser folgendes vor: „in der Nähe meiner Wohnung befindet sich ein wüster Platz, welcher sich zur Auföührung eines Gebäudes eignet, und ich wünsche auf demselben eine Moschee zu erbauen, um dadurch in dieser Welt mir ein ehrenvolles Denkmal zu stiften und in jener Welt eine große Belohnung zu verdienen.“ Nachdem der Kaiser dieses Ansuchen bewilligt hatte, so ließ der Kaufmann jenen Ort aufgraben, um mit gebrannten und natürlichen Steinen einen festen Grund für die Moschee zu legen; und die Tagelöhner fanden bei dem Aufgraben der Erde ein verschlossenes Kistchen von altem und durch Rost verzehrtem Eisen, welches sie dem Kaufmann zeigten und dann so verschlossen wie es war zu dem Kaiser brachten. Nachdem auf den

---

(1) Der Name des Orts, wo Ali begraben war.



Befehl des Kaisers das Schloß hinweg genommen war, so erblickte man in dem Kasten eine Rolle von altem zum Theil zerstörtem und zerbröckeltem Papier, welche von dem Kaiser und dessen Hofleuten für ein Schatzregister gehalten wurde. Da sie aber dieselbe näher betrachteten, so fanden sie darin eine Schrift folgenden Inhalts: „In einem gewissen Jahre (welches mit dem Regierungsantritte des Adhed eddewleh zusammentraf) wird den Thron des Reichs von Schirâs ein König von solchen und solchen Eigenschaften und solchem und solchem Namen und Ehrentitel besteigen; und wie Alexander die ganze bewohnte Erde eroberte, so wird auch dieser König die Welt, so weit sie bewohnt ist, unter seine Botmäßigkeit bringen; jeder König, welcher mit dem Gürtel des Gehorsams sich gürtend (‘) ihm Zins und Abgaben zahlt, wird sicher sein vor den Schlägen seines Heers; wer aber auf den Platz der Widerspenstigkeit und Empörung sich stellt, wird sich Verderben und Hülfslosigkeit bereiten.“ Solches setzte den Kaiser und dessen Hofleute in Erstaunen; der Kaiser berief den Kaufmann zu sich und stellte ihm die Frage: „bist du in die Provinz Schirâs gekommen, und hast du den Fürsten dieses Reichs gesehen?“ Als der Kaufmann diese Frage mit „ja“ beantwortet hatte, so fragte der Kaiser weiter: „welche sind die Eigenschaften dieses Königs, von welcher Art ist seine Gestalt, wie heißt sein Name und Ehrenname?“ Der Kaufmann meldete ihm alles, wie es sich verhielt, und der Kaiser fand die Angabe desselben übereinstimmend mit dem Inhalte der Rolle. Dann stellte er ferner die Frage: „stehst du mit ihm in Bekanntschaft und gutem Vernehmen?“ und der Kaufmann erwiderte: „ich habe oftmals ihm Geschenke dargebracht, und er kennt mich.“ Hierauf redete der Kaiser also: „ich habe die Absicht durch einen beredten Botschafter jenem Könige werthvolle Geschenke und Gaben zu übersenden und in die Bahn der Zuneigung und Freundschaft mit ihm zu treten; auch ist es mein Wunsch, daß mein Botschafter in deiner Gesellschaft nach jenem Lande sich begeben.“ Dieses war es eben was der Kaufmann wünschte.

Als der Kaufmann und der Botschafter an den Gränzen von Schirâs anlangten, so benachrichtigte der Kaufmann durch einen Boten den Adhed eddewleh von seiner Ankunft, und erhielt dagegen folgende Anweisung: „ich werde, als zur Jagd, aus der Stadt kommen, so daß sicherlich zur Abendzeit das Zusammentreffen im Wildgarten geschehen wird.“ Zur Zeit des Abendgebetes kamen also von der einen Seite Adhed eddewleh, und von der andern der Botschafter des Kaisers mit dem Kaufmann heran, und nahmen ihre Herberge; und Adhed eddewleh, als er mit dem Botschafter sich unterredete, äußerte sein Miß-

---

(‘) D. i. des Gehorsams sich belleidsigend.



vergnügen über das Schreien der Frösche und gab einem seiner Begleiter folgenden Befehl: „gehe hin und sage den Fröschen: es gebietet euch der König in dieser Nacht die Zungen in den Gaum zurückzuziehen und zu schweigen.“ Dieser Mann warf in Folge der getroffenen Verabredung etwas von einem Mittel, welches in das Wasser geworfen die Frösche zum Schweigen zu bringen pflegt, in jenen Teich <sup>(1)</sup>, und rief dann mit lauter Stimme die ihm von Adhed eddewleh angegebenen Worte aus; worauf die Frösche schwiegen <sup>(2)</sup>.

Darüber sich wundernd sprach der Botschafter bei sich: „das ist ein Wunderwerk ihres großen Königs, dessen Befehle selbst die Thiere im Grunde des Wassers nicht unerfüllt lassen können, und dessen Gebot so mächtig ist als das Wort Salomo's, welches über Land und Meer sich erstreckt;“ und als er nach Vollbringung seines Auftrags nach Rum zurückkehrte und den Kaiser über die gefundene Aufnahme Bericht erstattete, so fand dieser, dafs dasjenige was geschehen war, vollkommen mit dem Inhalt der Rolle übereinstimmte, und, bemüht die Freundschaft zu verstärken, übersandte er fortwährend kostbare Geschenke [37].

27 Im Jahre 338 (vom 30. Jun. 949 bis zum 18. Jun. 950) hatte Adhed eddewleh, als er den Thron des Sultanâts bereits besafs, keinen Feind; denn die Provinz von Rai so wie Isfahân und dessen District war in dem Besitze seines Vaters Rukn eddewleh; die Provinzen Ahvâs, Chusistân und Bagdâd standen unter der Botmäfsigkeit seines Oheims Moiss eddewleh, und Mohammed Ibn Eliâs, Statthalter von Kermân, leistete den Dilemiten löbliche Dienste.

Im Jahre 357 (vom 6. Dec. 967 bis zum 23. Nov. 968) aber sandte Adhed eddewleh seinen Sohn Ebu' lfewâris nach Kermân, um die Regierung dieses Landes zu übernehmen, was dadurch veranlafst wurde, dafs Eli Ibn Mohammed Ibn Eliâs, welchem [nach dem Tode seines Vaters] die Verwaltung von Kermân anvertraut worden war, unbesonnener Weise ein Heer in das Land des Adhed eddewleh einbrechen liefs. Dadurch erzürnt entzog Adhed eddewleh dem Eli jene Provinz [38].

Zu derselben Zeit kam die Herrschaft von Omân unter die Botmäfsigkeit des Adhed eddewleh.

Im Jahre 364 (vom 20. Sept. 974 bis zum 8. Sept. 975) zog Adhed eddewleh mit seinem Heere nach Bagdâd <sup>(3)</sup>.

---

<sup>(1)</sup> Das Wort rûd bezeichnet zwar sonst ein fließendes Wasser; es scheint aber an dieser Stelle auf einen Teich sich zu beziehen.

<sup>(2)</sup> Was der Kaufmann in das Wasser warf, war ohne Zweifel ein Mittel (Salz oder etwas ähnliches), welches die Frösche bewog, die Oberfläche des Wassers zu verlassen und den Grund zu suchen, wovon die natürliche Folge war, dafs sie aufhörten zu schreien.

<sup>(3)</sup> Von diesem Zuge handelt der Anfang des folgenden Kapitels.

## VI.

Erzählung von dem Zuge des Adhed eddewleh nach dem Hause  
des Friedens Bagdād, und Bericht von einigen Ereignissen,  
welche nach dem Tode des Moiss eddewleh Statt fanden.

Moiss eddewleh redete zu der Zeit, als er starb, zu seinem Sohne Iss eddewleh Bechthiār also: „Wenn du willst, daß deine Herrschaft dauernd sei, so richte dich erstlich gewissenhaft nach den Anordnungen deines Oheims Rukn eddewleh, und in jeder Angelegenheit, welche vorkommen mag, hole seinen Rath ein; zweitens achte den Adhed eddewleh höher als dich selbst und bemühe dich auf das fleißigste ihm Ehre und Achtung zu erweisen; denn er ist mächtiger als du und der Regierungsangelegenheiten kundiger; drittens ernenne zu Vesiren den Ebu 'lfedhl Abbās Ibn elhossain, und den Ebu 'lferedsch Mohammed Ibn Elabbās; denn diese beiden Männer sind eben so ausgezeichnet durch Geschicklichkeit als durch Treue; endlich gewinne durch Gunstbezeugungen und königliche Geschenke die Dilemitischen sowohl als die Türkischen Soldaten, und bemühe dich unablässig die Zuneigung des Hadschib Sobokthegin dir zu erhalten.“ Iss eddewleh aber befolgte nach dem Tode seines Vaters keine dieser Ermahnungen; sondern mit Lustbarkeiten und Tändeleien beschäftigt fand er nur Vergnügen in der Unterhaltung und dem Umgange mit Weibern, Sängern und Possenreißern. Dadurch wurde Sobokthegin dem Bechthiār entfremdet und endlich dahin gebracht, daß er den Dienst desselben verlief; es kam zuletzt so weit, daß Sobokthegin zu offener Feindseligkeit schritt, indem die Türken auf seine Seite traten und die Dilemiten es mit Bechthiār hielten, wodurch zwischen den beiden Truppen ein langwieriger Kampf veranlaßt wurde, dessen ausführliche Erzählung ermüdend und lästig sein würde [29]. Als [im J. 363 vom 1. Okt. 973 bis zum 19. Sept. 974] nach dem Tode des Sobokthegin die Türken den Albthegin zu ihrem Oberhaupte erwählt hatten, so lagerten sie sich in dem Gebiete von Wāsīt in der Nähe des Lagerplatzes, den Bechthiār eingenommen hatte; und dort fanden während der Dauer von funfzig Tagen zwischen beiden Heeren Gefechte Statt, in welchen meistens die Türken den Sieg gewannen. In diesen Tagen sandte Bechthiār täglich einen Botschafter an Adhed eddewleh mit der Meldung: „es ist nothwendig, daß du auf das schleunigste nach dem arabischen Irāk kommest;“ und da Adhed eddewleh die Nachricht von der Übermacht der Türken erhielt, so trat er mit den persischen Truppen den Zug an und begab sich nach Wāsīt zum Iss eddewleh Bechthiār [40]. Die Türken, indem sie sich

ihm entgegenstellten, erhoben zwar [im J. 364 vom 20. Sept. 974 bis zum 8. Sept. 975] einen heftigen Kampf, wurden aber in die Flucht geschlagen [41] und flohen ohne wieder festen Fuß zu gewinnen nach Bagdād; worauf Adhed eddewleh sie verfolgend an der östlichen Seite der Stadt sich lagerte und dem Bechthiār die Stellung an der westlichen Seite anwies. Auch dort kämpften die Türken tapfer einige Tage lang, ermüdeten aber endlich und verzweifelten, und begaben sich mit dem Chalifen Taji nach Thekrith. Adhed eddewleh, nachdem er sich der Stadt Bagdad bemächtigt hatte, ließ den Chalifen einladen zu ihm zu kommen; Taji machte sogleich sich von den Türken los und begab sich nach Bagdād, und Adhed eddewleh sandte dem Chalifen Teppiche und anderes Geräth entgegen und empfing ihn mit Achtung und Höflichkeit. Hierauf nahm Adhed eddewleh den Bechthiār und dessen Brüder gefangen. Als Rukn eddewleh solches vernahm, so warf er sich von seinem Sitze herab und beschloß in heftigem Verdrusse nach Bagdād zu ziehen <sup>(1)</sup>; Adhed eddewleh aber um seinen Vater zu besänftigen, setzte den Bechthiār in Freiheit, gab ihm sein Land zurück und verließ Bagdād [42].

Nach dem Tode des Rukn eddewleh sammelte Adhed eddewleh seine Truppen und unternahm einen Kriegszug nach dem arabischen Irāk [im J. 366 vom 29. Aug. 976 bis zum 17. Aug. 977]; und als er nach Chusisthān kam, so traf dort mit ihm Iss eddewleh Bechthiār zusammen; weil aber an dem Tage der Schlacht eine Schaar von dem Heere des Bechthiār zu den Truppen des Adhed eddewleh überging: so verließ Iss eddewleh das Schlachtfeld [43]; und als er [im J. 367 vom 18. Aug. 977 bis zum 7. Aug. 978] in die Gegend von Mosul kam, so stieß Ebu Tsaleb mit zwanzig Tausend Mann zu ihm. Adhed eddewleh, <sup>29</sup> da er solches vernahm, zog sogleich in jene Gegend; und da die beiden Heere unfern von Thekrith zusammentrafen, so entzündete sich ein heftiger Kampf, in welchem Ebu Tsaleb die Flucht ergriff und Bechthiār gefangen wurde; den letztern ließ Adhed eddewleh, als er vor ihn gebracht wurde, auf der Stelle enthaupten. Bechthiār war damals sechs und dreißig Jahre alt und hatte etwas über eilf Jahre regiert [44]. Als Adhed eddewleh hierauf in Mosul einige Zeit verweilte, so sprach er: „dieses Land gefällt mir mehr als Irāk Adschm;“ dann vertheilte er seine Schaaren und ließ durch dieselben [im J. 368] Diār bekr und die meisten Burgen jenes Landes unterjochen und erobern, so wie er auch Dijār beni Modher und die dortigen Burgen überwaltigte. Auch Saad eddewleh Ibn Seif eddewleh, damaliger Fürst von Haleb, unterwarf sich seiner Botmäßigkeit [45].

Im Jahre 368 (vom 8. Aug. 978 bis zum 27. Jul. 979) richtete Adhed eddewleh seine Aufmerksamkeit auf die verwüsteten Gebäude von Bagdād, indem

---

(<sup>1</sup>) Vgl. oben Kap. III, S. 63.

er die Moscheen wieder aufbauen liefs. Auch setzte er für die Imams und Ausrufer zum Gebete Gehalte aus, rief die Waisen, Armen und Kranken zurück und wies ihnen monatliche Gaben an, und erbaute Basârs, so wie er auch die Besitzer verwüsteter Gebäude zu deren Wiederherstellung anhielt. Wo ein Fluß gehemmt war, bewirkte er für denselben freien Lauf; die Gefälle, welche damals von den nach Mekka Pilgernden erhoben wurden, schaffte er ab; von Bagdâd bis nach Mekka setzte er jeden verschütteten Brunnen wieder in den frühern Zustand, und sandte Almosen an die Bewohner von Mekka, Medina und der Grabstätte des Fürsten der Gläubigen und Imams der Gottesfürchtigen Ali Ibn Ebutalib und des Imam Hossein, über welchen Friede sei. Den Fakirs, denen, welche der Überlieferung (hedis) kundig waren, denen, welche mit der Metaphysik sich beschäftigen, den Grammatikern, Dichtern, Ärzten, Rechenmeistern und Feldmessern gewährte er bestimmte und fortwährende Belohnungen. Seinem Vesir Nesr Ibn Hârûn, einem Christen, erlaubte er Bethäuser und Kirchen für seine Glaubensgenossen zu erbauen, und unterstützte die christlichen Armen aus seinen eignen fürstlichen Einkünften. Im Jahre 371 (vom 6. Jul. 981 bis zum 24. Jun. 982) vollendete er das Krankenhaus an der westlichen Seite von Bagdâd, und versah dasselbe mit allem Erforderlichen in Beziehung auf einen Arzt, die Heilmittel und erquickenden Getränke.

Im Jahre 372 (vom 25. Jun. 982 bis zum 13. Jun. 983) wurde Adhed eddewleh von der Krankheit der fallenden Sucht dergestalt ergriffen, dafs er schwach und entkräftet am 8. Schewwâl dieses Jahrs (25. März 983) verschied. In Folge seines letzten Willens wurde er in dem heiligen Boden von Nedschf (wo Ali's Grabmal war) bestattet. Er hatte vier und dreissig Jahre regiert und sieben und vierzig Jahre gelebt. An seinem Sterbetage kam kein andres Wort<sup>3)</sup> über seine Zunge als der Spruch: „was nützt mir mein Reichthum, meine Herrschaft ist für mich verloren“ [46]. Der Chalife Taji war in der Trauerversammlung anwesend.

Adhed eddewleh war der ausgezeichnetste und treifflchste der Dilemitischen Sultane, und über seine edeln und herrlichen Handlungen hat man ganze Bände gefüllt; unter andern hat Sâbi sein Kithâb thâdschi dir echbâri âli bujeh dem Adhed eddewleh zugeschrieben [47]. Die Unterthanen waren zur Zeit dieses Fürsten ruhig im Schofsse des Friedens und der Sicherheit.

Während seiner Regierung erbaute er in der Burg von Istachar in Persien einen Wasserbehälter mit sieben Treppen; und wenn auch von jeder dieser Treppen täglich tausend Personen Wasser tranken, so reichte jener Wasserbehälter für ein ganzes Jahr aus. Dann errichtete er den Damm im Flusse Kur bei Schirâs, welcher unter dem Namen Bendi Emir (Damm des Fürsten) bekannt



ist, ein Werk, dem kein andres in der Welt gleich gestellt werden kann. Um dasselbe zu beschreiben darf man nur sagen, daß Adhed eddewleh über einen Fluß von so beträchtlicher Gröfse einen Damm und eine für den Übergang von Truppen und Karavanen genügende Straßse zu Stande brachte. Man pflegte daher zu sagen, Adhed eddewleh habe auf einem Berge ein Meer, und auf einem Meere einen Berg bewirkt. Zu Schiràs erbaute er ein Krankenhaus von unbeschreiblicher Vortrefflichkeit [48].

In den letzten Zeiten seines Lebens übte er jedoch manche Bedrückung, z. B. daß er (um den Ertrag der Grundsteuer zu vermehren) die Vermessung der Äcker verstärkte, die Abgabe, welche bei dem Verkaufe von Lastthieren entrichtet wurde, erhöhte, und den Verkauf des Schnees zu einem Regale der hohen Kammer (Divàn) machte dergestalt, daß die von ihm dazu angeordneten Leute den Schnee vom Gebirge holten und bei den Schenkwrthen niederlegten.

## VII.

### Regierung des Mujid eddewleh Ibn Rukn eddewleh.

Oben ist berichtet worden, daß Rukn eddewleh seine Provinzen unter seine Söhne Adhed eddewleh, Mujid eddewleh und Fachr eddewleh vertheilte. So lange Rukn eddewleh lebte, stritten seine Söhne nicht um die Herrschaft; als er aber gestorben war, so setzte Mujid eddewleh sich nicht ohne die Erlaubnis<sup>31</sup> des Adhed eddewleh in den Besitz der Herrschaft, welche der Vater ihm zugetheilt hatte, indem er einen Boten an den Adhed eddewleh mit der Meldung sandte: „Die Verfügung über Reich und Schatz ist demjenigen, dem ich unbedingt vertraue (<sup>1</sup>), überlassen;“ und Adhed eddewleh, welcher solches sehr gut aufnahm, war bemüht, den Vortheil des Mujid eddewleh zu befördern. Fachr eddewleh dagegen kümmerte sich nicht um seinen ältern Bruder, sondern nahm ohne denselben zu befragen seinen Antheil in Besitz; wodurch Adhed eddewleh zum Unwillen gegen diesen Bruder gereizt wurde, dergestalt daß er beschloß ihn zu züchtigen; und da Mujid eddewleh mit Zustimmung des Adhed eddewleh gegen den Fachr eddewleh Feindseligkeit und Streit begann, so begab sich dieser nach Dschordschàn und von dort nach Chorasàn, suchte daselbst die Hülfe des Nuh Ibn Mansur, unternahm hierauf den Krieg gegen Mujid eddewleh und wurde überwunden, wie in der Geschichte der Samaniden berichtet worden ist [49]. Mujid eddewleh dagegen führte eine glückliche Regierung bis zu seinem Tode im Jahre 373 (vom 14. Jun. 983 bis zum 2. Jun. 984); und als Samsâm

---

(<sup>1</sup>) Wörtlich: „dem Rathe jener Kaabah der Hoffnungen.“



eddehle, seines Bruders Sohn, zu Bagdâd seinen Tod vernahm, so betrauerte er ihn, und der Chalife Taji nahm an der Trauer Theil <sup>(1)</sup>.

Als nach dem Hingange des Mujid eddehle die Großen des Reichs darüber mit einander zu Rath giengen, welcher unter den Bujiden zum Sultan zu erheben sei: so sprach Sâhib [50] Kâfi Ismail Ibn Ibâd: „man muß den Fachr eddehle aus Chorasân rufen; denn er ist einerseits der trefflichste und vorzüglichste der Dilemitischen Könige, und andererseits waren diese Länder vor Mujid eddehle sein Erbtheil.“ Da die Meinungen für diese Ansicht sich vereinigten, so ernannte man den Chusrew Firus Ibn Rukn eddehle, den jüngern Bruder des Fachr eddehle, zu dessen Stellvertreter und lud den Fachr eddehle durch Eilboten, welche nach Nischâbur gesandt wurden, ein zu kommen; worauf Fachr eddehle eiligst im Ramadhân (dem neunten Monate) des gedachten Jahrs (373) nach Rai kam, und ohne Begünstigung eines andern sein ererbtes Reich in Besitz nahm; Sâhib Ibâd aber als Vesir desselben übernahm die Regierung [51].

### VIII.

#### Regierung des Fachr eddehle Ibn Rukn eddehle.

Nachdem Fachr eddehle des Reichs sich bemächtigt hatte, so übersandte ihm Samsâm eddehle Ibn Adhed eddehle aus Bagdâd das Ehrenkleid des Chalifen; denn unter ihnen fand fortwährend ein freundschaftliches Verhältniß Statt.

Im Jahre 374 (vom 3. Jun. 984 bis zum 22. Mai 985) ordnete Ebulhossein Ibn Adhed eddehle in Ahvâs das Kanzelgebet für Fachr eddehle an und liefs mit dessen Namen Münzen prägen.

Im Jahre 375 (vom 23. Mai 985 bis zum 12. Mai 986) zog Scherf eddehle aus Fârs gegen Ahvâs, und Ebulhossein, welcher vor seinem Bruder floh, kam zum Fachr eddehle; dieser sandte seinen Neffen mit gehöriger Anweisung nach Isfahân. Nach einiger Zeit aber fiel Ebulhossein von Fachr eddehle ab und schlofs sich dem Scherf eddehle an; worauf seine Soldaten ihn ergriffen und zum Fachr eddehle sandten, welcher ihn in ein Gefängniß einsperren liefs. In solcher Gefangenschaft blieb er bis zu der tödlichen Krankheit des Fachr eddehle, und erst dann wurde er auf Befehl des Oheims von solchem Ungemach und solcher Qual befreit.

Im Jahre 377 (vom 2. Mai 987 bis zum 19. April 988) sandte Fachr eddehle den Sâhib Kâfi Ismail Ibn Ibâd nach Tabaristhân, um das Finanzwesen dieser Provinz in Ordnung zu bringen; und Sâhib traf nicht nur in dieser Be-

---

<sup>(1)</sup> Wörtlich: „war gegenwärtig in der Trauerversammlung.“ S. oben S. 75.

ziehung treffliche Anordnungen, sondern erwarb sich auch durch die Unterdrückung derer, welche unrechtmäßige Gewalt sich angemafst, großes Verdienst, eroberte mehrere Burgen und kehrte noch in demselben Jahre zurück.

Im Jahre 378 (vom 20. April 988 bis zum 9. April 989) liefs Sâhib Ibâd in Dschordschân einige Goldmünzen (Thenkehs) prägen, deren jede tausend Mitskâl Gold enthielt, so dafs ein Armer, in dessen Hand eine solche Münze fiele, nichts weiter bedürfen würde. Auf der einen Seite dieser Münze waren sieben Doppelverse geprägt, deren erster also lautete:

„der rothe (d. i. das Goldstück) gleicht der Sonne in Gestalt und Bildung <sup>(1)</sup>;  
denn seine Eigenschaften stammen ab von ihren (der Sonne) Eigenschaften <sup>(2)</sup>.“

Auf der andern Seite befanden sich die Sure Ichlâs (die 112. Sure des Koran), der Ehrentitel des Fachr eddewleh und der Name: Dschordschân [52].

Im Jahre 379 (vom 10. April 989 bis zum 29. März 990) beschlofs Fachr eddewleh einen Zug nach dem arabischen Irâk, welcher dadurch veranlafst wurde, dafs nach dem Tode des Scherf eddewleh Ibn Adhed eddewleh, als Behâ eddewleh [53] der zweite Sohn des Adhed eddewleh seinem Bruder nachfolgte, Sâhib Ibâd dem Wunsche Raum gab Bagdâd zu erobern, und deshalb den Fachr eddewleh aufforderte und antrieb, mit einem Heer in jenes Land zu ziehen. Fachr eddewleh sammelte also ein zahlreiches Heer und begab sich nach Hamadân, wo Bedr Ibn Hasanujeh aus Kurdisthân bei ihm eintraf. Es wurde verabredet, dafs Ismail Ibn Ibâd und Bedr Ibn Hasanujeh auf der graden Strafse nach Bagdâd ziehen sollten, während Fachr eddewleh den Weg durch Kurdisthân [54] einschlug. Behâ eddewleh Ibn Adhed eddewleh, da er von der Unternehmung des Fachr eddewleh Kunde erhielt, sammelte ebenfalls Truppen und ging demselben entgegen; und als die beiden Heere zusammen trafen, so lagerten sie sich einander gegenüber. Es ereignete sich gerade in diesem Jahre, dafs der Fluß von Ahvâs [55] übertrat und bis in das Lager des Fachr eddewleh drang, was bei dessen Soldaten die Meinung veranlafste, dafs eine Kriegslist (oder: listige Veranstaltung der Feinde) im Spiele wäre, und dieselben bewog, ohne Kampf zu entfliehen. Fachr eddewleh, da ein solches Ereignis ihn betrübte, fragte in einem Briefe den Sâhib Ibâd, was unter diesen Umständen zu thun wäre; und der Sâhib erwiederte ihm: „es mufs Geld daran gewandt werden, und ich verspreche dir dasjenige, was heute ausgegeben wird, im folgenden Jahre doppelt zu erwerben.“ Dem Fachr eddewleh aber fiel es schwer, einer Truppe, welche ohne Schwert

---

(1) d. i. das Goldstück ist rund und glänzend wie die Sonne.

(2) Bei Abulfeda umgekehrt: „denn ihre (der Sonne) Eigenschaften stammen ab von seinen Eigenschaften.“

und Lanze gebraucht zu haben blofs aus Feigheit geflohen war, Geld zu geben; er begab sich also nach Rai und von dort nach Hamadàn.

Im Jahre 385 (vom 4. Febr. 995 bis zum 23. Jan. 996) starb Sàhib Ibàd [Ebu 'lkàsım İsmail İbn Ibàd]. Sàhib Kâfi war in Beziehung auf Gelehrsamkeit, Tugend und Geschicklichkeit einzig in seiner Zeit und unübertrefflich unter seinen Zeitgenossen, und der Meister der Vesire im Rath und der Verwaltung; sein Werk über die Abfassung von Schreiben und Briefen (Kefajethi atsâr rikâ we resâil) ist unter den Gelehrten berühmt und wird in hohen Ehren gehalten; und er hatte eine grössere Menge kostbarer Bücher gesammelt als irgend ein Vesir, ja selbst als irgend ein König. Man erzählt, dafs auf einer Reise vierhundert Kammele zur Fortbringung seiner Bücher verwandt wurden [56].

Es ist überliefert worden, dafs Sàhib Ibàd in seiner Krankheit, als Fachr eddewleh kam ihn zu besuchen, also zu demselben sprach: „ich habe mich bemüht, so weit als es mir möglich war, die Herrschaft dieses Geschlechts in gutem Rufe zu erhalten, und der Name des Königs ist in allen Ländern ehrenvoll berühmt; jetzt aber steht der Diener (d. i. Sàhib) an der Schwelle des Hingangs (Todes). Wenn der König auf der bisherigen Bahn sich hält, so wird alles Verdienst dann seiner erhabenen Thätigkeit <sup>(1)</sup> zugeschrieben werden, und dem Diener davon keine Ehre zu Theil werden; der Diener ist aber sehr wohl damit zufrieden, dafs er selbst unbekannt bleibe und der König dagegen mit einem ehrenvollen Namen berühmt werde. Wenn aber das Gegentheil geschehen wird, so wird es den Leuten so klar als die Sonne sein, dafs diese löblichen Anordnungen (Gesetze) mein Thun und mein Werk sind, und solches wird der Herrschaft und dem Reiche Nachtheil bringen und Verwirrung veranlassen; ich hoffe jedoch, dafs der König nicht nach dem Rathe böswilliger und thörichter Menschen handeln und die Bahn der Vernunft nicht verlassen werde.“ Hierauf erwiderte Fachr eddewleh zwar: „in solcher Weise werde ich verfahren;“ er erfüllte jedoch nicht dieses Versprechen [57]. Als man den Sarg des Sàhib Ibàd nach der Stelle des Gebets (in die Moschee) brachte: so küßten die Häupter der Dilemiten vor dem Sarge den Fußboden wegen der hohen Würde, welche Sàhib bekleidet hatte; man hing dann den Sarg an dem Dache des Gebäudes auf und brachte ihn später nach Isfahàn, wo man den Leichnam des Sàhib zur Erde bestattete. Sàhib Ibàd hatte achtzehn Jahre das wichtige Amt des Vesirs gewissenhaft verwaltet; gleichwohl bemächtigte sich Fachr eddewleh nach dem Tode des Sàhib Ibàd der Schätze desselben, plünderte dessen Söhne aus, beraubte dessen Anhänger und Angehörige und nahm ihnen vieles Geld.

---

(1) Wörtlich: „seinem erhabenen (königlichen) Glücke.“

Sâhib Ibâd unterhielt mit dem Kadi Abdu 'Idschebbâr, welcher in Beziehung auf die untergeordneten Gebote (furu) des Islâm nach der Lehre der Schafiten sich richtete, in Beziehung auf die Hauptgebote (usul) aber Oberhaupt und Führer der Mothaseliten war [58], eine sehr vertraute Freundschaft und erzeugte demselben stets so viele Wohlthaten als er vermochte. Als Sâhib aber starb, sagte der Kadi: „ich erkenne ihn nicht für einen der seligen an;“ und da man ihn fragte: „warum?“ so gab er zur Antwort: „weil man von seiner Bekehrung nichts weiß.“ Deshalb warfen die Leute dem Abdu 'Idschebbâr Undankbarkeit vor, und Fachr eddewleh erprefste von ihm drei Tausendmal Tausend Dirhems. Im Thârich Gusideh heisst es, daß der Kadi Abdu 'Idschebbâr, obgleich er lehrte, daß jeder, welcher ungerechter Weise anderthalb Danek nehme, ewig in der Hölle bleiben werde, dennoch alles jenes Geld als Bestechung von den Leuten empfangen hatte. Nach solcher [wider ihn verübten] Erpressung wurde der Kadi auch seines Amtes entsetzt.

Im Jahre 387 (vom 13. Jan. 997 bis zum 1. Jan. 998) bekam Fachr eddewleh eines Tages in der Burg Tebrek Lust zu gebratenem Rindfleisch; er befahl also ein Rind in seiner Gegenwart zu schlachten und vielen Braten zu bereiten, damit er davon essen könnte; und nach diesem Braten verzehrte er noch mehrere Weintrauben. Hierauf befahl ihm ein so heftiges Bauchgrimmen, daß sich das Sprichwort bewährte: „hundert Leben giebt man für den Bauch dahin;“  
 35 und (unter solchen Schmerzen) verschied er plötzlich [59]. Gerade zu dieser Zeit waren die Schlüssel seines Schatzes zu Rai in den Händen seines Sohnes Medschd eddewleh, man war daher nicht im Stande ein Todtenkleid zu erhalten und war endlich genöthigt, weil ein Aufstand der Dilemiten den Eingang in die Stadt (Rai) unmöglich machte, von dem Vorsteher der Moschee (zu Tebrek) ein Leichentuch zu kaufen. Wegen des Ungestüms eben jenes Aufstandes der Dilemiten blieb [der Leichnam des] Fachr eddewleh so lange in dem Palaste, daß er in Verwesung überging. Es wird erzählt, daß in dem Schatze des Fachr eddewleh eine unzählbare Menge von Gold und Geschirren sich fand und unter solchem Geräthe allein drei Tausend Eselslasten zugeschnittener noch nicht genäherter Kleider vorhanden waren, wornach das übrige ermessen werden muß.

## IX.

### Regierung des Scherf eddewleh Ebulfewâris Schirsil Ibn Adhed eddewleh.

Als Schirsil, welcher zu der Zeit, da sein Vater starb, in Kermân war, die Nachricht von diesem Ereignisse erhielt, so kam er eilig nach Fârs; und



nachdem er von diesem Lande Besitz genommen hatte, so tödtete er den Nesr Ibn Harun, einen Christen, welcher Vesir seines Vaters war, weil er wider denselben einen Groll in seinem Gemüthe hegte, und setzte dagegen diejenigen, welche sein Vater eingekerkert hatte, in Freiheit. Indem er mit seinem Bruder Samsâm eddewleh in ein feindliches Verhältniß trat, liefs er in seinem eigenen Namen das Kanzelgebet ablesen und sammelte, das Geld des Schatzes dazu verwendend, ein beträchtliches Heer [60]. Samsâm eddewleh sandte zwar den Hadschib (Kammerherrn) Ebulhossein mit zahlreichen Truppen von Bagdâd, um ihn zu bekämpfen; Scherf eddewleh aber liefs einen von den Häuptern seiner Emire mit einer Schaar tapferer Krieger wider die Truppen von Bagdâd ziehen, und als es zum Kampf zwischen den beiden Heeren kam, so wurden die Truppen des Samsâm eddewleh in die Flucht getrieben und Ebulhossein fiel in Gefangenschaft. Mittlerweile fertigte Scherf eddewleh einen Gesandten an die Karmaten ab; und dieser Gesandte, als er zurückkehrte, berichtete dem Scherf eddewleh folgendes: „die Karmaten befragten mich wegen der Eigenschaften und Sitten des Königs, worauf ich so und so antwortete; dann fuhren sie fort: was wird durch solches gewonnen, da er in Einem Jahre drei Vesire absetzt und drei andere Vesire ernennt.“ Seit dieser Zeit bis zu seinem Lebensende entfernte Scherf eddewleh keinen Vesir von seinem Amte.

Im Anfange des Jahrs 375 (vom 23. Mai 985 bis zum 12. Mai 986) zog Scherf eddewleh mit einem Heere nach Ahvâs, indem er als Vorwand gebrauchte, dafs Samsâm eddewleh den Ebu Nesr Behâ eddewleh, den jüngern Bruder des Scherf eddewleh, gefangen und eingekerkert hatte. Dadurch gerieth Samsâm eddewleh in Furcht und bat um Frieden; Scherf eddewleh aber kam von Ahvâs nach Basrah und eroberte diese Provinz, worauf Samsâm eddewleh den Behâ eddewleh in Freiheit setzte und zum Scherf eddewleh sandte. Dann kam unter ihnen der Friede unter der Bedingung zu Stande, dafs Scherf eddewleh Emir clumerâ sein und in der Provinz Irâk der Name des Scherf eddewleh vor dem Namen des Samsâm eddewleh im Kanzelgebete genannt werden sollte. Mitten unter diesen Verhandlungen aber brachte Scherf eddewleh in Erfahrung, dafs einige der Häupter und Magnaten von Irâk Arab ihm geneigt wären; er bereute es also Frieden gemacht zu haben, und zog mit dem Heere nach Bagdâd. Samsâm eddewleh hielt hierauf Rath mit erfahrenen Männern, und obwohl jeder seine Ansicht vortrug, so mißfiel dem Samsâm eddewleh dennoch alles was vorgebracht wurde, und er setzte sich mit einigen Vertrauten in ein Schiff und begab sich zum Scherf eddewleh. Dieser nahm ihn zwar mit Achtung und Höflichkeit auf; als er aber aus dem Gemache trat, liefs Scherf eddewleh ihn verhaften und einkerkern und setzte sich in den Besitz von Bagdâd [61]. Über die



Regierung des Samsâm eddewleh und dessen unglückliches Ende werden wir sofort, so Gott will, berichten.

Im Jahre 379 (vom 10. April 989 bis zum 29. März 990) erkrankte Scherf eddewleh; und als seine Hofleute an seinem Leben verzweifelten, so sprachen sie: „da der königliche Prinz Ebu Ali des Königs Liebling gegenwärtig in Fârs sich befindet, wer soll bis zur Genesung des Königs das Reich verwalten?“ Scherf eddewleh erwiderte darauf: „ich habe mit meinen eignen Angelegenheiten zu schaffen, ihr selbst möget entscheiden.“ Sie sprachen dann weiter: „so es dem hohen Willen gemäß ist, so möge Behâ eddewleh Stellvertreter sein, damit Unruhen verhütet werden;“ Scherf eddewleh aber gab auch darauf dieselbe Antwort. Nach dem Tode des Scherf eddewleh hielt Behâ eddewleh die Trauerfeierlichkeit, an welcher auch der Chalife Taji Theil nahm, und dieser übersandte, als er in den Palast des Chalifats zurückgekehrt war, dem Behâ eddewleh das königliche (sultanische) Ehrenkleid [62].

## X.

### Regierung des Samsâm eddewleh Ibn Adhed eddewleh.

Samsâm eddewleh Ebu Kâlindschâr Mersbân Ibn Adhed eddewleh nahm nach dem Tode seines Vaters dessen Stelle zu Bagdâd ein und sandte seine Brüder Ebulhossein [63] und Ebu Tâhir Firusschâh, nachdem er ihnen Ehrenkleider verliehen hatte, nach Fârs, indem er ihnen anbefahl ihre Reise zu beschleunigen und sich zu bemühen in jene Provinz zu gelangen bevor Scherf eddewleh nach Schirâs käme. Als sie aber nach Ardschân kamen, so hörten sie, dafs Scherf eddewleh ihnen zuvorgekommen war und jener Provinz sich bemächtigt hatte; worauf sie nach Ahvâs zurückkehrten.

Im Jahre 375 (vom 23. Mai 985 bis zum 12. Mai 986) leistete Asfâr Ibn Schirujeh, welcher einer der Emire von Dilem war, da er Mißtrauen faßte gegen Samsâm eddewleh, dem Bruder desselben Behâ eddewleh Ibn Adhed eddewleh die Huldigung, indem ein Theil der Truppen seinem Beispiele folgte. Dieses bewog den Samsâm eddewleh, da es ihm an Macht gebrach, den Mândâr, einen der Soldaten von Dilem, welcher durch großes Ansehen sich auszeichnete, um Beistand anzusprechen; und dieser solchem Ansuchen entsprechend, übernahm den Krieg gegen Asfâr, trieb ihn in die Flucht, nahm den Ebu Nesr Behâ eddewleh gefangen und führte denselben zu seinem Bruder; und Samsâm eddewleh befahl ihn einzukerkern.

Samsâm eddewleh, nachdem er nahe an vier Jahre oberster Emir zu Bagdâd gewesen war, gerieth in Gefangenschaft bei seinem Bruder Scherf eddewleh; und

einige der Emire riethen dem letztern, entweder dem Samsâm eddewleh die Stelle als oberster Emir zu gewähren oder ihn zu tödten. Scherf eddewleh aber that keines von beiden, sondern in Berücksichtigung der Wohlfahrt des Reichs sandte er den Samsâm eddewleh nach Schirâs und befahl ihm in einer der dortigen Burgen in Gewahrsam zu halten und sorgfältig zu bewachen. Als Scherf eddewleh erkrankte, so sandte er auf den Antrieb einiger Magnaten des Reichs den Kammerherrn (Ferrâsch) Medschd eddin aus Schirâs nach Fârs, und liefs durch denselben den Samsâm eddewleh blenden [64]. Als aber die Nachricht von dem Ableben des Scherf eddewleh in Fârs sich verbreitete, so zog die Besatzung der Burg den Samsâm eddewleh aus dem Gefängnisse hervor, und es sammelte sich ein zahlreiches Heer um ihm beizustehen und ihn zu vertheidigen. Die Nachricht von diesen Ereignissen bewog den Behâ eddewleh gegen den Samsâm eddewleh mit den Truppen auszuziehen; und nach mehrern Gefechten kam unter ihnen ein Friede zu Stande, mit der Bedingung, dafs die Provinzen Fârs und Ardschân dem Samsâm eddewleh, Chusisthân und Irâk Arab dem Behâ eddewleh gehören sollten [65]. Hierauf kehrte Behâ eddewleh nach Bagdâd zurück, wo er den Aufstand, welchen während seiner Abwesenheit Meuterer in der dortigen Gegend erregt hatten, unterdrückte und die Empörer vertilgte.

Im Jahre 350 (vom 30. März 990 bis zum 18. März 991), als die Söhne des Iss eddewleh Bechthiâr Ibn Moiss eddewleh des Dilemiten, welche in einer Burg von Fârs eingekerkert gewesen waren und durch die Begünstigung der Besatzung ihre Freiheit erlangt hatten, eben jener Burg, in welcher sie waren gefangen gehalten worden, sich bemächtigten und hierauf ein Theil der Dilemiten in deren Dienst übertrat: so sandte Samsâm eddewleh, als er solches Ereignifs erfahren hatte, den Ebu Ali Ibn Usthâd Hurmus, um den Krieg wider die Söhne des Bechthiâr zu führen. Ebu Ali belagerte sie, und die Söhne des Iss eddewleh, sechs an der Zahl, da sie nicht im Stande waren, länger Widerstand zu leisten, baten um Frieden, worauf Ebu Ali, nachdem er ihnen Sicherheit gewährt hatte, sie aus der Burg herausführte und zu Samsâm eddewleh brachte, welcher ihrer zwei tödtete und die übrigen vier einkerkern liefs. [66].

Nach dieser Begebenheit, als zwischen Behâ eddewleh und Samsâm eddewleh das gute Vernehmen Störung erlitten hatte, so beauftragte Samsâm eddewleh den Ebu Ali Ibn Usthâd Hurmus, einen ausgezeichneten Feldherrn, mit der Unterdrückung des von Behâ eddewleh erregten Aufstandes; und da Ebu Ali in allen Gefechten, welche zwischen ihm und den Truppen des Behâ eddewleh Statt fanden, Sieger war, so zog endlich Behâ eddewleh in eigener Person wider ihn; aber auch in allen den Gefechten, welche hierauf zwischen diesen beiden sich ereigneten, neigte sich der Sieg zu den Panieren des Ebu Ali. Als aber Behâ

eddehle beinahe zum Äussersten gebracht war, so verbreitete sich in dem Heere des Ebu Ali die Nachricht von der Ermordung des Samsâm eddehle, welcher auf folgende Weise sein Leben endigte. Als er nehmlich seine Truppen musterte und den Namen eines jeden, dessen Herkunft von Dilem zweifelhaft war, in der Musterrolle löschte: so gerieth ein Theil der Soldaten in Verzweiflung wegen des Soldes (der ihnen entzogen wurde), und diese verführten die Wächter der Söhne des Bechthâr und setzten die letztern in Freiheit; worauf eine beträchtliche Zahl herumschweifenden und losen Gesindels in deren Dienst sich begab. Da zu dieser Zeit der Kern der Truppen des Samsâm eddehle in den Krieg wider Behâ eddehle gezogen war, so sah Samsâm eddehle sich genöthigt, in einer Burg von Fârs Zuflucht zu suchen; der Befehlshaber aber gestattete ihm nicht den Eingang. Hierauf kam Samsâm eddehle mit drei Hundert Menschen, welche von Allem entblöst waren, nach Dudmân, einem zwei Parasangen von Schirâs entlegenen Orte, wo der dortige Statthalter, Tahir mit Namen, ihn ergriff und hierauf dem Ebu Nesr Bechthâr überlieferte; und dieser liefs ihn im Monate Dsulhidschdesch des gedachten Jahrs [355] (December 998) tödten [67]. Samsâm eddehle, ein Fürst von unendlicher Milde und Freigebigkeit hatte neun Jahre und acht Monate über Fârs regiert.

Nach der Ermordung des Samsâm eddehle wurde dessen Mutter gleichfalls getödtet und mit ihrem Sohne in einem kleinen Behältnisse, welches an der Pforte des fürstlichen Palastes (zu Schirâs) sich befand, begraben; als aber Behâ eddehle nach Fârs kam, so liefs er beide aus jenem Grabe wieder hinwegnehmen und in dem Begräbnisse des Geschlechtes Bujeh bestatten.

## XI.

### 3 Regierung des Behâ eddehle Ebu Nesr Ibn Adhed eddehle.

Nach dem Tode des Scherf eddehle gelangte Behâ eddehle zum sichern Besitze der Gewalt als Emir elumerâ von Bagdâd.

Im Jahre 381 (vom 19. März 991 bis zum 7. März 992) entsetzte Behâ eddehle den Chalifen Tâji aus dem Geschlechte Abbas des Chalifats auf folgende Veranlassung. Als die Soldaten von dem Behâ eddehle Sold begehrten und in dem Schatze kein Geld sich vorfand, auch Behâ eddehle durch die Erpressung, welche er gegen seinen Vesir übte, nicht soviel erwirkte, als zur Befriedigung der Truppen erfordert wurde: so sprach Ibn Moallim, welcher unter der Regierung des Behâ eddehle eines grossen Ansehens genoss, also: „der Chalife Tâji besitzt vieles Geld, ihn verhafte, vertheile sein Geld unter die Soldaten und setze einen andern auf den Thron des Chalifats.“ Da Ibn Moallim solches

Beginnen dem Behâ eddewleh als leicht und ausführbar darzustellen wufste, so entsetzte Behâ eddewleh den Tâji billâh des Chalifats, und huldigte dem Kâdir billâh als Fürsten der Gläubigen [68].

Nach diesem aber [im J. 382 vom 8. März 992 bis zum 24. Febr. 993] verhaftete Behâ eddewleh den Ibn Moallim, weil er nicht mit gut gesinnten Leuten Umgang hielt (d. i. weil er mit verdächtigen Leuten umging); worauf die Soldaten, weil sie von Ibn Moallim gekränkt waren, dessen Auslieferung forderten; und Behâ eddewleh, nachdem er vergeblich versucht hatte, ihnen solches auszureden, sah wider seinen Willen sich gezwungen ihnen den Ibn Moallim zu überantworten. Die Soldaten gaben dem Ibn Moallim zweimal Gift, und als dieses ohne Wirkung blieb, so schnürten sie endlich ihm den Hals dergestalt zusammen, dafs ihm der Athem ausging (d. i. so erwürgten sie ihn). [69].

Zur Zeit der Regierung des Behâ eddewleh sandten die Söhne des Bechthiâr, als sie den Samsâm eddewleh getödtet hatten, ein Schreiben an Ebu Ali Ibn Usthâd Hurmus folgenden Inhalts: „Unsere Hoffnung und unser Vertrauen ruhet auf dir, und wir beauftragen dich von den Truppen für uns die Huldigung anzunehmen und den Behâ eddewleh mit Eifer zu bekämpfen.“ Ebu Ali aber, da er von den Söhnen des Bechthiâr nichts gutes für sich erwartete, weil sie wufsten, dafs auf seinen Rath von Samsâm eddewleh zwei ihrer Brüder getödtet worden waren, hatte keine Neigung in ihren Dienst zu treten, sondern sandte einen Boten an Behâ eddewleh und bat für sich und die Dilemiten um Verzeihung; und Behâ eddewleh, diese Bitte gnädig aufnehmend, gewährte dem Ebu Ali und dessen übrigen Emiren Verzeihung, indem er ihnen sagen liefs: „ihr seid ohne Schuld, weil mein Bruder Samsâm eddewleh, euer Herr, euch sandte mich zu bekriegen; jetzt liegt es jedem ob sein Blut zu rächen.“ Nachdem die Dilemiten in solcher Weise von dem Behâ eddewleh Verzeihung erhalten hatten, so unterwarfen sie sich seinem Befehle, und einige ihrer Häupter kamen zu Behâ eddewleh und leisteten ihm den Eid der Treue; worauf sie an die Schaar der Dilemiten, welche in der Stadt Sûs [in Chusisthân] sich befand, die Botschaft sandten: „wir haben mit dem Emir Behâ eddewleh Frieden gemacht, kommt nun auch ihr aus der Stadt heraus.“ Diese aber gaben zur Antwort: „wenn der König sich bemühen wird zu kommen, so werden wir uns die Ehre geben ihm die Füfse zu küssen.“ Als aber späterhin (‘) Behâ eddewleh mit seinem Heere vor Sûs anlangte, so kamen die Dilemiten aus der Stadt hervor und begannen einen heftigen Kampf; und da Behâ eddewleh darüber seinen Verdrufs äufserte, so warfen die Dilemiten ihre Waffen weg und sprachen:

---

(‘) Wörtlich: am andern Tage.



„es ist der Gebrauch der Dilemiten auch nach geschlossenem Frieden tüchtig sich zu schlagen, damit niemand ihnen Feigheit vorwerfen könne.“ Da nunmehr dem Behâ eddewleh in Ahvâs kein Widersacher mehr übrig war, so beauftragte er den Ebu Ali Ibn Usthâd Hurmus mit der Unterwerfung von Fârs; und dieser, nachdem er in jene Provinz sich begeben hatte, entriß dieselbe den Söhnen des Iss eddewleh. Als Behâ eddewleh die Nachricht von dieser Eroberung erhalten hatte, so kam er nach Schirâs, und nachdem er des Thrones von Fârs sich bemächtigt, so ertheilte er den Befehl, die Einwohner von Dudmân zur Strafe dafür, daß sie den Samsâm eddewleh verhaftet und den Söhnen des Bechthiâr überliefert hatten, zu tödten, worauf er diese Ortschaft durch Feuer zerstören ließ<sup>(1)</sup>. Dann entsendete er den Ebu Dschafer Ibn Usthâd Hurmus mit einer Heeresabtheilung nach Kermân, und dieser unterwarf diese ganze Provinz.

Bald darauf aber kam Ebu Nesr Ibn Iss eddewleh Bechthiâr, welcher vor dem Ebu Ali Ibn Usthâd Hurmus geflohen war und unter die Dilemiten sich begeben hatte, mit einer Schaar dieser Truppen nach Kermân; Ebu Dschafer, nachdem er wider ihn gestritten und die Flucht ergriffen hatte, suchte Zuflucht in Sirdschân und Ebu Nesr zog nach Dschireft und sandte Statthalter und Befehlshaber nach den Germsirâth (d. i. warmen Gegenden) von Kermân; worauf diese ganze Gegend unter seine Botmäßigkeit kam. Behâ eddewleh, als er von dieser Lage der Sache Nachricht erhalten hatte, beauftragte den Mufik Ibn Ismail nebst einem Theile des Heers mit der Unterdrückung dieses Aufstandes, und Mufik zog mit den Truppen nach Dschireft. Da er aber den Ebu Nesr Ibn Bechthiâr dort nicht antraf, so erkundigte er sich nach demselben und vernahm, daß der Lagerplatz des Ebu Nesr acht Parasangen entfernt wäre; worauf Mufik mit dreihundert auserlesenen Männern seines Heers dahin zog. Auch dort sah er keine Spur des Ebu Nesr; er brach also vor dem Eintritte der Morgendämmerung wieder auf und erreichte ihn endlich nach mehreren Tagemärschen. Als die beiden Heere mit Schwert und Säbel wider einander kämpften, so räumte zuletzt Ibn Bechthiâr das Schlachtfeld, und auf der Flucht streckte ihn einer sogar von seinen Gefährten mit einem Schlage zu Boden; worauf derselbe zu Mufik sich begab um ihm solches zu melden. Bald hernach kam ein anderer und überbrachte dem Mufik den von Körper getrennten Kopf des Ibn Bechthiâr; und nachdem Mufik eine große Anzahl der Flüchtlinge getödtet hatte, so unterwarf sich ihm die ganze Provinz Kermân [70].

---

(1) Wörtlich: nachdem er Feuer in dieser Ortschaft angezündet brachte er Rauch von ihrem Dudmân in die Höhe. Das Wortspiel: dūd es dūd māni ischân ber âwerd ist nicht übersetzbar. Der Name Dudmân bedeutet übrigens einen großen Stamm oder eine ansehnliche Wohnung, und die Redensart dūd ber âwerden gewöhnlich nichts anders als zerstören.



Sehr merkwürdig ist es, daß ein Sterndeuter, bevor Ebu Nesr Ibn Bechthiâr getödtet wurde, zu Mufik gesagt hatte: „an einem gewissen Montage wird Ebu Nesr getödtet werden.“ Als nun noch fünf Tage vor jenem Montage übrig waren, so sprach Mufik zu dem Sterndeuter: „Die von dir bestimmte Zeit ist nahe, und noch haben wir keine Nachricht über Ebu Nesr.“ Hierauf erwiederte der Sterndeuter: „wenn er an jenem Tage nicht getödtet sein wird, so tödte du mich; wenn er aber umkommen wird, so geziemt es dir, mich zu belohnen und zu beschenken.“ Da Ebu Nesr wirklich an dem von dem Sterndeuter vorher gesagten Montage getödtet wurde, so schenkte Mufik dem Sterndeuter eine beträchtliche Geldsumme und machte ihn dadurch zum reichen Mann.

Nach solcher Eroberung liefs Mufik einen Statthalter in Kermân zurück und begab sich zum Behâ eddewleh, welcher ihn mit Gunstbezeugungen und Geschenken ehrte und erfreute, gleichwohl aber nach einigen Tagen, weil er sich dem Dienste und der Aufwartung unter gesuchtem Vorwande entzog und die Warnungen des Behâ eddewleh nicht beachtete, verhaften, einkerkern und später tödten liefs.

Im Jahre 401 (vom 14. Aug. 1010 bis zum 2. Aug. 1011) starb der Oberfeldherr Ebu Ali zu Bagdâd, nachdem er sein Alter auf neun und vierzig Jahre gebracht und geraume Zeit die Oberfeldherrnstelle (das Emirât) in Bagdâd und Irâk verwaltet hatte. Er unterhielt mit gottesfürchtigen Leuten ein löbliches Zusammenleben, und unter der Regierung des Behâ eddewleh genoß niemand einer solchen Achtung als Ebu Ali [71].

Im Jahre 403 (vom 22. Jul. 1012 bis zum 11. Jul. 1013) [72] starb Behâ eddewleh an der fallenden Sucht, und sein Sarg wurde nach dem Begräbnisplatze des Fürsten der Gläubigen Ali, über welchem Friede sei, gebracht und dort beigesetzt. Er hatte ein Lebensalter von vierzig Jahren und neun Monaten erreicht, und vier und zwanzig Jahre regiert.

## XII.

### Regierung des Medschd eddewleh Ibn Fachr eddewleh Ibn Rukn eddewleh Ibn Bujeh.

Nach dem Tode des Fachr eddewleh setzten die Großen des Reichs dessen Sohn Medschd eddewleh, welcher noch im Kindesalter war, auf den Thron, die Geschäfte der Regierung aber besorgte die Mutter desselben Saideh, eine verständige Frau [73], welche in einer solchen Weise die Regierung verwaltete, daß im ganzen Reiche niemand weder im Einzelnen noch im Ganzen irgend etwas ohne ihr Wissen unternahm.

Im Jahre 390 (vom 12. Dec. 999 bis zum 29. Nov. 1000) wurde Medschd eddewleh Gefangener seiner Mutter auf folgende Veranlassung. Als Medschd eddewleh zu den Jahren der Reife gelangt war, so widersetzte er sich seiner Mutter in den Angelegenheiten der Regierung und übertrug sogar ohne ihre Zustimmung das Amt eines Vesirs dem berühmten <sup>(1)</sup> Ebu Ali (Ibn Sina oder Avicenna) [74]. Saideh, welche deshalb auf ihren Sohn zürnte, begab sich nach dem Schlosse Tebrek, worauf Ebu Ali zwar einige Wächter beauftragte darauf zu achten, daß Saideh nicht entfliehe; Saideh aber entkam gegen das Ende der Nacht aus der Burg und nahm den Weg nach Chusisthân. Als Bedr Ibn Hasanujeh, Statthalter dieser Provinz, von der Ankunft der Saideh unterrichtet wurde, so ging er ihr bis zum Gränzpass von Chusisthân entgegen, bewies ihr seine Ehrerbietung und Unterwürfigkeit in jeder Weise, sammelte Truppen und begleitete die Saideh nach Rai, wo er gegen Medschd eddewleh kämpfte und denselben nebst seinem Vesir gefangen nahm. Hierauf bemächtigte sich Saideh der Regierung, sandte den Bedr Ibn Hasanujeh mit kostbaren Ehrenkleidern und reichen Geschenken zurück, und befestigte ihre Herrschaft durch gewissenhafte Übung aller Pflichten der Gerechtigkeit. An den Audienztagen unterredete sie sich, hinter einem dünnen Vorhange sitzend, mit dem Vesir und dem Zahlmeister; und den Gesandten aus fremden Ländern ertheilte sie, ohne dazu von irgend jemanden einer Anweisung zu bedürfen, die gehörigen Antworten in angemessenen Worten.

Man erzählt, daß der Sultan Mahmûd der Gasnevide folgendes der Saideh melden liefs: „laß für mich das Kanzelgebet halten und mit meinem Namen die Münzen prägen; wo nicht, so sei zum Kriege gerüstet.“ Hierauf erwiederte Saideh: „so lange mein Gemal lebte, war ich darauf bedacht, was zu thun sein möchte, wenn der Sultan solches verlangen würde; jetzt aber bin ich in dieser Beziehung ohne Sorgen, weil der Sultan Mahmûd ein einsichtsvoller und verständiger Herrscher und der Ausgang eines Krieges ungewiß ist; wenn der Sultan siegte, so würde er dadurch seinen Ruhm nicht sehr vermehren, indem er nur eine Wittve überwältigen würde; und wenn er von mir eine Niederlage erlitt, so würde eine solche Schande bis zum jüngsten Tage nicht auf der Tafel der Geschichte gelöscht werden können.“

43

Möglich daß, so du über mich den Sieg gewinnst,  
Du einer Wittve Rede gestanden seiest;  
Ich, so ich wider dich suchte zu (rechter) Zeit den Streit,  
Wäre eine geschickte Spielerin auf der Erde Oberfläche.

---

(<sup>1</sup>) Nach andrer Leseart (auch in der Chronik des Heider): dem Chatib d. i. Redner der Moschee.

Aus eben solchem Kampfe, wie (dem Kampfe) des Fuchses und des Wolfes,  
Würdest du erniedrigt, und ich würde erhöht hervorgehen (¹).

Durch diese geschickte Antwort wurde der Sultan Mahmûd bewogen von Feindseligkeiten abzustehen; und so lange Saidch lebte, unternahm er keinen Krieg gegen ihr Reich. Als Saidch nach einiger Zeit mit ihrem Sohne sich versöhnte, so gelangte Medschd eddewleh auf den Thron, Saidch blieb jedoch im Besitze der Herrschaft. Sie sandte den Schems eddewleh, den Bruder des Medschd eddewleh, nach Hamadân und übertrug [im J. 398 vom 16. Sept. 1007 bis zum 3. Sept. 1008] dem Ebu Dschafer Ibn Kakuje die Statthalterschaft von Isfahân [75]. So lange Saidch am Leben blieb, bewahrte die Herrschaft des Medschd eddewleh ihren vollen Glanz, nach dem Tode der Saidch [im J. 420] aber trat Unordnung und Verwirrung ein [76].

Im Anfange des Jahrs 420 (vom 19. Jan. 1029 bis zum 8. Jan. 1030) unternahm der Sultan Mahmûd Gâsi einen Kriegszug aus Gasnah nach Irâk [77], um diese Provinz zu erobern; und als er nach Masenderân kam, so erschien bei ihm Menutscheher Ibn Schems el maali Kabus Ibn Veschmgir und überreichte ihm königliche Geschenke; nach einigen Tagen aber kehrte derselbe aus bloßer Furcht, ohne Erlaubniß in seine Provinz zurück, sandte jedoch für die Bedürfnisse der Truppen des Sultans vier hundert Tausend Dinare und entschuldigte sich, worauf der Sultan seinen Fehler ihm verzieh. Zu dieser Zeit sandte Medschd eddewleh an den Sultan einen Brief, in welchem er sich über seine Truppen beschwerte; Medschd eddewleh aber liebte keine andere Beschäftigung als den Umgang mit Weibern und die Lesung von Büchern. Als der Sultan von den Verhältnissen jenes Fürsten Kunde erhielt, so sandte er ein beträchtliches Heer nach Rai und befahl dem Heerführer dafür zu sorgen, daß er den Medschd eddewleh gefangen nähme und fesselte. Da nun die Truppen des Sultans nach Rai gekommen waren, so begab sich Medschd eddewleh zu ihnen, und der Hadschib <sup>41</sup> (Kammerherr) des Sultans, welcher der Emir der Truppen war, nahm den Medschd eddewleh und dessen Sohn Ebu Dîlf gefangen; worauf der Sultan, nachdem er davon benachrichtigt worden war, ohne Aufenthalt nach Rai kam. Aus dem dortigen Schatze überbrachte man dem Sultan die Summe von einer Million Di-

---

(¹) Diese Verse habe ich um so mehr ganz wörtlich übersetzt, als der Sinn der einzelnen Ausdrücke mir nicht vollkommen klar ist, obgleich über den Sinn des Ganzen, welches nur das vorhin in Prosa schon gesagte wiederholt kein Zweifel obwalten kann. Das zweite Distichon scheint eine Anspielung auf das Schachspiel zu enthalten, indem die Worte kaim endâs besonders einen geschickten Schachspieler bezeichnen. Der Sinn des von den Handschriften E. und G. mitgetheilten Distichons ist:

Wenn du von der Gradheit abweichst, so ist es krumm;

Was ist das für Tapferkeit, welche von einem Weibe überwunden wird!

nare an baarem Gelde, und Edelsteine im Werthe von fünf hundert Tausend Dinaren, so wie sechs Tausend seidene Kleider, auch Geräthe von Gold und Silber. Dann liefs er den Medschd eddewleh zu sich kommen und fragte ihn: „Hast du das Schahnâneh, welches die Geschichte der Könige von Persien enthält, und das Thârich Tabari, in welchem die Schicksale des Fürsten des Islam dargestellt werden, gesehen?“ Als Medschd eddewleh diese Frage bejahete, so fragte der Sultan weiter: „hast du Schach gespielt?“ Auch diese Frage wurde von Medschd eddewleh bejahet; worauf der Sultan fortfuhr: „ist in jenen Büchern wohl berichtet, dafs in einem Reiche zwei Könige herrschten, oder hast du auf einem Felde des Schachbretts zwei Könige gesehen?“ Da Medschd eddewleh diese Frage verneinte, so sprach der Sultan: „was hat dich denn bewogen, dich in die Gewalt eines Mannes zu geben, welcher mächtiger ist als du?“ Hierauf liefs er den Medschd eddewleh nebst dessen Sohn und Befehlshabern fesseln und sandte sie nach Gasnah; worauf er dem Chalifen Kâdir in folgender Weise schrieb: „Wir kamen nach Rai, nahmen den Medschd eddewleh gefangen und fanden in dessen Palaste funfzig freie Weiber, und darunter mehr als dreifsig Mütter von Söhnen; ich fragte ihn dann, nach welchen Grundsätzen er diese Weiber unterhielte, worauf er antwortete, es sei schon der Gebrauch seiner Vorfahren gewesen mit den Weibern nur eine Zeitehe einzugehen und in solcher Weise sie zu unterhalten. Wir liefsen ferner eine Zahl von Bateniten, welche in seinem Dienste standen, am Galgen aufhängen, und versetzten sämmtliche zu Rai sich aufhaltende Mothaseliten von dort <sup>(1)</sup> und sandten sie nach Chorasân“ [78].

Es wird überliefert, dafs in der Bibliothek des Medschd eddewleh eine grofse Zahl von Büchern sich befand, und der Sultan diejenigen dieser Bücher, welche die Lehren der Sofis und Mothaseliten enthielten, verbrennen, die übrigen aber nach Chorasân bringen liefs. Indem der Sultan seinen Sohn Mesûd in Rai zurückliefs, kehrte er selbst zurück, wie vorhin (in der Geschichte der Gasneviden) berichtet worden ist [79].

### XIII.

#### 5 Regierung des Sultân eddewleh Ibn Behâ eddewleh Ibn Adhed eddewleh.

Als Behâ eddewleh in Ardschân gestorben war, so begab sich Sultân eddewleh, nachdem er des Thrones sich bemächtigt, von Ardschân nach Schirâs,

---

(1) Das Verbum kutschâniden findet sich nicht in den Wörterbüchern; es ist ohne Zweifel von dem vornehmlich in der Chorasmischen Mundart üblichen Worte kutsch d. i. Wanderung (s. Meninsky) abgeleitet und bedeutet also auf die Wanderung bringen.



und sandte den einen seiner Brüder Dscheläl eddewleh nach Basrah und den andern mit Namen Ebulfewâris nach Kermân. Den Ebulfewâris aber, nachdem er in Kermân sich festgesetzt hatte, bewog eine Schaar der Dilemiten, sich wider seinen Bruder zu empören, Truppen zu sammeln und gegen Schirâs zu ziehen; und da Sultân eddewleh nicht in Fârs anwesend war, so bemächtigte sich Ebulfewâris dieser Provinz ohne Schwierigkeit. Sobald Sultân eddewleh von diesem Ereignisse Kunde erhalten hatte, so sammelte er ein Heer und zog wider seinen Bruder; und Ebulfewâris, welcher aus Schirâs hervorkam und wider den Sultân eddewleh stritt, wurde in die Flucht geschlagen, floh nach Kermân, und entwich, als ihn sein Bruder dahin verfolgte, aus Kermân nach Chorasân, wo ihn Jemin eddewleh Mahmûd, zu welchem er sich begab, mit Achtung und Höflichkeit empfing, und in der Versammlung, in welcher die Königlichen Prinzen (Söhne von Königen) sich beisammen fanden, ihm seinen Platz vor dem Dâra Ibn Schems elmaâli Kâbus Ibn Veschmgir anwies. Solches verdroß den Dâra sehr, und er bemerkte daher in jener Versammlung, daß die Väter des Ebulfewâris einst Diener seiner Vorfahren gewesen wären; was sich darauf bezog, daß Imâd eddewleh und dessen Brüder ehemals im Solde des Merdâvidsch Ibn Sijâd des Oheims von Kâbus gedient hatten. Hierauf sprach der Sultân Mahmûd: „dem Ebulfewâris gebührt der Rang vor dir, weil seine Väter das Reich mit dem Schwerte erobert haben;“ womit der Sultan eigentlich in Erinnerung bringen wollte, daß er selbst mit den Waffen das Reich den Samaniden abgewonnen hatte. Indem der Sultan also der Angelegenheiten des Ebulfewâris sich annahm, gab er bald hernach dem Ebu Said aus dem (arabischen) Stamme Taj, einem seiner angesehensten Emire, den Auftrag, mit einem zahlreichen Heere den Ebulfewâris nach Irâk zu begleiten; und diese beiden kamen zuerst nach Kermân und unterwarfen sich diese Provinz, worauf sie nach Fârs ihren Zug fortsetzten und Schirâs ebenfalls einnahmen, während Sultân eddewleh in Bagdâd sich aufhielt. Da aber Ebulfewâris dem Ebu Said nicht gehörige Ehre erwies, so fühlte dieser sich gekränkt, kehrte zurück und beklagte sich in dem Rathe des Sultans 46 über den Ebulfewâris.

Sultân eddewleh, als er die Rückkehr des Ebu Said vernommen hatte, verließ Bagdâd und begab sich auf den Weg nach Schirâs; worauf Ebulfewâris die Provinz Fârs räumte und nach Kermân entwich; und da Sultân eddewleh auch dahin durch ein Heer ihn verfolgen liefs, so begab er sich, weil er mit dem Sultân Mahmûd noch nicht sich versöhnt hatte, nach Hamadân zu dem Schems eddewleh Ibn Fachr eddewleh, und von dort nach Betâih [80], wo ihn Mohadsdib eddewleh, Fürst dieses Landes, mit der äußersten Höflichkeit und Achtung aufnahm und reichlich beschenkte. Gleichzeitig übersandte dem Ebul-



fewâris sein Bruder Dschelâl eddewleh aus Basrah werthvolle Kleider, arabische Pferde und vieles Geld, indem er ihm melden liefs, er würde ihm getreulich dienen, falls er diese Gegend mit seinem Besuche beehren würde. Mittlerweile wurde durch Gesandtschaften, welche die Brüder mit einander wechselten, eine Vereinbarung unter der Bedingung bewirkt, daß Sultân eddewleh die Provinz Kermân in der früheren Weise dem Ebulfewâris überlassen, und dieser dagegen aller Widerspenstigkeit wider seinen Bruder sich enthalten sollte. So war also im Jahre 409 (vom 19. Mai 1018 bis zum 7. Mai 1019) Ebulfewâris wiederum Fürst in Kermân.

Im Jahre 411 (vom 26. April 1020 bis zum 15. April 1021), als der grösste Theil der Truppen von Irâk sich geneigt zeigte in den Dienst des Ebu Ali Hassan Ibn Behâ eddewleh, welchen man Muschrif eddewleh zu nennen pflegt, überzutreten (d. i. den Ebu Ali als ihren Herrn anzuerkennen): so riethen dem Sultân eddewleh seine Râthe, den Ebu Ali zu verhaften, weil ohne solche Mafsregel ein Aufstand ausbrechen würde. Sultân eddewleh versuchte es zwar den Ebu Ali in seine Gewalt zu bekommen, es gelang ihm aber nicht. Da der beste Theil der Truppen wirklich in den Dienst des Muschrif eddewleh übertrat, so verlor Sultân eddewleh den Muth und begab sich nach Wâsit. Nach längerem Streite schlossen die Brüder mit einander Frieden unter der Bedingung, daß keiner von ihnen den Ibn Sehlân zum Vesir ernennen, Muschrif eddewleh als Statthalter seines Bruders die Provinz des arabischen Irâk regieren und Sultân eddewleh in Fârs und Ahvâs seinen Sitz nehmen sollte. In Folge dieser Vereinbarung begab sich Sultân eddewleh von Wâsit nach Ahvâs. Als er aber nach Thusther kam, so ernannte er den Ibn Sehlân zum Vesir, worüber Muschrif eddewleh unwillig wurde, weil ausgemacht worden war, daß sie dem Ibn Sehlân keinen Antheil an den Regierungsgeschäften zugestehen wollten. Hierauf rüstete Sultân eddewleh ein Heer aus, welches unter der Anführung des Ibn Sehlân den Muschrif eddewleh aus Irâk zu vertreiben bestimmt war. Muschrif eddewleh aber brachte glücklich ein Heer zusammen, ging dem Ibn Sehlân entgegen und überwand ihn in einer Schlacht; worauf Ibn Sehlân in die Burg von Wâsit sich flüchtete. Als dort Muschrif ihn belagerte, so entstand in der Burg eine heftige Hungersnoth, und diese Bedrängnifs stieg zu einer solchen Höhe, daß alle Hunde und Katzen verzehrt wurden, und da solche Noth für die Bewohner der Burg von langer Dauer war, so sah Ibn Sehlân sich genöthigt, dem Muschrif eddewleh nach bedungener Sicherheit sich zu unterwerfen.

Im Monate Dsulhidschdscheh (dem zwölften arabischen Monate) des Jahrs 411 (vom 26. April 1020 bis zum 15. April 1021) erhielt Muschrif eddewleh den Ehrentitel Schâhinschâh (d. i. König der Könige), und entfernte den Namen des Sultân eddewleh aus dem Kanzelgebete in den Moscheen [81].

Im Jahre 412 (vom 16. April 1021 bis zum 4. April 1022) kam Dscheläl eddewleh, Fürst von Basrah, mit seinem Bruder Muschrif eddewleh in Folge einer Verabredung dahin überein, den Ibn Sehlân blenden zu lassen. Seitdem solches geschehen war, zeigten sich die Spuren der Schwäche und des Verfalls in den Angelegenheiten <sup>(1)</sup> des Sultân eddewleh; und die Türken, welche zu Ahvâs sich befanden, fingen mit den Begleitern desselben Streit an, und beraubten dieselben ihres Geldes und Gepäcks.

#### XIV.

##### Regierung des Ebu Ali Muschrif eddewleh Ibn Behâ eddewleh.

Im Anfange des Jahrs 412 (vom 16. April 1021 bis zum 4. April 1022) hielt man zu Bagdad das Kanzelgebet im Namen des Muschrif eddewleh, indem man den Namen seines Bruders, des Sultân eddewleh, wegließ [82]. Eine Schar der Dilemiten, deren Gefolge zu Ahvâs sich befand, erbat sich von dem Muschrif eddewleh die Erlaubniß in jene Gegend sich zu begeben, ihre Familie und Kinder zu besuchen und dann zurückzukehren; und Muschrif eddewleh, als er ihnen solchen Urlaub bewilligte, gab ihnen seinen Vesir Ebu Gâlib zum Begleiter. Als die Dilemiten nach Ahvâs gekommen waren, so überwältigten sie den Ebu Gâlib <sup>(2)</sup> und tödteten ihn, worauf die Türken, welche dem Muschrif eddewleh zugehan waren, nach Dschesir (Dschesirch?) Ibn Rejis sich flüchteten. Sultân eddewleh, als er die Ermordung des Vesirs vernahm, freute sich darüber, weil er den Ebu Gâlib sehr fürchtete, und sandte seinen Sohn Ebu Kâlendschâr nach Ahvâs.

Im Jahre 413 (vom 5. April 1022 bis zum 24. März 1023) kam zwischen Sultân eddewleh und Muschrif eddewleh eine Übereinkunft zu Stande, nach welcher das arabische Irâk dem Muschrif eddewleh, Fârs und Kermân dem Sultân eddewleh verbleiben sollten; und beide schwuren, sich einander in ihren Provinzen nicht zu beunruhigen [83].

Im Jahre 415 (vom 14. März 1024 bis zum 2. März 1025) starb Sultân eddewleh zu Schirâs [84]; und da dessen Sohn Ebu Kâlendschâr zu Ahvâs sich befand, so ließ Ibn Mokatrem denselben durch Eilboten, welche er von Schirâs absandte, einladen zu kommen. Die Türken aber, welche in Fârs ihr Standlager hatten, sandten ein Schreiben nach Kermân und luden in demselben den Ebul-fewâris ein; und dieser kam vor der Ankunft des Ebu Kâlendschâr aus Kermân

---

<sup>(1)</sup> Wörtlich: in den Wangen der Angelegenheiten.

<sup>(2)</sup> Wörtlich in einem Wortspiel: sie machten den Vater des Überwältigers zum Überwältigten.

nach Schiràs und nahm den Ibn Mekarrem gefangen; worauf Ebu Kàsım, der  
 18 Sohn des Ibn Mekarrem, welcher im Dienste des Ebu Kàlendschâr stand, seinen  
 Herrn aufforderte und anreizte Schiràs zu erobern. In Folge dieser Aufforderung  
 rüstete Ebu Kàlendschâr ein zahlreiches Heer aus Ahvàs und Chusisthàn, mit  
 welchem er nach Fârs zog; und Ebulfewâris, dem es an hinlänglicher Macht  
 fehlte, sich zu behaupten, kehrte nach Kermân zurück.

## XV.

### Regierung des Ebu Kàlendschâr Ibn Sultân eddewleh Ibn Behâ eddewleh.

Ebu Kàlendschâr kam, als sein Oheim Ebulfewâris nach Kermân zurück-  
 kehrte, nach Schiràs und behauptete die Herrschaft; die Dilemiten aber theilten  
 sich in zwei Partheien, indem die Einen der Meinung waren, daß man den  
 Ebulfewâris aus Kermân vertreiben müßte, die Anderen aber zum Frieden rie-  
 theten. Zu dieser Zeit erregten die Soldaten einen Aufstand, indem sie ihren  
 Sold begehrten; in dem Schatze aber war kein Geld vorhanden. Da Ebu Kàlen-  
 dschâr wegen seines jugendlichen Alters nicht im Stande war, die Truppen in  
 Ordnung zu bringen, so verließ er Schiràs und begab sich nach Newbendedschân,  
 wo wegen der heftigen Hitze der Luft viele seiner Soldaten erkrankten. Von  
 dort kam er nach Schaab Buwân. Die Dilemiten aber, welche in Schiràs geblie-  
 ben waren, sandten einen Eilboten an den Ebulfewâris, um ihm zu melden, daß  
 die Stadt verlassen wäre; und als dieser Fürst wiederum nach Schiràs kam, so  
 übergaben sie ihm die Stadt. Ebulfewâris, nachdem er der Herrschaft in Schiràs  
 sich bemächtigt hatte, zog gegen Schaab Buwân; und als er in dieser Gegend  
 anlangte, so vermittelten Friedensstifter eine Vereinbarung, nach welcher Schiràs  
 und Kermân dem Ebulfewâris verbleiben sollten, und Ebu Kàlendschâr mit der  
 Herrschaft über Ahvàs sich zu begnügen hatte. Hierauf kehrte Ebulfewâris nach  
 Schiràs zurück und Ebu Kàlendschâr begab sich nach Ardschân.

Als aber der Vesir des Ebulfewâris gegen die Bewohner von Fârs in einem  
 solchen Maße Erpressungen übte, daß diejenigen, welche den Ebulfewâris geru-  
 fen hatten, diesen Schritt bereuten: so flohen einige derselben zum Ebu Kàlen-  
 dschâr, worauf die Mißthelligkeit und Feindseligkeit zwischen dem Oheim und dem  
 Brudersohne von Neuem ausbrach; dergestalt daß Ebu Kàlendschâr in Fârs ein-  
 drang, und Ebulfewâris, nachdem er ein Heer gerüstet, aus der Stadt (Schiràs) ihm  
 49 entgegen zog. Nach vielen Kämpfen eilte Ebulfewâris, da er zur Flucht genö-  
 thigt wurde, nach Dàràbdscherd, und Ebu Kàlendschâr bemächtigte sich [im

Jahre 415] des Throns von Fârs [85]. Was ferner sich ereignete, soll, so Gott will, sogleich berichtet werden.

## XVI.

### Regierung des Dschelâl eddewleh Ibn Behâ eddewleh.

Im Monate Rebi el-ewwel (dem dritten Monate) des Jahrs 416 (vom 3. März 1025 bis zum 20. Febr. 1026) starb Muschriif eddewleh, nachdem er drei und zwanzig Jahre und drei Monate gelebt und fünf Jahre und fünf und zwanzig Tage regiert hatte [86]. Da zu der Zeit seines Ablebens sein Bruder Ebu Tâhir Dschelâl eddewleh sich zu Basrah befand, so liefs man zu Bagdâd zwar (im Kanzelgebete) den Namen desselben nach dem Namen des Chalifen nennen, und sandte Eilboten aus um ihn einzuladen; Dschelâl eddewleh aber zögerte so lange mit der Reise nach Bagdâd (Dâr esselâm), dafs man zuletzt seinen Namen wieder aus dem Kanzelgebete ausliefs. Als Dschelâl eddewleh dieses vernahm, so begab er sich auf die Reise nach Bagdâd; ein Theil der Truppen des Chalifen stellte sich zwar, als er in jenes Land kam, ihm entgegen um ihn zurückzuweisen, als er aber sich nicht abwehren liefs, so kam es zum Kampfe, und er wurde durch die Plünderung seiner Schätze zum Rückzuge gezwungen, worauf er nach Basrah eilte.

Im Jahre 417 (vom 21. Febr. 1026 bis zum 9. Febr. 1027) bemächtigten sich die Türken der Gewalt zu Bagdâd, übten gegen das geringe Volk Erpressung und Gewaltthätigkeiten und behielten in den Kämpfen, welche zwischen ihnen und der Bevölkerung (von Bagdâd) Statt fanden, die Oberhand, worauf sie viele wohlhabende Einwohner ausplünderten und die Strafsen und Plätze von Bagdâd durch Feuer verwüsteten [87]; allein ungeachtet ihres Sieges besorgten die (Türkischen) Soldaten, dafs sie nicht im Stande sein möchten dem Angriffe der Kurden und Araber aus der Umgegend von Bagdâd auf die Stadt Widerstand zu leisten; und sie liefsen den Dschelâl eddewleh einladen zu kommen. Auf solche Weise geschah es, dafs im Dschumada 'lewwel (dem fünften Monate) des Jahrs 418 (vom 10. Febr. 1027 bis zum 27. Jan. 1028) das Kanzelgebet wiederum im Namen des Dschelâl eddewleh verrichtet wurde [88]. Im Ramadân (dem neunten Monate) des erwähnten Jahrs eilte Dschelâl eddewleh aus Basrah nach Bagdâd, begab sich in den Palast des Chalifats, bewies durch den Kuß des Fußbodens dem Chalifen seine Ehrerbietung und wurde von demselben hoch geehrt, worauf er in dem Palaste des Emirats seine Wohnung nahm und verordnete, dafs vor 50 der Pforte dieses Palastes täglich fünfmal die Heerpauken geschlagen werden sollten. Der Chalife aber untersagte ihm die Vollziehung dieser Verfügung, und



Dschelâl eddewleh stand mit Unwillen davon ab; der Chalife nahm jedoch in Berücksichtigung der Wohlfahrt des Reichs seinen Einspruch zurück und gestattete es, dafs an der Pforte des Palastes des Emirats täglich fünfmal die Heerpauken geschlagen wurden [89].

Im Jahre 419 (vom 30. Jan. 1028 bis zum 18. Jan. 1029) erregten die Türken einen gewaltigen Aufstand gegen Dschelâl eddewleh, verlangten von dem Ebu Ali Ibn Mâkulâ, dem Vesir desselben, Sold und Löhnung, plünderten den Palast des Vesirs und hielten den Dschelâl eddewleh in der Burg (dem Palaste) eingeschlossen, bis endlich der Chalife als Vermittler auftrat und Dschelâl eddewleh die Türken dadurch zur Ruhe brachte, dafs er seine Teppiche, Kleider und Zelte verkaufte und (das dadurch gewonnene Geld) ihnen gab.

In demselben Jahre erhob sich ein Streit zwischen den Türken und den Dilemiten zu Basrah, und da Melik Asis Ebu Mansur, Sohn des Dschelâl eddewleh, die Parthei der Türken nahm, so begaben sich die Dilemiten nach Obollah (bei Basrah), und die Feindschaft der beiden Partheien wider einander gewann eine längere Dauer. Ebu Kâlendschâr, der damals zu Ahvâs war, indem er eine solche Gelegenheit als Gewinn betrachtete, sandte ein Heer nach Basrah um diese Stadt einzunehmen, und dieses Heer, als es von dort nach Wâsit zog und in dieser Stadt ankam, plünderte eine Schaar von Truppen des Dschelâl eddewleh aus, welche es daselbst antraf. Da nun Dschelâl eddewleh nach Wâsit ziehen wollte, um jene Truppen des Ebu Kâlendschâr zu züchtigen, so gehorchten seine Soldaten ihm nicht, sondern forderten Sold; und weil es ihm an Geld fehlte, so begann er Erpressungen zu üben, wodurch die Einwohner von Bagdâd zum Hasse und Unwillen gereizt wurden.

## XVII.

### Geschichte des Kavâm eddin Ebulfewâris Ibn Behâ eddewleh und Vollendung der Geschichte des Ebu Kâlendschâr und des Dschelâl eddewleh und deren Ende.

Der gröfsere Theil der Geschichte des Ebulfewâris ist bereits in den Berichten über dessen Brüder vorgetragen worden.

Im Jahre 419 (vom 30. Jan. 1028 bis zum 18. Jan. 1029) brachte Ebulfewâris ein beträchtliches Heer zusammen um nach Fârs zu ziehen; auf dem Wege aber erreichte ihn der Bote des Todes und er ging in die andere Welt über; worauf die Emire und Häupter von Kermân den Ebu Kâlendschâr aus Ahvâs beriefen, und dieser ohne Schwertstreich selbstständiger Gebieter von Fârs



und Kermân wurde [90]. In solcher Weise wurden die Unterthanen von der Grausamkeit des Ebulfewâris befreiet. Dieser Fürst pflegte, wenn er dem Trunke sich überliefs, seine Gesellschafter und Trinkgenossen mit Schlägen zu mißhandeln; einmal befahl er in der Trunkenheit seinem Vesir zweihundert Hiebe zu- 51 zutheilen und als er wieder zu Sinnen kam, so nahm er, indem er den Vesir freiliefs, demselben einen Eid ab, wodurch der Vesir sich verpflichtete, mit niemanden (von der erlittenen Mißhandlung) zu reden.

Nachdem Ebu Kâlendschâr zu dem Besitze der Herrschaft gelangt war, so sammelte er ein Heer und zog gegen Wâsit; und Dschelâl eddewleh kam ebenfalls mit einem beträchtlichen Heere aus Bagdâd heran. Zu dieser Zeit aber erhielt Ebu Kâlendschâr die Nachricht, daß der Sultân Mahmud die Stadt Rai erobert habe [91] und die übrigen Provinzen von Irâk gleichfalls sich zu unterwerfen gedenke; worauf er einen Boten an Dschelâl eddewleh sandte, mit folgender Meldung: wenn auch früher unter uns ein Streit obwaltete, so ist es doch jetzt vonnöthen, daß wir, da ein Fremder in das Reich eindringt, gemeinschaftlich den Feind aus dem ererbten Reiche verjagen." Dschelâl eddewleh gewährte jedoch diesem Vorschlage nicht seine Zustimmung, sondern zog mit seinem Heere nach Ahvâs, plünderte diese Provinz, und erbeutete sehr vieles Geld aus dem (dortigen) Palaste des Emirats. Gegen das Ende des Rebi el ewwel (des dritten Monats) des Jahrs 421 (vom 8. Jan. bis 27. Dec. 1030) trafen die beiden Heere auf einander und stritten drei Tage und Nächte wider einander, bis endlich Ebu Kâlendschâr flüchtig wurde, und da zwei Tausend Mann (¹) seines Heers getödtet waren, im schlimmsten Zustande nach Ahvâs zurückkam. Dschelâl eddewleh dagegen begab sich nach diesem Siege nach Wâsit, bemächtigte sich dieser Gegend, und eilte dann nach Bagdâd.

Im Jahre 422 (vom 28. Dec. 1030 bis zum 17. Dec. 1031) starb (der Chalife) Kâdir billâh und hatte zum Nachfolger den Kâjim biemr illâh [92]. Die Türken erregten [im Jahre 423 vom 18. Dec. 1031 bis zum 5. Sept. 1032] aufs Neue einen Aufstand und plünderten den Palast des Vesirs des Dschelâl eddewleh [93]; und als Dschelâl eddewleh die Stadt Bagdâd verliefs und nach Okberâ sich begab, so verkündigte man zu Bagdâd das Kanzelgebet im Namen des Ebu Kâlendschâr und rief diesen Fürsten aus Ahvâs herbei. Da aber Adil Ibn Jâfeth dem Ebu Kâlendschâr es widerrieth nach Bagdâd sich zu begeben [94], und die Einwohner von Bagdâd daran verzweifelten, daß Ebu Kâlendschâr zu ihnen kommen werde: so stellten sie das Kanzelgebet im Namen des Dschelâl eddewleh

---

(¹) Nach der Handschrift E, welche das Zahlwort du ausläfst, (was S. 51 nach Anm. 5 unter den Varianten nachzutragen ist), nur Tausend Mann.

wieder her. Hierauf begaben sich einige der Türken zu dem letztern, baten ihn um Verzeihung und führten ihn wieder nach Bagdād [95].

Im Jahre 426 (vom 15. Nov. 1034 bis zum 3. Nov. 1035) war sowohl das Chalifat als das Sultanat zu Bagdād ohne alle Gewalt, die Aufrührer erhoben ihr Haupt, die Kurden und Araber drangen bis nach Bagdād vor, raubend und plündernd, und weder der Chalife noch der oberste Emir (Pädschāh) waren im Stande sie abzuwehren. Der Übermuth der Aufrührer ging selbst so weit, daß sie am hellen Tage der Häuser sich bemächtigten und dieselben ausplünderten <sup>(1)</sup> [96].

52 Im Jahre 427 (vom 4. Nov. 1035 bis zum 23. Okt. 1036) empörten sich die Türken von Bagdād wider den Dschelāl eddewleh, und versuchten ihn aus Bagdād zu vertreiben, was einen Krieg veranlafte [97].

Im Jahre 428 (vom 24. Okt. 1036 bis zum 12. Okt. 1037), als der Feldhauptmann der Türken getödtet worden war, verringerte sich die Macht der Widersacher des Dschelāl eddewleh bedeutend. In demselben Jahre versöhnten sich Dschelāl eddewleh und Ebu Kälendschār und schwuren einander einen Eid, durch welchen sie sich verpflichteten, keine Feindseligkeit wider einander zu üben; worauf der Chalife Kājim ein Ehrenkleid an Ebu Kälendschār sandte.

Im Jahre 429 (vom 13. Okt. 1037 bis zum 1. Okt. 1038) ertheilte man dem Dschelāl eddewleh den Ehrentitel Melik el moluk (d. i. König der Könige); er aber weigerte sich anfangs denselben anzunehmen, und verstand sich erst dann dazu, als die Fakih's durch einen Ausspruch (Fethwa) jenen Titel gebilligt hatten [98].

Im Jahre 430 (vom 2. Okt. 1038 bis zum 21. Sept. 1039) am 23<sup>sten</sup> Tage des letztern Kānun (23. Jan. 1039) fiel in Bagdād soviel Schnee, daß die Erde damit zwei Spannen hoch bedeckt war; und der Tigris war während sechs Tagen gefroren <sup>(2)</sup>.

Im Jahre 432 (vom 10. Sept. 1040 bis zum 29. Aug. 1041) als wiederum Dschelāl eddewleh mit den Türken in Streit gerieth, so begab er sich von der östlichen Seite (der Stadt Bagdād) nach der westlichen, sandte in die Provinzen und rief Truppen herbei; die Türken aber beraubten mit Gewalt und Ungestüm die Einwohner der Stadt ihres Geldes.

Im Jahre 434 (vom 20. Aug. 1042 bis zum 8. Aug. 1043) drang Ibrahim Ināl (Bruder des Togrulbek) Seldschuki in Irāk ein und eroberte Hamadān, und späterhin setzte Togrulbek in Rai sich fest [99].

<sup>(1)</sup> Wörtlich: das Feuer des Raubes und der Plünderung anzündeten.

<sup>(2)</sup> Vgl. *Abulfaragii (Bar Hebraei) Chronicon syriacum* ed. Bruns. et Kirsch p. 234, wo es bloß heisst: „im (Monate) Kānun,“ es fehlt also daselbst die nähere Beziehung dieses Monates, welche Mirchond hinzugefügt.

Im Monate Schabân (dem achten Monate) des Jahrs 435 (vom 9. Aug. 1043 bis zum 28. Jul. 1044) starb Dschelâl eddewleh Ebu Tâhir Ibn Behâ eddewleh Ibn Adhed eddewleh an einer Leberkrankheit; er war im Jahre 383 (vom 25. Febr. 993 bis zum 13. Febr. 994) geboren worden, und regierte zu Bagdâd sechszehn Jahre und elf Monate [100]. Er wurde eben daselbst in seinem Palaste begraben. Wer sich mit dem Leben des Dschelâl eddewleh bekannt machen will, der wird aus der Schwäche und Feigheit dieses Fürsten und der Gewalt der Soldaten und Befehlshaber über ihn (auf der Einen) und der langen Dauer seiner Regierung (auf der andern Seite) mit Gewißheit erkennen, daß Glück und Unglück, ja vielmehr alle Dinge von dem Willen Gottes abhängen; denn „du (o Gott) verleihst das Reich wem du willst und nimmst das Reich wem du willst.“ Nach dem Tode des Dschelâl eddewleh begaben sich dessen Verwandte und Vertraute aus Furcht vor den Türken in den Palast des Chalifats, und der Chalife sandte einige Mannschaft aus, um deren Wohnungen gegen Raub und Plünderung zu schützen.

Zu dieser Zeit hielt Ebu Mansur, der älteste Sohn des Dschelâl eddewleh, zu Wâsit sich auf, wohin einige der Häupter von Bagdâd einen Boten sandten, um dem Ebu Mansur ihre Unterwürfigkeit zu bezeigen; andere aber von jenen Häuptern waren dem Ebu Kâlendschâr geneigt, und riefen diesen Fürsten. Mittlerweile hatte Melik Ebulasis Mansur bereits vor der Ankunft des Boten aus Bagdâd die Stadt Wâsit verlassen und auf die Reise nach Bagdâd sich begeben; als er aber nur noch zwei Rastplätze von der letztern Stadt entfernt war, so traten durch die Treulosigkeit der Soldaten seiner Herrschaft (seinem Emirats) 53 Hindernisse entgegen; und nachdem zwischen denen von Bagdâd und Ebu Kâlendschâr Gesandte und Briefe gewechselt worden waren, so wurde der letztere im Monat Ramadân (dem neunten Monate) des Jahrs 436 (vom 29. Jul. 1044 bis zum 17. Jul. 1045) [101] als Emir des arabischen Irâk anerkannt.

Im Jahre 437 (vom 18. Jul. 1045 bis zum 6. Jul. 1046) verpflichtete sich der Statthalter von Isfahân zur Zahlung des Tributs an Togrulbek.

Im Jahre 439 (vom 27. Jun. 1047 bis zum 14. Jun. 1048) wurde zwischen Ebu Kâlendschâr und dem Sultan Rukn eddin Togrulbek Friede geschlossen, worauf der letztere dem Ibrahim Inâl schrieb, er möge soviel er von den Ländern der Dilemiten bereits genommen habe, behalten, fernerhin aber, da ein Friede mit den Dilemiten geschlossen worden sei, keine Feindseligkeit üben. Hierauf nahm Togrulbek die Tochter des Ebu Kâlendschâr zur Gemahlin, und der Sohn des Ebu Kâlendschâr warb um die Tochter des Dâud Seldschuki, des Bruderssohns von Togrulbek [103].

Im Jahre 440 (vom 15. Jun. 1048 bis zum 3. Jun. 1049) ging Ebu Kâlendschâr Mersbân Ibn Sultân eddewleh Ibn Behâ eddewleh in der Provinz Kermân

aus der irdischen Welt in die Wohnung der Ewigkeit über [104]; und die Ursache seines Todes war nach dem Râthschlusse Gottes folgende: Als er eines Tages auf die Jagd gegangen war, und gebratene Rehleber speifste, so fühlte er in seinem Schlunde einen Reiz, fiel hierauf in ein Fieber, und verlief nach einigen Tagen diese unstäte Welt in einem Alter von etwas mehr als vierzig Jahren, nachdem er zu Bagdâd seit dem Tode des Dschelâl eddewleh vier Jahre drei Monate und zehn Tage regiert hatte. Nach dem Ableben des Ebu Kâlendschâr raubten die Türken, welche zur Zeit seines Todes im Lager sich befanden, die Schätze, Waffen und Lastthiere; und Ebu Mansûr Fûlâd Suthûn (d. i. Stahlsäule) [105], der Sohn des Ebu Kâlendschâr, begab sich in das Zelt des Vesirs. Hierauf griffen die Türken auch die Wohnung des Vesirs an um gegen denselben Gewaltthätigkeiten zu üben; als aber die Dilemiten sich sammelten und festen Fusses den Türken widerstanden, so wurden diese verzagt und wichen zurück. Die Dilemiten verliefen hierauf ebenfalls diesen Ort und begaben sich nach Schirâs, und Ebu Mansûr folgte seinem Vater in der Regierung von Fârs [106].

## XVIII.

### Regierung des Chusrew Firûs Ibn Ebu Kâlendschâr Mersbân Ibn Sultân eddewleh Ibn Behâ eddewleh.

Als die Nachricht von dem Tode des Ebu Kâlendschâr nach Bagdâd gelangte, so sammelte sein Sohn Chusrew Firûs die Emire, damit sie ihm huldigen und schwören möchten. Auch nahm er den Ehrentitel Melik rahim (d. i. der gnädige König) an. Hierauf sandte er seinen Bruder Ebu Saïd mit einem Heere nach Schirâs, um diese Provinz dem Ebu Mansûr Fûlâd Suthûn, welcher eben-  
54 falls sein Bruder war, zu entreißen. Ebu Saïd zog in Folge dieses Befehls nach Fârs und eroberte Schirâs [107].

In demselben Jahre kam Melik rahim nach Chusisthân, und trat von dort die Reise nach Schirâs an. Als er aber in die Nähe dieser Stadt kam, so wandten sich die Türken zu Schirâs und einige Dilemiten zu der Parthei seines Bruders Fûlâd Suthûn, welcher damals in der Burg von Istachar sich befand; was den Melik rahim mit Besorgniß erfüllte und bewog mit den Truppen von Bagdâd nach Ahvâs zurückzukehren. Hierauf sammelte sich unter dem Paniere des Fûlâd Suthûn ein zahlreiches Heer und eroberte Schirâs [108], und als dasselbe gegen Ahvâs anzog, so begab sich Melik rahim nach Râmhumus. Hierauf eilte Fûlâd Suthûn seinem Bruder nach, und im Salzthale (Wâdi Nemek) trafen die beiden Heere auf einander. Da am Tage der Schlacht einige Soldaten des Melik



rahim zu Verräthern wurden, und zum Ebu Mansûr übergingen: so floh Melik rahim mit dem Reste seines Heers und seinen Brüdern Ebu Tâhir und Ebu Said, und begab sich, ohne an irgend einem Orte zu verweilen, nach Wâsit. Nach diesem Kampfe fanden noch mehrere Gefechte zwischen Melik rahim und dessen Bruder Ebu Mansûr Statt, in welchen Melik rahim bald siegte, bald besiegt wurde.

Im Jahre 447 (vom 1. April 1055 bis zum 19. März 1056) zog Melik rahim mit einem Heere nach Schirâs; und als zu dieser Zeit sein Bruder Mansûr, welcher mit Hülfe des Togrulbek Seldschuki Schirâs eingenommen und daselbst das Kanzelgebet im Namen des Togrulbek angeordnet hatte [109], von dem Anzuge des Melik rahim benachrichtigt wurde, so verließ er die Stadt Schirâs und eilte nach Firusabâd, worauf Melik rahim der Herrschaft von Fârs sich bemächtigte, und dann nach Wâsit zurückkehrte.

Mitten unter diesen Ereignissen kam zwischen dem Chalifen Kâjim und Togrulbek durch gewechselte Gesandte und Briefe ein Freundschaftsbündniß zu Stande, und der Chalife gebot im Kanzelgebete den Namen des Togrulbek vor dem Namen des Melik rahim zu nennen.

Bald hernach liefs Togrulbek dem Chalifen, indem er ihm Geschenke übersandte, durch einen Botschafter folgendes vortragen: „ich wünsche nach dem Hause Gottes (zu Mekkah) zu pilgern und meinen Weg über Bagdâd zu nehmen; jedoch in solcher Weise, dafs dadurch keinem der Unterthanen irgend Abbruch geschehe“ (¹). Als der Chalife seine Zustimmung gegeben hatte, so begab sich Togrulbek auf die Reise nach Bagdâd; und Melik rahim, als er die bevorstehende Ankunft des Togrulbek erfahren hatte, kam, bevor sie erfolgte, nach Bagdâd. Togrulbek, als er in der Gegend von Bagdâd anlangte, sandte einige seiner Grofsen nach dem Palaste des Chalifen mit der Meldung: „da meine Absicht ist, dem Hofe des Chalifats meine Ehrerbietung zu beweisen, so darf sich niemand beunruhigen“ (²); denn ich hege wider niemanden Feindschaft und Haß.“ Am 25<sup>ten</sup> Ramadân (17. Dec. 1056) kam Togrulbek nach Bagdâd, indem der oberste Rais, welcher damals des höchsten Ansehens im Reiche von Bagdâd genoß, ihm entgegen ging; und Togrulbek empfing ihn mit Achtung und Höflichkeit (³). Am ersten Tage unterhielten zwar die Turkmanen mit den Marktleuten einen anständigen Handel und Verkehr; am andern Tage aber fragte ein Turkmane mit Ungestüm und Hastigkeit einen Einwohner von Bagdâd nach irgend

---

(¹) Wörtlich: „um ein Man (Name eines Gewichts) Stroh Abbruch geschehe.“

(²) Wörtlich: „so ist niemanden vonnöthen, sich von seinem Platze zu bewegen.“

(³) Wörtlich: „er machte ihm ehrenvolle Fragen,“ ohne Zweifel ein Ausdruck der Höflichkeit.



einem Orte <sup>(1)</sup>, und da der letztere die türkische Sprache nicht verstand, so gedieh die Sache dahin, daß er um Hülfe rief und eine Menge des Pöbels der Stadt zusammen lief und jenen Türken heftig durchprügelte; worauf die übrigen Einwohner, da sie mit der Anwesenheit des Togrulbek unzufrieden waren, in der Meinung, daß die Turkmanen und die Truppen des Melik rahim im Kampfe wider einander begriffen wären, wo sie einen Turkmanen antrafen, ihn gefangen nahmen. Hätte Melik rahim an diesem Tage seinen Soldaten die Erlaubniß zum Kampfe gegeben, so würden sie keine Spur von den Turkmanen übrig gelassen haben. Weil aber der Chalife in jeder Weise dem Togrulbek Ehre und Freundschaft erwies, so begab sich Melik rahim in den Palast des Chalifen und bezeugte seine und seiner Diener Schuldlosigkeit in Beziehung auf diesen Aufstand. Das ganze Volk von Bagdād nahm Antheil an dem Kampfe wider die Truppen des Togrulbek mit Ausnahme der Bewohner von Kerch (einem Stadttheile von Bagdād), und da der Aufstand sehr heftig war, so wurden von beiden Seiten sehr viele Leute getödtet. Endlich ergriffen die Einwohner von Bagdād die Flucht, und die Turkmanen fingen an zu rauben und zu plündern. Sowohl Togrulbek als die Häupter seines Hofes waren der Meinung, daß Melik rahim diesen Aufstand angestiftet hätte. Die Turkmanen, nachdem sie viele Einwohner von Bagdād gefangen genommen hatten, plünderten auch die Ortschaften außerhalb der Stadt, nahmen Derb (d. i. die Straß) Hebak und Derb Selim ein, und kamen zu den Häusern des obersten Rajis, welche sie gänzlich zerstörten, indem sie jeden tödteten, welcher es versuchte, ihnen sich zu widersetzen. Sie drangen selbst in die Gräber der Chalifen ein und raubten unzählbare Schätze; es hatten aber viele Menschen in der Meinung, daß die Turkmanen aus Ehrfurcht vor den (abgeschiedenen) Geistern der Chalifen an diesem Orte keine Gewaltthätigkeit sich erlauben würden, dahin sich geflüchtet. Als die übrigen Bewohner von Bagdād von Furcht und Zittern ergriffen waren, so sandte Togrulbek Abgeordnete an den Chalifen mit der Meldung: „wenn Melik rahim bei uns sich einfindet, so wollen wir daran erkennen, daß er an diesem Aufstande keinen Theil habe; so er aber nicht kömmt, so kann niemand daran zweifeln, daß von ihm dieser Gräuel angestiftet worden.“ Zugleich übersandte er mit diesen Abgeordneten einen Sicherheitsbrief an Melik rahim und dessen Freunde, und der Chalife

---

(<sup>1</sup>) d. i. Der Türke fragte den Einwohner von Bagdād nach dem Wege, der nach dem Orte, welchen er suchte, führte; ich bin aber nicht sicher, ob ich die Worte gâhi (bei Heider gâh) mitelbid richtig übersetzt habe, da das Wort gâh im persischen mehrere Bedeutungen vereinigt. Da in den Handschriften das Wort gâh ohne diakritische Punkte des Buchstabens Kâf geschrieben ist, so könnte man es auch Kâhi aussprechen, und dann würden die obigen Worte bedeuten: „er forderte Stroh (oder Heu).“

Kâjim gab einige Personen dem Melik rahim, als derselbe zu Togrulbek sich begab, zur Begleitung, und bezeugte, daß Melik rahim und dessen Befehlshaber schuldlos wären. Als aber Melik rahim und dessen Begleiter im Lager des Togrulbek ankamen, so plünderten die Turkmanen zuerst die Abgeordneten des 56 Chalifen aus und nahmen dann den Melik rahim und dessen Gefolge gefangen und kerkerten sie auf den Befehl des Togrulbek ein. Hierauf sandte der Chalife einen Abgeordneten an den Sultan, um demselben sein Mißfallen über ein solches Verfahren auszudrücken, indem er ihm melden liefs: „Diese Leute begaben sich auf mein Wort zu dir, weil ich deinen Verheißungen traute; jetzt, so du sie entlassen wirst, nun gut! wo nicht, so werde ich Bagdâd dir preisgeben und mich entfernen, da du im Anfange den Palast des Chalifats in Ehren hieltest, jetzt aber das Gegentheil davon zu Tage kömmt.“ Darauf antwortete Togrulbek: „wir hegen zwar noch immer gegen den Chalifen selbst dasselbe Vertrauen wie zuvor, die Türkische Truppe aber hat in dieser Zeit nur gethan, was sich von ihrer Sinnesart erwarten liefs; und diese Leute werden, so lange sie nicht gezüchtigt worden sind, nimmer sich bessern.“ Dann bemächtigte sich Togrulbek alles dessen was den zu Bagdâd befindlichen Truppen, so wie den dortigen Türken gehörte, zog deren Lehen ein, raubte dem Melik rahim und dessen Dienern vieles Geld und liefs den Melik rahim in eine Burg einsperren. Die Turkmanen dagegen zerstreuten sich in der Umgegend von Bagdâd und brachten eine so beträchtliche Beute zusammen, daß sie zu Bagdâd eine Kuh für fünf Kirât und einen Esel für drei Kirât verkauften. Der ganze Bezirk von Bagdâd und was dazu gehörte wurde verwüstet mit Ausnahme des Stadttheils Kerch, dessen Bewohner, weil sie an der Mißhandlung der Turkmanen keinen Theil genommen hatten, durch Begünstigungen ausgezeichnet wurden [110].

## XIX.

Regierung des Ebu Mansur Fülâd Suthun. mit welchem die Herrschaft der Dilemiten ein Ende nahm.

Nach der Gefangennahme des Melik rahim geriethen Ebu Mansur und Ebu Said, Söhne des Iss elmoluk Ebu Kälendschâr Mersbân Ibn Sultân eddewleh Ibn Behâ eddewleh Ibn Adhed eddewleh, mit einander in Streit, und führten so lange wider einander Krieg, bis zuletzt Ebu Said hinterlistiger Weise getödtet wurde, und Ebu Mansur sich in dem Besitze der Herrschaft über Fârs befestigte. Ebu Mansur wurde hierauf von seiner Mutter vermocht, den Sâhib Adil, welcher Vesir seines Vaters gewesen war, hinrichten zu lassen. Dann empörte sich Fesl

Ibn Hassan, der Oberfeldherr des Mansur, bei den Geschichtschreibern unter dem Namen Feslujeh bekannt, gegen den Ebu Mansur, bemächtigte sich desselben [111] und hielt ihn bis zu seinem Tode in einer Burg gefangen.

Im Jahre 448 (vom 20. März 1056 bis zum 8. März 1057) hatte sich Feslujeh zwar der Herrschaft über Fârs bemächtigt; als aber Melik Kâdir Seldschuki aus Kermân gegen die Provinz Fârs im Anzuge war, so floh Feslujeh und begab sich in den Dienst des Alb Arslân, von dessen Diyân er die Provinz Fârs als Lehen empfing, worauf er in dieselbe zurückkehrte. Nachdem er aber die Regierung dieser Provinz übernommen hatte, so empörte er sich, und Châdschah Nissâm elmulk erhielt den Befehl, mit einem Heere den Feslujeh zu züchtigen. Nissâm elmulk brachte, nachdem er einen Kampf wider ihn unternommen hatte, den Feslujeh in seine Gewalt und sandte ihn nach der Burg Istachar, wo derselbe bis zu seinem Tode in der Gefangenschaft blieb.

## XX.

### Meldung über Ebu Ali Keichusrew Ibn Iss elmoluk Ebu Kalendschâr.

Ebu Ali begab sich in den Dienst des Alb Arslân, welcher ihm (die Stadt) Newbendedschân (in Fârs) zu Lehen gab. So oft er zu dem Sultan kam, wurde er von demselben mit Ehren empfangen und erhielt seinen Platz zunächst dem Sultan; auch das ganze Geschlecht der Seldschuken bewies ihm Achtung. Er lebte nach dem Untergange seiner Brüder noch beinahe vierzig Jahre und starb erst im Jahre 487 (vom 20. Jan. 1094 bis zum 9. Jan. 1095). Nach seinem Tode blieb von dem Geschlechte der Dilemiten nichts übrig als der Name.

Und solche Tage — mögen wir andre als solche erleben unter den Menschen, und mögen von ihnen nur die (späten) Zeitalter vernehmen. Der preiswürdige und erhabene Schöpfer möge von der erhabenen Würde der Zuflucht des Reichs, des Beschützers des Glaubens, des Herrschers, des Horts der Hoffnung, des erlauchten, Seiner Hoheit des Sultans Moassis dewleth Châkâni [112], bis zur Gränze der äußersten Zeit die Hand des Wechsels der Zeiten fern halten, ihn zum Ziele der Bestrebungen und Wünsche für diese und die zukünftige Welt gelangen lassen, und in der erstern durch glorreichen Namen und in der andern durch einen großen herrlichen Lohn erhöhen und beglücken, so wie auch seinem Geschlechte und seinen Nachkommen hohe Ehre und Schutz verleihen!

---

### III. Historische Anmerkungen.

[1] Sâbi d. h. der Sabäer. Über diesen Beinamen giebt Ibn Challikân in der Lebensbeschreibung des erwähnten Geschichtschreibers (der vierzehnten Biographie im Buchstaben Elif des bekannten Werks) folgende Nachricht:

والصابىَ بيمزة آخره قد اختلفوا في حذو النسبة ف قيل الى صابى بن متوشلخ بن ادريس عليه السلام وكان على الخنيفية وقيل الى صابى بن حارى (مارى) وكان في عصر الخليل عليه السلام وقيل الصابى عند العرب من خرج عن دين قومه ولذلك كانت قریش تسمى رسول الله صلى الله عليه وسلم صابيا خروجه عن دين قومه والله سبحانه تعالى اعلم

d. h. Über die Ableitung des Wortes Sâbi mit Hamsah am Ende giebt es verschiedene Meinungen, indem einige dasselbe ableiten von Sâbi Ibn Methuschalech Ibn Edris, der dem rechten Glauben anhing, andere von Sâbi Ibn Hari (Mari), einem Zeitgenossen Abrahams. Die Araber nennen Sâbi einen solchen, welcher der Religion seines Volkes untreu wird, und die Koreischiten nannten den göttlichen Propheten deswegen einen Sâbi, weil er die Religion seines Volkes verlassen hatte. Der gepriesene und erhabene Gott weiß es besser." Herbelot (*v. Sabi*) erwähnt zwar dieser Bemerkung des Ibn Challikân, theilt aber ihren Inhalt sehr abweichend von dem obigen Texte mit. Ibn Challikân, indem er den Sâbi (dessen Namen folgende waren: Ebu Ishak Ibrahim Ibn Hilâl Ibn Ibrahim Ibn Schrun Ibn Hebbun aus Harrân es-Sâbi) als einen durch Gelehrsamkeit und Beredsamkeit höchst ausgezeichneten Mann und als die Zierde des arabischen Irak schildert und berichtet, daß er nach einander Geheimschreiber (Kâthib el-enschai) des Chalifen und der beiden Bujiden Moiss eddewleh und Iss eddewleh Bechthiâr gewesen sei, erzählt in Übereinstimmung mit Ebulfedâ (*Ann. mosl.* T. II, p. 584), daß Sâbi, nachdem er im Jahre 349 (Chr. 960) bei dem Divân der Sendschreiber (*erresail*, vgl. Hammer Länderverwaltung des Chalifats S. 111 folg.) angestellt worden war, den Bujiden Adhed eddewleh durch Sendschreiben, welche Schmähungen wider denselben enthielten, beleidigte, und Adhed eddewleh deshalb, als er nach der Hinrichtung des Iss eddewleh Bechthiâr (im J. 367) sich in den Besitz von Bagdâd setzte, beschlossen hatte, wider den Verfasser jener beleidigenden Sendschreiben eine grausame Rache zu üben und ihn von Elephanten zertreten zu lassen. Die Vollstreckung dieser Strafe wurde zwar durch eingelegte Fürbitte abgewandt, Sâbi wurde aber dagegen bis zum Jahre 371 zu Bagdâd in strenger Haft gehalten. In diesem zuletzt genannten Jahre setzte ihn Adhed eddewleh in Freiheit und übertrug ihm die Abfassung einer Chronik des Dilemitischen Geschlechts, welche auch unter dem Titel *Kithâb eththâdschi* zu Stande kam. Diesen Namen gab Sâbi seiner

*Philos.-histor. Abhandl.* 1835.

O



Chronik deshalb, weil sie dem Adhed eddewleh gewidmet war, dem, wie Heider in seiner Chronik berichtet, der Chalife Taji im J. 368 den Titel Thâdsch eddewleh d. i. Krone des Reichs verliehen hatte. Wenn die Antwort, welche nach der Erzählung des Ebulfedâ und Ibn Challikân ein Freund, der den Sâbi schreibend fand, auf die Frage, was er schriebe, erhielt: „Possen und Lügen,” ernsthaft gemeint war, so dürfen wir den Sâbi nicht für einen wahrheitsliebenden Geschichtschreiber halten. Ibn Challikân bemerkt noch in Beziehung auf die Religion des Sâbi, daß Iss eddewleh Bechthîr zwar vergeblich es versucht hatte, seinen Staatsschreiber zum Islâm zu bekehren, daß Sâbi aber gleichwohl die Fasten des Monats Ramadân mit den Moslims beobachtete, den Korân auswendig wußte und Stellen desselben in den von ihm abgefaßten Sendschreiben häufig anführte. Sâbi starb im Schewwâl des J. 384 (Dec. 995), nach Ibn Challikân im 74<sup>ten</sup> Jahre, nach Ebulfedâ im 91<sup>ten</sup> Jahre seines Alters. Vgl. *Abulfaragii Hist. Dynast.* p. 330.

[2] Ebu Ali Meskujeh war Schatzmeister (Châsin) des Adhed eddewleh. Vgl. Herbelot *Biblioth. or. v. Mascoujeh*. Hr. von Frähn in seiner lehrreichen *Notice chronologique d'une centaine d'ouvrages pour la plupart historiques et géographiques*, St. Petersbourg 1834. 4. p. 21. spricht den Namen aus: *Ibn Miskéwêih*, was (wie *Sibewêih* und ähnliche Namen) die arabische Aussprache dieses Namens ist.

[3] Ebu Nesr Ali Ibn el Vesir Ebulkasm Hebbeth Allah Ibn Mâkulâ, Verfasser des Werks *Kithâb elikmâl* (Buch der Vollkommenheit) war im J. 420 (Chr. 1029) geboren und wurde im Jahre 473 (Chr. 1080. 1081) in Kernân von seinen türkischen Slaven ermordet. *Abulfed. Ann. mosl.* T. III. p. 248.

[4] Vgl. *Abulfedae Ann. Mosl.* T. II, p. 372. *Elmacinus* p. 207. *Abulfaragii Historia Dynastiarum* p. 297. Nach Ibn Challikân (in der Lebensbeschreibung des Imâd eddewleh Ali) war Ebu Schedschâ ein Fischer, welcher nur allein vom Fischfange sich ernährte, womit auch Elmacin übereinstimmt. Der Name بويه soll nach Ibn Challikân (in der Lebensbeschreibung des Ebulhassan Ahmed Moiss eddewleh) ausgesprochen werden بَوَيْه, was ohne Zweifel nur die arabisirende Aussprache des fremden Namens ist.

[5] Diese Erzählung des Schehrjâr wird noch etwas vollständiger von Ibn Challikân (in der Lebensbeschreibung des Moiss eddewleh) mitgetheilt. Auch Abulfaradsch (*Hist. Dynast.* p. 297, 298) erwähnt des von Mirchond erzählten Traums und der Auslegung desselben, jedoch mit einiger Abweichung in Nebenumständen, und Herbelot (*bibliothèque or. v. Boujeh*) hat sie ebenfalls mitgetheilt.

[6] Des Übertritts der Bujiden aus dem Dienste des Makân in den Dienst des Merdâwidsch erwähnt ohne chronologische Bestimmung Ebulfedâ beim J. 321 d. H. *Ann. Mosl.* T. II, p. 374. Sie waren nemlich dem Makân, als dieser seiner Herrschaft in Tabaristhân durch Merdâwidsch beraubt wurde, nach Damegân (an der östlichen Gränze von Tabaristhân), und als er



auch dort sich nicht zu behaupten vermochte, nach Nisábur gefolgt. Dort aber verließen sie ihn mit seiner Zustimmung, weil sie fürchteten, daß ihre und ihrer Horde Unterhaltung ihm beschwerlich sein möchte, versprachen jedoch wieder zu ihm zurückzukehren, sobald seine Umstände sich verbessert haben würden. Sie begaben sich hierauf zu Merdâwidsch; Makân setzte sich, wie Ebulfedâ (a. a. O. p. 415) berichtet, später in den Besitz von Dschordschân, wurde aber im J. 329 (Chr. 940. 941) durch Ebu Ali, einen Feldherrn der Samaniden, aus diesem Lande vertrieben, begab sich dann wieder nach Tabaristhân, und wurde, als er dem zu Rai herrschenden Veschnmîr, dem Bruder des Merdâwidsch, wider denselben Ebu Ali Beistand leistete, in einem Gefechte getödtet.

[7] Obgleich die von mir benutzten drei Handschriften des Mirchond an dieser Stelle den Namen des Makân geben, so ist doch ohne Zweifel dafür der Name des Asfâr zu setzen, wie aus der Erzählung des Elmâcin (S. 191) und aus der Meldung des Herbelot (*bibliothèque or. v. Boujeh*), daß Asfâr im J. 315 (Chr. 927) von einem Karmaten getödtet worden sei, sich ergibt. (Über den Tod des Makân s. die vorhergehende Anmerkung). Nach dieser Meldung würde der Übertritt der Bujiden in den Dienst des Merdâwidsch in das Jahr d. H. 314 zu setzen sein.

[8] Herbelot sagt a. a. O.: *où l'on dist qu'il fist un si grand carnage des habitants, qu'on chargea deux mulets des caleçons de soie de ceux qui furent tués.* Vgl. über diese Begebenheiten Elmâcin a. a. O.

[9] Der Ort, welchen Mirchond (nach unsern Handschriften) so wie auch Heider in seiner Chronik und Herbelot (a. a. O.) *Kerch* nennen, heißt bei Abulfaradsch (*Hist. Dynast.* p. 298) und Ebulfedâ (T. II, p. 366) *Kerdsch* (كردش), bei Elmâcin (p. 192) *Merdsch*, wofür ohne Zweifel *Kerdsch* zu verbessern ist. Reiske (*Annotat. hist. ad Abulfed.* T. II, p. 754) hält *Kerdsch* für eine Stadt im Berglande (Irak Adschm); uns scheint jedoch die Lescart *Kerch* die richtigere zu sein; jedoch wird nicht dadurch die bekannte Vorstadt von Bagdad, wie Herbelot meint, sondern, da wir im folgenden die Bujiden in Luristhân finden, das an der nördlichen Gränze von Chusisthân gelegene Land *Kercheh* (*Abulfedae Tabula Chusisthani in Abulfedae Tabulae quaedam geographicae ed. Wüstenfeld, Gotting. 1835. S. p. 21* und in Büschings Magazin für die neue Historie und Geographie Th. IV, S. 265) am Flusse gleiches Namens, der Luristhân durchfließt, bezeichnet. Auch setzt in der folgenden Erzählung die Chronik des Heider für das Luristhân des Mirchond wieder den Namen *Kerch*.

[10] Übereinstimmend mit Mirchond werden diese Begebenheiten erzählt in der Chronik des Heider und Herbelot's *Bibliothèque orientale*; auch die Erzählung des Elmâcin (p. 191), welcher die Eroberung von Isfahân durch Merdâwidsch in das Jahr 319 (Chr. 937) setzt, ist nur in Nebenumständen abweichend. Dagegen nach Ebulfedâ (beim J. 321 *Ann. mosl.* T. II, p. 376) besiegt Imâd ed-dewleh den Ebu Bekr, den Sohn des Jakuth, und erobert nach diesem Siege Isfahân, wo dann der Bujide von Merdâwidsch abgefallen sein soll. Ohne Zweifel

vermischt Ebulfedâ die Eroberung von Isfahân durch Merdâwidsch mit der spätern Besetzung dieser Stadt durch die Bujiden. Er erwähnt übrigens zweier Eroberungen von Isfahân durch Merdâwidsch bei den Jahren 316 (*Ann. mosl.* T. II, p. 352) und 319 (*ibid.* p. 364), so daß die Stadt das erste Mal nur kurze Zeit behauptet wurde; und die von Ebulfedâ erzählte Wiedereroberung im J. 319 scheint keine andere zu sein, als diejenige, welche er bei dem Jahre 321 dem Imâd eddewleh zuschreibt. Da die persischen Geschichtschreiber nichts genaueres über den Abfall des Imâd eddewleh und seiner Brüder berichten, so können wir uns nur an die Erzählung des Elmacin (p. 192) halten, und durch dieselbe den Bericht des Mirchond vervollständigen. Nach Elmacin leisteten die Bujiden in Kerch anfangs dem Merdâwidsch treue Dienste; als sie sich aber stark genug fühlten, um etwas unternehmen zu können (nehmlich nach dem von Mirchond in Übereinstimmung mit Heider und Herbelot erzählten Siege über den Statthalter Jâkuth), so fielen sie von ihrem bisherigen Herrn ab; Imâd eddewleh eroberte mit einem zahlreichen Heere Isfahân, und als er dort gegen Veschmgir, welcher von Merdâwidsch mit Truppen ausgesandt worden war, um ihn aus Irâk zu vertreiben, sich nicht behaupten konnte, so verließ er Isfahân, zog nach Ardschân, und bemächtigte sich sowohl dieser Stadt als der ganzen Provinz Fârs. Alle diese Ereignisse sind in die Jahre 320 bis 322 zu setzen, wie aus Ebulfedâ (a. a. O.) hervorgeht, nach welchem Ardschân am Ende des Jahrs 320, Newbendedschân im Rebi el achir 321 und Schirâs (*Ann. mosl.* T. II, p. 380) im Jahre 322 von Imâd eddewleh erobert wurden. Isfahân dagegen blieb im Besitze des Merdâwidsch, welcher daselbst im J. 323 getödtet wurde. Die dauernde Eroberung von Isfahân brachte Imâd eddewleh erst nach dem Tode des Merdâwidsch, jedoch noch im J. 323 zu Stande (*Abulfed. Ann. mosl.* T. II, p. 394); und was Ebulfedâ an dieser Stelle von einem fernern Kampfe des Imâd eddewleh gegen Veschmgir wegen des Besitzes von Isfahân und andern Städten andeutet, bezieht sich auf die von Mirchond in der Geschichte der Samaniden (p. 66-72) erzählten Begebenheiten.

[11] Dasselbe wird von Ibn Challikân in der Lebensbeschreibung des Imâd eddewleh nach der Chronik des Ebu Mohammed Harun Ibn Elabbâs Elmâmuni berichtet. Das Ganze der Schätze, welche in der erzählten Weise entdeckt wurden, betrug nach Ibn Challikân 500,000 Dinare.

[12] Nach Ibn Challikân erschien, als Imâd eddewleh einen geschickten Schneider beehrte, der ehemalige gewöhnliche Schneider (Hofschneider) des Jâkuth, welcher taub war, und dieser in der Meinung nur deshalb gerufen zu sein, weil es zur Anzeige gekommen, daß er anvertraute Güter des Jâkuth verwahrte, versicherte sogleich, als ihn Imâd eddewleh anredete, mit einem Schwure, daß nicht mehr als zwölf Koffer, von deren Inhalte ihm nichts bekannt wäre, bei ihm sich fänden. In ähnlicher Weise erzählt auch Heider nach der Chronik des Ibn elathir diesen Vorfall, indem er bemerkt, daß der taube Schneider, als Imâd eddewleh ihn mit den Worten: *ای روستای خیاط این قاشهارا بیر وجامینارا بدوز* (Schneider Rusthâ, nimm diese Gewänder und nähe Kleider) angedet hatte, mit dem Geständnisse unerwartet hervor-

kam. Das Wort روستائی (روستائی, ein Bauer oder Dorfbewohner) scheint hier ein *nomen proprium* zu sein.

[13] Nehmlich zu Isfahân. S. *Abulfed. Ann. mosl. T. II*, p. 388. 390. *Elmacin* p. 202. 203.

[14] Nach Ebulfedâ (a. a. O. p. 394) entrifs Imâd eddewleh selbst im Jahre 323 dem Veschnigir, dem Bruder und Nachfolger des Merdâwidsch, die Städte Isfahân, Hamadân, Kom, Kerch, Rai und andere (vgl. Anm. 10). Ebulfedâ eignet diese Eroberung dem Imâd eddewleh selbst zu, weil Rukn eddewleh (welcher als Sâbib d. i. Herr von Isfahân, Hamadân und dem ganzen Irâk Adschm von Ibn Challikân bezeichnet wird) dieselbe im Auftrage seines ältern Bruders vollbrachte. Nach der Chronik des Heider befand sich Rukn eddewleh noch im J. 323, in welchem er die erwähnten Eroberungen vollbrachte, zu Isfahân in einem Gefängnisse, und verschaffte sich erst nach dem Tode des Merdâwidsch die Freiheit durch die Bestechung seiner Wärter, verließ dann sogleich Isfahân um sich zu seinem ältern Bruder zu begeben, und traf auf dem Wege in der Wüste einige von seinen Leuten, welche mit Oliven beladene Kameele nach Isfahân führten. Er befahl ihnen, die Kameele zu entladen und selbst zu besteigen, und sie begleiteten ihn in dieser Weise nach Schirâs. Dafs die Stadt Rai im J. 332 (Chr. 943. 944) im Besitze des Rukn eddewleh war, und von ihm wider einen Angriff der Samaniden behauptet wurde, berichtet Mirchond *Hist. Samanid.* p. 52. 54.

[15] Imâd eddewleh starb an einem Geschwüre der Nieren im Dschumâdi elachireh 338 (Dec. 949). *Abulfed. Ann. mosl. T. II*, p. 454. *Abulfaragii Histor. Dynast.* p. 311. *Mirchondi Historia Samanidarum* p. 64.

[16] Da Adhed eddewleh im Jahre 324 zu Isfahân geboren war (*Abulfed. Ann. mosl. T. II*, p. 400), so war er zu der Zeit, in welcher sein Oheim starb, nicht älter als vierzehn Jahre, und Rukn eddewleh sah sich durch die Unordnungen in den persischen Truppen, welche durch die Jugend des Adhed eddewleh veranlaßt wurden, genöthigt, von Rai, seinem damaligen Sitze, nach Schirâs zu kommen und seinem Sohne beizustehen. Vgl. *Silvestre de Sacy Mémoires sur diverses antiquités de la Perse* (Paris 1793. 4.) p. 145. 146.

[17] Über die damaligen Versuche der Samaniden dem Rukn eddewleh die Stadt Rai zu entreißen s. *Mirchondi Histor. Samanidarum* p. 64 u. folg.

[18] *Mirchondi Historia Samanid.* p. 66–72. Durch die daselbst erzählten Ereignisse, insbesondere durch den Verlust von Isfahân und die Wiedereroberung dieser Stadt im Jahre 344 erhalten die von Silvestre de Sacy (a. a. O. S. 139 folg.) behandelten arabischen Inschriften von Tschehilminâr ihre vollständige Erklärung; und es geht aus diesen Inschriften hervor, dafs Adhed eddewleh seinem Vater Rukn eddewleh zur Wiedereroberung von Isfahân behülflich war. Auf der damaligen Rückkehr von Isfahân liefs sich Adhed eddewleh, wie jene Inschriften behaupten, die alten Inschriften von Persepolis vorlesen. Überhaupt mufs die Geschichte des Rukn eddewleh durch die in Mirchond's Geschichte der Samaniden enthaltenen Nachrichten über die Schicksale jenes Emirs vervollständigt werden.

[19] Den Tod des Veschmgir erzählen in derselben Weise Ebulfedâ (*Ann. mosl.* T. II, p. 488), welcher über das Jahr, in welchem Veschmgir starb, im Zweifel ist, und das Buch des Kabus (übersetzt von H. F. von Diez) S. 490. Vgl. Geschichte der Dilemiten ebendasselbst S. 90.

[20] Alle diese Todesfälle mit Ausnahme des Todes des Hassan Ibn Firusân und des byzantinischen Kaisers werden von Ebulfedâ zum Jahre 356 (T. II, p. 486 u. folg.) erzählt. Der Kaiser Nicephorus wurde bekanntlich erst im December 969 ermordet. (*Leonis Diaconi historia ed. Bonn.* p. 85 u. folg.).

[21] Über Bisthun s. Diez Geschichte der Dilemiten vor dem Reche des Kabus S. 91. 92.

[22] Dasselbe Lob ertheilt ihm auch Ibn Challikân, welcher bemerkt, daß Rukn eddewleh nach der Angabe des Ebu Ishak Sâbi um das Jahr 284 (Chr. 897) war geboren worden. In Übereinstimmung mit Ebulfedâ (*Ann. mosl.* T. II, p. 526) giebt Ibn Challikân die Dauer der Regierung jenes Fürsten zu 44 Jahren, einem Monate und neun Tagen an. Nach dieser Angabe erreichte Rukn eddewleh keinesweges ein Alter von 90 Jahren, wie Herbelot (*v. Roeneddoulai*) sagt, oder von mehr als achtzig Jahren nach dem Lubb eththewârîch (Büschings Magazin Th. XVII, S. 72), sondern er wurde nur 62 Jahre alt. Die Verschiedenheit in der Angabe der Regierungsjahre scheint auf einer abweichenden Berechnung zu beruhen, indem der Anfang der Regierung des Rukn eddewleh von Mirchond und Heider in das Jahr 323, in welchem Rukn eddewleh seine ersten Eroberungen machte, von Ebulfedâ und Ibn Challikân aber, in das Jahr 332, in welchem von ihm Rai erobert wurde (vgl. *Mirchondi Hist. Samanid.* p. 52), gesetzt wird. Über die Ländertheilung des Rukn eddewleh sind die von Silv. de Sacy a. a. O. S. 145 in der Anmerkung mitgetheilten Nachrichten zu vergleichen. Nach dem daselbst angeführten Nisâm eththewârîch hatte Rukn eddewleh noch einen jüngern Sohn Ebulabbîs, welchen er in der Theilung nicht berücksichtigte und dem Adhed eddewleh übergab. Wahrscheinlich ist dieser Ebulabbîs derselbe Sohn des Rukn eddewleh, welchen Mirchond (Kap. VII, S. 31) Chusrew Firûs nennt. Über die Mutter der drei ältern Söhne des Rukn eddewleh s. Lubb eththewârîch a. a. O. Unrichtig scheint es zu sein, wenn in dem Nisâm eththewârîch gesagt wird, Rukn eddewleh sei nach der Anordnung jener Theilung von Isfahân nach Rai zurückgekehrt und in der letztern Stadt gestorben.

[23] Ebulhossein Ahmed Moiss eddewleh trug nach Ibn Challikân den Beinamen *elakta* الاكتع (d. i. der Verstümmelte), weil er die linke Hand und einige Finger der rechten Hand bei folgender Veranlassung verloren hatte. Als er im Auftrage seiner ältern Brüder nach Kermân gezogen war, und nach der Entweichung des Mohammed Ibn Eliâs sich jener Provinz bemächtigt hatte, so sandte ein Stamm von Kurden, welcher einen Landstrich von Kermân besaß und von dem Statthalter dieser Provinz bisher gegen einen jährlichen Tribut in seinem Besitze geduldet und geschützt worden war und nach seiner Weise gelebt hatte, seinen Rejis an den Moiss eddewleh um den bestehenden Vertrag zu erneuern, was auch geschah. Moiss eddewleh aber beschloß hernach auf den Rath seines Geheimschreibers den Vertrag zu brechen



und die Kurden unvermuthet zu überfallen und auszuplündern. Diese aber erhielten davon Kunde, und legten dem Moiss eddewleh an einem Engpasse einen Hinterhalt, und als derselbe in der Nacht auf einem beschwerlichen Wege herankam, so überfielen sie ihn von allen Seiten, und nur wenige seiner Begleiter entgingen dem Tode oder der Gefangenschaft. Moiss eddewleh selbst verlor seine linke Hand und mehrere Finger seiner rechten, und erhielt auch am Kopfe und dem übrigen Körper schwere Wunden, dergestalt, daß er unter den Erschlagenen lag; er wurde jedoch gerettet.

[24] Über diesen Krieg in Kermân s. Herbelot *Biblioth. or. v. Moëzzalaulat*. Was daselbst Herbelot aus Chondemir berichtet, theilt die Chronik des Heider aus dem Thârîch Nîgarîsthân mit. Daß Ebu Ali Mohammed, obgleich er in diesem Kampfe zuletzt unterlag, dennoch bis zu seinem im J. 356 erfolgten Tode sich behauptete, so wie auch sein Sohn im Besitze von Kermân als zinsbarer Fürst bis zum Jahre 357 blieb, erhellt sowohl aus Mirchond (Kap. V, oben S. 27), als aus Ebulfedâ (zum J. 324 T. II, p. 398, zum Jahre 356 *ibid.* p. 494 und zum Jahre 357 *ibid.* p. 496). Vgl. Elmacin (*ad a* 325 p. 204).

[25] *Abulfedae Ann. mosl.* T. II, p. 402. *Elmacin* p. 204 (wo für Moiss eddewleh zu setzen ist Moiss eddewleh). *Abulfaragii Hist. Dynast.* p. 302. 303. Unter Ahvâs ist die ganze Provinz Chusîsthân zu verstehen. Vgl. *Abulfedae Tabula Chusisthani ed. Wüstenfeld* p. 21 und 26. (Büsching's Magazin Th. IV, S. 247. 250).

[26] Bei Ebulfedâ تورون, bei Elmacin بوزون التركى. Bei Ebulferedsch heist er wie bei Mirchond und Heider توزون.

[27] Welcher erst in demselben Jahre an die Stelle des geblendeten Muththaki als Chalife von Thusun eingesetzt worden war. *Abulfed. Ann. mosl.* T. II, p. 426. 428.

[28] Im Moharrem (dem ersten Monate) des Jahrs 334. *Abulfedae Ann. mosl.* a. a. O. p. 434. 436. *Abulfaragii Hist. Dynast.* p. 308. 309.

[29] *Abulfeda* a. a. O. p. 436. 438. *Elmacin* p. 216. 217. *Abulfaragii Hist. Dynast.* p. 309. 310.

[30] *Abulfeda* a. a. O. p. 438. 440. *Elmacin* (etwas abweichend) p. 219. Vgl. *Bar Hebraei (Abulfaragii) Chronicon Syr. ed. Bruns. et Kirsch.* p. 190.

[31] „Im Jahre 336,“ sagt Heider in seiner Chronik, „zog Moiss eddewleh mit dem Chalifen Muti Billah nach Basrah, und entriß diese ganze Provinz dem Ebulkâsim Beridi; und in demselben Jahre gewährte er dem Chalifen an Geschenken außer dessen gewöhnlichen Einkünften den Betrag von 200,000 Dinaren. Dann begab er sich nach Ahvâs um seinen Bruder Imâd eddewleh zu sehen; und als er zu demselben kam, so küßte er ehrerbietigst den Boden und blieb dann stehend, und obgleich Imâd eddewleh ihn aufforderte sich zu setzen, so verharrete er gleichwohl in seiner Stellung.“

[32] Durch diese Meldung des Mirchond erhalten die Nachrichten des Ebulfedâ (T. II, p. 432) und Elmacin (p. 221) über diese Ereignisse ihre Erläuterung. Den Zug des Moiss



eddehleh nach Rai, so wie den wirklichen Angriff der Truppen von Chorasán auf Rai, setzt Mirchond (*Histor. Samanid.* p. 64) in das Jahr 339 in die Zeit, in welcher Rukn eddehleh nach dem Tode des Imád eddehleh zu Schirás sich befand und die Angelegenheiten der Provinz Schirás in Ordnung brachte. Vgl. oben Kap. III, S. 18.

[33] Schon damals erklärte nach der Chronik des Heider der Emir Moiss eddehleh in einer Versammlung sämtlicher Magnaten seinen Sohn Bechthár feierlich als seinen Nachfolger.

[34] Nach dem Thárich Heider erkrankte Moiss im Jahre 350 an Urinverhaltung (حبس بول).

[35] Vgl. *Abulfed. Ann. mosl.* T. II, p. 478. *Herbelot Bibl. or. v. Moezzalaulat. Muradgea d'Ohsson Tableau de l'Empire Ottoman* T. I, p. 97. Es ist auffallend, daß das Thárich Heider, obgleich es die Geschichte des Moiss eddehleh viel ausführlicher als Mirchond erzählt, und insbesondere über den von Ebulfedá (*ad a* 341 *l. c.* p. 458) erwähnten Angriff des Fürsten Jussuf Ibn Vedschih auf Basrah und die versuchte Eroberung von Schehrsúr im J. 343 (*Abulfed. Ann. mosl. l. c.* p. 460) und andere Ereignisse manche Einzelheiten enthält, jene Äußerung der schütischen Gesinnungen des Moiss eddehleh verschweigt. Aus den von Heider mitgetheilten Einzelheiten aus dem Leben des Moiss eddehleh heben wir folgende in das Jahr d. H. 353 gehörende Erzählung aus:

واز جملهء وقایع این سال معز الدوله بویه از مطیع بالله اذن خواست که دار الخلافه را سیر کند و تفرج نماید مطیع بالله خادمی با حاجبش بیس معز الدوله فرستاد که تمامی دار الخلافه او را سیر فرمایند و معز الدوله باتفاق ایشان بدار الخلافه در آمده تمامی عمارات آنرا سیر فرمود اما وی که سبب داشت در هیچ موضعی زیاده توقف نمینمود بلکه بمجرد نگاه کردن اکتفا مینمود و از جملهء غرایبی که در دار الخلافه مشاهده کرد بتی بود عظیم بصورت زنی صاحب حسن که در حوائ آن بتنبای کوچک بسیار نیاده بودند و این بتنبر در زمان مقتدر بالله از قسطنطنیه ببغداد آورده بودند و مقتدر بالله از برای تفرج اهل حرم در اندرون دار الخلافه نیاده بود و چون معز الدوله آن بترا مشاهده نمود آنچنین فریفته آن شد که خواست که از مطیع بالله بطلبد اما آخر خود را نگاه داشت و از سر طلبیدن در گذشت

d. h. „Auser andern Ereignissen dieses Jahrs, als Moiss eddehleh Bujeh von dem Chalifen Muti billah die Erlaubniß den Palast des Chalifats zu besuchen und in Augenschein zu nehmen sich erbeten hatte, so sandte Muti billah einen Eunuchen nebst seinem Hadschib (Kammerherrn) zu dem Moiss eddehleh, um ihm den ganzen Palast zu zeigen; und Moiss eddehleh begab sich mit ihnen in den Palast und beschauete sämtliche Gebäude desselben, verweilte aber aus gegründeter Vorsicht nirgends lange, sondern begnügte sich mit der Beschauung. Unter den Merkwürdigkeiten, welche er in dem Palaste des Chalifen betrachtete, war ein großes Götzenbild,

welches eine schöne Frau darstellte, und in der Mitte von vielen kleinen Götzenbildern stand. Diese Götzenbilder hatte man zu der Zeit des Chalifen Mukthadir billah (932-934 n. Chr.) aus Constantinopel nach Bagdad gebracht; und Mukthadir billah hatte sie zur Ergötzung der Bewohner des Harem im Innern des Harem aufstellen lassen. Als Moiss eddewleh jenes Götzenbild betrachtete, so wurde er davon dergestalt bezaubert, daß er beschloß dasselbe von dem Chalifen zu begehren. Nach einiger Überlegung stand er jedoch von solchem Begehren ab." Der Sinn der Worte *اما وحي که سبب داشت* ist mir nicht deutlich, und ich kann daher die Richtigkeit meiner Übersetzung dieser Worte nicht verbürgen; es ist sicherlich entweder ein Schreibfehler oder eine Lücke in denselben vorhanden; vielleicht sind nach *اما* die Worte *از جيت برای* oder *از جيت* ausgefallen, und nach dieser Vermuthung, obwohl sie mich nicht befriedigt, habe ich übersetzt. Aus dieser für die Kunstgeschichte nicht unwichtigen Stelle geht übrigens hervor, daß die damaligen Araber nicht so unempfindlich für bildende Kunst waren, als man gewöhnlich annimmt. Es ist aber zu beklagen, daß die Statuen der griechischen Göttin und der sie umgebenden Gestalten, welche nach obiger Stelle der Kaiser Romanus Lecapenus dem Chalifen Mukthadir billah verehrt hatte, nicht genauer beschrieben werden.

[36] Daß der Name *فنا* mit doppeltem Fathah und Verdoppelung des Buchstaben Nun auszusprechen sei, lehrt Ibn Challikân am Ende der Lebensbeschreibung des Moiss eddewleh.

[37] Beide von Mirchond mitgetheilte Erzählungen finden sich auch im Tharich Heider und bei Herbelot *Bibliothèque orient. v. Adhad Eddoulat*. Nach Herbelot hat der Dichter Dschâmi die Erzählung von den zum Schweigen gebrachten Fröschen in einem seiner Gedichte dargestellt.

[38] Ebulfedâ erwähnt dieses von Heider übereinstimmend mit Mirchond erzählten jedoch in das Jahr 356 gesetzten Ereignisses nur mit wenigen Worten beim Jahre 357, *Ann. mosl. T. II, p. 496*.

[39] Die Empörung des Sobokthegin gegen Bechthiâr und die von erstem bewirkte Abdankung des Chalifen Muti zu Gunsten des Tâji billah berichtet Ebulfedâ beim Jahre 363, *Ann. mosl. T. II, p. 514. 516*. Ungenauer ist die Erzählung des Elmacin p. 232.

[40] *Abulfedae Ann. mosl. l. c. p. 516. 518. Elmacin l. c.*

[41] Am 14. Dschumâda 'l ewwel 364 (27. Jan. 975) nach Ebulfedâ a. a. O. p. 518.

[42] Mehreres Einzelne über diese Begebenheit wird von Ebulfedâ (*Ann. mosl. T. II, p. 520*) mitgetheilt, und dabei des Mersbân, eines Sohns des Bechthiâr, welcher damals Statthalter seines Vaters zu Basrah war, erwähnt. Vielleicht ist dieser Mersbân derselbe, welcher bei Mirchond unter dem Namen Ebu Nesr (Kap. XI.) vorkömmt. Vgl. *Elmacin p. 232*.

[43] Vgl. *Abulfedae Ann. mosl. a. a. O. p. 528*.

[44] Nach Ebulfedâ (*Ann. mosl. a. a. O. p. 536-538*), welcher über diese Begebenheiten genauere Nachrichten mittheilt als Mirchond, ereignete sich die Schlacht, in welcher Bechthiâr gefangen wurde, bei dem Kasr eldschess (d. i. Gypsschlosse) im Districte von Thekrith. Nach Elmacin p. 236 wurde Bechthiâr in der Schlacht selbst getödtet, und die Schlacht fand

Statt im Monate Schewwâl (Jun. 977). Dieses Kriegs des Adhed eddewleh und Bechthiâr gedenkt auch Cedrenus (*ed. Paris* p. 696-698), berichtet aber davon mit großer Ungenauigkeit und ohne alle Kenntniß der damaligen Zustände des Chalifats, indem er den Adhed eddewleh, welchen er mit dem Namen  $\chi\sigma\tau\acute{o}\varsigma$  richtig bezeichnet, als einen saracenischen oder arabischen Fürsten, den Bechthiâr dagegen, den er  $\iota\upsilon\alpha\gamma\gamma\acute{o}\varsigma$  nennt, als einen Perser darstellt, welcher durch die Trägheit und das ausschweifende Leben des Chusrew (Adhed eddewleh) die seit langer Zeit ersuchte günstige Gelegenheit gefunden zu haben glaubte, sein Volk von der Herrschaft der Saracenen oder Araber zu befreien, und für diese Unternehmung das ganze Geschlecht der Achämeniden bewaffnete. Man sieht sehr leicht, daß Cedrenus seinem Chosroes zur Last legt, was von Bechthiâr zu melden war, und daß er nicht wußte, daß beide demselben Geschlechte angehörten. Übrigens mag es richtig sein, was Cedrenus berichtet, daß Adhed eddewleh den Sieg über Bechthiâr mit Hülfe des gefangenen Römers Sclerus gewann. Auch nach Cedrenus fand Bechthiâr ( $\iota\upsilon\alpha\gamma\gamma\acute{o}\varsigma$ ) schon in der Schlacht den Tod. Über die Verhältnisse des Sclerus zu Adhed eddewleh und dessen Sohn Samsâm eddewleh sind die Nachrichten des Elmacin zu vergleichen p. 245. 246. 250-252.

[45] Über die Eroberungen des Adhed eddewleh in Mesopotamien s. *Abulfeda* a. a. O. p. 540-542. Kemâl eddin, der bekannte Geschichtschreiber von Haleb, erwähnt keines andern Verhältnisses zwischen Adhed eddewleh und Saad eddewleh, als daß der letztere im Jahre d. H. 367 den Scherif Ebulhassan Ismail Ibn ennasir elhassani nach Bagdád sandte, um dem Adhed eddewleh wegen des Sieges über Bechthiâr und der Besitznahme von Bagdád Glück zu wünschen; worauf Saad eddewleh sowohl von dem Chalifen Tâji (durch Vermittelung der Bathkinen, wahrscheinlich einer Gemalin desselben) ein Ehrenkleid und den Ehrentitel Saad eddewleh, als auch von Adhed eddewleh mehrere Ehrenkleider und einen Brief erhielt, in welchem er mit den Wörtern: „mein Herr, mein Gebieter, meine Hülfe,“ angeredet wurde. Vgl. Regierung des Saahd-aldaula zu Aleppo, herausgegeben von Dr. G. W. Freytag. Bonn 1820. 4. p. 13. 14. (Arab. Text p. 18).

[46] *Abulfedae Ann. mosl. l. c.* p. 552. *Elmacin* p. 239.

[47] Vgl. historische Anmerk. 1.

[48] Über die von Mirchond erwähnten Bauwerke des Adhed eddewleh s. *Herbelot bibliothèque or. v. Adhad eddoulat. Abulfaragii Historia Dynast.* p. 319.

[49] *Mirchondî Histor. Samanid.* p. 80 sq.

[50] Über den Titel Sâhib d. i. der Gesellschafter vgl. Hammer's Länderverwaltung unter dem Chalifate S. 34. 35. „Der erste Vesir,“ sagt Heider in seiner Chronik, „welcher den Ehrennamen Sâhib führte, war Ibn Ibâd, und dieser Beiname wurde dadurch veranlaßt, daß Ibn Ibâd schon vor seiner Ernennung zum Vesir der beständige Gesellschafter des Mujid eddewleh war und daher den Beinamen Sâhibi Schuhreth (d. i. Gefährte des Ruhms) erhielt; andere aber berichten, daß Mujid eddewleh dem Ibn Ibâd zu der Zeit, als er ihn zum Vesir ernannte, jenen

Ehrentitel deswegen ertheilte, weil Ibn Ibâd von seiner Jugendzeit an bis zu seiner Erhebung zum Vesir Gesellschafter des Mujîd eddewleh gewesen war." Eine andere Erklärung des Namens findet sich bei Ebulfedâ, *Ann. mosl. l. c.* p. 586.

[51] *Mirchondî Historia Samanid.* p. 90. *Abulfedae Ann. mosl. l. c.* p. 554. 556. *Elmacin* p. 240.

[52] Diese Münze war ohne Zweifel nur zu Geschenken bestimmt, wie auch Ebulfedâ andeutet, nach welchem Ibn Ibâd dem Fachr eddewleh Einen Dinâr dieser Art als Geschenk überreichte. *Ann. mosl. l. c.* p. 564. Nach der Angabe des Heider standen neben den Ehrentiteln des Fachr eddewleh, auf dieser Münze auch die Ehrentitel des Chalifen Tâji.

[53] Nach Ebulfedâ führte Behâ eddewleh auch den Namen *Chârschâds* (خارشان). *Ann. mosl. l. c.* p. 566. T. III, p. 18.

[54] Die Chronik des Heider setzt dafür Chusisthân.

[55] In der Chronik des Heider: آب دجلة d. i. das Wasser des Tigris. Vgl. *Herbelot bibl. or. v. Fakhr aldaoulat*. Unter dem Flusse von Ahvâs oder Chusisthân (vgl. hist. Anm. 25) kann wohl nur der Kercheh, welcher, nachdem er die Provinz Chusisthân durchströmt, unfern von der Vereinigung des Euphrat und Tigris in den Schatt elarab fällt, verstanden werden.

[56] *Abulfedae Ann. mosl. l. c.* p. 586. *Elmacin* p. 254.

[57] Vgl. *Herbelot* a. a. O.

[58] Den Unterschied der Usul und Furu weiß ich zwar nicht genauer anzugeben, allein ohne Zweifel werden diese Worte als Bezeichnungen der Hauptlehren und untergeordneten Lehren oder der Lehren der ersten und zweiten Classe in der theologischen Kunstsprache einander in gleicher Weise entgegengesetzt, wie in der Terminologie der arabischen Grammatiker. Vgl. *Silv. de Sacy Anthologie grammaticale arabe* p. 59. Über die Lehren der Mothasiliten vgl. *Muradgêa d'Ohsson Tableau de l'Empire Ottoman* T. I, p. 50.

[59] *Abulfedae Ann. mosl. l. c.* p. 598. Vgl. *Herbelot biblioth. or. a. a. O.* *Abulfaragii Hist. Dynast.* p. 333. *Elmacin* p. 255.

[60] *Abulfedae Ann. mosl. ad a.* 372 *l. c.* p. 554.

[61] Ebulfedâ setzt diese Ereignisse in das Jahr 376, *Ann. mosl. l. c.* p. 560; *Elmacin* (p. 240) wie *Mirchond* in das Jahr 375.

[62] Scherf eddewleh starb nach Ebulfedâ (*Ann. mosl. l. c.* p. 566) im Anfange des Dschumada 'lächireh 379 (Sept. 989). Vgl. *Elmacin* p. 241.

[63] Bei *Elmacin* (p. 240) Ebulhassan.

[64] Nach Ebulfedâ gelangte der Ferrâsch Medscheddin, den er Mohammed Schirâsi nennt, erst nach dem Tode des Scherf eddewleh zu der Burg, in welcher Samsâm eddewleh gefangen gehalten wurde, und vollzog dann gleichwohl die ihm befohlne Blendung des Samsâm eddewleh. *Ann. mosl. ad a.* 379 T. II, p. 566. Vgl. *ad a.* 388 *ibid.* p. 600. Damit stimmt auch Heider, welcher für diese Begebenheiten eben so wie Ebulfedâ die Chronik des Ibn elathir



benutzte, überein, indem er hinzufügt, daß der Ferrâsch Mohammed zwar von dem mittlerweile erfolgten Ableben des Scherf eddewleh unterrichtet war, mit dem Befehlshaber der Burg, in welcher Samsâm eddewleh sich befand, Ebulkâsim elalâ, aber übereinkam, den Samsâm eddewleh zu blenden, bevor der Tod des Scherf eddewleh allgemein bekannt würde, um den Söhnen des letztern die Herrschaft zu erhalten.

[65] Vgl. *Herbelot bibliothèque or. v. Samsam aldoulat*.

[66] Vgl. *Herbelot a. a. O.*, wo diese Ereignisse in das Jahr 383 d. H. (Chr. 993) gesetzt werden.

[67] Vgl. *Herbelot a. a. O.* Ebulfedâ (*Ann. mosl.* T. II, p. 600) sagt bloß, daß Samsâm eddewleh auf Veranlassung eines Aufstandes seiner Dilemitischen Miliz getödtet worden sei. Es ist auffallend, daß Mirchond in der Nachricht von dem Tode des Samsâm auf eine kurz vorhergegangene chronologische Angabe sich bezieht, welche in seinem Texte fehlt.

[68] Vgl. *Abulfedae Ann. mosl.* T. II, p. 572. 574. *Abulfaragii Hist. Dynast.* p. 332.

[69] Vgl. *Abulfedae Ann. mosl.* T. II, p. 578. Die in diesem Absatze des Mirchond vorkommenden Worte: *پداسطه آنکه با مردم حسن معاشرت نداشت* sind mir nicht deutlich; vielleicht ist *حسن معاشرت* zu lesen, wodurch der Sinn entstehen würde, „weil er mit den Leuten nicht in einer anständigen Weise umging,“ d. i. sie nicht in der rechten Weise behandelte, sich also verhaßt gemacht hatte.

[70] Da wir über diese Ereignisse bei keinem andern Schriftsteller genauere Nachrichten finden, so können wir nur für die Ermordung des Ebu Nesr die chronologische Angabe des Elmacin (p. 256) hinzufügen, nemlich das Jahr 391 (vom 30. Nov. 1000 bis zum 18. Nov. 1001). Die Eroberung von Fârs durch Behâ eddewleh, so wie die von Mirchond berichtete erste Unterwerfung von Kermân scheint etwa in das Jahr 389 oder 390 gesetzt werden zu müssen. Daß Behâ eddewleh nach der Eroberung von Fârs seinen gewöhnlichen Wohnsitz von Bagdad nach Schiras verlegte, scheint aus der von Herrn Silvestre de Sacy (*Mémoires sur diverses antiquités de la Perse* p. 137. 138. 149 folg.) erläuterten Kufischen Inschrift zu Persepolis sich zu ergeben, indem in dieser Inschrift gemeldet wird, daß Behâ eddewleh im J. 392 mit seinem Sohne, dem Emir elumerâ Ebu Mensur, auf der Jagd nach Persepolis kam und daselbst eben so wie früher sein Vater Adhed eddewleh (s. histor. Anm. 18), die alten verwitterten Inschriften las. Nach den Angaben der Geschichtschreiber starb auch Behâ eddewleh in Fârs oder doch an der Gränze dieser Provinz, nach Ebulfedâ (*Ann. mosl.* T. III, p. 18) und Elmacin (p. 257) zu Ardschân in Chusisthân hart an der Gränze von Fârsisthân, nach Heider zu Schirâs. Des in der Inschrift erwähnten Sohns des Behâ eddewleh, des Emir elumerâ Ebu Mensur, gedenken auch die persischen Geschichtschreiber nicht; er starb ohne Zweifel vor dem Vater, war mithin nur kurze Zeit Emir elumerâ zu Bagdad, und die Geschichtschreiber fanden daher keine Veranlassung seiner zu erwähnen. Vgl. *Silvestre de Sacy a. a. O.* S. 151 folg.

[71] *Abulfedae Ann. mosl.* T. III, p. 6.



[72] Am 10. Dschumada 'lachireh (16. Dec. 1012). *Abulfeda l. c.* p. 18. Vgl. Elmacin p. 257.

[73] *Abulfedae Ann. mosl.* T. II, p. 598. *Abulfaragii Histor. Dynast.* p. 333.

[74] Vgl. *Abulfed. Ann. mosl.* T. III, p. 94. *Reiskii annotat. hist. ibid.* p. 665. Dafs Ibn Sina Vesir des Medschd eddewleh gewesen, erwähnt auch Herbelot *Biblioth. or. v. Magdaddoulat.* Choand emir, der das Leben des Ibn Sina in seiner Geschichte der Vesire (تاریخ دستور الوزراء) unter den bujidischen Vesiren weitläufig beschreibt (*Mss. orient. Bibl. reg. Berol.* Fol. 288, fol. 72<sup>b</sup>-80<sup>a</sup>), läßt ihn dagegen Vesir des Ala eddewleh Ebu Dschafer Ibn Käkujeh sein.

[75] *Abulfedae Ann. mosl.* T. II, p. 616. Ebu Dschafer Schehrjâr hiefs Ibn Käkujeh (d. i. Sohn des Oheims), weil sein Vater der Oheim oder Mutterbruder der Seideh war. Das Wort Käkujeh im Persischen ist, wie Ebulfedâ angiebt, dem arabischen Châl (*avunculus*) gleichbedeutend. Heider bemerkt, dafs das Wort Käkujeh die angegebene Bedeutung in der Sprache von Dilem habe. Ibn Käkujeh starb im Jahre d. H. 433 nach *Abulfed. Ann. mosl.* T. III, p. 114.

[76] *Herbelot Bibliothèque orient. v. Magdaddoulat.*

[77] Vgl. *Mirchondi Histor. Gasnevid.* Kap. XVII, p. 87 (der Übers. p. 226. 227).

[78] Vgl. *Herbelot v. Magdaddoulat.*

[79] *Mirchondi Historia Gasnevid. l. c.* (der Übers. p. 227).

[80] *Elbetdih* d. i. die Niederungen war nach Ebulfedâ (*Tabula Iraki ed. Wüstenfeld* p. 7 und in Büsching's Magazin für die neue Historie und Geographie Th. IV, S. 256) der Name eines sumpfigen und wasserreichen Landstrichs zwischen Basrah und Wäsit. Über Mohadsdsib eddewleh s. *Abulfedae Ann. mosl. ad a.* 369 T. II, p. 562.

[81] Nach Elmacin (p. 237) war schon dem Adhed eddewleh der Titel Schâhinschâh von dem Chalifen Tâji bewilligt worden. Über die von Mirchond berichteten Händel des Sultân eddewleh und Muschrif eddewleh vgl. *Abulfedae Ann. mosl.* T. III, p. 50.

[82] Vgl. *Abulfeda l. c.*

[83] Vgl. *Abulfedae Ann. mosl.* T. III, p. 62.

[84] Im Monate Schewwâl (Jan. 1025) nach Ebulfedâ T. III, p. 611 und Elmacin p. 262. Ebu Kâledschâr heifst in dem Reiskischen Texte der Chronik des Ebulfedâ überall und bei Ebulfereisch (*Histor. Dynast.* p. 314) Ebu Kâledschâr (کلیج‌شار). Heider legt ihm noch den Namen Husâm eddewleh (حسام الدوله) bei.

[85] *Abulfedae Ann. mosl. l. c.* p. 66.

[86] *Abulfedae l. c.* p. 68. *Elmacin* p. 262.

[87] *Abulfeda l. c.* p. 68. 70.

[88] *Abulfeda l. c.* p. 70. *Elmacin l. c.*

[89] Vgl. *Abulfeda l. c.* Heider berichtet über diese Verhältnisse also:

و در سال چهار صد و هشتاد و نه جلال الدوله از بصره ببغداد آمد خلیفه القادر بالله عباسی در کشتی نشستند باستقبال او رفت و جلال الدوله پیش خلیفه چنانچه معهود بود زمین ادب

بوسیدہ در مجلس خلیفہ بنشست بعد از ساعتی خلیفہ بجانب دار الخلافہ مراجعت نمود و جلال الدولہ قبل از آنکہ بدار الامارہ رود بمشهد امام موسی کاظم رفته مراسم زیارت بفعل آورد وبعد از آن بدار الامارہ در آمد و چون جلال الدولہ در بغداد قرار گرفت فرمود تا بر در خانہ او پنج نوبت در اوقات نماز نوبت میزدند و خلیفہ کس فرستادہ اورا ازین معنی منع فرمود چہ این مخصوص بخلفا می بود جلال الدولہ از روی غضب و طرح فرمود کہ نوبت زدن بر طرف کردند آخر الامر خلیفہ قادر باللہ کس فرستادہ اورا رخصت فرمود تا در پنج وقت نماز نوبت میزدند

d. i. „Als im Jahre 418 Dscheläl eddewleh aus Basrah nach Bagdād kam, so setzte sich der Chalife Kādir billāh der Abbaside in ein Schiff und fuhr ihm entgegen, und Dscheläl eddewleh, nachdem er in der gewöhnlichen Weise dem Chalifen durch den Kuß des Bodens seine Ehrerbietung bezeigt hatte, nahm in der Ehrenversammlung desselben seinen Platz. Nach einer Stunde kehrte der Chalife in den Palast des Chalifats zurück, und Dscheläl eddewleh, bevor er sich in den Palast des Emirats begab, wallfahrtete zu dem Grabmale des Imām Musa Kadhīm (eines Nachkommen des Ali, gestorben zu Bagdād im Jahre 183 d. H. nach *Abulfedae Ann. mosl. T. II*, p. 76), und verrichtete daselbst seine Andacht. Dann begab er sich in den Palast des Emirats; und als er festen Fuß zu Bagdād gefaßt hatte, so ließ er vor der Pforte seines Hauses (täglich) fünfmal zu den Zeiten des Gebets die Heerpauken schlagen. Der Chalife sandte hierauf einen Abgeordneten an den Dscheläl eddewleh und ließ ihm solches verbieten, weil es ein Vorrecht der Chalifen war, und Dscheläl eddewleh ließ mit Unwillen und Verdruss das Schlagen der Heerpauken einstellen. Zuletzt aber sandte der Chalife Kādir billāh einen Abgeordneten an Dscheläl eddewleh und ertheilte die Erlaubniß, zu den fünf Zeiten des Gebets die Heerpauken schlagen zu lassen.“ Nach Elmacin (p. 237) gewährte schon im J. 368 der Chalife Tāji dem Adhed eddewleh das Recht zu den fünf Zeiten des Gebets am Thore seines Palastes die Heerpauken schlagen zu lassen; Elmacin bemerkt zugleich, daß dieses Recht weder früherhin einem Emir zugestanden worden war, noch den Nachfolgern des Adhed eddewleh in der Herrschaft gewährt wurde. Dagegen berichtet Ebulfedā (*Ann. mosl. ad a. 408 T. III*, p. 46), daß Adhed eddewleh das Schlagen der Heerpauken auf drei Male täglich beschränkte und Sultān eddewleh zu allen fünf Zeiten des Gebets die Heerpauken erschallen ließ. Vgl. Jos. v. Hammer Geschichte des Osmanischen Reichs Th. I. (Pesth 1827. 8.) S. 28. Dessen Länderverwaltung unter dem Chalifate S. 181.

[90] *Abulfedae Ann. mosl. T. III*, p. 74. Elmacin p. 263.

[91] Vgl. Kap. XII, S. 43, 44.

[92] *Abulfedae Ann. mosl. T. III*, p. 78.

[93] Den Namen des Vesirs nennt Heider: Ebu Isbak Suheili, und der von Mirchond erzählte Aufstand ereignete sich nach eben jenem Schriftsteller im Monate Rebi elewwel 423.

[94] Der Emir Adil Behräm sprach nach Heider damals also zu Ebu Kälendschâr: „wenn eine Schaar von Türken käme, so würde es rathsam sein, daß du nach Bagdâd dich begäbest; aber auf einen bloßen Brief dieser aufrührischen Leute dahin zu gehen, ist durchaus unzweckmäfsig, denn sie sind unzuverlässig in ihrem Reden und ihrem Handeln.“

[95] „Die Leute von Bagdâd,“ sagt Heider, „holten nach 43 Tagen den Dschelâl eddewleh nach Bagdâd zurück und gaben sein Vesirat dem Ebulkâsim Ibn Mâkulâ (وزارت اورا). (بابو القاسم ابن ماکولا دادند).

[96] Fast dieselben wahrscheinlich aus der Chronik des Ibn el Athir genommenen Worte stehen in *Abulfedae Ann. mosl.* T. III, p. 82.

[97] Eine ausführlichere Nachricht theilt über diesen Aufstand Heider aus Ibn elathirs Kîmil eththewrich mit, indem er meldet, daß Dschelâl eddewleh genöthigt war, heimlich aus seinem Palast zu Bagdâd zu entweichen, ein Schiff zu besteigen und nach der Vorstadt Kerch sich zu begeben. Von dort setzte er seine Flucht nach Thekrit fort. Endlich vermittelte der Chalife einen Frieden, welcher, wie Heider bemerkt, in der damaligen Lage des Reichs der Bujiden weder von erheblichem Nutzen noch von langer Dauer war.

[98] Nach Elmacin p. 266 erhielt Dschelâl eddewleh den Titel Schâhinschâh Melik el moluk schon im J. d. H. 422.

[99] Über den Streit, in welchen im J. 434 Dschelâl eddewleh mit dem Chalifen gerieth, s. *Abulfedae Ann. mosl.* T. III, p. 118. Auch Heider erzählt diese Händel.

[100] Dieselbe Nachricht findet sich in *Abulfedae Ann. mosl. l. c.* p. 120.

[101] Nach Ebulfedâ a. a. O. und p. 122 im Safar 436.

[102] Ebulasis Mensur, ein trefflicher Dichter, starb nach Ebulfedâ (a. a. O. p. 120. 132) zu Majâfârekîn.

[103] Vgl. *Abulfaragii Historia Dynastiarum* p. 344.

[104] Ebu Kälindschâr starb am 4. Dschumâda 'lewwel 440 in der Stadt Dschenâb in Kermân. *Abulfedae Ann. mosl. l. c.* p. 128.

[105] Bei Ebulfedâ (z. B. p. 130) und Heider findet der Name Fulâdsuthun sich abgekürzt Fulâsuthun (فلاسنون).

[106] Nach *Abulfedae Ann. mosl.* a. a. O. p. 130 setzte sich Ebu Mensur, welcher damals aus der Gefangenschaft befreiet war, im Jahre d. H. 441 (Chr. 1049. 1050) in den Besitz der Provinz Fârs.

[107] Nach Heider gerieth Ebu Mensur damals (im Monate Schewwâl 440) mit seiner Mutter in die Gefangenschaft des Ebu Said, welcher ihn dem Melik rahim überlieferte. Ebu Mensur wurde hierauf in der Burg von Istachar bewahrt, später aber durch die Truppen von Schirâs befreiet, wie auch Mirchond im folgenden berichtet.

[108] Nach *Abulfedae Ann. mosl.* a. a. O. p. 132 im Jahre d. H. 445 (vom 22. April 1053 bis zum 10. April 1054).

[109] *Abulfedae Ann. moslem. a. a. O.*

[110] Sehr übereinstimmend mit Mirchond wird das Ende der Herrschaft der Bujiden zu Bagdad erzählt von Ebulfedâ a. a. O. p. 146. 148. Eben so von Heider, welcher nur wenig hinzufügt. Vgl. *Abulfaragii (Bar Hebraei) Chronicon syr.* p. 244-247. Melik rahim starb (nach *Abulfedae Ann. mosl. a. a. O.* p. 180) im Jahre 450 (Chr. 1058), nach Heider im Jahre 451 (Chr. 1059), als Gefangener in der Citadelle von Rai.

[111] Nach Herbelot *Bibliothèque orient. v. Malek rahim* im J. d. H. 448 (Chr. 1056). Der Name Feslujeh würde nach arabischer Weise Fedhleweih auszusprechen sein.

[112] Dieser Sultan Moassis dewleth Châkani, für welchen Mirchond den göttlichen Schutz anruft, kann wohl kein anderer sein, als der Timuride Ebulgâsi Hossein Behâdûrchân, unter dessen Regierung Mirchond sein Werk verfasste (s. *Silo. de Sacy Mémoires sur diverses antiquités de la Perse* p. XIV folg.). Nirgends finde ich jedoch jenen Sultan, den Mirchond gewöhnlich nur Châkân Mansur nennt (vgl. *Am. Jourdain Notice de l'histoire universelle de Mirchond* im neunten Bande der *Notices et extraits des Manuscrits de la Bibliothèque du Roi* p. 25) mit dem Beinamen Moassis eddewleth bezeichnet. Am ausführlichsten wird bei Mirchond (im 7<sup>ten</sup> Bande *Ms. orient. Biblioth. reg. Berolin. Fol. 36. fol. 17<sup>a</sup>*) jener Sultan also genannt: Châkân Mensur dschihângir sultânî meschrekin we schâhînschâhi magrebin Ebulgâsi Mirsâ Sultân Hossein.

### Verbesserungen.

S. 9 Z. 6 von unten sind nach den Worten: „seines widerspenstigen Bruders“ die Worte ausgefallen: „wurde auf Befehl desselben geblendet.“

S. 12 in der Geschlechtstafel ist bei Rusthem Medschd eddewleh dessen (Kap. 12, S. 89 erwähnter) Sohn Ebu Dulf nachzutragen, und eben daselbst sind bei Ebu Ali dem Sohne des Scherf eddewleh die Worte: *Kurreth elain Melik* zu löschen, indem dieselben nur (Pers. Text S. 36, Übers. S. 82) als höfliche Bezeichnung des Ebu Ali vorkommen.

S. 15 Z. 10 und S. 21 Z. 1 und 4 statt جنك I. جنك.

S. 19 Z. 3 statt جنگجوی I. جنگجوی.

S. 23 Z. 15 statt خانه یافت I. خانه یافت. Diese und einige wenige andere leicht erkennbare Auslassungen des ء wird der geneigte Leser gütigst entschuldigen.

S. 49 Z. 16 statt چندیان I. چندیان.



Über  
die Besorgnisse, welche die Zunahme der  
Bevölkerung erregt.

Von  
H<sup>rn</sup>. HOFFMANN.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 22. October 1835.]

Bis zum Ende des achtzehnten Jahrhunderts stand die Sorge für Zunahme der Bevölkerung oben an unter den Pflichten der Staatswirth. Bedenken ward nur zuweilen geäußert über die Wahl der Mittel, die Volkszahl zu vermehren; über die Anwerbung unzuverlässiger Ausländer zur Verstärkung der Heere; über das Anlocken fremder Ansiedler durch kostbare Unterstützungen; über die mittelbare Begünstigung des unehelichen Beischlafs durch Milderung der Folgen desselben für die Mütter. Aber als Grundsatz stand fest: das Entstehen neuer Haushaltungen müsse nach Möglichkeit begünstigt, Abbauen neuer Ackerhöfe durch Theilbarkeit des Bodens befördert, Anstellen neuer Gewerbe durch Gewerbefreiheit erleichtert werden. Die Schranken, welche Grund-, Gemeine-, Zunft- und Familien-Rechte der Ausführung dieser Ansicht entgegenstellten, galten für Übel, welche zwar mit Schonung, aber auch mit Beharrlichkeit vertilgt werden mußten. Die Regierungen wollten allerdings nicht bloß eine zahlreiche, sondern auch eine kräftige und thätige Bevölkerung: aber Thätigkeit, meinten sie, finde sich schon, wo jeder rüstig arbeiten müsse seinen Unterhalt zu verdienen; Fleiß und Sparsamkeit gründe Wohlstand in der großen Masse des Volks; die vielen Steuergroschen brächten mehr, als die wenigen Steuerthaler; und zuletzt entscheide Mannschaft und Geld über die Macht der Staaten — eine Macht, deren Aufgabe wiederum nur Eröffnung neuer Erwerbsquellen, Sprengen der Hemmketten, welche fremde Eifersucht der Thätigkeit des Volks anlegte, und Erweiterung des freien Schaffens und Wirkens sein sollte, so weit menschliche Kräfte reichen.

*Philos.-histor. Abhandl. 1835.*

Q



Während der Donner des britischen Geschützes siegreich auf allen Meeren vom Aufgange bis zum Niedergange ein Übergewicht verkündigte, welches als Lohn für Beachtung dieser Lehren erschien, ward den Briten in ihrer reichen Heimat selbst die Armentaxe so lästig, daß leise Zweifel an der Glückseligkeit einer unbegrenzten Volksvermehrung entstanden. Aber die öffentliche Meinung wollte sich des uralten Glaubens so leicht nicht entäufsern; und Malthus, der solche Zweifel im Jahre 1798 in einer Flugschrift aussprach, mußte bald darauf ein Buch von zwei Bänden schreiben, um Ansichten zu vertheidigen, deren kühne Neuheit hier empörte, dort blendete, überall aufregte. Als Hegewisch im Jahre 1806 dieses Werk aus der dritten Auflage, die seitdem schon nothwendig geworden war, ins Deutsche übertrug, war er noch veranlaßt, seiner Übersetzung<sup>(1)</sup> einen behelmten Prolog vorzusetzen: und sie schließt mit einem Auszuge aus der Vertheidigungsschrift, die Malthus selbst noch dieser dritten Auflage seines Buchs anhängte, weil es bis dahin fortwährend ein Stein des Anstosses geblieben war. Seitdem reichte schon ein Viertel-Jahrhundert hin, den Stand der Meinungen gänzlich zu verändern. Malthus Warnungen sind nicht nur fast allgemein gebilligt, sondern von einigen sehr laut gewordenen Stimmen so weit überboten worden, daß die neue Weisheit begann, sich ihrer eignen Fortschritte zu schämen. Unter solchen Verhältnissen ist es so sehr an der Zeit, die Sühne zu versuchen, daß diesem Versuche nur noch das Verdienst bleibt, einer im Gewerbs- und Geschäfts-Leben bereits ausgebildeten Ansicht Worte geliehen zu haben.

Malthus hat nie verkannt, daß die Macht der Staaten bedingt werde durch die Kraft ihrer Bevölkerung, und durch die Weisheit, womit ihre Regierungen diese Kraft gebrauchen. Auch damit ist er einverstanden, daß diese Kraft ebensowohl in der Anzahl, als in der Beschaffenheit des Volks beruhe. Er ist ferner von der Überzeugung durchdrungen, daß durch ein bestimmtes Maafs von äußern Gütern auch nur ein bestimmtes Maafs von Menschenkraft unterhalten werden kann. Dieses Maafs ist erreicht, sobald die Anzahl der Menschen nicht vermehrt werden kann, ohne mehr Kraft durch ihre verringerte Beschaffenheit zu verlieren, als durch ihre vermehrte

---

(<sup>1</sup>) Sie trägt auf dem Titel beider Bände die Jahrzahl 1807, aber die Vorrede ist — „Hamburg, im September 1806“ — unterzeichnet.

Anzahl gewonnen wird. Aber der Unterhalt des Menschen hängt nicht allein von dem Besitze äufsrer Güter, sondern auch von den geistigen und körperlichen Kräften ab, womit er dieselben zu benutzen vermag. Diese Bemerkung hat indefs Malthus auch nicht übersehen. Er nimmt sogar selbst an eine Fähigkeit des Menschengeschlechts, die Mittel zu seinem Unterhalte zu vermehren, die jede zur Zeit angebbare Gränze übersteigt. Neben dieser steht nun die Fähigkeit des Menschengeschlechts sich durch einen Überschufs der Geburten über die Todesfälle der Zahl nach zu vermehren; und für diese Vermehrung sind in einem gegebenen Kulturstande zweierlei Gränzen denkbar: die eine, wobei das höchste Maafs von menschlichen Kräften entwickelt, die andre, wobei die höchste Zahl von Menschen unterhalten wird.

Dafs nur die erstgenannte dieser beiden Gränzen zu erreichen gesucht werden müsse, ist aufser Zweifel. Das Unterscheidende in Malthus Vortrage besteht aber darin, dafs er annimmt: ein Naturgesetz selbst treibe das Menschengeschlecht über diese Gränze hinaus zur Vermehrung bis dahin, wo die Möglichkeit, der vorhandenen Anzahl Unterhalt zu schaffen, aufhört, und die peinlichsten Entbehrungen die Fähigkeit der menschlichen Natur, sie zu erdulden, übersteigen.

Zu dieser Annahme gelangt er durch eine eigenthümliche Vorstellung von dem Naturgesetze, welches die Fortschritte befolgen, die das Menschengeschlecht in der Vermehrung einerseits seiner Zahl, andererseits seiner Unterhaltsmittel macht.

Es ist an sich ganz natürlich, dafs die Zahl der Frauen, die gebären können, mit der Bevölkerung überhaupt zunimmt; dafs also in dem Wachstume der Volkszahl selbst ein Grund zur Beschleunigung dieses Wachstums liegt. Soweit störende Verhältnisse die Wirkungen des allgemeinen Naturgesetzes nicht ändern, wird die Vermehrung hiernach in einer geometrischen Reihe fortschreiten; wie bei einem Kapitale, wozu terminlich die Zinsen geschlagen werden. Es ist selbst gewöhnlich, das Maafs dieses Fortschreitens, eben wie bei zinsbar belegten Geldern, in Prozenten anzugeben. Der Erfahrung nach beträgt die Vermehrung der Menschenzahl im mittlern Europa jetzt jährlich im Durchschnitte zwischen ein und anderthalb Prozent. Im ersten Falle wird auf hundert gleichzeitig Lebende Einer mehr geboren, als dagegen stirbt. Es werden beispielsweise auf Hundert Vier

geboren, während nur Drei sterben, wornach auf 25 Lebende eine Geburt, auf  $33\frac{1}{3}$  Lebende ein Todesfall kommt. Dieselbe Vermehrung der Zahl nach könnte aber auch statt finden, wenn auf hundert Lebende nur Drei geboren würden, aber dagegen auch nur Zwei stürben: oder wenn auf hundert Lebende Fünf geboren würden, aber schon Vier stürben.

Bei einer Vermehrung von anderthalb Prozent werden auf zweihundert Lebende jährlich Drei mehr geboren, als dagegen sterben. Das würde geschehen, wenn auf 25 Lebende Einer geboren würde, aber von 40 Lebenden nur Einer stürbe. Es könnte aber auch bei einer gröfsern oder geringern Anzahl der Geburten stattfinden, wenn nur die Anzahl der Todesfälle sich gleichzeitig so vermehrte oder verminderte, dafs der Überschufs der Gebornen auf Zweihundert eben Drei betrüge.

In der Erfahrung kommen jedoch allerdings auch Fälle vor, worin die Vermehrung im Durchschnitte einer Reihe von Jahren mehr als anderthalb oder weniger als ein Prozent beträgt.

Das Mehr hat seine Gränze in der menschlichen Natur; und es ist darnach kaum denkbar, dafs die Vermehrung anhaltend höher als drei Prozent steigen könne. In diesem Falle werden jährlich auf Hundert Drei mehr geboren als dagegen sterben. Das würde geschehen, wenn auf zwanzig Lebende eine Geburt, auf funfzig Lebende aber nur ein Todesfall käme. Das erstere ist sehr möglich; und es kommen selbst wohl Fälle vor, wo schon auf achtzehn Lebende eine Geburt fällt: das letztre aber ist damit nicht leicht zu vereinigen. Der Mensch leidet in der Geburt so sehr, und die Schwäche der frühern Kindheit ist so viel Gefahren ausgesetzt, dafs bei einer so grofsen Anzahl von Geburten, als hier angenommen wird, die Sterblichkeit, auch bei der sorgsamsten Pflege der Kinder, nicht leicht so gering werden kann, als hier vorausgesetzt werden will.

Die Verminderung der Zunahme hat keine solche Gränzen: indefs lehrt die Erfahrung doch, dafs überall, wo der Mensch bereits feste Wohnsitze gewonnen hat, und kein besondres Mifsgeschick seinen Lebensunterhalt verkümmert, oder sein Leben durch Seuchen und gewaltsamen Tod verkürzt, die Zahl der Geburten merklich gröfser ist, als die Zahl der Todesfälle. Es ist schon sehr wenig, wenn dieser Überschufs nur ein halbes Prozent beträgt; welches beispielsweise der Fall sein würde, wenn von zweihundert Lebenden jährlich Fünf geboren würden, und Vier stürben. Eine

Sterblichkeit, die von funfzig Lebenden jährlich nur einen hinweg nimmt, ist bei so geringer Anzahl der Geburten sehr wahrscheinlich: aber es müssen sehr viel Menschen den Genuß des häuslichen Lebens in der Ehe entbehren, oder die Ehen müssen ganz ungewöhnlich unfruchtbar sein, wenn von vierzig Lebenden jährlich nur Einer geboren werden soll, wie hier vorausgesetzt werden muß. Nimmt man aber eine gröfsre Anzahl der Geburten an: so müßte bei so geringem Fortschreiten der Volkszahl die gewöhnliche Sterblichkeit so groß sein, wie sie bei den gebildetsten Völkern nur in den Jahren ist, wo Seuchen sie heimsuchen. Würde beispielsweise von 25 Lebenden Einer geboren, was ohngefähr die Mittelzahl für den preussischen Staat ist: so müßten, wenn die Vermehrung nur ein halbes Prozent betragen sollte, jährlich schon Sieben von Zweihundert, Einer also von  $28\frac{4}{7}$  sterben. Das ist nahe so viel, als die gefürchteten Seuchen des Jahres 1831 wegrafften.

Es fallen demnach für den jetzigen Zustand der gebildetsten Völker die wahrscheinlichen jährlichen Vermehrungen zwischen ein halbes Prozent und drei Prozent jährlich im Durchschnitte. Ferner ergiebt die Rechnung von Zinsen auf Zinsen, daß eine Verdoppelung der vorhandnen Volkszahl erfolgen würde bei einer Vermehrung von

|                      |                                               |
|----------------------|-----------------------------------------------|
| einem halben Prozent | in 138,9757 oder nahe 139 Jahren;             |
| einem Prozent        | in 69,6607 oder nahe $69\frac{2}{3}$ Jahren;  |
| anderthalb Prozent   | in 46,5555 oder nahe $46\frac{5}{9}$ Jahren;  |
| zwei Prozent         | in 35,0028 das ist sehr nahe 35 Jahren;       |
| dritlehalb Prozent   | in 28,0710 oder nahe $28\frac{1}{14}$ Jahren; |
| drei Prozent         | in 23,4498 oder nahe $23\frac{9}{20}$ Jahren. |

Nach demselben Gesetze fortschreitend würde sodann erfolgen:

Die Vervierfachung, nämlich die Verdoppelung der Verdoppelung, in den zweifach so langen Zeiträumen; die Verachtfachung, oder die Verdoppelung der Vervierfachung, in den dreifach so langen Zeiträumen; die Versechzehnfachung, oder die Verdoppelung der Verachtfachung, in den vierfach so langen Zeiträumen.

Man geräth auf dieser Bahn sehr bald zu Ergebnissen, die weit Alles überbieten, was die ausschweifendste Einbildungskraft irgend noch zu erfassen vermag. Der Zeitraum von 1835 Jahren, welchen die Zeitrechnung der abendländischen Kirche seit Christi Geburt umfaßt, enthält noch etwas mehr als das Dreizehnfache des Zeitraums von 139 Jahren, welcher selbst



unter der Voraussetzung, daß der jährliche Zuwachs nur ein halbes Prozent betrage, die Verdoppelung der vorhandenen Volkszahl erzeugt. Da nun die dreizehnte Potenz der Zwei  $8192$  ist: so würde ein Land, das zur Zeit von Christi Geburt eine Million Menschen enthielt, jetzt selbst bei so sehr langsamem Fortschritte der Vermehrung  $8,192$  Millionen, das ist sehr viel mehr Einwohner enthalten müssen, als man jetzt, freilich sehr ins Ungewisse hin, für den ganzen Erdboden anzunehmen wagt. Ein solches Ergebniss bedarf keiner Erörterung seiner Unstatthaftigkeit. Aber Beispiele einer Verdoppelung der Einwohnerzahl innerhalb des Zeitraums von weniger als einem Jahrhunderte kommen vor in dem angebautesten Theile von Europa: die Möglichkeit einer Verdoppelung in der gleichen Zeit läßt sich keinesweges abläugnen; und dieses ist völlig hinreichend, die Gemüther mit Harren und Furcht der Dinge zu erfüllen, die da kommen sollen auf Erden, wenn es neben das Gesetz gestellt wird, das Malthus für die möglichen Fortschritte in der Vermehrung der Unterhaltsmittel annimmt.

Diese Vermehrung soll in einer arithmetischen Reihe ersten Ranges fortschreiten; das ist in gleichen Zeiträumen um gleichviel, nicht wie bei der geometrischen Reihe, um gleichvielmal.

Wächst also beispielsweise die Zahl der Einwohner jährlich um ein Prozent: so könnte zwar die Erzeugung von Nahrung und allen andern Unterhaltsmitteln jährlich ebenfalls um ein Prozent wachsen: aber nicht um ein Prozent der jedesmal vorjährigen Anzahl, sondern nur um ein Prozent der erstanfänglichen. Die Vermehrung der Unterhaltungsmittel würde nach dieser Ansicht eben so fortschreiten, wie die Vermehrung eines Kapitals, wenn die Zinsen davon zwar gesammelt, aber nicht wieder zinsbar belegt werden. Nach diesem Beispiele würde also die Vermehrung der Unterhaltsmittel in  $69\frac{2}{3}$  Jahren nur  $69\frac{2}{3}$  Prozent betragen, während die Vermehrung der Menschenzahl in demselben Zeitraume schon 100 Prozent erreichte. Bei solchen Verhältnissen der Fortschritte würden die Unterhaltsmittel immer knapper und knapper, bis die Noth endlich eine Entsittlichung erzeugte, worin das elende Menschengeschlecht sich selbst aufreiben müßte; auf daß die spärlichen Überreste desselben, welche der sittlichen Sündflut zu entrinnen vermöchten, wiederum Raum gewönnen, einen Kreislauf von anfänglichem Überflusse, nachmals zureichendem Bedarf, und späterm Verarmen bis zum wiederholten Umsturze zu beginnen.



Aber weder die Natur der Sachen selbst, noch die vorhandenen Erfahrungen rechtfertigen eine solche Annahme. Mit den Fortschritten des Menschen in der Herrschaft über die Aussenwelt wächst auch sein Vermögen, diese Herrschaft zu erweitern: jede Entdeckung, jede Erfindung wird die Grundlage neuer Eroberungen in einem Gebiete, das unermesslicher erscheint, je weiter der Mensch darin vordringt. Auch die Macht des Menschen-Geschlechts über die Natur ist ein Kapital, das durch Zuschlag der Zinsen wächst. Hungersnoth und die Seuchen in ihrem Gefolge wurden nicht häufiger, sondern seltner, mit der Zunahme der Bevölkerung. In kleinen Landstrichen, Gebirgsthälern und Inseln, kann eine schnelle Zunahme der Volkszahl Zufuhr aus der Ferne, und bis diese gesichert wird, harte Entbehrungen, oder wo sie nicht möglich ist, Auswanderungen aufnöthigen: aber die großen selbstständigen Staaten erbaun überall ihre Nahrung selbst; und die Landwirthe haben niemals dringender Abwendung der Zufuhr von Aussen verlangt, als eben seitdem die Volkszahl so reissend wächst. Der eigentliche Niederrhein, das ebne Land zu beiden Seiten des Rheins, nordwärts der Eifel und des Westerwaldes, mit siebentausend Menschen auf der geographischen Quadratmeile, erbaut nicht nur das Getreide, dessen seine Bevölkerung bedarf; sondern versorgt noch jährlich das benachbarte unfruchtbare Gebirge, und führt in guten Jahren selbst noch Getreide nach Holland aus. Dennoch liegen auch in diesem dicht bewohnten Lande noch beträchtliche Strecken eines Bodens wüste, der wohl des Anbaues fähig ist; weil Kapitale bisher immer noch vortheilhafter in den fabrizirenden Gewerben angelegt werden können, <sup>(1)</sup> welche den Verbrauch von Bodenerzeugnissen fortwährend vermehren. Die Provinzen Ost- und Westflandern, die beim Ausbruche der belgischen Unruhen im Jahre 1830 im Durchschnitte gegen eilftausend fünfhundert Einwohner <sup>(2)</sup> auf der geographischen Quadratmeile hatten, bedürfen so wenig einer Getreidezufuhr

---

<sup>(1)</sup> Der Kreis Solingen, einer der bevölkertsten und gewerbtthätigsten dieses Landestheils, hatte nach der von seinem Landrathe, dem Freiherrn v. Hauer, im Jahre 1832 herausgegebenen „statistischen Darstellung“ desselben noch über 7,300 Morgen Haiden und Öden (S. 31 des gedachten Werks).

<sup>(2)</sup> Die Provinzen Ost- und Westflandern hatten auf zusammen 112,9439 geogr. Quadratmeilen 1,297,654 Einwohner, also durchschnittlich 11,490 auf der g. Q. M. (S. preufs. allg. Staatszeitung v. J. 1831. Nr. 20. wo diese Verhältnisse ausführlich verhandelt worden).

in gewöhnlichen Jahren, daß sie vielmehr weiland den nördlichen Theil der Niederlande mit Getreide versehen halfen. Dieses Holland endlich selbst, das nur, weil es grofsentheils Wiesenboden ist, bisher regelmäfsig Getreide einfuhrte, hat nicht nur längst aufgehört, der jährliche Abnehmer des Überschusses an Roggen zu sein, den Polen sonst in die Ostseehäfen sandte; sondern es bereitet in diesem Augenblicke — Herbst 1835 — eine Belastung der Getreidezufuhr vor, weil sein Ackerbau sich niedergedrückt fühlt durch die niedrigen Getreidepreise. Als Grofsbritannien in der Mitte des vorigen Jahrhunderts ohngefähr halb so viel Einwohner hatte, als jetzt, hob seine Regierung die Prämien auf, womit die Ausfuhr des Getreides war begünstigt worden, und gab dagegen die Einfuhr desselben frei. Seit dem letzten Kriege macht dagegen das britische Zollsystem die Getreideeinfuhr bei gewöhnlichen Erndten unmöglich; und was auch für die Veränderung dieses Systems sprechen möchte, es hat jedenfalls den Beweis durch die That geführt, daß Grofsbritannien die verdoppelte Bevölkerung durch eignen Anbau zu nähren vermag.

Damit, und mit allen den ähnlichen Thatsachen, welche noch leicht aus dem jetzigen Zustande fast aller europäischen Staaten zu entnehmen wären, soll nur erwiesen werden, daß die Annahme, worauf Malthus seine Besorgnisse gründete, rein willkührlich ist. Keinesweges aber soll behauptet werden: der Boden könne hinreichenden Unterhalt für jede Menschenzahl erzeugen, womit die Einbildungskraft ihn für die Zukunft bevölkert. Die einfache Wahrheit ist nur, daß bisher in keinem grofsen selbstständigen Staate die Bevölkerung deshalb zu wachsen aufhörte, weil es an der Möglichkeit fehlte, den Unterhalt für dieselbe auf eignem Boden zu erzeugen. Wenn die grofse Masse des Volks in einigen dicht bevölkerten Ländern darbt, und in Elend versinkt: so entsteht das keinesweges aus der Unmöglichkeit, hinlängliche Nahrung für dieselbe zu erbauen; sondern nur aus ihrem Unvermögen, die Nahrungsmittel, welche erzeugt werden könnten, oder wohl gar wirklich schon erzeugt und vorrätbig sind, zu bezahlen. Noch im Jahre 1834 sandte Irland zahlreiche Ladungen von Weizen und Gerste nach Alt-England zu derselben Zeit, wo bitterer Mangel unter seiner zahlreichen dürftigen Bevölkerung herrschte, weil die Kartoffeln fast gänzlich misrathen waren: und während London irisches Getreide verzehrte, sammelten seine Bewohner milde Beiträge, um den Gräueln einer Hungersnoth in Irland vorzu-

beugen. Zu der Zeit, als Malthus seine Lehre veröffentlichte, das ist im Anfange des jetzigen Jahrhunderts, galt eine Bevölkerung von dreitausend Menschen auf der geographischen Quadratmeile für die ansehnlichste, welche ein großes Land im mittlern Europa etwan aus eignem Erbau ernähren könnte. Seitdem wurden theils vollständigere Zählungen angestellt, theils hat auch wirklich die Volkszahl sich sehr beträchtlich vermehrt; und es wird jetzt willig zugegeben, daß im Durchschnitte wohl auch Nahrung für sechstausend Menschen auf der Quadratmeile gebaut werden könnte, wenn nur Kapital genug vorhanden wäre, um den Landbau so weit zu verbessern. Nicht über die Unmöglichkeit mehr Getreide zu erbaun wird geklagt, sondern über die Unmöglichkeit, das erbaute zu lohnenden Preisen abzusetzen; und kräftige Landwirthe erweitern den Anbau von Handelsgewächsen, Ölpflanzen, Tabak und Futterkräutern, um den Boden höher zu nutzen, als durch Getreidebau, dem es, der täglichen wachsenden Volkszahl ohngeachtet, an Abnehmern mangelt.

So wenig ein solcher Erfolg vor dreißig Jahren auch nur geahnet wurde, so wenig vermögen wir jetzt zu ahnen, wie sich das Leben in dreißig Jahren gestalten wird. Wir müssen als möglich ansehen, daß binnen dieses Zeitraums oder eines wenig längern, die Bevölkerung sich wieder um fünfzig Prozent vermehren kann, wie sich dieselbe seit dem Anfange dieses Jahrhunderts, schwerer Kriege ungeachtet, wirklich vermehrt hat. Wir sehen auch jetzt eben so wenig ein, wie der Unterhalt für diese Vermehrung der Volkszahl gewonnen werden solle, als wir vor dreißig Jahren einsahen, wie der Unterhalt für die jetzt vorhandne Menschenzahl beschafft werden könne. Aber alle Erfahrungen, welche ein unbefangner Blick auf das Leben darbeut, ergeben, daß bis jetzt die Vermehrung der Volkszahl nur eine Verbesserung des Zustandes der Völker zur Folge hatte; und berechtigen daher zu dem Vertrauen, daß auch die künftigen Generationen gleichen Vortheil aus den Fortschritten der Bevölkerung zu ziehen wissen werden.

Ein unbefangner Blick auf das Leben! — Denn allerdings ertönen bittre Klagen über sinkenden Wohlstand und reissende Zunahme der Verarmung, welche den schneidendsten Gegensatz mit der unverkennbaren Erscheinung bilden, daß in Städten und Dörfern an die Stelle baufälliger enger und ungesunder Hütten jährlich mehr neue, geräumige und bequeme Wohnhäuser treten; daß die Viehheerden sich vermehren und besonders veredeln;



dafs der Ackerbau kräftiger und verständiger betrieben wird; dafs die Zahl der Kunststraßen jährlich zunimmt; dafs alle Anstalten für die Sicherheit, Bequemlichkeit und Annehmlichkeit des Lebens sich in schnellem Fortschritte verbessern; dafs endlich zu jeder neuen grofsartigen Unternehmung, welche Gewinn verspricht, Aktienkäufer sich drängen; und dafs in zinstragenden auf Inhabern gestellten Papieren Summen belegt sind, die jede Vorstellung von vorhandenem verfügbarem Kapitale übersteigen, welche die kenntnisreichsten Männer nur erst vor fünfzig Jahren von dem Betrage derselben hatten. Diesen Erscheinungen werden indefs drei allerdings auch ganz unlängbare Thatsachen entgegengesetzt, nämlich:

die Zunahme der Ansprüche auf Unterstützung der Armen;

das Sinken des Einkommens aus einem bestimmten Boden oder Kapital-Besitze;

und die wachsende Schwürigkeit, ohne grofse und daurende Anstrengung bequemes Auskommen zu finden.

Diese drei Thatsachen beweisen jedoch in der That etwas ganz Andres, als fortschreitende Verarmung.

Es ist eine Grundbedingung aller Fortschritte des Wohlstandes und der Bildung, dafs Jeder, der Erwerbsmittel besitzt, diese so hoch, als immer möglich, benutze; und der Mensch verfolgt diesen allgemeinen Zweck um so emsiger und wirksamer, je mehr Bildung er bereits erworben hat, und je richtiger er demnach seine Stellung im Leben beurtheilt. In dieser Beziehung besteht ein Übergewicht auf Seiten der gebildeten Stände, welches eine natürliche Vormundschaft über die ungebildeten begründet, auf deren redlicher Führung das Glück der Welt beruht. Es sei ferne die gewöhnlichen Klagen zu wiederholen, dafs diese Vormundschaft nicht immer redlich geführt worden. Wo diese Klagen gegründet sind, haben unverständige Vormünder sich selbst noch mehr geschadet, als ihren Mündeln. Wie viel auch mehr hätte geschehen können: es ist unlängbar, die zahlreiche Klasse der Handarbeiter hat die Ansprüche, welche sie machen darf, richtiger würdigen gelernt. Ganz abgesehen von unstatthaften Forderungen, der natürlichen Folge noch immer unzureichender Fortschritte der Erziehung, verlangt die verständigere Mehrheit mit Recht soviel Lebensbedarf und Lebensgenufs, als auf der zeitigen Kulturstufe zur Führung eines wahrhaft menschlichen Lebens gehört: beides mufs gewährt werden, wenn so viel und so

gute Arbeit verrichtet werden soll, als der Arbeiterstamm zu schaffen vermag. Jedoch ist in der Regel die Bildung noch nicht soweit vorgeschritten, daß die Mittel, diesen Lebensbedarf und Lebensgenuss zu kaufen, unbeschränkt zur freien Verfügung der Arbeiter gestellt werden dürften. Der Erwerb, welcher als Arbeitslohn in ihren Händen bleibt, ist gemeinhin nur hinreichend für den unentbehrlichen Bedarf des Tages: aber was sie aufsparen sollten für außerordentliche Ausgaben, zum Übertragen von Unfällen, zufälligem oder periodischem Ausbleiben gewohnten Erwerbs, Krankheiten, Altersschwäche; was sie verwenden sollten zur Erziehung, zum Unterricht und zur Ausstattung ihrer Kinder; grossentheils ihre Beiträge zur Unterhaltung der Gemeinde und Staats-Anstalten, deren Früchte sie nicht minder als die Gebildeten geniessen; das Alles wird von den gebildeten Ständen ausserdem aufgebracht, und trägt einem grossen Theile nach die Benennung eines Beitrags zur Armenpflege. Es ändert das Verhältniss nicht wesentlich, daß keinesweges bloss diejenigen zu solcher Armenpflege beitragen, welche die Arbeiter unmittelbar anstellen; sondern auch diejenigen, welche das Erzeugniss ihrer Arbeit verbrauchen, und ebendeshalb mit Recht zur Armenkasse steuern, weil sie eben des geringen Arbeitslohns wegen ihren Bedarf auch wohlfeiler kaufen. Allerdings wird nicht jede milde Gabe zu solcher Armenpflege verwandt; aber streng gerechnet gewiss der bei weitem grösste Theil dessen, was aus öffentlichen und Privat-Kassen als Armenunterstützung gezahlt wird. Es kann der menschlichen Eitelkeit wohl nachgesehen werden, daß die gebildeten Stände als aus ihrem Eigenthum freiwillig hergegeben betrachten, was in der That nichts anders ist, als schuldige und nothwendige Ergänzung wohlverdienten Arbeitslohnes. Nur darf daraus keine Zunahme des Verarmens gefolgert werden, daß diese sogenannten Unterstützungen in dem Maasse wachsen, worin der Verbrauch von unzureichend bezahlter Arbeit wächst; theils weil bei zunehmender Wohlhabenheit mehr Arbeiten und Dienste gebraucht, theils weil bei zunehmender Bildung die Ansprüche des Arbeiterstamms auf Lebensbedarf und Lebensgenuss richtiger gewürdigt werden.

Wäre die Arbeiterklasse schon gebildet genug, ihr gebührendes Einkommen selbstständig zu verwalten, so wäre Malthus Vorschlag, alle gesetzliche Verpflichtung zur Unterhaltung der Armen aufzuheben, sehr verständig: denn jede redliche Vormundschaft muß allerdings dahin trachten,



den Mündel zur Selbstständigkeit heranzuziehen. Es würde dann die Nothwendigkeit, viele und gute Arbeit zu erhalten, die Zahlung eines zureichenden Arbeitslohnes erzwingen. Aber von dieser Bildungsstufe sind wir noch weit entfernt; und es kann nur mittelst einer richtigen Einsicht in die Natur des Armenwesens dahin gewirkt werden, den Arbeiter fortschreitend zur höhern Selbstständigkeit zu erziehen. Wollten wir alle Unterstützungen durch eine geregelte öffentliche Armenpflege sofort einziehen, und alle diejenigen, welche deren bedürfen, für unnütze lästige Kostgänger erklären: so würde bald ein gänzlich unhaltbarer Zustand entstehen, welcher die gebildeten und wohlhabenden Stände mit großen Kosten und bitterm Ungemach darüber belehren würde, wie viele nur deswegen als Arme erscheinen, weil die Frucht ihrer Arbeit noch nicht vollständig zu ihrer freien Verfügung gestellt werden will und darf.

Es ist nothwendig, daß derjenige, welcher seinen Naturfond oder seinen Vorrath zur Verrichtung von Arbeiten daran hergiebt, einen Theil der Früchte dieser Arbeiten erhalte: denn in dem Einkommen, welches daraus entsteht, und hier mit dem Namen Rente bezeichnet werden mag, liegt der mächtigste Reiz, vorhandnen Naturfond zu erhalten, Vorrath aufzusparen, und beides möglichst nutzbar zu machen. Da das Menschengeschlecht immer mehr Naturfond unter seine Herrschaft zu bringen, und zu benutzen, immer mehr Vorräthe zu sammeln, und aufzubewahren lernt: so müßte beides, so wie es häufiger wird, auch wohlfeiler werden, wenn nicht der Bedarf von Arbeiten ebenfalls fortschreitend mit der Bevölkerung und Wohlhabenheit wüchse. Insofern erhöhter Reiz, Naturfond und Vorrath zur Benutzung zu bringen, die Macht des Menschen über äufre Güter zu erweitern strebt; und insofern wirksame Nachfrage nach Arbeit die Möglichkeit sie zu bezahlen, also Wohlstand, voraussetzt: insofern mag ein Steigen des Rentesatzes, bei Kapitalen beispielsweise des Zinsfußes, im ersten Aufschwunge der Gewerbsamkeit für ein günstiges Ereigniß gelten. Aber hohe Rentesätze verleiten auch Viele, die Kraft genug zur Arbeit hätten, sich derselben zu entziehen, und bei geringem Kapital oder Grund-Besitze ein müßiges Rentenirer-Leben zu führen. Solche kleine Rentenirer versinken leicht in Armut und Elend, wenn der hohe Rentesatz fällt, worauf allein die Möglichkeit ihres Bestehens sich gründet. Auch Viele, welchen alsdann noch ein nothdürftiges Auskommen bleibt, werden doch schmerzlich berührt durch die

Nothwendigkeit, gewohnten, nun zu kostbar gewordenen Genüssen zu entsagen. Bittere Klagen über Verarmung entstehen daher unvermeidlich, wenn der Rentesatz sinkt. Aber hohe Rentesätze können nur anhaltend bestehen, wenn die begonnene Gewerbsamkeit nicht fortschreitet. Nur Unsicherheit oder beschränkende Privilegien können die großen Kapitalisten abhalten, ihre Gelder anzulegen, wo sich ein hoher Zinsfuß eingestellt hat, und einige Ausdauer verspricht; dieses Zuströmen bringt ihn jedoch nothwendig herab. Ein Fabrik- oder Handels-Geschäft, welches den Aktien-Inhabern hohe Dividenden abwirft, regt bald eine Mitbewerbung auf, welche den Rentesatz herabbringt. Selbst wo Mitbewerbung unmöglich bleibt, genießen nur diejenigen die hohe Rente, welche die Aktien aus erster Hand empfangen; bei jedem Ankauf werden sie im Verhältnisse des höhern Ertrages auch höher bezahlt: und es sind alsdann selbst große Verluste möglich, wenn später die Gewerbsamkeit sich neue Bahnen bricht. Hohe Grundrenten entstehen zuweilen durch auswärtigen Ankauf der Bodenfrucht, und sinken nur um so unrettbarer, je weniger ein sichrer inländischer Absatz vorbereitet ist, wenn diese wandelbare Begünstigung aufhört. In der Regel beruht die Möglichkeit, dem Ausländer annehmliche Preise zu stellen, und dabei dennoch eine hohe Rente zu beziehn, auf dem Niederhalten des Arbeitslohnes. Dabei gewöhnt der Arbeiterstamm sich leicht an eine schlaffe Genügsamkeit, und verlernt eine Verbesserung seines Zustandes durch erhöhte Thätigkeit zu erringen. In solchem Falle bleibt das Land wesentlich arm, ohngeachtet beträchtlicher Zuflüsse von aussen, weil die große Masse des Volks nur soviel arbeitet, als eben hinreicht, ein armseliges Leben zu fristen: und die Grundherrschaften verarmen zuletzt nicht minder, weil der vorübergehende Reiz einer hohen Rente sie verleitet, die Gründung eines inländischen Absatzes durch Erwecken der Gewerbsamkeit des zahlreichen Arbeiterstammes zu versäumen.

Der steigende Werth von Grundgerechtigkeiten, und von Bauplätzen bei rasch aufblühenden Ortschaften hat Einige oftmals schnell bereichert, doch nur auf Kosten derjenigen, welche die Zinsen des Kaufpreises durch ihre Arbeit erwerben mußten: die Erschwerung der Gewerbsamkeit und des Lebensgenusses, welche aus der Stiftung solcher Renten hervorgeht, ist jedenfalls ein Nachtheil, den der scheinbare Gewinn des Rentenirers nicht vergütet.

Es ist vielmehr ein Zeichen des Fortschreitens zum allgemeinern und dauerhaften Wohlstande, als des Verarmens, wenn der Rentesatz in allen solchen Fällen sinkt, obwohl die Verluste des gewohnten leichten Einkommens die Rentenirer empfindlich treffen, und selbst auf den Wohlstand zahlreicher Arbeiterklassen störend einwirken, welche der Aufwand und Verkehr dieser Rentenirer bisher ernährte. Die wahre Besserung erwächst im Besitze der äufsern Güter nicht minder, als im Reiche der Sittlichkeit, sehr oft aus Trübsalen. Je blinder die Sicherheit war, womit die leicht bethörte Selbstsucht lockenden Gewinn auf Abwegen verfolgte; desto tiefer ist die Entmuthigung, welche darauf folgt: aber sie darf uns nicht verleiten, die Morgenröthe besserer Tage für einen Widerschein zerstörender Brände zu halten.

Dafs es der Mittelmäßigkeit schwerer wird, bequemes Auskommen ohne daurende Anstrengung zu erlangen, berührt allerdings die zahlreiche Klasse der Mittelmäßigen sehr schmerzlich, und erzeugt sehr verbreitete Klagen über Mangel an Gelegenheit zu rechtlichem Erwerbe und Schmälerung des Lebensgenusses durch übermäßige Mitwerbung.

Es ist zu natürlich, dafs der Mensch sein eignes Verdienst und seinen Anspruch an das Leben höher anschlägt, wie seine Genossen ihm zugestehn wollen: als dafs nicht zu allen Zeiten ähnliche Klagen geführt worden wären. Diese Klagen wurden vormals mehr beachtet als jetzt: und es gehört nur wenig Kenntniß der ältern Verfassungen der verschiedenen Stände vom Ritter bis zum Lastträger dazu, um die Überzeugung zu gewinnen, wie viel mehr vormals geschahe, um die Mitwerbung zu beschränken, und den Bevorrechteten jeder Klasse ihren Besitzstand zu sichern.

Anordnungen in diesem Geiste begünstigen die Einen auf Kosten der Andern, und das Urtheil über ihren Werth ist deshalb nothwendig getheilt. Entscheiden kann hier nur die Rücksicht auf Beförderung der öffentlichen Wohlfahrt. Die Freiheit der Bewerbung fordert jede Kraft auf, sich im Kampfe zu versuchen; und sofern die höhere sittliche Kraft siegt, ist der Gewinn für das Gemeinwohl unzweifelhaft. Aber nicht alle Kräfte, wodurch — sei es auch nur zeitlich und vorübergehend — der Sieg errungen werden kann, sind sittliche. Wo die Wahrscheinlichkeit überwiegt, dafs unsittliche Kräfte vorwaltend wirksam sein werden, wird es Pflicht: keinen freien Kampf zu gestatten, sondern dem Bedürfnisse möglichst abzuhelpen



unter Beschränkungen, welche die Gefährdung der Sittlichkeit bei dessen Befriedigung hindern. Diese Wahrheiten sind allgemein anerkannt. Unter gebildeten Völkern besteht nirgend weder eine unbedingte Freiheit der Mitwerbung für jedes Geschäft, noch ein unbedingtes Ausschließen derselben: was wir unter den Benennungen Gewerbefreiheit und Gewerbezwang als Gegensätze behandeln, sind nur dem Grade nach verschiedene Formen der zulässigen Mitwerbung.

Es bezeichnet demnach Vertrauen auf die Zunahme der Sittlichkeit, wenn die Mitwerbung in Gewerben und Geschäften erweitert wird; und aus dieser Ansicht ist es jedenfalls ein günstiges Zeichen der Zeit, daß die Regierungen sich im Allgemeinen zu solchen Erweiterungen hinneigen. Wäre das Vertrauen hierin irgend wo voreilig erweitert worden; so wird es allerdings wieder beschränkt werden müssen: aber die Gränze dieser Beschränkungen darf eben so wenig von den Anträgen derer, welche die Mitwerbung scheuen, als von den Wünschen derer, welche sie suchen, sondern allein von der unbefangenen Erwägung des allgemeinen Wohls abhängen.

Nicht allein Verarmung, sondern auch Verminderung der Dauer des menschlichen Lebens soll aus den Fortschritten der Bevölkerung hervorgehn. Malthus hat diesen Satz auf die Bahn gebracht, und mit mehr Mäßigung, als einige seiner Nachfolger, vertheidigt. Sein Vortrag ist auch hier, wie überall, nicht sowohl wider die Zunahme der Volkszahl, als vielmehr wider die gewöhnlichen Mittel sie zu befördern gerichtet.

Schon einmal ist in diesem Aufsätze bemerkt worden, daß ein gleicher Fortschritt der Bevölkerung bei sehr verschiedenen Verhältnissen der Geburten und Todesfälle stattfinden könne. So wird beispielsweise die jährliche Zunahme jedenfalls ein Prozent betragen, wenn auf hundert Lebende durchschnittlich

Fünf geboren werden und Vier sterben,

Vier geboren werden und Drei sterben,

Drei geboren werden und Zwei sterben.

Im ersten Falle stirbt von 25, im andern von 33  $\frac{1}{3}$ , im dritten von 50 gleichzeitig Lebenden jedes Alters im Durchschnitte jährlich Einer.

Der Fall, worin bei der geringsten Anzahl von Gebornen und Gestorbenen der gleiche Fortschritt erlangt wird, gilt Malthus unbedingt für den bessern. Offenbar besteht in solchem Falle ein kleinerer Theil des Volks

aus Kindern, welche Unterhalt, Pflege und Erziehung bedürfen, ohne gleichzeitig durch ihre Arbeit eine hinlängliche Vergütung dafür zu leisten. Der Aufwand, welchen die Nation auf den Ersatz der Gestorbenen und auf Erzeugung des jährlichen Zuwachses machen muß, ist daher ein geringerer; und dieses ist unstreitig ein sehr erheblicher Gewinn. Nachtheilig könnte ein solches Verhältniß nur insofern werden, als es eine widernatürliche Seltenheit der Ehen, oder eine widernatürliche Unfruchtbarkeit derselben voraussetzte. Malthus denkt an diesen Nachtheil nicht; gleichwohl hat Jedermann Anspruch auf das Glück des häuslichen Lebens. Auch hat die Verspätung der Ehen über ein gewisses Maass hinaus eben sowohl Nachtheile, als eheliche Verbindungen vor den Jahren, worin Körper und Geist die volle Reife gewonnen haben. Die Jahre, worin der Mensch Lehre, Rath, Warnung und Trost bedarf, um zur selbstständigen sittlichen Ausbildung zu gelangen, reichen weit über die Kindheit hinaus: selbst nach gänzlich vollendeter Erziehung behält der Beistand der Eltern großen Werth; namentlich bei der Anstellung einer eignen Wirthschaft, und bis das häusliche Glück des neuen Paares befestigt ist. Verspätete Ehen hinterlassen aber meist unversorgte, oft sogar noch unerzogene Kinder. Dafs jährlich nur drei auf hundert Lebende geboren werden, dürfte schon das Äufserste sein, was in den Verhältnissen eines großen, kräftigen und gewerbthätigen Volks mit billigen Anforderungen auf Familienglück zu vereinigen sein möchte. Dabei kommt auf sechs bis sieben stehende Ehen jährlich ein Kind, je nachdem achtzehn bis einundzwanzig stehende Ehen auf hundert Lebende angenommen werden. Die gewöhnliche Vergleichung der Anzahl der neugeborenen Kinder mit der Anzahl der neugeschlossnen Ehen giebt keinen sichern Anhalt, die Fruchtbarkeit der Ehen zu beurtheilen. Es kommt hier nicht an auf die Anzahl der Heirathen in einem gegebenen Zeitraume, sondern auf die Anzahl der stehenden Ehen, welche nicht allein von der Zahl der Heirathen, sondern auch von dem Lebensalter, worin diese geschlossen werden, und von der Dauer des Lebens der Verheiratheten abhängt.

Eine Sterblichkeit, welche erheblich weniger, als ein Funzigtheil der Lebenden jedes Alters und Standes zusammen genommen jährlich beträgt, liegt aufer den Gränzen der Wahrscheinlichkeit, und dürfte höchstens vorkommen unter ganz besondern Verhältnissen einzelner Ortschaften und Gegenden, welche niemals in großen Staaten allgemein werden können. An



Nachrichten, welche dieser Bemerkung entgegenstehn, wird die Kritik ihr Amt nicht leicht fruchtlos verwalten. Dieses vorausgesetzt, und drei Geburten jährlich auf hundert Lebende als das Kleinste angenommen, werden alle Fälle, worin die jährliche Zunahme der Volkszahl über ein Prozent beträgt, ein Verhältniß der Geburten zu den Todesfällen gestatten, worin die geringste Sterblichkeit stattfinden könnte, ohne das kleinste Maafs der Neugeborenen zu bedingen. So müßten beispielsweise bei einer jährlichen Volksvermehrung

von  $1\frac{1}{2}$  Prozent auf  $28\frac{4}{7}$  Lebende  
 von 2 Prozent auf 25 Lebende  
 von  $2\frac{1}{2}$  Prozent auf  $22\frac{2}{9}$  Lebende  
 von 3 Prozent auf 20 Lebende

Einer jährlich geboren werden, wenn die Sterblichkeit gleichzeitig Einer von Funfzig bleiben sollte.

In der Erfahrung zeigen sich nun solche Verhältnisse nicht, und dieses ist auch in den natürlichen Gesetzen der Sterblichkeit selbst gegründet. Könnte wirklich als Äußerstes angenommen werden, daß von den Neugeborenen mit Einschuß der bereits vor und in der Geburt Gestorbenen nur ein Sechstheil im ersten Lebensjahre stürbe, und also noch fünf Sechstheile das erste Lebensjahr überschritten; und daß außer dem Verluste, welcher hierdurch entsteht, nur ein Siebzigtheil der Lebenden durchschnittlich jährlich stürbe: so würde unter dem vorstehend angenommenen vortheilhaftesten Verhältnisse der Geburten zu den Todesfällen jährlich Einer sterben

bei einer jährl. Vermehrung der Volkszahl von 1 Prozent von 51,85 Lebenden

|   |                |   |   |       |   |
|---|----------------|---|---|-------|---|
| " | $1\frac{1}{2}$ | " | " | 49,70 | " |
| " | 2              | " | " | 47,73 | " |
| " | $2\frac{1}{2}$ | " | " | 45,90 | " |
| " | 3              | " | " | 44,21 | " |

Diese Zunahme der Sterblichkeit würde erfolgen, ohne daß derjenige Theil derselben, welcher sich nicht auf die Anzahl der Neugeborenen bezieht, auch nur im mindesten zunähme.

Indessen ist dieses nur ein sehr oberflächlicher Überschlag. Auch im zweiten und dritten Lebensjahre ist die Sterblichkeit in Folge der Schwäche der Kindheit noch sehr beträchtlich; und ein Volk, welches in der Bevöl-

kerung schnell fortschreitet, wird auch unter den günstigsten Verhältnissen eine beträchtlich gröfsre Sterblichkeit haben als hier berechnet worden ist, weil die Kinder ein Theil der Volkszahl sind, der mit der Schnelligkeit der Volksvermehrung unter übrigens gleichen Umständen wächst.

Von derjenigen Zunahme oder Abnahme der Sterblichkeit, welche daraus entsteht, dafs sich das Verhältnifs der Kinder zu der Gesamtzahl der ganzen Bevölkerung ändert, ist die Dauer des menschlichen Lebens an sich nur in so weit abhängig, als eine gröfsere Anzahl der Frauen im gebärungsfähigen Alter den Gefahren der Schwangerschaft und ihrer Folgen ausgesetzt wird. Dagegen ist keinesweges als nothwendig anzusehen, dafs häufigere und fruchtbarere Ehen die Mühseligkeiten und Kümernisse des Volks bis zur Verkürzung der Lebensdauer vermehren. Das häusliche Leben hat neben seinen Sorgen auch seine Freuden: die Ehe ist überhaupt ein naturgemäfsrer Zustand, und soweit die Beobachtungen hierin reichen, leben Verhehlchte im Durchschnitte länger als Unverhehlchte. Es kann nicht bezweifelt werden, dafs vieles Elend aus unvorsichtig geschlofsnen und geführten Ehen, namentlich auch aus dem rücksichtslosen Erzeugen von Kindern entsteht, welche zu kräftigen und sittlichen Menschen aufzuziehn, den Eltern hinreichende Mittel mangeln. Daraus aber folgt keinesweges, dafs die Völker glücklicher sind, und namentlich eines längern kräftigen Lebens genießen, wenn überhaupt unter ihnen weniger Kinder erzeugt werden: sondern nur, dafs dem Unverstande, der Unsittlichkeit und der Trägheit abgeholfen werden müsse, welche das häusliche Leben vergiften. Am wenigsten läfst es sich rechtfertigen, wenn den gebildeten und wohlhabenden Ständen wohlfeilere Arbeit dadurch verschafft werden will, dafs dem Arbeiterstamme die Erlaubnifs zu heirathen erschwert werden soll, weil der Theil des Arbeitslohnes, der ihm zu freier Verfügung ausgezahlt wird, nicht hinreicht, seine Kinder zu erziehn, und deshalb eine Ergänzung dieses Lohnes durch Unterhaltung von Freischulen und durch Zuschüsse unter dem Titel von Almosen nothwendig wird. Der Arbeiterstamm hat eben sowohl ein Anrecht auf die Freuden des häuslichen ehelichen Lebens, als die gebildeten Stände: die Vertheilung der Früchte redlicher und verständig geleiteter Arbeiten ist nur dann gerecht, wenn sie dieses Anrecht heachtet: die Gesetzgebung weiser und kräftiger Regierungen kann nicht dahin gerichtet sein, dasselbe

zu Gunsten derer zu schmälern, die — wie hoch sie auch ihre Bildung selbst anschlagen möchten — doch noch ungebildet genug sind, es zu verkennen.

Die Sterblichkeits-Tabellen, woraus erwiesen werden will, daß die Dauer des menschlichen Lebens abnehme, wenn die Bevölkerung schneller fortschreitet, sind ganz untauglich, einen solchen Beweis zu führen. Sie beruhen nämlich sämmtlich auf der Voraussetzung, daß sich die Bevölkerung seit der längsten Dauer eines Menschenlebens, das ist ohngefähr seit einem Jahrhunderte, in einem Beharrungszustande befunden habe. Diese Voraussetzung ist aber für unser Zeitalter und unsern Bildungsstand so ganz unbegründet, daß vielmehr wenigstens eine Verdoppelung der Volkszahl in Europa während der letztverflossenen hundert Jahre wahrscheinlich wird. Zu wahren Sterblichkeits-Tabellen würde man nur gelangen, wenn die Zahl der vorhandenen Menschen nach eben den Altersklassen und mit derselben Zuverlässigkeit jährlich aufgenommen werden könnte, womit die Zahl der Gestorbenen aus den Kirchenbüchern entnommen wird. Nur alsdann könnte man mit Sicherheit angeben, wie sich die Zahl der Lebenden zu der Zahl der Gestorbenen in jeder einzelnen Altersklasse jährlich verhalten hat. Die Zusammenstellung dieser Angaben aus einer Reihe von Jahren würde dann sichere Schlüsse auf die Veränderungen der Dauer des menschlichen Lebens begründen.

Aber der Zustand der Polizei-Anstalten und der Verwaltung der Ortsgemeinen ist noch nicht so weit vorgeschritten, um die zuverlässige jährliche Aufnahme von solchen Zählungen zu gestatten: so leicht die Sache auch im Einzelnen erscheint, so bleibt sie doch in großen Staaten noch unausführbar. Im preussischen Staate werden die Einwohner jetzt am Ende jedes dritten Jahres, und nur nach drei Altersklassen — Untervierzehnjährig, Übersechzigjährig, und was zwischen diesen beiden liegt — gezählt. Die so sehr ermäßigten Anforderungen, welche hierdurch an die Vorstände der Ortsgemeinen ergehen, werden doch nur mit Schwürigkeit befriedigt; und jede neue Zählung giebt Anlaß zu Bemerkungen über die Unvollständigkeit der nächstvorhergegangenen. Allerdings nimmt diese Unsicherheit ab, und besteht nur noch in einem Maasse, worin die Ergebnisse der Zählungen im Großen und Ganzen schon als brauchbare Näherungen erscheinen. Es kann

daher auch durch Zusammenstellungen, wie die anliegende <sup>(1)</sup> aus den funfzehn Jahren, vom Ende des Jahres 1819 oder Anfange des Jahres 1820 bis zum Ende des Jahres 1834, wohl eine Übersicht gegeben werden, auf welche Fehlschlüsse die Voraussetzungen führen, worauf gewöhnliche Berechnungen der Lebensdauer beruhn.

Nach der anliegenden Zusammenstellung haben in den eben erwähnten funfzehn Jahren im preussischen Staate

3,834,480 Menschen das vierzehnte Lebensjahr vollendet, und sind in  
das funfzehnte übergegangen:

Gleichzeitig haben

1,284,182 Menschen das sechzigste Lebensjahr vollendet, und sind in  
das einundsechzigste übergegangen.

Hätte seit den letzten fünfundsiebenzig Jahren ein Beharrungszustand in der Bevölkerung der Länder statt gefunden, woraus der preussische Staat jetzt besteht: so würde die Folgerung gerechtfertigt sein, daß nur sehr wenig über ein Drittheil der Menschen, welche aus den Kinderjahren treten, indem sie das vierzehnte Lebensjahr überschreiten, die Vollendung des sechzigsten Jahres erlebt. Allein diejenigen, welche in dem vorhin bezeichneten Zeitraume das vierzehnte Jahr überschritten, wurden im Laufe der Jahre 1806 bis mit 1820 geboren: diejenigen dagegen, welche gleichzeitig das sechzigste Lebensjahr überschritten, sind im Laufe der Jahre 1760 bis mit 1774 geboren worden, wo jedenfalls die Einwohnerzahl der Länder, welche jetzt dem preussischen Staate angehören, sehr viel geringer war, als in den Jahren 1806 bis mit 1820. Es ist daher einleuchtend, daß unter den Bedingungen, wovon seit 1760 die Dauer des menschlichen Lebens abhing, in den Jahren 1820 bis mit 1834 sehr viel mehr Menschen in dem vom sechzigsten zum einundsechzigsten Jahre übergehenden Lebensalter vorgefunden worden wären, wenn die Bevölkerung in den Jahren 1760 bis 1774 schon eben so dicht gewesen wäre, als jetzt. Dann aber würde das Urtheil über die Dauer des menschlichen Lebens, welches aus dem Verhältnisse der Menschenzahl in jenen beiden Altersstufen gefolgert werden möchte, sehr viel günstiger ausfallen, als es aus dem jetzt vorgefundenen Verhältnisse derselben erscheint.

---

(1) Am Schlusse dieser Abhandlung beigelegt.



Die Jahre 1760, 61 und 62 fallen in das Ende des siebenjährigen Krieges, der einen großen Theil von Deutschland in tiefem Elende zurückließ. Die Jahre 1763, 64 und 65 konnten diesen Zustand nur langsam verbessern: denn große Noth veranlaßten noch die nachblutenden Wunden, welche der Krieg geschlagen hatte; die Verluste, welche das Verrufen des schlechten Geldes erzeugte, das während des Krieges in Umlauf gebracht worden war; die Verwilderung der Menschen, die aus den Freikorps und Trains wieder in die bürgerlichen Verhältnisse zurücktraten; die große Verminderung des Viehstandes, der nur allmählich durch Zuzucht ergänzt werden konnte. Als diese Noth überwunden war, gedieh Gewerbsamkeit, und mit ihr Bevölkerung, besser in den sechs Jahren 1766 bis mit 1771. Nun aber trat die berüchtigte Theurung im Jahre 1772 ein, wo der Dresdner Scheffel Roggen im sächsischen Erzgebirge auf dreizehn Thaler Konventionsgeld stieg, und Friedrich der Zweite nur eben die Schrecken der äußersten Hungersnoth durch Öffnung der in den Festungen aufbewahrten Kriegsmagazine abzuwehren vermochte. Die Länder bedurften der Jahre 1773 und 1774, sich davon zu erholen.

Der Einfluß dieser wechselnden Verhältnisse auf die Zahl der Geburten in den Jahren 1760 bis mit 1774 zeigte sich noch nach sechzig Jahren in der Anzahl derer, welche das sechzigste Lebensjahr überschritten. Nach der Beilage waren ihrer

|                                             |         |
|---------------------------------------------|---------|
| in den Jahren 1820, 1821, 1822              |         |
| sechzig Jahre nach 1760, 1761, 1762 . . . . | 216,847 |
| in den Jahren 1823, 1824, 1825              |         |
| sechzig Jahre nach 1763, 1764, 1765 . . . . | 236,324 |
| in den Jahren 1826, 1827, 1828              |         |
| sechzig Jahre nach 1766, 1767, 1768 . . . . | 267,185 |
| in den Jahren 1829, 1830, 1831              |         |
| sechzig Jahre nach 1769, 1770, 1771 . . . . | 291,100 |
| in den Jahren 1832, 1833, 1834              |         |
| sechzig Jahre nach 1772, 1773, 1774 . . . . | 272,726 |

Diese Betrachtungen lassen sich auch auf diejenigen anwenden, welche gleichzeitig das vierzehnte Lebensjahr überschritten. Der Anlage nach waren ihrer



|                                              |         |
|----------------------------------------------|---------|
| in den Jahren 1820, 1821, 1822               |         |
| vierzehn Jahre nach 1806, 1807, 1808 . . . . | 661,192 |
| in den Jahren 1823, 1824, 1825               |         |
| vierzehn Jahre nach 1809, 1810, 1811 . . . . | 728,312 |
| in den Jahren 1826, 1827, 1828               |         |
| vierzehn Jahre nach 1812, 1813, 1814 . . . . | 724,251 |
| in den Jahren 1829, 1830, 1831               |         |
| vierzehn Jahre nach 1815, 1816, 1817 . . . . | 841,695 |
| in den Jahren 1832, 1833, 1834               |         |
| vierzehn Jahre nach 1818, 1819, 1820 . . . . | 879,030 |

Die Geschichte der Jahre 1806 bis 1820 ist zu neu, als dafs es einer Hinweisung auf den Einfluß bedürfte, den sie auf die Zahl der gleichzeitigen Geburten äufsern mußte; und dessen Spuren erst mit dem Aussterben aller in diesem Zeitraume Gebornen aus den Sterberegistern verschwinden werden.

Solche Thatsachen aber mögen die Zuversicht mindern, womit aus allerdings mühsam zusammen getragenen Nachrichten von sehr ungleicher Zuverlässigkeit Folgerungen gezogen werden wollen, die zu Beschränkungen des Anrechts auf häusliches Glück verleiten können, welches auch der großen Masse derer gebürt, deren Einkommenquelle nur in ihren persönlichen Kräften liegt: obwohl Malthus, und seine zuweilen weniger vorsichtigen Nachfolger, nicht Störung, sondern Befestigung des häuslichen Glücks beabsichtigten, und nur vor denjenigen Irrwegen warnen wollten, worauf es das vorige Jahrhundert zu fördern versuchte.

---

# B e i l a g e.

---



Im preussischen Staate, jedoch mit Ausschluss der Fürstenthümer Neuchatel und Lichtenberg wurden gezählt bei Jahresschlusse:

A. Kinder, welche das vierzehnte Lebensjahr noch nicht überschritten hatten —

| in den Jahren | männlich   | weiblich   | überhaupt  |
|---------------|------------|------------|------------|
| 1819          | 1,953,580  | 1,910,276  | 3,863,856  |
| 1822          | 2,119,817  | 2,088,926  | 4,208,743  |
| 1825          | 2,256,976  | 2,230,485  | 4,487,461  |
| 1828          | 2,367,200  | 2,343,893  | 4,711,093  |
| 1831          | 2,390,198  | 2,377,234  | 4,767,432  |
| 1834          | 2,419,013  | 2,402,202  | 4,821,215  |
| Summe         | 13,507,084 | 13,353,016 | 26,860,100 |
| Durchschnitt  | 2,251,181  | 2,225,503  | 4,476,684  |

B. Überevierzehnjährige, die das sechzigste Lebensjahr noch nicht überschritten hatten —

|              |            |            |            |
|--------------|------------|------------|------------|
| 1819         | 3,189,638  | 3,333,803  | 6,523,441  |
| 1822         | 3,309,223  | 3,419,640  | 6,728,863  |
| 1825         | 3,455,056  | 3,555,596  | 7,010,652  |
| 1828         | 3,572,360  | 3,656,421  | 7,228,781  |
| 1831         | 3,717,378  | 3,765,875  | 7,483,253  |
| 1834         | 3,891,483  | 3,957,500  | 7,848,983  |
| Summe        | 21,135,138 | 21,688,835 | 42,823,973 |
| Durchschnitt | 3,522,523  | 3,614,806  | 7,137,329  |

C. Übersechzigjährige —

|              |           |           |           |
|--------------|-----------|-----------|-----------|
| 1819         | 350,902   | 346,794   | 697,696   |
| 1822         | 359,282   | 367,245   | 726,527   |
| 1825         | 374,231   | 384,381   | 758,612   |
| 1828         | 387,203   | 399,033   | 786,236   |
| 1831         | 384,994   | 402,981   | 787,975   |
| 1834         | 390,245   | 414,331   | 804,576   |
| Summe        | 2,246,857 | 2,314,765 | 4,561,622 |
| Durchschnitt | 374,476   | 385,794   | 760,270   |

## D. Überhaupt Personen von allen Altern zusammengenommen —

| in den Jahren | männlich   | weiblich   | überhaupt  |
|---------------|------------|------------|------------|
| 1819          | 5,494,120  | 5,590,873  | 11,084,993 |
| 1822          | 5,788,322  | 5,875,811  | 11,664,133 |
| 1825          | 6,086,263  | 6,170,462  | 12,256,725 |
| 1828          | 6,326,763  | 6,399,347  | 12,726,110 |
| 1831          | 6,492,870  | 6,546,090  | 13,038,960 |
| 1834          | 6,700,741  | 6,774,033  | 13,474,774 |
| Summe         | 36,889,079 | 37,356,616 | 74,245,695 |
| Durchschnitt  | 6,148,180  | 6,226,103  | 12,374,283 |

Unter den Gestorbenen sind im preussischen Staate verzeichnet:

## A. Todtgeborne —

| in den Jahren    | männlich | weiblich | überhaupt |
|------------------|----------|----------|-----------|
| 1820, 1821, 1822 | 27,133   | 20,206   | 47,339    |
| 1823, 1824, 1825 | 28,830   | 21,564   | 50,394    |
| 1826, 1827, 1828 | 29,801   | 21,703   | 51,504    |
| 1829, 1830, 1831 | 29,313   | 21,830   | 51,143    |
| 1832, 1833, 1834 | 32,598   | 24,060   | 56,658    |
| Summe            | 147,705  | 109,363  | 257,068   |

## B. Von der Geburt bis zum vollendeten vierzehnten Jahre Gestorbne —

|                  |           |           |           |
|------------------|-----------|-----------|-----------|
| 1820, 1821, 1822 | 233,696   | 204,406   | 438,102   |
| 1823, 1824, 1825 | 251,363   | 218,890   | 470,253   |
| 1826, 1827, 1828 | 274,966   | 241,452   | 516,418   |
| 1829, 1830, 1831 | 281,894   | 251,885   | 533,779   |
| 1832, 1833, 1834 | 309,740   | 275,818   | 585,558   |
| Summe            | 1,351,659 | 1,192,451 | 2,544,110 |

## C. Überevierzehnjährig bis zum vollendeten sechzigsten Jahre Gestorbne —

|                  |         |         |           |
|------------------|---------|---------|-----------|
| 1820, 1821, 1822 | 109,486 | 116,063 | 225,549   |
| 1823, 1824, 1825 | 116,700 | 123,187 | 239,887   |
| 1826, 1827, 1828 | 142,754 | 143,360 | 286,114   |
| 1829, 1830, 1831 | 188,542 | 178,767 | 367,309   |
| 1832, 1833, 1834 | 182,219 | 177,651 | 359,870   |
| Summe            | 739,701 | 739,028 | 1,478,729 |



D. Übersechzigjährig Gestorbene —

| in den Jahren |       |      | männlich | weiblich | überhaupt |
|---------------|-------|------|----------|----------|-----------|
| 1820,         | 1821, | 1822 | 91,009   | 97,007   | 188,016   |
| 1823,         | 1824, | 1825 | 99,758   | 104,481  | 204,239   |
| 1826,         | 1827, | 1828 | 117,673  | 121,888  | 239,561   |
| 1829,         | 1830, | 1831 | 142,246  | 147,115  | 289,361   |
| 1832,         | 1833, | 1834 | 124,991  | 131,134  | 256,125   |
| Summe         |       |      | 575,677  | 601,625  | 1,177,302 |

Überhaupt Gestorbne mit Einschluss der Todtgeborenen —

|       |       |      |           |           |           |
|-------|-------|------|-----------|-----------|-----------|
| 1820, | 1821, | 1822 | 461,324   | 437,682   | 899,006   |
| 1823, | 1824, | 1825 | 496,651   | 468,122   | 964,773   |
| 1826, | 1827, | 1828 | 565,194   | 528,403   | 1,093,597 |
| 1829, | 1830, | 1831 | 642,025   | 599,597   | 1,241,622 |
| 1832, | 1833, | 1834 | 649,518   | 608,663   | 1,258,211 |
| Summe |       |      | 2,814,742 | 2,642,167 | 5,457,209 |

Es sind überhaupt geboren worden Kinder, mit Einschluss der Todtgeborenen —

|       |       |      |           |           |           |
|-------|-------|------|-----------|-----------|-----------|
| 1820, | 1821, | 1822 | 767,438   | 724,082   | 1,491,520 |
| 1823, | 1824, | 1825 | 785,828   | 741,849   | 1,527,677 |
| 1826, | 1827, | 1828 | 779,650   | 736,155   | 1,515,805 |
| 1829, | 1830, | 1831 | 762,934   | 720,332   | 1,483,286 |
| 1832, | 1833, | 1834 | 810,694   | 764,035   | 1,574,729 |
| Summe |       |      | 3,906,544 | 3,686,473 | 7,593,017 |

Die zu Ende des Jahres 1834 vorgefundne Volkszahl hat sich aus der zu Anfange des Jahres 1820 gezählten nach den drei Haupt-Altersklassen folgendermaassen entwickelt.

|                                                                                                                              | männlich  | weiblich  | überhaupt |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Zu Anfange des Jahres 1820 waren nach der vorstehenden Angabe vorhanden Kinder bis zur Vollendung des 14ten Jahres . . . . . | 1,953,580 | 1,910,276 | 3,863,856 |
| Dazu kamen in den Jahren 1820 $\frac{0}{2}$ Geborne . . . . .                                                                | 767,438   | 724,082   | 1,491,520 |
| Summe                                                                                                                        | 2,721,018 | 2,634,358 | 5,355,376 |
| Gleichzeitig starben . . . . .                                                                                               | 260,829   | 224,612   | 485,441   |
| Blieben also (zu übertragen) . . . . .                                                                                       | 2,460,189 | 2,409,746 | 4,869,935 |

|                                                                                                                                            | männlich  | weiblich  | überhaupt |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Übertrag                                                                                                                                   | 2,460,189 | 2,409,746 | 4,869,935 |
| Bei der Zählung zu Ende des Jahres 1822 wurden nur gefunden . . . . .                                                                      | 2,419,817 | 2,088,926 | 4,208,743 |
| Es haben also in diesen drei Jahren das 14te Jahr ihres Lebens überschritten, und sind in die folgende Altersklasse übergegangen . . . . . | 340,372   | 320,820   | 661,192   |
| Das ist jährlich im Durchschnitte . . . . .                                                                                                | 113,457   | 106,940   | 220,397   |
| Ferner waren zu Anfange des Jahres 1823 vorhandne Kinder, die das 14te Jahr noch nicht vollendet hatten                                    | 2,119,817 | 2,088,926 | 4,208,743 |
| Dazu kamen in den Jahren 182 $\frac{3}{5}$ Neugeborne . . . . .                                                                            | 785,828   | 741,849   | 1,527,677 |
| Summe                                                                                                                                      | 2,905,645 | 2,830,775 | 5,736,420 |
| Dagegen starben gleichzeitig . . . . .                                                                                                     | 280,193   | 240,454   | 520,647   |
| Blieben also . . . . .                                                                                                                     | 2,625,452 | 2,590,321 | 5,215,773 |
| Bei der Zählung zu Ende des Jahres 1825 wurden aber nur gefunden . . . . .                                                                 | 2,256,976 | 2,230,485 | 4,487,461 |
| Es haben also in diesen drei Jahren das 14te Jahr überschritten . . . . .                                                                  | 368,476   | 359,836   | 728,312   |
| Das ist jährlich im Durchschnitte . . . . .                                                                                                | 122,825   | 119,945   | 242,770   |
| Sodann waren zu Ende des Jahres 1825 vorhanden Kinder vor vollendetem 14ten Jahre . . . . .                                                | 2,256,976 | 2,230,485 | 4,487,461 |
| Dazu kamen in den Jahren 182 $\frac{6}{8}$ Geborne . . . . .                                                                               | 779,650   | 736,155   | 1,515,805 |
| Summe                                                                                                                                      | 3,036,626 | 2,966,640 | 6,003,266 |
| Dagegen starben gleichzeitig . . . . .                                                                                                     | 304,767   | 263,155   | 567,922   |
| Wornach blieben . . . . .                                                                                                                  | 2,731,859 | 2,703,485 | 5,435,344 |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1828 gab nur . . . .                                                                                        | 2,367,200 | 2,343,893 | 4,711,093 |
| Es haben also in diesen drei Jahren das 14te Jahr überschritten . . . . .                                                                  | 364,659   | 359,592   | 724,251   |
| Das ist jährlich im Durchschnitte . . . . .                                                                                                | 121,553   | 119,864   | 241,417   |
| Noch waren am Ende des Jahres 1828 vorhanden Kinder vor vollendetem 14ten Jahre . . . . .                                                  | 2,367,200 | 2,343,893 | 4,711,093 |
| Dazu kamen in den Jahren 182 $\frac{9}{31}$ Neugeborne . . . . .                                                                           | 762,934   | 720,352   | 1,483,286 |
| Summe                                                                                                                                      | 3,130,134 | 3,064,245 | 6,194,379 |
| Dagegen starben gleichzeitig . . . . .                                                                                                     | 311,237   | 273,715   | 584,952   |
| Wornach blieben . . . . .                                                                                                                  | 2,818,897 | 2,790,530 | 5,609,427 |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1831 ergab aber nur .                                                                                       | 2,390,498 | 2,377,234 | 4,767,732 |
| nach deren Abzug bleiben (zu übertragen) . . . . .                                                                                         | 428,399   | 413,296   | 841,695   |

|                                                                                                      | männlich  | weiblich  | überhaupt |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Es haben also in diesen drei Jahren das 14te Jahr überschritten (die hiermit übertragenen) . . . . . | 428,399   | 413,296   | 841,695   |
| Das ist jährlich im Durchschnitte . . . . .                                                          | 142,800   | 137,765   | 280,565   |
| Endlich waren vorhanden zu Ende des Jahres 1831                                                      |           |           |           |
| Kinder vor vollendetem 14ten Jahre . . . . .                                                         | 2,390,498 | 2,377,234 | 4,767,732 |
| Dazu kamen in den Jahren 183 $\frac{2}{4}$ Neugeborne . . . . .                                      | 810,694   | 764,035   | 1,574,729 |
| Summe                                                                                                | 3,201,192 | 3,141,269 | 6,342,461 |
| Dagegen starben gleichzeitig . . . . .                                                               | 342,338   | 299,878   | 642,216   |
| Wornach blieben . . . . .                                                                            | 2,858,854 | 2,841,391 | 5,700,245 |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1834 ergab jedoch nur                                                 | 2,419,013 | 2,402,202 | 4,821,215 |
| Es haben also in diesen drei Jahren das 14te Jahr überschritten . . . . .                            | 439,841   | 439,189   | 879,030   |
| Das ist jährlich im Durchschnitte . . . . .                                                          | 146,614   | 146,396   | 293,010   |
| Es waren also nach Überschreitung des 14ten Jahres in die höhere Altersklasse getreten               |           |           |           |
| in den Jahren 1820, 1821, 1822 . . . . .                                                             | 340,372   | 320,820   | 661,192   |
| 1823, 1824, 1825 . . . . .                                                                           | 368,476   | 359,836   | 728,312   |
| 1826, 1827, 1828 . . . . .                                                                           | 364,659   | 359,592   | 724,251   |
| 1829, 1830, 1831 . . . . .                                                                           | 428,399   | 413,296   | 841,695   |
| 1832, 1833, 1834 . . . . .                                                                           | 439,841   | 439,189   | 879,030   |
| in diesen 15 Jahren zusammen . . . . .                                                               | 1,941,747 | 1,892,733 | 3,834,480 |
| Es wurden nämlich in diesen 15 Jahren geboren . . . . .                                              | 3,906,544 | 3,686,473 | 7,593,017 |
| Dagegen starben vor vollendetem 14ten Jahre . . . . .                                                | 1,499,364 | 1,301,814 | 2,801,178 |
| Nach deren Abzuge bleiben . . . . .                                                                  | 2,407,180 | 2,384,659 | 4,791,839 |
| Zur höhern Altersklasse gingen über . . . . .                                                        | 1,941,747 | 1,892,733 | 3,834,480 |
| Blieb also Vermehrung der Kinder, die das 14te Jahr noch nicht vollendet hatten . . . . .            | 465,433   | 491,926   | 957,359   |
| Hierdurch kamen die zu Ende des Jahres 1819 gezählten Kinder . . . . .                               | 1,953,580 | 1,910,276 | 3,863,856 |
| am Ende des Jahres 1834 auf . . . . .                                                                | 2,419,013 | 2,402,202 | 4,821,215 |
| die bei der Zählung zu Ende des Jahres 1834 auch vorgefunden wurden.                                 |           |           |           |

|                                                           | männlich  | weiblich  | überhaupt |
|-----------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Zu Ende des Jahres 1819 wurden gezählt Übevierzehn-       |           |           |           |
| jährige, die das 60ste Jahr noch nicht vollendet hatten   | 3,189,638 | 3,333,803 | 6,523,441 |
| Davon starben in den Jahren 182 $\frac{0}{2}$ . . . . .   | 109,486   | 116,063   | 225,549   |
| Nach deren Abzuge bleiben . . . . .                       | 3,080,152 | 3,217,740 | 6,297,892 |
| Übevierzehnjährig gewordne traten zu . . . . .            | 340,372   | 320,820   | 661,192   |
| Wodurch die Zahl sich erhöhte auf . . . . .               | 3,420,524 | 3,538,560 | 6,959,084 |
| Durch Auswanderung gingen noch ab . . . . .               | 11,912    | 1,162     | 13,374    |
| Nach deren Abzuge blieben . . . . .                       | 3,408,612 | 3,537,398 | 6,945,710 |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1822 gab aber nur . .      | 3,309,223 | 3,419,640 | 6,728,863 |
| weil das 60ste Jshr inzwischen überschritten . . . .      | 99,389    | 117,758   | 216,847   |
| Am Ende des Jahres 1822 wurden gezählt . . . . .          | 3,309,223 | 3,419,640 | 6,728,863 |
| Davon starben in den Jahren 182 $\frac{3}{5}$ . . . . .   | 116,700   | 123,187   | 239,887   |
| Nach deren Abzuge blieben . . . . .                       | 3,192,523 | 3,296,453 | 6,488,976 |
| Dazu kamen übevierzehnjährig gewordne . . . . .           | 368,476   | 359,836   | 728,312   |
| und außerdem noch durch Einwanderung und sonst .          | 8,764     | 20,924    | 29,688    |
| Wodurch die Zahl sich erhöhte auf . . . . .               | 3,569,763 | 3,677,213 | 7,246,976 |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1825 ergab nur . . .       | 3,455,056 | 3,555,596 | 7,010,652 |
| weil das 60ste Jahr inzwischen überschritten . . . .      | 114,707   | 121,617   | 236,324   |
| Am Ende des Jahres 1825 wurden gezählt . . . . .          | 3,455,056 | 3,555,596 | 7,010,652 |
| Davon starben in den Jahren 182 $\frac{6}{8}$ . . . . .   | 142,754   | 143,360   | 286,114   |
| Nach deren Abzuge blieben . . . . .                       | 3,312,302 | 3,412,236 | 6,724,538 |
| Dazu kamen übevierzehnjährig gewordne . . . . .           | 364,659   | 359,592   | 724,251   |
| und außerdem durch Einwanderung und sonst . . . .         | 26,044    | 21,133    | 47,177    |
| Wodurch die Zahl sich erhöhte auf . . . . .               | 3,703,005 | 3,792,961 | 7,495,966 |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1828 ergab nur . . .       | 3,572,360 | 3,656,421 | 7,228,781 |
| weil inzwischen das 60ste Jahr überschritten . . . .      | 130,645   | 136,540   | 267,185   |
| Am Ende des Jahres 1828 waren gezählt worden . . .        | 3,572,360 | 3,656,421 | 7,228,781 |
| Davon starben in den Jahren 182 $\frac{29}{31}$ . . . . . | 188,542   | 178,767   | 367,309   |
| Nach deren Abzuge blieben . . . . .                       | 3,383,818 | 3,477,654 | 6,861,472 |
| Dazu kamen übevierzehnjährig gewordne . . . . .           | 428,399   | 411,296   | 841,695   |
| und außerdem noch durch Einwanderung und sonst .          | 45,198    | 25,988    | 71,186    |
| Wodurch die Zahl sich erhöht auf . . . . .                | 3,857,415 | 3,916,938 | 7,774,353 |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1831 ergab nur . . .       | 3,717,378 | 3,765,875 | 7,483,253 |
| weil inzwischen das 60ste Jahr überschritten . . . .      | 140,037   | 151,063   | 291,100   |

|                                                                                                                                | männlich  | weiblich  | überhaupt  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|------------|
| Am Ende des Jahres 1831 wurden gezählt . . . . .                                                                               | 3,717,378 | 3,765,875 | 7,483,253  |
| Davon starben in den Jahren 183 $\frac{2}{4}$ . . . . .                                                                        | 182,219   | 177,651   | 359,870    |
| Nach deren Abzuge bleiben . . . . .                                                                                            | 3,535,159 | 3,588,224 | 7,123,383  |
| Dazu kamen übertvierzeunjährig gewordne . . . . .                                                                              | 439,841   | 439,189   | 879,030    |
| und außerdem durch Einwanderung und sonst . . . . .                                                                            | 46,725    | 72,571    | 119,296    |
| Wodurch die Zahl sich erhöht auf . . . . .                                                                                     | 4,021,725 | 4,099,984 | 8,121,709  |
| Die Zählung zu Ende des Jahres 1834 ergab nur . . . . .                                                                        | 3,891,483 | 3,957,500 | 7,848,983  |
| weil inzwischen das 60ste Jahr überschritten . . . . .                                                                         | 130,242   | 142,484   | 272,726    |
| Überhaupt hatten das 60ste Jahr überschritten, und waren in die höhere Altersstufe eingetreten in den Jahren                   |           |           |            |
| 1820, 1821, 1822 . . . . .                                                                                                     | 99,389    | 117,458   | 216,847    |
| 1823, 1824, 1825 . . . . .                                                                                                     | 114,707   | 121,617   | 236,324    |
| 1826, 1827, 1828 . . . . .                                                                                                     | 130,645   | 136,540   | 267,185    |
| 1829, 1830, 1831 . . . . .                                                                                                     | 140,037   | 151,063   | 291,100    |
| 1832, 1833, 1834 . . . . .                                                                                                     | 130,242   | 142,484   | 272,726    |
| Überhaupt in diesen 15 Jahren . . . . .                                                                                        | 615,020   | 669,162   | 1,284,182  |
| Zu den am Ende des Jahres 1819 gezählten Übertvierzeunjährigen, die das 60ste Lebensjahr noch nicht vollendet hatten . . . . . | 3,189,638 | 3,333,803 | 6,523,441  |
| traten hinzu im Laufe der 15 Jahre 18 $\frac{20}{34}$ aus der ersten Klasse durch Vollendung des 14ten Jahres . . . . .        | 1,941,747 | 1,892,733 | 3,834,480  |
| und außerdem durch Überschufs der Einwanderungen und gröfsre Vollständigkeit der Zählungen . . . . .                           | 114,819   | 139,154   | 253,973    |
| Wodurch sich die Zahl erhöhte auf . . . . .                                                                                    | 5,246,204 | 5,365,690 | 10,611,894 |
| Dagegen starben gleichzeitig aus dieser Altersklasse . . . . .                                                                 | 739,701   | 739,028   | 1,478,729  |
| Nach deren Abzuge noch blieben . . . . .                                                                                       | 4,506,503 | 4,626,662 | 9,133,165  |
| Davon waren nach der Zählung zu Ende des Jahres 1834 noch in dieser Altersklasse . . . . .                                     | 3,891,483 | 3,957,500 | 7,848,983  |
| und durch Überschreitung des 60sten Jahres zur höhern Altersklasse übergegangen, wie vorhin gefunden worden ist . . . . .      | 615,020   | 669,162   | 1,284,182  |
| Bei der Zählung zu Ende des Jahres 1819 waren schon Übersechzigjährige vorhanden . . . . .                                     | 350,902   | 346,794   | 697,696    |
| Summe . . . . .                                                                                                                | 965,922   | 1,015,956 | 1,981,878  |
| Davon starben in den 15 Jahren 18 $\frac{20}{34}$ . . . . .                                                                    | 575,677   | 601,625   | 1,177,302  |
| und waren bei der Zählung zu Ende des Jahres 1834 noch vorhanden . . . . .                                                     | 390,245   | 414,331   | 804,576    |



Diese Darstellung beruht auf den Nachrichten, welche das statistische Bureau zu Berlin ämtlich von den Königlichen Regierungen empfängt.

Der Zuwachs, welcher theils durch den Überschufs der Einwanderungen über die Auswanderungen, theils aber auch dadurch entstand, dafs Personen aufgefunden, und in die Zählungslisten aufgenommen worden, welche sich bei frühern Zählungen der obrigkeitlichen Kenntnifs entzogen haben, ist sämmtlich dem mitlern Lebensalter zwischen dem Anfange des funfzehnten und Ende des sechzigsten Jahres zugezählt worden. Aus den ämtlichen Nachrichten geht das Lebensalter der Personen, woraus dieser Zuwachs besteht, zwar nicht hervor: aber die Annahme, dafs er dem mitlern Lebensalter angehöre, wird dadurch gerechtfertigt, dafs Kinder und Greise doch nur in sehr seltenen Fällen ihr Vaterland verlassen; und dafs alle Gründe sich der Aufnahme in die Zählungslisten zu entziehen, nur das mitlere Lebensalter treffen.



# Zeus und Aegina.

Von  
H<sup>rn.</sup> P A N O F K A.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 2. Juli 1835.]

Bei einer sorgfältigen Musterung der Kunstdenkmäler, welche die öffentlichen und Privatsammlungen der Hauptstädte Europas besitzen, macht die unverhältnißmäßige Breite, welche der Cultus des Dionysos und die Mythologie des Heracles für sich in Anspruch nehmen, einen überraschenden aber gewiß nicht günstigen Eindruck. Denn selbst diejenigen, welche um die wichtigeren Fragen der Archäologie unbekümmert, dieser Disciplin keine höhere Bestimmung einzuräumen beliebten, als die, für eine mehr oder weniger große Anzahl Stellen klassischer Schriftsteller eine mehr oder minder vollständige und wohl auch gefällige Bilderbibel abzugeben, werden doch etwas früher oder später, je nachdem sie Beschauer oder Erklärer sind, bei den Centuplicaten nemäischer Löwenkämpfe und Bacchantinnen-Verfolgungen ein Gefühl der Verlegenheit und Müdigkeit an sich verspüren, das in der Erschöpfung des künstlerischen und archäologischen Stoffes dieser Gegenstände seinen Grund hat. Der Übelstand, den ich hier andeute, findet sich vorzugsweise in der großen Vasensammlung des Neapolitanischen Museums: die Berliner, minder bedeutend an der Zahl der Stücke, leidet weit weniger an der eben gerügten Monotonie von Herakleen, Dionysien, und den auch stets wiederkehrenden Bezähmungen bald eines Menschen mit Stierkopf <sup>(1)</sup>, bald einer Göttin mit Frauenkopf <sup>(2)</sup>, beides Gegenstände

---

<sup>(1)</sup> Kampf des Theseus mit dem Minotaur, Tischbein Vas. d'Hamilton I, 42; Neapels Antiken, Vas. Z. I, Schr. II, F. 2, no. 1685; Annal. de l'Institut. archéologique III, p. 152.

<sup>(2)</sup> Peleus und Thetis, Raoul Rochette Monum. ined. Livr. 1, 2; de Witte, Annal. de l'Institut archéolog. Vol. IV, p. 90-125.

die der Phantasie eines noch so genialen Künstlers, und dem Talent eines noch so fähigen Erklärers, ihre nicht ungestraft zu überschreitenden Schranken setzen.

In dem reichen Schatze der Vasensammlung des Königlichen Museums hat mich ein Gefäß<sup>(1)</sup> besonders angesprochen, das zu den interessantesten gehört, welche bis jetzt entdeckt sind. Es zeigt in der untersten Reihe den von Hunden zerrissenen Actaeon, in einer höhern den von Laios auf schäumendem Viergespann entführten Chrysipp, und ganz oben am Halse, über dem Kelche einer Blume sich erhebend, Aegina von einem Adler geraubt. Meine Absicht ist diesmal nicht eine Erklärung dieses merkwürdigen Denkmals zu liefern, und die sinnige, kosmische Ideen aussprechende, Wahl der drei in einer nicht zufälligen Ordnung folgenden Mythen zu rechtfertigen, sondern ich begnüge mich, diejenige Vorstellung herauszuheben, welche den Hals des Gefäßes schmückt, und die ich, Taf. I, 1 habe stehen lassen.

Der Mythos, auf den die Urgeschichte Aeginas sich stützt, erregt wegen der in politischer und künstlerischer Hinsicht großen Bedeutsamkeit dieser Insel ein großes Interesse. Dies Interesse wird noch dadurch gesteigert, daß bis jetzt nur ein einziges Denkmal alter Kunst<sup>(2)</sup> uns diesen Mythos vergegenwärtigte, und daß von Seiten der Mythologen bisher dieser Fabel eine minder große Aufmerksamkeit geschenkt wurde, als vielen andern, die sie vielleicht weniger verdienen.

Von Phlius raubte Zeus in der Gestalt eines Adlers die Tochter des Flusses Asopos, Aegina<sup>(3)</sup> und brachte sie an einen einsamen Ort der Insel, welche bis dahin Oenone<sup>(4)</sup> genannt, nach der neuen Bewohnerin den Namen Aegina erhielt. Aus diesem Verhältniß des Zeus mit Aegina soll Aeacus, der erste Fürst dieser Insel, entstanden sein<sup>(5)</sup>, und auf sein Fle-

---

(<sup>1</sup>) Höhe 3' 1½'', Durchmesser 1' 3¾'', Figuren gelb auf schwarzem Grunde, seine Form nähert sich der der großen Amphoren, in Ceglie gefunden. S. Levezows Verzeichniß der Vasen des Berliner Museums Postament XVII, No. 1010. S. 255-260.

(<sup>2</sup>) Tischbein Vas. gr. d'Hamilton Vol. I, pl. 24.

(<sup>3</sup>) Pindar. Isthm. VII, 21; Nem. VIII, 6; Pausan. II, xxix, 2 und II, v, 1; Apollod. III, xii, 7.

(<sup>4</sup>) Schol. Pind. Nem. IV, 71; Nem. VIII, 12; Apollod. III, xii, 7. Steph. Byz. v. Οἰνώνη; Paus. II, v, 1.

(<sup>5</sup>) Schol. Pind. Nem. VII, 123; Pind. Nem. VIII, 8, Isthm. VII, 21. Apollodor. l. c.

hen, die menschenleere Insel zu bevölkern, verwandelte sein göttlicher Vater die Ameisen in Menschen <sup>(1)</sup>. Als aber Asopos <sup>(2)</sup> um seine entführte Tochter aufzusuchen nach Corinth kam, versprach ihm Sisypchos, der dem Raube zugeschaut hatte, den Thäter und den Aufenthaltsort der Aegina anzuzeigen, sobald er ihm auf dem Acrocorinthos Wasser gäbe; auf diese Weise entstand die Quelle Peirene <sup>(3)</sup>.

Wiewohl dieser Mythos wegen der geringen Zahl der in denselben verflochtenen Personen nicht grade zu den verwickelsten gerechnet werden darf, so fordert er doch, sobald man überhaupt den Mythen der Alten irgend eine Bedeutung zugestehen will, zu mancherlei Fragen und Untersuchungen auf, die um so erspriesslicher erscheinen, je weniger deren Lösung bisher versucht worden: 1, Was ist Aegina? 2, Was ist Zeus unter der Gestalt des Adlers? 3, Was bedeutet der Raub der Aegina durch Zeus als Adler?

#### 1. Was ist Aegina?

Dafs Aegina von Phlius herstammt, ist ein Faktum, welches über den Charakter dieser mythischen Heroine ein groses Licht verbreitet. Auf der Acropolis von Phlius erwähnt Pausanias <sup>(4)</sup> bei einem Cypressenhaine einen Tempel, der seit den ältesten Zeiten ein Gegenstand der höchsten Verehrung war. Die Göttin, die man daselbst anbetete, hiefs Ganymeda; in der Folge nahm sie den Namen Hebe an <sup>(5)</sup>; zu den besonderen Ehrenbe-

<sup>(1)</sup> Apollod. III, XII, 7. Hygin. LII; Serv. ad Virgil. Aen. II, 7; Paus. II, XXIX, 2.

<sup>(2)</sup> Steph. Byz. v. Κόρινθος. ἐκαλεῖτο δὲ ἡ Ἀσποκόρινθος Ἐπωπή, διὰ τὸ Σίσυφον ἐντεῦθεν ἐπιθεῖν τὴν τῆς Αἰγίνης ὑπὸ Διὸς ἀρπαγὴν. Cf. v. Ἐπωπή. Apollod. III, XII, 6; I, IX, 3. Schol. Nem. VI, 53 μυημονεύειν δὲ φασι, τοῦ Βουδίου Πυθαίνεταιν ἐν πρώτῳ Αἰγινητικῶν γραφῶν οὕτω. Περὶ δὲ ταῦτα τούτων λεγόμενων λέγεται Βουδίου τυγχάνειν διειληνεγμένον πρὸς Οἰωνὸν τὴν ἑαυτοῦ Συγκατέρα. Budion scheint mir Asopus unter der Form des Dionysischen Stiers zu sein, mit oder ohne Menschenkopf, wenig vom Achelous und Bacchus Hebon der Idee nach verschieden, der künstlerischen Auffassung nach völlig gleich. Nicht unwichtig ist der Vergleich unsrer Oenone-Aegina, Tochter des Budion, mit Oeneus der neben Aegeus als Πανδίου υἱὸς νόσος, von Pausanias, I, V, 1. genannt wird, einer Phyle in Attica den Namen gebend.

<sup>(3)</sup> Paus. II, v, 1.

<sup>(4)</sup> L. II, XIII, 3 cf. Strab. VIII, p. 382.

<sup>(5)</sup> Pausan. l. c. et L. II, XII, 4; L. I, XIX, 3. Dionys. Halic. Ant. Rom. III, p. 150; T. Liv. V, 54, XXXVI, 36; Panofka Mus. Blacas, pl. XXVI. B. p. 79.

zeugungen, womit die Phliasier diese Göttin auszeichneten, gehörte das Privilegium des Asyls, welches an ihren Tempel geknüpft war; Flüchtig gewordene Gefangene weihten ihre Ketten an den Zweigen der Bäume, welche das Heiligthum der Ganymeda umgaben. Ihr zu Ehren feierte man jährlich ein Fest *κισσοτόμῳ*, Epheusechnitter genannt. In ihrem Tempel gab es jedoch keine Statue, weder eine geheim gehaltene, noch eine der Beschauung des Volks preisgegebene, und wie Pausanias hinzufügt: »indem die Phliasier so verfahren, stützen sie sich auf eine heilige Sage.« Die Phliasier erzählen auch, daß Heracles bei seiner Rückkehr aus Libyen, woher er die Hesperiden-Äpfel geholt, nach Phlius gekommen wäre, einer Privat-Angelegenheit willen, und bei einem Gastmahle welches er mit seinem Schwiegervater Oeneus hielt, soll er dessen jugendlichen Mundschenk Cyathus, weil er ihm nicht zu Dank eingeschenkt hatte, mit dem Finger auf den Kopf geschlagen und dadurch getödtet haben. Auf Anlaß dieser Begebenheit errichteten die Phliasier neben dem Tempel des Apollon ein Denkmal mit zwei Marmorstatuen, Cyathus darstellend, wie er dem Herakles einen Becher (*κύλικα*) reicht <sup>(1)</sup>.

In dieser letzten Tradition deutet die Privatangelegenheit, mit dem Festmal des Weinmannes, Oeneus, verbunden, offenbar auf die Hochzeit mit Deianira <sup>(2)</sup>, der Tochter dieses Oeneus <sup>(3)</sup>, und die beigefügte Erzählung von dem Todschat, den Heracles an dem jugendlichen Mundschenk verübte, beweist noch bestimmter, daß bei dem Sohn der Alemene von dieser Zeit an Deianira als Hebe in die Stelle seines Ganymedes eintrat <sup>(4)</sup>.

Allein wichtiger und durch Alterthum ehrwürdiger erscheint die frühere Sage, welche sich in Phlius an die Göttin Ganymeda knüpft. Nach dieser ist sie keineswegs jene leicht geschürzte Göttin zweiten oder

<sup>(1)</sup> Paus. II, XIII, 8; Athenaeus IX, p. 410 f. Apollod. II, VII, 6; vergl. Annal. de l'Inst. archéol. II, 149.

<sup>(2)</sup> Apollod. II, VII, 6 cum Heynii obs. *Dejaniram et Herculem pinxit Artemon* (Plin. H. N. XXXV, 11). Neapels Antiken, Vas. Z. I, S. IV; Millingen Peint. d. Vas. gr. Pl. XXXIII.

<sup>(3)</sup> Oeneus bekömmt zuerst den Weinstock vom Dionysos (Apollod. I, VIII, 1), giebt der Stadt Oenoe den Namen (Apollod. I, VIII, 6), nimmt den Heracles auf (Apollod. II, VII, 6) der den jungen Mundschenk Eunomos tödtet.

<sup>(4)</sup> Athen. IX, p. 410 f.; Mus. Blacas p. 79, not. 11.



dritten Ranges, wie die Archäologen des vorigen Jahrhunderts sich auszudrücken pflegten, sondern sie gilt in Phlius wenigstens als eine der erhabensten Naturgottheiten griechischer Religion. Wenn das Fest der Ephesusnitter *κισσοτόμοι* <sup>(1)</sup> uns in die Sphäre des Dionysischen Cultus hineinweist, und die in dem Beruf der Ganymeda sowohl als in dem der Hebe <sup>(2)</sup> sich verrathende Beziehung auf Weinschenkung an eine Gattin des Dionysos zu denken auffordert, so bekommt diese Vermuthung durch zwei Besonderheiten, die in dem Cultus dieser Göttin hervortraten, eine neue und entschiedene Bestätigung.

Die eine finde ich in dem Privilegium des Asyls, welches das Heiligthum der Ganymeda in solchem Umfange besaß, daß der Hereintretende seine Ketten an den Bäumen des Hains dieser Gottheit aufhängte, woraus hervorgeht, daß in Phlius Ganymeda eine Göttin war, die Banden löste und die Freiheit gab. Welches ist aber der Name für diese Begriffe, und läßt sich ein persönlicher Cultus derselben in Mythen und Kunstwerken nachweisen? Die Münzen von Cyzicus, wo statt des ährenbekränzten Kopfes der Core Soteira, auf einigen Typen eine Frau, Eleutheria genannt, sitzend mit einem Kranz in der Hand erscheint <sup>(3)</sup>, geben die bestimmteste Antwort auf diese Fragen. Bei der Erklärung dieser Münzen habe ich darzuthun gesucht, daß die eben geschilderte weibliche Figur, nicht wie Millingen <sup>(4)</sup> meint, die Freiheit im Allgemeinen bezeichne, sondern als

(1) Vergl. mit dem Feste *κισσοτόμοι* in Phlius den Phlias Sohn des Κεῖτος (vielleicht so viel als Κισός, Κιστός,) von dem Pausanias II, XII, 6 hinzufügt Διονύσου δὲ οἶδα καλούμενον; und Phlyos, den die Athener und Musäus παῖδα Γῆς nennen (Paus. IV, 1, 4). Hesych. v. φλέω Διονύσου ἐξόν. Plutarch. T. II, 683. F. εἶναι δὲ καὶ τῶν Ἑλλήνων τινὰς οἱ φλοῖω Διονύσῳ θύουσιν. Hesych. v. φλεῖ, γέμει, εὐκαρπεῖ, πολυκαρπεῖ: v. φλίεσος, καρποφόρος, v. φλιοῦς ἢ τῶν καρπῶν ἐκχυσίς: v. Φλοῖαν, (Floram, Χλωρίν) τὴν Κόρην τὴν θεὸν οὕτω καλοῦσιν Λάκωνες. Für die Berühmtheit des Weins von Phlius zeugt Antiphanes beim Athenaeus 1, p. 27 d. Vgl. auch Athene Kissaea auf der Acropolis von Epidaurus, Paus. II, XXIX, 1.

(2) Hesych. v. Ἡβη νεότης, ἀκμή ... καὶ ἡ θεὸς ἔστι δὲ Διὸς καὶ Ἡρᾶς θυγάτηρ, γούνη Ἡρακλέους καὶ ἀκολατρία, ἄμπελος. Pausanias II, XIII, 3. cf. Athen. XI, p. 462 a. Τοῖς δὲ θεοῖς εἰνοχοοῦσάν τινες ἱστοροῦσι τὴν Ἀρμονίαν, ὡς Καπίτων ἱστορεῖ ὁ ἐποποιός, Ἀλεξανδρεὺς δὲ γένος, ἐν δευτέρῳ Ἑρωτικῶν. Das Denkmal von Cadmos und Harmonia in Illyrien, Cylices genannt (Athen I. c.).

(3) Monum. ined. dell. Institut. archeol. Vol. I, pl. LVII. B, no. 5, 4.

(4) *Ancient Coins of greek cities*, p. 71; cf. Mionnet, Descr. d. med. Suppl. T. V, p. 304, no. 127.

Gattin des Ζεὺς Ἐλευθερίος, des Liber pater der Römer, eine Ἐλευθερία, d. i. eine Libera uns vorstelle <sup>(1)</sup>.

Das zweite Argument, welches wir zur Assimilation der Ganymeda-Hebe mit der Gemahlin des Dionysos, Ariadne oder Libera gebrauchen, findet sich in der Nachricht die Strabo <sup>(2)</sup> von dem Cultus der heiligen phliuntischen Göttin giebt. Er versichert, daß sie auch den Namen Dia führte, ein Name, der uns einerseits an Dia, die Tochter des Oeneus, mit welcher Zeus den Pirithous zeugte, erinnert <sup>(3)</sup>, sowie an Dis, den Herscher der Unterwelt, dessen Gemahlin sie sein möchte <sup>(4)</sup>, und andererseits an Dia, das spätere Naxos <sup>(5)</sup>, wo Dionysos der verlassenen Ariadne zuerst erschien.

Indem wir so durch die Prüfung der verschiedenen auf die phliuntische Göttin bezüglichen Traditionen ihrem Wesen und Charakter näher treten, haben wir auf einen Punkt unsere Aufmerksamkeit zu richten bisher verabsäumt, weshalb nämlich in Phlius keine Statue, kein Bild von dieser Göttin existirte. Irre ich nicht, so bezog sich die heilige Sage, welche diese Eigenthümlichkeit rechtfertigte, auf das Factum, daß die phliuntische Göttin von Zeus entführt und nach Aegina versetzt worden sei. Denn auf die Identität der Phliuntierin Aegina und der Göttin Ganymeda führt schon die gleiche mythische Form des Raubes durch Zeus als Adler, selbst bei

(1) Annal. de l'Institut. archéolog. Vol. V, p. 279-281.

(2) L. VIII, p. 382. Marini Fr. Arv. Tab. I, XXII, p. 10 sqq. Creuz. ad Cic. D. N. D. III, XXII, no. 67.

(3) Hygin. fab. CLV. *Jovis filii: Pirithous ex Dia Oenei filia* offenbar dieselbe wie *Dejanira*.

(4) Das Fest Diasia dem Zeus Meilichios zu Ehren am Ende des Monaths Anthesterion, an welchem keine Opferthiere geschlachtet werden. Vergl. den Zeus mit Adler und Blitz und einem Kranze von Frühlingsblumen, eine Statue im aeginetischen Style, Weihgeschenk der Metapontiner (Pausan. V, XVII, 4). Sein Bild vergegenwärtigt uns wahrscheinlich ein merkwürdiger Kopf im Besitz des Fürsten Talleyrand, von Petit-Radel auf Dionysos Kyamites bezogen. Dieser Zeus der Metapontiner wirft ein Licht auf den mythischen Gründer von Metapont, Dios oder Metabos (*Duc de Luynes* Metaponte p. 4) der wohl mit Achei-lous auf den Münzen von Metapont, so wie mit Bacchus Hebon zusammenfällt (Mus. Blacas p. 92-96); dessen Frau wird mythisch Theano oder Autolyte genannt; als Göttin ver-muthe-ich, wird sie jene Here (Κόρη), deren Tempel in Metapont mit Säulen aus Holz von Weinstöcken geschmückt war. (Plin. H. N. XIV, 2) Seneca Oedip. act. II. v. 412, Chor):

*Te* (scil. *Bacchum*) *deceat vernis comam floribus cingi*.

(5) Athen. VII, 296. a. Etym. M. v. Διά Steph. Byz. Διά πόλιν Θεσσαλίας, Λιακοῦ κτίσμα.

oberflächlicher Mythenprüfung unabweislich hin, und mit tieferem Blick in die Natur dieses Cultus hat Otfried Müller <sup>(1)</sup> in jener übergoldeten ehernen Ziege auf der Agora von Phlius <sup>(2)</sup> eine mystische Beziehung auf Aegina vermuthet. Sind die bisherigen Betrachtungen richtig, so folgt dafs die Tochter des Asopos, Aegina, den Charakter einer Wein spendenden, Ähren tragenden, jugendlichen Naturgöttin mit der phliuntischen Ganymeda-Dia-Hebe gemein haben mufs. Dafs diese Vermuthung nicht ganz unbegründet sei, konnte schon der frühere Name Aeginas, Oenone <sup>(3)</sup>, oder nach Andern Oenopia <sup>(4)</sup> uns lehren, insofern in beiden der Begriff des Weines *οἶνος*, so gut wie bei jenem Festmal des Oeneus, dessen Andenken in Phlius gefeiert wird, am Tage liegt. Allein die Kunstdenkmäler werden uns schneller und auf eine befriedigendere Weise zum Ziele führen und Zeugniß ablegen, dafs in der von uns bis jetzt befolgten Methode der Mythendeutung kein Irrthum begangen ist.

Pausanias <sup>(5)</sup> erwähnt unter den Weihgeschenken von Olympia eine Statuenreihe der Phliasier in welcher nächst Nemea Zeus sich befand nach der Aegina fassend <sup>(6)</sup>; dieser zunächst stand Harpinna, Coreyra, darauf Thebe, und am Ende der Vater dieser Nymphen Asopos. Einen Zeus von Erz und zugleich eine Statue der Aegina wahrscheinlich von Marmor hatten dieselben Phliasier nach Delphi geweiht <sup>(7)</sup>. Plinius <sup>(8)</sup> er-

<sup>(1)</sup> Aeginet. p. 11.

<sup>(2)</sup> Paus. II, XIII, 4. Vergl. Raspe Catal. d. pierr. gr. de Tassie No. 1089 Agath. au Cab. Britan. *un aigle assis sur une chèvre couchée par terre.*

<sup>(3)</sup> Schol. Pindar Nem. IV, 71; VI, 53.

<sup>(4)</sup> Pindar Isthm. VII, v. 21:

τὸ δ' (Aeginam) ἐς νᾶτον Οἰνοπίαν ἐνεγμῶν  
Κοιμάτο (Zeus) δῖον ἐνθα τίκεις  
Λιακόν, βαρυσφαράγγῳ πατρὶ κεδνότατον ἐπιχθονίων.

<sup>(5)</sup> L. V, XXII, 5.

<sup>(6)</sup> L. c. Ζεύς ἐστὶ λαμβανόμενος Αἰγίνης: vergl. Paus. V, XVIII, 1, auf dem Kasten des Cypselus: Πεποιήται δὲ καὶ Θέτις παρ' ὧντος, λαμβάνεται δὲ αὐτῆς Πηλεὺς καὶ ἀπὸ τῆς χειρὸς τῆς Θέτιδος ὄφρις ἐπὶ τὸν Πηλεῆ ἐστιν ὄρμῳν.

<sup>(7)</sup> Pausan. X, XIII, 3; vielleicht war hier Aegina dem sitzenden Zeus gegenüber *οἶνοχοοῦσα* dargestellt.

<sup>(8)</sup> Plin. H. N. XXXV, 40.

wähnt ein enkaustisches Gemälde den Mythos der Aegina darstellend von der Hand des Lysipp. Leider lassen die eben angeführten Nachrichten über die drei verschiedenen Kunstwerke uns völlig im Dunkeln über Art und Weise wie Aegina vorgestellt und individualisirt gewesen, und die vorliegende Untersuchung wird zugleich auch den Nutzen gewähren, über diese drei Stellen der Alten ein genügendes Licht zu verbreiten.

Die Zeichnung eines geschnittenen Steines, welche ich dem reichen Portefeuille meines Freundes Gerhard verdanke, und die ich Taf. I, 2 vorzulegen mir erlaube, scheint ein sicheres Bild der Göttin Aegina uns zu vergegenwärtigen. Das Sitzen am Boden <sup>(1)</sup> und das Berühren desselben mit der einen Hand <sup>(2)</sup> ist in der Kunstsprache ein deutliches Zeichen chthonischen Charakters aller derer, bei denen wir eine solche Stellung wahrnehmen. Auch das hinter sich Blicken ist mit Recht als ein Symbol von Göttinnen und Heroinen der Schattenwelt aufgefaßt worden <sup>(3)</sup>. Das große Gefäß, welches auf einem Postament in der Nähe der liegenden Frau aufgestellt ist, eignet sich vortreflich zum Weinbehälter, und vergegenwärtigt den frühern Namen Aeginas, Oenone <sup>(4)</sup>. Der liebesbrünstig nach der Nymphe herabblickende Adler kann wohl kein andrer sein, als Zeus unter der Gestalt dieses Vogels in dem Moment, wo er die Tochter des Asopos entrückt. Wie es scheint, will er sie bei den Haaren in den Olymp hinaufziehen, wie wir es wirklich auf dem Vasenbilde des hiesigen Museums Taf. I, 1 und auf einem andern ähnlichen der Fontanaschen Sammlung <sup>(5)</sup> in Triest, welches ich Taf. I, 3 habe zeichnen lassen, wahrnehmen.

Dieser Vorstellung gegenüber befindet sich Taf. I, 4 eine andre, der Stoschischen Sammlung des hiesigen Museums entlehnt, über welche Winkelmann <sup>(6)</sup> folgende Ansicht ausspricht:

<sup>(1)</sup> Millingen *Coins of gr. cit.* Pl. III, n. 12, 13, 14 Münzen von Cierium; Lenormant, *Ann. de l'Institut.* Vol. IV, p. 67.

<sup>(2)</sup> Apollod. II, v, 11. Ψάοντα (Antaeum) γὰρ γῆς ἰσχυρώτατον συνέβη γίνεσθαι διὰ καὶ γῆς τινὲς ἔφασαν τοῦτον εἶναι παῖδα.

<sup>(3)</sup> Duc de Luynes, *Annal. de l'Institut.* Vol. V, p. 249.

<sup>(4)</sup> Etym. M. v. Σίανος νῆτος ἔστι πρὸς τῇ Ευβοίᾳ, Οἰνοίη τὸ πρότερον καλουμένη, διὰ τὸ εἶναι ἀμπελόφυτον, μετανομάσθη δὲ ἀπὸ υἱοῦ Θάαντος, Σικάνου καὶ νύμφης Οἰνουαίδος. Vgl. Fest. v. Vinalia den neuen Wein dem Jupiter, mense sextili, der Venus (Libera?) mense Aprili.

<sup>(5)</sup> Mit gelben Figuren auf schwarzem Grunde.

<sup>(6)</sup> Catal. d. pierr. gr. du Bar. Stosch Cl. II, Sect. XII, 858. Vgl. Raspe Cat. d. p. gr. 7141-7163.



»Psyche traurig auf einem Felsen sitzend, vor sich ein Gefäß, welches  
 »sie mit dem Wasser aus dem Coeytus füllen und der Venus bringen  
 »sollte. Über ihr ein Adler, der ihr diese Aufgabe lösen half, hinter ihr  
 »zwei Ähren und seitwärts eine Ameise, welche die zweite Arbeit andeuten,  
 »die Psyche zu vollbringen hat.«

Völlig übereinstimmend mit dieser Winckelmannschen Erklärung, äußert sich Professor Tölken über denselben Carneol in dem erst kürzlich erschienenen Gemmenkatalog <sup>(1)</sup>, »Psyche scheint in ihren Prüfungen traurig auf einem niedrigen Steine zu sitzen; hinter ihr sieht man zwei Ähren, anzudeuten, daß sie die vermengten Körner verschiedener Getreidearten sondern muß, vor ihr eine Schöpfkanne, mit der sie Wasser aus dem Coeytus holen soll; zugleich ist aber auch die Ameise beigesellt, die Amor ihr bei ihrer ersten Arbeit sandte, und über ihr schwebt der Adler, welcher ihr bei der zweiten half, und der hier als Omen des Sieges einen Lorbeerkranz in den Klauen trägt.«

Eine Psyche ohne Schmetterlingsflügel an den Schultern, oder doch wenigstens deren Andeutung an der Stirn, gehört, so weit ich den uns jetzt zu Gebote stehenden Vorrath antiker Denkmäler übersehen kann, wenn nicht zu den unerwiesensten, doch zu den zweifelhaften und seltneren Erscheinungen. Andere Mängel der eben mitgetheilten Erklärungsweisen übergehend, glaube ich ohne weiteres in der auf einem Felsstück sitzenden Figur die Nymphe Aegina nachweisen zu können. Das vor ihr stehende Gefäß giebt sich deutlich als eine Oenochoë <sup>(2)</sup> zu erkennen, und bezeichnet deshalb die Sitzende als eine Weinschenkin <sup>(3)</sup>, d. i. als eine Hebe oder Ganymeda. Hiermit stimmt der über ihrem Haupte schwebende Adler, welcher einen Kranz als Zeichen der Liebe ihr darbringt. Die Ameise als Erinnerung an die erste Bevölkerung Aeginas, nämlich die aus solchen Thieren *μύρμηκες* anthropomorphisirten Myrmidonen <sup>(4)</sup>, zeugt ihrerseits für die Richtigkeit

<sup>(1)</sup> III, Kl. II. Abth. VIII. \*713.

<sup>(2)</sup> Panofka Rech. sur les noms des Vas. gr. Pl. V, 101, p. 36.

<sup>(3)</sup> Musée Blacas, p. 78–80. Vergleiche ΑΡΙΑΔΝΕ dem ΔΙΟΝΥΣΟΣ einschenkend, auf einem Oxybaphon des Durandschen Kabinets, wo ΚΩΜΟΣ und ΤΡΑΓΟΙΔΙΑ an der Scene mit Theil nehmen, jede Figur mit deutlicher Inschrift.

<sup>(4)</sup> Ovid. Metam. VII, 622 sqq. Hygin. f. LII. Serv. ad Virg. Aeneid. II, 7; IV, 402.

*Philos.-histor. Abhandl.* 1835.



unserer Erklärung, so wie die Ähren <sup>(1)</sup> hinter der Göttin in dem ährenbekränzten Haupte der Κόρη Σώπειρα oder Ἐλευθερία der Münzen von Cyzicus <sup>(2)</sup> ihre Analogie und Rechtfertigung finden. Sollten indeß noch Zweifel über den dieser Vorstellung zu gebenden Namen obwalten, so wird eine genauere Prüfung der folgenden Vasen und geschnittenen Steine <sup>(3)</sup> dieselben leicht zu heben im Stande sein.

Taf. II, 1 sitzt die Nymphe am Boden, traurig und nachdenkend, wie auf den früheren Denkmälern; vor ihren Füßen steht ein Gefäß, weder zum Schöpfen dienend, noch in die Klasse der Amphoren oder Kratere zu zählen, sondern eine Art tiefe Schale oder Becken, vermuthlich um die herabfallenden Früchte <sup>(4)</sup> aufzunehmen, welche einem hinter der Nymphe sich erhebenden Baume angehören. Man bemerkt auch zwei Ähren, ohne Zweifel um dieselbe als Göttin des Erdensegens zu characterisiren; dergleichen schwebt über Aeginas Scheitel Zeus als Adler, in seinen Klauen einen Scepter, den er der Geliebten als Sinnbild der Macht statt des Kranzes auf dem Monument Taf. I, 4, darbringt.

Dieselbe Composition finden wir, nur in etwas vergrößertem Mafstabe und von der entgegengesetzten Seite aufgefafst, auf der Glaspaste Taf. II, 2. Mit über einander geschlagenen Händen auf dem Schoofs erscheint Aegina auf blofser Erde sitzend und an einen Baum gelehnt; der Adler mit dem Scepter schwebt über dem Haupte der Schlummernden, vor derselben erblickt man zwei Ähren, die entweder hinter oder vielleicht in einem zu ihren Füßen stehenden Fruchtkorbe sich befinden; daneben eine Ameise.

Am vollständigsten aber erscheint der Mythos der Aegina auf den zwei Denkmälern, die ich auf Taf. II, 3 und 4 vorlege. Das Fragment no. 3 ist

(<sup>1</sup>) Hesych. αἰγίλωψ· πόα τις ἐμφέρης στάχυϊ.

(<sup>2</sup>) Monum. ined. de l'Institut. archeol. Vol. I, pl. LVII. B u. 5 u. 4; Vgl. den Cereskopf auf der Metapontinischen Münze bei Müller und Oesterley, Denkmäler der alten Kunst, Heft III, Taf. XLII, 193.

(<sup>3</sup>) Taf. II, 1 u. 2 den Antiken Bildwerken Gerhards entlehnt, wo sie unter andern Proserpinen-Vorstellungen mit aufgenommen sind; no. 4 ist eine blaue Paste des Berliner Museums bei Winckelmann Catal. IV Kl. II Abth. 171.

(<sup>4</sup>) Vgl. mein Mus. Bartoldiano Vas. Dip. A 2.

ein Amethyst und im Katalog der zweiten Centurie der Gemmen des archäologischen Instituts unter no. 34 als schlafende Proserpina angegeben. Über die fehlende Hälfte dieses kostbaren Steines giebt die mit Ausnahme einiger unwesentlichen Abweichungen vollkommen gleiche Vorstellung <sup>(1)</sup> der Stoschischen Paste no. 4 jeden nur zu wünschenden Aufschluss. In beiden Denkmälern finden wir die Göttin ausruhend, in gleicher Kleidung und Lage, nur dient der linke Arm auf dem Fragment zur Stütze des Hauptes, während auf dem kleinern Steine derselbe erdwärts herabsinkt <sup>(2)</sup>. Desgleichen naht auf beiden ein Adler mit einem Scepter der Göttin, in deren Nähe ein Baum als Mittelpunkt der Scene gepflanzt ist; auch Ameisen fehlen nicht. Was aber dieser Vorstellung vor den bisherigen einen unbestreitbaren Vorzug giebt, ist die als neues Element hier in den Aeginamythos eintretende Schlange, welche wahrscheinlich im Andenken an jenen als Schlange

<sup>(1)</sup> *Fisconti (Oeuv. div. publ. par Labus, T. II. p. 232) bezieht diese Vorstellung auf die Entdeckung eines Schatzes, eine der unglücklichsten Deutungen des großen Archäologen: Esposiz. di gemme antiche no. 249. Questa immagine simbolica della Fortuna sembra allusiva ad una qualche avventura umana, e forse all' invenzione di qualche tesoro. La Fortuna, caratterizzata dalla sua ruota, dorme sotto d'un albero in sito campestre. Attorno all' albero s'avvolge un serpente, immagine viva del Genius loci. Sopra volazza l'aquila per esprimere il buon augurio mandato da Giove Ὀλβιοδότης (dator di ricchezze). A' piè della Fortuna è un di que' vasi dove si nascondeva il danaro sotterrato (argenti seria), come nell' Aulularia di Plauto e in tanti moderni ritrovamenti. La farfalla che vola attorno dell' olla può simboleggiar l'anima di quell' araro ch'è stato l'autore del ripostino. Le due figure virili in abito romano, che sembrano in atto di silenzio accostarvisi, saran gl' inventori fortuiti di quel tesoro nel punto d'imbattersi in questa addormentata Fortuna. La spiga può indicare la lor professione d'agricoltori, o determinare il luogo della invenzione presso di qualche campo di grano. Tale esposizione meramente ipotetica è sempre meno irragionevole che il credervi espressa una immagine dei misteri eleusini, come si è fatto sinora. L'originale era inciso in diaspro nero (Dolce, E 12).*

<sup>(2)</sup> Propert. L. I, Elegia III, v. 1-8.

*Qualis Thesea jacuit cedente carina  
Languida desertis Gnosia litoribus:  
Qualis et accubuit primo Cepheia somno,  
Libera jam duris cautibus Andromede:  
Nec minus assiduus Edonis fessa choreis  
Qualis in herboso concidit Apidano:  
Talis visa mihi mollem spirare quietem  
Cynthia, non certis nixa caput manibus.*

Proserpinen heimsuchenden mystischen Zeus <sup>(1)</sup> zu der oben angeführten Benennung Proserpina verleitet hat, obwohl die Motive der beiden Arten des Ruhens mehr in der berühmten Statue des Vatican <sup>(2)</sup> und in verschiedenen pompejanischen und herkulanischen Frescobildern der auf Dia verlassenen Ariadne <sup>(3)</sup> sich wiederfinden.

Allein wir haben keinen Grund aus Rücksicht für diese Schlange der Aegina untreu zu werden: denn nach Hygin <sup>(4)</sup> soll Juno aus Eifersucht auf die von Zeus nach Delos entführte Aegina und deren Sohn Aeacus, eine Schlange gesandt haben, welche das Wasser dermaßen vergiftete, daß jeder, der daraus trank, auf der Stelle starb, und da Aeacus auf diese Weise alle seine Gefährten verloren hatte, blickte er auf die Ameisen hin und erbat sich von Zeus Menschen zu seinem Schutze. Sein Flehen wurde erhört: denn Myrmidonen werden unter den ältesten Bewohnern Aeginas aufgezählt. Das Gefäß zu den Füßen Aeginas hat, so weit es sich bei so kleinen Verhältnissen und ohne Selbstanschauung des Originals beurtheilen läßt, das Ansehn einer Oenochoë; die Ähren, welche an beiden Seiten am Ausgang der Scene sich erheben, kommen mit den gleichen Attributen der früheren Vorstellungen zu sehr überein, als daß wir uns dabei verweilen dürften. Dagegen überraschen uns die beiden Männer, welche als neue Erscheinungen in dieser vollständigsten Vorstellung des Aeginamythos einen nicht unbedeutenden Platz einnehmen. Sollte es der zu Zeus flehende Aeacus sein, mit einem seiner Genossen <sup>(5)</sup>? der nothwendige Begriff der Menschenleerheit <sup>(6)</sup> der Insel, welche das Gebet des Aeacus motivirt, während die Ameisen ihrerseits darauf anspielen, würde durch die Anwesenheit eines Genossen eher aufgehoben als versinnlicht. Deshalb scheint

<sup>(1)</sup> Clem. Alex. Protrept. p. 14. Πατήρ καὶ φθορεὺς Κόρης ὁ Ζεὺς, καὶ μίγνυται δράκων γενόμενος S. mein Cabin. Pourtales, pl. XX, p. 24, 25.

<sup>(2)</sup> Visconti Pio-Clem. T. II, tav. XLIV. R. Rochette Monum. Ined. Pl. V, IX, XA.

<sup>(3)</sup> Pitture d'Ercolano.

<sup>(4)</sup> Hygin. fab. LII; Ovid. Metam. VII, 523 sqq. beschreibt die auf Junos Veranlassung entstandene Pest auf Aegina.

<sup>(5)</sup> Serv. ad Virg. Aeneid. II, 7.

<sup>(6)</sup> Paus. II, XXIX, 2. Apollod. III, XII, 7. Ζεὺς ὄντι μόνῳ ἐν τῇ νήσῳ τοὺς μύρμηκας ἀνθρώπους ἐποίησε.

es vielleicht zweckmäßiger an Asopos zu denken, welcher seine Tochter aufsuchend von Sisypchos erfuhr, wer sie geraubt und wo sie sich aufhalte. Das verschiedene Alter der beiden Personen, ihr Verhältniß zu einander, in so fern es sich in Stellung und Haltung eines jeden ausspricht; die erhobene Hand des Älteren, welche Überraschung und Staunen verräth: alles dieses scheint dafür zu zeugen, daß in der der Schlafenden zunächst tretenden Figur ihr Vater Asopos, in der entfernteren der Denunciant Sisyphos dargestellt sei. Ob in dem zum Ruhekissen dienenden auf beiden Monumenten verschiedenartig gebildeten Schilde vielleicht eine Beziehung auf die Schildkröte Aegina's <sup>(1)</sup> liege, wage ich nicht zu entscheiden, wenn gleich die Stoschische Sammlung einige geschnittene Steine besitzt, wo der Rücken dieser und ähnlicher Schaalthiere <sup>(2)</sup> auf eine ganz gleiche Weise vom Künstler behandelt ist.

Zwei andre Vorstellungen, ebenfalls auf den Mythos von Aegina bezüglich, lege ich Taf. I, 5 und Taf. II, 5 vor, beide *Gerhards Antiken Bildwerken* entlehnt wo sie in die Klasse der Proserpinen-Vorstellungen aufgenommen sind. In beiden fehlt das Element der Weinschenkung durchaus: statt dessen tritt in dem Korbe mit Früchten von denen die am Boden Sitzende eine in der Hand hält, so wie in den beiden Ähren die Segen spendende Tochter der Demeter auf das bestimmteste hervor. Die über dem Fruchtkorbe auf beiden Seiten sehr unbestimmt angegebenen Gegenstände können nach der Analogie ähnlicher Vorstellungen die Anwesenheit von Ameisen oder von Früchten gleicher Form auf dem uns bekannten Original vermuthen lassen. Jedenfalls sind aber die auf dem Fruchtkorbe liegenden Früchte so gut wie die hineinfallenden Taf. II, 1 Feigen <sup>(3)</sup>.

(1) Siehe meine Abhandlung über Sciron.

(2) Winckelmann Catal. d. pierr. gr. Cl. II, S. IX, 517; Cl. II, S. XIV, 1149; Cl. II, Sect. XIV, 1152.

(3) Pausan. I, xxxvii, ἐν τούτῳ τῷ χωρίῳ (Tempel der Demeter und Kore, mit Altar des Zephyr und Verehrung von Athene und Poseidon an der heiligen Strafe) Φυτάλον φασιν εἶκην Δήμητρα δέξαται, καὶ τὴν θεὸν ἀντὶ τούτων δοῦναί οἱ τὸ φυτὸν τῆς σπικῆς. Μαρτυρεῖ δέ μοι τῷ λόγῳ τὸ ἐπιγράμμα τὸ ἐπὶ τῷ Φυτάλου τάφῳ·

Ἐνταῦθα ἀνάξ ἦεν Φυτάλος ποτὲ δέξατο τέμνην

Δήμητραν, ὅτε πρῶτον ὀπίρας καρπὸς ἔφηνεν,

Ἦν ἱερὴν σπικὴν σπικτὴν γένος ἑξαιεῖται·

Ἐξ οὗ δὴ τιμὰς Φυτάλου γένος ἔσχεν ἀγλήρως.



Dies bestätigt Servius zum Virgil (<sup>1</sup>), wo er über den Ursprung der Myrmiden berichtet, daß Aeacus nachdem die Pest ihm seine Genossen geraubt, Ameisen in einem Feigenbaum erblickend, den Wunsch hegte, so viel Gefährten zu erlangen als die Zahl jener Thierchen betrage, worauf Zeus dies Gesuch ihm erfüllte.

Ich gehe auf ein schon bekanntes, aber nicht eigentlich erklärtes Denkmal Taf. II, 6 über, welches in der ganzen Reihe von Aegina-Vorstellungen nicht bloß seines archäologischen Interesses wegen, sondern auch von dem künstlerischen Standpunkte aus nicht genug gepriesen werden kann, und gar wohl eine Nachbildung des Lysippischen Gemäldes (<sup>2</sup>) uns darzubieten im Stande ist. In der zweiten Sammlung der Hamiltonschen Vasen hat Tischbein (<sup>3</sup>) dasselbe stechen lassen, mit Recht den Raub der Aegina durch Zeus darauf erkennend. Eben so treffend hat derselbe Gelehrte in dem zuschauenden jungen Satyr den schlaunen Sisyphus vermuthet, welcher unbemerkt und mit aufgehobener Rechten, vielleicht den blendenden Sonnenstrahl abwehrend, dem Fluge des Räubers nachzuspähen scheint. Alles übrige indeß auf diesem Gemälde ist unbeachtet geblieben, sowohl die Inschrift ΘΑΛΕΙΑ, als die Blumen, welche die Nymphe umgeben, der Ball (σφαῖρα) welcher im Moment, als Zeus sie entrückt, ihr wahrscheinlich zum Spielwerk (<sup>4</sup>) gedient hatte, wie so oft Aphroditen (<sup>5</sup>), den Grazien, dem

---

Διαβάσι δὲ τὸν Κηφιστὸν Βωμός ἐστι ἀρχαῖος Μελιχίου Διὸς, ἐπὶ τούτῳ Θησεύς ὑπὸ τῶν ἀπογόνων τῶν Φυτάλου καθαρσίῳ ἐτυχε, ληστὰς καὶ ἄλλους ἀποκτείνας καὶ Σίνιν τὰ πρὸς Πιττεύς συγγενῇ. Photii Lex. v. Ἠγητηρία· παλλάδι συκῶν ἦν ἐν τῇ πομπῇ τῶν Πλυντηρίων φέρουσιν ὅτι ἡμέρου τροφῆς πρώτης ταύτης ἐγεύσαντο.

(<sup>1</sup>) *Formicae, quas casu animadverterat plures in arbore fici.* Serv. ad Virg. Aeneid. VI, 7; Ovid. Metam. VII, 622-660 spricht von einer Eiche.

(<sup>2</sup>) Plin. H. N. XXXV, XL.

(<sup>3</sup>) Vol. I, p. 24 gelbe Figuren auf schwarzem Grund.

(<sup>4</sup>) Mus. Blacas XXVI, B, p. 79.

(<sup>5</sup>) Philostr. Jun. Imagg. VIII. Μισθὸν δὲ οἱ (scil. Ἐρωτι) τῆς ὑπουργίας ἢ μήτηρ (scil. Ἀφροδίτην) σφαῖραν προδείκνυσσι, Διὸς αὐτὴν ἄστυρμα γεγονέναι λέγουσι. Ὁρίῃς καὶ τὴν τέχνην ἐν τῇ γραφῇ; χρυσοῦ μὲν αὐτῇ, ῥάφῃ δὲ αὐτῇ οἷα νοεῖσθαι μᾶλλον ἢ ὁρᾶσθαι, ἑλικὰς τε κυανοῦ ἐφ' ἑαυτῆς ἐλάττουσαι· καὶ ἀναξίφειται τάχα ποῦ, τὸ ἀποχωροῦν σέλις μαρμαρυγαῖς ἀστέρων εἰκάζειν αὐτῇ δάσει.



Eros und dem Ganymedes (<sup>1</sup>), die Sterne auf ihrem Kleide, und endlich die Sonne die das Haupt des Adlers umgiebt.

Warum finden wir über dem Haupte der vom Adler geraubten Frau nicht die Inschrift *HEBE* oder *ΓΑΝΥΜΕΔΑ*, oder *ΔΙΑ* oder *ΑΙΓΙΝΑ*, sondern eine neue, für diesen Mythos unbekannte, und was bedeutet diese? *ΘΑΛΕΙΑ* kann wohl nur die Göttin des Wachstums und der Blüthe (<sup>2</sup>) bezeichnen und halten wir diesen Begriff fest, so entfaltet sich zu Gunsten des Symbols der Germination das fast auf keinem der vorgezeigten Aeginabilder fehlt, ein tieferer Sinn, als der ihm gewöhnlich zuerkannte. So erscheint jener Blätterkranz an der Basis der Weinamphora, Taf. I, 2 nicht blofs als ein müßiges, von dem Schönheitssinn des Künstlers hervorgerufenes Ornament, sondern es trägt zugleich den höhern Ansprüchen der symbolischen Kunst der Hellenen gemäß, als Hieroglyphe zum Verständniß der Vorstellung seinen Theil bei. Desgleichen gewinnt Taf. I, 3 jener zu den Füßen Aeginas sichtbare Blätterzweig eine höhere Bestimmung, als die von manchen Archäologen so oft gemißbrauchte einer nothwendigen Ausfüllung des leeren Raums. Ganz in demselben Sinne fasse ich jene prächtige Blume Taf. I, 1 über welche auf dem Gefäße des Berliner Museums Aegina auf-

(<sup>1</sup>) Der Ball nemlich hat denselben Sinn, welchen der Reifen (*τρέχος*) verräth den man nebst einem Stäbchen in den Händen des Ganymedes findet, sowohl auf einer Vase des Neapler Museums (Neapels Antiken S. 343), als auch auf einer andern bei Passeri (Pict. Etr. T. II, CLVI.) und in den Händen des Eros auf der Ingenheimschen Vase des hiesigen Museums. S. Hirts Brautschau.

(<sup>2</sup>) Etym. M. v. *Θαλερός* ὁ ἐν ἀκμῇ ὢν τοῦ *θάλλειν*, ὁ ἀκμαῖζων νεός — παρὰ τὸ *θάλλω*, τὸ αὔξει, τοῦτο παρὰ τὸ *Θω*, τὸ *τρέφω*· ἀπὸ μεταφορᾶς τῆς ἀνθρώπων φύσεως, ὁ γὰρ *Θηλῆς* μαστρεῦ μετέχων ἀνείσιν εἰς αὔξησιν. cf. v. *θάλλω* et Fest. v. *Thaleae nomen dictum alii ab aetatis flore ajunt, alii quod carmina semper floeant*. Pindar. Nem. I, 71. ὀλβίοις ἐν δώματι δεξάμενον *Θαλερὰν Ἥραν ἄκοιτιν*. Virg. Aen. VI, 136 sqq.

*Latet arbore opacâ*

*Aureus et foliis et lento vimine ramus,*

*Junoni infernae dictus sacer: hunc tegit omnis*

*Lucus, et obscuris claudunt convallibus umbrae.*

*Sed non ante datur telluris operta subire,*

*Auricomos quam quis decerpserit arbore fetus.*

*Hoc sibi pulchra suum ferri Proserpina munus*

*Instituit. Primo avulso non deficit alter*

*Aureus; et simili frondescit virga metallo.*

steigt. Die beiden Blumenzweige auf der Hamiltonschen Vase Taf. II, 6, der Baum auf den 4 Monumenten (1-4) von Taf. II, die Feigen auf den Steinen Taf. II, 1 Taf. I, 5 und II, 5, die zwei Ähren auf Taf. I, 4 und 5, Taf. II, 1, 2, 4, 5 legen sämtlich ein vollgültiges Zeugniß ab für die Göttin der aufsprießenden, Blüthen bringenden Natur, für eine Hebe, nicht in dem untergeordneten Sinne moderner Auffassung, sondern mit dem Charakter der Jugend, wie dieselbe in dem weitesten kosmischen Sinne, in dem Menschengeschlecht, in der Erde und am Himmel sich offenbart. Thalia-Aegina wird daher auch der rechte Name sein, für jene einsam und trauernd an einem Baume in der Nähe eines Adlers sitzende Frau der Silbermünzen von Gortyna auf Creta, Taf. I, 6, welche Otfried Müller <sup>(1)</sup> beschreibt als »Europa, auf dem Stamm eines Platanosbaums bei Gortyna sitzend, Zeus als Adler vor ihr,« ohne zu erwähnen, ob irgend wo, was ich bezweifle, der Mythos des als Adler entführenden Zeus auf Europa übertragen worden ist. Eine Bestätigung dieser Ansicht geben andere Silbermünzen derselben Stadt <sup>(2)</sup> wo der Augenblick der Entführung der Nymphe durch den Adler unzweifelhaft erscheint (Taf. I, 7 und 8). Bei dem politischen und kommerziellen Verkehr zwischen Creta und Aegina <sup>(3)</sup>, bei der Gemeinschaft ihrer Religionen, welche sich ganz besonders in dem Cultus der Dictynna und Aphaea kund giebt, darf es nicht befremden, wenn der Mythos von Aegina auf Creta dann und wann ans Licht tritt.

Diese Thalia aber ist keine andre als die Gemahlin des Zeus-Aetna, welche wir aus einem sicilischen Mythos der Paliken kennen <sup>(4)</sup> und aus zwei Vasenbildern, wo Zweige mit Blüthen ihren Schultern und Armen entsprossen, während ihre beiden Söhne, die Paliken oder Chirogastoren mit großen Hämmern auf ihren Kopf losschlagen <sup>(5)</sup>. Diese sonderbare und gewiß nicht bloß aus dem Charakter hephästischer Handwerker zu rechtfertigende Behandlung oder vielmehr Mißhandlung findet ihre Lösung in dem

<sup>(1)</sup> Denkm. der alten Kunst, 3. Heft. T. XLI, n. 186.

<sup>(2)</sup> Combe Mus. Hunt. Taf. XXIX, 1 und XXVIII, 22.

<sup>(3)</sup> Müller Aeginet. p. 81.

<sup>(4)</sup> Welcker Ann. de l'Institut. archeol. Vol. II, p. 245-257.

<sup>(5)</sup> Annal. de l'Institut. Vol. II, tav. d'agg. J u. K.

Namen Ἀρμύνη <sup>(1)</sup> welcher dieser Palikenmutter zukömmt und einerseits die Idee des Ambosses ἄλυσσ in sich schließt, andererseits den Begriff des in der Blüthe stehen ἀρμάζω in gleichem Masse in sich aufnimmt <sup>(2)</sup>. Dieser Göttin zu Ehren fanden auch nach Einsammlung der Früchte gewisse Opfer statt, durch welche der Dank für segensreiche Erndte sich vorzugsweise an Demeter-Thalia <sup>(3)</sup> aussprach, von der dieser Festtag den Namen Θαλύσια <sup>(4)</sup> entlehnte.

Nachdem wir auf diese Weise Begriff und künstlerische Auffassung der Nymphe Aegina zu erläutern versucht haben, gehen wir zur zweiten Hauptfrage über:

Was stellt Zeus unter der Gestalt des Adlers vor?

Das strahlenreiche Bild der Sonnenscheibe, welches auf der Hamiltonschen Vase (Taf. II, 6) mit dem Adler selbst in eins verschmilzt, läßt uns schliessen, daß der Aegina raubende Zeus einen Licht- und Sonnengott darstellt. Offenbar haben wir hier jenen Adler vor uns, welchen die Alten Haliaetos <sup>(5)</sup>, nannten berühmt durch seinen leuchtenden Blick und seinen grandiosen Schwung in der Höhe: es ist derselbe, der seine Jungen zwingt in die Strahlen der Sonne hinein zu schauen, und wenn sie geblendet, den Kopf wegwenden, sie als eine ungerathene Brut aus seinem Neste wirft. In den ersten Stunden des Tages sitzt er träge, und fängt erst um Mittag zu arbeiten und zu fliegen an, und weil man nie sich erinnert, daß dieser Vogel vom Blitz getroffen worden, wird er als der Waffenträger des Zeus angesehen.

<sup>(1)</sup> Panofka Ann. Vol. II, p. 395, 396.

<sup>(2)</sup> Hesychius v. ἀρμάϊα· Θάλλουσα und Panofka l. c.

<sup>(3)</sup> Etym. M. v. Θαλύσια.

<sup>(4)</sup> Hom. Il. I, v. 529.

Καὶ γὰρ τοῖσι κακὸν χρυσόθρονος Ἄρτεμις ὤρσε  
Χωταμένη, ὃ οἱ οὔτι Θαλύσια γονῶν ἀλωῆς  
Οἶνεύσῃ, ἄλλοι δὲ Σεοὶ δαίνυντ' ἐκατόμβας.

Cf. Σέργηλος, bisweilen Θαλυσιος ἄρτος genannt (Athen. III, 114. a) Brot aus neuem Weizen gebacken.

<sup>(5)</sup> Plin. H. N. L. X, III. Cf. Hygin. Astron. L. II, *Aquila: Hanc etiam Jupiter primus ex avium genere delegisse sibi existimatur quae sola tradita est memoriae, contra solis orientis radios contendere valere. Itaque super aquarium volare videtur. Hunc enim complures Ganymedem esse finxerunt.*

Philos.-histor. Abhandl. 1835.

hen und bezeichnet. Eine gründlichere Belehrung über den Sonnencharakter dieses Adlers sowohl, als auch über die mit Adlerkörper versehene Frau, die in der rechten Hand ein Tympanum haltend und in der Linken eine Taenia, auf dem Halse des Hamiltonschen Gefäßes über der Thalia-Vorstellung (siehe unsere Taf. II, 7) erscheint, verdanken wir folgender Erzählung des Antoninus Liberalis<sup>(1)</sup>: Periphas, ein Autochtone in Attica vor Cecrops Zeit, herrschte über die uralte Bevölkerung, zeichnete sich durch Gerechtigkeit, großen Reichthum und Frömmigkeit aus, stiftete mehrere Heiligthümer dem Apollo und entschied die meisten Streitigkeiten zur Zufriedenheit beider Partheien; daher trugen die Menschen aus Dankbarkeit die Verehrung des Zeus auf ihn über, gründeten ihm Heiligthümer und Tempel, und gaben ihm die Beinamen Zeus Soter<sup>(2)</sup>, Epopsios<sup>(3)</sup>, Mili-chios<sup>(4)</sup>. Als deshalb Zeus aus Zorn das ganze Haus des Periphas mit seinem Blitz vernichten wollte, legte Apollo Fürbitte ein und wehrte so von seinem Diener das bevorstehende Unglück ab. Als indeß später Zeus in das Haus des Periphas kam und denselben in vertrautem Verkehr mit seiner Frau überraschte, drückte er ihn mit beiden Händen, und verwandelte ihn dadurch in einen Adler, des Periphas Gemahlin aber, die die Gunst der Ornitomorphose erflachte um nicht von ihrem Gatten getrennt zu werden, in eine Art weiblichen Adler φήνη genannt. Dem Periphas ertheilte hierauf Zeus weil er der frömmste unter den Menschen gewesen, die größten Auszeichnungen, das Königthum unter den Vögeln, die Obhut des heiligen Scepters und die Freiheit, seinem Throne zu nahen: der Frau des Periphas aber, die er in eine Phene verwandelte, verlieh er die Gnade, den Menschen bei ihren Unternehmungen als Vogel glücklicher Vorbedeutung zu er-

---

(<sup>1</sup>) Metamorphos. VI. Periphas; Ovid. Metam. VII, 399, 400.

(<sup>2</sup>) Annal. de l'Institut. Vol. V, p. 274-280. Hesych. v. Ἐλευθερίος Ζεὺς· τοῦτον δὲ ἔνιοι καὶ Σωτήρ φασι. Paus. VIII, xi, 1; VIII, xxx, 5; IV, xxxi, 5; II, xx, 5; III, xiii, 6; Athen. II, 38 d. XI, 466 e; 471 d. e, 487 a, XV, 675 c.

(<sup>3</sup>) Orph. Argon. 1038. derselbe wie εὐρύπια Ζεὺς und wie Helios ὃς πάντ' ἐφορᾷ καὶ πάντα ἐπικουρεῖ.

(<sup>4</sup>) Sein Altar mit dem Feigenpflanzer Phytalos in Verbindung gesetzt bei Pausan. I, xxxvii, 3; als Pyramide auf dem Forum zu Sicyon neben Artemis Patroa als Säule (Pausan. II, ix, 6); sitzende Statue von Polyclet in Argos (Paus. II, xx, 1).



scheinen. Das Bild dieses Periphas glaube ich auf dem Taf. II, 8 gestochenen Steine nachweisen zu können; in wie weit man berechtigt sein könnte, am Halse des Hamiltonschen Gefasses das Bild seiner Gattin, Phene zu vermuthen, lasse ich unentschieden. Wichtiger aber für die gegenwärtige Untersuchung dünkt mich der Name Periphas der rings um leuchtende, offenbar ein Synonym von Phaethon, Phaon, so wie der seiner Gemahlin Phene, der ebenfalls an φαίνω und die von Helios stammende Pasiphae, so wie an Euryphassa, die Gemahlin des Hyperion <sup>(1)</sup> erinnert. Erwägen wir außerdem die beiden andern in dieser Fabel angedeuteten Umstände, daß nämlich dieser Titan Periphas dem Apollon vorzugsweise vor allen andern Göttern Tempel errichtet, und daß er in einen Adler verwandelt wird, und gewürdigt den Scepter des Zeus zu tragen, so scheint die Identität dieses Periphas mit dem Sonnenadler der Aegina hinlänglich erwiesen <sup>(2)</sup>.

Mit dieser Idee eines Feuer und Sonne ausdrückenden Adlers in Bezug auf die Nymphe Aegina, stimmt der Vers des Ovid <sup>(3)</sup>, wo unter den verschiedenen Liebesabentheuern des Vaters der Götter, welche Arachne in ihr Gewebe aufnimmt, auch Zeus als Feuer erscheint wie er die Tochter des Asopos berückt:

*Asopida luserit ignis.*

(<sup>1</sup>) Hom. Hymn. in Sol. v. 1-8.

Ἥλιον θυμῷ αἶψα, Διὸς τέκος, ἄργεο Μοῦσα,  
καλλιόπην, φαίδοντα, τὸν Εὐρυφάεσσαν Ῥοῶπις  
Γείνατο Γαίης παιδὶ καὶ Οὐρανῷ ἀστερόεντος.  
Γῆμε γὰρ Εὐρυφάεσσαν ἀγαλῆειτ' Ἵππερίων  
Ἀποκατιγνύτην ἣ οἱ τέως καὶ λυμαί τεύχεα  
Ἦῳ δὲ ῥοδοπῆγγυν, εὐπλόκαμὸν τε Σελήνην,  
Ἥλιόν τ' ἀκάναντ', ἐπιείκελον ἀθανάτοισιν  
Ὅς φαίνειει θνητοῖσι, καὶ ἀθανάτοισι θεοῖσιν.

(<sup>2</sup>) Nicht unnütz ist die Vergleichung des Mythos des Periphas mit dem welchen Hygin. Poet. Astron. L. II. *Aquila* anführt: *Nonnulli etiam dixerunt Meropem quendam fuisse qui Coam insulam tenuerit regno et a filiae nomine Coon et homines ipsos a se Meropas appelleret. Hunc autem habuisse uxorem nomine Elhemeam, genere Nympharum procreatam: quae cum desierit colere Dianam, ab ea sagittis figi coepit. Tandem a Proserpina vivam ad inferos arreptam esse. Meropem autem desiderio uxoris permotum, mortem sibi consciscere voluisse. Junonem autem misertam ejus, in aquilam corpus ejus convertisse et inter sidera constituisse: ne, si hominis effigie eum collocaret, nihilominus memoriam tenens, conjugis desiderio moereret. Vgl. die vom Zeus als Adler geraubte Tochter des Titanen Coeus, Asteria (Ovid. Met. VI, 108).*

(<sup>3</sup>) Metam. VI, 113; VII, 615, 616.



Zugleich gewinnt der orphische Hymnus auf Helios gröfsere Beachtung, wenn er die Sonne als unsterblichen Zeus ἀθάνατον Δία anruft <sup>(1)</sup>, eine Ansicht die uns auch eine Silbermünze des August bei Morelli <sup>(2)</sup> vergegenwärtigt, auf welcher eine ithyphallische Herme des strahlenden Sonnengottes unter dem Gliede mit einem Blitz versehen ist.

Vernachlässigen wir aber nicht hinsichtlich unseres Adlers zu bemerken, dafs er nicht im Centrum der ganzen Sonnenscheibe schwebt, was der Künstler wenn es seine Absicht gewesen wäre, leicht hätte darstellen können, sondern dafs er höchstens ein Drittheil derselben und zwar der oberen Hälfte zu eigner und anderer Beleuchtung besitzt.

Nachdem wir uns über den Charakter dieses Zeus-Aietos mit Hülfe des Hamiltonschen Vasengemäldes und einiger Zeugnisse alter Schrift und Kunst unterrichtet haben, bleibt uns eine dritte wichtige Frage zur Beantwortung übrig, nemlich:

Was der Moment des Raubes, den der Sonnenadler an der Libera-ähnlichen Göttin Aegina verübt, bedeuten könne?

Hierbei kommen uns wiederum die Denkmäler der Kunst sehr zu Hülfe: denn jenes Sternenkleid, welches Aegina-Thalia auf dem Hamiltonschen Vasenbilde (Taf. II, 6) trägt, finden wir auf einem geschnittenen Steine in der Form eines Kranzes von Sternen wieder, der das Haupt der Göttin umgiebt, welche auf einem zum Fluge sich anschickenden Adler sitzend und einen Scepter haltend von Winckelmann <sup>(3)</sup> für Juno erklärt wird. Allein ist die bisher geführte Untersuchung der ziemlich zahlreichen Denkmäler des Nymphen entführenden Adlers richtig, so folgt nothwendig auch für diese Steine die Benennung Aegina, nur gebührt der Sternbekränzten noch

(1) Vgl. Plut. Qu. Rom. LXXVII δεῖ δὲ μὴ νομίζειν ἀπλῶς εἰκόνας ἐκείνων τούτους, ἀλλ' αὐτὸν ἐν ὕλῃ Διὰ τὸν ἥλιον, καὶ αὐτὴν τὴν Ἥραν ἐν ὕλῃ, τὴν σελήνην.

(2) Thes. numism. tab. XV, 12.

(3) Die hiesige Sammlung besitzt bloß eine Glaspaste desselben (Winckelmann Catal. d. geschn. St. d. B. v. Stosch, Kl. II, S. III, §. 10, no. 131): Juno von einem Adler getragen, ihr um den Kopf fliegender Schleier bildet einen Kreis in welchem man die sieben Planeten sieht. Vgl. Winckelmann Catal. 2 Kl. 3 Abth. §. 10 no. 132. Tölcken Verzeichniß der geschn. Steine III Kl. II Abth. 11, 156: Karneol; Juno Regina mit dem Scepter im Arme, getragen von dem Adler Jupiters.

das Epithet Asteria, mit Bezug auf Ovid <sup>(1)</sup> der vom Jupiter als Adler eine Tochter des Titanen Coeus mit Namen Asteria, rauben laßt, welche in eine Wachtel ἔστρουξ verwandelt, der Insel Ortygia <sup>(2)</sup> den Namen gegeben haben soll. Wahrscheinlich ist diese Asterie keine andere als unsere Aegina; dafür spricht wenigstens das sternbesäete Kleid der Göttin auf der Hamiltonschen Vase eben so sehr, als die bei Hygin <sup>(3)</sup> erwähnte Sage, daß Jupiter Aegina nach der Insel Delos gebracht, welche bekanntlich den Namen Asteria <sup>(4)</sup> führte. Fassen wir aber jenen mit einem Drittheil der obern Sonnenscheibe versehenen Licht-Zeus richtig auf, insofern er nicht die volle Mittagssonne verräth, sondern die schon dem Untergang sich nähernde, so stimmt diese Deutung mit dem Herabfliegen des Gottes, um sich eine Concubine für die Stunden der Ruhe zu holen, vom kosmischem Gesichtspunkte, eben so sehr überein, als diese letztere, freilich etwas sinnliche Form des Mythos dem natürlichen Geiste hellenischer Phantasie gemäß erscheint. Denn Zeus, indem er als Helios ausruht, und sich dem Schmause, dem Trank und der Liebe ergiebt, wird dadurch ein Dionysos, d. h. ein Gott der Nacht, im Schoofse und unter der Herrschaft jener Göttin <sup>(5)</sup>, deren Weinspende und Umarmung ihn eben so sehr beglückt, als ihr mildes Mondlicht ihn und zugleich vom Himmel herab die Welt erleuchtet, auf diese Weise den von dem Laufe des Tages ermüdeten Sonnengott würdig vertretend. Darum stellten die griechischen Künstler, Aegina, ehe sie der Adler raubt, d. h. im Laufe des Tages, schlummernd oder doch trübe nachsinnend, höchstens Feigen sammelnd vor. Erst wenn der Adler sie aus ihrer Ruhe weckt, zu dem Berufe einer nächtlichen Lichtgottheit sie heraufholend, erblicken wir dieselbe nicht bloß auf dem Hamiltonschen Gefäße der

(<sup>1</sup>) Metam. VI, 108. Den Namen Asteria führte Kreta, Delos und Rhodos (Plin. H. N. V, XXXI; Hesych. v. Ἀστ.).

(<sup>2</sup>) Ortygia Name von Delos. Vgl. Pindar. Nem. I, 24:

Κλειῶν Συναμοσπᾶν Σάλος, Ὀρτυγίαν  
 δέμας Ἀστειάδος  
 Δάλου κασιγνήτα.

(<sup>3</sup>) fab. LII.

(<sup>4</sup>) Plin. H. N. V, XXXI.

(<sup>5</sup>) Millin. Peint. d. Vases II, XLIX.

Thalia, sondern auch auf dem angeführten Steine, als wahre und unverkennbare Königin der Gestirne.

Zur Bekräftigung dieser Auslegung des Aegina-Raubes erlaube ich mir noch eine Paste (Taf. II, 9) der Stoschischen Sammlung <sup>(1)</sup> anzuführen wo wir den Adler erblicken, über seinem Kopfe das Brustbild des strahlenden Sonnengottes; den linken Flügel des Vogels ersetzt ein Jünglingskopf über welchem ein Stern sichtbar ist, den rechten ein jugendlicher Frauenkopf, über demselben ein halber Mond. Wenn es keinem Zweifel unterliegen kann, daß der Jünglingskopf sich auf Ganymedes bezieht, und der weibliche auf Ganymeda, wenn andererseits der Stern über Ganymedes auf einem Taf. II, 10 den Ganymedes vorstellenden Chaldeon <sup>(2)</sup> sich wiederholend, am schicklichsten auf Hesperus bezogen wird, so gewinnen wir das Symbol des halben Mondes auf dem Wege der Kunst für die Göttin Ganymeda-Aegina, wie wir es auf dem Wege religiös-mythologischer Combinationen bereits gefunden hatten. Zugleich legt der Sonnengott über dem Haupte des Adlers ein neues, aber nicht minder glänzendes Zeugniß für den Sinn ab, welchen wir in der Aeginafabel diesem Vogel beizulegen gewagt haben.

Fassen wir nun auf diese Weise den Mythos auf, daß er nämlich in seiner kosmischen Bedeutung die von dem bald sinkenden Gott des Tages ihrem Schlummer entrissene Göttin des nächtlichen Lichtes versinnbildet, so werden wir uns nicht wundern, daß auf dem Capitol im Tempel der Minerva über der Capelle unserer Göttin der Raub der Proserpina, ein Gemälde des Nicomachus <sup>(3)</sup> angebracht war, ein Gegenstand, der wie kein anderer, das passendste Seitenstück zu dem Adlerraub der Aegina bildet.

Der Mythos des Zeus als Frauenentführenden Adler, den wir in Phlius, Aegina, Delos und Gortyna nachgewiesen haben, findet

---

<sup>(1)</sup> Winckelmann Cat. II Kl. XIV Abth. 1244.

<sup>(2)</sup> Winckelmann Cat. II Kl. III Abthl. 166. Ganymed mit einem Stab in der Hand, wirft erschrocken sich auf die Erde, über ihm ein schwebender Adler; neben ihm ein Stern. Tölcken Verz. III Kl. II Abthl. 119.

<sup>(3)</sup> Plin. H. N. XXXV, xxxvi, 22: *Nicomachus Aristodemi filius ac discipulus. Pinxit hic raptum Proserpinae quae tabula fuit in Capitolio in Minervae delubro supra aediculam Juventutis.*

sich ebenfalls in Sestos, wo Plinius <sup>(1)</sup> berichtet, daß eine Jungfrau einen Adler auferzogen, der ihr zum Dank erst Vögel, späterhin Wild heimbrachte, bis er bei ihrem Tode sich auf ihren Scheiterhaufen warf und mit verbrannte. Deshalb errichteten die Bewohner von Sestos an diesem Orte ein Heroum, welches sie das Heroum des Zeus und der Jungfrau <sup>(2)</sup> nannten, weil ja dieser Vogel auf jenen Gott bezogen wird. Wenn Plinius sich des Ausdrucks *virginis* bedient, so ist das wahrscheinlich eine Übersetzung von κόρη, und deutet auf jene Göttin hin, welche ich zum Gegenstand dieser Abhandlung gewählt habe. Eine Vorstellung welche für die interessante Stelle des Plinius einen erfreulichen Commentar giebt, habe ich Taf. II, 11 zeichnen lassen, eine schöne von Schlichtegroll <sup>(3)</sup> und Millin <sup>(4)</sup> bereits publicirte Paste der Stoschischen Sammlung <sup>(5)</sup>, und als Hebe die den Adler liebkost, nicht mit Unrecht aufgefaßt. Bemerkenswerth erscheint in dieser Vorstellung die Weltkugel, auf welche der Adler mit einer seiner Klauen tritt, auf eine ernstere Weise denselben Gedanken verrathend welcher jenem Balle in der Nahe der Thalia auf dem Hamiltonschen Vasenbilde zum Grunde liegt.

Auf denselben Mythos bezieht sich wahrscheinlich auch ein schöner Taf. II, 12 gestochener Stein der auf eine neue und höchst geistreiche Weise das Bild der vom Adler geraubten Heroine uns vergegenwärtigt und mit dem wir unsre Untersuchungen über den Aeginarab schicklich beschliessen.

<sup>(1)</sup> L. X, c. v.: *Est percelebris apud Seston urbem aquilae gloria: educatam a virgine retulisse gratiam aves primo, mox deinde venatus aggerentem. Defuncta postremo, in ro- gum accensum ejus injecisse sese et simul conflagrasse. Quam ob causam incolae quod vo- cant Heroum in eo loco fecere adpellatum Jovis et Virginis quoniam illi Deo ales adscribitur.*

<sup>(2)</sup> *Virginis* hier als synonym von *Juventutis* oder auch von *Hera Parthenia* (Ann. de l'Institut Vol. IV, p. 217-230).

<sup>(3)</sup> Pierres gravées XXXIII.

<sup>(4)</sup> Gal. myth. pl. XLVII, 218.

<sup>(5)</sup> Winckelmann Catal. II Kl. III Abthl. 174: Antike Paste mit angegriffener Oberfläche: Hebe halb entblüßt liebkost den Adler Jupiters. — Tölcken Verz. III Kl. II Abth. 159 Violette antike Paste: Hebe die Tochter Jupiters und der Juno liebkost den Adler Jupiters.



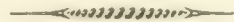
## Nachschrift zu Taf. II, 4.

Da Herr Professor Tölken es verabsäumt hat seinem Verzeichniss der geschnittenen Steine bei jedem einzelnen Denkmal wie es sich gebührte, die Winckelmannsche Bezifferung in Parenthese zum Behuf des Vergleichs und der Benutzung der Pastenabdrücke beizufügen, so darf ich wohl auf die Nachsicht des Lesers rechnen wenn es mir erst nach dem Druck meiner Abhandlung gelungen ist, des Herrn Tölken Ansichten über die Taf. II, 4 publicirte Paste aufzufinden und hier wörtlich abzudrucken. In der III Kl. IV Abth. no. 1199, S. 215: »Tiefblaue antike Paste. Die Heilschlange des Aesculap um einen Baum gewunden, an dessen Fuß eine »Strom-Nymphe auf ihre Urne gelehnt schläft; vor der Schlange stehen zwei Römer in der »Toga, wovon der erste die Hand betend erhebt, so daß diese Darstellung sich wahrscheinlich »auf den Dienst des Aesculap zu Rom bezieht, für welchen eine der heiligen Schlangen von »Epidaurus auf die Tiber-Insel versetzt worden war, wo sich der Tempel des Aesculap befand. Die Ähren, welche die Gruppe zu beiden Seiten einschließen, dürften sonach nur »die Lokalität bezeichnen, da die *Insula Tiberina* aus confiscirtem und in den Strom geschütteten Getreide entstanden sein sollte; und vielleicht haben die Bienen über der schlafenden »Nymphe dieselbe Bedeutung, indem die Insel Heiligthümer ländlicher Gottheiten enthielt, »also gewiß auch Gärten, und der Vogel mit langem Schnabel, der auf dem Baume sitzt, wäre »die *avis Martia*, der den Römern heilige weissagende Baumspecht. Zu den Füßen der »Nymphe bemerkt man ein Schöpfgefäß.«

S. 327 des Tölkenschen Verzeichnisses VKl. II Abth. 136: »Tiefblaue antike Paste. »Die Entdeckung der *Aqua Virgo*, welche durch Agrippa im J. 19 v. Chr. nach Rom geleitet wurde. Die Nymphe der Quelle schläft auf ihre Urne gelehnt neben einem Baume, zu »ihren Füßen steht ein Schöpfgefäß, neben ihr schwärmen Bienen und wachsen Ähren »und um den Baum über ihr windet sich eine Heilschlange, um die Segnungen dieses Wassers »anzudeuten; die sich nähernden beiden Römer sind Agrippa und der Entdecker der Quelle, »welche die prophetische *avis Martia* ihnen zu zeigen scheint (\*).«

---

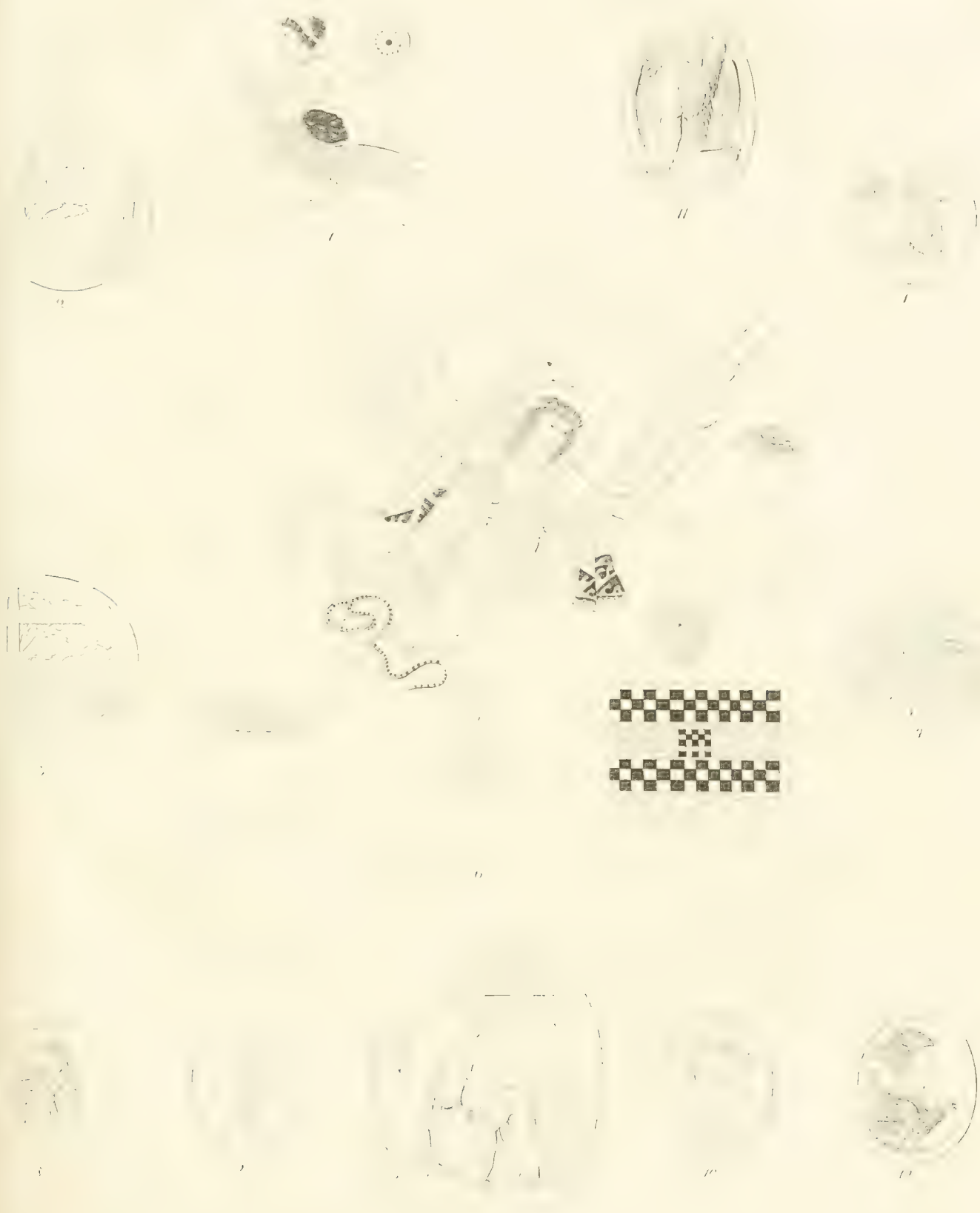
(\*) »Diese Paste ist bereits Kl. III, No. 1199 aufgeführt; die jetzt gegebene Deutung scheint aber die etwas gehäuft »Zeichen dieses Denkmals noch befriedigender zusammen zu knüpfen.«













Über  
die Anordnung und Verwandtschaft des Semitischen,  
Indischen, Alt-Persischen, Alt-Ägyptischen und  
Äthiopischen Alphabets.

Von  
H<sup>rn</sup>. LEPSIUS.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 12. November 1835.]

1. **D**ie Anordnung der Buchstaben in unsern Europäischen Alphabeten ist bekanntlich, so wie die Zeichen selbst und ihre Namen, Semitischen Ursprungs. Sie reicht ohne Zweifel in ein sehr hohes Alterthum und ist eins der wichtigsten Fakta in der Geschichte der Schrift sowohl als der Sprache. Dennoch sind nur wenig Versuche bis jetzt gemacht worden, den Ursprung dieser Anordnung aufzufinden. Einige mystische Erklärungen abgerechnet, hielt man sie meist für rein zufällig. Wir finden bei Plutarch in den *Symposiacis* <sup>(1)</sup> ein gelehrtes Gespräch über den Grund, warum das Alphabet gerade mit *alpha* anfange. Der Grammatiker Protogenes gab auf die an ihn gerichtete Frage darüber folgende Antwort, die damals in den Schulen gegeben zu werden pflegte. „Die Vocale, sagte er, gehen mit Recht den Consonanten und Halbvocalen vor; unter den Vocalen haben wieder die zweizeitigen *a*, *i*, *u* einen höheren Werth; unter diesen endlich entscheidet sich die Sprache selbst gleichsam für das *a*, indem dieses, wenn es sich mit *i* oder *u* zu einer Sylbe verbindet, ihnen immer vorausgeht, und man nie *ia*, *ua*, wohl aber *ai* und *au* findet.“ Das letzte ist in der That eine ganz feine Bemerkung, die, so äußerlich sie gegeben ist, doch einen innern sprachlichen Grund hat. — Da wendet sich Ammonios an Plutarch und fragt ihn, ob er als Böotier nicht den Cadmus vertheidigen wolle, welcher gesagt habe,

---

<sup>(1)</sup> IX, 2.3.



„dafs α deshalb den ersten Rang behaupte, weil sein Name bei den Phöni-ziern, von denen die Griechen das Alphabet erhalten, Stier bedeute, und dieses Thier nicht das zweite oder dritte nützliche Thier sei, wie Hesiod sage, sondern das erste von allen“. Auch hier werden die Mythologen so-gleich erkennen, dafs diese Rede nicht aus der Luft gegriffen ist: *alef* be-deutet in der That den Stier, das Symbol der höchsten orientalischen Gott-heit. Mit ihm begann daher der Thierkreis, ehe die Sonne durch die rück-weichenden Nachtgleichen in den Widder trat, mit ihm auch das altorienta-lische Alphabet. Diese Übereinstimmung ist bekannt, erklärt aber vielmehr den ersten der Buchstaben-Namen, als den ersten Buchstaben selbst. — Plutarch zieht daher auch dem Cadmus seinen eigenen Großvater Laniprias in dieser Angelegenheit vor, welcher sagte, „dafs α das Alphabet beginne, weil es der Buchstabe sei, welcher am wenigsten irgend einer besondern Artikulation bedarf, und bei dessen Aussprache der Mund in seiner natür-lichen Stellung bleibt.“ Hiermit stellt also Plutarch wenigstens für den An-fangsbuchstaben des Alphabets ein organisches, in der Natur des Lautes selbst gegründetes Prinzip auf. Und dies Gefühl hat ihn in diesem Falle auch nicht getäuscht, obgleich er dasselbe Prinzip nicht auf die übrigen Buchstaben anzuwenden wufste. Er hält daher auch an seiner Erklärung nicht fest. Das Gespräch geht noch weiter. Hermeias nimmt das Wort und treibt einige mathematische Spielereien mit der Anzahl der Buchstaben, worauf dann endlich der Grammatist Zopyrion, der schon lange für sich ge-lacht hatte, das Gespräch beschließt, indem er dies Alles Possen nennt (*πολλὴν φλοῦαίαν*) und meint, dafs sowohl die Anzahl, als die Ordnung der Buchstaben durchaus zufällig seien.

2. Einen anderen Weg schlugen einige Kirchenväter ein, die im Zu-sammenhange der hebräischen Buchstabenamen einen Sinn suchten, der zu ihrer Anordnung Veranlassung gegeben haben könnte. Eusebius in der *Praeparatio Ev.* (X, 5. und XI, 6.) findet folgenden, den einzelnen Worten keineswegs entsprechenden Sinn: *Μάθησις εἴκου, πλήρωσις δέλτων αὐτῇ ἐν αὐτῇ ζῇ ὁ ζῶν, καλὴ ἀρχή· ὁμῶς μάθε* — *ἐξ αὐτῶν αἰωνία βοήθεια* — *πηγὴ ἢ ὁφθαλμὸς καὶ σῶμα δικαιοσύνης* — *κλῆσις κεφαλῆς καὶ ὀδόντων σημεῖα*. Hieronymus giebt fast nur die Übersetzung dieser Auslegung.

3. Von neuern Gelehrten ist mir keine Erklärung der Semitischen Ordnung bekannt. Hoffmann in seiner *Grammatica Syriaca*. Halae 1827,

die eine sehr schätzbare Übersicht der Syrischen Paläographie in ihrer geschichtlichen Entwicklung enthält, kommt p. 81. auf die Buchstabenordnung zu sprechen, und sagt darüber: *Litterarum ordo supra propositus neque organorum, quibus singulae eduntur (ordo naturalis) neque similitudinis, quae inter quasdam intercedit litteras, ullam habet rationem. Quod enim Arabes seriores sibi licere putarunt, litteras similes in alphabeto conjungere, id Syri, pariter atque Hebraei non commiserunt, antiquum ordinem, ab inventore, uti videtur, jam constitutum, vetustateque sancitum religiose retinentes. Qua in re sunt laudandi, etiamsi dicinus litterarum auctor hunc fortuito ac temere fecisse videatur ordinem.*

Ewald in seiner Kritischen Gramm. der Hebräischen Sprache. Leipzig 1827. sagt §. 23: „Die Ordnung der 22 ist uralt. Aber in der Ordnung aller entdeckt man keine absichtliche Zusammenreihung weder nach dem Laute (nur die Liquidae נמל treffen zusammen) noch nach der Figur. Zuerst, scheint es, waren alle 22 einzeln: nachher ordnete man sie fester und nahm zugleich auf gewisse Ähnlichkeiten in der Bedeutung der Namen Rücksicht, also schon in einer Zeit, wo man noch diese Bedeutung kannte. So stehen ו und ה (Schild, Reisetasche), י und כ (Hand, hohle Hand), ז und נ (Wasser, Fisch), ע, פ, ק, ר und ש (Auge, Mund, Ohr, Kopf, Zahn) gewiß nicht ganz zufällig zusammen.“ Die wunderbarste Lösung des Räthsels hat aber vor kurzem Hr. Prof. Seyffarth in einer besondern Schrift <sup>(1)</sup> aufgestellt, in welcher er zu beweisen sucht, daß das semitische Alphabet eine Constellation enthalte, welche von Noah selbst dem Erfinder dieses Alphabets und zugleich des Thierkreises, am 7. Sept. des Jahres 3446 v. Chr. unmittelbar nach der Sündfluth beobachtet worden sei. Er glaubt, daß jeder Buchstabe einem halben Zeichen des Thierkreises, und jeder Vocal einem der 7 Planeten entspreche nach einer von den Alten uns überlieferten Ordnung, deren Kenntniß es uns möglich macht, die Constellation mit Hülfe der astronomischen Tafeln zu berechnen.

---

(1) Beiträge zur Kenntniß der Litteratur, Kunst, Mythologie und Geschichte des alten Ägyptens. 6. Heft 1834. unter dem besondern Titel: Unser Alphabet ein Abbild des Thierkreises mit der Constellation der 7 Planeten, am 7. Sept. des Jahres 3446 v. Chr., angeblich zu Ende der Sündfluth, wahrscheinlich nach eigenen Beobachtungen Noahs. Erste Grundlage zu einer wahren Chronologie und Kulturgeschichte aller Völker.

4. Ich gehe zu meiner eigenen Erklärung über, der ich folgende sprachgeschichtliche Bemerkung vorausschicken muß.

Die Neigung der Sprachen, die stummen Consonanten immer mehr zu erweichen, zu aspiriren und zu assibiliren, ist ein leicht zu constatirendes Faktum. Diese Lautveränderung beginnt in der Regel erst dann, wenn der Schriftgebrauch allgemeiner wird. Diese wichtige Periode in der Kulturgeschichte eines jeden Volkes ist überall, wo wir sie beobachten können, vom durchgreifendsten Einflusse auf die Sprache in allen ihren Theilen und namentlich auch auf ihre Elemente, die einzelnen Laute. Die Vocale spalten sich immer mehr und drängen im Ganzen nach den hellen Vocalen *e* und *i* zu, die Liquidae gewinnen mehr Umfang, und die stummen Consonanten werden, wie schon gesagt, erweicht, aspirirt und namentlich assibilirt.

Die Griechische Sprache hatte vor Einführung der Palamedischen und Simonideischen Buchstaben, nur einen Zischlaut  $\Sigma$ . Später erst kamen die Aspiraten  $\Phi$ ,  $\chi$ ,  $\Theta$  und die Sibilanten  $\Xi$ ,  $\zeta$ ,  $\Psi$  hinzu. In der Römischen Sprache war gleichfalls ursprünglich nur *s* vorhanden; außerdem kein Zischlaut und von den Aspiraten nur *f*. Später nahmen sie von den Griechen  $\chi$  und  $\zeta$  an. Die Aussprache assibilirte aber bald *c* und *t* vor *i* und *e*. In den Romanischen Sprachen ist bekanntlich die Assibilisation der Gutturale *c*, *g*, *j* und des Dentals *t* noch viel weiter gedungen: *cera* (spr. *kerá*, gr. *κερός*) wurde fr. *cire* (spr. *sire*); *quinque* *cinq*; *camera*, *caballus* wurde *chambre*, *cheval*; *g(h)enius* *génie*; *jaet* *gît*; *jungere* *joindre*; *nat(h)io* *nation*; *radere* *raser*; *audere* *oser* u.s.w. Die Gothische Sprache hatte noch keine Aspirata der Gutturale *ch*, noch kein *sch*, und kannte *z* noch nicht als Aspirate der Dentale, *tva* wurde *zwei*, *taihun* *zehen*, *suti* *süfse*, *vató* *Wasser*, *tagr* *Zähre* u.s.w. — Dieselbe Erscheinung zeigt sich in verschiedenen Alphabetsordnungen. Im Arabischen wurden hinter dem *Abug'ed* (der alten semitischen Alphabetsordnung) noch 6 Buchstaben zugefügt, 3 Aspiraten und 3 Zischlaute. Das Georgische Alphabet hat hinter den 22 alten Buchstaben noch 18 andere aufgenommen, worunter 7 Aspiraten und 8 Zischlaute sind. Im Sanskrit werden die 3 Zischlaute im Alphabete hintenangesetzt. —

Aus dieser den verschiedensten Sprachen gemeinschaftlichen Erscheinung schlofse ich, dafs auch im semitischen Alphabete die Zischlaute  $\tau$ ,

z, ʒ und selbst der älteste Zischlaut ʒ jünger als die Mutae sind. In der That ergibt die Sprachforschung für diese Laute dasselbe Resultat, indem die meisten Wörter mit jenen Zischlauten auf Wurzeln im Semitischen oder Indogermanischen Sprachstamme zurückführen, welche *k* oder *t* Laute zeigen <sup>(1)</sup>. —

5. Auch der Consonant *r* ist kein ursprünglicher, und läßt sich in den meisten Sprachen als aus andern Consonanten hervorgegangen nachweisen. Am frühesten spalteten sich *l* und *r* aus einem beiden verwandten Laute, der je früher, desto vocalischer erscheint. Manchen Sprachen fehlt daher einer von beiden Buchstaben ganz, oder einer vertritt vielmehr den andern. Die Chinesen haben kein *r*; ihr *cul* wird von Abel-Rémusat <sup>(2)</sup> folgendermaßen beschrieben: *son guttural, tout-à-la-fois initial et final, qui a de l'analogie avec le r polonais. On a cherché à l'exprimer par lh, ulh, urh, etc.* Das Polnische *l* ist aber ein Lingual und erhält nur den dumpfen Ton, weil die Zungenspitze zurückgezogen wird; so ist es auch wohl ungenau, das Chinesische *cul* Guttural zu nennen. Die alten Perser hatten dagegen kein *l* ('). Im Zend entspricht *r* durchgängig zugleich dem sanskrit. *l*. Ja ich zweifle nicht, daß dem Sanskrit selbst früher das *r* als von *l* getrennter Buchstabe fehlte. Ich habe andern Ortes <sup>(4)</sup> durch die paläographische Figur zu zeigen gesucht, daß der Consonant *r* im Dēvanāgarī zu den später zugefügten gehört, welche keinen Seitenstrich annahmen und nach der Rechten gekehrt wurden. Es

---

<sup>(1)</sup> Vor ganz kurzem ist mir das „Lehrgebäude der Aramäischen Idiome mit Bezug auf die Indo-Germanischen Sprachen von Julius Fürst. (Formenlehre der Chaldäischen Grammatik) Leipzig 1835.“ zugegangen, ein Werk, welches, so weit ich es bis jetzt kennen gelernt habe, von gründlicher Forschung und richtigen Ansichten die deutlichsten Beweise abgibt. In den Paragraphen über die Zischlaute geht der Verfasser von demselben Gesichtspunkte aus, den ich so eben bezeichnet habe, und giebt §.39. hinlängliche Belege für die Entstehung der Zischlaute aus den *k* und *t* Lauten. Ich begnüge mich daher, auf dieses Werk zu verweisen.

<sup>(2)</sup> *Éléments de la Grammaire Chinoise* p.24.

<sup>(3)</sup> Burnouf, *Commentaire sur le Yaçna*, tom.I. p.LXXVIII: *Nous ferons remarquer en outre, que ce signe remplace non-seulement le r dévanāgarī, mais même le l, liquide que ne possède pas le Zend.* — Bopp, *Vergleichende Grammatik* p.43.

<sup>(4)</sup> *Paläographie* p.10.49.



ist hier noch anzuführen, daß sich in der That in den ältesten Stücken der Sanskritliteratur, den Vedas, noch ein Zeichen  $\text{𑖅}$  findet <sup>(1)</sup>; welches von den Grammatikern *lra* wieder gegeben wird. An eine so harte Verbindung wie *lr* aus zwei Liquiden zu einem Buchstaben, ist gar nicht zu denken. Es ist also ohne Zweifel jener chinesische und altpersische Urlaut, der zwischen beiden Buchstaben stand, und der später natürlich außer Gebrauch kommen mußte, als sich *l* und *r* bestimmt geschieden hatten. Endlich kannte auch der altägyptische Mund nur diesen schwan- kenden Laut, mit dem sie bald das *r*, bald das *l* der fremden Sprachen ausdrückten <sup>(2)</sup>. Der Mund (koptisch *ro*) wird jetzt meist durch *r*, der Löwe (*laboi*) durch *l* wiedergegeben; aber schon im Namen des *Hakr* <sup>(3)</sup> (*Ἀχχῆρις* bei Manethon, *Ἀχχῆρις* bei Diodor. Sicul.) und des *Xerxes* <sup>(4)</sup> findet sich der Löwe als *r* und in den spätern griechischen und römischen Namensschilden wird eben so oft *Ptolemacus*, *Arcxandel*, *Crcopatla*, *Auto- klatol* etc. geschrieben, als *Ptolemacus* u. s. w. — Endlich beweisen noch unzählige Fälle, wo *r* und *l* in den verschiedenen Sprachen und Dialekten wechseln, wie nahe sich diese beiden Buchstaben stehen. Im Ganzen ist dann immer *r* der jüngere Buchstabe, und dies gilt auch von vielen Sanskritwurzeln, wie *pūr* im Vergleich mit  $\pi\lambda\text{-}\acute{\epsilon}\epsilon\varsigma$ , *pl-enus*, goth. *full-s*, voll; *sūr-ja* gegen *sol*,  $\acute{\epsilon}\lambda\text{-}\iota\varsigma$ , goth. *sauil* u. v. a. Der Übergang von *l* in *r* geht noch immer in einigen Sprachen fort, vgl. die französischen Endungen in *apôtre* (*aposto- lus*), *épître* (*epistola*), *timbre* (Stämpel), *sabre* (Säbel), *titre* (Titel) u. s. w.

6. Wo *r* nicht aus *l* hervorgegangen ist, ist es meist aus *s* entstanden. Bekannt ist dieser sehr allgemeine Übergang im Griechischen, besonders im Dorischen, wo man  $\sigma\acute{\iota}\omicron\varsigma$  statt  $\text{ῥ}\acute{\epsilon}\omicron\varsigma$ , und so fast in allen Endungen  $\rho$  statt  $\tau$  sprach. Ebenso ist bekannt, daß die Römischen Familien der *Furii*, *Falerii*, *Feturi* u. v. a. früher *Fusii*, *Falesii*, *Fetusii* hießen; *honos*, *arbos*, *quaeso* u. andere, wurden noch später neben *honor* u. s. w.

(1) Bopp, Krit. Gramm. der Sanskrit-Sprache in kürzerer Fassung p. 1. — *Grammat. critica* §. 22. — In der Vergleich. Gramm. §. 1. wird dieser Buchstabe vielmehr den Grammatikern zugeschrieben.

(2) Champollion, *Précis du Système Hiéroglyphique*. 2. Ausg. 1828. p. 60. u. an a. O.

(3) Ebend. *Tableau général* n. 124. p. 243.

(4) Ebend. *T. g.* n. 125. p. 232.



gebraucht, *lases*, *fesiac*, *pignosa*, *plisima* u. a. kennen wir nur noch durch die Grammatiker als früher im Gebrauche. Wie der Dorische Dialekt unter den Griechischen, so zeichnete sich der Umbrische Dialekt unter den Italischen durch seinen Rhotacismus aus <sup>(1)</sup>. Dieselbe Erscheinung kehrt endlich auch im altnordischen (isländischen) Dialekte unter den germanischen Sprachen wieder <sup>(2)</sup>, der sich auch wie der Lakonische und Umbrische Dialekt unter den andern durch den weit vorgedrungenen Rhotacismus auszeichnet. Während die Gothen noch *basi* statt Beere, *lâisjan* für lehren, *háusjan* f. hören, u. s. w. sagten, findet sich im Altnordischen auch *húri* für Hase, *fiskr* (der Fisch) st. goth. *fisks*, pl. *fiskar* st. goth. *fiskós* u. s. w.

7. Endlich geht *r* auch oft aus *d* hervor, namentlich im Lateinischen <sup>(3)</sup>; zuweilen auch aus *n* <sup>(4)</sup>, also wie wir sehen fast aus allen Dentalen oder Lingualen, weil es selbst ein Lingual ist; denn die gutturale harte Aussprache in manchen semitischen Sprachen und jetzt besonders im nördlichen Europa, ist im ganzen die seltene und jedenfalls spätere.

8. Aus dem, was bisher über *r* gesagt worden ist, scheint mir zu folgen, daß die spätere Hervorbildung des *r* aus andern Buchstaben, namentlich aber aus *l*, eine allgemeine Spracherscheinung ist, und daß wir daher auch im semitischen Alphabete, wo *r* auch äußerlich von den drei übrigen Liquidis *l*, *m*, *n* getrennt ist, diesen Buchstaben für jünger anzusehen haben.

9. Nehmen wir nun vorläufig die Zischlaute und *r* aus dem Alphabete heraus, so behalten wir folgende Buchstaben:

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| א     | ב | ג | ד |
| ה     | ו | ז | ח |
| (כ ר) | ל | מ | נ |
| ע     | פ | ק | ת |

Hiermit ist aber auch schon das Prinzip der semitischen Alphabetsordnung

<sup>(1)</sup> *De Tabulis Eugubinis. Berolini* 1833. p. 86. ff.

<sup>(2)</sup> Grimm, Deutsche Gramm. I. p. 305.

<sup>(3)</sup> S. meine *Tüb. Eug.* p. 18. ff.

<sup>(4)</sup> Z. B. die lateinische Infinitivendung *-re* aus der griechischen *-vα*, wenn nicht vielmehr beiden ein ursprüngliches *s* zum Grunde liegt. Vgl. *diacre* aus *diaconus* u. a.

vor Augen gelegt; es ist ein organisches; denn wem sollte die gleiche Anordnung der 3 Reihen *mutae* entgehen?

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| א | ב | ג | ד |
| ה | ו | ז | ח |
| ט | כ | ק | ל |

Jede Reihe beginnt mit einem der 3 schwachen Gutturale oder Hauche, die in den Europäischen Alphabeten als die 3 Grundvocale erscheinen א *A*, ה *E* und ו *I*, ט *O* und פ *V* <sup>(1)</sup>; die erste mit dem schwächsten א, die zweite mit dem stärkeren ה, *he*, die dritte mit dem stärksten ט, *ghain*. Dann folgt in jeder Reihe ein Labial, in der ersten die Media ב, *b*, in der zweiten die Aspirata ו, *v* lat. *f*, in der dritten die Tenuis כ, *p*. Hierauf die drei Gutturale, die Media ג, *g*, die Aspirata ז, *ch*, die Tenuis ק, *q* d. i. *ku*. Es schliessen endlich die drei Dentale in derselben Ordnung, Media ד, *d*, Aspirata ט, *th*, Tenuis ל, *t*. Wir sehen also in jeder der 3 Reihen einen schwachen Guttural oder Hauch beginnen, dann einen Labial folgen, hierauf einen Guttural, und endlich einen Dental. Betrachten wir dieselben Buchstaben in verticalen Reihen, so beginnt die Media, folgt die Aspirata und schließt die Tenuis. Diese Anordnung kann nicht durch Zufall entstanden sein.

10. Zwischen der 2<sup>ten</sup> und 3<sup>ten</sup> Reihe sehen wir die Liquidae *l, m, n* und das älteste *s, samech*, eingeschoben. Zu einer wirklichen Einschabung, als schon die drei Reihen vorhanden waren, würde gar kein Grund denkbar sein. Vielmehr ist anzunehmen, daß das früheste Alphabet mit *s* schloß, und nur zwei Reihen *Mutae* hatte. Es ist eine sehr bemerkenswerthe Erscheinung, die sich aber von allen Seiten bei paläographisch-linguistischen Untersuchungen bestätigt, daß sich die scharf articulirten *Tenuis* am spätesten unter den *Mutis* hervorgebildet haben. Es ist mit dieser Behauptung vorsichtig zu verfahren, denn ich will damit nicht sa-

(<sup>1</sup>) Daß *O* und *V*, griech. *Ϝ*, wirklich beide aus dem ט *ain* hervorgegangen sind, indem *O* die ältere geschlossene Phönizische, *V* die offene Aramäische Form zeigt, geht schon aus der bloßen Zusammenstellung bei Kopp, *Bilder und Schriften*, II. p. 392. hervor. Mehr habe ich darüber *De Tab. Eugubinis* p. 75. ff. gesprochen. Über *E* und *I* s. unten.

gen, daß die Aussprache der Mediae, wie wir sie heutzutage den Tenues entgegensetzen, früher vorhanden gewesen wäre, sondern es existirte der ganze Gegensatz nicht, wie er noch immer bei vielen Völkern nicht existirt. Namentlich ist es vom ganzen mittlern und südlichen Deutschland bekannt, daß hier die Volksaussprache keinen Unterschied zwischen Mediae und Tenues macht, daß sie für beide ein und dieselbe mittlere Articulation hat, welche härter ist, als die der Mediae in Norddeutschland, und weicher als die der Tenues: daher nichts gewöhnlicher ist, als daß das norddeutsche an den strengen Unterschied gewöhnte Ohr im sächsischen oder süddeutschen Munde immer den entgegengesetzten Buchstaben zu hören glaubt, weil ihm in der That niemals der erwartete Ton entgegenkommt. Wenn die Grammatiker sagen, daß die Araber kein *p* kennen, so ist dies ebenso zu verstehen, es wird durch ihr *b* mit vertreten, welches ohne Zweifel auch nicht so weich wie das norddeutsche ausgesprochen wird. Eben so wird das *ç*, *caf*, von dem größten Theile der arabisch redenden Völker vielmehr wie *ga* als wie das scharfe *ka* ausgesprochen, welches sie in der Aussprache ebensowenig wie *pa* kennen, denn *ق*, *kaf* ist ein uns fremder Guttural, der unserm *ch* näher kommt. Ebenso haben die Äthiopen erst spät *p* in ihr Alphabet aufgenommen und ihm die letzte Stelle darin angewiesen; früher schrieben sie in fremden Namen statt *T*, *pa*, immer *Ω*, *ba* <sup>(1)</sup>. Bei den Äthiopen ist der Übergang noch vollständiger nachzuweisen. Die fremden Wörter, die am frühesten äthiopisch geschrieben wurden, zeigen, wie schon gesagt, *Ω*, *ba* statt *pa*. Später wurde für diese Fälle ein eigener Buchstabe *Ⲁ*, *p̄a*, eingeführt, von welchem Ludolf sagt: *ex nimio nisu prodit nocus et mirabilis sonus* *Ⲁ*, welches ein weit härterer und rauherer Ton als *p* war. Noch später lernten sie erst *p* wie andere Völker aussprechen, und fügten dann *T*, *pa*, hinzu; so verrathen die fremden zu den Äthiopen gekommenen Worte die Zeit ihrer Aufnahme, je nachdem *p* durch *Ω*, *Ⲁ* oder *T* wiedergegeben ist. Auch im Hebräischen erhält *ז*, *p̄h*, erst den Ton *pe* durch das hineingesetzte *dagesch lene*, woraus deutlich hervorgeht, daß diese letztere Aussprache eine jüngere ist. — Endlich fehlt *p* auch den alten 16 Runen; es ist unter den zugefügten 4 punktirten Runen, und *ᚥ*, *p*, ist hier aus *ᚥ*, *b*, hervorgegangen, wie die Figur zeigt.

(1) Ludolf, *Gramm. Aeth.*, Francof. a. M. 1702.

Nicht anders ist gewiß die Erscheinung aufzufassen, wenn in andern Alphabeten, wie in den altitalischen die Mediae fehlen. Hier wurde ohne Zweifel derselbe Mittelton, der dort durch die Mediae ausgedrückt wurde, durch die allein vorhandenen Tenues bezeichnet. Das etruskische K vertrat, wie im Altlateinischen zugleich *g*. Für diesen Buchstaben sehen wir denselben Fall im nordischen Runenalphabet, welches früher, wie für *b* und *p*, nur einen Buchstaben für *g* und *k* hatte, hier aber nicht *k* aus *g*, wie *p* aus *b*, sondern *V*, *g*, aus *V*, *k*, hervorgehen liefs, und zur Unterscheidung mit einem Punkte bezeichnete.

11. Die angeführten Beispiele werden die Überzeugung erleichtern, die sich bei ferneren alphabetischen Untersuchungen immer mehr aufdrängt, daß im semitischen Alphabet die erste Reihe der Mutae früher zugleich auch die Tenues vertrat, und das Alphabet einst mit *samcch* schloß; daß die dritte Reihe der Mutae sich erst später bildete und deshalb in derselben Ordnung wie die beiden ersten Reihen, aber erst hinter *samcch* und den Liquiden zugefügt wurde. Wir finden daher außer dem organischen Prinzip in diesem Faktum zugleich ein historisches; und ich stehe nicht an, in meiner Behauptung noch weiter zu gehen, und nicht allein in diesem Punkte, sondern in der ganzen Organisation dieses merkwürdigen ältesten Alphabets beide Prinzipie vereinigt anzuerkennen. Es gewinnt dadurch das höchste Interesse für die allgemeine Sprachforschung und wenn ich hier nicht darauf eingehe, die angedeutete Entwicklung des semitischen Alphabets noch höher hinauf zu verfolgen, so geschieht es, weil eine Behandlung der umfassenden Fragen, die dadurch herbeigeführt würden, außer den Grenzen dieses Aufsatzes liegt und weil ich der Geschichte des Alphabets in linguistischer und paläographischer Beziehung eine ausführliche Behandlung zu widmen denke.

12. Ich will hier nur noch einige Punkte herausheben, die schon aus dem bisher Gewonnenen hervorgehen und auf einige vielbesprochene Fragen neues Licht werfen. Zunächst geht aus der ursprünglichen Anordnung der 3 Reihen Mutae klar hervor, daß *ṣ*, *ṣav*, nicht von Anfang an Vocal war, sondern wie *chet* und *thet* Aspirate, wie *bet* und *pe* Labial war, so wie wir *F* in den europäischen Alphabeten finden. Mit der Frage über die ursprüngliche Vocalität von *ṣav* hängt genau die über *jod* zusammen. Für *jod* finden wir in dem ursprünglichen Alphabet gar keine Stelle. Es ist auch nicht



schwer für die semitischen Sprachen nachzuweisen, was für die indogermanischen längst anerkannt ist, daß früher nur drei Grundvocale *a*, *i*, *u* unterschieden wurden, und sich erst später *i* in *e* und *i*, *u* in *o* und *u* spaltete. Von *ghain*, aus dem *o* und *u* hervorging, ist schon oben (§.17. Note) gesprochen worden. Die Vocale *e* und *i* gingen ebenso aus dem einen *he* hervor. Daher noch im Phönicischen, Althebräischen, Samaritanischen u. a. Alphabeten dieselbe Figur  $\Xi$  beide Vocale bezeichnet. Ganz verschieden davon ist der *i*Haken, der in den Aramäischen Alphabeten und so auch in der hebräischen Quadratschrift erscheint. Kopp (Bilder und Schriften II. p.386.) stellt unter *jod* beide Zeichnn neben einander, ohne auf den ganz verschiedenen Ursprung beider aufmerksam zu machen. Dieses aramäische  $\beth$ , *jod*, ist eine höchst merkwürdige Spur wirklicher sehr alter Vocalstriche, wie wir sie in der Sanskritschrift finden, und die ich im semitischen Alphabet aufser *jod* nur noch im *u*Striche des *kof*  $\aleph$  und im *r*Striche des  $\daleth$  erkenne, den drei einzigen Buchstaben der Quadratschrift, die aus der Reihe der übrigen Buchstaben heraustreten. Was wir unten über den gemeinschaftlichen Ursprung des semitischen und indischen Alphabets sehen werden, wird begreiflich machen, warum ich in  $\beth$ ,  $\daleth$  und  $\aleph$  eine wirkliche Verwandtschaft mit dem übergesetzten *i* und *r*Haken und dem untergesetzten *u*Haken des Sanskrit anerkenne; es ist dabei zu bemerken, daß in dem spätern Punktationssysteme der semitischen Schrift gerade umgekehrt der *i*Punkt unter, der *u*Punkt über die Linie gesetzt wurde, wodurch jeder Zusammenhang mit dem ältern chaldäisch-indischen Vocalisationssysteme unwahrscheinlich wird. Ich mache hier übrigens noch darauf aufmerksam, daß die paläographische Bemerkung, die ich so eben über die drei Buchstaben *jod*, *lamed* und *kof* gemacht habe, nicht die einzige und wesentlichste ist, die mich überzeugt hat, daß die hebräische Quadratschrift größere Aufmerksamkeit verdient und in vieler Beziehung mehr Alterthümlichkeit bewahrt hat, als die althebräische und alle übrigen semitischen Schriften, die wir kennen. Die Quadratschrift ist allerdings für die Juden eine jüngere Schrift; nach den Untersuchungen von Kopp kann kein Zweifel mehr obwalten, daß es ein aramäischer Schriftdialekt ist, den die Juden wahrscheinlich in Babylonien aufnahmen. Es wäre aber gar nicht zu verwundern, wenn die chaldäisch-babylonische Priesterschaft das alte semitische Alphabet treuer bewahrt oder wenigstens regelmäßiger fortgebildet hätte, als die südsemi-



tischen Völker, bei denen die Priesterkaste und alle religiösen Observanzen mehr zurücktraten. Die Quadratschrift trägt offenbar den Charakter einer heiliggehaltenen Schrift, wie das Dêvanâgari bei den Indern; beide Schriften haben auch ungefähr dasselbe Verhältniß zu den übrigen Schrift dialecten, die sich bei andern semitischen Völkern und in Indien finden. Die verschiedenen, dem Dêvanâgari näher oder ferner stehenden Schriftarten, die wir durch Inschriften kennen, oder noch in gewissen Ländern in Gebrauch finden, enthalten viele einzelne Züge, die alterthümlicher als im Dêvanâgari erscheinen; aber dieses ist dagegen weit regelmässiger fortgebildet, daher durchsichtiger und die ursprüngliche Bedeutung fester haltend, als alle übrigen Schriften, wie ich in meiner Abhandlung über die Sanskritschrift aufser Zweifel gesetzt zu haben glaube. In einem ähnlichen Verhältnisse steht die hebräische heilige Bücherschrift zu den übrigen semitischen Schriften. Im Dêvanâgari ist das Verhältniß der Vocalstriche zu den Buchstaben der Zeile, noch rein erhalten und leicht auseinander zu legen; in allen übrigen Schriften sind die Vocalstriche mit den Buchstaben verschmolzen und nur durch Vergleichung mit dem Dêvanâgari, und selbst dann oft nur unsicher auszuscheiden. Bleiben wir bei den entsprechenden Spuren der Vocalstriche in den semitischen Schriften stehen, so treten diese in keiner so deutlich hervor, wie in der Quadratschrift. Namentlich ist der *u* Strich in ק, *kof*, der diesen Buchstaben allein von dem später noch besonders hinter *jod* ohne diesen Strich aufgenommenen, ursprünglich aber consonantisch ganz gleichen כ, *kaf*, unterscheidet, in keiner andern semitischen Schrift getrennt erhalten, sondern überall mit dem Buchstaben verwachsen.

13. Fragt man, warum י, *jod*, als es von *he* getrennt wurde, gerade diese Stelle erhielt, so liegt auch hiervon der Grund wohl in der ursprünglichen Anordnung der Reihen. Als das semitische Alphabet nach Griechenland kam, wurde es in folgende Buchstaben übertragen:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| α | β | γ | δ |   | א | ב | ג | ד |
| ε | - | - | Ϝ |   | ה | ו | ז | ח |
| ι | λ | μ | ν | - | י | כ | ל | מ |
| ο | π | ρ | τ |   | נ | ס | פ | ק |
| υ | φ | χ | - |   |   |   |   |   |

Wie die beiden ersten Reihen, so beginnt auch jede folgende mit einem Vocale. Als sich *ghain* in *o* und *u* spaltete wurde *u* hinter *t* zugefügt und

begann die neue Reihe, die sich in Griechenland nach dem Ausfalle der Aspiraten *car* und *chet* bildete. Als sich *he* in *e* und *i* schon in Asien spaltete, lag es nahe, mit *i* die Reihe der Halbvocale beginnen zu lassen.

Aus dieser Zusammenstellung geht übrigens noch klarer hervor, wie unrichtig die Ansicht ist, daß *jod* und *car* von Ursprung an die Vocale *i* und *u* bezeichnet hätten, sei es allein, sei es zugleich mit Beibehaltung ihres consonantischen Werthes. (Diese letztere Meinung theilt auch Fürst: Chald. Gramm. §.83.). Es ist hier genau die spätere Ausbildung der semitischen Sprachen, wie sie uns freilich größtentheils allein vorliegen, von dem frühern Zustande zu unterscheiden, aus dem sie hervorging, und der namentlich für den Sprachforscher von der größten Wichtigkeit ist, weil gerade hier die Vergleichungspunkte mit den übrigen Sprachstämmen liegen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß in spätern Zeiten, und je später um so mehr, die drei Buchstaben *ס*, *י*, *ו* als die nackten Vocale *a*, *i*, *u* gebraucht wurden. Auch hat die Sprachenvergleichung gar wohl auf die Halbvocale *j* und *w* in den Wurzeln Rücksicht zu nehmen und wird häufig in den indogermanischen Sprachen die Vocale *i* und *u* an ihrer Stelle finden, weil *j* und *w*, wie im Sanskrit *ज* und *व*, fast immer aus *i* und *u* hervorgegangen sind, eine Erscheinung, die einen wesentlichen Theil der Wurzelbildung ausmacht, und von mir in der schon genannten paläographischen Abhandlung §.51. ff. in ihrem Zusammenhange mit andern Weiterbildungen der Wurzeln aufgefaßt ist. Aber es ist eben so unleugbar, daß zu der Zeit, als sich das semitische Alphabet ausbildete, und selbst noch zu der Zeit, als es nach Europa gebracht wurde (und damals fanden sich schon die Zischlaute und *r*, *i* und *k*, an ihren Stellen), *י*, *car*, nicht als *u* Vocal gebraucht wurde, sondern *ghain*. Das eigenthümliche Verhältniß von *ו* habe ich schon berührt. Ich trenne es daher von den drei Buchstaben *ס*, *י*, *ו*, welche offenbar in der Anordnung der Reihen auf gleiche Stufe gestellt sind, und auch in den europäischen Alphabeten auf gleiche Weise durch die drei Grundvocale *a*, *i* (*e*), *u* (*o*) wiedergegeben worden sind.

Sollen wir nun also das semitische Alphabet jener Zeit in Consonanten und Vocale theilen, wie wir es bei den europäischen zu thun gewohnt sind? Ich habe mich schon andern Orts gegen diese Ansicht ausgesprochen, und ich kann hier nur von neuem die Überzeugung aussprechen, daß die se-

mitische Schrift, wie auch die indische wesentlich Sylbenschrift ist, und diesen Charakter erst allmählig abgelegt hat.

14. Alle semitischen und indogermanischen Alphabete führen auf ein und dasselbe Grundalphabet zurück; dieses war ein Syllbenalphabet, d. h. jeder Buchstabe verband ein consonantisches und ein vocalisches Element zu einer untheilbaren Einheit. Der Gebrauch eines solchen Syllbenalphabets war schon ein sehr bedeutender Fortschritt in der abstrakten Auffassung und schriftlichen Bezeichnung der Sprache. Wir finden aber in allen diesen Syllbenalphabeten, so früh wir sie kennen lernen, das deutliche Streben diese Syllabilität immer mehr aufzuheben, den Consonant vom Vocale zu trennen und beide Elemente besonders auszudrücken.

Wir finden dieses Streben in vier Hauptrichtungen sich entwickeln, die aber wieder auf zwei zurückgeführt werden können.

A. 1. Das Dêvanâgari, die heilige Schrift der Inder, war reine Sylbenschrift, ehe die Vocalstriche über und unter der Linie zugesetzt wurden; sie ist noch immer ohne dieselben lesbar, indem ohne alle nähere Bezeichnung jeder Buchstabe aufser dem consonantischen Elemente zugleich den Vocal *a* in sich schließt, und mit ihm ausgesprochen wird. Schon die spätere Zufügung der Vocalstriche war ein Schritt zur Aufhebung der Syllabilität. Noch später gab man den an sich ursprünglich bedeutungslosen Vocalstrichen durch gewisse äusserliche Unterscheidungen eine vom consonantischen Elemente unabhängige Bedeutung, setzte sie in die Reihe der übrigen Syllbenbuchstaben, und erhielt so, wie ich andern Orts gezeigt habe, die nackten Vocale. Diese wurden aber noch selten gebraucht, da sie nur im Anfange der Worte stehen können, und bei der ungetrennten Schrift der Inder sogar nur im Anfange der Abschnitte.

A. 2. Das vollständigste Syllabarium bietet uns die Äthiopische Schrift dar. Der wesentliche Schritt des Sanskrit, den *i* und *u* Haken selbstständig und den übrigen Buchstaben assimilirt, in die Zeile aufzunehmen, ist hier nicht gethan worden. Dagegen ist in anderer Beziehung das äthiopische Alphabet ein unmittelbarer Fortschritt von der indischen Schrift, der sich sogar in Indien selbst in den verschiedenen Volksschriften, nur nicht so consequent durchgeführt, vorfindet. Die verschiedenen Vocalstriche sind nämlich mit den Buchstabenformen verwachsen, und sind nicht mehr wie im Dêvanâgari beweglich; dadurch vervielfacht sich natürlich das Alphabet so-

viel mal, als verschiedene Vocale in der Sprache existiren. Die Sylben *pe*, *pi*, *po* u.s.w. haben jede eine besondere Bezeichnung, denen zwar eine gemeinschaftliche Form, die, rein erhalten, wie im Sanskrit *pa* ausgesprochen wird, zum Grunde liegt, die aber nicht mehr in ihre Bestandtheile aufgelöst werden können, und daher besonders aufgeführt werden müssen.

**B.1.** Als die semitische Schrift nach Europa zu indogermanischen Völkern überging, welche durchgängig eine weit grössere Tendenz zur strengen Sonderung der Vocale und Consonanten in ihren Schriften zeigen, wozu sie nothwendig durch die weit höhere Bedeutung des Vocalismus in ihren Sprachen geführt werden mußten, nahm man folgende höchst wichtige und einflußreiche Veränderung mit diesem Sylbenalphabet vor. In den drei Hauptsylben *ṣ*, *a*, *ḥ* oder *hi*, und *ḡ* *gho* oder *ghu*, in denen der Vocal vorwaltete, liefs man den schwachen Guttural, das consonantische Element, ganz fallen, und betrachtete sie als reine Vocale *a*, *i*, *u*; in den übrigen Sylbenbuchstaben, in denen das consonantische Element vorzuwalten schien, liefs man das vocalische ganz fallen, betrachtete sie als reine Consonanten, und fügte nun immer eines der drei Vocalzeichen zu, um eine vollständige Sylbe zu bilden. So hatte man unmittelbar die vollkommenste Buchstabenschrift, die wir bis auf den heutigen Tag kennen.

**B.2.** Als die Hebräer, Syrer, und andere semitische Völker das Bedürfnis nach selbstständigen Vocalen fühlten, griffen sie nach einem ähnlichen Mittel; sie liefsen das vocalische Element der meisten Buchstaben fallen, wodurch sie reine Consonanten erhielten; von den Hauchsylben konnten die Semiten, bei denen die Gutturale sehr ausgebildet und stark waren, nicht so leicht wie die indogermanischen Völker Gebrauch machen, um daraus ihre reinen Vocale zu gewinnen. Nur der schwächste Hauch *ṣ* ward allmählig als solcher betrachtet; für *i* und *u* zog man vor die dicken Consonanten *jod* und *ṣav* zu gebrauchen. So finden wir die semitische Schrift auf den ältesten Denkmälern, die wir kennen, auf der Inschrift von Carpentras, auf den Palmyrenischen u.a. Doch behielten *jod* und *ṣav* fortwährend auch ihre consonantische Geltung neben der vocalischen. Später genügte bei feinerer Ausbildung des Vocalsystems diese schwankende Bezeichnung nicht mehr. Einige Jahrhunderte nach Christus bildete sich für die meisten semitischen Schriften das bekannte Punctuationssystem aus, ganz unabhängig von dem viel ältern indischen Vocalisationssysteme, dem es gleichwohl völlig



analog ist. Die frühere theilweise Bezeichnung der Vocale durch  $\aleph$ ,  $\tau$  und  $\gamma$  wurde indessen äußerlich in den heiligen Schriften nicht dadurch verdrängt; man liefs sie größtentheils im Texte, fügte aber die neue Vocalisation zu und so nennt man jetzt diese überflüssig gemachten Buchstaben quiescirende. Aber auch die Punktation ist ihrer Seits keineswegs vollkommen durchgedrungen; von den neuern Juden, Arabern, Persern wird sie selten angewandt, und die quiescirenden Buchstaben treten dann wieder in Geltung. — Dieses fortwährende Schwanken in der Bezeichnung der Vocale hatte die Untersuchungen über diesen wichtigen Punkt in der semitischen Paläographie sehr erschwert und zu den verschiedensten Hypothesen über die ursprüngliche Bedeutung der hebräischen Buchstaben veranlaßt. Es scheint mir, daß diese kurze Skizze, zu deren weiterer Ausführung hier nicht der Ort ist, durch die Zusammenstellung der verschiedenen Richtungen, die wir in der Weiterbildung der syllabischen Schrift finden, den richtigen Gesichtspunkt für die Lösung dieser Frage aufgestellt hat.

15. Ich habe in der vorangehenden Übersicht mehr auf die Bildung der reinen Vocale, als auf die der reinen Consonanten mein Augenmerk gerichtet. Eins ist im Grunde so wichtig wie das andere, und es finden sich bei den verschiedenen Völkern auch Verschiedenheiten in der Bildung der reinen Consonanten. Doch muß natürlich beides immer Hand in Hand gehen und die Entwicklung einer gesonderten Vocalisation ist das wichtigere Moment.

Wir haben gesehen, daß das Sanskrit und Äthiopische Vocalsuffixe erfand, die ursprünglich beweglich waren, später mit den Buchstabenzeichen zu festen Formen verschmolzen, oder sogar als gesonderte Buchstaben in die Reihe aufgenommen wurden. Die Europäischen Völker, und, abgesehn von dem spät erfundenen Punktationssysteme, ein großer Theil der semitischen Völker, nahmen dagegen frühere Sylben als reine Vocale an, indem sie von dem consonantischen Elemente ganz absahen. Ein einzelner Vorgang hierin findet beim indischen  $\aleph$ ,  $a$  statt.

Es fragt sich aber, wie wir uns das primitive Sylbenalphabet zu denken haben, ehe es Vocalsuffixe hatte oder gewisse Sylben als reine Vocale betrachtete. Bestand es, wie jetzt das Sanskritalphabet erscheint, aus lauter Consonanten, denen als vocalisches Element das einfache  $a$  inhärrte, und existirten noch keine andern Vocale? Traten die Vocalsuffixe so früh in



der Schrift, wie die Vocalnüancen in der Sprache ein? Oder wurden die verschiedenen Vocale hinzugedacht, und ausgesprochen ohne irgend bezeichnet zu sein? Diese letztere Annahme würde uns wieder auf eine ursprüngliche Consonantenschrift zurückführen, an die schon von manchen Seiten gedacht worden ist. Den vollständigsten Aufschluß hierüber giebt uns der merkwürdige Übergang der semitischen Schrift nach Europa, wo sie unmittelbar aufhörte Sylbenschrift zu sein, während sie bei den semitischen Völkern in Asien Sylbenschrift blieb, und zwar noch vollständige Sylbenschrift ohne Suffixe und sogar ohne die quiescirenden Vocale *jod* und *car*; denn wäre *car* schon als Vocal in jener Zeit gebraucht worden, so würde man dieses und nicht *ghain* zur Bezeichnung des *u* Vocals gewählt haben. Offenbar mußten zur Zeit des Übergangs die drei Buchstaben א, ה, ו die Vocale *a*, *i* und *u* enthalten, sonst hätten sie für indogermanische Ohren diese Vocale nicht bezeichnen können. Wir haben also jedenfalls in diesen drei Buchstaben wenigstens ein inhärirendes verschiedenes vocalisches Element anzuerkennen; sie konnten für sich allein nicht *â*, *ha*, *gha* lauten, wie wir die Sanskritbuchstaben jetzt lesen. Die drei verschiedenen Hauche, die der griechische Mund nicht unterschied, folglich auch das griechische Ohr nicht auffafste, verschwanden ganz natürlich, und liefsen nur die drei reinen Vocale zurück. Haben wir uns aber von der wirklichen streng gefafsten Syllabilität von drei Buchstaben überzeugt, in welchen ein für das semitische Ohr wenigstens genau geschiedenes consonantisches Element mit einem verschiedenen und unveränderlichen vocalischen Elemente vereinigt war: so sind wir genöthigt, dieselbe strenge Syllabilität bei allen Buchstaben anzunehmen, und es fragt sich nur, wie das dreifache vocalische Element, welches wir durch die Vergleichung mit dem europäischen Alphabete voraussetzen müssen, unter die übrigen Buchstaben vertheilt war. Dafs diese Vertheilung nicht willkührlich war, läfst sich im voraus vermuthen.

16. Da wir die erste der 3 Reihen Mutae mit *a*, die zweite mit *i*, die dritte mit *u* haben beginnen sehen, so liegt die Vermuthung am nächsten, dafs dieselben Vocale den ganzen Reihen, die sie beginnen, angehörten. Das einfache Syllabarium, welches wir dadurch erhalten:

|            |                |            |            |
|------------|----------------|------------|------------|
| <i>â</i>   | <i>ba</i>      | <i>ga</i>  | <i>da</i>  |
| <i>hi</i>  | <i>vi (fi)</i> | <i>chi</i> | <i>thi</i> |
| <i>ghu</i> | <i>pu</i>      | <i>qu</i>  | <i>tu</i>  |

bestätigt sich in der That von allen Seiten. Der Buchstabe, der am constantesten in den verschiedenen Sprachen *u* hinter sich fordert *q*, findet sich in der *u*Reihe. Bekanntlich wird dieser Buchstabe im lateinischen, gothischen, runischen u.a. Alphabeten nur vor *u* oder *v* gebraucht, wie das griechische  $\varphi$  *koppa* ( $\varphi$ OPINΘΟΣ, ΣΥΠΑ $\varphi$ ΟΣΙΟΝ) nur vor *o*. Im hebräischen Alphabete haben wir schon im  $\varphi$  den *u*Strich erkannt, durch den dieser Buchstabe von כ, *kaf*, unterschieden wurde.

Auch die Buchstabennamen, die alle mit dem zu bezeichnenden Buchstaben anfangen, weisen im Ganzen auf diese Vocale zurück. Sehen wir, wie billig, von der späten Punctuation ab, so sind uns in der zweiten und dritten Reihe die Namen mit der Orthographie der quiescirenden Vocale י und ך erhalten. Am vollständigsten die späteste dritte Reihe mit י׃ שׂ׃, *pum* (die chaldäische Form statt des hebräischen שׂ, *pe*, oder שׂ׃, der Mund), ק׃, *kuf*, und ת׃, *tu*. In der zweiten Reihe finden wir ח׃, *chit*, und ט׃, *thith* mit dem quiescirenden *jod*. Für ך׃ schreiben Andere, nach Gesenius, auch ך׃, und da diese Schreibung das erwartete *jod* darbietet, so halte ich sie nach der gegenwärtigen Zusammenstellung für alt und aus der ursprünglichen Aussprache *vir* hervorgegangen. In der ersten Reihe, welcher ursprünglich das reine *a* zukam, dürften wir keinen quiescirenden Buchstaben finden; so ist es auch bei ג׃, *gaml* (*camelus*) und ד׃, *dalet*; dagegen finden wir in der gewöhnlichen Schreibung von ב׃, *bit* ein quiescirendes *jod*. Dafs dieses aber ursprünglich nicht dahin gehört, darauf deutet schon der Plural ב׃׃, *batim*, welcher auf einen verloren gegangenen Singular ב׃, *bat*, zurückweist. Wir erhalten also folgende Namen für die drei Reihen Mutae

|    |    |    |    |               |             |              |               |
|----|----|----|----|---------------|-------------|--------------|---------------|
| א׃ | ב׃ | ג׃ | ד׃ | <i>ā-lef</i>  | <i>ba-t</i> | <i>ga-ml</i> | <i>da-let</i> |
| ה׃ | ו׃ | ז׃ | ח׃ | <i>hi-a</i>   | <i>vi-v</i> | <i>chi-t</i> | <i>thi-th</i> |
| ט׃ | י׃ | כ׃ | ק׃ | <i>ghu-in</i> | <i>pu-m</i> | <i>qu-f</i>  | <i>tu</i> .   |

Sehen wir aber auch von diesen äussern Spuren dieser dreifachen Vocalreihe ab, und fragen wir, ob sich innere Gründe dafür finden, dafs gerade die Mediae sich mit *a*, die Aspiratae mit *i*, die Tenues mit *u* verbunden haben, so mangeln diese keineswegs, vielmehr giebt uns der Sprachorganismus, wie er noch heutzutage von jedermann an seinem eigenen Munde wahrgenommen werden kann, der einigermaßen seine Aufmerksamkeit auf die physischen Funktionen unserer Sprachorgane gelenkt

hat, hinlänglichen Aufschluß über den innern Zusammenhang der Consonantenreihen mit ihren zugegebenen Vocalen, wie wir sie in dem primitiven Syllbenalphabete verbunden finden.

17. Man kann sowohl auf historischem als auf analytischem Wege zu der Überzeugung gelangen, daß, so wie aus den drei Grundvocalen *a*, *i*, *u* mit der Zeit *e* und *o* und alle übrigen vocalischen Nüancen sich zu gesonderter Selbstständigkeit herausgebildet haben, so die beiden gefärbten Vocale *i* und *u* selbst vorher aus *a* hervorgegangen sind. Ich habe sowohl über diesen Punkt in der öfters angeführten Abhandlung schon gesprochen, als auch über das durchgängige Gesetz in der allgemeinen Sprachentwicklung, daß sich unter den Sprachelementen immer zuerst die entferntesten Punkte fest setzen, dann die dazwischenliegenden. Hierauf beruht, beiläufig gesagt, auch der bemerkenswerthe Umstand, daß in jeder der drei Lautreihen der Dental nicht zwischen den Labial und Guttural sondern hinter beide gesetzt ist, wobei schon in der allerersten Anlage dieses merkwürdigen Alphabets das organische und historische Prinzip, auf dem seine Anordnung beruht, zugleich sichtbar ist. Für den Vocalismus hatten wir an dem angeführten Orte auf einem ganz andern Wege gefunden, daß zuerst der von *a* entfernteste Vocal *i*, dann *u* aus dem Ur-vocale hervorgegangen war. Dieselbe Ordnung finden wir auch hier in dem primitiven Syllabarium befolgt: auf die *a*Reihe folgt die *i*Reihe, auf diese die *u*Reihe.

18. Wie aber *i* und *u* aus *a*, so sind auch die Aspiratae und Tenuis aus den Mediae hervorgegangen, und zwar ist hierbei eine Rückwirkung des Vocals auf den Consonant gar nicht zu verkennen, und wir werden auch hierdurch, wie sich schon von selbst versteht, genöthigt, eine gleichzeitige Entwicklung des consonantischen und vocalischen Elements in der zweiten und dritten Reihe anzunehmen. Bleiben wir nämlich zunächst bei den Hauchen stehen, mit denen jeder Vocal nothwendig ausgesprochen werden muß, so lehrt uns die einfachste eigene Beobachtung, die, wie wir gesehen haben, schon Plutarchs Großvater Lamprias gemacht hatte, daß *a* unter den drei Grundvocalen von den Sprachorganen in ihrer natürlichsten Stellung hervorgebracht wird. Auch ist der Hauch, der dem *a* vorausgeht der allerschwächste, weil der Laut unmittelbar da gebildet wird, wo der leise Kehlhauch in den Mund tritt. Bei der völligen

Öffnung des Mundes wird der Hauch nur an diesem einen Punkte comprimirt, und verschwindet sogleich wieder ohne weitere Function in der äußeren Atmosphäre. Um den Vocal *i* zu bilden, behält der Mund seine natürliche Breite, wird aber mehr zusammengedrückt, namentlich wird die mittlere Zunge dem Gaumen genähert und der begleitende Hauch wird folglich vom Eintritt in den Mund bis zu den Zähnen in einer engen Spalte gehalten, ehe er verfliegen darf; dies macht nothwendig den Hauch beim *i* fühlbarer, verlängert ihn gleichsam, und er wird nach unserm Gefühle stärker; das für die Hauche und Gutturale fein ausgebildete semitische Ohr hat dies in dem stärker hauchenden *hi* aufgefaßt. Um den *u* Vocal auszusprechen, ziehen wir die Zunge nach dem Gaumen zurück und nähern den hintern Theil derselben dem Gaumen; die stärkste Compression des Hauches liegt zwischen *a* und *i* (¹); zugleich wird in dem vordern durch das Zurückziehen der Zunge leer gewordenen Theile des Mundes durch ein Zusammenziehen desselben in der Breite der Hauch gleichsam gestaut, und nicht sowohl, wie bei *i* geschärft und in die Länge gezogen, sondern zusammengepreßt und verdickt. Dadurch entsteht der den wirklichen Gutturalen näher liegende, nicht gerade stärkste aber härteste, compacteste Hauch *ghain*, den wir durch *gh* annähernd, aber, wie auch *he* durch *h*, zu stark wiedergeben.

19. Was eine genaue physiologische Beobachtung uns über die Hauche gelehrt hat, die sich am naturgemähesten mit den drei Grundvocalen verbinden, gilt auch unmittelbar von den übrigen Consonantenreihen. Hier treten sogar noch sprachgeschichtliche Bestätigungen hinzu. Wenn die drei Ursylben *ba*, *ga*, *da* ihr vocalisches Element aus *a* in *i* verwandeln, so kann die dem *i* Vocal inhärirende schärfere Aspiration nicht ausbleiben, sie muß nothwendig auf das consonantische Element einwirken, denn sie ist ja selbst consonantischer Natur. Wir erhalten so unmittelbar die Aspiraten *bhi*, *ghi*, *dhi*. Wir haben schon oben bemerkt, wie nahe die Aspiration der Assibilation liegt; die letztere ist nur eine nachlässige, dem eiligen Munde bequemere Verstärkung der erstern, und geht in der Sprachgeschichte durchgängig

---

(¹) Um deutlicher zu bemerken, wo die Vocale *a*, *i*, *u* im Munde gebildet werden, brauchen wir nur einen starken Hauch darauf folgen zu lassen. Unser *ch* wird an ganz verschiedenen Stellen des Mundes gebildet, wenn wir: ach, ich, und Buch aussprechen; am weitesten entfernt liegen die beiden ersten, das dritte zwischen ihnen.



daraus hervor. Das aspirirte *ph* wird zur Lippensibilans *f*, das aspirirte *kh* zur Gaumsibilans *ch* (ç), und *th* zur Zungensibilans *s*. Daß namentlich *i*, oder auch *e*, diese Wirkung auf den vorausgehenden Consonant ausübt, davon giebt uns die Sprachgeschichte aller Völker und Zeiten unzählige Beispiele. Bekannt ist, wie die romanischen Sprachen die Gutturale *c* und *g* vor *a*, *o*, *u* ohne Assibilation, vor *i* und *e* assibilirt aussprechen; ebenso wird der Dental *t* nie vor den dunkeln Vocalen, oft aber vor *i* assibilirt (*Cicéron*, *Cicerone*; *genou*, *ginocchio*; *nation*, *nazione*). Ebenso bekannt sind diese Übergänge schon in den alten Sprachen (*πλοῦτος*, *πλούσιος*; *θάνατος*, *θανάσιμος*; *Διός*, *Ζεύς*; *διαρλεγγής*, *ζαρλεγγής*; *induciae* neben *indutiae*; hierher gehört auch die blofse Erweichung *bibo* neben *poto*; *τριάκοντα*, *tri-ginti* neben *trecenti*; *μεταξύ*, *medius*, *μέσος*; *ἰστέος*, *audio* u. a.). Hiermit mag auch zusammenhängen, daß die griechischen Aspiraten oder Zischlaute *phi*, *chi*, *psi*, *xi* gerade *i* in ihrem Namen angenommen haben (*pi* stammt noch aus dem hebräischen Namen *pe* und ist daher nicht mit jenen Namen zusammenzustellen).

20. Wie der längere Hauch des *i* Vocals die Reihe der Aspiraten hervorrief, so liegt es jetzt nahe, zu begreifen, wie der zusammengeprefste harte Hauch des *u* Vocals die Reihe der Tenues hervorrufen konnte. Doch liegen hier die geschichtlichen Belege nicht so auf der Hand, und ich gehe daher über die complicirteren linguistischen Demonstrationen, die hier nöthig würden, weg. Auch die Reihe der Halbvocale *l*, *m*, *n*, *s* ist in ihrem organischen und primitiven Verhältnisse zu den drei Reihen der Mutae nicht so einfach zu begreifen und würde weitläufigere Entwicklungen nöthig machen, als der gegenwärtige Aufsatz erlaubt.

21. Wir haben das semitische Alphabet auf folgendes primitive Syllabarium zurückgeführt, wobei wir die Halbvocale übergehen.

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| <i>á</i>  | <i>í</i>  | <i>ú</i>  |
| <i>bá</i> | <i>bí</i> | <i>bú</i> |
| <i>ga</i> | <i>gi</i> | <i>gu</i> |
| <i>da</i> | <i>di</i> | <i>du</i> |

Durch Rückwirkung der Vocale ging daraus folgendes Alphabet hervor:

|           |            |            |
|-----------|------------|------------|
| <i>á</i>  | <i>hi</i>  | <i>ghu</i> |
| <i>ba</i> | <i>vi</i>  | <i>pu</i>  |
| <i>ga</i> | <i>chi</i> | <i>ku</i>  |
| <i>da</i> | <i>thi</i> | <i>tu</i>  |



Als sich diese consonantischen Unterschiede in der Sprache festgesetzt hatten und von dem Ohre mit Leichtigkeit aufgefaßt wurden, mußten sie dadurch ganz natürlich auch unabhängiger von den vocalischen Elementen werden, mit denen sie früher eine organische Einheit gebildet hatten. Man hob die charakteristischen Eigenschaften der drei Consonanten-Reihen mehr hervor, und fing nun an, die geschärften Consonanten der zweiten Reihe und die geprefsten der dritten auch mit *a* zu verbinden, die einfachen Consonanten der ersten Reihe auch mit *i* und *u*. Dies war der erste wesentliche Schritt zur Aufhebung der ursprünglichen Syllabilität; aus einer einzigen Individualität entwickelten sich zwei gesonderte Individualitäten, aus dem Laute die Consonanz und der Vocal.

Von dieser Zeit an mußte auch die ursprüngliche Bezeichnung ungenau werden; die Sylbe *bu* konnte weder durch  $\beth$ , *ba*, noch durch  $\text{Ξ}$ , *pu*, vollständig bezeichnet werden. Als das Bedürfnis allgemein fühlbar geworden war, mußte für ein neues Mittel der Bezeichnung gesorgt werden, und wir haben schon gesehen, wie dies von den verschiedenen Völkern nach ihrer sprachlichen Individualität auf verschiedenem Wege gewonnen wurde. Um zu bezeichnen, daß  $\beth$ , nicht *ba*, sondern *bi* ausgesprochen werden sollte, setzten die Inder ein Häkchen darüber, sollte es *bu* ausgesprochen werden, so setzten sie ein Häkchen darunter. Als sich die Sprache einmal an diese ursprünglich heterogenen Verbindungen gewöhnt hatte, mußte dem Ohre bald auch die feine Harmonie der primitiven Reihen verschwinden. Es lag daher nahe, die *i* und *u* Suffixe nicht allein in den fremden Reihen, sondern auch in den diesen Vocalen speciell zugewiesenen Reihen zu gebrauchen. So finden wir es im Sanskrit. Keine Spur mehr der früheren Eintheilung; jeder Buchstabe ohne Suffix wird mit dem Urvocale *a* ausgesprochen; soll er mit *u* oder *i* gesprochen werden, so treten die Suffixe zu. Verschmelzen diese Suffixe mit den Buchstaben zu besondern Figuren, wie im Äthiopischen, so entsteht unmittelbar das vollständigere Syllabarium:

|           |           |           |
|-----------|-----------|-----------|
| <i>a</i>  | <i>'i</i> | <i>û</i>  |
| <i>ba</i> | <i>bi</i> | <i>bu</i> |
| <i>ga</i> | <i>gi</i> | <i>gu</i> |
| <i>da</i> | <i>di</i> | <i>du</i> |

|            |            |            |
|------------|------------|------------|
| <i>ha</i>  | <i>hi</i>  | <i>hu</i>  |
| <i>va</i>  | <i>vi</i>  | <i>vu</i>  |
| <i>cha</i> | <i>chi</i> | <i>chu</i> |
| <i>tha</i> | <i>thi</i> | <i>thu</i> |
| <i>gha</i> | <i>ghi</i> | <i>ghu</i> |
| <i>pa</i>  | <i>pi</i>  | <i>pu</i>  |
| <i>qa</i>  | <i>qi</i>  | <i>qu</i>  |
| <i>ta</i>  | <i>ti</i>  | <i>tu</i>  |

wie wir es bei den Äthiopen wirklich finden; nur sind hier sieben solcher Reihen, weil sie sieben verschiedene Vocale haben.

22. Die Geschichte des semitischen Alphabets, die ich hier in ihren wesentlichsten Zügen dargelegt habe, hat uns bis in die Urfänge der Sprache selbst zurückgeführt. Wir finden, daß seine Anordnung genau, und vom ersten Buchstaben an<sup>(1)</sup>, mit der historischen Entwicklung des Sprachorganismus übereinstimmt. Ist es nun wohl vernunftgemäß, anzunehmen, daß diese Ordnung erfunden und aufgenommen wurde, als sich die Laute in der Sprache schon alle vollständig ausgebildet hatten? Wer dies behaupten wollte, müßte eine für jene Zeit wahrhaft übermenschliche Speculation voraussetzen, und bedächte noch immer nicht, daß selbst die höchste Speculation, wie sie das Ziel aller Wissenschaft ist, immer nur das schon Vorhandene begreifen lernt, aber kein Produkt aufzustellen vermag, wie es aus der Hand der Natur selbst hervorgegangen wäre. Ein solches Produkt wäre aber dieses Alphabet gewesen, wenn es von einem menschlichen Geiste auf einmal einer für ihn schon abgeschlossenen Sprachentwicklung nachgeschaffen worden wäre. Es kann sich nur allmählig und zugleich mit der Sprache selbst so ge-

---

(<sup>1</sup>) Ich habe schon oben im Vorbeigehen von dem in der Sprachentwicklung durchgängig wahr zu nehmenden Gesetze gesprochen, daß sich immer zuerst die entferntesten, dann die zwischenliegenden Laute individualisiren. Das Alphabet beginnt mit *a'*, dem Ur-vocale, dessen consonantischer Hauch am tiefsten in der Kehle von allen Buchstaben gebildet wird. Unmittelbar darauf folgt *b*, das von dem vordersten Sprachorgane, den Lippen gebildet wird; dann folgt *g*, welches durch einen Gaumenschluß hervorgebracht wird, also zwischen *a'* und *b*, aber näher nach *a'*; endlich folgt *d*, welches wieder zwischen *g* und *b*, aber näher an *b*, von der Zungenspitze gebildet wird.

bildet haben, wie wir es vorfinden. Steht diese Überzeugung aber fest, so werden wir genöthigt, den Ursprung des Alphabetes und überhaupt der Buchstabenschrift in die Anfänge der Menschengeschichte selbst zu setzen, jedenfalls vor die Trennung der verschiedenen Völkerfamilien, die durch die Sprachenvergleichung als Zweige eines Stammes für die Wissenschaft erwiesen worden sind. Auf dasselbe Resultat haben mich schon in der mehrfach genannten Abhandlung rein paläographische Untersuchungen über das Dévanāgari geführt. Es wird daher um so mehr Interesse haben, nachzuweisen, daß in der That das Indische Alphabet einen gemeinschaftlichen Ursprung mit dem semitischen hat, wozu ich jetzt übergehe.

23. Das Sanskrit-Alphabet ist von den spätern Indischen Grammatikern so angeordnet worden, wie wir es jetzt finden. Es ist auch nach den Sprachorganen geordnet, so wie wir auch unser Alphabet, wenn wir nicht eine andere Reihenfolge ererbt hätten, anordnen würden und in der Grammatik wirklich thun, ohne Rücksicht auf seine historische Entwicklung. Die Vocale sind zusammengeordnet und werden vor oder hinter die Consonanten gestellt; dann folgen die Mutae in fünf Reihen, zuerst die Gutturale, dann zwei Reihen, die dem Indischen Munde eigenthümlich sind, die Palatale und Linguale; dann folgen die Dentale, endlich die Labiale. Sie sind also von dem hintersten Organe des Mundes, der Kehle, nach dem vordersten, den Lippen, zu geordnet, und diese horizontalen Reihen entsprechen ungefähr den vertikalen des semitischen Alphabets, nur sind diese Reihen selbst wieder umgekehrt von der Tenuis nach der Media, nicht wie im semitischen Alphabete von der Media nach der Tenuis geordnet, nämlich:

|               |                |               |              |
|---------------|----------------|---------------|--------------|
| (8) <i>ka</i> | (5) <i>kha</i> | (2) <i>ga</i> | <i>gha</i>   |
| (9) <i>ta</i> | (6) <i>tha</i> | (3) <i>da</i> | <i>dha</i>   |
| (7) <i>pa</i> | (4) <i>pha</i> | (1) <i>ba</i> | <i>bha</i> . |

Die beigesetzten Zahlen geben die semitische Ordnung an. Nach den Mutis folgen die Halbvocale, es schliessen die Zischlaute und *ha*.

24. Wir finden aber bei dem alten, von den Indern unter die Heroen gezählten Grammatiker Pānini, noch eine andere Anordnung der Buchstaben, die von ihm dem göttlichen Mahās'vara (eine Bezeichnung des S'iva) zugeschrieben wird. In 14 Abtheilungen, die durch zwischengesetzte Merkebuchstaben zu leichter Bezeichnung der einzelnen Theile getrennt sind, ist das Alphabet folgendermaßen angeordnet: अ इ उ | ऋ ए | ए ओ | ऐ औ |

ह य व र | ल | ज म ड ण न | क भ | घ ळ ध | ञ व ग उ ढ | ख फ क् ण थ च ढ त |  
क प | श ष स | ह ||

*a. i. u. | r. l. | e. o. | ai. au. |*  
*ha. ja. va. ra. | la | n'a. ma. ña. na. na. |*  
*g'ha. bha. | gha. dha. dha. |*  
*g'a. ba. ga. da. da. |*  
*kha. pha. c'ha. tha. tha.*  
*c'a. ta. ta. | ka. pa. |*  
*s'a. s'a. sa. | ha. ||*

Ich hebe von dieser in allen Theilen höchst merkwürdigen Anordnung nur heraus, was unmittelbar zu unserm Zwecke gehört. Vergleichen wir sie mit der gewöhnlichen Anordnung des indischen Alphabets, so sehen wir, daß hier wie dort die Vocale und Diphthonge vorausgestellt sind. Die Halbvocale sind hier vor, dort hinter die Mutae gesetzt; die Nasale ihnen hier zugesellt, dort in die Reihen der Mutae vertheilt. Die Zischlaute und *ha* sind hier wie dort hinter die Mutae gesetzt und beschließen das Alphabet. Bis hierher ist noch kein wesentlicher Unterschied von der spätern Anordnung; dieser liegt vielmehr in der Anordnung der Mutae selbst. Es ist leicht zu bemerken, daß hier genau dasselbe Prinzip zum Grunde liegt, wie im semitischen Alphabete. Um dies noch augenfälliger zu machen, haben wir nur die Lingualen, *dha*, *da*, *tha*, *ta*, welche bekanntlich dem Sanskrit nicht ursprünglich zugehörten, sondern, wie ich auch paläographisch nachgewiesen habe (Paläographie p. 10. 11.), später zugefügt wurden, auszuscheiden.

Wir behalten dann folgende Anordnung der Mutae:

*g'ha bha | gha dha |*  
*g'a ba ga da*  
*kha pha c'ha tha*  
*c'a ta | ka pa |*

Jedermann wird sogleich bemerken, daß durch einen Fehler, vielleicht erst der Abschreiber, in der letzten Reihe *ta* und *pa* umgesetzt worden sind, und daß ebenso in der dritten Reihe die Analogie der übrigen Reihen die Umsetzung von *kha* und *c'ha* verlangt. Die ursprünglichen Reihen waren:

*g'ha bha gha dha*  
*g'a ba ga da*



*c'ha pha kha tha*  
*c'a pa ka ta.*

Hier finden wir wie im semitischen Alphabete jede Reihe mit einem schwachen, aber in jeder folgenden Reihe stärkern Guttural beginnen, die im semitischen Alphabete als Hauche, hier als Palatale erscheinen. Dann folgt wie dort in jeder Reihe ein Labial, in der ersten der schwächste, in der letzten der stärkste. Auf den Labial folgt wie dort der Guttural in derselben Steigerung für die verschiedenen Reihen. Endlich schließt eine jede, wie dort, mit dem entsprechenden Dental. Dafs diese völlig gleiche Aufeinanderfolge sowohl der horizontalen als der verticalen Reihen nicht Werk des Zufalls ist, leuchtet ein.

25. Wir sehen aber im Sanskritalphabet eine der ersten Anlage analoge Weiterbildung. Den Übergang der vocalischen Hauche in Palatale habe ich schon bemerkt. Auferdem hat das Sanskrit 4 Reihen, das semitische Alphabet nur 3 Reihen ausgebildet. Es ist wahrscheinlich, dafs wirkliches Gemeingut der beiden Völker nur das alte Alphabet von 12 Buchstaben war, welches mit *samech* schlofs; denn von hier an gehen beide Alphabete auseinander. Als die Semiten die Reihe der Tenues aufnahmen, fügten sie sie hinter *samech* zu. Die Indier trennten bei Aufnahme der Tenues die Halbvocale und fügten die neuen Reihen der Mutae unmittelbar hinter den beiden alten zu. Man könnte geneigt sein, die drei semitischen Reihen nicht den drei ersten, sondern den drei letzten der vier indischen Reihen gegenüberzustellen, der Aspiraten wegen. Doch täuscht hierbei der verschiedene Gang, den die Aspiration in den beiden Alphabeten genommen hat; im indischen Alphabete ist diese nicht, wie im semitischen in Assibilation übergegangen. Aus einer paläographischen Analyse und Vergleichung der indischen und semitischen Alphabete habe ich dieselbe Überzeugung gewonnen, dafs die dritte semitische Reihe den beiden letzten indischen zugleich entspricht. Übrigens scheint die hebräische Aussprache in der That auch zwei Reihen Tenues ausgebildet zu haben, da bekanntlich die Buchstaben *p*, *k*, *t* nach der gewöhnlichen Meinung eine Aspiration gehabt haben sollen, welche in andern Fällen nach dem Punktationssysteme durch einen hineingesetzten Punkt, das *dagesch lene*, aufgehoben wurde. Dasselbe *dagesch* findet sich auch bei den drei Mediis *b*, *g*, *d*, auferdem bei keinem andern Buchstaben. Wir würden hierdurch die vollständigen 4 indischen Reihen erhalten, die



sich allerdings auch im hebräischen Munde ausbilden konnten neben der alten Aspiratenreihe *c*, *ch*, *th*, die sich wie schon gesagt der Assibilation genähert hatte. Die Lehre vom *dagesch lene* ist manchen Schwierigkeiten unterworfen, doch scheinen mir die von Ewald (Krit. Gramm. §. 59.) entwickelten Gründe gegen die bisher angenommene Bedeutung desselben nicht überzeugend.

26. Wie im hebräischen Alphabete, so wurde im indischen später das ursprüngliche Prinzip der Anordnung vergessen. Dies verrathen schon bei Pānini die ungenauen Abtheilungen der Mutae. Sollte vielleicht auf dieser Verkennung schon der Fehler beruhen, den wir in der spätesten Reihe der reinen Tenues bemerkt haben, die Umsetzung von *pa* und *ta*? Wir finden dabei eine wohl nicht zufällige Analogie mit der andern Umsetzung in der dritten Reihe, indem auch hier der Palatal vor den Dental, der Guttural vor den Labial gesetzt worden war. Diese geflissentliche Veränderung, die wir somit der Nachlässigkeit der Abschreiber wieder abnehmen würden, verräth ihren wahren Ursprung noch mehr, wenn man vergleicht, wo die Linguale später eingesetzt wurden. Dies geschah gerade zwischen dem Palatal und Dental, so daß man für diese zweimal drei Buchstaben *c'ha*, *tha*, *tha*. *c'a*, *ta*, *ta* dieselbe Anordnung erhielt, welche die spätern Grammatiker für die Reihen der Organe durchgängig befolgten. <sup>(1)</sup>

---

(<sup>1</sup>) Die oben genannten zwischengesetzten Merkebuchstaben dienen zur kurzen Bezeichnung der einzelnen Buchstabengruppen, auf welche die Grammatiker specielle euphonische Regeln anwendeten. Dieser Regeln wegen wurden die Abtheilungen gemacht, und ihretwegen scheinen auch zu gleicher Zeit die beiden angegebenen Transpositionen gemacht worden zu sein, so daß nur die Einschaltung der Lingualen auf dem von mir angegebenen Prinzipie beruhen möchten, welches sich zugleich auch in der Anordnung der zugefügten Zischlaute zu erkennen giebt. Hierüber hat mich Hr. Burnouf belehrt, und in Bezug auf diese Stelle mir folgende Bemerkung gütigst mitgetheilt. Da er dabei die Indische Weise, die Gruppen nach Merkebuchstaben zu bezeichnen befolgt, so nenne ich hier noch diese 14 Buchstaben, was ich oben nicht gethan habe; der erste steht hinter dem ersten Abschnitte, und der vierzehnte hinter dem vierzehnten. Es sind ढ, क, ड, च, ट, ण, म, ज, य, ञ, ख, ग, ङ, ल. Das Axiom *Kha* enthält also die Buchstaben von ख, *kha*, bis zum Merkebuchstaben अ, *va*.

*L'arrangement des lettres de l'alphabet Sanscrit, tel qu'il nous est présenté par la classification attribuée à Mahés'vara, est essentiellement systématique et il a pour but de contenir d'une manière complète toutes les règles d'euphonie qui en sortent au moyen des diverses applications et sousdivisions que l'on peut faire des quatorze axiomes fondamentaux.*

Jedenfalls scheint es mir jetzt eine augenfällig nachgewiesene Thatsache, daß die älteste einem der höchsten Götter selbst zugeschriebene Anordnung des heiligen Alphabets der Inder mit der uralten semitischen Anordnung übereinstimmt. Daß wir aber gerade nur die älteste Anlage des Alphabetes wiederfinden, in welcher nur zwei Reihen Mutae ausgebildet waren und die Zischlaute *r*, *i* und *k* noch nicht zugefügt waren, nöthigt uns, dem indischen Alphabet ein sehr hohes Alterthum zuzugestehen und es in jedem Falle höher hinauf zu setzen, als der Übergang des semitischen Alphabets nach Europa statt fand, da wir hier schon die genannten Buchstaben an ihrer Stelle finden. Die Fruchtbarkeit dieses Satzes für die vergleichende Sprachforschung scheint mir nicht zu verkennen.

27. Ich gehe jetzt zu einigen Bemerkungen über andere Alphabete fort, um sie in ihrem nähern oder fernern Verhältnisse zu dem semitischen und indischen Alphabet und in Beziehung auf ihre Anordnung zu betrachten.

---

*On peut voir, en comparant ces axiomes les uns aux autres, que les lettres que chacun d'eux renferme, ont des caractères communs qui les soumettent aux mêmes lois euphoniques, et l'examen le plus rapide fait disparaître l'apparence d'arbitraire que l'on serait tenté de supposer dans la disposition des lettres qui composent chaque axiome. Par exemple pourquoi la sourde non aspirée de l'ordre des gutturales et celle des labiales sont elles séparées des sourdes aspirées et non aspirées des autres ordres, contenues dans l'axiome KhaV? Et pourquoi, d'une autre part, les aspirées de ces deux sourdes, kha et pha, ne sont elles pas réunies dans le même axiome que les sourdes non aspirées ka et pa? Cela vient de la nécessité où l'on a été de prévoir le cas où l'on emploierait l'ardhavisarga ऋ qui peut être substitué au visarga devant les sourdes gutturales et labiales. Il a fallu, d'une part, isoler les sourdes non aspirées ka et pa des autres sourdes avec lesquelles elles ont des caractères communs qui sont bien connus, et d'autre part, détacher les aspirées de ces sourdes kha et pha de l'axiome KhaV qui contient les sourdes aspirées et non aspirées moins ka et pa. Le premier but est atteint par la formation de l'axiome KapaY et le second par celle de l'axiome tchhaV. Au reste la règle que nous indiquons ici (règle qui est d'ailleurs soumise à de nombreuses exceptions, comme on peut le voir dans la grammaire sanscrite de Colebrooke p.27.) n'est qu'une des applications des axiomes KhaV et KaY. On ne pourrait faire complètement connaître l'emploi de ces deux seuls axiomes sans exposer celui des autres, non seulement des quatorze qui sont attribués à Mahés'vara mais encore de tous ceux qui en dérivent, et qui réunis aux règles de Mahés'vara, forment un total de quarante deux axiomes. Le développement de ces axiomes contient la totalité des règles euphoniques, des plus fréquentes, comme des plus rares, et des moins usitées dans la pratique. —*

Das Alter der Zendschrift ist ebensosehr, und gewiß mit mehr Grund angegriffen worden, als das der Zendsprache. Es ist bemerkenswerth, daß wir auch eine dem Zend eigenthümliche Alphabetsordnung finden. Schon Anquetil <sup>(1)</sup> machte die vier Zendalphabete bekannt, die E. Burnouf <sup>(2)</sup> zusammenstellt und genauer beurtheilt. Eins ist aus dem Zendcodex der Yeschts-sade, die drei andern aus dem großen Persischen Ravaët (MS. Anquetil n<sup>o</sup>. 12. Supplém.) genommen. Anquetil macht in den *Mém. des Bell. L.* noch ein fünftes von Darab Mobed von Surate bekannt, das weiter keinen Werth hat. Ich lasse hier zu leichter Übersicht die vier Alphabete folgen und behalte dafür die Umschreibung von E. Burnouf bei:

Ravaët I: *a. b. t. dj. q. kh. d. dh. ṫ. ṫ. r. r. z. ç. s. ch. sk. gh. f. k. g. g. l. m. hm. n. v. w. h. y. y. y. i. tch. p. j. i. u. ó. o. e. é. è. é. ã. ñ. ng. ng. ng. ú. á. th. v.*

Ravaët II: *g. g. gh. h. k. kh. ng. ng. y. ch. ç. n. dh. d. th. t. j. s. w. b. f. p. m. hm. v. a. n. y. dj. sk. tch. ng. n. v. y. a. á. i. í. o. ó. è. e. u. ú. dj. ñ. l. r. v. y. áo. ṫ. é. é. r. l.*

Ravaët III: *g. g. gh. ng. ng. a. ng. ng. q. kh. k. h. r. l. z. j. dj. s. ch. sk. z. a. ç. n. a. n. a. n. y. a. d. dh. ṫ. th. t. w. b. f. p. m. hm. v. q. y. a. y. a. z. tch. áo. v. ó. y. é. ã. m. ú. m. í. m. e. u. o. í. é. ñ. ú. m. i. m.*

Yeschts-sade: *g. g. gh. ng. ng. a. ng. ng. q. u. kh. a. y. a. k. a. h. r. l. z. j. dj. s. ç. ch. z. a. ç. n. a. n. a. n. a. y. a. d. a. dh. ṫ. th. t. v. b. f. p. m. hm. w. kh. w. y. a. y. a. z. a. ç. tch. a. áo. v. ó. e. é. ã. m. ú. m. í. m. é. v. ó. y. é. a. ñ. ú. m. í. m.*

Das erste von diesen vier Alphabeten ist von Anquetil zum Grunde gelegt worden, weil es mit der Anordnung des Pehlvi-Alphabets übereinstimmt. Herr Burnouf <sup>(3)</sup> bemerkt hierüber, daß diese Übereinstimmung noch kein Beweis für das höhere Alter dieser Anordnung sei. Er hätte ohne



<sup>(1)</sup> *Mém. de l'Acad. des Bell. Lettres* t. XXXI. p. 357. ff. und *Zend Avesta* t. II. p. 426. ff.



<sup>(2)</sup> *Yaçna* t. I. p. XL.



<sup>(3)</sup> *Yaçna* t. I. p. XXXIX: *Les raisons qu'il expose à l'appui de son choix ne me paraissent pas convaincantes. En effet de ce que les lettres pehlvies, dérivées des lettres zendes, procèdent suivant l'ordre qu'il a reproduit dans sa planche on ne peut conclure que les lettres zendes aient suivi le même ordre dans l'origine.*

Zweifel noch weiter gehen und dreist behaupten können, daß darin gerade der sicherste Beweis einer jüngern Abfassung liegt. Denn wenn wir uns weiter umsehen, woher die Anordnung des Pehlvi-Alphabets stammt, so finden wir, daß sie aus dem Neupersischen übertragen ist. Die neupersische ist die neuarabische und findet hier erst ihren wahren Erklärungsgrund. Die neue arabische Ordnung unterscheidet sich nämlich von ihrer alten im Abudschd (ABC), d.i. der altsemitischen dadurch, daß sie nicht nach den Organen sondern nach der Ähnlichkeit der Zeichen bestimmt ist. Diese Ordnung wurde mit der arabischen Schrift auch von den Persern aufgenommen hatte aber durchaus keinen innern Grund für die Pehlvi- oder Zend-Schrift, wo diese Ähnlichkeit der Buchstaben nicht vorhanden ist. Dadurch ist klar, daß die erste Anordnung im großen Ravaët eine bloß äußerliche Übertragung aus dem Neupersischen ist und uns daher hier nicht mehr beschäftigen kann.

28. Um so wichtiger sind die drei andern Alphabete, die sich sogleich als Variationen ein und derselben Anordnung erweisen, die weder mit der neuarabischen, noch mit der altsemitischen, noch endlich mit der indischen übereinstimmt und daher viel eher die Voraussetzung der Originalität rechtfertigen dürfte. Es ist zu bedauern, daß Hr. Burnouf mit seinem bekannten Scharfsinne nicht auf eine kritische Untersuchung dieser Alphabete, deren Werth er vollkommen zu schätzen weiß (p. XLII.), eingegangen ist. Eine genaue Vergleichung derselben und eine darauf gegründete Wiederherstellung der allen dreien zum Grunde liegenden Ordnung hat mir gezeigt, daß sich daraus manche nicht unwichtige Bemerkungen ergeben über den Werth der einzelnen Zend-Buchstaben, der noch immer nicht überall außer Zweifel gesetzt ist, selbst nach den scharfsinnigen und eindringenden Behandlungen von Bopp und Burnouf.

Die Anordnung im Ravaët n. II. ist besonders im Anfange und am Ende bei den Vocalen am meisten alterirt. Auch liegen hier folgende Fehler der Abschreiber auf der Hand. Im 4<sup>ten</sup> Absatz ist statt , *j*, zu lesen , *s*.

n. 12. statt , *an*, ein , *q*.

n. 22. statt , *dj*, ein , *ā*.

Dagegen ist die Partie 6-15 für die beiden andern Alphabete im Ganzen zum Grunde zu legen. Am correctesten ist die Anordnung im Ravaët n. III.



Es sind nur an einigen Stellen unrichtig wiederholte Buchstaben zu streichen und im letzten Abschnitte  $\mathfrak{y}$ ,  $u$ , zu schreiben, statt  $\mathfrak{y}$ ,  $\hat{u}$ . Die Anordnung in den Yeschts ist ebenso vollständig, aber weniger correct.

n. 7. ist  $\mathfrak{a}$ ,  $a$ , zu schreiben statt  $\mathfrak{a}$ ,  $\mathfrak{c}$ .

n. 17.  $\mathfrak{sk}$ , statt der 3 Buchstaben:  $\mathfrak{a} \mathfrak{a} \mathfrak{z}$ ,  $z a \mathfrak{c}$ .

n. 26.  $\mathfrak{y}$ ,  $u$ , statt  $\mathfrak{y}$ ,  $\hat{u}$ .

n. 27.  $\mathfrak{i}$ ,  $i$ , statt  $\mathfrak{i}$ ,  $\hat{i}$ .

Für den zweiten Buchstaben in allen drei Alphabeten  $\mathfrak{a}$  wäre ich sehr geneigt  $\mathfrak{a}$ ,  $a$ , zu lesen. Anquetil giebt diesen Buchstaben als eine besondere Nüance von  $g$ ; Rask verwirft den Buchstaben, Bopp desgleichen; Burnouf versichert ihn zwar sehr selten aber doch gefunden zu haben in den Handschriften von Anquetil, und ich habe mich wenigstens mit eigenen Augen überzeugt, dafs er in den Alphabeten deutlich unterschieden ist: das erste Alphabet im grofsen Ravaët hat ihn nicht <sup>(1)</sup>.

(1) Herrn E. Burnouf's besonderer Gefälligkeit verdanke ich noch folgende Mittheilung: *J'ai retrouvé récemment dans un volume de melanges faisant partie du Fond d'Anquetil (No. 7. fol. 86. rv.) une autre classification des lettres zendes qui présente de grands rapports avec les No. II. et III. de ma planche, mais qui au même temps offre quelques particularités qu'il est bon de noter. Voici cet ordre:*

1)  $g$ .  $g$ .  $gh$ . — 2)  $h$ .  $k$ . — 3)  $kh$ .  $ng$ .  $ng$ . — 4)  $y$ .  $ch$ . — 5)  $r$ .  $z$ . — 6)  $\mathfrak{c}$ .  $n$ . — 7)  $d$ .  $dh$ . — 8)  $t$ .  $th$ . — 9)  $j$ .  $s$ . — 10)  $w$ .  $b$ . — 11)  $f$ .  $p$ . — 12)  $m$ .  $hm$ . — 13)  $v$ .  $q$ . — 14)  $y$ .  $dj$ . — 15)  $sk$ .  $tch$ . — 16)  $y$ .  $q$ . — 17)  $ng$ .  $ng$ .  $n$ . — 18)  $\hat{e}$ .  $\hat{e}$ . — 19)  $a$ .  $\hat{a}$ . — 20)  $i$ .  $\hat{i}$ . — 21)  $u$ .  $\hat{u}$ . — 22)  $o$ .  $\hat{o}$ . — 23)  $e$ .  $\hat{e}$ . — 24)  $\tilde{a}$ .  $\tilde{n}$ . — 25)  $(l)$ .  $r$ . — 26)  $v$ .  $y$ .  $\hat{a}o$ . — 27)  $\mathfrak{t}$ . —

*Je me propose de m'expliquer au commencement de mon second volume sur cette classification qui me paraît la plus originale de celles que nous connaissons. Je remarquerai seulement en passant que la forme  $\mathfrak{z}$  donnée à la nasale  $\mathfrak{z}$  m'est inconnue dans les mss. où je ne l'ai jamais rencontrée; que la forme  $\mathfrak{u}$  n'est autre chose que  $\mathfrak{y}$  à la fin des mots; et que  $\mathfrak{H}$  est le  $l$  pehlvi. —*

Dieses Alphabet ist durchaus eine Wiederholung von Rav. n. II. aber mit dem grofsen Vorzuge, dafs es weit correcter ist. Die Fehler, die ich in n. II. schon verbessert hatte, finden sich, aufser dem ersten hier wirklich vermieden, und giebt überdies noch an vier Stellen die richtigere Lesart. Ebenso genau gehören Rav. III. und das Alphabet der Yeschts-sade zusammen, so dafs wir, abgesehen von der neupersischen Ordnung Rav. I., im Grunde nur zwei Variationen der altpersischen haben, da von diesen vier Alphabeten je zwei genau zusammengehören. Wenn wir die einzelnen Nummern des neuhinzugekommenen Alphabets durchgehen, namentlich in Vergleich mit Rav. II., so ergeben sich folgende Bemerkungen. n. 1. 2. stimmen mit Rav. II. — n. 3. desgleichen bis auf das letzte Zeichen. Wir finden Rav. II.  $\mathfrak{z} \mathfrak{a} \mathfrak{c}$ ,  $kh$ ,  $ng$ ,



Nach dieser Aufzählung der zunächst liegenden Fehler, bleibt ungefähr folgendes Alphabet übrig, welches ich jedoch noch keineswegs für das ursprüngliche ausgeben möchte. Ich habe, wie schon gesagt, nur die auf der Hand liegenden Fehler daraus entfernt. Die Benutzung für die Sprache kann erst aus einer weitem kritischen Untersuchung hervorgehen. Mein Zweck war hierbei hauptsächlich, auch im alten Zendalphabet das Prinzip organischer Anordnung nachzuweisen. Dieses ist aber im folgenden Alphabet nicht zu verkennen:

---

$\bar{n}g$ ; hier:  $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$ ,  $kh$ ,  $\bar{n}g$ , und noch einmal dasselbe Zeichen mit einem Striche nach unten, den Hr. Burnouf in den Handschriften nicht gefunden zu haben versichert. Wenn wir no. 18. und 23. damit vergleichen, so kann es wohl nicht zweifelhaft sein, daß es dasselbe Zeichen wie  $\mathfrak{z}$  aber als Finalbuchstabe sein soll. Durch diese Finalzeichen ist dieses Alphabet überhaupt wichtig. Offenbar wurden sie nur selten von den Abschreibern gebraucht; daher kommt es, daß in den übrigen Alphabeten statt ihrer das gewöhnliche Zeichen noch einmal wiederholt wurde, wovon ich den Grund bisher nicht einsah. So ist Rav. III. n. 2. gewiß auch zu schreiben  $\mathfrak{z}\mathfrak{z}$  statt des doppelten  $\mathfrak{z}$ ; ebenso an derselben Stelle in den Yeschts. Endlich fehlt in unserer Nummer noch  $\mathfrak{w}$ ; doch ist es wohl vielmehr in Rav. II. zu streichen, da es in beiden Alphabeten sich weiter unten n. 17-15. noch findet und daselbst an seiner Stelle sein dürfte. — n. 4. ist hier, wie Rav. II.  $\mathfrak{y}\mathfrak{y}$  in  $\mathfrak{y}\mathfrak{y}$  zu verbessern. — n. 5. fehlt im Rav. II. ganz, ist aber gewiß aus diesem zu ergänzen, da  $\mathfrak{z}$ ,  $\mathfrak{z}$ , sonst ganz fehlen würde. Auch  $\mathfrak{r}$ ,  $\mathfrak{r}$ , scheint hierher zu gehören, und unten nur noch einmal als Erklärung des Pehlvi  $\mathfrak{l}$  wiederholt zu sein. — n. 6. ist wie Rav. II. — n. 7. und 8. sind umgestellt im Rav. II. und hier scheint das letztere zu befolgen, womit auch für n. 7. die beiden andern Alphabeten stimmen. — n. 9-12. wie Rav. II. — n. 13. steht hier richtig  $\mathfrak{w}$  statt  $\mathfrak{y}\mathfrak{y}$ , was wir schon im Rav. II. verbessert haben. — n. 14. 15. stimmen mit Rav. II. nur sind die verschiedenen  $\mathfrak{y}$  verwechselt. — n. 16. 17. entsprechen Rav. II. n. 15. — n. 18. ist im Rav. II. in die vorletzte Stelle verwiesen worden; es gehört ursprünglich wahrscheinlich weder hierher noch dorthin; jedenfalls ist aber das Schluszeichen  $\mathfrak{w}$  an die Stelle des im Rav. II. wiederholten  $\mathfrak{y}\mathfrak{y}$  zu setzen. — n. 19. 20. stimmen überein. — n. 21. hat hier seine richtige Stelle, und ist Rav. II. fälschlich hinter die getrübten Vocale gesetzt worden. — n. 22. stimmt. — n. 23. desgl., nur sind Rav. II. die beiden Figuren fälschlich umgesetzt. Über den Buchstaben  $\mathfrak{f}$  geben die gemachten Vergleichen Aufschluß. — n. 24. ist im Rav. II. schon verbessert worden und findet sich hier richtig. — n. 25-27. stimmen; nur ist hier  $\mathfrak{t}$  unter einer besondern Nummer. — Im Rav. II. folgen jetzt noch die beiden  $\mathfrak{z}$ , die schon erwähnt sind, und werden  $\mathfrak{r}$  und  $\mathfrak{l}$  noch einmal wiederholt, um, wie es scheint, die 27 Abschnitte voll zu machen, die das Originalalphabet wahrscheinlich hatte. Denn wenn wir im Rav. III., wie es die Vocalendung durchaus verlangt, im vorletzten Abschnitte  $\mathfrak{w}$  von den folgenden Buchstaben durch einen Punkt trennen (vgl. d. Yeschts), so haben alle 4 Alphabeten 27 Abschnitte, obgleich die einzelnen Nummern in allen vier sehr verschieden vertheilt sind.









| I.                     | II.               | III.                  |
|------------------------|-------------------|-----------------------|
| 1. <i>ga. gh.</i>      | 1. <i>dh-d.</i>   | 1. <i>áo.</i>         |
| 2. <i>ng. ng.</i>      | 2. <i>th-t.</i>   | 2. <i>ó.</i>          |
| 3. <i>ang. ng.</i>     | 3. <i>c-b.</i>    | 3. <i>yé.</i>         |
| 4. <i>qu. kha. ya.</i> | 4. <i>f-p.</i>    | 4. <i>ám.</i>         |
| 5. <i>ka. hr. l.</i>   | 5. <i>m-hm.</i>   | 5. <i>ím.</i>         |
| 6. <i>z. j. dj.</i>    | 6. <i>w-q.</i>    | 6. <i>ím.</i>         |
| 7. <i>sa. ch.</i>      | 7. <i>y-dj.</i>   | <i>c. u. o. í. i.</i> |
| 8. <i>çn.</i>          | 8. <i>sk-tch.</i> | 7. <i>añ.</i>         |
| <i>ananya.</i>         |                   | 8. <i>um.</i>         |
|                        |                   | 9. <i>im.</i>         |

n.I. enthält die Gutturale und die meist aus ihnen hervorgegangenen Zischlaute; n.II. die Dentale und Labiale, so angeordnet, daß immer die Aspi-  
rate oder Liquida der entsprechenden Muta vorausgeht. Diese Anordnung  
ist namentlich für die spätern Nummern wohl zu beachten; n.III. enthält  
die Vocale in drei analogen Abtheilungen. Verschiedene gewiß nicht ur-  
sprüngliche Unregelmäßigkeiten, so wie die durch moderne Alphabete nur  
sehr unvollkommen zu erreichende Lautübersetzung stören noch immer den  
leichten Überblick des Ganzen, dessen innere gesetzmäßige Anordnung auch  
im Einzelnen bei genauerer Untersuchung immer deutlicher hervortritt. Der  
Übergang von den Gutturalen zu den Dentalen und von hier zu den Labia-  
len ist eine Übereinstimmung mit der indischen Anordnung, die nicht zufäl-  
lig scheint. Auch ist die häufige Zufügung eines *a* hinter den Consonanten  
sehr bemerkenswerth und schon von Burnouf als auf indischen Einfluß  
hindeutend angesehen worden, so daß diese beiden Bemerkungen in der  
That die Vermuthung wahrscheinlich machen, daß dieses Prinzip der An-  
ordnung von einem Volke zum andern übergegangen ist. Burnouf nimmt,  
wie schon bemerkt, indischen Einfluß auf das persische Alphabet an und  
macht noch darauf aufmerksam, daß in der That alle Manuscripte, die diese  
Alphabete enthalten, durch Perser in Guzarate geschrieben worden sind,  
wo das Dêvanâgari-Alphabet bekannt sein mußte, während es noch nicht  
ausgemacht ist, daß dieselbe Anordnung im eigentlichen Persien gebraucht  
wurde. Indessen ist hierbei wohl zu bedenken, daß, wenn der persischen  
Anordnung die klare und einfache indische zum Muster gedient hätte, man  
gewiß nicht vernachlässigt haben würde, diesen Vorzug der Einfachheit und

überlegten Consequenz auch mit herüberzunehmen. Dagegen erscheint die persische Ordnung viel complicirter und mehr auf eine historische Entwicklung hinweisend als die indische, in welcher eine Alles auf einmal ordnende Hand nicht zu verkennen ist. Hierzu kommt, daß wir in Indien in der That eine ältere Ordnung, die bei Pānini kennen und folglich eine willkürliche Umänderung derselben zu irgend einer Zeit annehmen müssen. Die Zeit dieser Veränderung kennen wir nicht; es scheint mir daher, daß sich die Vermuthung von mehreren Seiten rechtfertigen läßt, daß sich die persische Anordnung in Persien selbst ausgebildet hat, schwerer in den Einzelheiten ihrer Organisation zu begreifen aber um so wichtiger für fernere Untersuchung, daß diese in ihren allgemeinen Zügen gerade vermittelt der Parsen in Indien den Indiern bekannt wurde, und von diesen dann aufgenommen und zu der jetzigen Ordnung des Dévanāgari verarbeitet wurde.

29. Hiermit ist das absolute Alter der persischen Anordnung keineswegs schon bestimmt. Diese Frage hängt mit der über das Alter der Zendschrift überhaupt, und über deren Verhältniß zur Keilschrift zusammen, welches letztere bisher noch von niemand untersucht worden ist. Daran ist nicht zu zweifeln, daß die Zendschrift eine semitische Schrift sei, wie schon Kopp nachgewiesen hat. Erskine und Rask sind der Meinung, daß die Zendschrift nur eine Übertragung der Pehlyvischrift sei und folglich nicht älter als diese d. h. aus der Zeit der Sassaniden. Dies scheint auch in der That die richtige Meinung gegen Anquetil und Kopp zu sein.

Die Zendschrift kann in keiner unmittelbaren Verbindung mit der Keilschrift stehen, da diese letztere nach den bisherigen Forschungen wie das Dévanāgari von der Linken zur Rechten zu lesen ist. Mir scheint die Vermuthung nicht fern zu liegen, daß die alten Perser eine der Keilschrift, die wesentlich Monumentenschrift ist, entsprechende Bücherschrift hatten, die uns verloren gegangen ist. Man hat bisher allgemein so viel Gewicht auf die Einfachheit des der Keilschrift zum Grunde liegenden Elementes gelegt. Ein geistreicher und gelehrter Mann sagt: „die Keilschrift sei in ihren Bestandtheilen so einfach, daß sie alle Kennzeichen einer Urschrift an sich trage. Sie sei aus nicht mehr als zwei Zeichen gebildet, dem Keile und dem Winkelhaken. Mit weniger sei es unmöglich eine Buchstabenschrift zu bilden.“ Die meisten übrigen Schriften sind aber aus bloßen Strichen gebildet, und der glatte Strich ist doch gewiß noch einfacher als der Keil, den

ich übrigens in seinem Ursprunge nur für das natürliche Produkt des Meißels halte, der in Stein arbeitet. Es kommt nicht auf die Einfachheit dieses Elementes, sondern auf die der ganzen Buchstabenfiguren an. Die Figuren der Keilbuchstaben werden uns aber erst kenntlich, wenn wir die Keile in Striche verwandeln und in ihre natürliche Verbindung bringen; dann ergibt z.B. die Figur des *c*, , im Namen des Xerxes einen dem phönizischen  sehr ähnlichen Buchstaben ; das *r*, , wird ; das *sch*, , wird , gerade die umgekehrte Form vom sassanidischen *schin*, , u.s.w. Über die Keilschrift wird hoffentlich die baldige Bekanntmachung der von dem unglücklichen Reisenden Schultz in Armenien gesammelten 43, zum Theil vortrefflich erhaltenen und mit der größten Sorgfalt kopirten, Inschriften neues Licht verbreiten. Sie sind nebst den übrigen hinterlassenen Papieren desselben zur Publication, welche die Pariser Asiatische Gesellschaft übernommen hat, fertig.

Für unsern Zweck genügt es zunächst, nachgewiesen zu haben, daß die unbezweifelt ältere Anordnung des Zendalphabets unter den beiden, die uns bekannt sind, wenn nicht nach demselben Principe wie das semitische und altindische, doch auch nach den Organen, und zwar mit unverkennbarer Analogie des neuindischen Alphabets, bestimmt wurde.

30. Betrachten wir die Keilschrift in der angedeuteten Reduction, so sehen wir, ohne uns irgend für eine nähere Verwandtschaft derselben mit einer andern Schrift zu entscheiden, dennoch in diesen Figuren eine auffallende Annäherung an die asiatisch-europäischen Schriften im Allgemeinen, gegenüber der ägyptischen Hieroglyphenschrift. Nehmen wir nun an, wohin eine reifliche Überlegung von allen Seiten zu führen scheint, daß auch die semitisch-indische, wie alle Buchstabenschrift, auf eine solche Bilderschrift zurückführt, so sehen wir in den ägyptischen Hieroglyphen diesen primitiven Zustand noch festgehalten, und könnten daher erwarten, daß die ägyptische Schrift uns auch in andern Punkten die frühesten Zustände alphabetischer Schriftentwicklung nachweisen oder bestätigen dürfte.

Es wäre daher sehr wichtig, die Anordnung des altägyptischen Alphabetes zu kennen. Daß eine solche existirte, so wie überhaupt ein fest umschriebenes Alphabet, ist schon im voraus sehr wahrscheinlich, da die Ägypter schon in den ältesten Zeiten eine wirklich phonetische Schrift hat-



ten <sup>(1)</sup>. Wir haben aber auch zwei wichtige positive Nachrichten von Plutarch darüber. *De Iside* p. 374. sagt er: Ποιεῖ δὲ τετράγωνον ἢ πεντὰς ἀφ' ἑαυτῆς, ὅσον τῶν γραμμάτων παρ' Αἰγυπτίοις τὸ πλῆθος εἶναι. Das griechisch-koptische Alphabet existirte noch nicht, es kann daher nur von den alt-ägyptischen Buchstaben die Rede sein. Diese waren also, zur Zeit des Plutarch wenigstens 25 an der Zahl. Er giebt uns ferner in den *Sympos. Quaest.* IX, 3. p. 738. folgende Nachricht über den ersten Buchstaben des ägyptischen Alphabets: Ἐρμῆς λέγεται θεῶν ἐν Αἰγύπτῳ γράμματα πρῶτος εὐρεῖν· διὸ καὶ τῶν γραμμάτων Αἰγύπτιοι πρῶτον Ἰβιν γράφουσι, οὐκ ὁρθῶς κατὰ γε τὴν ἔμην δόξαν, ἀναύδῳ καὶ ἀφ' ὁνόματι προεδρίαν ἐν γράμμασι ἀποδόντες. Die Ägypter hätten den ersten Buchstaben ihres Alphabets durch den dem Hermes (Thoth) geweihten Vogel Ibis dargestellt, und hätten unrecht gehabt, einem stummen Consonanten dadurch die erste Stelle im Alphabete einzuräumen. Jablonski im *Panth. Aeg.* II. p. 162. bespricht diese Stelle und schließt daraus, daß die Ägypter ihr Alphabet mit Θ angefangen hätten, denn dies sei der Anfangsbuchstabe des Thoth (Hermes), dem der erste Buchstabe des Alphabets, wie auch der erste Monat im Jahre (Thoth) geweiht sei. Ich will im Folgenden meine Gründe für die Meinung zu entwickeln suchen, daß der bezeichnete erste Buchstabe ein Hauch war, wie im semitischen Alphabete.

31. Es ist jetzt hinlänglich bekannt, daß die Ägypter die einzelnen Buchstaben durch Gegenstände bezeichneten, deren ägyptischer Name mit eben diesem Buchstaben anling. Sobald dieses Gesetz von Champollion

---

(<sup>1</sup>) Wer noch immer an den Hauptentdeckungen Champollion's, namentlich an seinem Hieroglyphenalphabet zweifelt, hat es sich selbst zuzuschreiben, daß er noch unwissend über eine der wichtigsten Entdeckungen der neuern Wissenschaft geblieben ist; die Sache selbst liegt schon längst klar vor. Ich freue mich, das Deutsche Publikum bei dieser Gelegenheit zuerst auf ein bald erscheinendes Werk aufmerksam zu machen, welches von einem ausgezeichneten Schüler Champollion's, Fr. Salvolini, jetzt in Paris gedruckt wird, unter dem Titel: *Analyse grammaticale raisonnée de différens textes anciens égyptiens. Trois volumes gr. in 4°; ouvrage dédié à S. M. le roi de Sardaigne.* Der erste Theil, der unter der Presse ist, wird 1. ein vervollständigtes Hieroglyphenalphabet enthalten mit Nachweisung aller Fakta, worauf die Lesung jedes Zeichens beruht, 2. eine kritisch-grammatikalische Analyse der beiden ägyptischen Texte der Inschrift von Rosette, 3. eine demotisch-ägyptische Grammatik als Fortsetzung der so eben erscheinenden hieroglyphischen Grammatik von Champollion. Der Verfasser hat sich dem Publikum schon durch mehrere kleine Schriften auf diesem Felde vortheilhaft bekannt gemacht. —



gefunden war, fing man an, sich zu verwundern, warum man dies nicht schon längst aus der vielbesprochenen Stelle bei Clemens Alexandrinus abgenommen habe, der ausdrücklich die phonetischen Hieroglyphen als Anfangsbuchstaben in den Worten bezeichne: ἡ μὲν (γραμματῶν μέθοδος) ἐστὶ διὰ τῶν πρώτων στοιχείων, κυριολογική. Diese Erklärung wurde indessen mit Recht von Letronne gänzlich abgewiesen, welcher die ganze Stelle in der ersten Ausgabe des *Précis hiéroglyphique* von Champollion besprach. Er machte bemerklich, daß in diesem Falle eine nähere Erklärung durch irgend einen Zusatz unumgänglich nothwendig gewesen wäre. Seine eigene Meinung über diese Worte ging dahin, daß Clemens unter den πρώτα στοιχεία das alte Kadmeische Alphabet von 16 Buchstaben gemeint habe, welche er wie *Plut. Symp.* IX, 3. πρώτα genannt habe, und als Griechen zu Griechen sprechend wohl hätte verstanden werden können.

Diese von mehreren Gelehrten gebilligte Meinung wurde von andern verworfen, die noch immer die erste Erklärung vertheidigten. In der That bleibt außer den Schwierigkeiten, die H. Letronne selber später zu einer Änderung seiner Meinung bewogen, derselbe Einwurf unbesiegt, den er gegen die andere Erklärung geltend gemacht hatte. Clemens hätte auch in diesem Falle das πρώτα durch einen Zusatz näher umschreiben müssen.

In der 2<sup>ten</sup> Ausgabe des *Précis* (1828. p. 376-399) wendete H. Letronne noch mehr Sorgfalt auf die Erklärung dieser wichtigen Stelle und namentlich der beiden Worte πρώτων στοιχείων. Er gab seine erste Meinung gegen eine zweite auf, nach welcher die πρώτα στοιχεία die ursprünglichen einfachsten Laute der Sprache überhaupt bezeichnen sollten. (*Le mot πρώτα se rapporte non à l'alphabet primitif, tel qu'était l'alphabet phénicien, mais aux sons primitifs, en général, c'est-à-dire, aux plus élémentaires et aux plus simples de tous.*) Er fand eine Bestätigung dieser Erklärung in dem von Champollion aufgestellten Hieroglyphenalphabet, in welchem allerdings gewisse Lautunterschiede noch unausgebildet erscheinen, und daher einfacher und ursprünglicher als das griechische Alphabet sei. Es ist aber zu bemerken, daß kein alter Schriftsteller eine Idee von ursprünglicheren und unursprünglicheren Buchstaben hatte; die Griechen wußten wohl, daß in ihrem Alphabet gewisse Buchstaben später aufgenommen worden waren, aber sie hatten keine Ahnung davon, daß der Grund davon in der Natur dieser Laute selbst liege, und daß ein Alphabet, wo diese Buchstaben sich

noch nicht in der Sprache gesondert haben, ein primitives genannt werden könne. Übrigens bleibt auch hier noch der frühere Einwurf, daß Clemens das *πρῶτα* hätte näher umschreiben müssen, wenn er verständlich sein wollte.

Endlich ist über die besprochene Stelle noch eine besondere Brochüre erschienen, unter dem Titel: *Examen d'un passage des Stromates de St. Cl. d'Alex. relatif aux écritures égyptiennes par M. E. Dulaurier. Paris 1833.* Der Verfasser geht wieder ganz auf die Erklärung der Stelle durch Zoëga<sup>(1)</sup> zurück und glaubt, daß Clemens die phonetischen Hieroglyphen gar nicht gekannt und in den streitigen Worten bezeichnet habe. (*Il résulte du mémoire actuel, que St. Clément, non plus que les autres auteurs de l'antiquité, n'ont jamais fait mention des hiéroglyphes phonétiques, soit comme élément accessoire, soit comme élément vital du système hiéroglyphique: en conclure que des caractères de son n'étaient point admis dans l'écriture sacrée, ce serait fermer les yeux à la lumière, pour en nier l'existence; etc.*)

Die Stelle im Zusammenhange heisst: *Αὐτίκα οἱ παρ' Αἰγυπτίοις παιδευόμενοι, πρῶτον μὲν πάντων τῶν αἰγυπτίαν γραμμάτων μέθεδον ἐκμανθάνουσι, τὴν ἐπιστολογραφικὴν καλουμένην· δευτέραν δὲ, τὴν ἱερατικὴν, ἣν χρῶνται οἱ ἱερογραμματεῖς· ὑσάτην δὲ καὶ τελευταίαν, τὴν ἱερογλυφικὴν· ἥς ἡ μὲν ἐστὶ διὰ τῶν πρῶτων στοιχείων, κυριολογικὴ· ἡ δὲ συμβολικὴ· τῆς δὲ συμβολικῆς ἡ μὲν, κυριολογεῖται κατὰ μίμησιν. ἡ δ' ὥσπερ τροπικῶς γράφεται. ἡ δὲ, ἀντικρὺς ἀλλοιογεῖται κατὰ τινας αἰτιγμοὺς· etc.* Es würde gewiss jederman zufrieden sein, wenn das *πρῶτα* ganz fehlte und Clemens nur sagte, daß eine Gattung der Hieroglyphen Buchstabenschrift, die andere symbolische Schrift sei. Das erwartet man und stimmt mit unserer Kenntniß der Hieroglyphen überein. Die folgenden Stellen aus Eusebius werden nun überzeugen, daß wenigstens zu seiner Zeit, etwas über 100 Jahre nach Clemens, und wenn die von ihm citirte Stelle aus Philo Byblius, wie zu erwarten ist, wörtlich treu ist, auch etwas über 100 Jahre vor Clemens, der Ausdruck *πρῶτα στοιχεία*, die ersten Elemente, nämlich der Sprache, völlig gleichbedeutend mit *στοιχεῖα* oder *γράμματα* gebraucht wurde, und ganz einfach Buchstabenschrift hier bezeichnen soll.<sup>(2)</sup>

<sup>(1)</sup> *De Usu et Or. Obelisc.* p.439.

<sup>(2)</sup> Ich bemerke hier, daß H. Letronne, bei einer mündlichen Mittheilung dessen, was

*Euseb. Praepar. Evang.* I, 10. führt aus Philo Byblius die Worte an: *Τάαυτος, ὃς εὗρε τὴν τῶν πρώτων σοιχείων γραφὴν*, Thoth, welcher die Buchstabenschrift erfand. Wollte man hierin denselben zweifelhaften Ausdruck, wie bei Clemens finden, was ganz unstatthaft ist, wenn man die Stelle im Zusammenhange liest, so vergleiche man noch folgende Stellen aus der *Praeparatio Evangelica*. X, 5: *Πρῶτος ὁ τὰ κοινὰ γράμματα, αὐτὰ δὲ τὰ πρῶτα τῆς γραμματικῆς σοιχεῖα*, Ἕλλησιν εἰσηγησάμενος *Καδμος*, und etwas weiter: *ταῦτα μὲν οὖν μοι περὶ τῶν πρώτων σοιχείων εἰρήσθω*, nachdem er vom semitisch-griechischen Alphabete gesprochen hatte. XI, 6. sagt er vom hebräischen Alphabete: *αὐτίκα δὲ καὶ τῶν πρώτων τῆς γραμματικῆς σοιχείων*, Ἕλληνες μὲν οὐκ ἂν ἔχοιεν τὰς ἐτυμολογίας εἰπεῖν und endlich X, 1: die Griechen hätten von den Barbaren die Geometrie, Arithmetik, Musik, Astronomie, Medicin, *αὐτά τε τὰ πρῶτα τῆς γραμματικῆς σοιχεῖα* und viele andere nützliche Künste geholt. Wie dieser Ausdruck der gewöhnliche werden konnte, ist leicht begreiflich; die von Letronne angeführte Stelle von *Dionys. Hal. De compos. verbor.* c. 14. giebt selbst die beste Erklärung: *ὅτι πᾶσα φωνὴ τὴν γένεσιν ἐκ τούτων λαμβάνει πρώτην, καὶ τὴν διάλυσιν εἰς ταῦτα ποιεῖται τελευταίαν*. Die Buchstaben sind die ersten und letzten d. h. die einfachsten Elemente der Sprache.

32. Wenn somit aller Zweifel über den Sinn der Worte bei Clemens gehoben zu sein scheint, so bleibt doch die Entdeckung von Champollion, daß jeder Buchstabe durch einen Gegenstand bezeichnet wurde, dessen Name damit anfang, nicht weniger richtig. Man sehe darüber Champoll. *Préc.* p. 360. ff. 2<sup>e</sup> Ausg. Die Sache bestätigt sich übrigens bei jedem Schritte, den man auf diesem Felde thut. Dieses Prinzip stimmt aber auffallend mit der Wahl der semitischen Buchstabennamen überein, die gerade auch lauter Gegenstände benennen, die mit dem zu bezeichnenden Buchstaben anfangen. Dasselbe Gesetz finden wir in der Wahl der Runennamen, wo *ur*, der Stier, *u*, *thurs*, der Riese, *th*, *ós*, die Thüre, *o* u. s. w. bezeichnen. Im Ägyptischen sehen wir statt dieser Namen die abgebildeten

---

ich über die Stelle bei Clemens beigebracht habe und damals schon niedergeschrieben hatte, nichts Neues dadurch erfahren hat. Er versicherte mir, daß er namentlich die Stelle aus Philo Byblius in seinen Adversarien schon notirt und seine früheren Erklärungen der Stelle aufgegeben habe. Die übrigen Stellen aus Eusebius tragen nur dazu bei, die Überzeugung noch zu bestärken, die sich allerdings schon bei dieser ersten Parallelstelle aufdrängen mußte.

Gegenstände selbst. Der Mund, *ro*, bezeichnet *r*; die Hand, *tot*, *t*; die Nachteule, *mulag'*, *m*, u. s. w.

Diese bemerkenswerthe Übereinstimmung zwischen der Bezeichnung der semitischen und altägyptischen Buchstaben hat um so mehr Gewicht, wenn man darauf geachtet hat, wie groß auch in vielen andern Punkten die Ähnlichkeit zwischen dem semitischen und ägyptischen Alphabete ist. Mehreres hat darüber schon Champollion beigebracht; sie ist aber noch weit durchgreifender, als er geahnt hat; doch ist hier nicht der Ort dies zu entwickeln. Ich habe nur darauf aufmerksam machen wollen, um für meine Ansicht mehr Eingang zu finden, daß auch das ägyptische *A* kein reiner Vocal in unserm Sinne, sondern ganz wie *ä* ein mit *a* verbundener Hauch war. Dieser Hauch galt wie bei den Hebräern als das eigentlich alphabetische Element, daher es von den Griechen für eine Muta angesehen werden konnte. Plutarch sagt, daß der erste ägyptische Buchstabe durch den Vogel des Thoth, den Ibis, bezeichnet werde. Der Ibis heißt ägyptisch *ḥip*, *hip*, und könnte daher nach dem bekannten Gesetze *h* bezeichnen; dieser Vogel kommt aber nie als phonetische Hieroglyphe vor, sondern nur als Symbol des Thoth.

33. Es scheint hier aber eine Verwechselung des Vogels des Thoth mit dem Vogel des Hor, dem Sperber, zum Grunde zu liegen, die wir unten näher besprechen werden. Die gewöhnlichste Bezeichnung des *ä* ist der Sperber, oder der Adler. Früher nannte Champollion diesen Vogel immer Sperber; später sah er, daß beide Vögel in der That auf den Monumenten deutlich unterschieden werden können, und der Adler, kenntlich durch seinen an der Spitze gekrümmten Oberschnabel, schien noch regelmäßiger dem *ä*, *a*, zu entsprechen, da sein ägyptischer Name *ahóm* mit *ä* beginnt. Es ist indessen kein Zweifel, daß auch der eigentliche Sperber, der Vogel des Horus, statt des Adlers gefunden wird. Für den Sperber war der Name *bég'*, bei Horapollon *βαῖψ*, bekannt; er bezeichnet aber nie *b*. Peyron in seinem so eben vollendeten *Lexicon Copticum* führt dafür aber auch den Namen *has'et*, an aus dem *Cod. Paris.* 44. f. 22. und Zoëga *Cat.* p. 655. Im erstern wird es erklärt: *الشاهين الايص*, *falco, falconis species generosa*, und f. 25. durch die griechischen Worte *γαζαίου εικτίς*, welche Peyron verbessert *ἰεραξ*, *accipiter*, und *ἰκτίς*, *milvus*. Ein dritter Name für den Sperber *hibui*, ist zweifelhaft. *Has'et*, der



Edelfalke, dürfte aber der ägyptische Name sein, welcher zu dieser Bezeichnung des *ⲁ* Veranlassung gegeben hat. Champollion sondert streng die Hieroglyphen für die einzelnen Vocale von denen für *h*, und allerdings bezeichnet die Kette (richtiger vielleicht der Strick *hag'i*) und die mäandrische Figur, die beiden gewöhnlichsten Bezeichnungen für *h*, eine stärkere Aspiration. Ich bin aber zu der bestimmten Überzeugung gelangt, daß das ägyptische Alphabet seinem Wesen nach, ganz wie das semitische, syllabisch war, und diesen Charakter, wie alle übrigen Alphabete erst allmählig, aber bis in die letzten Zeiten nur theilweise und in bestimmten Grenzen, abgelegt hat. Ich kenne sehr wohl die Einwürfe, die schon längst gegen die Syllabilität des Ägyptischen erhoben worden sind, aber es ist hier nicht der Ort, auf diese umfassende Frage weiter einzugehen. Es ist auch in vieler Hinsicht für fernere Untersuchungen nicht störend, wenn man, wie bisher, fortfährt den Namen des Hadrian, wenn er mit dem Sperber geschrieben ist (*Rosell. Mon. t. II. Kaiser n. M. M<sup>e</sup>.*) *A-drianus* zu lesen, und die Aspiration für ausgelassen zu erklären, und wenn er mit dem Mäander geschrieben ist (*Rosell. Mon. M f. Champ. Préc. n. 150.*) *H<sup>a</sup>-drianus* zu lesen, und den Vocal, wie so oft, für ausgelassen zu erklären. Es ist nur zu bemerken, daß dergleichen Verwechselungen zwischen den Vocalzeichen aller Art und den Hauchzeichen gar häufig sind. Die Ägypter hatten gewiß viel mehr verschiedene Hauche, als bisher erkannt worden sind; ich halte sie alle für syllabisch. Der Sperber war ein sehr schwacher Hauch und ist seiner Natur nach in aller Beziehung mit dem hebräischen *ⲁ* zusammenzustellen; daher wurde auch das einfache, unaspirirte *a* der griechischen und römischen Namen hieroglyphisch in der Regel durch den Sperber ausgedrückt, gerade wie es ziemlich früh von den Hebräern durch *ⲁ* wiedergegeben wurde.

Es wäre nun zu erwarten, daß wenn die Ägypter wie die Semiten ihren Buchstaben bestimmte Namen gaben, ihr erster Buchstabe *has'et* geheissen habe. Ich vermuthe aber, daß dieser erste Buchstabe nicht mit dem Namen des Vogels selbst, sondern mit dem des Gottes benannt wurde, dem er heilig war, *Hor* oder *Har*. Ja ich zweifle kaum, daß uns dieser Buchstabenname wirklich noch erhalten, und kein anderer als das *hori* im koptischen Alphabete ist. Das koptische Alphabet ist bekanntlich das griechische, dessen Ordnung und Namen beibehalten, und nur durch einige Buchstaben vermehrt wurde, für welche das griechische Alphabet keine



Zeichen hatte. Diese zugefügten Buchstaben sind  $\text{wei}$ ,  $\text{sei}$ ;  $\text{jer}$ ,  $\text{fei}$ ;  $\text{sei}$ ,  $\text{chei}$ ;  $\text{gori}$ ,  $\text{hori}$ ;  $\text{zan-zia}$ ,  $\text{g'ang'ia}$ ;  $\text{si-ia}$ ,  $\text{s'ima}$ ; und die Sylbe  $\text{†}$ ,  $\text{ti}$  mit dem Namen  $\text{tei}$ ,  $\text{tei}$ . Diese 7 Buchstaben haben ihre demotisch-ägyptische Figur beibehalten, und der Hauchbuchstabe  $\text{hori}$ ,  $\text{h}$ , allein (vielleicht auch  $\text{g'ang'ia}$ ) auch seinen altägyptischen Namen, Buchstabe des Hor. In der That ist auch das  $\text{hori}$  keine starke Aspiration, denn es fällt sehr häufig im Koptischen ab, und viele Worte wie  $\text{zup}$ ,  $\text{hor}$ , selbst griech.  $\text{Ὠρος}$  neben  $\text{Ὠρος}$ ,  $\text{zani}$ ,  $\text{hapi}$ , gr.  $\text{Ἄπης}$ ,  $\text{zarpunp}$ ,  $\text{haro'ir}$ ,  $\text{Ἀρῶνις}$ ,  $\text{zup}$ ,  $\text{hip}$ ,  $\text{ἱβίς}$  u.v.a. werden ägyptisch mit dem  $\text{h}$  geschrieben, im Griechischen mit  $\text{spir. len}$ . Endlich vergleiche man nur die demotische Form des Sperbers bei *Champ. Préc. tb. A. n. 1.*  $\text{Z}$ , um sogleich die koptische Form des  $\text{hori}$ , besonders wie es in ältern Handschriften, z. B. den sahidischen Fragmenten der Pariser Königl. Bibliothek,  $\text{Z}$ , geschrieben wird, darin wieder zu erkennen, während die hieratische oder demotische Form des Strickes oder Mänders (tb. C. n. 31-33.) durchaus keine Ähnlichkeit darbietet.

34. Ich komme noch einmal auf die Stelle des Plutarch zurück, welcher den Vogel des Thoth nennt, statt dessen wir den Vogel des Horus als ersten ägyptischen, dem  $\text{s}$  entsprechenden Buchstaben gefunden haben. Es ist bekannt, daß die Alten zwei Thoth nennen, welche durchgängig, auch auf den Monumenten unterschieden werden. Manethon, dessen Zeugniß für die ägyptischen Sagen hier von dem größten Gewicht ist, unterscheidet sie bestimmt bei *Synce. Chronogr. p. 10*: er habe seine Nachrichten entnommen  $\text{ἐκ τῶν ἐν τῇ Σηριδικῇ γῇ κειμένων σήλων, ἱερῶ διαλέκτῳ καὶ ἱερογλυφικοῖς γράμμασιν κεχαρκτηρισμένων ὑπὸ Θῶς, τοῦ πρώτου Ἑρμοῦ, καὶ ἐρμηνευθειῶν μετὰ τὸν κατακλυσμὸν ἐκ τῆς ἱερῆς διαλέκτου, εἰς τὴν ἐλληνίδα φωνήν, γράμμασιν ἱερογραφικοῖς καὶ ἀποδέντων ἐν βίβλοις ὑπὸ τοῦ ἀγαθοῦ δαίμονος υἱοῦ τοῦ δευτέρου Ἑρμοῦ, πατὴρ δὲ τὰτ, ἐν τοῖς ἀδύτοις τῶν ἱερῶν Αἰγύπτου. Der erste Thoth, oder Ἑρμῆς τριμέγιστος ist est nun, dem die erste Erfindung der Schrift beigelegt wird, so wie fast aller übrigen Künste und Wissenschaften. Dieser erste Thoth wird aber nach Champollion mit einem Sperberkopfe wie die Sonnengötter Phre und Horus dargestellt. (*Le premier Thoth, ou Hermès Trismégiste, l'ancien Hermès, la science divine personnifiée. Ce dieu, représenté avec une tête d'épervier, épanche l'eau d'un vase qu'il tient dans ses mains. — Le premier Thoth est le soleil du monde intellectuel.*) Dem zweiten Hermes dagegen, der sich viel häufiger auf den Monumenten findet,$

kommt der Ibis zu. (*Le second Thoth, deux fois grand, ou le deuxième Hermès, incarnation de Thoth trismégiste sur la terre. Ce dieu est caractérisé par une tête de l'oiseau ibis, son symbole vivant.*) Die mythologischen Erklärungen von Champollion sind noch sehr mangelhaft; wenn es sich aber bestätigt, daß dem ersten Thoth nicht der Ibis, sondern der Sperber heilig war, so würde sich hierdurch unmittelbar die Stelle bei Plutarch erklären.

Der Sperber war im allgemeinen das Symbol der Sonne, daher er nicht allein dem Horus (Apollo) heilig war, sondern auch dessen Vater, dem Osiris (*Plut. de Is. p. 371. Horapoll. I, c. 6. 8.*) wie allen Sonnengöttern. Der Gott Hor wurde wie eine Verjüngung des Osiris von den Ägyptern aufgefaßt. Der Name Hor selbst ist schon längst mit dem hebräischen חֹר, *hor*, Licht, besonders Tageslicht zusammengestellt worden; und bei der durchgreifenden Verwandtschaft der ägyptischen mit den semitischen Sprachen nehme ich keinen Anstoß an dieser Zusammenstellung. Jablonski (*Panth. I. p. 222.*) hat dabei nur das Bedenken, daß er diese Wurzel im Koptischen nicht wieder finden konnte. Sie findet sich aber allerdings. Das sahidische ⲭⲟⲟⲩ, *hou*, der Tag, in Zusammensetzungen auch ⲭⲟⲩ, *hu*, wird hieroglyphisch meist ebenso geschrieben, mit dem Determinativ der Sonnenscheibe, oft aber auch mit einem *r*, ⲭⲟⲩⲣ, *hur* (s. *Rosell. Mon. II. p. 348.*). Es ist schon von mehreren Seiten auf die nicht seltene Erscheinung aufmerksam gemacht worden, daß koptische Wörter ein früheres *r* hinten abgeworfen haben, das sich hieroglyphisch noch findet (*Rosell. t. II. p. 138. 348. Salvolini, Notice p. 97.*). Dieselbe Erscheinung zeigt sich noch in den uns bekannten koptischen Dialekten. Derselbe Stamm findet sich in der hieroglyphischen Bezeichnung des Beinamens des fünften Ptolemäus, Epiphanes, auf der Inschrift von Rosette, welchen Rosellini zuerst erklärt hat. Dieser Beiname ἐπιφανής, der erscheinende, glänzende, wird hieroglyphisch geschrieben ⲭⲟⲩⲣ, *hrt*; dieses Wort ist schon bekannt aus dem Titel, den der Gott Horus sehr häufig erhält, „Horus *hrt* von Osiris, Sohn der Isis.“ Champollion übersetzt es (*Préc. pl. XII. p. 191. 2<sup>e</sup> Ausg.*) *manifesté ou engendré*, und es ist ohne Zweifel eine Participialform, die auf den Stamm *hr* zurückgeht, und deren Bedeutung sich durch das Zusammengestellte rechtfertigt. Das Wort wird, wie schon gesagt, vorzugsweise vom Horus in Bezug auf seinen Vater Osiris gebraucht, Horus ans Licht gebracht von

Osiris; es scheint daher gerade Eine Anspielung auf diese beiden Lichtgötter und auf den Namen des Hor selbst darin zu liegen. In den Titeln der Pharaonen, Könige und Kaiser kommt es sonst meines Wissens nicht vor, außer dem Ptolemäus Epiphanes, der in der That auch in der Inschrift von Rosette selbst mit Horus verglichen wird: „Sohn eines Gottes und einer Göttin, wie Horus, Sohn des Osiris und der Isis.“ Wir müssen daraus schliessen, dafs im heiligen Dialekte der Ägypter sich noch der Stamm *hur* oder *hor*, in der Bedeutung von Licht, leuchten, erhalten hatte, obgleich er in der Vulgärsprache verloren gegangen war, und nur noch in dem abgestumpften *hou* oder *hu*, der Tag, seine Spur zurückgelassen hatte.

35. Ich komme darauf zurück, wovon ich ausgegangen war, dafs ich den Namen des Hor etymologisch für gleichbedeutend mit dem hebräischen חֹר, *hor* oder *ôr*, das Licht, halte, wie der Horus auch allgemein von den Alten selbst erklärt wird, und deshalb mit dem Ἥλιος oder Apollo verglichen wird <sup>(1)</sup>. Wir sehen also das *hori*, einen dem ח im semitischen Alphabete entsprechenden Hauchlaut, von der Sonne, welche durch die höchsten ägyptischen Gottheiten repräsentirt wird, benannt, und durch ihr Symbol, den Sperber, bezeichnet, wie im semitischen Alphabete das *alef* das Symbol der höchsten orientalischen Gottheit bezeichnet. Ich lasse was in dem dafür Beigebrachten manchen Lesern unbegründet scheinen dürfte sehr gern dahin gestellt sein, und bin zufrieden, wenn ich für Andere auch nur die Vermuthung wahrscheinlich gemacht habe, dafs die Ägypter wirklich ein fest umschriebenes Alphabet, zur Zeit Plutarchs von 25 Buchstaben, hatten, dafs diese den semitischen analoge Namen führten, und wohl auch eine analoge Ordnung befolgten. Es könnte sich sehr leicht fügen, dafs wir das vollständige ägyptische Alphabet in irgend einem Manuscripte fänden, und man lasse sich von dieser Hoffnung nicht abschrecken durch den Gedanken, dafs ja Champollion in seiner neuen Hieroglyphengrammatik ein Alphabet von 260 phonetischen Hieroglyphen aufgestellt habe, die sich noch immer bis auf 300 vermehren lassen nach den weitergesrittenen Untersuchungen von Salvolini. Abgesehen von den vielen Variationen ein und derselben Hie-

---

(<sup>1</sup>) *Plut. De Is.* p. 375: τὴν μὲν ἐπὶ τῆς τοῦ ἡλίου περιφορᾶς τεταγμένην δύναμιν Ὡρον, Ἑλληνες δὲ Ἀπόλλωνα καλοῦσιν. *Horapoll.* I. 17: Ἥλιος δὲ Ὡρος ἀπὸ τοῦ τῶν ὥρων κρατεῖν. *Macrob. Sat.* I, c. 21. *Apud Aegyptios Apollo, qui est Sol, Horus vocatur.* u. v. a.

roglphe wird der bei weitem größte Theil nur in ganz speciellen fest bestimmten Worten gebraucht, in denen diese Zeichen zugleich einen mehr oder weniger prononcirten symbolischen Werth haben. Das eigentliche Lautalphabet ist sehr beschränkt und noch von niemand in seinen genauern linguistischen Verhältnissen aufgefaßt worden; namentlich wird noch mit der willkührlichen Substitution der Vocale ein großer Mißbrauch getrieben.

36. Ich schliesse mit einigen Betrachtungen über das äthiopische Alphabet. Wir haben schon oben (§. 22) das Verhältniß angegeben, in dem es in Bezug auf seine Syllabilität zu den übrigen Alphabeten steht. Es hat 25 Buchstaben, deren jeder siebenfach vocalisch modificirt ist. Ihre Anordnung ist nicht die semitische, doch beginnt auch hier ein Hauchlaut, *hoj*. Von diesem wird das ganze Alphabet benannt (Ludolf, *Lexicon Aethiopicum*); sein Name ist aber im Äthiopischen dunkel. Hupfeld in seinen sehr verdienstlichen *Exercitat. Aethiop. Lipsiae* 1825. stellt unrichtig *hoj* mit dem hebräischen *he* zusammen und läßt dem *chet* das äthiopische *haut* und *harm* zugleich entsprechen. Kopp stellt in seiner Vergleichung der semitischen Alphabete richtig *haut* mit *he* zusammen, wie die Figur lehrt, und *harm* mit *chet*; *hoj* schließt er von den 22 semitischen Buchstaben, welche die Stellen 2-23 aber in einer bisher mir noch unerklärten Ordnung einnehmen, mit Recht ganz aus. Wenn Hupfeld (p. 6.) behauptet, daß die Vocalveränderungen *grammatici cuiusdam artificio* zuzuschreiben seien, so kann ich ihm in keiner Weise beistimmen. Die einzelnen Figuren der Buchstaben sind steif und völlig von einander getrennt wie die hebräische Quadratschrift oder das Dévanâgari. Dadurch unterscheidet sich diese Schrift wesentlich von den vielen semitischen Cursivschriften, wozu ich sämtliche syrische und arabische zähle, und erhält ganz den Charakter einer heiligen, vor jeder Alteration sorgfältig bewahrten Bücherschrift. Auch bemerkt Ludolf in seiner äthiopischen Grammatik ausdrücklich: *nulla in litteris Aethiopicis reperitur diversitas*. Was ihr aber eine ganz besondere Stelle unter den semitischen Schriften giebt (denn die Verwandtschaft, namentlich mit dem Phönizischen ist nicht zu verkennen, und von Kopp nachgewiesen), ist ihre Richtung. Sie wird, wie das Dévanâgari und die europäischen Schriften von der Linken zur Rechten gelesen.

37. Es fragt sich, wie diese Erscheinung zu erklären ist. Die Ansicht, daß die äthiopische Schrift von der griechischen abgeleitet sei, ist von



Gesenius, Kopp und zuletzt von Hupfeld als völlig grundlos nachgewiesen worden. Letzterer macht dafür noch den Umstand geltend, daß auch die alphabetischen Namen meist noch ältere Wortformen als selbst die hebräischen zeigen. Auch ist zu bedenken, daß die griechische Schrift keine Veranlassung geben konnte, ein Sylbenalphabet zu erfinden. Wenn es aber sicher ist, daß weder die Schriftzüge, noch die Ordnung der Buchstaben, noch die Buchstabennamen von den Griechen kommen, so scheint es mir auch höchst unwahrscheinlich, daß die Richtung der Schrift von den Griechen herübergenommen sei, wie noch immer Hupfeld annimmt. Kenntniß der griechischen Schrift muß allerdings angenommen werden, seitdem das Christenthum im 4<sup>ten</sup> Jh. ihnen durch griechische Vermittelung zugegangen war und es kann keine Frage sein, daß sie die Zahlzeichen von den Griechen erhalten haben, denn es sind die griechischen Buchstaben selbst. Aber gerade dieser Umstand spricht durchaus dafür, daß die Äthiopen schon vor ihrer Bekanntschaft mit den Griechen ihr Alphabet vollständig ausgebildet hatten, denn sonst hätten sie eben so gut, wie für die Zahlzeichen die griechischen Formen und ihre alphabetische Ordnung herübernehmen können.

38. Wenn wir aber somit nur das Resultat von Hupfeld bestätigen können, daß die Bildung des äthiopischen Alphabets viel älter sein muß, als die Bekanntschaft mit der griechischen Literatur, so bleibt uns nur übrig indischen Einfluß darin anzuerkennen. Und dafür sprechen in der That mehrere sehr bemerkenswerthe Umstände.

Durch diese Annahme würde sich nämlich 1) die vorzugsweise indogermanische Richtung der Schrift von der Linken zur Rechten, wie sie von den Indiern, den alten Persern in der Keilschrift und den europäischen Völkern angenommen wurde, erklären.

2) Die syllabische Schrift, die als einfach und consequent fortgesetzte Weiterbildung der indisch-syllabischen Schrift aufgefaßt werden kann.

3) stimmt die Vocalisation noch ganz besonders mit der indischen überein, indem die einfachen, unveränderten Figuren der ersten Reihe, wie die einfachen Sanskritbuchstaben, mit dem kurzen Vocale *a* gesprochen werden, *á* jedoch, so wie die Vocale *i*, *u*, *e*, *o* und auch wie wohl zu bemerken das *schwa*, oder der Wegfall des vocalischen Elementes durch besondere, dem Buchstaben angehängte Striche bezeichnet werden.



4) Ich habe ferner die von Hrn. Burnouf gesammelten, aber noch nicht publicirten verschiedenen indischen Alphabete vor Augen, die von indischen Inschriften genommen sind. Hier sind meistens die Vocalzeichen, die im Dēvanāgari nur lose angesetzt sind, ganz mit den Buchstaben verwachsen, so daß sich Burnouf häufig genöthigt gesehen hat, ein wahres Syllabarium aufzustellen, dem äthiopischen durchaus ähnlich. Noch überraschender ist aber, daß einzelne Buchstaben dieser indischen Alphabete genau wie die äthiopischen geformt sind. Dahin gehören namentlich auf Tafel II. die Buchstaben *ma*, *ka*, *ta*, *na*, *ga* und *p'a*, unter denen z.B. *ka*, identisch mit dem äthiopischen ist. Auch ist zuweilen der Strich zur rechten Seite des Buchstabens, der sowohl im Sanskrit als im Äthiopischen *ā* bezeichnet, genau wie im äthiopischen Alphabete angefügt.

Wenn all diese Umstände in mir die Überzeugung hervorriefen, daß das äthiopische Alphabet sich unter indischem Einflusse gebildet habe, so wurde mir noch eine letzte unerwartete Bestätigung durch einen Freund, H. Dr. Schulz aus Königsberg, dargeboten, welcher unabhängig von meinen Untersuchungen die Bemerkung gemacht hatte, daß die Musnad-Schrift (<sup>1</sup>), mit welchem Namen die Araber die äthiopische Schrift bezeichnen, nichts anderes als „die indische“ Schrift bedeute, da *musnad* die natürliche Adjectivform von *sind*, Indien, ist. Daß wir daher auf der einen Seite indische, auf der andern semitische Verwandtschaft des äthiopischen Alphabets finden, ist jetzt erklärlich, da wir oben gesehen haben, daß auch die älteste dem S'iva zugeschriebene Anordnung des Dēvanāgari mit der semitischen Anordnung übereinstimmt. Daß auch sämtliche Sanskritfiguren auf die semitischen zurückzuführen sind, leidet für mich keinen Zweifel.

39. Es ist eine noch unentschiedene Frage, in welchem Verhältnisse die axumitischen Äthiopen, deren Sprache und Schrift wir kennen, und die sich selbst ግዕዝ, *ge'ez*, und ihre Sprache die *ge'ez*-Sprache nennen, mit den alten berühmten Äthiopen stehen, die in der Bibel und auf den hieroglyphischen Monumenten *kusch* genannt werden. Man nimmt jetzt gewöhnlich an, daß es eine aus dem südlichen Arabien eingewanderte Kolonie war.

---

(<sup>1</sup>) Über die Musnadschrift s. einige interessante Nachweisungen bei E. Quatremère: *Recherches sur la langue et la littérature de l'Égypte. Paris. 1808. p. 272.*

und betrachtet ihre Sprache als den einzigen Rest des südarabischen oder hemiaritischen Dialektes. Man hat übrigens aufser der Tradition bei dem Volke selbst keine geschichtlichen Nachrichten über diese besondere Einwanderung. Das Land Kusch im Alten Testamente umfasste auch aufser dem afrikanischen Äthiopien das südliche Arabien, welches Gesenius in den Stellen 1. Mos. 10, 7. 8; 4. Mos. 12, 1; 2. Chron. 14, 8. 21, 16; Hab. 3, 7. versteht. Auch scheint die ganze Bevölkerung und Civilisirung von Ägypten und Äthiopien auf diesem Wege gekommen zu sein, und über die fortwährende enge Verbindung dieser afrikanischen Völker mit den angrenzenden Hemiariten, besonders durch den Handelsverkehr mit Indien, spricht Heeren in den Ideen Bd. III. ausführlich. Was die Sprachen betrifft, so ist nach den neuern Untersuchungen die enge Verwandtschaft der Ägypter und Äthiopien in Schrift (die Ägypter sollen die Hieroglyphenschrift von den Äthiopien erhalten haben), Kunst und Wissenschaft, Sitten und Gesetzen, und auch in der Sprache aufser Zweifel gesetzt worden. Die koptische Sprache verräth ihre Grundverwandtschaft mit den semitischen Sprachen deutlich; die alte Sprache, die sich in der *ἱερά διάλεκτος* am reinsten erhalten haben mochte, stand ihnen wahrscheinlich noch näher. Von den Äthiopien läßt sich nach ihrer geographischen und historischen Stellung schliessen, dafs ihre Sprache den semitischen noch näher stand. Was hindert uns im Grunde noch, anzunehmen, dafs die alte äthiopische Sprache der südarabischen so nahe stand, wie wir jetzt die Geëz-Sprache finden, und dafs diese nicht eine erst spät eingewanderte Sprache, sondern ein Rest der alten äthiopischen Sprache ist? Vielleicht wird uns einmal die Lesung äthiopischer Hieroglyphen über diesen Punkt genauer unterrichten. Vielleicht, dafs dann auch die doppelte Verwandtschaft der Geëz-Schrift eine neue Bedeutung für die sprach- und cultur-geschichtliche Vergleichung der Semiten, Hamiten und Japetiten, um mich hier dieser runden Bezeichnungen zu bedienen, gewinnt.

40. Ich habe in einer besondern Abhandlung die Übereinstimmung der indogermanischen, semitischen und ägyptischen Zahlwörter nachgewiesen; eine andere ist bestimmt, durch Nachweisung der Übereinstimmung der indisch-arabischen Ziffern mit den ägyptischen jene zu ergänzen; schon länger beschäftigt mich eine Vergleichung der semitischen,

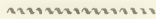
indogermanischen und ägyptischen Pronominalwurzeln, die als Grundlage zu einer weiteren Vergleichung dieser drei Sprachstämme dienen sollen: und so hoffe ich, daß auch die gegenwärtige Aufstellung des wahren Prinzips der ältesten Alphabetsordnungen einen Schritt weiter geführt haben wird in der wissenschaftlichen Auffassung des Verhältnisses, in welchem diese drei, bisher so streng auseinander gehaltenen Völkerklassen ursprünglich zu einander stehen.





# Über den Eingang des Parzivals.

Von  
H<sup>rn</sup>. LACHMANN.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 15. October 1835.]

Wir finden bereits im dreizehnten Jahrhundert, ja noch bei Lebzeiten Wolframs von Eschenbach, wiederholte Klagen über die Dunkelheit der Rede in seinem Parzival: und auch jetzt wird ein noch so wohl vorbereiteter Leser dieselbe Klage zu führen genöthigt sein: er würde es sein, wenn auch bisher schon möglich geworden wäre die Mittel des Verständnisses zum leichten Gebrauch angeordnet hinzustellen. Zwar ist es mir immer vorgekommen als ob die feinen und scheinbar fern liegenden Beziehungen, welche der Dichter zu nehmen liebt, fast durchaus bequem aus den gangbaren Ansichten Bildern und Redeweisen der Zeit hervorgiengen, so dafs sich ihre Veranlassung meistens sehr in der Nähe findet. Ich muß daher glauben dafs ein Zuhörer, der in denselben Lebensverhältnissen und in ähnlichen Gedanken stand, auch dem rascheren Gange des gewandten und vielseitigen Dichtergeistes hat folgen können; dafs in einer Zeit, deren Charakter in der Poesie eben das Hervortreten bestimmter einzelner Persönlichkeiten ist, der Dichter wohl hat ein folgsames Anschmiegen der Aufmerkenden verlangen können. Allein wenn auch in Wolfram von Eschenbach, durch die schärfste Eigenthümlichkeit und die höchste poetische Gabe unter den Gleichzeitigen, die Idee der kunstmäßigen erzählenden Poesie dieser Zeit am herrlichsten erschienen ist, so kann es uns doch nicht erstaunen dafs Hartmann von Aue neben ihm zwar nicht mehr bewundert aber offenbar mehr geliebt worden ist, weil er die allgemeine Anschauungsweise der Zeit nur mit der leisen Färbung einer höchst anmutigen poetischen Individualität darstellte. Wolfram hat denn auch selbst über seine Dunkelheit gescherzt, (Wilh. 237, 11) „mein Deutsch



ist zuweilen so schwierig, daß mir leicht einer zu wenig versteht, wenn ichs ihm nicht sogleich erkläre: und so halten wir beide einander auf."

*mîn tiutsch ist etswá doch só krump,  
er mac mir lihte sîn ze tump,  
den ichs niht gáhs bescheide:  
dá sîme wir uns beide.*

Und seinen Tadlern antwortet er milde, mit Scherz und Anerkennung, (Wilh. 4, 19) „Was ich von Parzival sprach, lobte mancher: auch waren viel die es tadelten — und ihre eigne Rede schöner zierten. Hab ich noch künftig Zeit, so will ich dann alles klagen was mir zu Leide geschehen ist, und was allen andern seit Jesu Taufe."

*ich Wolfram von Eschenbach,  
swaz ich von Parzival sprach,  
des sîn áventiur mich wiste,  
etslîch man daz prîste:  
ir was ouch vil diez smæhten  
und baz ir rede wæhten.  
gan mir got só vil der tage,  
só sag ich mîne und ander klage,  
der mit triwen pflac wíp unde man  
sît Jêsus in den Jordân  
durch toufe wart gestózen.*

Gewiß nicht in seinem Ton laßt ihn der Dichter des Titurels (Vorr. 19) sagen, die den Anfang seines Parzivals als zu unverständlich getadelt, seien

*die trægen dá man merket  
und der witz die tunkel sehende.*

Aber auf Wolfram und auf den Eingang des Parzivals wird allerdings Docen den Tadel Gottfrieds von Straßburg mit Recht bezogen haben, der von den Märejägern spricht, die wie Hasen umherspringen, die ihre Märe müsten von Ausdeutern herumtragen lassen: er habe nicht Zeit die Glosse aus den schwarzen nekromantischen Büchern herauszusuchen. Ja von dem Eingange des Parzivals hatten einige gesagt, der Dichter könne ihn selbst nicht erklären:

*wan sümelîche jehende  
sint, ich künn es selbe niht verrihten,*

heißt es im Titurel (Vorr. 20), wo eben deshalb von den ersten 37 Versen

eine Paraphrase gegeben wird, die uns im Einzelnen oft zur Führerin dienen kann, den Zusammenhang der Gedanken aber verfehlt oder doch allegorisch undeutet. Den Lesern des achtzehnten Jahrhunderts suchte Bodmer, noch ehe die Ausgabe von Müller erschien, 1781 im zweiten Bande der Balladen S. 229-232 durch eine Übersetzung des ganzen Einganges die erste Hilfe und Anreizung zu geben: sie ist aber ungefähr eben so verfehlt wie sein Urtheil über das ganze Gedicht. (S. 202) „Von der Einheit der Handlung hatte der Dichter keine Idee, doch einige Winke von der Einheit des Interesse. Man muß den Werth dieses Gedichtes in dem Gefühl des Herzens, in der Einfaltigkeit der Ausbildung und in einer zärtlichen Lebhaftigkeit des Poeten suchen, in Sachen, die in unsern verfeinerten Tagen Platttheit heißen.“

Die Schwierigkeit des Einganges zum Parzival liegt zum Theil in der Form die der Dichter gewählt hat. Wie ziemlich alle Gattungen die im dreizehnten Jahrhundert ausgebildet erscheinen, schon im zwölften ihren Anfang haben, so sind auch von der älteren didaktischen Poesie nicht unbedeutende Proben übrig geblieben. Meistens ist darin die Betrachtung zusammenhangend, aber unterbrochen durch einzelne Sprüche; der Inhalt gewöhnlich mehr oder weniger geistlich, doch nicht durchaus. Besonders merkwürdig scheint mir ein von Herrn Hoffmann in seiner Litteratur der Gedichte des zwölften Jahrhunderts (Fundgruben 1, S. 260) übergangenes, das in Form eines Briefes, der selbst seinen Inhalt ausspricht (*Ich bin ein heinlicher bote*), Lehren über die Minne giebt <sup>(1)</sup>. Aber man hat auch in Handschriften einzelne gereimte Sprüche oder mehrere unzusammenhangende gefunden, und der Pfaff Konrad in seinem Roland S. 13<sup>a</sup> bezeichnet ein altes Sprichwort als schon aufgezeichnet.

*er rôrte thaz altsprochene wort.*

*jâ ist geschriven thort*

*„under scôneme scathe lûzet:*

*iz ne ist niht allez golt thaz tha glîzzet.“*

In mehreren ganz verschiedenen Theilen der so genannten Kaiserchronik sind ganze Reihen von gereimten Sprüchen, die einen gemeinschaftlichen Inhalt und oft einen Fortschritt des Gedankens haben. Diese Weise, in der

---

(<sup>1</sup>) Nach dem Abdruck in Docens Miscellaneen 2, S. 306 wäre ein sorgfältigerer wünschenswerth.

die Sprüche durch keine weitere Betrachtung ausgeführt werden, ist in erzählenden Gedichten eine beliebte Form der Belehrung. So ist in der Eneide Heinrichs von Veldeke die Lehre der alten Königin von der Minne (9711 ff.), so im Parzival (127, 15. 170, 15) Herzeloiden und Gurnemanzes Rath. Das aber wird eine neue Anwendung dieser Form gewesen sein, daß Wolfram und Gottfried ihre Erzählungen mit solchen zusammengereichten Sprüchen anfiengen, und daß zwanzig Jahr später Freidank aus sinnreich geordneten Sprüchen, ohne ausführende Betrachtung, ein ganzes Lehrgedicht bildete.

Seine Sprüche hebt Wolfram an mit einer Vergleichung des Zweifels, der Untreue und der Treue, denen er bunte schwarze und weiße Farbe beilegt. „Ist Zweifel des Herzens Nachbar.“ Die verwandten Ausdrücke sind in Menge vorhanden; *nâch gëndiu swære, ez lît dem herzen nâhe, klage ist ûbel nâchgebûr*; bei Ulrich von Tûrheim *mîn ouge daz an dir wol siht, daz freude ist din nâchgebûr*. Genau und vollkommen gleich aber ist bei Äschylus *γέτρος καὶ ὁδὸς μέγιστα*. Und damit man nicht etwa glaube daß Wolfram in diesem Bilde der deutschen Denkweise eine ihr fremde Richtung gegeben habe, so hat es auch ganz wörtlich derselbe Ulrich von Tûrheim, der zwar Wolframs heiligen Wilhelm fortgesetzt aber nirgend seine Redeweise nachgeahmt hat: seine vielen sprichwörtlichen Ausdrücke sind aus dem Volksgebrauch entlehnt.

*si begunde vaste trûren,  
zir herze nâchgebûren  
nam si clegelîchez leit.*

Die Folge des nah am Herzen wohnenden Zweifels hat Wolfram auffallend stark bezeichnet, *daz muoz der sêle werden sûr*. Denn obgleich *muoz* weit schwächer ist als unser *mufs* und nur den wahrscheinlichen natürlichen Erfolg bezeichnet, so hat doch der Dichter offenbar an die sauern Qualen der Hölle gedacht, wie ihn auch der Verfasser des Titurels versteht. Man *mufs* sich erinnern, was Benecke zum Wigalois S. 468 bemerkt hat, daß der *zwîvel*, im Gegensatze des *trôstes*, nicht selten das vollkommene Überschlagen in die Verzweiflung bedeutet, und daher in Beziehung auf Gott den Unglauben. In dem Ave Maria welches den Namen Konrads von Würzburg trägt, betrifft eine ganze Strophe den Zweifel in diesem Sinne. (Heidelb. Hds. 350, Bl. 52)

*Avé Mariá maget, wis ein urkünde  
 uns für eine sünde,  
 diu uns sere jagt  
 in daz lant des tódes,  
 dá Chám und Héródes  
 sint mit grózem jámer gar vervallen.  
 Disiu leide sünde zwífel heizet,  
 diu úf jámer reizet  
 naht und ouch den tac.  
 wê im den si twinget!  
 ze trüren si in bringet,  
 für daz honic birt sin niht wan gallen.  
 Swer sünde tuot dem vater, des entraht ich niht,  
 noch Jêsu, dem úz erwelten kinde.  
 des genáde ist linde:  
 wol dem heil geschíht.  
 swer dem frónen geiste  
 mit dem zwífel meiste  
 sündet, der mac niht mit gote schallen.*

Der Stricker hat in einem seiner Beispiele (*Ein küníc het zwei ríche*) eine Beschreibung des jüngsten Gerichts, und darin das folgende gewiß nicht aus eigener Erfindung.

*Ein vierteil ist verfluochet,  
 daz ir got niht ruochet:  
 di hát der tiefel áne strít.  
 di habent gesündet alle zít  
 an den vil heiligen geist:  
 daz hazet got aller meist.  
 daz vierteil ist drier slahte.  
 di einen sint in der ahte  
 daz si des ungelouben  
 nieman kunde berouben.  
 si ahten niht úf unsern tróst,  
 der uns alle hát erlóst:*

*si dúhte gotes sun enwiht.*  
*dá von hilfet er in niht.*  
*di andern sint zwiſelære.*  
*di dúhte ir schulde só swære,*  
*daz ir nimmer möhte werden rát.*  
*si wolden umb ir missetát*  
*weder niemans helſe suoehen*  
*noch keiner gnáden ruochen.*  
*di drúten di got niht wil,*  
*di heten des glouben ze vil,*  
*si getrúweten gote ze verre:*  
*daz wirt ir græster werre.*  
*si jáhen al „wir glouben wol*  
*daz got gnáden ist só vol,*  
*daz er uns alle wil bewarn:*  
*wir sin behalten swie wir varn.*  
*sít Krist durch unsern willen starp*  
*und uns daz himelríche erwarp,*  
*wes sule wir danne angest hán?*  
*Krist hát die buoz für uns getán.”*  
*di dri sint daz vierteil*  
*daz der tiefel hát án urteil.*

Wolfram faßt aber den Zweifel mehr als ein Schwanken, nicht zwischen Gut und Böse, sondern zwischen *manheit* und *verzagen*, zwischen Vertrauen und mutlosem Zurücktreten. *Gesmaehet unde gezieret*, das heißt *smæhe* und *zierde* (denn so dienen die Participia Passiva statt der Abstracta) *ist swá sich parrieret unverzaget mannes muot*, ist da wo die nicht weichende Tapferkeit sich mit der *zagheit*, dem feigen Zurückziehen, *parrieret*, färbt. So sind wir gezwungen *parrieren* zu übersetzen: Wolfram hätte, wenn er nicht der Mode des Sprachmengens allzusehr nachgab, für *parrieren* recht gut *undersniden* sagen können, *distinguere*. Das altfranzösische *barré*, *barratus*, bunt gemacht, lebt noch in *bariolé*, das ist *bigarré*. In einer Stelle des *Titurels* werden *jámer* und *leit* dem *trúren* entgegengesetzt: jene sind unvermeidlich, das *trúren* (er meint das mutlose Verzweifeln) ist Sünde. (Tit. 34, 120. 121)



jámer und leit sol wíze und manheit üeben.  
 só werdent, die dâ trúrent,  
 aller guoten dinge gar die trüeben,  
 Und siedent in unmuote,  
 dem zwífel nách gesellet.  
 ze keiner slahte guote  
 ist ir gemüete selten wol gestellet.  
 jámer, leit, wis herzenhafte tragende:  
 dem hœhsten wol getrúwe,  
 daz trúren dich in zwífel iht sí jagende.

Ähnlich führt nach einer Stelle in Lafsbergs Liedersaal (3, S. 30) unmäßiges Leid zum Zweifel.

ich hân dicke unmcæzie leit  
 umb daz daz mich ze got bereit (?).  
 swenn ez niht gât nách míner gir,  
 só wæn ich got sí wider mir.  
 leit lip und leben krenket,  
 mit Júdas ez versenket  
 mich, daz ich werde zwífelhaft  
 an der milten gotes kraft.

Wolfram nimmt aber *verzagen* in seiner gewöhnlichen Beziehung, daß das mutlose Zurücktretten Untreue ist, daß der Verzagende seinen Freund verläßt. Wenn dies auch noch von dem Verhältniß des Menschen zu Gott kann gesagt werden, so zeigt doch der Ausdruck in dem zweiten Gliede des Gleichnisses, (V. 10) *der unstæte geselle*, und nachher (2, 17) die Wiederaufnahme desselben, *valsch gesellelicher muot*, daß der Dichter schon hier eben so sehr an die Treue gegen Menschen denkt. Des Schwankenden Seele, sagt er, färbt sich *alse agelstern varwe tuot*, wie sich die Farbe der Elster färbt. Dabei muß jedem Leser des Parzivals einfallen, wie oft der Dichter im Gegensatze zu seinem Helden, dem reinen lichten Parzival, dessen Bruder Feirafiz, den Sohn der Mohrin, der schwarz war mit weißen Flecken, mit der Elsterfarbe verglichen hat, auch schon im ersten Buche 57, 27 da er geboren wird. Ich glaube mit Sicherheit annehmen zu dürfen daß diese Vergleichung, welche der Dichter in Beziehung auf den Zweifel nicht wiederholt, ihm die erste Veranlassung zu dem Gleichnisse gegeben hat.

Aber auch nur eine äußerliche Veranlassung: denn mit dem Zweifel hat Feirefiz nichts gemein, der, ursprünglich ein Heide, sich um der schönen Repense-de-joye willen gern taufen läßt. Der Schwankende aber kann derweile noch froh sein, *der mac dennoch wesen geil: wand an im sint beidiu teil, des himels und der helle*, denn ihm stehen noch beide zu erlangen bevor, Himmel und Hölle. Hingegen der untreue Gesell ist schwarz, *und wirt och nâch der vinster var*, und bekommt auch dort die der Finsternis gleiche Farbe als Teufel. *Sô habt sich*, dagegen hält sich, *an die blanken*, an die weiße Farbe (*varwe* ist aus Z. 10 hinzu zu denken), *der mit stæten gedanken*.

Ich habe schon bemerkt dafs dieses Gleichniß sich eben so sehr auf die Treue gegen Gott als auf die Treue gegen Menschen beziehen muß. Jene Beziehung, welche der Verfasser des Titurels allein aufgefaßt hat, dürfen wir uns ja nicht entgehen lassen: denn in diesem Sinne hat Wolfram selbst einen Theil des Gleichnisses wiederholt, im dritten Buche (119), wo die Mutter den Knaben Parzival lehrt was Gott sei. „Er ist noch heller als der Tag,” sagt sie ihm: „ihn must du in Noth anflehen, er hilft. Der Teufel aber ist schwarz und untreu:

*von dem kër dîne gedanke;  
und och von zwîvels wanke.”*

So wird hier das dritte Glied ohne Bild angeknüpft: im folgenden bleibt es ganz weg,

*sîn muoter underschiet im gar  
daz vinster unt daz licht gevar;*

wie auch im Eingange der Dichter nicht wieder auf den Zweifel zurückkommt. Parzivals Zweifel aber, sein Verzweifeln an Gottes Hilfe, ist nach Wolframs Ansicht, die er nicht aus dem französischen Original scheint entlehnt zu haben, eben der Wendepunkt seiner ganzen Fabel, wie ihn der Dichter auch selbst deutlich anzeigt. Denn jene Belehrung der Mutter ist durch Parzivals kindische Frage eingeleitet (119, 17) *ôwê muoter, waz ist got?* und am Ende des sechsten Buches, wo er Gott den Krieg ankündigt und seinem Hasse Trotz bietet, fängt die Rede wieder mit den verzweifelnden Worten an (332, 1) *wê waz ist got?* Der Gedanke dafs auch dem Wankenden und Verzweifelnden der Himmel noch nicht verschlossen sei, scheint den Dichter lebhaft bewegt zu haben: in einer Stelle des neunten Buchs äußert er

sich auf eine Art welche noch über die Milde hinausgeht, mit der er anderswo (Wilh. 307, 14. 29) die Verdammung der Heiden leugnet. Zu dem Edelstein, sagt er, aus dem der Graal besteht, sind die Engel auf die Erde gesandt, welche bei dem Kriege zwischen Lucifer und der Trinität auf keiner von beiden Seiten standen: ich weiß nicht ob Gott ihnen vergab oder sie ferner verlor (*was daz sîn reht, er nam se wider*), aber der Stein ist immer heilig, und wer zum Graal kommen soll dem sendet Gott einen Engel (471, 15). Im sechzehnten Buche (798) nimmt er dies zwar zurück, und erklärt die vertriebenen Engel für ewig verloren; aber gewiß nur weil ihm ein geistlicher Freund seine Ansicht als Irrlehre getadelt hatte: hier im Eingange herrscht noch die milde Betrachtung des Zweifels, und im folgenden wird daher, wie gesagt, nur vor der Untreue gewarnt.

Den Übergang zur weiteren Ausführung macht der Satz (Z. 15), dies fliegende Gleichniß sei für unerfahrene zu schnell, so daß sie es nicht ausdenken können: es fahre vor ihnen dahin wie ein wankender Hase. Der Dichter wird weniger meinen (obgleich es im Titulrel 50. 59 so genommen wird), das Gleichniß sei schwer zu fassen, als vielmehr, der leichtfertige lasse die darin liegende Lehre sich entziehen. Darauf führt der Gegensatz im folgenden, ein weiser Mann wisse was *disiu mære* lehren (2, 5). Den Ausdruck *disiu mære* übersetzt Bodmer dort unrichtig „diese Geschichte“, wie freilich auch schon im Titulrel (Vorr. 60) steht *disiu âventiur*: es würde dann eher der Singularis stehen, und das *fliegende bîspel* hier muß dasselbe bezeichnen: dies aber hat Bodmer richtig für Gleichniß genommen, weil der ganze Parzival unmöglich ein *bîspel* genannt werden kann, obgleich *bîspel* oder *spel* allerdings eine poetische Gattung schon im zwölften Jahrhundert ist, von der freilich unsere litterarischen Bücher nichts melden. Der *wanc* des Hasen ist sprichwörtlich (Renner 12207): aber das Epitheton des Hasen *schellic* weiß ich nicht genau zu erklären. Es findet sich eben so in einem Liede, MS. 2, 94<sup>b</sup>, *Schellic hase in walde und ûf gevilde wart nie gar sô wilde*, und in Rudolfs Bibel und Chronik, 146<sup>a</sup>, *sliehende als ein schellic rêch*. Sebastian Frank (Sprichwörter 1541, Bl. 28<sup>m</sup>) hat das Sprichwort *Ein schellig rofs sol man nit jagen sonder auff fahen* so gestellt, daß er *schellig* in der zu seiner Zeit gewöhnlichen Bedeutung, zornig, genommen haben. Hingegen im Titulrel (Vorr. 50. 59) wird unser *schellec* durch

*erschellet* umschrieben: und in der Wiener Meerfahrt (S. 31 = Kolocz. Codex S. 62),

*si trunken vaste ze pflege  
den starken wîn über maht.  
dó kom iz über die mitter naht.  
dó wurden sie durchschellec  
und só gar gesellec,  
von des wînes süezikeit  
wurden si só gar gemeit u.s.w.,*

mufs *durchschellec* wohl gänzlich *erschellet* heißen. Aber die *durchschelligen* Trinker sind die vom Wein durch und durch getroffenen und zerschellten: denn in diesem Sinne wird (Friedank 7, 1) ein Topf *erschellet*, ist (Alexander 1447) das Haupt von Schlägen *verschellet*, wird ein Damm *geschalt* den das Wasser sprengt (*der den Rin und den Roten vierzehen naht verswalte und den tam dervon schalte*, Wolfr. Willh. 404, 24): so verspricht Klinsors Kunst Eschenbachs Sinne zu *erschellen* (MS. 2, 9<sup>a</sup>), ganz dem *durchschellec* gleich: so wird ein Helm *geschalt* (Roland 3116 *then helm her ime scalte*), ein Heer (Alexander 1458) und ein Feind (Tristan 7017) *erschellet*: so im Lanzelet 3343 *daz ez allez ein man solte sin, der in den tagen allen drin só manegen het erschellet*. So liefse sich wohl ein *schelliger* Hase denken, ein von Angst zerschellter, und *ein ergarner has* bei Ottokar von Horneck 291<sup>b</sup> wird ja wohl ein ergorener abgeängstigter sein. Doch aber möchte man auch gern bei dem *erschellen* an den Schall denken, und wirklich bedeutet es mit einem Schalle treffen: wie es in Wolframs Wilhelm 276, 18 heisst „Sie spielten so lange mit Rennewarts schwerer Stange, *unz si se nider valten und den palas erschalten*“, wie im Wigalois 104 *daz riefte ich gerner in den walt: dâ fünde ich doch die tagalt, daz mir mîn ôre wurde erschalt*. Allein man kommt wohl bei unserem *schellec*, ob es von Angst zerschellt oder aufgejagt bedeute, eben so schwer zu einer Entscheidung als bei dem *erschellen* im Alexander 2190 *wande eines hundis bellen mag vil scâfe irschellen* — also durch sein Bellen aufregen? — *ob si rechtis huoteris niht ne haben, er tuot in michelen schaden* — also er zerschellt, zersprengt sei? und eben so zweideutig ist das einzige alte Beispiel das Herr Graff als Erklärung zum Prudentius gefunden hat, *attoniti* (nämlich *cerebri*) *irscaltes*.



Nun folgt (Z. 20) ein neues Gleichniß, das der *tumbe* merken soll, damit er den unsichern Halt der Untreue vermeide, der Spiegel und des Blinden Traum. *Zin anderhalp ame glase*, Zinn und Quecksilber auf der Rückseite des Glases, im Titurel *ein glas mit zine vergozzen* — der Titurel fährt fort *und troum des blinden triegent*, wonach ich hier gesetzt habe *geleichenet*. Von diesem nur im Hochdeutschen seltenen Worte, *gleichen*, *includere*, weist Grimm (Gramm. 1, 934) das Präteritum *geliech* nach: schwache Formen hat Schmeller im Baier. Wörterb. 2, 420. Die Lesart der Handschriften ist zwar nicht ohne Sinn, der Spiegel und des Blinden Traum *geleichenet* oder *geliechent*, sind sich gleich: denn *gelichen* wird zuweilen intransitiv gebraucht (*des menschen und des vihes sin mit namen geliechent under in*, Rudolfs Bibel 12<sup>c</sup>): aber dies, daß die beiden Bilder einander gleich sind, als den Hauptpunkt des Gedankens hinzustellen, wäre zwecklos und matt. Freilich aber hat der Dichter neben den Spiegel absichtlich nicht des Armen Traum gestellt, sondern den Blinden dem mit Träumen wohl ist (Renner 7900), weil er den falschen Schein des Gesichts im Spiegel und im Traum des Blinden zusammenfassen wollte, *die gebent antlützes roum*. Roum scheint im Titurel (51) durch *kranken schîn* ausgedrückt zu werden: es muß ungefähr das triegerische Bild oder den Wahn bedeuten. Wieder im Parzival 337, 12 *sû gap froun Herzeloyden troum siufzebæren herzeroum*. In einem Gedicht in den altdutschen Wäldern 2, 138 reimt auf *in einem tram*, d. i. *in mînem troum*, *sunder wân* — ohne Zweifel *sunder roum*. Auch in Rudolfs Bibel hat die Königsberger Handschrift 237<sup>b</sup> *troume*, wo *roume* zu lesen ist: ich bedaure daß ich die Worte selbst nicht anführen kann. Bestand, sagt der Dichter, kann dieser trübe leichte Schein nicht haben. So der tugendhafte Schreiber, MS. 2, 102<sup>b</sup>, *waz frumt lîhter schîn den blinden? waz touc tôren golt ze vinden?* Die nächste Zeile, *er machet kurze fröude alwâr*, lehrt uns der Dichter des Titurels, indem er im Gegensatze (55) sagt *dû fröude lanc bewæret*, so verstehen, Er macht nur kurze wahre Freude; wo denn das zweite Adjectivum, wie gewöhnlich, unflektiert nachgesetzt worden ist. *Alwâr* als Adverbium zu nehmen, für wahrlich, erlaubt meines Wissens der Sprachgebrauch nicht.

Wie aber sollen wir den nun folgenden Spruch (Z. 26 ff.) fassen? denn auf den ersten Blick läßt sich ihm nichts Bestimmtes abgewinnen. Die Form der Rede darf uns nicht teuschen: es ist besonders bei Wolfram ge-



wöhnliche Weise (selbst hier im Eingange noch einmahl, 3,8), den relativen Vordersatz in einen Fragesatz aufzulösen. Also, Wer mich rauft wo mir nie ein Haar wuchs, inwendig in meiner Hand, der versteht oder erfährt (beides kann *hât erkant* heißen) gar nahe Griffe. Das Raufen an der haarlosen innern Seite der Hand, welches auch sonst zur Bezeichnung verwegener und unmöglicher Unternehmungen dient, ist gewiß jeder zuerst geneigt mit dem vorhergehenden leichten teuschenden Schein und mit dem folgenden *wil ich triwe vinden aldâ si kan verswinden?* zusammenzubringen: wer rauft wo kein Haar ist, wer die Treue da sucht wo sie nicht zu finden ist, der versteht sich auf allzu nahe Griffe, der hat die Kunst des Suchens schlecht gelernt. So hat es der Verfasser des Titurels genommen, obgleich er die *nâhen griffe* in der Umschreibung ausläßt.

*er ist an prise erwæret,  
swer mich in mîner hant enmitten roufet,  
sît daz er niendert hâr dar inne vindt.*

Seine geistliche Auslegung ist dem Sinne des Dichters fremd,  
*der stæte fröude suochet  
in dirre welt, ich wæn si sam verswindet.*

Woran man wohl auch denken könnte, daß *nâhe griffe erkennen* bedeutete Von dem Gerauften gefaßt und gestraft werden, das wird man doch lieber aufgeben, weil *nâher grif* für das Festhalten der Finger des Raufenden ein wenig bestimmter Ausdruck sein würde. Nun aber ist es doch höchst sonderbar, daß Wolfram sich hier der ersten Person bedient, also sich selbst als den bezeichnet der ohne Verlaß sei, bei dem man vergebens die Treue suche. Und doch sagt er nachher nicht nur *wil ich triwe vinden aldâ si kan verswinden?* sondern auch gleich nach unseren Versen, Ich bin verständig wenn ich gegen das was ich zu fürchten habe aufschreie. Dazu kommt daß *zu nahen greifen* wenigstens im späteren Sprachgebrauch bedeutet Einem zu nahe treten, indem man zu weit um sich greift. So wird man denn wohl wahrscheinlicher finden daß *die nâhen griffe* die des Angreifenden sind, eben die nachfolgenden *vorhte*, Gefahren. Dann aber verändert sich der Gedanke durchaus. Der greift mir allzu nah, der geht mir stark auf den Leib, der mich innerhalb der Hand, wo ich kein Haar habe, rauft. Der ungetreue Freund, der so wenig Beständigkeit hat als ein Spiegelbild oder des Blinden Traum, der sich aber in mein Vertrauen einschleicht und

mir schaden kann wo ein offener Feind nichts Angreifbares findet, er der mich selbst in der haarlosen Höhlung der Hand rauft, geht mir zu nah. Wenn ich vor solcher Gefahr aufschreie, das ist doch gewiß meinem Verstande gemäfs. So müssen wir nun gleich die zwei folgenden Verse,

*sprich ich gein den vorhten och,  
daz glüchet mîner witze doch,*

zu dem vorhergehenden ziehen. *Och* ist hier die Interjection, *wé unt och* im h. Georg 1078. *Er nesprach nie och noch wé*, steht in der Kaiserchronik Bl. 29<sup>c</sup>, und der Marner sagt, MS. 2, 176<sup>a</sup>,

*swer wilden mardr in schózen zamt  
und leit dem lewen ein joch,  
ob im sîn hant dâ niht erlamt,  
só mag er doch wol sprechen och.*

Der Dichter des Titurels erklärt

*sprich ich gein disen vorhten och,  
als den daz fíwer brennet.*

Nun haben wir erst recht den Dichter in seiner Weise. Wie er es liebt, zwei Gedanken sich durchschlingen zu lassen und abwechselnd von einem zu dem andern zurückzukehren, so verbindet er hier durchaus die Schilderung der Untreue mit der Warnung sich von ihr nicht teuschen zu lassen. Diese Verbindung fanden wir schon oben V. 15 dadurch angezeigt, daß das fliegende Beispiel unerfahrenen Leuten leicht entwische. Dann folgten die neuen Gleichnisse von Spiegel und Traum; darauf die Gefahr des Raufens und dabei das angstvolle Aufschreien. Nun (2, 1) wieder Bilder: Wie werd ich Treue finden wo sie zu vergehen pflegt, wie Feuer im Brunnen und der Thau von der Sonne? Dann (2, 5) wieder angeknüpft an das Weherufen in der Gefahr, Hab ich doch nie einen noch so weisen Mann gekannt, der nicht gern erfahren hätte wie gute Lehre diese Betrachtungen geben und *welher stüere si gernt*. Dies ist im Titurel, wo überhaupt der Gedanke dieses Satzes durchaus verändert worden ist, so umschrieben als ob es hiesse *welher stüere disiu mære wernt* oder *waltent*; es steht aber *gernt*, welcher Leitung sie begehren, also, wie sie begehren daß man sich steuern, sich führen solle. Im Welschen Gast 10, 6

*swer ist od wirt tugenthaft,  
dem gib ich ze vrüntschaft*

*mîn buoch, daz er dâ mite  
stiure sîne schoene site.*

*Dar an* (2,9), in der Kenntniß dieser Sätze lassen die Weisen nie ab sowohl zu fliehen als zu jagen, zu entweichen und umzukehren, zu tadeln und zu loben. Wer mit diesen *schanzen*, mit diesen Gegensätzen, die auf Gewinn und Verlust stehen, wohl Bescheid weiß, dem hat der Verstand (er wird personificiert gedacht, *vrou Wîze*) sich günstig gezeigt; ein solcher Weiser, der sich nicht *versitzet*, nicht durch zu langes Stillsitzen fehlt, noch sich vergeht, und auch übrigens verständig ist, oder, wie Wolfram, nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauch seiner Zeit, mit vollständigerem Wortspiel sagen konnte, *sich wol verstêt*. Statt *sich versitzet* hätte er auch *sich verliget* setzen können: aber Haug von Trimberg sagt auch von den tugendhaften Leuten, und zwar ohne Wortspiel, *si gênt stênt und sitzent eben* (Renner 7056). Endlich folgt (2,17) wieder noch einmahl die andere Seite des Gedankens, als das worauf sich die Klugheit des Weisen bezieht, ein neues Gleichniß von der Untreue. *Falsch geselleclîcher muot*, die Gesinnung des treulosen Freundes, *ist zem hellefiure guot*, hilft ihm in das Feuer der Hölle, *und ist hôher werdekeit ein hagel*, und zerstört wie ein Hagelschlag seine hohe Geburt und Ehre. Das Gleichniß selbst aber weiß ich nicht zu erklären, obgleich die Worte deutlich sind: die Präterita deuten auf ein bekanntes Beispiel, eine Art von Fabel, <sup>(1)</sup> „des Unstäten Treue hat so kurzen Schwanz, daß sie noch nicht den dritten Biß vergalt, wenn sie mit Bremsen in den Wald fuhr.“ Benecke hat hier an das Bild eines Rindes oder Pferdes gedacht, das im Walde sich mit zu kurzem Schwanze die Bremsen nicht abwehren kann. Aber beißen die Bremsen? und was heißt das, „ein Rind fährt mit Bremsen in den Wald“? — denn aus dem *bi bremen* der sangallischen Handschrift wüßte ich gar nichts zu machen. Wie kann der Zagel als der treue Gesell des Thieres betrachtet werden? Ein Freund weist mir eine Stelle in Fischarts Gargantua, Cap. 19, S. 253 (1590), wo allerdings von einem Beistand die Rede ist welchen die frommen Bremsen thun. *Bîs sie uber Orleans kamen. Allda was ein weiter breiter Wald, in die Läng auff*

---

(<sup>1</sup>) Wie man z.B. sagt *der gewâgte, der genas, die wîl er unverzaget was* (Liedersaal 2, 701), und wie eine Fabel vom Teufel, der von Jagdhunden verfolgt ward, bezeichnet ist in demselben Gedichte S. 702 *nu genas der tiufel doch vor den vorloufen noch*.

treißig fünff Meilen und inn der breite sibenzehen, drunder und drüber ungeferlich. Derselbige war grausam fruchtbar unnd voll von Brämen oder Kühfliegen, also dafs es für die arme Thier, Esel unnd Pferd, die da durchzogen, eine rechte Rauberei unnd Mörderci war: Sollen, wie Tillet schreibt, von den Völkern Rhyzophagen oder Wurtzelfressern dahin gebant und verflucht sein worden, als sie gar aufs der art der andern frommen Brämen schlugen, und nicht mehr wie vor inen einen beistand thun wolten, und die Löwen tapffer anpfetzen, wann sie im Wurtzel delben inen hinderlich sein wolten. Bei Rabelais steht nichts davon: aber unser Freund, der Fischarts verborgensten Quellen nachzuspüren weiß, wird uns wohl bald auch dies Gleichniß erklären können, das leicht noch im sechzehnten Jahrhundert manchem nicht so schwierig und wunderlich vorgekommen ist als uns.

Wenn nun dies Gleichniß wieder die Treulosigkeit beschreibt, so kehrt der nächste Satz (2, 23) abermahls zu der mancherlei Lehre zurück die sich der Weise daraus nimmt, wie es vorher hiefs. Was dort *schanze* genannt wurden, das Flichen und Jagen, das Entweichen und Wiederkehren, das Tadeln und Loben, das sind hier *underbint*, das heift Unterschiede. Das Wort ist, wie auch sonst, hier Neutrum, obgleich keine Handschrift *disiu* giebt. Einige haben *dise manige slahte*: dann wäre *underbint* Genitivus Singularis im Femininum, wie das Wort allerdings auch gebraucht wird. Diese mancherlei Unterschiede sind nicht ganz *von mannen*, wie die meisten Handschriften haben, oder *von manne* nach den beiden besten, wie es vorher hiefs (Z. 5) *só wísen man*. Für die Weiber, das heift auch für sie, stecke ich diese Ziele. Die meinem Rathe folgt, die wird wissen wohin sie ihr Lob und ihre Ehre wenden und welchem Manne sie ihre Liebe und Würdigkeit bieten soll, so dafs Keuschheit und Treue sie nicht in Leid bringt. (3, 3 ff.) Um die rechte *máze*, das Abwägen und genaue Schätzen (hier zunächst der Männer) damit sie jedes Zuviel und Zuwenig meiden, darum bitte ich vor Gott für gute Weiber. Dazu führt sie die Schamhaftigkeit: denn *scham ist ein slóz ob allen siten*, die Schamhaftigkeit hat alle Handlungen des guten Weibes unter dem Schlosse. Um mehr Glück, aufer dieser Tugend, darf ich Gott nicht für sie bitten.

Aber nun (3, 7 ff.) wird auch auf die Weiber das Hauptthema angewandt. Auch die Weiber müssen treu und beständig sein: dies ist ihr Ruhm, nicht die äußere Schönheit. Die Falsche, sagt der Dichter, erwirbt nur



falsches unechtes Lob: es vergeht wie dünnes Eis das Augusthitze trifft. Und dann folgen Gleichnisse über die Schönheit und den inneren Werth der Frauen. Manches Weibes Schönheit wird weit umher gelobt: ist bei der das Herz *conterfeit*, *übele getân*, nicht wohl gemacht (denn dieses im deutschen nicht seltene Wort hat ganz seine französische Bedeutung), so lob ich sie wie ich das in Gold gefasste *safer* loben würde. Das *safer*, welches im folgenden dem Rubin entgegengesetzt wird, ist Saffern Zaffern oder Saflor, ein aus Kobaltkalk gewonnenes Glas. Man findet es eben so in dem Gedichte Heinrichs von dem Türlin, *der âventiure krône*, sprichwörtlich und gleichnißweise erwähnt.

*wan hoeret daz ofte sagen,  
daz etswenne gevalle  
ein swachiu kristalle  
nâhen zeinem smâreise.  
ouch enpfâhet niht der weise  
gar des rîches krône:  
daz ist wâr, im ligent schône  
ander sîn ungenôz bî.  
beidiu kupfer unde bli  
wirt mit silber versmit.  
ouch wont dem rôten golde mit  
ofte bleicher messinc.  
disiu mislîchiu dinc  
behabent ofte geselleschaft  
dâ in gebristet werder kraft.  
als muoz man mir entliben  
daz ich schül beliben,  
dâ man licht stein gesetzt hât,  
doch an des schaffers stat:  
so erliuchtet mich ein rubîn,  
der sîner tugent liechten schîn  
an mîn tunkel wendet  
und mir ein licht sendet.*

An einer andern Stelle desselben Gedichtes steht unrichtig *saphîr*, welches auch hier die Mehrzahl der Handschriften hat.



*niht vol er (Key) die rede liez  
 unz in die rede lázen hiez  
 künc Artús und stöut in.  
 er sprach „vür golt verworfen zin,  
 saphír vür den rubín!*

Zweites Gleichniß. Auch halt ich es nicht für *líhtiu* oder *ringiu dinc*, für etwas leichtes, wenn man in den schlechten Messing den edeln Rubin verarbeitet, den Rubin und all seine *áventiure*, alles was einem zugekommen ist, all sein Vermögen und Glück: denn *dem gliche ich rechten wíbes muot*, für des Mannes ganzen Reichthum halte ich die rechte weibliche Gesinnung des Weibes. Die ihrer Weiblichkeit, *ir wíphcit*, ihrem *wíbes namen*, recht thut, bei der werd ich die *varwe*, das äußere Aussehen, nicht prüfen, noch das sichtbare Dach ihres Herzens. Ist sie innerhalb der Brust wohl behütet, so ist da draußen ihr werthes Lob ohne Scharte, *unverschertet*.

So hat der Dichter, von der Hauptwendung seiner Fabel ausgehend, sein Lob der Treue durchgeführt. Zuerst ward die Treue gegen Gott und Menschen der Untreue und dem Zweifel entgegengesetzt, dann gewarnt vor dem Vertrauen zu den Unstäten. Auch die Weiber sollten ihre Gunst nur den Treuen zuwenden, aber die Weiber selbst nur durch ihre Treue, nicht durch äußere Schönheit, des Lobes der Männer theilhaftig werden. So bricht er seine Betrachtungen ab (3, 25), verspricht seinen Zuhörern dann ein mannigfaltiges Gedicht von großem Umfang, und geht nach dem Lobe seines noch ungebornen Helden zu der Geschichte seines Vaters über.

---

## Beilagen.

### I.

Da für die Erklärung des Einganges zum Parzival die Vorrede zum Titurel wichtig ist, scheint es mir am zweckmäßigsten, da man sie doch nirgend in einer erträglichen Gestalt gedruckt lesen kann, sie hier ganz beizufü-

gen, in einem Texte der wenigstens besser ist als ihn der Druck von 1477 oder irgend eine einzelne Handschrift giebt: nachdem das Verhältniß der Handschriften gegen einander wird genauer erforscht sein, kann es sich freilich ereignen dafs der Herausgeber oft ganze Zeilen anders liefert als ich jetzt.

1. *An angenge und an letze*  
*bistu, got, ewig lebende.*  
*din kraft an undersetze*  
*himel und erde helt enbor uf swebende.*  
*din ie, din immer, ist gar ungephahet:*  
*sam wirt din hoehe breite*  
*lenge tiefe nimmer mer betrachtet;*

2. *Swie doch gedanke gahent*  
*snel vor allen dingen,*  
*die nimmer dar genahent*  
*da si dinen gewalt mugen erswingen,*  
*noch din herschaft also übergroze.*  
*keiser aller kunege*  
*bistu, got herre, und niemen din genoze.*

3. *Ze prisen und ze rüemen*  
*ist immer din getichte,*  
*sit du reine bliemen*  
*himel und erde kundest gar von nihte,*  
*den himel mit der engelschar geheret,*  
*die erden mit gezierde*  
*da von din lop in himel wirt gemeret.*

4. *Der berge tal und steine*  
*holz wazr und al ertriche*  
*zermücle und machte kleine,*  
*dem daz in der sunnen vert geliche,*  
*swer daz als ze recht erzelen künde,*  
*noch manger tüsent müle*  
*ist von der gotes hoech an sin abgründe.*

5. *Wa möht sin kraft geherret*  
*halt iendert gewalts erwinden?*

sîn gwalt an breit sich verret,  
 ie lengr ie wîtr, alumbē ān endes vinden.  
 als er ie ān angenge was got lebende,  
 er ist und rîchset immer  
 hie und dort ēwege frōude uns immer gebende.

6. Volkomen ist ebentrehtec  
 sîn hērschaft, diu niht slîfet.  
 mit sîner maht almehtec  
 er himel und erde und wāc al umbegrîfet.  
 daz ist in sîner hant ein kleine balle,  
 und sînen klāren ougen  
 durchsihtic lûter baz dan kein cristalle.

7. Daz darftu, menschen künne,  
 doch haben niht für wunder.  
 baz dann durch glas vil dünne  
 siht er durch aller menschen herze besunder.  
 sît alliu dinc von sîner kraft geschehende  
 sint mit geschefte ūz nihte,  
 noch sanfter ist er elliu dinc durchsehende.

8. Diu mangan tûsent mîle  
 sint niht umb sust benennet:  
 noch manger jār mit wîle  
 der mensche lebt in ēweger frōud erkennet,  
 oder in nœten ēwîclîch zer helle.  
 die wil der mensche ist lebende,  
 got gît im wal ze nemen swelhz er welle.

9. Undr allen créatiuren  
 die got schaffen ruochte,  
 die reinn und die ghiuren,  
 dá bî was einiu gar diu ūz ersuochte:  
 swie hōch got mensch und engel hât geedelet,  
 noch edeler ist diu tugende,  
 der edel ob aller edel hōhe wedelet.

10. Wie bin ich des nu mugende?  
 wā kan ich daz bewæren?

got selbe ist alliu tugende:  
 durch daz só mac mich niemen des erværen.  
 got der geschuof durch tugent mensch und engel;  
 des Lucifer verstózen  
 wart, dó er het an tugende mengel.

11. Der muoz in abgründe  
 líden marter quêle.  
 die aber tugende künde  
 heten, den ist wol bi Michahêle,  
 der bi got mit tugende was gesigende:  
 ze heile manger sêle  
 ist er noch tugende für untugende wigende.

12. Die engel wâren alle  
 frî, willkür unbeschermet,  
 ê daz untugende galle  
 mit ter hóchfart undr in wart getermet.  
 die got sach tugent für untugent kiesen,  
 die firmet er mit tugende,  
 daz si niemêr ir tugent möhten fliesen.

13. Ir tugende sigenünfte  
 wart in hie von ze miete,  
 êweger fröuden künfte,  
 daz in untugent die nimmer mêr verschriete.  
 nách tóde der mensche ouch alsó wirt gefirmet,  
 daz wir vor alln untugenden  
 sîn immer mêr gevestet und beschirmet.

14. Wer wil nu mit der tugende  
 untugende widerstrîten  
 inz alter von der jugende,  
 daz wir nách tód vor allen hellegûten  
 êweger nót beliben sunder kriege?  
 só firmet iuch mit tugenden,  
 daz iuch unedel untugent iht betriege.

15. Ob nu der mensche vellet,  
 der tugende sich besundert

und sich *Lucifer* gesellet,  
 der kumt wol wider. wer ist der den des wundert?  
 den kan ich diser frage wol gestillen.  
 der mensche wart verraten:  
 dó viel der engel selb mit argem willen.

16. *Sus viel er von gedanken,*  
*der werke sunder rüere.*  
*der mensch in sünden wanken*  
*ist wort gedank und werke nu volfüere,*  
*und mac sich dannoch engelschar gefriunden.*  
*des hab wir got ze lobenne:*  
*wan engel valsch sint gar die ungeniunden.*

17. *Ob menschen sünden riuwe*  
*ist an dem herzen klebende*  
*ze reht mit ganzer triuwe,*  
*unz an die wil daz er ist fride gebende*  
*got und der sêl nâch tód vor allen sünden,*  
*durch keiner sünden schulde*  
*darf in genôz der helle niemen künden.*

18. *Wirt iemen sünde úf ladende,*  
*der sol den zwível hazzen.*  
*vor allen dingen schadende*  
*ist der zwível al den toufes nazzen.*  
*den zwível hân ich vor ein teil enbæret:*  
*wie er nâch helle verwet,*  
*an Parcivál man daz von érste hæret.*

19. *Die trægen dá man merket*  
*und der witz die tunkel sehende*  
*mich zihnt, ich hab verterket*  
*ein phat vil wít, daz lige der diet unspehende,*  
*dar zuo hab ich in schef und bruck enphüeret,*  
*stráz und phat alsó verirt,*  
*immer al ir verte ungerüeret.*

20. *Hie wil ich niht mér símen*  
*der selben sache künde,*



gar al die stráze rúmen.  
 ir irreganc der wær mir líhte sünde.  
 ich wil die krümb an allen orten slihten;  
 wan sümeliche jehende  
 sint, ich kûnn es selbe niht verrihten.

21. *Wie Parzifáls an hebenne*  
*sî, des habt hie merke,*  
*mit tugende-lêre gebenne.*  
*dar zuo geb uns der hœchst mit sîner sterke*  
*daz wir gevolgen aller guoten lêre,*  
*daz wir gebenediet*  
*mit gote haben zeswenhalp die kêre.*

22. *Ist zwîvel nâchgebûre*  
*dem herzen iht die lenge,*  
*daz muoz der sêl vil sûre*  
*werden êwlich in jámers strenghe.*  
*herze, hab die stæte an dem gedingen,*  
*wâr minne, rehten glouben:*  
*sô mac der sêle an sælekeit gelingen.*

23. *Gesmæhet und gezieret*  
*ist übel bî der güete.*  
*ob sich alsus parrieret*  
*ein lîp mit sünden, klein odr überflüete,*  
*und got dar umb in vorhten doch erkennet,*  
*in hofe sînr erbermde*  
*sô wirt diu smæh mit zierde gar zertrennet.*

24. *Unverzagt an muote*  
*sol manlich herze werben.*  
*durch übel sol daz guote*  
*manlich herze niemmer lân verderben,*  
*daz sîn agelstervarwe sich vereine*  
*und werd übr al der blanken:*  
*und ob diu blenk sich aber danne entreine,*

25. *Dannoch sî der geile,*  
*vor allem zwîvel sunder,*

swie er úf beider teile  
 stê, des himels und der hell hn under.  
 unstæter muot dem tiuvel wirt gesellet:  
 die selben sint geverwet  
 vinstervar und êweclîch gehellet.

26. Sô habent sich an die blanken  
 varwe nâch der sunnen  
 die stæten mit gedanken.  
 die varwe gît ein ursprinc aller brunnen,  
 der menschlich künne alsus clârifizieret,  
 daz er von trüeber aschen  
 der engelschar gelîch sus kundewieret.

27. Ein brunn der sô die lenge  
 gewalteclîchen springet,  
 mit stæt ân aneenge  
 des fluz mit wîsheit voller sælden klinget:  
 der süezen miltekeit gar überflüetet  
 stêt wît ein sê geflozzen,  
 des güet gar alle güet hât übergüetet.

28. Der brunn der flüzz gesêwet  
 der magenkraft sich phlihtet,  
 ân aneenge immer gêwet.  
 got vater, dîn gewalt mach uns verrihtet  
 der wîsheit sô daz wir dich sun erkennen:  
 heilger geist, dîn güete  
 müez uns bewarn vor böser geiste brennen.

29. Ein sê, ein fluz, ein brunne,  
 der stêt alsus gedriet:  
 swer wîsheit merken kunne,  
 der merk wies alle drî doch sint gefriet  
 aller elementen, wan des einen.  
 vater, sun, heiliger geist,  
 ein got, du maht noch græzer kraft erscheinen.

30. Ein brunne hóc der lebende  
 ist der den ich dá meîne:

mit wazzer ist er gebende  
 dise clârheit edel und alsô reine,  
 daz engelschar ein irdisch lîp genôzet,  
 wirt gotes nam gedriet  
 ze reht genant, sô mann inz wazzer stôzet.

31. Der touf die sêle erblenket  
 hôh über snêwes varwe:  
 wirt minnen viur gevenket  
 dar inn mit rehtem glouben al begarwe,  
 dar zuo gedinge sunder zwîvels wanken,  
 hie mit sich dann luzernet  
 diu sêle hôch übr al der sunnen vanken.

32. Ein got, dîn nam gedriet,  
 und doch ein got al cine,  
 dîn touf tuot sus gefriet  
 den menschen gar vor allen sünden reine;  
 durch daz diu schrift uns lêret nu mit flîze,  
 daz wir gar ungemeylet  
 behalten wol die selben wât sô wîze.

33. Diu diet diu niht geloubet  
 die kraft des hêren toufes,  
 wie sich diu sælden roubet  
 an hôhen fröuden iemer werndes koufes!  
 sît er mit sîner worte kraft hiez werden  
 himel stern loub unde gras  
 vische vogel wûrme tier und erden,

34. Noch alsô krefterîche  
 sint sîniu wort gesterket,  
 daz er gewalteclîche  
 den touf mit sînen worten sus beserket:  
 ob ein mensch het al der werlte sünde,  
 lûter sam diu sunne  
 wirt ez ir aller in des toufes ûnde.

35. Got mangiu wunder spæhe  
 mit wazzer dicke erzeiget:

*swer im niht krefte jæhe  
ob aller kraft, der wær von im geveiget.  
er rert ez úz den lüften gróz und kleine,  
vil sanft in wazzers wíse,  
und vallet under wílen sam die steine:*

36. *Etwenne in sölher wíze,  
der clárheit wol gerichet,  
só daz gein sínem glíze  
nie niht úf erden wart daz im gelíchet:  
etwenn só riselt erz in süezem touwe.  
danne et wazr al eine,  
ez wær úf erde niht in lebender schouwe.*

37. *Got machet brucke herte  
úz wazzer dem vil weichen,  
und stráz der wagenverte.  
sín kraft diu kan für alle krefte reichen.  
er macht ouch úz dem wazzer licht cristallen,  
dar inne ein viur sich funket,  
und muoz durch ander tugende wol gevallen.*

38. *Wie wazzer sich cristallet!  
daz tuot got sölher wíse.  
vil tiefe sich vervallet  
in hóher velse klamme last von íse,  
hitze winde wazzers gar vereinet,  
und lit aldá die lenge:  
sus wirt ez licht cristalle klár gesteinet.*

39. *Der nam Krist sældenríche  
mir sæleclich gevallet.  
ir kristen al geliche,  
schaffet daz ir iuch zuo Krist kristallet,  
daz iuch kein hitze wint noch wazzers ünde  
von Kriste niht vertribe:  
só hát iur kristen Krist in sælden künde.*

40. *Hóhvert gelich dem winde  
von Krist vil mangan tribet:*

*der hîtz gelîch ich vînde  
unkîusch, diu niht bî Krîste übr ein belîbet:  
des wazzers gûtekeit diu kan sô wüeten,  
mit gûzzen vil der krîsten  
kan si von Krîste zuo der helle flüeten.*

41. *Enidorjum* <sup>(1)</sup> *diezen  
siht man ze allen stunden,  
und wazzer dar úz flîezen,  
und wirt an sîner græz niht mînnere funden.  
der stein hât sölhe kraft von gote besunder.  
von wann daz wazzer flîuzet  
in den stein! daz ist von got ein wunder.*

42. *Und doch ein wunder kleine,  
der ez ze rehte merket;  
sît got daz wazzer cine  
für ander elementen hât gesterket.  
daz wazzer für gewaltelîchen swendet,  
den luft ez dîrkel houwet,  
die erden an ir kraft ez dicke phendet.*

43. *Der sacrament daz merre teil  
mit wazzer wirt geblüemet,  
dâ mit aller krîsten heil  
wirt êweclîch von engelschar gerüemet.  
doch hât daz wazzer heilekeit niht mære  
dann ander elementen,  
swie im die heiden geben gotlîch êre.*

44. *Durch daz sî niemen jehende  
dem wazzer heilekeite,  
ê daz si im geschehende  
von priester sî, daz er si dar bereite  
mit worten diu dar zuo von recht gehœrent.  
von worten sacramentâ  
gewînnent kraft, diu uns ze got enbœrent.*

---

(1) Enhydros Plin. 37, 11, 73. Isidor. orig. 16, 13, 9. Parzival 791, 18.



45. *Für und wazzer beide  
in einem vazze kleine  
got hât ân underscheide.  
ich mein, des winters zît, in einem steine,  
dar ûz das wazzer in der stuben switzet.  
nu slach dar in mit îser:  
an dem frost daz fîwer dar ûz glitzet.*

46. *Mit wazzer wirt beclâret  
der mensch noch ander wîse.  
swie vil er hab gevâret  
sünden meiles, in daz paradîse  
daz wazzer in dar zuo den werden bringet.  
ich mein daz ûz den ougen  
mit der wâren riwe von herzen dringet.*

47. *Der wazzer in die lûfte  
widerberges kêret  
und ez mit kalter tûfte  
ûf erde nider in blanker varwe rêret,  
der müez uns widerberges wazzer ziehen  
von herzen ûz den ougen,  
dâ mit wir aller vinsternûss enpflihen,*

48. *Und uns an die blanken  
mit stætekeit wol halden,  
mit werken, mit gedanken,  
alsô daz wir der wîzen wæte walden,  
âne meil, als uns der touf erglenzet,  
und ander sacramentâ:  
diu machent uns vil sæleclîch bekrenzet.*

49. *Ich sol wider anz mære  
des anevanges grîfen.  
an wîzen wirdebære  
ist er wol, swer im niht lât entslîfen.  
vor agelastervarwe iuch under machet,  
habet iuch gein der blanken:  
diu swarz an werdekeit ie was verswachet.*

50. *Diu flüge dirre spelle  
fuor den tumben liuten  
für óren gar ze snelle:  
durch daz muoz ich hie worticlich bediuten.  
ez lát sich sanfter danne hasen váhen  
(ich mein die sint erschellet):  
án suochbracken mac man ez ergáhen.*

51. *Ein glas mit zín vergozzen  
und troum des blinden triegent.  
hát iemen des erdrozzen,  
só wundert mich niht ob die gein mir kriegent.  
spiegelsehen und blinden-troum antlütze  
gebent in krankem schíne  
und sint an aller stætekeit unnütze.*

52. *Und ist der blinde iht schende  
in troume, daz verswindet:  
swenn er erwacht und spehende  
ist daz er sîn niender teil enfindet,  
só wirt sîn fröuden wân in leit verwandelt.  
swer in den spiegl ist schende,  
dem wirt sîn antlütze misshandelt.*

53. *Vil krump wirt im daz slehte,  
daz licht vil dicke vinstet:  
sîn ouge daz gerehte  
wirt im offenliche gar daz winster.  
noch triugt der welte süeze michel mére:  
ir wünneberndiu fröude  
gît anders niht wan siustebære sêre.*

54. *Ouch mac gesîn niht stæte  
der welte licht wirt trüebe.  
angel, dar zuo græte,  
wahsent in ir honec mit scharpher schüebe,  
in ir zuckersüeze ein distel dornec.  
nâch minneclîchem trûte  
gît si dicke vînt unniâzen zornec.*

55. *Diu fröude lanc bewæret  
uns allen ist verkoufet.  
er ist an prîse erwæret,  
swer mich in mîner hant enmitten roufet,  
sût daz er niendert hâr dar inne vindet.  
der stæte fröude suochet  
in dirre welt, ich wæn si sam verswindet.*

56. *Sprich ich gein disen vorhten Och,  
als den daz fiwer brennet,  
daz glîchet mînen wîzen doch  
und allen den <sup>(1)</sup> der ez als ich erkennet.  
swer vorhte gein der welte unstæte minnet  
mêr dann fiures brennen,  
des wîze ob aller wîsheit stêt besinnet.*

57. *Und wil ich triuwe vinden  
in hovesache untriuwen,  
und mich aldar gesinden,  
daz muoz iedoch ze leste mich geriuwen.  
swer üppekeit der welt mit triuwen minnet  
sunder wider kêren,  
für wâr der ganzen wîsheit im zerrinnet,*

58. *Sam tou in heizer sunnen  
vert ûz der gesichte,  
und fiur in einem brunnen.  
den beiden lît ze flûste gar diu phlihte:  
noch michels mêr der welte minner fliesent,  
die âne vorht si minnent  
und für die blanken varwe swarz erkiesent.*

59. *Ob sinnerîcher stiure  
disiu mæc iht walten,  
diu tuont sich niemen tiure:  
si nement nu die jungen mit den alten,  
und mugent ouch den tumben niht entwîchen*

---

(<sup>1</sup>) und al dem?

*alsam ein hase erschellet:  
si mugents nu mit merke baz erslîchen.*

60. *Und hân doch niht erkennet  
man sô rehte wîsen,  
wirt im ze kûnde genennet  
disiu âventiur, ez muoz in prîsen  
an wîtze kraft, ez sî vil oder kleine.  
des bin ich ungerüemet:  
wan ez høert an die âventiur gemeine.*

61. *Diu hât den sprunc sô wîten  
genommen und ir gesinde,  
daz sich ein michel strîten  
noch hebt vil liht ê daz ich underwinde  
mich der rede sô gar ein übermâze.  
mit bet wil ichz versuochen,  
daz man mich sölher arebeit erlâze,*

62. *Niht wan durch flust des lebennes:  
daz ist ouch hort der hæste.  
wer phliget sölhes gebennes,  
daz er mich lîbes flüste wider trœste?  
dar umb sô müest ich guoter bûrgen waltten:  
der mir die niht ensetzet,  
sô wil ich lîp und leben sus behalten.*

63. *Wan inner kraft des herzen,  
dar an daz leben hanget,  
wirt geruort in smerzen,  
dar inn ez wirt verklammet und vertwanget:  
occiput und sinciput ersuochet  
wirt aldurch die zirken,  
unz daz ich bin an wîtzen unberuochet.*

64. *Diu bete mich vervâhet  
gein fürsten drin ze nihte.  
sô bin ich der dâ gâhet  
an ir gebot vil gar in stæter phlihte.  
durch si den lîp muost ich ze velde wâgen*

*in stürmen und in striten.*

*wer si sîn, des darf mich niemen frâgen.*

65. *Dirr âventiure kère  
sî krümbe oder slihte,  
sist niht wan tugentlêre:  
dar umb sol ich si wîsen ûf die rihte.  
hie vor ist si mit tugenden anegevenget:  
ir haupt, ir brust, ir sîten,  
ir fûez, die sint mit tugenden gar gemenget.*

66. *Nu wûnschet, reine frouwen,  
(ich mein die tugent hebende  
mit triuwen unverhouwen)  
daz mir Allissimus die sælde gebende  
sî daz ich die âventiur geleite  
alsô daz edel tugende  
dâ von die virre wâhs und ouch die breite.*

67. *Genendekeit mich flûhet  
an dirre tât begünste.  
wan ez die lenge zûhet,  
sô bedarf ich werder helfe gûnste.  
als Dâvid was an Goliath gesigende,  
diu selbe hant sô rîche  
sî mir an disen nœten helfe wigende.*

68. *Almehtic got der krefte  
diu nie wart übersterket,  
kunstlôs an meisterschefte  
bin ich der schrift, iedoch mîn sin wol merket  
dîn kraft für alle krefte wunder zeichet,  
diu nie wart überhœhet  
noch mit tiefe niemen underreichet.*

69. *Dîn breit und ouch dîn lenge  
stênt iemmer ungemessen,  
du ie ân anegenge  
bist gewesen noch niemmer wirt vergezzen  
diner götlich êwekeit ân ende.*



*des lá mich, herre, genießen,  
daz ich gesté zuo dîner zeswen hende.*

70. *Gewalt und kraft die grózen  
mac niemen gote volprisen,  
mit zal, mit pfaht, mit lózen:  
iedoch sol mans ze recht ein teil bewísen,  
bescheidenlich durch werde gote jehende,  
der disiu áventiure  
vil tuot bekant, geschehen und geschehende.*

71. *Hie vor in mangan járen  
ist lützel iemen erstorben  
ê si betaget wáren  
niunhundert jâr. sus het mit in geworben  
der elliu dinc wol mac und kan volenden.  
er tuot und sol noch werben:  
swaz er wil, des mag in niemen wenden.*

72. *Sin wille genáden ríche  
an uns erfüllet werde.  
wir sprechen tegelíche  
„got herre vater in himel und in erde“,  
aldá wir dich ze vater unser nennen:  
almehdic aller sterke,  
só maht du wol ze kinden uns erkennen.*

73. *Swaz dinen kinden wirret,  
daz maht du wol erwenden.  
ob uns niht anders irret,  
só kan uns niemen dîner helf gephenden,  
dann ob wir dich mit brædekeit vertriben.  
dín helf diu helferíche  
láz uns bí veterlícher suon beliben.*

74. *Du hást durch menschen künne  
wunder vil erzeiget,  
ze fróuden und ze wünne  
die sich ze kinden heten dir geneiget.  
die hást du veterlíche hóh gesetzt:*

und die dich vater smáhten,  
die sint von dir gesmæhet und geletzet.

75. Swer nu an dir bekennet,  
got vater, disiú wunder  
diu hie werdent benennet,  
und tuot sich doch ze kinde von dir sunder,  
só daz er dich mit argen sünden smæhet,  
ez wirt an im gerochen,  
ob er sich mit der suon gein dir niht næhet.

76. Du hást den elementen  
gebrochen ir natúre,  
ze sældenrích presenten  
den guoten, anderthalp ze grózem sùre  
den argen, als du tæet dem künec Pharóne,  
den du inz mer versanctest  
und díniu kint dar über fuortest schóne.

77. Dín kraft dem wazzer werte  
al sîn natürlích linden:  
gelích dem steine herte  
wart ez ze ríchen sælden dinen kinden.  
wer ist dich veterliche des nu lobende  
von allen sînen kreften?  
der witz diu meiste menge ist leider tobende.

78. Driu kint in starkem fiure  
mit hóher kraft du nertest:  
und den hie úz untüure  
wart daz fur. ze ráche du behertest  
ir dá vil die úzerhalben wáren.  
swie gar durchschende glüete  
der oven, iedoch diu kint dar inne genáren,

79. Ananíe und Azaríe,  
Misahél der dritte.  
got herre, ob ich niht síe  
dín kint, só tuo du herr des ich dich bitte:  
hílf mir daz ich die sünde alsó gefliehe,

mit riuwe bíhte buoze,  
 daz ich mich wol erbes underziehe,  
 80. Und daz mich gar vermíden  
 müeze fúr daz gróze,

daz éweclích kan sníden  
 Luciféren und sín húsge nóze  
 und all die velerlichez erbe fliesent  
 und die varwe der sunnen  
 werfent hin und vinsternússe kiesent.

81. Dú erd ist ouch entrennet  
 an ir natúre funden.  
 dá si vil ganz erkennet  
 was, dá hát si starke man verslunden,  
 als si Dathan und Abirón verslinden  
 ze rách dir, herre, kunde.  
 sus kan dín kraft wol stricken und enbinden.

82. Ouch was dir wider gebende  
 dú erde gar den tóten,  
 gesunt und schóne lebende,  
 Lazarum. dín kraft ist unverschróten  
 ie gewert. des was ouch Jónas jehende,  
 und manic túsent ander,  
 an den dín kraft was und ist hiut geschehende.

83. Sít gotes kraft besunder  
 ist ie gewesen stæte,  
 dá bí só merk ich wunder,  
 ez wær ouch daz sín wille und sín geræte,  
 daz Enoch und Elyas der wíse  
 vor aller diet durch wunder  
 liphast behalten sint in paradíse.

84. Alsólher wunder sterke  
 hát sín gotheit ére.  
 dá bí ich daz wol merke,  
 daz sín gewalt wol túsentváltic mére  
 der welte sunder sterben hete behalten:

*wan ez stêt in sîner hende  
leben und tót: des lûzen wir in walten.*

85. *Swie wir hie nu sterben,  
doch leben wir dort iemmer  
dar nâch und wir hie werben.  
disiu mæc kûnd ich volenden niemmer.  
ein ander were hân ich hie under handen:  
ob ich selb vierde wære,  
ich fûrht ez wûrde uns allen sêr enblanden.*

86. *Der ûz Provenzâle,  
und Flegetânis parliure,  
heidensch von dem grâle  
und françoys tuont uns kunt vil âventiure:  
daz wil ich tiuschen, gan mirs got, nu kûnden.  
swaz Parzifâl dâ birget,  
daz wirt ze lichte brâht ân rackerzûnden.*

## II.

Über die Quellen und Bearbeitungen der Sagen vom Graal, von Parzival und von Tristan, sind wir bis jetzt, wenn wir die Wahrheit sagen wollen, noch völlig im Dunkeln. Die Behandlung dieser Sagen bei den neuesten französischen Forschern kommt ihren vortrefflichen Untersuchungen über die kârlingische Fabel bei weitem nicht gleich: und doch sind sie, an sich und der ausgezeichneten deutschen Gedichte wegen, einer näheren Betrachtung so sehr würdig. Ich gebe hier nur einen kleinen litterarischen Beitrag.

In meiner Vorrede zu Wolfram von Eschenbach S. XXII f. habe ich eine Darstellung der Sage von Parzival und dem Graal nachgewiesen, die der Fabel Christians von Troyes näher gestanden habe als der von Wolfram gebrauchten, ohne doch mit Christians Gedichte ganz überein zu stimmen. Dies ergab sich aus den Anspielungen in der Krone Heinrichs vom Türlein, der zwar Wolframs Parzival nicht nur kannte, sondern ihn auch geradezu anführt, doch aber daneben jene Anspielungen hat, natürlich aus seiner französischen Quelle. Ich hatte damahls Türleins Gedicht nur in einer Ab-

schrift der unvollständigen Wiener Handschrift gelesen: jetzt kann ich aus der heidelbergischen, N. 374, noch einiges nicht unwichtige hinzufügen.

Das Merkwürdigste ist nun dafs Heinrich vom Türlein in seiner Krone (denn so nennt er es, nicht der Abenteure Krone) den Christian von Troyes selbst als den Verfasser des vor ihm liegenden französischen Werkes angiebt. Herr Gervinus sagt zwar in seiner Geschichte der deutschen Dichtung II, S. 61, Christian werde als Quelle „ohne Zweifel mit Unrecht“ angeführt: aber ich weifs nicht worauf dieses Urtheil beruht. Vielmehr, da ich hier dieselbe Abenteuerhetze finde, welche die Franzosen seinem Perceval mit Recht vorwerfen, glaube ich gewifs dafs bei näherem Nachsuchen auch dieses Werk Christians von Troyes noch wird gefunden werden. Dann aber hätte dieser Dichter, ehe er selbst an den Perceval gieng, über dem er starb, auf Percevals Sage als bekannt hingedeutet, und zwar in einer Gestalt die von Guiots Darstellung bedeutend abwich. Ob Guiots oder Christians Perceval älter war, läfst sich aus Wolframs Worten nicht erkennen: das aber lernen wir aus der Krone, die Hauptpunkte der Sage hat Christian nicht aus eigener Erfindung in so stark abweichender Gestalt gedichtet, sondern er fand sie so überliefert.

Einige der von mir angeführten Verse erhalten durch die Heidelberger Handschrift entweder Verbesserungen oder doch Varianten. S. XXII *ir veler (ir bîlen) het si wol gewant*. Unten mufs es von Blancheflour heifsen

*ouch was diu crowe von Gál,  
als ichz vernomen hân, geboren.*

S. XXIII werden die Vorschläge *halsslac* und *umb einen* bestätigt, auch *á lit merveillós*. Andre Lesarten sind *den er im mit nîde (mit dem schafte) sluoc* und *daz sper und daz (der) rîche grál*. Noch sind S. XXII unten, nach dem Verse *des nahtes an dem bette*, die Worte ausgelassen, „und erwähnt ihrer Belagerung,

*daz iuch her Percefál erwaht.*“

Wichtiger ist aber dafs noch einige Anspielungen hinzukommen, deren Vergleichung mit der *histoire de Perceval le Gallois* nicht uninteressant ist. Kaii sagt von Parzifal

*daz er von sîner muoter fuor  
als ein tóre, und in der fuor  
nâch ritterschaft ze hove kam,*



*dá er ein vingerlín nam  
einer frouwen und si kuste  
alsó dicke in geluste,  
swie si dar umbe weinet:  
wan si was vereinet  
an dem bette in dem paulolín:  
des muost diu rede alsó sín  
als ez wart an ir schín.*

Dies stimmt ganz überein mit der *histoire* Bl. 5<sup>re</sup>. Ferner Kaii zu Parzifal

*ob halt dann bî iu wære  
Góor̃ von Goromant,  
iu müese werden bekant  
wie ez stüende umb den grál,  
swie er iu fráge alle mál  
verbüte durch werde zuht,  
dó er só riche male (ríchgemále?) fruht  
von ritterschaft an iuch leit.*

Im Roman Bl. 10<sup>re</sup> sagt Gornemant de Gohor *De rechief vous prie que ne soiez langart, ne trop parlant, ou rapporteur de chauldes nouvelles. car nul ne peult estre remply de grant langaige, qui souvent chose ne die qui luy retourne à villennie. Les aucteurs dient aussy que grandes parolles ou trop grant plait le vice et le peché atraict. pour ce, beau filz, chastiés vous de trop parler, si de tel vice estes tempté.* Die Verse und Reime in diesen Worten sind wohl entlehnt: ob aus Christian selbst, kann ich nicht sagen. Von Parcifals erstem Aufenthalt beim Graal, und der Vorgeschichte, die bei Wolfram gänzlich fehlt.

*si heten alle guoten tróst  
und gedíng ze Parcifál,  
daz er solte von dem grál  
ervarn die heimlichen sage:  
dó schiet er dannen als ein zage,  
daz er sín niht enfráget,  
und sich sider niht enwáget,  
dó er dar an missefuor  
daz er sín dá niht erfuor,*

*daz erz sider het ervarn.  
 só het er manic muoter barn  
 dá mit erlóst von grózer nót,  
 die beide lebent und ouch sint tót.  
 wan disiu jámers nót geschach  
 von sínem vetern. den erstach  
 sín bruoder durch sín eigen lant.  
 durch dise untriwe het gewant  
 got sínen herten zorn,  
 daz ez mit alle was verlorn,  
 über in und daz künne al.  
 daz was ein jæmerlicher val.  
 swaz sín lebt, daz wart vertriben:  
 die aber tót beliben,  
 die fuoren doch in lebens schîn:  
 daz muos ir aller wîze sín,  
 und lîten gróze nót dá mite.  
 doch heten si tróst unde bîte  
 von gote und gnáden só vil,  
 daz si funden kumbers zil,  
 als ich dir nu sagen wil.*

*Ob des geslechtes ieman wære,  
 der in dise swære  
 dá mit enden wolte,  
 daz er ervaren sollte  
 dise gróze áventiure,  
 daz wære liebes stiure  
 diu si leides ergetzet,  
 und würden gesetzet  
 in gewone freude wider  
 beide die tót ligent nider  
 und ouch die die noch lebent.*

In der *histoire*, Bl. 182<sup>vw</sup>, erzählt der *roy peschor* dem Perceval *Dedens le chateau de Quinquaran estoit le roy Gondesert mon frere, qui moult fust de grande renommée, par son sçavoir, par sa hardiesse et prouesse, et par*

ses belles vertus. lequel fust en ce chasteau assiegé par ung Espinegres nommé (f. 153<sup>v</sup> roy Pinegres, der Sohn der royne Brangemore de Cornuaille), qui amena avec lui grande puissance tant de chevalliers que le souldoiers piétons. mon frere contre luy en bataille sortit, et si bien se maintint que toute sa gent desconfist. et par ainsy furent ceulx de dehors vaincus. et cil qui depuis maincs jours a rescue, ung moult hardi neveu avoit; <sup>(1)</sup> lequel luy fist veu et promesse que le mien frere occiroit ce jour, comme il a faict. c'est chose seure par bien grande maladventure. car quant la desconfiture veist, et que les siens avoient tourné le doz, le sien neveu se desarma, et puis après les gens de mon frere dedens le chasteau entra, parce qu'il estoit incogneu, et cuidèrent qu'il fust des leurs. puis au chasteau ung mort trouva; lequel si tost eust desarmé, et de ses armes s'en arma, et se remist droit à la roye, tenant l'espée dont vous avez les pieces jointes. et quant il fust en la bataille, devers mon frere se tira, tenant l'espée en sa main nue. mais mon frere de lui ne se gardoit, parce que pour certain cuda qu'il fust des siens, et avoit son heaulme osté, pensant la noise estre apaisée et se repairer avecques sa mesgniée qui moult bien faict avoit ce jour. et cil qui ne pense que affaire sa voulenté, de l'espée qu'il avoit traicte sur le chief de mon frere, l'en ferist qu'il le pourfendist jusques à l'arçon de la celle. et de ce coup que je vous dys brisa la bonne espée en deux. et cil qui la croisée tint s'en retourna hastivement, si en jecta sus la moitié, et s'en vint à ses gens qui moult grande joye en demenerent. et ceulx du chasteau ont le roy Gondesert emporté tout mors dedens le sien escu, et quant et quant emporterent l'espée qui par mi brisa, dont les pieces à terre recueillirent. Et quant le corps eurent au chasteau emporté, au mieulx qu'ils peulrent l'abillerent, et après qu'il fust bien lavé et embasmé, dedens une biere le meirent, et puis ce faict me l'envoierent, et l'espée rompue pareillement, de laquelle il avoit esté occis. puis me dist une de mes niepces, qui fort prudente estoit et saige, que son pere que tant ay-moye en avoit mort receue. la quelle j'ay tousjours gardée jusques à ce qu'ung chevallier vint qui entre ses mains les pieces print pour les resjoindre. et me feist pour certain entendre que par celluy mon frere vengé seroit qui les pieces resoulderoit. Et moy qui de ducil fus navré, les pieces prins que je

(1) Er heist Bl. 182<sup>rw</sup> Pertinans, seigneur de la rouge tour et de la terre à l'environ; Bl. 216 Pertinel, wo ihn Perceval bei dem Schloßs à la rouge tour erlegt.

*vous dys; desquelles par my les cuisses me feris, si que tous les nerfs me detrenchay et decouppay, tellement que depuis ne m'en peux ayder, et jamais ne m'en aideray que premier vengé je ne soye de cil qui faulcement et en trahison occist le meilleur chevalier du monde et le plus preulx.* Dem Gawein begegnet die Jungfrau welche bei Wolfram Sigune heisst.

*sô lange reit er uf der spor,  
unz im ein magt engegen reit,  
diu weinte sêre unde kleit,  
uf einem hôhen kastelân;  
daz was wîz als ein swan;  
und het an sich geleint  
einen ritter, den si beweint,  
in aller sîner sarwât,  
die von rehte ein ritter hât.  
nu was der selbe ritter tôt.  
ir gruoz si Gâwein weinde bôt,  
und daz si jâmerlichen sprach  
Wan het ich diz ungemach  
für dich an mînem lîbe!  
ez geschach nie weltwîbe  
leider denn mir ist geschehen.  
sûezer got, lâz mich sehen  
einen lieben tac an Parcifâl.  
dô er daz sper und den grâl  
ersach zuo Gornomant,  
daz er mîn leit niht enwant,  
und maneger frouwen swære!  
do der arme vîschære  
ez in bî der naht sehen liez,  
daz er in ungefrâget liez!*

Der Name *Gornomant* gehört nicht hierher und muß dem deutschen Dichter aus Versehen entwischt sein. Den eschenbachischen *Gramoflanz* nennt er *Gyremelanz*. In der *histoire* heisst er *Siromclans*: seine Stadt (*roche Sabins* bei Wolfram) wird Bl. 44<sup>m</sup> *Georquans* genannt.



Althochdeutsche, dem Anfange des 11<sup>ten</sup> Jahrhunderts  
angehörige, Übersetzung und Erläuterung der aristote-  
lischen Abhandlungen: ΚΑΤΗΓΟΡΙΑΙ und  
ΠΕΡΙ ΕΡΜΗΝΕΙΑΣ.

Mitgetheilt von  
H<sup>n</sup>. G R A F F.

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 19. November 1835  
und 10. November 1836.]

Das althochdeutsche Sprachdenkmal, das ich hier mittheile, befindet sich in cod. 818 der Stiftsbibliothek zu St. Gallen (κατηγορίαι S. 1-140. περὶ ἑρμηνείας S. 141-244.)<sup>(1)</sup> und nimmt nicht nur, theils als älteste und so früher Zeit angehörige, deutsche (verständige und treffende) Übersetzung und Erklärung einer aristotelischen Schrift, theils als Maafsstab für den damaligen Standpunkt der Gelehrsamkeit, sondern auch als ein reicher Schatz für alt-

---

(<sup>1</sup>) Eine zweite Abschrift der Übersetzung und Erklärung der Kategorieen ist in cod. 825 der Stiftsbibl. zu St. Gallen enthalten, doch nur bis zu der Stelle: quare omni quidem susceptibili non est necessarium alterum inesse (im 4ten Buche, nach der Baseler Ausgabe des Boethius vom Jahr 1546). Von den unbedeutenden Varianten dieser Handschrift gebe der Anfang derselben eine Probe.

*Aequivoca dicuntur quorum nomen solum commune est. Tíe sínt kenámmen. déro námo échert keméine. únde gelih íst. Ratio vero substantiae diversa. secundum nomen. Únde áber úngelih zala íst. uuáz sie sín. demo námen uólgèndo án démo sie genámmen sínt. Überstépfist tú den námen. sò mág sín gelih ratio. iro substantiae. Ut animal homo. et quod pingitur. Hoc est. Ut aequivoci sunt. homo verus. et homo pictus. In latina lingua. sínt genámmen. homo animal. i. ter lébendo ménnisko. et quod pingitur. i. sín gelihnisse. Ratio vero substantiae diversa secundum nomen.*

Mán ságet áber úngelicho uuáz sie sín. demo namen uolgendo. dér sie genámmen máchòt. *Sí enim quis assignet. quod est utrumque eorum. propriam rationem assignabit utrisque.* Ságet ioman. dáz io uuéderez íst. ter gibít (sic) io uuédermo súnderiga zála.

Hoc modo. Homo animal. est substantia sensibilis.

Tér lébendo homo íst éin sinnig tíng. Qui pingitur. imago insensibilis est. et inanis. Tér gemáleto. íst éin sinnelòs pílde. únde libelos.



deutsche Wortkunde <sup>(1)</sup>, Formlehre und Syntax das Interesse der Wissenschaft in hohem Grade in Anspruch. Der Verfasser dieser Schrift ist derselbe Notker (Labeo, gestorben zu St. Gallen 1022), der die Psalmen übersetzt hat (abgedruckt in Schilters Thesaurus) und von welchem auch die in St. Gallen handschriftlich aufbewahrten Übersetzungen des Boethius de consolatione philosophiae und der 2 ersten Bücher des Martianus Capella: de nuptiis mercurii et philologiae, deren Herausgabe ich mir für eine andere Zeit vorbehalte, gearbeitet sind. <sup>(2)</sup>

Bei den die Übersetzung begleitenden Erläuterungen hat Notker zwar den Commentar des Boethius vor Augen gehabt <sup>(3)</sup>, wie bei der Erklärung der Psalmen die Auslegungen Augustins, aber dennoch ist, wie die Vergleichung beider Commentare deutlich zeigt, Notkers Erklärung als eine selbstständige Arbeit anzusehen.

Da die lateinische Übersetzung, nach welcher die deutsche angefertigt ist, von des Boethius Übersetzung des Aristoteles sowohl in der Wahl als in der Stellung der Wörter, oft abweicht, so habe ich sie mit abdrucken lassen (in Cursivschrift und ganz, wie auch das in den Erklärungen vorkommende Latein, nach der Schreibweise des Codex; nur *ę* habe ich durch *ae* wiedergegeben).

---

(<sup>1</sup>) Als Beispiel sowohl von der Gefügigkeit unsrer Sprache als auch von des Übersetzers Handhabung derselben hebe ich hier die Verdeutschung einiger philosophischen und mathematischen Kunstausdrücke heraus: *definitio*, bechenneda, notmiez, *differentia*, skidunga, *situs*, gelegení, *habitus*, anahabid, *haba*, *affectus*, anagehefteda, *dispositio*, beskerida, *liberum arbitrium*, selbwaltigi, *casus*, geskilt (in der Deklination: wehsal), *alteratio*, anderlichí, *motus*, waga, wehsal, *secundum locum mutatio*, furderruccheda, *statewehsal*, *causa*, machunga, *relatio*, gegensíht, *universale*, allelih, *gemeinlih*, *singulare*, einluzlih, *sundrig*, *individuum*, unspaltig, *contrarium*, widerwartig, *oppositum*, widarchetig, *gegenstalt*, *determinatum*, gewissot, *reciprocativa*, after umbegange, *affirmatio*, festenunga, *negatio*, lougen, *qualitas*, wiolichí, *substantia*, wíst, *accidens*, mitewíst, *genus*, daz kemeina, *species*, daz sunderíga, *tempus et locus*, zít unde stat, *aequale*, ebinmichel, *gemaze*, *inaequale*, unebínmichil, *ungemaze*, *simile*, gelih, *dissimile*, ungelih, *discretum*, underscheiden, *continuum*, ze samíne habig, *par et impar*, gerad unde ungerad, *punctum*, stupf, *linea*, reiz, *zila*, *riga*, *strih*, durhgang, *superficies*, obeslíhti, *uzenahígi*, *corpus*, heví, *circulus*, ring, *triangulum*, triscoziz, *quadrangulum*, vierscoziz.

(<sup>2</sup>) Nach einer in einem Briefe des Notker Labeo enthaltenen Notiz. Die verschiedenen Ausdrücke und Formen, in denen die genannten Werke von einander abweichen, können zum Theil von Mitarbeitern, oder auch von den Abschreibern herrühren.

(<sup>3</sup>) Dies ergibt sich aus den Bemerkungen: „taz ist lang ze sagenne, chít boetius“ „aber boetius saget iz fure in in secunda editione“ und ähnlichen.

Die Bemerkungen für den Vortrag, wie: „hic suspende vocem“ „hic depone“ „hic suspende vocem, quia pendet sensus“ „hic remissior vox, quia interposita ratio est“, so wie einzelne eingeschobene Glossen, habe ich durch kleinere Schrift bezeichnet. Die Abkürzungen der lateinischen Wörter habe ich aufgelöst, die Absätze und Überschriften aber, so wie die alterthümliche Interpunktion, beibehalten. Die am Rande stehenden Zahlen bezeichnen die Seiten des Codex.

Die Hand, und mit ihr die Accentuation, wechselt im Codex. — Bisweilen fehlt ein Satz des lateinischen Textes und die deutsche Übersetzung steht allein. Bisweilen folgt auf den lateinischen Text keine deutsche Übersetzung, sondern nur Erläuterung.

---

Κατηγορίαι.

Quid sint aequivoca.

*Aequivoca dicuntur. quorum nomen solum commune est.* Tīc sīnt kenámmen. déro námo échert keméine. únde gelih ist. *Ratio vero substantiae diversa secundum nomen.* Únde áber úngelih zála íst. uuaz siu sīn. démo námen uólgendo an démo sie genámmen sīnt. Úberstépfist tū den námen. sô mág sīn gelih ratio. íro substantiae. *Ut animal homo. et quod pingitur.* Hoc est. Ut aequivoci sunt. homo verus. et homo pictus. In latina lingua. sīnt kenámmen. homo animal. i. ter lébendo ménnisco. et quod pingitur i. sīn gelihnisse. *Ratio vero substantiae diversa secundum nomen.*

Mán ságet áber úngelicho uuáz sie sīn. demo námen uólgendo. dér sie genámmen máchôt. *Si enim quis assignet. quod est utrumque eorum. propriam rationem assignabit utrisque.* Ságet íoman. dáz ío uuederiz íst. tér gíbet ío uuederma súnderiga zála.

Hoc modo. Homo animal. est substantia sensibilis.

Ter lébendo homo. íst éin sīnnig tīng. Qui pingitur. imago insensibilis est. et inanis. Ter gemáleto. íst éin sīnnelós pílde. únde libelós.

Sic in evangelio sunt aequivoci uterque iohannes. | sed diversam suae sub-  
stantiae rationem habent secundum nomen. Iohannes únde áber iohannes sīnt kenámmen. i. hábint kelichen námin. únde áber úngelicha. únde úngemeina diffinitionem. Diffinitio ist. tíu dir ságet. uuáz sie sīn. Eadem est et

ratio substantiae. in hunc modum. Alter est iohannes bap̃tista. filius zachariae. et alter est iohannes evangelista filius zebedei. Quod si dixeris. habent et communem diffinitionem. quia uterque iohannes est animal rationale mortale. Vel substantia animata sensibilis. non est haec diffinitio iohannis. sed hominis vel animalis. et hoc nomen homo. aut animal. non facit eos aequivocos sed univocos.

Uuile dú in gében gelicha diffinitionem. dáz ne máht tú nieht ketûon uól-gendo démo námen iohannes. tér sie genámmen máchôt. Sie mág man bède héizin homo únde animal. únde dännân hábint sie geméina diffinitio-nem. sie ne sint áber dännân nieht aequivoci. sed univoci. táz chît sie ne sint tánnân kelihnamîg. súñder éinnamîg. únde geméinnamîg. Mît témo uuéhsele dero diffinitionis. uuérđint úzer aequivocis univoca. De quibus mox subditur.

Quid sint univoca.

*Univoca vero dicuntur. quorum et nomen commune est et secundum no-men eadem substantiae ratio.* Tíu héizint áber éinnamîg. únde geméinnamîg. téro námo geméine íst. unde nâh témo námin. gelih zála íst uuáz siu sín. i. tíu álso sint. sô man siu héizit. *Ut animal homo. atque animal bos.* Hoc est ut univoca sunt homo et bos. *Communi enim nomine utrique i. homo et bos animalia nuncupantur. et est eadem ratio substantiae.* Quae est illa ratio? utrumque esse animal. sicut et nuncupantur. Sie héizint keméinlichô animalia. únde sámô geméine zála íst. táz sie dáz sín. subaudis. táz sie héizint. *Si quis assignet rationem utriusque quid utrique sint. assignabit eandem rationem.* Úbe íoman zála gíbit pédero. uuáz íouuederiz sí. tér gíbit íro gelicha zála. Uuáz íst tíu zála? quo sint animalia. Ér chí-dit. táz sie sín animalia. alsô sie héizent. Homo únde bos héizent anima-lia. únde sint animalia. Uuáz íst áber sélbîz animal? Substantia animata sensibilis. Tá z íst óuh homo. dáz íst óuh bos. Ál dáz animal íst. táz sint síñiu species. homo | et bos. Uuile dú chéden animal homo et animal bos. hábint úngelicha diffinitionem in hunc modum. Homo est animal ratio-nale. bos est animal irrationale. tíu diffinitio ne íst animalis nieht. táz íro geméine námo íst. únde íro geméine genus íst. sî íst sélbero specierum hominis et bovis.

Mît témo uuéhsele uuérđent úzer univocis aequivoca.

Item quid inter sit.

In propriis uuérdint aequivoca. uuílon úngeuuando. i. fortuitu et casu. ut duo aiaces. duo alexandri. duo pirri. uuílon uóne gelúbedo i. placito. propter cognationem. ut duo marii pater et filius. vel propter similitudinem ut homo pictus et verus. Tíu múgin sín bèdiu propria ióh appellativa. Hic homo verus et hic homo pictus sint propria. Homo verus et homo pictus specialiter et communiter sint appellativa. Tóh aristotelis chåde uóne aequivocis quorum nomen commune est. síu sint tóh tíechor propria dánne appellativa et communia. Áber univoca uuérdint ío in appellativis. Uuílón natura ut homo homini univocus est bestia bestiae. Uuílón gente vel patria ut grecus greco. roma|nus romano. Uuílón professione. ut χεῖρανus χεῖρᾱno. laicus laico. clericus clerico. Uuílón dignitate. ut rex regi. consul consuli. Uuílón fortuna. ut servus servo. ingenuus ingenuo. Álso mánigiu appellativa uuésin múgin. sámó mánigiu univoca múgin uuésin. Sò íst ío dínge|lih témo univocum. sámént témo iz hábit. éinen námin geméinen únde éina distinctionem geméina. Únde áber démo aequivocum. témo iz hábit gelichen námin únde uóne díu úngemeinen. uuánda iz éin námo ne íst. nóh éin diffinitio. Dóh aristoteles chåde. quoniam nomen commune est quasi de appellativis.

De denominativis.

*Denominativa vero dicuntur. quaecunque habent appellationem ab aliquo secundum nomen. solo differente casu.* Díu héizint denominativa. tíu nàh ándermo námin genámot sint. échert keuuéhselotemo úzlaze. Nomen a nomine derivatum héizet mit réhte denominativum. i. námo uóne námin. *Ut a grammatica grammaticus. A fortitudine fortis.*

Ratio de his tribus. i. quare praemissa sunt.

Fóne dísen drín diffinitionibus íst ze uuízen|ne. dáz decem praedicamenta 6 uóne díen aristoteles ságen uuíle. gelichen námin hábint. únde áber ún-gelicha diffinitionem. Praedicamenta unde genera. héizent síu gelicho. síu sint áber éin ánderén úngelih. Pedíu sint síu aequivoce sò genámot. náls univoce. Tíe sélben námen gébent sie íro speciebus i. sub alternis generibus. mít tien síu keméina diffinitionem hábint pedíu sint síu áber díen univoca náls aequivoca.

Denominativa uuérdent áber. dánne substantia. án síh nímit accidens.



álde ein ándera substantiam. Nímet homo án síh qualitatem. sô íst er qualis. nímit er án síh quantitatem. sô íst er quantus. Légit er án síh indumentum. sô íst er habens. Fóne dien állên uuírdit er denominatus. unde die námin ér dännân guúmmet. tie héizent denominativa. Álso iustus fóne iustitia. latus fone latitudine. vestitus fóne veste.

#### Questio.

Nóh tánne sint mánignamigiú. i. plurivoca. ut ensis mucro gladius. marcus. tullius cicero. únde míssenamigiú i. diversivoca. ut ignis lapis color. 7 zú uer|suígeta er déro? Téro né bedórfta er. ze díseme búoche.

#### De sine complexione dictis et cum complexione.

*Eorum quae dicuntur. alia quidem dicuntur secundum complexionem. alia vero sine complexione.* Téro uuórto díu man spríchet. téro uuérdint súmelichiu gespróchen zesámíne gelégítíu. súmelichiu súnderigo. *Et ea quae dicuntur secundum complexionem sunt.* Tíu man spríchet zesámíne gelégítíu. díu sint sú ketân. *Ut homo currit homo vincit. Ea quae sine complexione sunt.* Tíu man sunderígo spríchet. tíu sint sú ketân. *Ut homo bos currit vincit.* Uuáz tíu sunderígen bezéichenên. dáz uuíle er an dísemo búoche ságen. Uuáz tíu zesámíne gelégetín bezéichenên. dáz ságet er hára nâh in periermeniis.

#### De universali substantia.

*Eorum quae sunt. alia de subiecto quodam dicuntur. in subiecto vero nullo sunt.* Súmelichiu dero uuésentôn dingo. uuérdent kespróchen fóne demo únderín. tíu dóh ne sint án demo únderín. nóh ín demo únderín. *Ut homo de subiecto quidem aliquo homine dicitur. in subiecto vero nullo est.* 5 Álso mémisko gespróchen uuírdit fóne demo únderín. ételichemo ménniskín. án demo ér dóh ne íst. Universales substantiae. díe ín grammatica sint appellativae speciei. díe uuérdint kespróchen fone singularibus substantiis. tie áber propriae speciei sint. Uuér uuíssi uuáz homo uuáre. áne uóne cicerone catone varrone. tie únder demo námen sint? Fóne dien uuírdit homo gespróchen.

Áber án ín. ne mág ér sîn. Uuío mág homo sîn ín cicerone? Ér íst sélbêr homo. Fóne díu íst proprium universalis substantiae de subiecto dici. in subiecto nullo esse.

#### De particulari accidente.

*Alia autem in subiecto quidem sunt. de subiecto vero nullo dicuntur.* Tára



gágene sint ánderiu. diu ána álde ín demo únderin sint. s. uuánda siu accidentia sint. únde uóne únderorèn gespróchen ne sint. s. uuánda siu sint sélben diu únderosten. *In subiecto autem esse dico. quod cum in aliquo sit. non sicut quaedam pars. impossibile est esse sine eo in quo est.* Facilior constructio est. Dico autem esse in subiecto quod in aliquo sit. cum tamen non sit sicut quaedam pars. nec possit esse sine eo in quo est. Íh chído sò uue|sin án demo únderin. táz iz tar ána íst. únde dóh sín pars ne íst. unde iz ío níenèr uuesen ne mág. nóh sín níeht ne íst. áne daz úndera. *Ut quaedam grammatica in subiecto quidem est in anima. de subiecto vero nullo dicitur.* Álso éines mánnis grammatica íst in sínero sêlo. únde dóh uóne íro gespróchin ne uuírdit. Sláh ten ást ába demo bóume. des pars er íst. nóh tánne mág er sín. ním animae aristarchi íro grammaticam. sò ne íst sî níener. uuánda sî ána sía uuésen ne mág. Ánderiu mag sín. tísiu ist zeirgángen. *Et quoddam album in subiecto quidem est in corpore. Omnis enim color in corpore est.* Unde éin uuíz fárauua íst án ételi-chemo dinge. sò alle uárauua sint. Fóne diu íst kelâzen éinluzzèn accidentibus. án éinluzzèn substantiis uuésen. náls áber dóh fóne dièn gespróchen uuérden.

De universali accidente.

*Alia vero et de subiecto dicuntur. et in subiecto sunt.* Ánderiu sint kesprochen fóne demo únderin. s. uuánda siu universalia sint. unde sint ouh ána. álde ín demo únderen. s. uuánda sie accidentia sint. *Ut | scientia in subiecto quidem est in anima. de subiecto vero dicitur. ut de grammatica.* Álso scientia in anima íst íro stûole. únde áber gespróchen uuírdit. fóne grammatica. tíu únder íro námen stât. Taz éina subiectum trégit sia. Daz ánder ouget sia. Táz ut scientiam anima trégit ut grammatica scientiam ist proprium universalis accidentis. Uuár máhti iz sín áne in substantia? Uuér máhti iz uuízen. áne uóne sínen speciebus. tíu úndertân sint sínemo námin? álso ouh sélbèn dièn speciebus áber úndertân sint íro individua.

De particulari substantia.

*Alia vero nec in subiecto sunt. nec de subiecto praedicantur.* Áber dára gágene sint súmelichiu. tíu dir ne sint án demo únderen. s. uuánda síu sint substantiae. nóh ouh kespróchen fóne dehéinemo íro únderen. s. uuánda síu particularia sint. únde sélben diu únderòsten sint. *Ut aliqui (sic) homo. vel equus.*

Álso éin mán. álde éin rós. *Nihil horum neque in subiecto est. neque de subiecto dicitur.* i. tero éinluzzôn substantiarum ne íst nehéin lígende án demo únderen. nóh kespróchen fóne demo únderen.

Item de precedentibus III.

11 Nû sint in fieriv getéilit tíu er | nóh uuíle téilen in zéeniu. Téro uíero sint zúei (sic) uuíderuuartig. i. universalis substantia. et particulare accidens. únde áber ánderiu zúei. i. universale accidens. et particularis substantia.

Particularia quid commune habeant et non commune.

*Simpliciter autem quae sunt individua. et numero singularia. de nullo subiecto dicuntur.* Tíu éinluzziu sint. sò aristarchus íst. unde sín grammatica. tíu ne uuérden kespróchen uóne demo únderen. táz íst ín geméine. síu sint selben díu únderósten. *In subiecto autem nihil prohibet ea esse.* Íro súmelih mág áber án demo únderen sín. náls áber dóh álliu. Târ ána sint siu geskéiden.

Uuéliu sint táz? Tie éinlúzzen substantiae ne múgen iz sín sò aristarchus íst. iz sint tiu éinlúzzen accidentia. álso sín grammatica íst.

Uuélez íst taz úndera. án démo síu sint? Táz sint tie substantiae. Tiu éinlúzzen accidentia. lígent an díen unde in díen éinluzzên substantiis. Accidens ne mág in accidente níeht lígen. iz líget ío in substantia. Ideo sequi-  
12 tur. *Quaedam enim grammatica. s. ut aristar|chi. est in subiecto.* i. in anima eius. Hábet ouh universale accidens. sò scientia íst. under íro particularia accidentia sò grammatica íst. unde rhetorica. án díen ne líget sí níeht. sí uuírdet áber geméinlich gespróchen uóne ín.

Quod superiora tribuant nomen suum inferioribus.

*Quando alterum de altero praedicatur. ut de subiecto quaecunque de eo quod praedicatur dicuntur. omnia etiam de subiecto dicuntur.* Sò daz éina gespróchen uuírdet fóne demo ánderen. álso ío daz óbera túot fóne sínemo únderen. so uuáz tánne fóne demo óberen gespróchen uuírdet. táz uuírdet sâr gespróchen fóne demo únderen. *Ut homo. s. daz óbera praedicatur de quodam homine.* i. aristarcho. demo únderen. Fóne demo óberin i. *de homine* uuírdet kespróchen *animal.* *Ergo et de quodam homine animal praedicatur.* Sâr fóne demo únderen i. aristarcho. uuírdet ouh animal gespróchen. *Quidam enim homo. et homo est et animal.*

Aristarchus íst péidiu homo íoh animal. Sò gíbet ío daz óbera sínén námen demo únderen. fone démo iz kespróchen uuírdet.

Quod diversa genera diversas habeant differentias.

13

*Diversorum generum et non subalternatim positorum, diversae secundum speciem differentiae sunt.* Misselichero generum unde diu óbe éinèn ánderèn ne stânt. sint sámó mísseliche skídunga. nâh íro specie. s. dáz sie uuúrchint. *Ut animalis et scientiae.* s. mísseliche skídunga sint. *Animalis quidem differentiae sunt ut gressibile volatile.* Animalia sint keskéiden. án diu. dáz íro súmelichiu múgen gân. súmelichiu uligen. *Scientiae vero s. differentiae nulla harum est.* Mít tien man skéidet scientiam. táz sint ándere skídunga. náls tíse. *Neque enim scientia ab scientia differt in eo quod bipes est.* Nóh éin scientia ne íst ánderro an diu nieht úngelih dáz si zuibeine sí. *Sub alternorum vero generum, nihil prohibet easdem esse differentias.* Óbe éinèn ánderèn stántero generum. múgen uuóla sin éine differentiae. sie mág man gelicho skídon. *Superiora enim, de subterioribus generibus praedicantur.* Táz íst fóne diu. uuánda die óberen genera gespróchen uuérđint fóne dien níderèn. Substantia íst taz óbera genus. ani-<sup>14</sup> mal íst taz nídera. Fóne animali chídít mán substantia. *Quare quaecunque praedicati differentiae fuerint, eadem etiam erunt subiecti.* Pedíu sint álle die skídunga des óberin generis. skídunga des níderen. úbe sie specificae sint. i. úbe sie speciem uuúrchén múgin. sô díe sint rationale mortale. Tíe sint tés praedicati. i. substantiae. tíe sint óuh tés de quo praedicatur. i. animalis. Álsò súmelih substantia íst rationalis mortalis. sô íst óuh súmelih animal rationale mortale. Ándere differentiae sint. tíe divisivae héizent. tíe ne dúrhkânt nieht fóne demo óberin genere. ze demo níderin. Uuánda animal unde avis. sint óuh subalterna genera. Animalis differentiae sint rationale et irracionale. táz íst taz óbera. tíe ne sint tes níderin. i. avis. uuánda nehém avis ne íst ándermo úngelih án diu. dáz er rationale sí.

Quod generalissimas significationes habeant singulae voces.

*Singulum eorum quae secundum nullam complexionem dicuntur, aut substantiam significat aut quantitatem, aut | qualitatem aut ad aliquid, aut*<sup>15</sup>  
*ubi, aut quando, aut situm, aut habitum, aut facere, aut pati.*

Álliu éinluzziu uuórt. pezeíchenent ételih tírro genámdòn zéeno i. uuáz iz sí. uuío míchel. uuíolih. ze éteuuíu. uuâre. uuénne. kelégenî. anahábíd. tûon. dólên. *Est autem substantia quidem ut figuraliter dicatur homo equus.* Substantia íst specialiter ze ságenne. ménnisco únde rós. *Quantitas*

*ut bicubitum. tricubitum.* zuéielnig trielnig. *Qualitas ut album. Ad aliquid ut duplum. Ubi ut in loco. Quando ut heri. Situs ut sedet iacet. Habere ut calciatus armatus. Facere vero ut secare urere. Pati ut secari uri.* Tíz sint generalissima genera. i. tíu érchenôstin genera. tísiu sint tíu oberôstin. tísiu sint échert genera. tíu únder ín sint. tíu múgin béidiu sín genera ióh species. Tísiu zêeniu stîez ér beuóre ze úieren. Uuéliu sint tíu úieriu? Substantia. accidens. universale. particulare.

Quid haec singula coniuncta significant.

*Singula igitur eorum quae dicta sunt. ipsa quidem secundum se in nulla*  
 16 *affirmatione dicuntur.* Tísiu díu nú genémmet | sint. tíu ne tûont túrh sih éinluzziu nehéina uéstenunga. *Horum autem ad se invicem complexione affirmatio sit.* Áber uóne ín zesámene gelégetên. uuírdet féstenunga. *Videtur enim omnis affirmatio vel falsa esse vel vera.* Álliu uéstenunga sól benôte sín. lúkkiu álde uuáriu. *Eorum autem quae secundum nullam complexionem dicuntur. neque verum quicquam. neque falsum est.* Tíu áber súnderigo gespróchen uuérden. tíu ne sint uuár nóh lúgi. *Ut homo album currit.* Únz hára ságeta er geméinlichu uóne állên praedicamentis. nú ságet er uóne demo èristin. dáz íst substantia. únde uóne íro skídungo.

Divisio substantiarum in primas et secundas.

*Substantia autem est. quae proprie et principaliter et maxime dicitur. quae neque de subiecto praedicatur neque in subiecto est.* Tíu herôsta substantia. únde díu mít méisten réhte sô héizit. táz íst tíu. díu gespróchen ne uuírdet fône demo únderen. nóh án ímo ne líget. uuánda sí íst tíu níderôsta. fône déro die óberen substantiae gespróchen uuérđint. tie secundae  
 17 héizint. unde sí trégit álliu accidentia. | Tánnân héizet sí substantia. a sub-  
 tus stando. *Ut aliqui (sic) homo vel aliqui equus.* Sô éin ménnisco íst. álde éin rós. *Secundae substantiae sunt species. in quibus speciebus insunt illae substantiae. quae principaliter dicuntur. ut aliquis homo in specie quidem est in homine.*

Species sint tie ánderin substantiae. ín dien áber éne sint petân. tie èristin. die ánasihligen. sô éin ménnisco íst. *Hae s. species et harum specierum genera.* Tísiu species ín dien primae substantiae petân sint. unde íro genera dáz sint secundae substantiae. *Animal vero genus est speciei i. hominis.* Táaz íst genus in démo díu species pegríffen sint. álso animal begrífet hominem. *Secundae ergo substantiae dicuntur. ut homo atque ani-*



mal. Homo unde animal tíu in uernúnufte sint. áne gesiht. tíu héizint mît réhte secundae substantiae. Ube primae ne uuárin secundarum ne geüuóge nîoman.

Quod univoce praedicantur secundae substantiae de primis. Accidentia vero aequivoce.

*Manifestum est autem ex his quae praedicta sunt. quoniam eorum quae de subiecto dicuntur. necesse est et nomen et rationem de subiecto praedicari.* Nû skinet uuola uóne dién uóre geságetén. tén námin. unde dia diffinitionem secundarum substantiarum. díe de subiecto héizint. pe nòte gespróchen uuérðin uóne primis substantiis. tíe íro subiecta sint. *Ut homo dicitur et praedicatur de aliquo subiecto homine.* s. ut cicero est vel cato.<sup>18</sup> *Hominem namque s. communem. de aliquo praedicabis.* s. individuo ut est cato. Tû spríchist ío daz appellativum. uóne demo proprio. *Ratio quoque hominis. de aliquo homine praedicatur.* Diffinitio appellativi hominis. uuírdit oúh kespróchen fóne demo proprio homine. álsó ér héizit. *Quare nomen et ratio praedicabitur. de subiecto.* Uóne díu uuírdit péidiu. íoh nomen íoh diffinitio primae substantiae kespróchen uóne secunda. únder déro námin sí stât. Sô man chît uóne cicerone. hic homo rehtor (rhetor) est. sô íst ér écchert kehéizen homo. Sô man áber chît cicero íst homo. sô íst ér geságet oúh uuésin homo. Fóne díu sint primae substantiae, secundis univocae. *Eorum vero quae sunt in subiecto. in plurimis quidem neque nomen de subiecto. neque ratio praedicatur.* Aber dero accidentium námo. nâh állero. unde íro diffinitio. ne uuírdit nieht kespróchen fóne prima substantia. tíu íro subiectum íst. *In quibusdam vero nomen quidem nihil prohibet praedicari. rationem vero impossibile est.* Tér námo súmelihero accidentium mág iz sín. diffinitio nîomer. *Ut album.* i. albedo *cum in subiecto sit corpore praedicatur de subiecto. Dicitur enim corpus album.* Album héizit man béidiu. íoh sélba dia uáreuua. íoh tia sácha án déro sí íst. *Ratio vero albi nunquam | de corpore praedicabitur.* Án démo sí áber íst. táz ne chît nîoman uuésin táz sí íst. Fóne díu héizit táz equivocatio.

Primas substantias omnibus caeteris dare ut sint.

*Cetera vero omnia.* s. quae praeter primas substantias sunt. *aut de subiectis eis dicuntur.* i. primis substantiis. *aut in subiectis eis sunt.* Al dáz tîr íst áne primas substantias. táz uuírdet kespróchen uóne ín. álsó secundae substantiae tûont. álde síu ligint án ín. sô accidentia tûont. *Hoc autem*



*manifestum est ex his. s. exemplis quae per singula proponuntur. Táz skînet uuôla án dien exemplis. tíu dés sâr súnderígo gegében uuérden. i. súnderígo uóne secundis substantiis. únde súnderígo uóne accidentibus. Ut animal de homine praedicatur. Táz íst tíz éina exemplum. Nam si de nullo aliquorum hominum. nec omnino de homine.*

Ne uuírte animal uóne catone gespróchen. sò ne uuírte iz uóne homine gesprochen. *Rursus color in corpore est. Ergo et in aliquo corpore.* Táz íst taz ándera exemplum. *Nam si non in aliquo singulorum nec omnino in corpore.* Ne uuâre diu uareuua án éinluzzemo dinge. sò diu súnna íst. sò ne uuâre sí án nehéinemo dinge. *Quare alia omnia aut de subiectis principalibus substantiis dicuntur. aut in subiectis eis sunt.* Ál dáz tir íst áne dia primas substantias. táz uuírdit kespróchen uóne ín. álde lígit án ín. únde<sup>20</sup> ín ín. *Non ergo existentibus | substantiis. s. primis. impossibile est esse aliquid aliorum.*

Áne síe ne mág ánderis nieht sín. Omnia enim alia aut de subiectis eis dicuntur. aut in subiectis eis sunt. Ál daz ánder. hábit námin uóne ín. álde sízzet án ín. Úbe primae substantiae ne uuârin. secundae ne uuârin. accidentia ne uuârin. Síe sínt úndertân secundis substantiis. íro námin trá-gendo. únde úndertân accidentibus síu sélben trá-gendo.

De differentia secundarum substantiarum.

*Secundarum vero substantiarum. magis substantia est species quam genus. Species íst hartor substantia tánne genus. Propinquior est enim primae substantiae. Táz íst uóne díu. uuánda iz náhor stât tero érchenôstûn substantiae. Si enim primam substantiam quid sit quis assignet. evidentius et convenientius assignabit. speciem proferens quam genus. Úbe diz éinluzza ding íoman zéigòt. tér zéigòt iz páz mít specie tánne mít genere. Ut quendam hominem assignando manifestius assignabis hominem assignando quam animal. Álso du catonem ház zéigòst. hominem némmindo. tánne animal. Illud quidem proprium magis alicuius est hominis. hoc autem communius. Éniú zéiga. i. homo. tíu íst catonis. Tísiu i. animal. tíu íst hominis. Et cum aliquam arborem reddideris. manifestius assignabis cum arborem assignabis quam arbustum. Zéigòst tù uuáz éin réba sí. táz tùost tù ház póum chédendo. tánne dáz ín érdo stât. An érdo stât óuh chrûit |<sup>21</sup> unde spréid. Amplius Ferním nóh mër. Primae substantiae propterea quod aliis omnibus subiacent. et alia omnia de his omnibus praedicentur.*

*aut in eis sunt, idcirco maximae substantiae dicuntur.* Primae substantiae héizint mít méisten réhte substantiae. fónē diu dáz sie állero dingo stóllin sínt. únde álliu ding kespróchen uuérdint fónē ín. sò secundae substantiae tuònt. áldē án ín sínt. sò accidentia sínt. *Sicut autem principales substantiae ad alia omnia se habent, sic et species ad genus se habet.*

*Subiacet enim species generi.* Species lígit únder genere. álsó prima substantia únder ín béidēn lígit. únde nóh tánnē sub accidentibus. *Genera namque de speciebus praedicantur, species autem de generibus non convertuntur.* Animal spríchit man uóne homine. Homo ne uuírdit kespróchen uóne animali. *Quare et ex his species est magis genere proxima substantiae.* Tánnan skinet oúh. táz homo náhor stát primae substantiae i. catoni dánne animal. *Ipsarum vero specierum, quaecunque non sunt genera, nihil magis alia ab alia substantia est.* Téro specierum diu genera ne sínt. i. tíu ében náh stánt primae substantiae. téro nehéin ne íst mēr substantia. dánne dáz ánder. *Nihil enim familiarius assignabis de aliquo homine hominem assignando, quam de aliquo equo equum.* Tù ne spríchist nieht quíssòr hominem uóne catone. dánne rós | uóne rhebo. *Similiter autem et principalium substantiarum, nihil magis alterum altero substantia est.* Téro éinluzzon substantiarum ne íst oúh nehéin hártor substantia. dánne diu ánderiu. *Nihil enim magis aliquis homo substantia est, quam aliquis bos.* Cato ne íst nieht hártòr substantia. dánne sín óhso. *Merito ergo post principales substantias, solae aliorum omnium dicuntur species et genera secundae substantiae.* Mít réhte héizent species et genera ándere substantiae. náh tien êristēn. álles tés man genémmen mág áne síe. i. áne die êristen. s. uuánda accidentia ne múgin héizen substantiae. *Solae enim hae indicant principalem substantiam eorum quae praedicantur.* Sie éinen zéigont primam substantiam. s. áne diu accidentia.

*Aliquem enim hominem si quis assignaverit quidem, speciem quidem quam genus assignando familiarius monstrabit, et manifestius faciet hominem assignando quam animal.* Catonem zéigot man báz mít homine dánne mít animali. i. páz mít specie. dánne mít genere. *Aliorum vero quicquid assignaverit quilibet, assignabit extranee.* So uuáz íoman ánderis spríchit fone catone. dáz túot ir míssenémendo. *Velut album aut currit, aut quodcunque talium reddens.* Álsó dér missenímēt, tér ín héizet album áldē currit. áldē íeht témo gelichis. *Ergo merito hae solae substantiae dicuntur.*

23 Pedíu héizent | éechert tie substantiae. die primae sint alde secundae. *Amplius. Primae substantiae propterea quod aliis omnibus subiacent. idcirco propriae substantiae dicuntur.* Quibus omnibus? Secundis substantiis et accidentibus. Secundae substantiae ligint óuh únder dien accidentibus. uuánda primae únder in ligint. Úbe cato únde cicero. únder in ne lágîn. nóh homo ne lâge. Ne trúegîn sie siu. sô ne trúege sie homo. Ne trúege siu homo. unde ánderiu species. sô equus íst unde bos. nóh animal ne trúege siu. Secundis chúmit iz uóne primis.

Nâh primis tie siu ze uórderôst trágent. tragent siu óuh secundae in secundo loco. Pedíu sint ío primae. úndertân ze êrist. Únde sêlbên dien únder tânen secundis. sint primae úndertan. Fône díu chídit ér nû uóne in. propriae dicuntur substantiae. peuóre chád ér maximae dicuntur substantiae i. uuánda sie trágent. únde sint únder trágentên. pedíu íst in dér námo éigen. táz sie substantiae héizent. *Sicut autem primae substantiae ad alia omnia se habent i. ad accidentia. ita species et genera principalium substantiarum ad reliqua omnia se habent. s. iterum ad accidentia.* Also primae substantiae stânt únder accidentibus. so stânt óuh secundae. *De his enim i. primis et secundis reliqua omnia praedicantur. s. iterum accidentia.* Uuánnân máhtin qualia únde quanta gespróchen uuérden âne uóne in. Ideo sequitur. *Aliquem enim hominem dicis grammaticum esse.* 24 *ergo et hominem et animal grammaticum dicis.* Aristarchum chí|dis tú uuésin grammaticum. sô túost tú óuh hominem únde animal. TáZ íst quale. Ist óuh aristarchus bipedalis táz íst quantum. sô íst óuh homo bipedalis. unde animal bipedale. *Similiter autem et in aliis. s. qualibus et quantis.*

Quod commune sit substantiis. in subiecto non esse.

*Commune est autem omni substantia in subiecto non esse.*

Állên substantiis íst keméine. ne uuésin án demo únderin. s. uuánda sie accidentia ne sint. *Prima enim substantia nec de subiecto dicitur. nec in subiecto est.* Tiu níderôsta substantia ne habit únder íro ándera. fône déro sí uuérde gespróchen. nóh sí ne ligít án ánderro. *Constat vero etiam sic quidem. quia nulla secundarum substantiarum est in subiecto.* Támmân skinet táz nehém secunda in subiecto ne ligít. s. uuánda prima ne ligít. *Et enim homo de subiecto quidem aliquo homine dicitur. in subiecto nullo est.* TáZ éina hábit homo âne daz ánder. kespróchen uuírdit ér fône demo únderin. áber



án ímo ne íst ér. *Neque enim homo est in aliquo homine.* Nón homo neíst án cicerone. Ér íst sélber homo. *Similiter autem et animal de subiecto quidem dicitur aliquo homine, non est autem animal in aliquo homine.* Animal hábit óuh táz éina. Íz uuírdit kespróchen uóne cicerone. Íz neíst áber án ímo. Cicero trégit íro námin ér ne trégit sîe sélben. Síu uuérden fone imo praedicati náls por|tati. Amplius. Ferním ío nóh. s. 25 uuío substantiae geskéiden sîn. uóne dien díu in subiecto sînt.

*Eorum quae sunt in subiecto, nomen quidem de subiecto aliquotiens nihil prohibet praedicari, rationem vero impossibile est. Secundarum vero substantiarum de subiectis ratio praedicatur et nomen.* Téro námo. díu in subiecto sînt. i. accidentium. mág uuóla uuílon gegében uuérden demo subiecto. sò album tuòt álbo. difflinitio níomer. Áber dér námo. únde díu difflinitio secundarum substantiarum tíe dóh kelih sînt témo in subiecto. tíu uuér dint pédiu gegében íro subiecto. i. primae substantiae. *Rationem vero hominis et animalis de aliquo homine praedicabis.* Difflinitionem hominis únde animalis spríchist tú uóne cicerone. Sensatum corpus. íst íro állero difflinitio.

*Quare non erit substantia eorum quae sunt in subiecto.* Sensus est. Prima substantia díu neíst in subiecto. nóh kelih temo in subiecto. Tóh áber secunda hábe geméine subiectum mít accidentibus tíu der héizint in subiecto. únde ímo dár ána gelih sí. sí neíst tóh nícht in subiecto. Pédiu neíst ne héin substantia in subiecto. Tísa réda túot ér nú sùochendo proprium substantiae. Állero dingolíh pechnâet man ío uóne sinemo proprio. Ér hábití iz nú uuíndin. úbe iz fúrder ne rúhti. Ideo sequitur.

Quod non soli sit substantiae, in subiecto non esse.

*Non est autem hoc substantiae proprium, sed et differentiae, illud est quod* 26 *in subiecto non est.* Tá z ne mág nícht éigin sîn substantiae. dáz sí án demo únderin neíst. uuánda iz óuh íst differentiae. *Bipes enim et gressibile de subiecto quidem dicitur homine, in subiecto autem nullo est.* Fóne homine uuírdit. kespróchen ío uuederiu differentia. bipes íóh gressibile. Íro námin trégit ér. sîn sélbún ne trégit ér. Fóne demo sí uuírdit kespróchen. án demo neíst sí. *Non enim in homine est bipes neque gressibile.* Án homine neíst bipes nóh gressibile. ér íst iz sélbo. *Ratio quoque differentiae de eo dicitur, de quo ipsa differentia praedicatur.* Fóne demo sí gespróchen uuírdit. fóne demo uuírdit óuh íro difflinitio gespróchen. Fe-

*lut si gressibile de homine dicatur. et ratio gressibilis de homine praedicatur.*

Uírdit tér námo differentiae gespróchen uóne homine. i. gressibile. sò uírdit óuh íro diffinitio gespróchen uóne imo. Gressibilis diffinitio íst. quod per terram pedibus ambulat. Táz íst homo. Ideo sequitur. *Est enim homo gressibilis.*

*Non nos vero conturbent substantiarum partes. quae ita sunt in toto quasi in aliquo subiecto. ne forte cogamur aliquando confiteri. eas non esse substantias.* Únsih ne súlin tríegin. téil án állemo stándiu. sámó so siu acci-  
 27 dentia sín. nals substantiae. Uuárin sic accidentia. sò ne uuárin | sie partes tero substantiae. Hóubit únde hénde sint tes lichámin téil. sò sint óuh éste des póumis. uuénde des huses. pediu sint kelicho substantiae partes unde totum. *Non enim sic dicebantur esse ea quae sunt in subiecto. ut quasi partes essent.* Accidentia ne chád níoman uuésin partes subiecti.

Item quid non sit soli substantiae sed et differentiae.

*Inest autem substantiis et differentiis. ab his omnia univoce praedicari.* Substantiis. s. secundis únde differentiis íst keméine. uóne íro subiectis kespróchen uuérdin univoce. *Omnia enim quae ab his praedicata sunt aut de individuís praedicantur aut de speciebus.* Ál dáz tù uóne ín chíst. táz chíst tù fóne íro únderèn. *A prima namque substantia nulla praedicatio est.* *De nullo enim subiecto dicitur.* Cato ne hábit únder ímo nehéin subiectum. fóne démo ér múge gespróchen uuérdin. *Secundarum vero substantiarum species quidem de individuo praedicatur.* Fóne ímo uírdit homo gespróchen. *Genus autem de specie et de individuo.* Animal uóne béidèn ióh homine ióh catone. *Similiter autem et differentiae de speciebus et de individuís praedicantur.* Gressibile chít man óuh fóne béidèn. ióh homine ióh catone. Táz íst tíu éina praedicatio. i. nominis. *Rationem quoque suscipiunt primae substantiae specierum et generum. et species generis.* Cato dér  
 28 ze únderòst lígit. hábit diffinitionem | déro óberòn. i. hominis et animalis. Uuánda ér íst substantia animata sensibilis. Sò hábit óuh homo animalis. táz íst tíu sélba. Tia dû chíst fóne démo óberin. dia chíst tù uóne demo únderin. *Similiter autem et differentiarum rationem suscipiunt species et individua.* Homo únde cato diu sint táz. quod pedibus per terram potest ambulare. Táz íst diffinitio gressibilis. Táz íst tíu gemácha praedicatio. i. diffinitionis. *Univoca autem erunt quorum et nomen commune est et*



*ratio.* Tíu sínt ío univoca. díu béidiu geméine hábint. nomen íóh ratio-  
nem. i. diffinitionem. *Quare omnia quae a differentiis sunt et substan-*  
*tiis. univoce praedicantur.* Fóne díu uuízist. so uuáz man chíd uóne sub-  
stantiis secundis. unde differentiis. táz uuésin geméine. ín únde íro sub-  
iectis. Uuízist oúh differentiam sámint uuésin. substantiam íóh accidens.  
unde ne uuéder dúrh síh.

Item quod inest substantiae. sed non omni.

*Omnis autem substantia videtur hoc aliquid significare.* Máne dúnchit ío  
substantia éin dínġ bezéichenen. *Et in primis quidem substantiis indubitale*  
*et verum est. quoniam aliquid hoc significat. Individuum enim et unum est*  
*numero quod significat.*

Án catone únde án cicerone. íst iz quísso uuár. dáz sí éin bezéichenet.  
Íro iouuéderis námo bezéichenet éin éinluzze dínġ únde únspaltġ. *In se-*  
*condis substantiis videtur quidem similiter | appellationis figura hoc aliquid*  
*significare. quando quis dixerit hominem vel animal. non tam verum est.*  
*sed quale aliquid significat.* Án homine unde animali mág máne dúnchin.  
uóne déro gelichi dés éinlúzzen námin. táz síu bezéichenen éinlúzze dínġ.  
taz ne íst uuár nieht. síu bezeichenint mēr uuíolġh dínġ.

*Neque enim unum est quod subiectum est. s. secundae substantiae. quem ad*  
*modum prima substantia. s. unum est. sed de pluribus homo dicitur et*  
*animal. táz neíst éinlúzze nieht. sô cato íst. Tíu communio. dáz íst quali-*  
*tas. Non autem simpliciter qualitatem significat. s. secunda substantia.*  
*quem ad modum album.*

*Nihil enim aliud significat album. quam qualitatem.* Homo únde animal  
ne bezéichenent nieht. so bárlicho uuíolġhí. sô uuízi túot. Uuízi ne be-  
zéichenet nieht. áne uuíolġhí. *Genus autem et species circa substantiam*  
*qualitatem determinant.* Homo únde animal sézzent íro qualitatem úmbe díā  
substantiam. i. úmbesézzent. únde úmberingint mite díā substantiam. *Quale*  
*enim. s. hominis et animalis. quandam substantiam significat.* Íro uuíolġhí  
bezéichenit substantiam. s. tíu án íro subiectis íst. Sí neíst nieht sô getân sô  
díu bára. díu líġit án dero substantiae. dísiu úmbe gât sia. So getân qualitas.  
héizit substantialis qualitas. *Plus autem in genere quam | in specie determi-*  
*natio fit. Dicens enim animal plus complectitur quam hominem.* Mít animali  
uuírdit uuítôr gemárchôt. tánne mít homine. Tíu márchā gât úmbe álliū  
lebendiu. únz tára ne márchôt homo nieht. Éniū communio íst mēra dāne

dísiu. Nón neíst ió nicht fúnden proprium substantiae. Pediu súochet ér iz ió nóh.

Item quod inest omni substantiae. non autem soli.

*Inest autem substantiis. et nihil illis esse contrarium. Primae enim substantiae quid erit contrarium? Ut alicui homini nihil est contrarium. At vero nec homini nec animali nihil est contrarium. Állen substantiis ist keméine uuésin áne uuideruuártin. Uuáz mág catoni sín uuideruuártig. únde homini únde animali? Tíu héizint contraria. tíu uóne éinemo úrsprínge chómeniu. i. uóne éinemo genere. állero dingo úngelichesten sint. unde uérristin. únde éin ánderiu tilegônt. Álso lib únde tód. téro genus ad aliquid íst únde uuíz únde suarz. téro genus qualitas íst. Tíu ne múgin sámint sín. uuánda íro natúra uuideruuártig íst. Sólih ne íst substantia nieht. *Non est autem hoc substantiae proprium. sed etiam multorum aliorum ut quantitatis.* Tiz ne íst ió nóh nieht úrêiche substantiae. iz íst oúh quantitatis únde ánderro dingo. *Bicubito enim nihil est contrarium. At vero nec decem. nec alicui*  
 31 *talium.* Táz zuéio élnôn láng álde breit | íst. álde driero. álde uiero. uuáz mág témo uuídere sín? Álde sélbero zálo. so zeéniu íst. únde zuéinzig? *Nisi quis forte multa paucis dicat esse contraria. Vel magnum parvo.* Éteuuer ne strite. manigiu den únmánigên. mícheliu den lúzzelên uuideruuálôn. Táz sí so uuío iz sí. *Determinatorum vero nullum nulli est contrarium.* Téro guíssotôn neíst ió nehéin ándermo uuideruuártig. Úmbe die úngeuuíssôten mág man stríten. tíu nieht úreichis ne sint quantitatis. tíu échert quantitatis sint. tíu ne mág nioman gezihen dero uuideruuártigi.*

Item quod inest non soli.

*Videtur autem substantia non suscipere magis et minus.* Substantia ne mág mër noh mínnera sín dáz sí íst s. zéinemo mále dânnne ze ándermo. *Dico autem hoc. non quia substantia non est a substantia magis et minus. Hoc autem dictum est quia est.* Íh ne uerságo nieht. éin substantia ne sí hártôr substantia dânnne ánderiu. Uuánda ih tés keiégen hábo. s. sò prima íst hártôr dânnne secunda. *Sed quoniam unaquaeque substantia hoc ipsum quod est. non dicitur maius et minus.* Súnder dáz éin substantia dáz sí íst zéinemo mále. dáz mër ne íst. dânnne ze ándermo. *Ut est haec substantia homo. Álso cato íst. Non est magis et minus homo. neque ipse. neque alter ab altero.* Ér ne uuírdit niomer mër ménnisko álde mínnera. Nón ér ímo sélbemo. nóh  
 32 ánderèr | ímo. Cicero ne uuírdit niomer mër nóh mínnera homo álde

substantia. dānne cato. *Non enim est alter alterò magis homo. sicut album altero magis album et bonum alterum altero magis bonum.* Sô uuîz āndermo. uuîzera uuîrdit. ūnde gûot āndermo bézzera uuîrdit. sô ne uuîrdit nîomer ménnisko. āndermo hártòr ménnisko. *Sed et ipsum a se magis et minus dicitur. Ut corpus cum album sit. magis album esse dicitur quam prius. Et cum calidum sit. magis et minus calidum dicitur.* Ióh uuîz sélbiz uuîrdit mēr ūnde mín. Álso uuîz tùoh uuîzera uuîrdit. tánne íz ér uuāre. Ūnde uuārm uuazer uuārmera uuîrdit. ióh chālder uuîrdit. tánne íz ér uuāre. *Substantia vero non dicitur. s. se ipsa magis et minus.* Substantia ne lîdit tés nieht. taz sî uuérde mēr álde mín. dānne sî ér uuās. *Neque enim homo. magis nunc homo quam prius dicitur. Neque aliorum quicquam quae substantiae sunt.* Mennisko ne héizit ío nû nieht mēr ménnisko. dānne ér. Nóh téro dingo nehéin. die substantiae sînt. *Quapropter non recipiet substantia magis et minus.* Pedíu ne mág substantia mēr uuérden alde mín dáz sî ist. Nóh circulus ne mág nóh duplum. nóh triangulum. unde āndere quantitates. Tes hábit aristoteles fersuiget uuānda íz álechúnd ist. Fóne díu uuîrdit ío noh ze sôohenne proprium substantiae.

Item quod omni et soli.

*Maxime autem substantiae proprium videtur esse quod cum | idem et unum* <sup>33</sup> *numero sit contrariorum susceptimum est.* Taz quíssista súnderzéichen substantiae íst táz. táz sî éin uuésintiu. zuéi án síh némen mág uuíderuuártígiu. *Et in aliis quidem quaecunque non sunt substantiae. non habebit quis quid proferat. quod cum unum sit numero susceptibile contrariorum est.* Án dien accidentibus ne mág nîoman dáz eruāren. dáz éin uuésende zuéi án síh néme uuíderuuártígiu. *Velut colorum quod est idem et unum numero. non erit album et nigrum. Neque eadem actio et una numero. erit prava et studiosa.* Álso éin uāreuua ne mág uuésin uuîz unde suárz. Nóh éin tát. kûot unde úbel. *Similiter autem et in aliis quae non sunt substantiae.* Álso íst íz án dien ānderen accidentibus. *Substantia vero cum unum et idem sit numero. capax contrariorum est.* Substantia éiniu. mág trágen zuéi uuíderuuártígiu. *Ut quidam homo. cum unus atque idem numero sit. aliquando quidem fit niger. aliquando albus. et calidus et frigidus. pravus et studiosus.* Álso cato uuésin mág ze érist uuîz. unde dára nāh suárz. ūnde uuílón uuārm. ūnde uuílón chāld. uuílón réht uuílón únreht. *In aliis autem nullis aliquid tale videtur.* Án dien accidentibus ne uíndest tu nieht sóles.

Non sic orationem et opinionem contrariis mutari sicut substantiam.

- <sup>34</sup> *Nisi forte quis obponat orationem et opinionem esse huiusmodi.* | Mán ne chéde réda. únde uuân. sô getân uuésin. *Eadem enim oratio et eadem opinio. verum et falsum esse videtur.* Uuánda éina réda. unde éinen uuân. uíndet man béidiu uuésin. uuâr ióh lúgi. *Veluti si vera sit oratio sedere quendam. surgente eo falsum erit.* Álso dânné geskíhet. ube uuâr íst ze spréchenne. dáz éin mán sízze. únde iz sâr lúgi íst. sô ér úf stât. *Similiter autem et de opinione.* Úmbe den uuân sô sámó. *Si quis enim vere opinari. vel placere sibi putet sedere aliquem. surgente eo falsa videtur ei idem habenti de eo placitum.* So uuér uuânin uuíle dânné iz uuâr íst. táz éin mán sízze. stât ér úf. uuânit ér is tánne nóh. so triugit ín der uuan. *Sed etsi quis hoc suscipiat. sed tamen modo differt.* Uuíle óuh táz íoman sô uernémen. unde uuére gelíh háben. sô ne gât iz tóh nieht kelícho. *Nam ea quae in substantiis sunt ipsa motata susceptibilia sunt contrariorum. Frigidum enim de calido factum. motatum est. Alterum enim factum est. Et nigrum ex albo. et studiosum ex pravo. s. motatum est. et alterum factum est. Similiter et in aliis. s. substantiis unum quid motationem suscipiens est susceptibile contrariorum.* Sô die substantiae síh uuéhselónt. sô nément síe án síh. álde ín síh contraria. Cháltiu sácha uuárm uuórteniu. hábit <sup>35</sup> síh keuuéhselót. únde íst uuórten ánderiu. Únde suárz | sácha uuíz uuórteniu. hábit síh ál geuuéhselót. Sô uérit iz úmbe éina ío uuélea substantiam. dáz sí síh uuéhselondo. inpfáhet contraria. *Oratio autem et placitum. ipsa quidem immobilia omnino perseverant.* Áber réda unde uuílló ne túont nieht sô. Síu stânt únuéruuéhselót sélbin. Uuâr únde lúgi. ne uuehselónt síh nieht. sô uuíz únde suárz tónt (sic) tia substantiam. *Cum res movetur contrarium circa eam fit. Oratio namque permanet eadem eo quod sedeant aliquis.* Sô der sízzendo úf stât. sô skínet án ímo. der uuéhsil. dóh tíu réda úngeuuéhselót sí. tíu dir chít. dáz er sízze. *Cum vero res mota sit. aliquando falsa fit. s. oratio.* Úbe man sízzet. álde stât. unde síh sô uuéhselót. sô uuírdit sí úngeuuéhselótiu. uuâr álde lúgi. *Similiter autem et in placito.* Sô uérit iz óuh án demo uuâne. *Quapropter modo solius proprium substantiae est. eo hoc est id quod secundum suam motationem capabilis sit contrariorum.* Pedíu íst iz échert éinero déro substantiae. dáz sí síh uuéhselóndo. infáhen mág zuei contraria.



Orationem et opinionem contrarietatis non esse susceptiblelem.

*Si quis autem etiam haec recipiat. placitum et orationem dicens susceptiblelia esse contrariorum. non est verum hoc.* Úbe iz óuh íoman sô háben uuile. daz oratio unde placitum. i. opinio. án síh | némen contraria. dóh siu síh<sup>36</sup> ne uuéhselôen. táz ne íst ío uuâr nieht. *Oratio namque et placitum non in eo quod ipsa aliquid recipiant. contrariorum susceptiblelia esse dicuntur. sed eo quod circa alterum aliqua passio facta sit.* Uuân únde réda. dóh man síu héize contraria. dáz neíst ío bediu nieht táz síu in síh íeht kenémen múgin. núbe uóne díu. dáz díu substantia éteuuáz lídit s. uuíderuuartígis. *Nam in eo quod res est aut non est in eo etiam oratio vera vel falsa dicitur. non in eo quod ipsa capabilis sit contrariorum.* Also ío díu subst. íst. álsó uuírdit tíu réda uuáriu álde lúkkíu. sô ne lídet ío sélbiu nieht. *Simpliciter autem a nullo. s. contrariorum. neque oratio neque placitum. Quapropter non erunt susceptiblelia contrariorum cum nulla in eis passio facta sit.* Túrh síh ne infíndit níemer uuân únde réda. déro uuíderuuártígôn. Fóne díu skínet. dáz síu íro nieht infáhen ne múgin. noh líden ne múgin. *Verum substantia in eo quod ipsa contraria recipiat. in hoc susceptiblelis contrariorum esse dicitur.* Áber substantia díu síu i. contraria nímit án síh. tíu hábit tén námen mít réhte. *Languorem enim et sanitatem suscipit. et candorem et nigredinem. Et unum quid talium ipsa suscipiendo. contrariorum susceptiblelis esse dicitur.* Sí uuírdit síeh (sic) únde gesúnt. uuíz únde suárz. Únde déro ío ételih an síh láden|de. héizit sí mít réhte. díu ánanémíga déro<sup>37</sup> contrariorum. *Quare erit proprium substantiae quod cum idem et unum numero sit. secundum suam motationem. contrariorum est susceptiblelis.* Fóne díu íst táz úreíche substantiae. dáz sí síh uuéhselônde. contraria ínpfáhen mag. *De substantia quidem haec dicta sunt.*

Explicit de substantia.

Uuío mág man díutin substantiam unde accidens? Súmehíche chédint substantiam. dáz ter íst. accidens dáz ter míte íst. Súmehíche chédint substantiam uóne uuésinne uuíst. accidens míteuuíst. Súmehíche chédint substantiam éht. quod intelligitur íeht. i. aliquid. accidens mít éhte. Videtur autem esse compositum. íeht et eius negatio nieht. quod integre dicitur éín éht. únde nehéin éht. Sicut et corrupte dicitur íouuíht. et eius negatio níouuíht. De omni namque re uuíht dicitur. Interrogamus



enim dicentes ist tār iouuiht? quasi diceremus ist tār einuiht i. aliquid. Respondemus quoque niouuiht. i. nehein uiht. Unum ergo significant iouuiht unde ieht, et item niouuiht unde nieht. De homine quoque dicitur ubil uiht. pôse uiht. Ergo. uiht. êht. ieht. uuist. taz ist. substantiam significant. Convenientius tamen videtur substantiam et accidens dicere. uuist. unde mite uuist. Quid autem genus et species? Dicam si<sup>35</sup> placet genus taz kemcina. species taz sinderiga. In historicis | lectionibus solemus interpretari genus chünne unde slähta. speciem bilde unde sköni. unde anasiht. Facile autem intellegitur generalissimum genus tantum genus esse. et specialissimam speciem tantum speciem esse. genus autem subalternum utrumque esse genus et speciem. Idcirco dicamus genus generalissimum. ällero generum érchenôsta. et speciem specialissimam ällero specierum érchenôsta. subalternum vero genus éin genus únder ándermo. Transire quoque possumus. in legendo. eorum interpretationem quorum patet intellectus et significatio. Maxime si eorum est laboriosa interpretatio. Sicut et latini angelos. et archangelos. cherubim. et seraphim. patriarchas. et prophetas. quae greca nomina sunt. in usu habent. Nec eorum alibi quam in expositionibus interpretationes leguntur. Transire überhéuen. In usu habent prúchent.

#### Incipit de quantitate.

##### Prima divisio.

*Quantitatis aliud quidem est continuum. aliud discretum.* Súmeliche quantitates hábent sih zesámíne. súmeliche sint únderskéidin.

##### Secunda divisio.

*Et aliud quidem constat ex suis partibus. habentibus positionem ad se invicem. aliud autem ex non habentibus positionem.* Únde súmeliche bestánt fône íro stúccin. éin ánderèn éteuuió lígendèn. súmeliche fône únlígendèn.

Quae in prima divisione sint discreta et continua.

<sup>39</sup>*Est autem discreta quantitas ut numerus et oratio. Continuum vero linea superficies corpus. Amplius autem praeter haec. tempus et locus.* Tíu únderskeidena quantitas. táz ist zála unde réda. Tíu sih zesámíne hábet. táz ist ter réiz. unde díu óbeslihtí. unde díu héui. Únde nóh táne áne díu zít. unde stát.

Ratio de discretis.

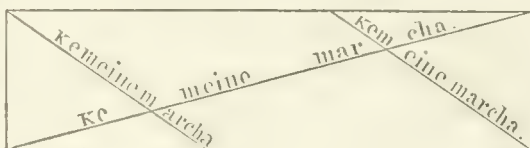
*Partium etenim numeri, nullus est communis terminus ad quem copules particulas eius.* Tíu téil dero zálo, ne hábint nehéina geméina márchá, tíu síu zesámíne héfte. *Ut quinque et quinque, si est ad decem particula.* Also finíu, únde áber finíu, zesámíne ne háftént, úbe díu téil zèniú máchònt i. úbe denarius tarúz uuírdit. *Ad nullum communem terminum copulat, i. copulantur, quinque et quinque sed semper discreta et separata sunt.* Nehéin geméine márchá ne héftit zesámíne finíu únde áber finíu, síu sánt íomer geskéiden. *Quare numerus discretorum est.* Fóne díu íst ío numerus únderskéidin. *Similiter autem et oratio discretorum est.* Oratio íst óuh únderskéiden. *Quia et quantitas est oratio, manifestum est.* *Mensuratur syllaba brevis (sic) et longa.* Táz oratio quantitas íst, dáz skínet án déro mázo dero syllabarum, díá man lánge héizet únde chúrze, s. uuánda lánge únde chúrzt quantitates sánt, táz fóne díen bestát, táz íst óuh quantitas. *Dico autem cum voce orationem prolatum.* Íh méino | díá gespróchenun orationem, s. Ne mísse uáh níeht án demo uuórte. Uuanda logos pezeichenit apud grecos pèdiu, rationem íoh orationem. Also óuh túot réda in díutiscun. *Ad nullum enim communem terminum particulae eius copulantur.* Partes orationis ne bíndit nehéin geméine márchunga zesámíne. *Non enim communis terminus est, ad quem syllabae copulantur, sed unaquaeque diuisa est, ipsa secundum se ipsam.* Tú ne úndest nehéina márchá geméina tíu zesámíne héfte die syllabas tie partes orationis sánt. Síe sánt álle geskéidin ío uuéliu stát túrh síh.

Ratio de continuis.

*Linea vero continuum est. Potest enim sumere communem terminum, ad quem particulae eius copulentur, i. punctum.* Ter réiz hábit síh áber zesámíne, uuánda ér mág úndirstúpfít uuérdin, úndér stúpf íst tánne geméine márchá des zéseuin téilis únde des uuínsterin in hunc modum sinistra pars dextera pars.

Uuirdit ter réiz ferzorn in míttemin, sô sánt tánne uuórtin zuène réiza úzer éinemo, sô sánt óuh fóne díu uuórtin zuène órtstúpfa déro réizo, úzer démo éinen stúpfe, dér beuóre uuás keméine. —••••• in hunc modum. Stúpf ne íst nehéin téil des réizis, ér íst échirt órt únde márchá. Mít temo stúpfe solst tú ío zeigòn die téila des réizis, uuíle dú den hálbín, uuíle dú den dríttén, uuíle | dú den uíerden. Áne stúpf ne 41

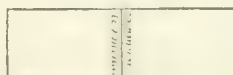
máht tú. Ter réiz hábit léngi áne bréiti. stúpf ne hábit ne uuéder. Ten réiz máht tu getéilen mît témo stúpf. áber sélbin den stúpf. ne máht tú getéilen. Fóne díu neist nehéin ding in quantitate. chlénera stúpf. et nec quantitas. sed initium et terminus quantitatis. *Et superficies lineam.* s. potest sumere communem terminum. *Plani namque particulae ad quendam communem terminum copulantur.* Tiu uéldslihti mág únder márchôt uuérðin mît temo réize. uuánda íro téil hábint síh ío benôte zesámíne. án ételíchero geméinero márcho. tíu geméina márcha íst ter réiz. Sô daz uéld únderrízen uuírdit. sô íst íogelíh réiz keméine márcha. dero stúcco. díu dâr in ében lígent. in hunc modum. Fáld óuh taz túoh in zuéi. so dúrhkât ter uáld in réizis uuís alla día bréiti des túochis. únde íst geméine marcha péidero déro téilo. díu dâr in ében sínt. Uuile dú íz án déro stéte in zuéi scròtin. sô sínt sâr uuórtin zuéi túoh úzer éinemo. únde uzer éinero slihti zûo (sic). unde sínt uuórtin zuéne dúrhkänge. úzer démo éinemo. dér 32 dâr beuore uuas. Die síhet (sic) | man dârne án díen scròtin. in hunc modum.



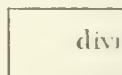
plicatus



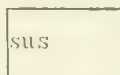
extensus



divi

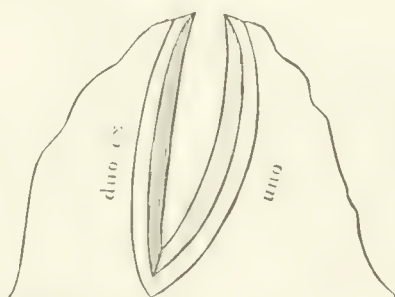
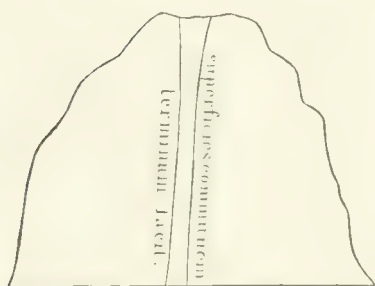
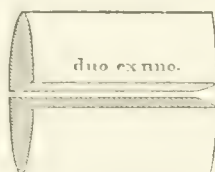
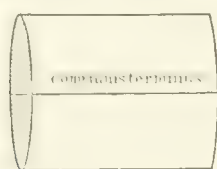


sus



Slihti hábit ío léngi sámint téro bréiti. íro márcha hábit léngi áne bréiti. dáz íst ter réiz. tér márchôt sia in míttemín. dér órtôt sia óuh án díen énden. túrh taz ne íst er nehéin téil déro slihti. *Similiter autem et in corpore poteris sumere communem terminum lineam aut superficiem. quae corporis particulas copulet.* Álsô máht tú óuh án dero héui némin ze geméinero márcho dén réiz. alde día slihti. tíu zesámíne héfte dâr in ébin lígendíu téil déro heui. Héui dáz íst tíu díccí sámint téro bréiti. álsô dú síhest án éinemo stéine. álde án éinemo blóche. Fíndest tú dehéina ídun (sic) in réizis uuís káenda. án demo hólze. álde án demo stéine. tíu íst keméinmérche. dero in ébin lígendòn téilo. Spáltet síh án dero ídun (sic) dero (sic) stéin in zuéi. álde dáz hólz. so séhên uuír zuéne dúrhkänge in réizis uuís ze uórnahtígemo spálte. die beuore uuâren éin dúrhkáng. únde éin réiz. Únde anc dáz. séhên uuír zuéi níuuíu superficies. tíu álsô bréítit sínt. sô

dích daz corpus uuás. Uuánda man díu níuuin superficies fóre ne sáh. pedíu skínet táz tiz corpus peuóre continuum uuás. Uuío uuír|dit áber<sup>43</sup> superficies keméin mérche? Táz túot iz. úbe dú uíndest áber án stéine. álde án hólze. strímen gâende in strâzo uuís. tíe héizent superficies. uuánda dâr bréiti sámint téro léngi íst. Tíe strímen. unde die strázâ. sínt óuh sâr únder mérche déro in ében lígendòn téilo. Uuír séhên ófto ába óbenahâtigemo bérge nídergân strázâ. dâr sléipfa álde uuég íst. Uuír séhên uuíza stráza uuóla bréita án demo hímile. quae lacteus circulus dicitur. dáz sínt ál úndermérche geméiniu. déro in ében lígendòn téilo. des hímelis ióh tero érdo. Úbe án mýtten dién strímôn. únde dién strâzôn. der bérge scríndet. álde holz. alde stéin. sô sínt zuéi corpora uuórtin úzer éinemo. únde úzer éinero strâzo zúo (sic). dié danne skínent án dién brúchín. in hunc modum.



Únde áber áne dáz pegínnent skínen zuéi níuuin superficies. tíu man beuóre<sup>44</sup> ne sáh. tó iz ein corpus uuás. Uuile dú chédín dáz keskíhet an substantia. náls in quantitate. sô uerním dáz uuóla. tár síh tíu corpora téilint. táz síh tár téilint íro quantitates. réiz. únde slihti. únde héui. Únde uerním oúh nóh mēr. Úbe díu corpora sô stárh sínt. táz síu uuíchen ne múgen. er-uuéget man íro énin (sic) téil. sô uuágònt álliu íro téil. álso éin stéin túot. álde éin chórñ. Tánmân skínet ío dáz íro quantitates continuæ sínt. Úbe iz áber íst éin húfo stéino. álde éin mútte chórñis. íro uuágòt íro éin. turh



táz ne uuágónt síu álliu. Tár skînet táz síu únde íro quantitates únder-skéiden sínt. *Est autem talium. et tempus et locus.* Sólih íst óuh zît. unde stát. i. continua sunt. *Praesens enim tempus copulatur. et ad praeteritum et ad futurum.* Táz kágenuuérta zît. háftèt zû démo feruárenên (sic) únde demo chúmfîgin. Únde íst keméin mérche íro zuéio. íst úzláz praeteriti. anauáng futuri. *Rursus locus continuorum est.* Stát íst óuh téro zesámíne háftentôn. *Locum enim quendam corporis particulae obtinent.* s. quia ipsum corpus quendam locum optinet. Uuánda sélbíz corpus pehábit éina  
 45 stát. fóne díu pehábent óuh síniu téil éina stát. *Quae particulae ad quendam communem terminum copulantur.* Tíu téil háftènt zû ételîchero geméinero márchò. *Ergo loci particulae quae obtinent singulas corporis particulas. ad eundem terminum copulantur. ad quem et corporis particulae.* *Qua propter continuus erit et locus.* *Ad unum enim communem terminum suas particulas copulat.* Tíu téil dero stéte. díu dés corporis téil úmbe hábint. tíu háftènt tár zesámíne. tár díu téil dés corporis zesámíne háftènt. Pedíu íst óuh tíu stát zesámíne hábíg. uuánda síu fûoget íro téil zû geméinero márchò. táz chît íro téil uuérdint zesámíne gefûoget. mít keméinero márchò. Álso daz hûs ein corpus íst. álso hábit iz óuh éina hûs stát. Únde álso die uuénde téil sínt des hûses. so sínt óuh tie uuánt stéte. téil dero hûsstéte. Únde dâr die uuénde zesámíne haftènt. tár háftènt óuh tie uuánt stéte zesámíne. Uuáz íst sélbiu díu stát? Tíu sêhsiu. díu állero dingolíh úmbe hábint. únde úmbe grîfint. Uuéliu sínt tíu? Taz únder. únde daz obe. daz fóre. únde daz áfter. daz in ében ze zéseuûn. únde daz ínêben ze uuínsterûn. Uuáz íst áber zît? Álter dírro uuérelte. fóne êrist únz in ende.

55 Item ratio de secunda differentia quantitatum. quae est habentium positionem et non habentium.

*Amplius autem.* ferním áber nóh mèr. ferním dáz íh nû téilta síben quantitates in uínuiu. únde in zuéi. nû sól íh síe ánderêst téilen in uîeriu. unde in dríu. *Alia quidem constant ex particulis quae in eis sunt. positionem ad se invicem habentibus. alia autem ex non habentibus positionem.* Súmeliche quantitates pestánt. fóne íro téilin éin ánderên éteuuio ligendèn. súmeliche fóne únligendèn. *Ut est. Lineae quidem particulae positionem habent ad se invicem.* Tíu téil des rêizis. ligent éin ánderên éteuuio. s. geórto. náls kesíto. in hunc modum.



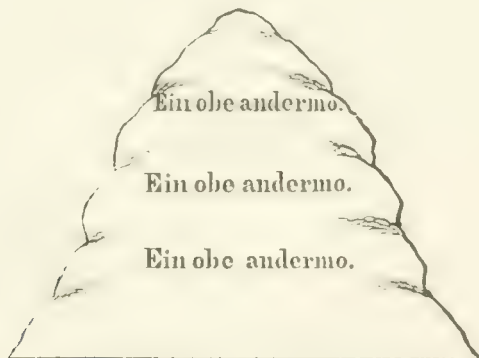
keorto.      keorto.      keorto.

---

*Singulum namque eorum situm est alicubi.* Ìogelih iro téil. liget éteuâr. *Et habes unde sumas unum quid. et assignes ubi situm est in plano.* Unde hábist tú geuús. uuâr dù sùchèst téile gelichin. únde zéigòst uuâr er lige án demo uélde. *Et ad quam particulam ceterarum copuletur.* Únde án uuéle iz stòze déro ánderro téilo. s. álsò daz zéseuna téil stòzit án daz uuínstera. únde io geórto náls gesito. *Similiter autem et particulae plani quandam habent positionem.* Tíu téil dero slihti ligent óuh éteuâr. únde ligent péidiu geórto íòh gesito. *Similiter namque ostenditur unum quid ubi iacet.* Táz skinet. uuánda man zéigòn mág. uuâr iogelichez liget. *Et quae copulantur ad invicem.* Únde man zéigòn mág uuéliu án ánderiu stòzen. Sò díu tùont tíu gelégo | únde gesito éin ánderèn bechómint. álde 47 geórto. in hunc modum.

|          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|
|          | kesitto. |          | kesitto. |          |
| kesitto. | kesitto. | kesitto. | kesitto. | kesitto. |
|          | kesitto. |          | kesitto. |          |

*Sed et soliditatis quoque similiter et loci. s. particulae ostenduntur.* Sò mág man óuh zéigòn tíu téil dero héui. únde déro stéte. Tíu héui dáz íst tíu hòi únde díu díechi ut dictum est. Díu gât io nídenán úf. fóne díu íst quíssín stát únde geuússèr téil dero hòi. íòh tero díechi. éin élna fóne érdo. álde zùo (sic). Únde uuío ligent síu éin anderen? io éin óbe andermo in hunc modum.



Áber díu stát. úmbe gât díu corpora. fóne díu íst quíssér téil dero stéte. ze zéigône. quíssen téil des corporis. Sò dáz íst. Án demo áste des póumis. án dero uuénde des hûsis. án dero ékko des pérgis. án demo hóubete des mánnis. án dero póрто déro búrg. Únde uuío ligent siu éin ánderên? Súmiu geórto. sò díu geléiche tuònt (sic) des fingeris. Súmiu gelégo. sò sélbin die fingera tùont. Súm (sic) éin óbe ándermo. sò daz hóubet tuòt.  
 48 óbe | demo hálse. Uuío hòo iz sí. dáz zéigòt quíssin téil dero héui. Uuár iz tar ána sí. án uuélemo téile. án uuélemo lide. únde nóh tánne in uuélemo énde. uuélès síndes. uuéder óbenân. alde nidenân. fóre álde after. álde inében. ósterhálb. álde uuésterhálb. nórdenân álde súndenân. táz zéigòt quíssen téil dero stéte.

Hucusque de habentibus positionem. restat de non habentibus.

*In numero non potest quis respicere tamquam particulae eius positionem aliquam ad se invicem habeant. aut sit situm alicubi. aut aliquae particulae ad se invicem conectentur.* Án dien téilin déro zálo. ne uíndest tù ne uuéder. nóh uuío síu ligên éin ánderên s. georto. álde gesíto. álde óbe éin ánderên. nóh uuár síu ligên. s. ze zéseuûn álde uuínsterûn. nóh táz síu ienêr zesámine háfteén.

*Sed neque ea i. eae partes quae temporis sunt. s. positionem habent.* Nóh téil des zítis ne hábent nehéina kelégeni. *Nihil enim permanet ex partibus temporis.* Tá z íst fóne díu uuánda síniu téil nío stíllò ne gestánt. síu rínnent hína sámó so uuázer. Tá z nû praesens íst. táz uuírdit sâr praeteritum. *Quod autem non est permanens. quomodo hoc positionem aliquam habebit?*

49 Tá z nehéina uuila úngeuuêhselòt | ne íst. uuío mág táz háben státa. álde kelégeni. álde sképfeda? Uuér mág chéden. sus líget tíz téil énemó téile. síd síu ío ána in uérte sínt? únde níomêr ne gestátònt? *Sed magis ordinem quendam particularum dicis habere.* Tú máht mèr chéden ételicha órdin háftigî uuésen dero téilo. *Idcirco quod temporis hoc quidem prius est. illud vero posterius.* Fóne díu dáz éin téil des zítis er íst. ánderiz tára nâh. *Sed et de numero similiter.* So máht tu óuh chéden fóne dero zálo. tá z sí ordinem hábe. *Eo quod prius numeretur unus quam duo. et duo quam tres.* Uuánda éin in zálo èr íst tánne zuéi. únde èr zuéi dânné dríu. *Et ita ordinem quendam habebunt. positionem vero non multum.* i. non omnino accipies. Únde ío sò hábint síe ordinem. léger stát nehéina. *Sed et oratio similiter.* Sólíh íst óuh oratio. *Particulae enim eius nihil partiuntur.*

i. *nequaquam permanent.* Íro téil ne stânt in stéte nieht. s. dânné síu gespróchen uuérden. *Sed dictum est et non potest hoc amplius sumi.* Núbe hína íst. sò iz kespróchen uuírdet nóh tánne nieht mèr ne mág kezéigôt uuérden. uuâr iz sí dáz târ kesprochen uuárd. *Quapropter non erit positio particularum eius. si quidem nihil partiuntur.* Pedíu neíst nehéin gelégenî íro téi]lo. síd síu ne uuerént.

50

Conclusio sententiae.

*Alia itaque constant ex particulis quae in eis sunt positionem ad se invicem habentibus. Alia autem ex non habentibus.* Fóne díu íst aleuuâr. dáz súmeliche quantitates pestânt fóne íro téilin. éin ánderèn éteuuío lígendèn. sumeliche fóne únligendèn.

Quae quantitates non propriae dicantur.

*Propriae autem quantitates. hae solae sunt.* Échert tíse síbene sínt fúrenómis quantitates. *Alia vero omnia secundum accidens.* Álliu díu ánderíu. s. díu in ánderèn cathégoriis míchelíu álde lúzelíu héizint. tíu héizint nâh tísèn. Tísèn síbenen sínt keméine námen. magnum. parvum. multum. exiguum. longum. breve. Spríchet man die namen. fóne ánderen dínghin. díen ne sínt síu nieht éigin. síu sínt nâh tísèn dânné sò gehéizèn (sic). *Ad haec enim aspicientes. et alias dicimus esse quantitates.* Tísíu síbeníu méinende. spréghèn uuír die námen. óuh fóne ánderèn dínghin. díu quantitates nieht ne sínt. *Ut multum dicimus album. eo quod superficies multa sit.* Álsò uuír chéden míchela uuízi. dár daz féld míchelíz íst. *Et actio longa. eo quod tempus longum et multum sit.* Unde uuír chédèn. lángiz uuérh. uuán (sic) díneur íst lángíu íst. únde des zítis filo íst. *Et motus multus.* Unde chédèn míchel rúra. | dáz íst lángèr lóuft. uuánda daz zít lángiz íst. *Neque enim horum singulum per se quantitas dicitur.* Nehéin déro díngho ne héizit túrh síh míchel álde láng. *Ut si quis assignet quanta sit actio. tempore diffiniet annuam vel sic aliquo modo assignans.* Álsò dár ána skînet. táz tér día lángsamí des uuérchis zéigôt. sía zéigôt mít temo zíte. únde chít iz éin iáruuérh sí. álde éteuuío. *Et album quantum sit assignans. superficiem definit.* Únde uuío filo dero uuízi sí ságende. knôt mézôt er daz uéld. *Quanta enim superficies fuerit. tantum esse album dicet.* Sò míchel daz uéld íst. sò míchela ságèt er uuésen día uuízi.

Conclusio.

*Quare solae propriae. et secundum se. ipse quantitates dicuntur. quae dictae*

sunt. Fône diu heizet man sie sibene dúrh sih quantitates. *Aliorum vero nihil per se. sed dicuntur forte per accidens.* Ánderiu ding ne hábint íro námin. únde íro adiectiva nieht túrh sih. síu hábint sie fône ín. Sie sint íro accidentia. sie sint íro geuérten. Ánderiu ding ne múgen ána sie sín. Álsò an substantiis sint quantitates. sò sint an quantitatibus qualitates. únde actiones. únde passiones. Uuile dú chéden. úbe daz sò íst. tánne  
 52 neíst ín quantitas accidens. sie sint mēr íro accidentia. táz | íst aluuâr. Áber dáz fône ándermo úngeskéidin íst. táz mág ío héizin sín accidens. Mán chît óuh in grammatica. dáz persona sî accidens verbi. uuánda sî fône imo úngeskéiden íst. áfter uuârhéite. sò íst actio. únde passio dero personae accidens. pediu íst óuh verbum accidens personae. Nû éigin gelirnet táz longa actio. multa aegritudo. motus multus. calor magnus. album multum. multa patientia. magna sapientia. timor magnus. fletus multus. únde dára gágene. i. e contrario. parva scientia. exiguum munus. modicus gustus. brevis delectatio. pauca retributio. únde ál dáz sò getána. sihet ze dien gezáltèn siben quantitatibus. Uuánda sie sint magnae parvae. multae paucae. breves et longae. pediu gébent sie iz ánderên.

Hinc iam proprium quantitatis requiritur. primum ex eo quod nihil  
 ei est contrarium.

*Amplius.* Lirne nóh páz pechénnen quantitatem. *Quantitati nihil est contrarium.* Nieht ne íst uuíderuuártigis quantitati. *In diffinitis enim manifestum est. quod nihil est contrarium.* Án dien geuuíssòten sibenin. íst iz óffen. *Ut bicubito et tricubito vel superficiei. vel alicui talium nihil est contrarium.* Álsò zuéio érne méze álde drío elne méze. álde dero óbeslihti. únde dien sò getânên. uuíderuuártigis nieht ne íst. |

53 Adiectiva non esse quantitatis.

*Nisi multa paucis dicat quis esse contraria. vel magnum parvo.* Mán ne chéde mánig unde lúzzel. uuésen uuíderuuártig. *Horum autem nihil est quantitas. sed magis ad aliquid sunt.* Tíu ne sint áber nieht quantitas. síu sint ad aliquid. *Nihil enim per se ipsum magnum dicitur. sed ad aliquid refertur.* Nehéin ding ne héizit túrh sih míchel. iz sihet ío zu éinemo ándermo. *Nam mons quidem parvus dicitur. milium vero magnum.* Táz skînet. uuánda man den bérge chît lúzzelin. éin hirse chórn mícheliz. *Eo quod hoc quidem. s. milium sui generis maius sit. illud vero. s. mons sui generis minus.* Táz íst fône diu. uuánda der bérge uuíder ánderên lúzzelér



ist. taz hirse chórñ uuider ánderèn déro sláhto chórñin mícheliz íst. *Ergo ad aliud est eorum relatio.* Târ skínet taz man sie mízet ze ándermo. *Nam si per se ipsum. parvum. vel magnum diceretur. numquam mons parvus milium vero magnum diceretur.* Uuánda úbe míchel únde lúzzel dúrh síh kespróchen uuúrtin. sô ne uuúrte niomer bérġ kehéizin lúzzelêr. hirse chórñ mícheliz. *Rursus in vico quidem plures esse homines dicimus. in civitate vero paucos. cum sint eorum multiplices.* Áber chédèn uuír mánige uuésen in demo dórf. únmanige in dero búrg. dânné íro dóh dâra uuídere mánigfált íst. *Et in domo | quidem multos. in theatro autem paucos. cum sint plures.* Álso chédèn uuír mánige sín in demo hús. únmanige in uuárt-hús. sô íro dóh mánigeren sínt. *Amplius. Lóse nóh. Bicubitum vel tricubitum et unum quodque talium quantitatem significat. Magnum vero vel parvum non significat quantitatem. sed magis ad aliquid. quoniam ad aliud spectat magnum et parvum. Quare manifestum est. quoniam haec sunt ad aliquid.* Zuéio élnġ álde drío élnġ. únde ál daz sô getân. únde sô geuúís íst. taz pezéichenit quantitatem. taz ne tuòt áber nícht míchel únde lúzzel. Uuío dânné? Síu bezéichenint mêr ad aliquid. Táz íst fóné díu óffen. uuánda síu séhint án ándir. Tíu án ánder séhent. tíu ne uuérdint nícht túrh síh fernómin.

Adiectiva videri et non esse contraria.

*Amplius. Sive aliquis ponat haec esse quantitates. sive non ponat. nihil eis erit contrarium.* Mán chéde. álde ne chéde síu uuésen quantitates. in ne íst ío dóh nícht contrarium. *Quod enim non potest sumere per se ipsum. sed ad solam rationem alterius refert. quomodo huic erit aliquid contrarium?* Táz er dúrh síh fernémin ne mág. ér ne chér iz unde rérté iz ze éinemo ándermo. uuáz mág témo sín contrarium.

Propositio.

*Amplius autem. Si erunt magnum et parvum contraria. continget idem ipsum simul contraria recipere. et ea ipsa sibimet esse contraria.* Súlen síu benòte sín | contraria. sô uuírdit ío uuéderiz ímo sélbemo uuíderuuártig. 53

Assumptio.

*Contingit enim simul idem parvum esse et magnum.* Éin dġng uuírdet ófto eruáren. taz pédiu íst íóh míchel íóh lúzzel. *Est enim aliquid. ad hoc quidem parvum. ad aliud vero hoc idem magnum. s. ut mons.* Uuánda éte-lġh tġng íst míchel gágen éinemo. lúzzel gágen ándermo.



## Conclusio.

*Quare idem parvum et magnum et in eodem esse tempore contingit.* Fóne diu geskíhet tánne éin sámint sin míchel únde lúzzel. *Quare simul contraria suscipit.* Sò nímet iz óuh án síh zuéi contraria.

## Refragatio conclusionis.

*Sed nihil est quod videatur simul contraria posse suscipere.* Uuío mág áber dáz sín? nio uuíht ne uuírdit fúnden. dáz zuéi contraria sámint tráge. *Ut substantia susceptibilis quidem contrariorum esse videtur. sed nullus et sanus et aeger est. nec albus et niger simul.* Álsò iz skínet án substantia. Si mág trágin zuéi contraria. áber dóh sámint ne íst nioman síeh únde gesúnde. uuíz únde suárz. *Nihilque aliud simul contraria suscipiet. et eadem. i. nec eadem sibi ipsi contingit esse contraria.* Nóh áne substantiam ne uuírdit fúnden. dáz sámint tráge zuéi contraria. nóh niomer ne geskíhet éin uuésen péidiu.

## Item propositio.

<sup>50</sup> *Nam si est magnum parvo contrarium. ipsum autem idem | simul est parvum et magnum. ipsum sibi erit contrarium.* Íst míchel únde lúzzel uuíderuuártig. únde mág éin uuésen béidiu. sò íst éin imo sélbemo uuíderuuártig.

## Assumptio.

*Sed impossibile est ipsum sibi esse contrarium.* Nù ne mág táz sín. dáz éin díng uuíder imo sélbemo sí.

## Conclusio.

*Non est igitur magnum parvo contrarium neque multum exiguo.* Pedíu ne íst contrarium míchel únde lúzzel. filo demo gòregin. *Quare si non relativorum haec quilibet dicat. tamen quantitatis nihil contrarium habebit.* Fóne diu. uuíle óuh ío man stritin. táz tísiu adiectiva ne sín relativa. nóh tánne ne hábit ío quantitas. nehéinin uuíderuuárten. <sup>(1)</sup>

## Locum falso contrarium sibi videri.

*Maxime autem circa locum videtur esse contrarietas quantitatis.* Íst tehéin uuíderuuártigí quantitatis. tíu sól án loco sín. sí íst íro gelichista. *Sursum enim ad id quod deorsum est. contrarium ponunt. s. philosophi. quod in medio est deorsum dicentes. eo quod multa mediū distantia ad terminos mundi sit.* Tie uuísegérnin chédint. uuíderuuártig uuésen daz óbenân íst. témo

---

(<sup>1</sup>) Es steht uuíuuárten.

daz nidenân ist. nidenân héizende dáz in míttemo hímele ist. târ díu érda liget. Táz chédint sie fône díu. uuánda míchel uérri ist ist tes mítten. dâr díu érda stillo liget. ûf ze ende dírro uuérhte. târ der hímel suéibôt. *Videntur autem et aliorum contrariorum diffinitionem ab his proferre.* Sie 57 uuéllen óuh ánderro contrariorum pechénneda némin fône disèn contrariis. Quomodo? *Quae enim multum a se invicem distant eorum quae de eo genere sunt. contraria determinant.* Tíu síh filo háрто skéidint. únde ío dóh chómen sínt fône éinero mûotir. álso uuíz únde suárz sínt. fáreuua íst íro mûotir. díu héizint sie contraria. Uuánda áber locus genus neíst. nóh sursum únde deorsum síniu species ne sínt. pedíu ne uuírdit níomer locus loco contrarius. Sursum únde deorsum pezéichenint ín stéte. náls sélbûn dia stát. i. in loco. et non locum. Fône díu íst íro genus ubi. dáz tir chît uuár. álde in uuélero stéte. táz íst éin ándir cathegoria.

Quaeritur adhuc proprium in eo quod in est omni secundum soli. *Sed non videtur quantitas suscipere magis et minus. Ut bicubitum.* Quantitas ne mág óuh nieht uuérdin dáz sí íst. mër álde mín. Álso daz zuéi érne méz ne mág. *Neque enim est aliud alio magis bicubitum.* Uuánda éin ne uuírdit mër dáz iz ist. tánne daz ánder. Uuío mág éin bicubitum mër bicubitum sín. dánne ánderiz? *Neque in numero.* Nóh in zálo ne uíndist tú is mër dánne in méze. Id est. non recipit numerus comparationem. sicut nec mensura. *Ut ternarius quinario.* Álsô dríu. mín nóh mër ne héizint zála. dánne uínuiu. *Nihil enim magis tria | dicentur.* Mër dríu 58 ne chídít níoman. *Nec potius tria quam tria.* Nóh éiniu dríu. mër dánne ánderiu dríu. *Nec tempus aliud alio magis et minus dicitur.* Nóh éin zít ne chídít man uuésen mër zít álde mín. dánne daz ándir. *Nec in his quae dicta sunt.* i. septem quantitibus omnino magis et minus dicitur. Nóh in állen síbenin ne chídít man mër álde mín. *Quare non suscipit quantitas magis et minus.* Pedíu ne uuírdit quantitas mër nóh mín. Síu uuírdit áber mínnera únde méra. i. maior et minor. ut ternarius numerus maior est binario. et bicubitum minus est tricubito. et annus longior est mense. Idem quoque evenit in substantia quia et homo maior est homine non autem magis.

Ecce proprium. quod in est soli et omni et semper.

*Proprium autem maxime quantitatis est. quod aequale et inaequale dicitur.* Táz íst áller éiginháftista quantitatis. táz man chît ébinmíchel únde ún-

ébinmichel. álde gemâze únde ungemâze. *Singulum enim earum quae dictae sunt quantitatum. et aequale dicitur et inaequale.* Téro síbin quantitatú io gelicho chit man ébenmichel únde únébinmichel. *Ut corpus aequale et inaequale. et numerus aequalis et inaequalis dicitur. et tempus aequale et inaequale.* Álso man chit. ébinmichel únde únébinmichel héui. 59 ún|de zála unde zít. Sed pro his nos dicimus íz íst ébinhéuiġ. íro íst ébinmánig. ís íst nú ébinláng. álde ne íst. *Similiter autem et in aliis quae dicta sunt singulis. et aequale et inaequale dicitur.* Ze déro sélbûn uuís chídít man aequale et inaequale. óuh án dien ánderên quantitatibus die genémmit sint. *In caeteris vero quae quantitates non sunt. non multum. i. non omnino videtur aequale et inaequale dici.* Án ánderên dínġin. díu quantitates ne sint. ne chídít man bóre uuéigiro. id est ne sól man chédín aequale et inaequale. *Namque affectio aequalis et inaequalis non multum dicitur. sed magis similis.* Et album aequale et inaequale non multum sed simile. Qualitates. sò affectio unde album íst. die héizint réhtòr similes tánne aequales. *Quare quantitatis proprium est aequale et inaequale dici.* Pedíu íst éġin quantitatis. kemâze únde úngemâze.

## Explicit.

Linea uuírdít kedíutit réiz únde zila. únde ríga. unde stríh. únde dúrhgáng. Superficies héizit óbeslhti. únde úzenáhtġi. Corpus sive solidum. mág héizin héui. únde diechi. Si autem fit adiectivum. dicimus solidum. erháueniz. diechiz. ólangiz. dáz chit álegángiz. únholiz féstiz. Linea subalternum genus est eius species sunt recta. curva. torta. in hunc modum. |



Superficies quoque subalternum genus est. cuius species sunt. circulus. trigonum. tetragonum. pentagonum. exagonum. et deinceps in hunc modum.



Harum quoque figurarum sunt plurimae species. ut trianguli species sunt. rectum. acutum. obtusum. in hunc modum.



Quae in geometrica discendae sunt. Solidum corpus subalternum similiter est. Species eius sunt. spera. i. species rotunda. piramida. cubus. in hunc modum.



Locus non videtur genus esse. Dubitatur quoque an species dici debeat. Nam si totus mundus unum corpus est. locum quoque tantum unum habent omnia deinde quae inveniuntur in eo. i. in mundo. partes eius sunt. in quibus et partes loci sunt. Ad hunc modum. Locus quoddam individuum est. et non potest species dici. Si autem tot loca sunt quot corpora. magis videtur locus esse species. et habere individua singulorum corporum loca. Quid autem tempus? Tempus est protractum spacium ab initio mundi. usque ad finem. quod quia continuum est. non potest species dici. sed quoddam individuum. cuius partes sunt | praeteritum. et futurum. Praesens autem. ut aristotiles docuit. in modum puncti. terminus quidam est praeteriti et futuri. et non pars. Partes autem praeteriti et futuri sunt. secula. et aetates. et anni. et menses. dies et noctes. Quae sicut in praeterito fuerunt. ita et in futuro erunt. Et si praesens in eis requiris. praesentem annum et praesentem diem reperiēs. ipsum praesens in eis minime comprehendis. Numerus vero maxime subalternum genus esse dinoscitur. quia et sub ipso sunt genera. Sunt enim eius primae species. par et impar. i. *kerád únde úngerad*. Deinde paris sunt. species tres. et item imparis tres. quae in arithmetica discendae sunt. Oratio non minus subalternum generis dicenda est. Eius sunt principales species. V.

(1) Ist nicht als rechtwinkliges, sondern, wie hier, als gleichseitiges Dreieck im Codex gezeichnet.



Enuntiatiua oratio. Depraecativa. Imperativa. Optativa. Vocativa. Item earum sunt plurimae species ut in peri ermeniis legitur. ut enuntiatiuae sunt. affirmatio et negatio.

Incipit ad aliquid et de relativis quantitativis.

*Ad aliquid vero talia dicuntur. quaecunque aliorum dicuntur id quod sunt.* Sólíu uuórt héizent ze éteuuíu. tíu ánderro sint. táz síu sint. unde ánderro héizint. *Vel quomodo libet ad aliquid aliud.* Álde éteuuío gespróchin uuérden ze éinemo ándermo. *Ut minus alterius dicitur id quod est.* |

<sup>62</sup> *Aliquo enim maius dicitur.* Álso daz mērōra. éines ánderis mērōra héizet. íz chít man ío éteuués mērōra. Tá z iz íst. unde dáz iz héizet. tá z íst éines ánderis. *Et duplum alterius dicitur. id quod est.* *Alicuius enim duplum dicitur.* Tá z óuh zuíuált héizet. tá z héizet éinis ánderis zuíuált. Tá z iz íst. tá z chít man sí éines ánderis. Íz íst éteuués zuíuált. íz héizet óuh éteuués zuíuált (sic). *Similiter autem et alia quaecunque sunt eiusmodi.* id est quaecunque per se non possunt intelligi. relativa sunt. Tíu dúrh síh ne múgin uernómin uuérden. díu séhint ze ánderen. ze dien síu gespróchin uuérden.

Quare dictum sit quomodo libet.

Zíu chád er. aliorum dicuntur. vel quomodo libet ad aliud? Uuánda relativa súmelichíu séhint ze genitivo. ut duplum simpli. Súm ze dativo. ut par pari. Súm ze ablativo sine praepositione. qui septimus dicitur. ut maior minore. Áber ze accusativo ne séhint síu. áne praepositionem ad. Uuélih gágensiht. i. uuélih relatio íst án zuéin accusativis. sô man chít magnum parvum? Sézze praepositionem ad. úndir zuískên. unde chíd magnum ad parvum. tá z íst réhtíu relatio. Tár mitte hûte gnôto. uuénne díu conversio si gelichero casum. uuénne úngelichero. Pater filii. filius patris. dominus servi. servus domini. duplum simpli. simplum dupli. <sup>63</sup> chúmit kelicho | án demo úmbechère. uuánda béidin hálb genitivus inchít nominativo. Sensus vero sensibilis rei sensus est. et sensibilis res sensu sensibilis est. item. scientia scibilis rei scientia est. et scibilis res scientia scibilis est. hábint úngelichin úmbechêr. uuánda díe zuêne nominativi sensus unde scientia. éiscònt genitivum. ábir díe ánderen zuêne nominativi. sensibilis unde scibilis. éiscònt septimum casum. Nû chít man óuh latine. duplum ad simplum. simplum ad duplum. unde duplum simplo. unde simplum duplo. Tára nâh múgin uuír téutones chédin des scálchis hërro.



des hêrrin scálhc. des fátir sún. des súnis fátir. ze gelichero uuís. Ábir zuúált ne múgin uuír nieht spréchin. ze démo genitivo sínis oppositi. uuánda níoman ne chít. lége zuúált hálblichis. ér chít áber. lége zuúált gágin hálblih. únde hálblih gágin zuúált. Ferstántnissedo. únde uuízenthéite. i. sensui et scientiae. ne sint opposita nomina nieht in díutiscûn fúndin. zû diên man síu spréche. uuír múgin dóh. fernémin an in relationem. Sid uuír chédên. ih ferstân des tingis. sô múgin uuír uuízin. dáz ferstántnisseda íst. tés man ferstân mág álsó uuír latine chédên sensus est sensibilis rei. i. quae potest sen'tiri. Únde dára gágene dés man uerstân<sup>64</sup> mág. uuánnan íst táz? mít uuíu mág man is ferstân? mít ferstántnissedo. Álsó iz óuh latine chít sensibilis res sensu sensibilis est. Uuízinthéit íst óuh. tés man uuízin mág. únde dáz man uuízin mág. táz íst sólih fóne uuízenthéite. Sequitur.

De relativis verbalibus.

*At vero sunt etiam et haec ad aliquid. ut habitus. affectus. disciplina. positio.* Hába únde ánagehéfteda. únde zúht. únde sézzi. tíu séhent óuh ze ánderên dínghin. Féstiu hába. dáz íst habitus. únfestiu. dáz íst affectus. *Haec enim omnia quae dicta sunt. hoc ipsum quod sunt aliorum dicuntur. et non aliter.* Tísiu álliu sint sô genámôt. táz síu ánderro sín. táz síu sint. náls túrh síh. *Habitus enim alicuius est habitus. et disciplina alicuius disciplina. et positio alicuius positio.* Hába ne mág sín. sí ne sí éteués hába. nóh zúht nóh sézzi. Hába íst hábamáhtigis tingis. únde daz habe máhtiga. íst fóne hábo hábemáhtig. Sic latine dicitur. habitus habilis rei habitus est. et habilis res habitu habilis est. Zúht íst zúhtigis. Taz zúhtiga. íst fóne zúhte zúhtig. Sicut latine disciplina disciplinati disciplina est. et disciplinatum. disciplinatum est disciplina. | Sézzi íst gesáztis. Táz kesázta<sup>65</sup> íst fóne sézzi kesázt. Ut positio positae rei est. et positum positione positum est. *Sed et alia similiter. s. alicuius sunt. ut affectio et dispositio.* Fóne diên tuôt man súmelicha conversionem. Ánabéfteda íst ánageháftis tingis. Taz ánageháfta. íst fóne ánagehéftedo ánageháft. Sicut et latine affectus vel. affectio affectae rei est. Affectum autem. affectu vel affectione affectum est. Affectio únde dispositio. íst ál éin. sô únsih boetius lêrit. Ábir dóh zuéi participia affectus et dispositus. ne hábint nieht kelicha constructionem. apud latinos. Sic chédint dispositus ad illam rem. affectus illa re. dispositus ad grammaticam. affectus grammatica. Uuír

múgin chédin. dara zû beskériter. dara zû geháftér. ze gramatiché beskér-  
ritér. ze gramatiché geháftér. <sup>(1)</sup> Áber déro diutiskûn uuírdit sâr uueh-  
sel. sô uuír chédên dispositus ad calorem. affectus calore. Târ múgin  
uuír fone béidên gelicho chédin. uuármentér. álde éteuuáz uuárm uuór-  
tenér. álde sâmo uuármder. Similiter dispositus ad nigredinem. affectus  
nigredine. suárzentér. éteuuáz suárzêr. sâmo suárztér. *Ad aliquid ergo  
sunt. quaecunque id quod sunt. aliorum dicuntur. vel quomodo libet. Aliter*  
<sup>66</sup>*ad aliud sunt.* Nû sint iô | díu ad aliquid. díu ánderro sint. táz siu sint.  
álde ze ánderên éteuuío séhent. *Ut mons magnus dicitur. ad montem  
aliud.* Álso míchel bérge kenámôt uuírdit. éin gágen ándermo. uuánda mí-  
chel bérge. neist nicht lúzzelis. núbe gágin lúzzelmo. *Magnum enim ali-  
quid dicitur. et simile alienius simile. et omnia talia similiter ad aliquid di-  
cuntur.* Michel únde gelih. únde álliu sô getániu uuórt. sint iô ad ali-  
quid.

#### De speciebus positionis.

*Sunt autem accubitus et statio. et sessio positiones quaedam.* Táz ligin. únde  
daz stân únde daz sízen. tíu sint species positionis. Álso dispositio íst  
applicatio. sô íst áber positio collocatio. Éniz íst zûobietunga. únde zûo-  
fûogi. tíz íst kestélleda únde sézzi. Têr díu species ne bechénne fône in  
sêlbên. dér bechénne síu fône íro genere. i. positione. *Positio vero ad  
aliquid est.* Álso dáz genus íst. sô sint óuh tíu species. Latini chédint.  
statio stantis est. et qui stat. statione stat. Témo gelicho múgin uuír ché-  
din teutonice. Taz stân íst des stántin. únde der stânto. íst fône stánne  
der stânto. Sô íst óuh légir ligentis únde sízen sízentis. Únde dára gágane  
(sic). ligendêr únde sízzentêr. íst fône lígenne. únde fône sízzenne. *Ia-  
cere autem vel stare vel sedere. ipse quidem non sunt posi]tiones. denomi-  
native vero ab his quae dictae sunt positiones nominantur.* Lígen. stân. síz-  
zen. sô síu verba sint. infinitivi modi. Tánne ne sint síu níeht positiones.  
síu sint genámôt fône dien positionibus. únde bezéichenint situm náls ad  
aliquid.

#### Incipit quaerere proprium ex contrarietate.

*Inest autem et contrarietas in relatione.* Án dien relativis íst óuh contra-  
rietas. *Ut virtus vitio contrarium est. cum sit utrumque ad aliquid.* Álso

---

(<sup>1</sup>) Es steht geháftér.

túgid áchustin uuíderuuártig íst. tánne síu béidiu sín relativa. *Et disciplina ignorantiae.* únde gelirnúnga únchunnùn. *Non autem omnibus relativis inest contrarietas.* Tóh neíst iz in állén nieht geméine. *Duplici enim nihil est contrarium, neque vero triplici, neque ulli talium.* Zúuáltemo unde tríuáltemo. únde anderen sólén ne mág nieht uuíderuuártigis sín.

De magis et de minus.

*Videtur autem et magis et minus relativa suscipere.* Nû íst óuh quís relativa múgin uuáhsen únde suínen. *Simile enim magis et minus dicitur, et inaequale magis et minus dicitur.* kelichera únde úngelichera. únde úngemázera díz tánne éníz chít man. dánne síu béidiu sín ad aliquid. *Simile enim alicui simile dicitur, et inaequale alicui inaequale.* Uuánda síu relativa sint. pediu chít man. kelih íst | kelichemo gelih. únde úngemáze íst 65 éteuuémo úngemáze. *Non autem omnia relativa suscipiunt magis et minus.* Táz neíst in óuh nieht állén geméine. *Duplex enim non dicitur magis et minus duplex nec aliquid talium.* Uuánda zúuáltera únde únzúuualtera ne chít níoman. nóh sólchês nieht.

Quod non semper idem casus respondeat in conversione.

*Omnia autem relativa ad convertentia dicuntur, ut servus domini servus dicitur, et dominus servi domitus, et duplum dimidii duplum, et dimidium dupli dimidium, et maius minore maius, et minus maiore minus. Similiter autem et in aliis.* Álliu relativa uuérdint kespróchen gágen dien. mít tien síu úmbe gânt. álso án dien genámdén exemplis skinet. únde állén sò getánén. *Sed casu (sic) aliquotiens differt (sic), secundum locutionem.* Áber án demo gechòse. mísehillet ófto der casus. téro conversionis. *Ut disciplina disciplinati dicitur disciplina, et disciplinatum disciplina disciplinatum, et sensus sensati sensus, et sensatum sensu sensatum.* Tíu uóre gespróchenen. séhént ze genitivo. Án demo úmbechère. stât áber septimus casus. fúre genitivum. Tés íst târ uóre gnúege geságet.

Quomodo relativae substantiae assignandae sint.

*At vero aliquotiens non videbitur converti. i. non potest converti, nisi convenienter ad quod | dicitur assignetur.* hoc est. si non convenienter ad quod 69 de opposito suo praedicetur. Relativum ne mág nehéinést úmbegân. iz ne uuérde uóne sínemo réht scúldigin opposito gespróchen. *Si peccet is qui assignat.* Úbe der mísegrífet. tér iz hínaságet. ze démo únscúldigen. sò ne gât iz umbe nieht. *Ut si ala assignetur avis, non convertitur ut sit*

Philos.-histor. Abhandl. 1835.

Q q



*avis alae.* Also der úmbegáng niomer uuâr ne uuírdit. úbe man chít. fétáh fógales. táz óuh fógál. fétachis sí. *Neque enim prius convenienter assignatum est ala avis.* Fóne díu ne gât iz úmbe. uuánda úbelo geuálllet fóre ze chédenne fétáh íst fógalis. sámó so er ánderis ne sí áne uógalis. *Neque enim in eo quod avis est. in eo ala eius dicitur.* Uuánda in dien uuórten uétáh kespróchen ne uuírdit. tára zûo séhendo. daz fogal íst. *Sed in eo quod alata est.* Núbe in dien uuórten. i. tara zûo séhendo. daz er geuétahôtér íst. Chédèn sô. dóh iz kénge ne sí. *Multorum enim et aliorum alae sunt. quae non sunt aves.* Fóne díu neíst nieht ze chédenne. fétáh fógales. uuánda fetàcha óuh sínt ánderro animalium. tíu uógela nieht ne sínt. *Quare si assignetur convenienter. et convertitur.* Fóne díu. úbe iz réhto gespróchen uuírdet. sô gât iz óuh úmbe. Uuío sôl man chéden? *Ala alati ala est. et alatum ala alatum est.* Fétáh íst ío geuétta-  
70 chôtis. únde | daz geuéttachôta íst fone uéttàche geuéttachôt.

Licentia fingendi nomina.

*Aliquotiens autem forte et nomina fingere necesse erit. si non fuerit positum nomen. ad quod convenienter assignetur.* Uuóla mág kebúrren. daz íóh uuílòn dúrft uuírdet. níuuen namen ze uínden. úbe dér êr uúnden ne uuárd. ze démo iz kelímflícho gespróchen uuérde. *Ut non erit conveniens assignatio. si remus navis assignetur.* Also dáz úngelímflíh íst. táz man chéde. daz rûoder íst ío skéfis. *Neque enim in eo quod est navis. in eo eius remus dicitur.* Uuánda dára zûo séhendo. dáz iz skéf íst. ne chidit níoman daz iz sín ruoder sí. sámó so síu zuéi ío sámint sín. *Sunt enim naves. quorum remi non sunt.* Skéf sínt cnüegiu. áne rûoder. tíu man dríbet mít scáltòn. i. conto subiguntur. *Quare non convertitur. Navis enim non dicitur remi navis.* Fóne díu ne mág iz úmbe gân. uuánda sô getân skéf. ne héizet nieht rûoder skéf. iz héizet. scáltskéf. *Sed forte convenientior assignatio erit. si sic quodam modo assignetur remus remitae. aut quoquomodo aliter dictum sit. i. dictum fuerit.* Íz keuálllet áber báz. úbe man chít. rûoder des kerûoderôtin. álde so uuío iz ánderis mág kespróchen uuérden. *Nomen enim non est positum. imo neíst námo uúndenêr na.* *Convertitur enim si convenienter assignetur.* Íz kât ío dânné úmbe. úbe iz  
71 bildlícho gespróchen | uuírdet. *Remitum enim remo remitum est.* Uuánda gerûoderôt. íst ío uone rûodere gerûoderôt. *Similiter autem et in aliis.* Sô uérit iz óuh án dien ánderèn relativis substantiis. *Ut caput convenien-*

*tius assignabitur capitali. quam si animalis assignetur.* Álso ház keuállet ze chédenne. hóubet tes hóubetáhten dánne animalis. Uuánda dóh iz uuár sí. iz ne gát so úmbe nieht. *Neque enim in eo quod animal est. caput habet.* Nóh iz ne habit nieht hóubet. fóne dero nóte dáz iz animal ist. *Multa enim sunt animalia capita non habentia.* Animalia sint emègiu hóubetlòsiu.

Nova nomina unde sint trahenda.

*Sic autem facilius fortasse sumitur nomen. quibus non est positum.* Nù uuáno ih sképfet man bechámmost namen. tien er uóre geskáfen ne uuás. *Si ponantur nomina. ab his quae prima sunt. i. primitiva. et ab his ad quae convertuntur.* Úbe sie in geskáfen uuérden. fóne dien primitivis. ih méino dien. zù dien sie bechèret uuérden. *Ut in his quae praedicta sunt. ab ala alatum. a remo remitum.* Álso alatum uuírdet fóne ala derivatum. únde remitum uuírdet fóne remo derivatum. *Omnia ergo quae ad aliquid dicuntur. si convenienter assignentur. ad convertentia dicuntur.* Álliu relativa sint tánne gespróchen ze íro gágenchértèn. úbe síu réhto gespróchen uuérden. *Nam si ad quodlibet aliud assignetur. et non ad aliud dicatur. non convertuntur.* Úbe iz kespróchen uuírdet ze ándermo dánne ze démo scúl-digen. sò ne gânt síu nieht úmbe.

De inconvenientia relativae praedicationis.

*Dico autem quoniam neque eorum. quae indubitanter convertibilia dicuntur et nomina eis posita sunt. nihil convertitur. si ad aliquid eorum quae sunt accidentia assignetur. et non ad ea ad quae dicuntur.* Ferním uuóla. daz nóh téro nehéin. ne uuírdet peuuéndet. tíu guísse uuéndelínga sínt. únde ín námen uúndene sínt. úbe man síu spríchet. ze dien míte gáenden. náls ze sélben dien. ze dien síu séhent. *Ut servus non convertitur. si non assignetur servus domini. sed hominis aut bipedis. aut alicuius talium.* Álso servus íst éin guíssèr uuéndelíng. únde dóh nieht ne uuírdet úmbe be-uúéndet. úbe ér geságèt ne uuírdet uuésen domini. unde ér áber geságèt uuírdet uuésen hominis. aut bipedis. Homo únde bipes. tíu gânt ío míte. So uuár servus íst. tár íst óuh homo. unde bipes. únde rationabile. únde risibile. únde mánígiu sò getáníu. mít téro nehéinemo ne uuírdet er úmbe beuúéndet. tóh guís relativum sí. Uuío mag tánne remus únde ala. díu ziuualigerin (sic!) sínt hábin conversionem. úbe síu ne uuérden kespró-



chen. ze íro gegátên. Sequitur. *Non enim conveniens assignatio.* Sólíh assignatio ne geuállet níeht. s. pedíu ne gât sí úmbe.

73

Item de requirenda con|venientia assignationis.

*Amplius. Si convenienter assignetur quod dicitur. ad id.* s. cum quo convertitur. Úbe áber dáz kespróchena dára gespróchen. uuírdet únde gezeichénit (sic). tára iz sól. *omnibus aliis circumscriptis.* i. pereuntibus *quae-cunque accidentia sunt.* tíen míte gâendên állên uertiligôtên. *relicto solo illo ad quod assignatum est.* témo éinen unuertiligòtemo zù démo iz gezeíchenit íst. *ad ipsum dicitur.* gágen démo uuírdet iz kespróchen. únde mít témo éinen bestât tiu relatio. *Ut si servus ad dominum dicatur.* Álsô ío dânné nóh tiu relatio stât. úbe servus gágen domino gespróchen uuírdet. *circumscriptis omnibus quae sunt accidentia.* mít állo zegângenên díen. tíu ímo uólgênt. *Ut esse bipedem vel scientiae susceptibilem. vel hominem.* Álsô ímo uólgênt uuésen ménnískén únde zuíbeinen. únde gelírnígen. *Relicto vero solo domino. semper servus ad illum dicitur.* Ne bestânde servo níeht mér. âne dominus ze démo íst er ío relatus. *Si vero servus s. e contrario non convenienter dicatur ad id. ad quod dicitur.* Úbe áber dára gágene servus kespróchen uuírdet. ze éinemo ímo úngegátemo. sô homo íst. *circumscriptis aliis omnibus.* ánderên díngen állên uertiligôtên. *relicto hoc solo ad quod assignatus est.* âne dáz eína. ze démo er gespróchen íst. íh méino  
74 *homine. non dicitur ad ipsum.* ze ímo | ne hábit er ío dóh nehéina relationem. Álsô dú chíesen máht. túe man échert sô. *Assignetur servus hominis. et ala avis.* Servus sí hominis. unde ala avis. *Circumscribatur ad dominum esse servum.* Ferságee man servum uuésen gespróchenen gágen domino. *Non enim servus ad hominem dicitur.* Túrh táz ne uuírdet ío servus níeht relatus gágen homine. *Cum enim dominus non sit. servus non est.* Sô láng ío der dominus ne íst. servus tar míte ne íst. *Similiter et de avi.* Sô uért (sic) iz óuh úmbe avem. *Circumscribatur alatum esse. et amplius non erit ala ad aliud.* Ferságe avem uuésen alatum i. chít (sic!) taz alatum ne sí. nóh níomer ala ne uuírdet relativa. Uuío mág? *Cum enim non sit alatum. nec ala erit alicuius.* fétâh ne mág sín. sô dér ne íst. tes er sí. *Quare oportet assignari ad id quod convenienter dicitur.* Fóne díu sol ío daz relativum gespróchen uuérden. dára iz zúo keuállet. *Et si sit nomen positum. facilis erit assignatio.* *Si autem non sit. fortasse erit necessarium nomen fingere.* Únde íst tér námo uundener. dára iz siet (sic). sô íst ís

licht (sic). Úbe daz ne íst. sò sol man in uinden. *Si autem sic reddantur. manifestum est. quoniam omnia relativa conversim dicuntur.* Tùot man daz. sò gânt siu grécho vmbe.

Quod relativa fere simul sint.

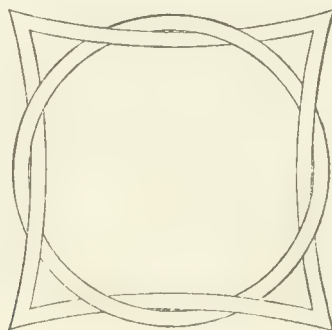
*Fidetur autem ad aliquid simul esse natura.* Uuóla gelih íst óuh relativa ío sáment sín. *Et in aliis quidem | pluribus verum est.* Íz íst óuh uuár án 75 állen méistigên. *Simul enim est duplum et dimidium et cum sit duplum dimidium est.* Zuualt unde hálblih sint ío sáment. únde sò daz éina íst. sò íst óuh táz ánder. *Et cum sit servus. dominus est. Similiter autem his et alia.* Únde sò servus íst. sò íst óuh dominus. Sò uérit iz óuh úmbe ánderíu. *Simul autem haec auferunt se invicem.* Síu tilegònt óuh éin ánderíu. Tíu sámint uuérdent. tíu zegânt óuh sámint. *Si enim non sit duplum. non est dimidium. et si non sit dimidium. non est duplum.* Úbe díz ne íst. nóh é niz neíst. únde úbe é niz neíst. nóh tíz neíst. *Similiter autem et in aliis. quae cumque talia sunt.* Sò uérit iz. án sò getânen.

Excipitur scientia et scibile.

*Non autem in omnibus relativis verum videtur. simul esse natura.* Nû ne íst tòh nieht uuâre gelih állíu relativa ío sáment sín natûrlichó. *Scibile enim scientia. prius esse videtur.* Èr. íst táz man uuízen mág. tanne uuí-zenthéit. *Namque in pluribus subsistentibus rebus. scientias accepimus.* Án díen uóre uuórtenên dínghín méistigên. uuúrtín síd únsere bechenneda. i. ér uuârin állíu dínghín méistigíu. ér uuír íro uuúrtín ántchúnde. Ártés tíe man chúnnín máhtí. uuâren ér. ér mán síe chónđi. *In paucis enim vel nullis hoc quis reperiet. simul cum scibili scientiam factam.* Táz kescáh nóh sélten. alde nehéinést. táz sámint témo. dáz man uuízen mág. uuízenthéit chame. Úbe dér man chimeram | ér dâhtâ. dâr míte uuíssa ér sía óuh. 76 Uuío máhtâ er sía aber <sup>(1)</sup> uuízen. síd sí ne uuás. Fóne díu chít er vel nullis. uuánda ér is zíuuelòt (sic). Úbe ér sía uuíssi. so uuâre sí. *Amplius.* Chiesen iz nóh cnòtòr. *Scibile sublatum. simul aufert scientiam. scientia vero non aufert scibile.* Târ ána skínet. táz síu ío nieht sáment ne sint. uuánda úbe scibile zegât. târ míte zegât sâr scientia. zegât áber scientia túrh táz ne zegât scibile. *Nam si scibile non sit. non est scientia. Scientia vero si non sit. nihil prohibet esse scibile.* Úbe scibile neíst. nóh scientia

(1) Es steht sia ber.

neist. Ube scientia neist. uuóla mág tóh scibile sín. *Ut si circuli quadratura scibilis est. scientia quidem eius nondum est. illud vero scibile est.* Álsò diu sò geheizéna geometricalis figura. chúnneimáhtig ist. tia nioman nóh ne chán. unde si dóh chúnneimáhtig ist. Tò aristoteles tísa scríft téta. nóh tò ne chóndòn nieht geometrici geuàrèn. uuío mán circulum quadrato. ében míchel getáte. Sid uuárd iz funden. Uuér máhti iz áber uínden. úbe iz tíu natura ne hábeti geháltin. hínder íro? Natura hábeta iz ér. ratio uánt iz sid. Táz íst lánge ze ságenné chit boetius. uuío man sia máchon súle. Si uuírdet ío dóh sò geuorht. táz circulus únde quadratum. péi-diu ín eín ánderèn stánt. únde ío uuéderiz ében uílo gát. uzer demo ándermo. in hunc modum |



Tíu figura héizet tánne circulus quadratus. *Amplius. Animal quidem sublato. non est scientia scibilium vero plurima esse contingit.* Tár scientia íst. tár íst animal. Úbe scientia zegát. sò íst animal zegángen túrh táz ne zegát nieht scibile. alsó numeri sínt únde figure.

Item excipitur sensus et sensibile.

*Similiter autem his sese habent et ea. quae de sensu sunt.* Sò iz ketán íst. umbe scientiam. sò íst iz óuh ketán umbe sensum. *Sensatum enim vel sensibile priusquam sensus videtur esse.* Tés man uerstán mág séhendo. hòrendo. stínchendo. sméchendo. crífendo. táz íst ér. ér sélbiu uerstánt-nisseda. *Nam sensatum interemptum. simul interimet et sensum. Sensus autem sensatum non simul interimet.* Zegánt allíu corpora. déro man uerstán mág. séhendo. crífendo. smeichendo. se (sic) zegéngent síu díe quinque sensus animalium. Aber quinque sensus zegangene. ne zegéngent álliu corpora nieht. Úbe álliu corpora zegiengin. uuár uuárin sensus tánne? *Sensus vero circa corpus. et in corpore sunt.* Sensus sínt ío mit corpore.

unde in corpore s. animalium. *Sensato autem perempto, peremptum est et corpus.* s. animalium. *Sensatorum enim est corpus* s. illorum. Zegânt 75 sensata i. corporalia. só zegânt animalia. uuánda síu ín íro zalo stant. Ánderis ne máhti síu níoman séhen. unde grífen. *Cum vero corpus non sit.* s. sensatum. *perimitur et sensus.* *Quare simul perimit sensatus sensum.* *Sensus vero sensatum non simul perimit.* Sò gesiúnlichíu ne sínt. sò neíst sélbiu gesiht. pedíu tilegònt síu díá gesiht. kesiht ne tilegòt áber kesiúnlichíu. Fóne uuíu íst taz? *Animali enim perempto, sensus quidem peremptus est.* *Sensatum vero erit, ut corpus calidum, dulce amarum, et alia omnia, quaecumque talia sunt.* Sò animal neíst. sò ne íst óuh kesiht. áber gesihtigíu unde infúndenlichíu sínt nóh tame. Sò uuárníu (sic) sint. unde süeziú. unde bitteríu. unde állíu díen gelíchíu. *Amplius. Sensus quidem cum sensato fit, simul enim animal fit et sensus.* Ételíchemo sensato íst sensus ébenált. táz sensatum íst animal. sámént témo uuírdet ér. *Sensibile vero ante est, quam esset sensus.* Sò íst áber ánder sensatum unde sensible. áltera dánne sensus. Uuélíz íst taz? *Ignis et aqua, et alia huiusmodi ex quibus ipsum animal constat, ante sunt quam animal sit omnino vel sensus.* Elementa uóne díen animal uuórten íst. sínt álteren dánne animal álde sensus. *Quare priusquam sensus sensibile esse videtur.* Fóne díu íst áltera sensible. dánne sensus. Porphirius platonius tér. isagogas síd scréib tér ne íihet imo nieht. Uuémo uuás iz sensible chít er. dò sensus ne uuas? Fone | sensu íst sensible. uuío mág iz áber daz sín. ér sensus 79 uuírdet? Elementa uuárin. mel unde ánderíu dulcia íóh amora uuárin. unde ne uuáren áber nieht sensibilia. nóh scibilia. ér sensus unde scientia châmin. Fóne díu sínt állíu relativa ébenált íro oppositis. sò ímo dúnchit.

Verene sit ulla substantia ad aliquid.

*Habet autem questionem an ulla substantia ad aliquid dicatur, quem ad modum videtur, an hoc contingat, secundum quasdam secundarum substantiarum.* Nû íst aber gnôto ze urágénne úbe dehéin substantia ad aliquid sí. sò man uuânít unde úbe iz tóh keskéhe dehéinero déro secundarum substantiarum. *Nam in primis substantiis verum est.* Án primis substantiis flígo íh míh tés íh ságo. Uuáz íst taz? *Nam neque totae neque partes ad aliquid dicuntur.* Nóh síe sélben mitállo. nóh íro teil. ne séhent án ánder. *Nam aliquis homo s. ut cato non dicitur alicuius aliquis homo.* Cato ne



héizet niomannis cato. nóh relative nóh possessive. *Neque aliquis bos* s. ut est catonis. *alicuius alicui bos*. Nóh catonis rínt ne héizet sín rínt relative. súnder possessive. Uníle dû chéden relative catonis rínt. sô solst tú sâr chéden. ríndes cato. *Similiter autem et partes*. Táz án állemo. dáz an teile. *Quaedam enim manus* s. ut catonis. *non dicitur alicuius quedam manus. sed alicuius manus*. Catonis hánt ne héizet nieht relative. éin éteuues hant. si héizet possessive sín hánt. *Et quoddam caput. non dicitur alicuius quoddam caput. sed alicuius caput*. Únde catonis hóubet. ne héizet relative nieht. éin éteuues hóubet. núbe catonis hóubit possessive. *Similiter autem et in secundis substantiis*. Álsò uérit iz in generibus et speciebus. *Atque hoc quidem in pluribus*. Íz íst sô án mánegên i. án ín selben. náls án íro partibus. *Ut homo non dicitur. alicuius homo. nec bos alicuius bos. nec lignum. sed alicuius dicitur possessio*. Álsò ménnisko. únde rínt. únde hólz. niehtis ne íst. áne in dien uuórten. dáz iz éteuues éht sí. *Atque in huiusmodi quidem manifestum est. quoniam non est ad aliquid*. Án sô getânên. íst óffen. dáz íro nehéin ne íst ad aliquid. *In aliquibus vero secundis substantiis habet aliquam dubitationem*. Án díen partibus mág iz zuíuel sín. *Ut caput alicuius caput dicitur. et manus alicuius manus dicitur. et singula eiusmodi*. Álsò hóubet únde hánt. únde ándere lide. éteuues héizent. *Quare. haec esse fortasse ad aliquid videntur*. Unánda síu éteuues héizent. pédiu (sic) sínt siu gelih tien relativis.

Non caute diffinita esse relativa.

*Si igitur sufficienter eorum quae sunt ad aliquid diffinitio assignata est.* s. quam ego accepi a platone. Úbe relativorum diffinitio. dár uóre réhto getân íst. *Aut minus difficile. aut impossibile est solvere*. Sô íst únsémfte. alde | ióh únmáhtlih ze uerságenne. *Quoniam nulla substantia eorum quae sunt ad aliquid dicitur*. Táz nehéin substantia ad aliquid kespróchen ne sí. *Si autem non sufficienter* s. dictum est a platone. ad aliquid esse quae hoc ipsum quod sunt aliorum dicuntur. Úbe áber nieht ne gnúegta ze chédenne. tíu uuésen ad aliquid. díu ánderro héizent. táz siu sínt. Hic suspende vocem. *Sed sunt ad aliquid*. Núbe geuuârôr díu sínt ad aliquid. *Quibus hoc ipsum esse est*. Tien dáz essentia íst. *Ad aliquid quodam modo se habere*. Síh háben ze éteuuíu. Et hic suspende. *Fortasse aliquid contra ista dicitur*. Sô uuírdet mág keskéhen bespróchen tíu diffinitio. Hic depone. *Prior vero diffinitio sequitur quidem omnia relativa*. Tíu álta platonis diffi-



nitio. dia ih fóre dírró spráh tíu geréichôt ze állên relativis. s. keréichôt íoh férrôr. *Tamen hoc quod ea ipsa quae sunt.* s. relativa. *aliorum dicuntur.* non est eis esse. quod sunt ad aliquid. Táz ío dòh sélben diu relativa ánderro gehéizen uuérden. tár in diffinitione. táz né íst ín nieht uuésen táz siu sint. Uuáz sint siu? Ad aliquid. Íro essentia íst. ad aliquid esse. tia ne gíbit in nieht mít tien uuórtin. díu platonis diffinitio. Uuánda díu dir ad aliquid nieht ne sint. tíu uuérden oúh kehéizen ánderro. alsò catonis bos túot. Fóne díu ne íst táz nieht réhto genótmezôt. id est. bene dif|finitum. dés mêr álde mínnera uuírdet. Nù ne íst nâh s2 tírró níuuûn diffinitione nieht ánderis relatio. áne dés éinen haba. zû demo ándermo. Idem quaedam habitudo dupli ad simplum. servi ad dominum. patris ad filium.

De proprio per quod excluduntur substantiae.

*Ex his ergo manifestum est.* Hinnân íst óffen. Uuannan? Táz síh relativa hábint zû éin ánderên. únde ío uuéderiz infáhet sína essentiam. uóne démo ándermo. Uuáz íst óffen? *Quod si quis aliquid eorum quae sunt ad aliquid diffinite scult.* et illud ad quod dicitur. *diffinite sciturus est.* Táz tér dáz éina uuéiz quíссо. táz ánder uuéiz sámó guíссо. Quod est. eorum proprium. quae sunt ad aliquid. Táz íst íro súndera. tés ne uer-míssist tú án ín. . Esse enim relativis est. ad aliquid quodam modo se habere. Palam vero et ex hoc est. Táz kíbet tien relativis íro uuésen. únde dâr ána. íst íro uuésen. Uuâr ana? Síh haben zû éteuuíu. Tán-nân íst óffen. ío béidíu uuésen ében guíssíu. *Si enim aliquis novit quid-dam.* quia ad aliquid est. Uuéiz ío mán dáz éina uuésen ad aliquid. hic suspende vocem. quia pendet sensus. *Est autem esse quae ad aliquid sunt.* quomodo se habet idem ad aliquid. Sid nú daz íro uuésen íst. uuío daz éina síh hábe zu ándermo. taz íst interposita ratio. *Et illud novit ad quod hoc quoquo modo se | habet.* Sò uuéiz er óuh táz ánder. zû démo íz íst. éte- s3 uuío hábit. per genitivum aut per alios casus. *Si enim non novit.* omnino ad quod hoc quoquomodo se habet. Úbe er áber ne uuéiz uuára zû síh taz éina hábit. *Neque si ad aliquid quoquomodo se habet.* Sò ne uuéiz er sâr. úbe iz síh hábe ze íouuíhte.

Exemplum de particularibus i. finitis.

*Sed in singulis hoc palam est.* Nù íst táz óffen án díen individuís. *Ut si quis hoc novit.* diffinite quia duplum est. et cuius duplum est mox diffinite

*novit.* Táz tēr quaternarium duplum guísso bechénnnet. sámó guísso bechénnnet táz er binarii duplus íst. *Si vero nihil diffinitivorum novit.* Úbe ér áber án ímo nieht quíssis ne uuéiz. *Ipsum cum duplum sit. neque si est duplum omnino novit.* Sô ne uuéiz er sâr. dóh er zuuáalt sì. úbe er zuuáalt sì. *Similiter autem et si novit diffinite quia hoc aliquid melius est. et quo melius est novit.* Sô íst ouh táz. Uuéiz er guísso dáz tiser mán bézero íst. sámó guísso uuéiz ér. uués bézero ér íst. Álsô mán aeneam ságet uuésen pézeren. dânnne mezentium. Diffinite autem nosse necessarium est. propter haec s. individua. Án díen individuis. íst íz penôte súš quís.

Non similiter in infinitis.

*Indiffinite autem sciet.* i. si indiffinite sciet. *quia est peiore melius.* Uuéiz er áber aeneam pézeren sô únguísso. táz er dén ne bechénnnet. tés pézero<sup>84</sup> ér sì. *Opinione id tale | fit non disciplina.* Táz íst mēr uuân. danne gelírn únde uuízenthéit. *Non enim scivit subtiliter. quia est peiore melior.* Táz íst fône díu. uuánda er réhto ne uuéiz. táz er bézero sì. démo uuírseren. síd er ín kezéigôn ne chán. *Si enim sic contigit. nihil est peius eo.* Târ bézero sô únguís íst. târ ne uuírdet fúnden uuírsero. *Qua propter palam est quia necessarium est. quod quis noverit. relativorum diffinite et illud ad quod dicitur diffinite nosse.* Fône dív íst óffen. dáz penôte dér mán tēr dáz éina uuéiz quíssó. sámó guísso uuéiz táz ánder.

Revertitur ad substantias.

*Caput autem et manum et horum singula quae substantiae sunt. hoc ipsum quod sunt. potest sciri diffinite.* Éin hóubet. álde éin hánt. álde éin ánder líd. pechénnnet mán uuóla. uuáz síu sínt. s. dâr mán síu síhet âne dén ánderen lichamen. *Ad quod autem dicantur. non necesse est sciri.* Mán ne bechénnnet áber benôte nieht uuára íro námen séhên. *Cuius enim hoc caput. vel cuius haec manus. non est dicere diffinite.* Uuánda mán guísso nieht ne uuéiz uués táz hóubet sì. álde díu hánt. s. úbe man dés lichamen mēr ne síhet. *Quare non erunt haec ad aliquid.* Pedíu ne sínt síu ad aliquid. Uuélíu síu? Tíu membra. únde díu partes primarum substantiarum. Uuârin síu ad aliquid. sô uuíssi man sámint ín uués síu uuârin.<sup>85</sup> mán uuéiz. táz síu éteuués sínt. uuér áber | dáz sì. dáz íst únguís. *Si vero non sunt relativorum. verum erit dicere. quia nulla substantia relativorum est.* Síđ partes primarum ne sínt ad aliquid. nieht mēr ne sínt

partes secundarum. Sid tiu ánasih̄tigen hóubet primarum substantiarum únsih̄ zuúelint uués síu sín. uuío uílo mēr diu únánasih̄tigen secundarum substantiarum? Fóne díu ne íst nehéin substantia ad aliquid. Uuâre sí ad aliquid. sô uuâre sí béidiu. ióh accidens. ióh substantia. dáz íst impossible. *Fortasse autem difficile sit, de huiusmodi rebus confidenter declarare, nisi sepe pertractata sint.* Íz ne uuâno oúh íeht sémfte sí. fóne sus ketânên dínge bállo ze uéstenónne. mán ne bedénche síu díecho. *Dubitare, quæ de singulis, non erit inutile.* Úbe mán dár ána zuúelòt. táz íst núzze. uuánda sô chúmet íz ze guisheite.

Explicit.

Species huius cathegoriae certas, aristotelis auctoritate non habemus. Plura tamen exempla dedit. ut sunt duplum ad simplum. magnum ad parvum etc. quae sequendo ad inveniendas species facilis via est. Duplum namque sub inaequalitate est. Hanc primam ponamus. Est enim inaequalitas, quae subalternum genus dicenda est. quia sub ea quinque species in arithmetica numerantur. Multiplex. superparticularis. superpartiens. multiplex superparticularis. multiplex superpartiens. | Harum quoque sub se singulae comprehendunt infinitas species. Nec minus ipsae dicendae sunt. subalterna genera. Prima multiplicis species est. duplum. deinde triplum. quadruplum. quincuplum. sescuplum. septuplum. et deinceps. quae ad simplum omnes referuntur. Superparticularis species a sesquialtero incipiunt. qui refertur ad subsesquialterum. deinde sesquitertius ad subsesquitertium. sesquiquartus ad subsesquiquartum. et deinceps. Sic sunt et ceteris tribus generibus ad hunc modum. certae species singulis vocabulis. Est quoque relativorum species comparatio. quae tribus fit modis. Per comparativum ut maior minore. Per superlativum. ut maiorum maximus. Et si dicas magnorum maximus. minus tamen magni intelleguntur. Per ad prepositionem. ut magnus ad parvum. magnus rex ad regulum. Non solum est comparamus. magnum ad parvum. longum ad brevem. sed et magnitudinem ad parvitatem et longitudinem ad brevitatem. et talia caetera. Ordo quoque relativorum species est. Ut primus. secundus. tertius. quartus. quintus. Ad primum enim referuntur. omnes post illum sequentes. quia secundus a primo. et tertius a primo. et quartus et quintus a primo dicuntur. et deinceps. Cognati quoque vel coniugati vel affines speciem faciunt relativorum. Ut pater est filii. uxor mariti. frater

<sup>87</sup> fratris vel sororis. auus nepotis. proavus pronepo<sup>lis</sup>. abavus abnepotis.  
 gener soceri. avunculus sororis filiae. patruus fratris filii. consobrinus  
 consobrini. fratrueis alterius fratrueis sponsus sponsae. procus procae.  
 rivalis alterius rivalis. competitor competitoris. concors concordi. socius  
 socio. amicus amico. similis simili. aequalis aequali. par pari. affinis af-  
 fini. vicinus vicino. proximus proximo. aequivocus aequivoco. univocus  
 univoco. cooperator cooperatori. conlactaneus conlactanei. coetaneus co-  
 etaneo. coheres coheredis. particeps participis. Eorum autem sunt. quae  
 ex eis fiunt. Ut concordia concordantes sunt. Sic et societas est sociorum.  
 et amicitia est amicorum et similitudo similium. et equalitas equalium. pa-  
 ritas parium. affinitas affinium. et propinquitas propinquorum vel proxi-  
 morum. et equivocatio equivocorum et univocatio univocorum. et coope-  
 ratio cooperatorum. Similiter fraternitas fratrum. coniugatio coniugum.  
 etc. Respondent autem sibi dissimilibus casibus. quia equaliter dicitur  
 esse equalium. equales autem equalitate equales dicuntur. Idem modus  
 est et in aliis. Discrepantia quoque vel quae eorum sunt. speciem faciunt.  
 Ut obvius obvio. oppositus opposito. adversus adverso. congressor con-  
 gressori. discors discordi. rebellis rebeli. renitens renitenti. dissonus  
 dissono. inimicus inimico. impar impari. dispar dispari. dissimilis dissimili.  
<sup>88</sup> inaequalis inequa<sup>li</sup>. disiunctus a disiuncto. distans a distante. distinctus a  
 distincto. etc. p. 89. 90. 91.

92

## Incipit de quali et de qualitate.

*Qualitatem vero dico. secundum quam quales dicimur.* Uuîolichi héizo ih  
 nâh téro uuír gehéizin uuérden uuîoliche. in latina lingua sò boetius lèrit.  
 kibet quale sinen nâmin qualitatî. áber qualitas. ne gîbit îro nâmin quali.  
 Iustus héizit quale. sò tûot ouh iustitia. Áber iustitia heizit qualitas. iu-  
 stus ne mág sò nieht héizin. *Est autem qualitas eorum quae multipliciter  
 dicuntur.* Qualitas íst mánigfalte. *Et una quidem species qualitatis. ha-  
 bitus dispositioque dicuntur.* Éin sláhta qualitatis héizit hába. ióh pe-  
 skériða.

## De habitu.

*Distat autem habitus dispositione. quod permanentior et diuturnior est.* Hába  
 íst féstera ióh uuírigôra. dáнна (sic) beskériða sí. *Tales vero sunt scien-  
 tia vel virtutes.* Sólchero uésti sint chúnna únde túgede. *Scientia enim  
 videtur. esse permanentium. et eorum quae difficile moventur.* Chúnna



sint ioh (sic) uuirig. unde infärent männe unsámfto. *Ut si quis vel mediocriter scientiam sumat.* Álsò dáz únsámfto inférit männe. úbe er iehť ióh ze méze gelírnêť. *Nisi forte grandis permutatio facta sit.* i. nisi grandis eversio mentis fiat. Sínis sínis ne uuérde míchel uuéhsel getân. *Vel ab egritudine. vel ab aliquo huiusmodi.* Fóne siechelhéite (sic) álde uóne ételichero geskíhte. Álsò démo mán geskáh. fóne démo solinus ságet. ter nâh súhte ánderis sándis kenésenêr. nóh sínis námen uuóla né gehúgita. *Simul | autem et virtus ut iustitia et castitas et singula talium non vi-*<sup>93</sup>*dentur posse moveri neque facile permutari.* Sámint chúnnon sint iz túgede. sò réht íst. unde uúrebúrt. unde dien gelichíu tíu samfto ne múgen. eruuéget. unde geuuéhselòť uuérden.

De affectione.

*Affectiones vero dicuntur. quae sunt faciles et cito permutatiles.* Ánauúndeda. unde ánachóminina héizent. tíu únuéste sint. unde síh snéllo uuéhselont. tie híez er uóre dispositiones. *Ut calor et frigiditas. et egritudo. et sanitas. et alia huiusmodi.* Álso uuármí. unde chálťi. siechi unde gesúndi. unde dien gelichíu. *Afficitur enim quodammodo circa eas homo.* Ter ménnisko uuírdet échert fóne in geánauúndòť. *Cito autem permutatur.* Ér uuírdet íro áber snéllo indánòť. *Et ex calido frigidus fit. et ex sanitate in egritudinem transit.* Únde uuírdet er nâh uuármí chálť nâh kesúndedo sieh. *Similiter autem et in aliis.* Sò uérit iz óuh in ánderên dien gelichen. *Nisi forte in his quoque contingat. per temporis longitudinem in naturam cuiusque transferri.* Síu ne begínnên óuh fóre áltí. an éteuuémo geuéstenòť uuérden. *Et insanabilis vel difficile mobilis existat affectus.* Únde ímo díu sò getàna ánachómeni úbel sí ze gebúezenne. unde ába ze némenne. *Quae iam quilibet habitudinem vocet.* Únde man sia bedíu héizen múge hába.

Quid intersit inter habitum et affectionem.

*Manifestum est autem quoniam | haec volunt habitudines nominari. quae sunt*<sup>94</sup>*diuturniora vel difficile mobilia.* Nû skínet táz tíu mít réhto héizent hábá. tíu uuírig sint. unde únsámfto abagânt. *Namque in disciplinis non multum retinentes i. non memoriter tenentes. sed facile mobiles i. obliuiosos. dicunt habitum non habere.* Tie ágezelen. án dien búochen. chédent sie âne hába sín. *Quamvis sint ad disciplinas. peius meliusve dispositi.* Tóh tára zúo éine sín báz keánalcítot dâune ándere. *Quare differt habitus disposi-*



*tione. quod hoc quidem facile mobile est. illud vero diuturnius et difficile mobile.* Fónē díu skéidet síh hába. uóne beskérído. dár ána. dáz sî stâ-tera íst.

Non converti habitum et dispositionem.

*Sunt autem habitus etiam dispositiones. dispositiones vero non necesse est habitus esse.* Hába sînt ío beskérída. áber beskérída. ne sînt níeht ío hába. *Qui enim retinent habitum et quodammodo dispositi sunt ad ea. que habent. vel peius vel melius.* Tíe dír hábint tíe sînt tára zûo beskérít táz sîe hábint. álde uuóla. álde úbelo. *Qui autem dispositi sunt non omnino retinent habitum.* Tíe áber beskerít. únde beskíbēt sînt zû éteuuíu tîen ne íst íz sâr dés mézis níeht hába. Úns uuírdet cnúoiz <sup>(1)</sup> kespírre. íoh peskérít. táz uuír dóh níeht ne uólle hábeên. II.

*Aliud vero genus qualitatis est. Tíu ánderíu sláhta qualitatis íst. Secundum quod pugillatores vel cursores vel salubres vel insalubres dicimus.* <sup>95</sup>Náh téro uuír némēn (sic) | füstchémfen únde stritloupfen. álde gánze alde úngánze. *Et quaecunque simpliciter secundum potentiam naturalem vel inpotentiam dicuntur.* Únde álliu díu dír be únsúldin genámot uuerdent. áfter máhte álde áfter ún máhte. áne tát. *Non enim quod sunt dispositi aliquo modo unum quodque huiusmodi dicitur.* Ín ne gíbet mán níeht tíe námen. dúrh táz sîe dára zû beskíp̃te sîn. únde án dero tâte skínēn. *Sed quod habeant potentiam naturalem. vel facere quod facile. vel nihil pati.* Súnder dáz sîe máht éigin. únde ín gelázen sî. dáz. únde dáz sámfto ze tûonenne (sic). álde síeh. únde síeh ze sinne. *Ut pugillatores vel cursores dicuntur. non quod sint dispositi. sed quod habeant potentiam hoc facile faciendi.* Álsò díe genémmit uuérden chnúttelchémfen. unde stritloupfin tíe íz nîo ne tátēn. únde áber uuola tuòn máhtín. *Sanativi autem dicuntur. eo quod habeant potentiam naturalem. ut nihil a quibus libet accidentibus patiantur.* Únde áber ándere gánze kehéizen uuérden túrh táz sîe día uéstí hábint. táz ín ánuállúngā (sic) níeht ne uuégēn sò urós<sup>1</sup> únde hízza íst. únde slége. *Egrotativi vero quod habeant inpotentiam nihil patiendi.* Únde úngánze héizent. tíe uore sēr hálzi. níeht fertrágen ne múgen. *Similiter autem his et molle et durum se habet.* Tîen íst kelih. uuélh. únde herte. *Durum enim dicitur. quod habeat potentiam non citius secari.* Táz

(<sup>1</sup>) statt cnuogiz.

héizét (sic) hérté. dáz únspüetigo mág ingúnnen uuérden. *Molle vero quod eiusdem ipsius | habeat inpotentiam.* Táz íst uuélh. dáz un máhtíg íst. téro<sup>96</sup> sélbûn únspüete. *Tertia vero species qualitatis est possibilis. qualitates vel et passiones.* Tíu drítta sláhta qualitatis. héizet passibilis qualitas. unde passio. Tíe námen lêrit er únsih hína uuérder ze zuéin uuísôn uernémin. *Sunt autem huiusmodi. ut dulcedo. et amaritudo. et austeritas et omnia his cognata.* Tíe sínt íz. sùozí. píttèrì. éiueri. únde álliu dién gelégeníu. *Amplius autem. Íz sínt óuh andere. Calor et frigus. et albedo. et nigredo.* Uuármi únde uróst uuízi únde suárzì. *Et quoniam hae qualitates sunt. manifestum est.* Nú íst táz óffen. dáz tísiu qualitates sínt. *Quaecunque enim ista susceperint. qualia dicuntur secundum se.* Fóne díu íst íz offen. uuánda án dién síu sínt. tíu héizent túrh síh qualia. *Ut mel dulce dicitur. quoniam suscipit dulcedinem.* Álsò hónang sùeze héizit. uuánda díu sùezi ín ímo íst. *Et corpus album eo quod albedinem suscipiat.* Únde álsò snè uuizer héizet. uuánda ér díá uuízi án ímo habit. *Similiter sese habet etiam in ceteris.* Sò íst íz óuh án dién ánderèn.

Quod non uno modo passibiles qualitates et passiones dicantur. *Passibiles vero qualitates. et passiones dicuntur. s. dulcedo et calor. et omnia ad gustum vel ad tactum pertinentia. non quod ea s. corpora. quae susceperint illas passiones. aliquid patiantur.* Tíse qualitates ne héizent níeht pedíu passibiles. nóh pedíu passiones. táz tíu corpora án dién sie sínt. fóne ín íeht tóleên. *Neque enim mel idcirco dulce dicitur quoniam<sup>97</sup> aliquid passum sit.* Hónang ne héizet níeht túrh táz sùeze. táz íz sínèro sùezi íeht infinde. *Nec aliquid aliud huiusmodi.* Nóh téro sámelichôn corporum nehéin. i. quae ad gustum pertinent. *Similiter autem his et calor. et frigus. s. quae ad tactum pertinent. passibiles. qualitates dicuntur. non quod ipsa. s. corpora quae susceperint ea. aliquid passa sint. sed* passibiles qualitates dicuntur. *quoniam singulum eorum. i. ipsorum corporum. quae dicta sunt perfectiva sunt passionis. secundum sensus.* Nóh óuh uuármi únde chálti. ne héizent níeht pedíu passibiles qualitates. táz íro íeht infinden. díu íro corpora. án dién síu sínt. uuánda díu súnna ne infindet níeht íro héizi. nóh taz ís sínèro chálti. súnèr uuír infinden íro. Únsèrèn sensibus sínt síu máchárra dolungo. *Mel vero per se passionem efficit secundum gustum. et calor secundum tactum.* Chórondo infindèn uuír des hónangis suèzì (sic). crífendo infindèn uuír dés zanderin héizì. Simi-

*liter autem et aliae.* Sô tûont óuh úns tólunga ándere qualitates. tísên geliche. Únde fône diu súlin uuír héizin díse passibiles qualitates. únde díse passiones. tólemáchige qualitates. *Albedo autem et nigredo.* s. quae. ad visum pertinent. *et alii colores.* non similiter his quae dicta sunt passibiles qualitates dicuntur. Uuîzî únde suarzî únde ándere uáreuua. ne héizent nícht tísên gelichò passibiles qualitates. *Sed hoc quod ipse innascuntur ab aliquibus passionibus.* Sic héizent túrh táz sô. uuánda sie uuérden fône dólungôn. |

98

Signum unde colores fiant.

*Quoniam ergo sunt per aliquam passionem multae colorum mutationes. s. manifestum est.* Uuír sehên óftò. dáz síh fáreuua uuéhselònt. fone ételichero dólungo. *Erubescens enim aliquis. rubeus factus est. et timens pallidus. et unum quodque talium* s. contingit passione. Mán irrôtêt óftò uóne scámo. únde irbléichèt uone uórhtôn. Únde ál démo gelih s. chúmet ío fône dólungo. *Quare vel si quis naturaliter aliquod talium passionum passus est. similem colorem oportet eum habere.* Fône diu múoz óuh ter sámelicha uáreuua háben démo natúrlichò íeht sóleës kescáh. *Quae enim affectio nunc ad verecundiam circa corpus facta est et secundum naturalem affectionem. eadem fiet affectio. ita ut naturaliter et color similis sit.* Tíu ánachómeni. mánne geskíhet fône scámôn. tíu geskíhet ímo óuh natúrlichò êr er gebóren uuérde. *Quaecunque igitur talium casuum ab aliquibus passionibus difficile mobilibus. et permanentibus principium sumpserint. passibiles qualitates dicuntur.* Sô uuélche sô getâne geskíhte. s. sô uáreuua sínt únde ánderiu mál. fône dehéinèn dólungôn stétigèn únde uuírigèn die héizent ío passibiles qualitates.

Inveteratos colores qualitates esse.

*Sive enim secundum naturalem substantiam pallor aut nigredo facta est. qualitates dicuntur. quales enim secundum eas dicimur.* 99 Úbe uóne ána-búrte. pléichi álde suárzi geskíhet. táz sínt qualitates. únde | héizên uuír nâh ín quales. i. pléiche álde suárze. *Sive propter egritudinem longam aut propter aestum. aut aliquid tale. vel nigredo vel pallor contingit. et non facile preterit. et in vita permanet. qualitates et istae dicuntur similiter. Quales et secundum eas dicimur.* Álde úbe iz keskíhet. fône áltero súhte. álde uóne hízzo. únde iz tánne uuérêt. únde án demo skínet. táz sínt óuh qualitates. únde héizên ío uuír nâh ín quales.

Momentaneos autem colores non esse qualitates.

*Quecunque vero. s. mutationes. ex his quae facile solventur. et cito trans-euntes fiunt. passiones dicuntur.* Só uuélche uuéhsela áber úns késkéhent (sic). téro die sih sámfto gélóubent (sic). únde spüetigo zegánt. tie héizent passiones. i. tolunga. s. álsó óuh tolunga héizent. scáma únde uórhta. fóne dien sie uuérdent. *Non enim dicimur secundum eas quales.* Táz íst fóne díu. uuánda uuír nâh in quales ne héizèn. *Neque enim qui propter verecundiam rubeus factus est. rubeus dicitur.* Uuánda dér dúrh scáma irrótèt. tér ne héizet nieht túrh táz rótendër. *Nec cui pallor propter timorem venit. pallidus est.* Nóh tér uóne uórhtòn bléichèt. ne íst úmbe dáz nieht ío bléih. *Sed magis s. dicendus est. quod ad aliquid passus sit.* Uuír súln mër chéden. ér uuárd pléih. ér uuárd rôt. *Quare passiones huiusmodi dicuntur. qualitates vero minime.* Fóne díu héizent sie dólunga. nâls uuíolichína.

Animae quoque inveteratas passiones esse qualitates.

*Similiter autem his et secundum animam passibiles qualitates | et passio-<sup>100</sup> nes dicuntur.* Nâh tisèn qualitatibus des lichamen. héizent óuh tie qualitates téro sêlo. *Quaecunque enim mox innascendo ab aliquibus passionibus fiunt. qualitates dicuntur.* So uuéliu ding mánne geskéhent sâr án dero gebúrte. táz héizent qualitates. *Ut dementia vel ira et alia huiusmodi.* Álsó sinnelòsi íst. álde zórnmuotigi. únde dien gelichú. *Quales enim secundum eas dicimur.* Qualitates héizent sie uuánda uuír nâh in quales héizèn. *Idem iracundi et dementes.* Zórnmuotige. únde sinnelòsè. *Similiter autem et quaecunque alienationes non naturaliter. sed ab aliquibus casibus factae sunt difficile pertereuntes. et omnino immobiles etiam huiusmodi qualitates sunt.* Úbe óuh nâh téro gebúrte. uóne dehéinèn geskilten mánne únsinnigína chóment. stétige únde uuírige. tíz sint ío sò sámo qualitates. *Quales enim et secundum eas dicimur.* Táz skínet tár ána. uuánda uuír óuh nâh tien héizen quales.

Momentaneas autem animae passiones non esse qualitates.

*Quaecunque enim ex his quae citius pretereunt fiunt. passiones dicuntur.* Áber die muotegína. die snéllo zegánt. tie héizent érchert (sic) tólúnga. únde stúngeda. *Ut si quis contristatus iracundior sit.* Álsó dáz héizet. ube man geléidegòter. eteuuáz sih pilget. *Non enim dicitur iracundus. qui in huiusmodi passione. iracundior est. sed magis aliquid passus.* Tér sih sò bíl-



get. ter ne héizet úmbe dáz nieht ábólígêr. mán sól cheden. ér uuás cr-  
 101 bólneg. únde zórneg. *Quare passiones huiusmodi dicuntur. qualitates vero minime.* Fóné díu héizent táz uuórtene stúngedâ. náls uuónente uuò-  
 lichína. Tíe sò uerlófentent passiones sint téro cathegoriae. tíu pati héi-  
 zet. álsò óuh álliu participia passiva sint. III.

*Quantum vero genus qualitatis est forma. et circa aliquod constans figura.* Tíu uierda sláhta qualitatis íst. tíu getât. únde dáz pílde. dáz án ío uué-  
 lemo dínge íst. *Amplius autem ad haec.* Ferním nóh hára zû. s. uuáz  
 pílde sí. *Rectitudo vel curvitas. et quicquid his simile est.* Táz íst créhti.  
 álde chrúmbî. únde dáz tien gelih íst. sò slímî íst únde serégehôri. *Se-*  
*cundum enim unum quodque eorum quale quid dicitur.* Näh tien állên chít  
 man quale. *Triangulum enim vel quadratum esse quale quod dicitur. et*  
*rectum aut curvum.* Triscôziz álde uierscoziz. héizet uuíolih iz sí. únde  
 geréhtiz. álde chrúmbez. *Et secundum figuram vero unum quodque quale*  
*quod dicitur.* Únde nâh sínemo bílde. héizet uuíhtelih quale.

Que falso videantur esse qualia.

*Rarum vero et spissum et asperum et lene. putabuntur quidem qualitatem*  
*significare.* Skéterez únde gedrúngenez. rúoz (sic) únde sléhtiz uuânent  
 sie qualitatem bezéichenen (<sup>1</sup>). *Sed aliena huiusmodi putantur esse a divi-*  
*sione quae circa qualitatem est.* Mán sól síu dóh uuânen úngehâftiû diên  
 speciebus qualitatis. tíu án íro geskídôt sint. *Quandam enim positionem*  
*quodammodo videntur. partium utrimque monstrare.* Síu zéichenint uuô  
 téilelih líge. an demo corpore. náls uuíolih iz sélbez sí. *Spissum quidem*  
 102 *est. eo quod partes. sibi ipsae propinque sint.* Íz íst fóné díu | gedrúngen.  
 dáz síniu téil ín sélbên nâhò ligent. *Rarum vero quod distent a se invi-*  
*cem.* Skéteriz. táz síu ín sélbên uerro ligent. *Et lene quidem. quod in*  
*rectum sibi partes iaccant.* Únde sléht. fóné díu. dáz síniu téil ében hò  
 ligent. *Asperum vero quod haec quidem pars superet. illa vero sit inferior.*  
 Rúoz fóné díu. dáz éin téil gât hòor. ánder téil níderôr. Síd táz sò íst.  
 sò sint síu ad aliquid. álsò óuh íro genus íst positio.

Explicit de quarta specie.

*Et fortasse alii quoque appareant qualitatis modi.* Nieht né íst ze uer-

---

(<sup>1</sup>) Es steht bezéichenenche und am Rande ist eingekratzt bezeichnen.



chünne. nûbe óuh ánderiu qualitatís species sih óugén. *Sed maxime dicuntur hae qualitates.* Tíse sínt tóh tia géngesten.

Qualia denominativa dici.

*Itaque sunt quae praedicta sunt.* Nû sínt iz tie uóre geságeten. *Qualia vero quae secundum haec denominative dicuntur.* Únde sínt táz íro qualia. díu uóne in gespróchen únde genámôt uuérden. *Ut a candore candidus et a gramatica gramaticus (sic). et iustitia iustus.* Álsò uuízèr uóne uuízi. gramátichare uóne gramátiche. réhtèr uóne réhte. genámote sínt. *Similiter et aliis.* Sò uérit iz óuh án ánderèn. i. sò uuérden ío quales. kenámôt fone qualitatibus.

Excipitur.

*In aliquibus vero. s. qualibus eo quod non sint posita qualitatibus nomina. non contingit ea quae dicuntur ab eis. denominative dici.* Áber dänne uúndene ne sínt tien qualitatibus. tánne ne uuérden óuh níeht fóne in geskáfôt tie námen dero qualium. *Ut cursor aut pugillator qui secundum validitudo-  
nem | naturalem dicuntur. a nulla qualitate denominative dicitur.* 103 Álsò déro námo níeht kescáfôt ne íst fóne qualitate. tie áfter máhtin genémmet uuérden lóupfen únde chemphin. *Non enim posita nomina sunt validitudo-  
nibus secundum quas isti quales dicuntur.* Táz íst fóne díu. uuánda nehéine námen ne sínt tien máhtin uúndene náh tien síe genámôt sint. *Sicut in disciplinis secundum quas vel pugillatores vel palestrici secundum affectionem dicuntur.* Sò áber démo líste íst fóne dés pégúnste (sic). únde uóne dés áneuuírte (sic). die scúldigen uéhtárre. únde ríngárre héizet. *Pugillatoria enim disciplina dicitur.* Tér geuóbto líst héizet latine pugillatoria. *Quales vero ab his denominative hi qui afficiuntur dicuntur.* Tán-nân scáfònt sih téro námen. díe in ùobent.

Item excipitur.

*Aliquando autem et posito nomine. s. qualitatís. denominative non dicitur. quod secundum eam quale dicitur.* Íóh táz keskihét. táz tíu qualitates námen hábit. únde dóh íro quale uóne íro genámot ne íst. *Ut a virtute studiosus.* Álsò íligèr uóne túgede íst. únde dóh náh íro ne héizet. *Virtutem enim habendo studiosus dicitur. sed non denominative a virtute.* Sél-bún día túged hábendo. héizet er ílig. tóh ne íst sín námo níeht náh íro namen geskáfôt. *Non autem in plurimis hoc tale est.* In únmánîgèn uúndet mán dóh tíu úngelichí. *Quae ergo dicuntur. aut denominative. a prae-*

*dictis quales dicuntur. aut aliquo modo aliter ab eis.* Tíu ío qualia heizent téro námen sínt fóne | qualitate geskáfòt. álde étteuuío gespróchen uóne ín. áne scáfúnga.

Incipit querere proprium ex contrarietate.

*Inest autem et contrarietas secundum quod quale est. i. secundum qualitatem.* Án qualitate uuírdet ouh fúnden contrarietas. *Ut iustitia iniustitiae contraria est. et albedo nigredini. et alia.* Álsò réht uuíderuuártig íst ún-réhte. únde uuízî déro suárzî. únde ánderiu. *Similiter autem. et ea quae secundum eas. s. qualitates. qualia dicuntur ut iniustum iusto. et album nigro.* Tíu fone ín gespróchen uuérden. tíu sint sámó uuírderruuártig (sic). Álsò ún-réhtiz réhtemo. uuíziz suárzemo. *Non autem in omnibus hoc est.* Íz ne geskihét tòh nícht ín állèn qualibus. *Rubeo et pallido. aut huiusmodi coloribus qualitatibus existentibus. nihil est contrarium.* Ròtemo únde bléichemo. únde sólèn uáreuuòn ío sámó guissèn qualitatibus. ne íst nícht uuíderuuártigis.

Sub uno semper genere contraria stare.

*Amplius.* Ferním ouh ánder. *Si ex contrariis unum fuerit quale. et reliquum erit quale.* Úbe zuéio contrariorum dáz éina quale íst. táz ánder sò sámó íst. *Sicut est iustitia iniustitiae contrarium.* Álsò án dien skínet. *Quale autem est iustitia. quale igitur et iniustitia.* Tá z éina íst quale. i. qualitas. sò sámó íst táz ánder. *Hoc palam est proponenti. alia praedicamenta ex singulis s. cathgoriis.* Tá z uuírdet sár démo skín. dér fone |  
 105 állèn cathgoriis. fúre zihet anderiu exempla. *Nullum igitur aliorum praedicamentorum aptabitur. i. opponitur iniustitiae.* Nehéin uuidersácho. ne uuírdet tár uúnden iniustitiae. *Neque quantitas neque ad aliquid. neque ubi. nec omnino aliud quicquam nisi quale.* Nóh quantitas. nóh nehéin ánder praedicamentum ne uuérít síh iniustitiae. áne ío qualitas. i. iustitia. *Sic et in aliis quae secundum quale.* Sò uérít iz ouh ánderèn qualitatibus.

Quod et magis et minus recipiat qualitas.


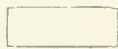
*Suscipit autem qualitas et magis et minus.* *Album enim magis et minus. alterum altero dicitur. et iustum alterum altero magis et minus.* Qualia ládent síh ána úngelicho íro qualitatem. súmiu mër súmiu mín. Álsò éin réhtera íst. tánne ánder. uuánda iz án ímo mër réhtis hábit. Únde éin uuízera. dánne ánder. uuánda án ímo mër uuízî íst. *Sed et ipsa cremen-*

*tum suscipiunt. Ióh síu sélben. uuáz sint túrh síh. Cum candidum namque sit. amplius contingit candidum fieri. Uuíz uuírdet uuízera.*

Excipitur.

*Non tamen omnia. sed plura. Íz ne túont nieht álliu díu qualitatís sint. mánigíu túont íz. Iustitia namque a iustitia. si dicatur magis et minus. potest quilibet ambigere. Uuánda úbe sélbíu iustitia. uuáhse álde suíne. dés mág mán zuíuelòn. Similiter et in aliis affectibus. Sò mág mán oúh zuíuelòn án ánderèn hábòn. Quidam enim dubitant de talibus. Cnùege zuíuelònt ís. Iustitia namque a iustitia. non multum | aiunt magis et mi-<sup>106</sup> nus dici. nec sanitatem a sanitate. Sie uerságent sélben día iustitiam mēr- héite unde mīnnerhéite. únde sanitatem. Uuánda bristet réhte. sò ne íst íz réht. Íst íz úbere. sò ne íst íz áber réht. Minus autem habere alterum altero. sanitatem aiunt. et iustitiam minus alterum altero habere. Téro qualium sùmelichiz. íehent sie mín gánzi. únde mín réhtis háben. dánne dáz ánder. i. úngánzera uuésen únde únrehtera. Sic autem et grammatica. et alii affectus. non recipiunt magis et minus. Sed tamen ea quae secundum eos affectus dicuntur. indubitanter recipiunt magis et minus. Álsò iustitia únde sanitas síh uuérrint comparationis. sò túot óuh grammatica. únde sò túont álle hábâ. Áber díu qualia. díu uóne in gespróchen uuérden. tíu hábint comparationem. Grammatitior enim alter ab altero dicitur. et iustior et sanior. Táz skīnet tár ána dáz éinér réhterò. únde gánzero. únde gramatichis chúnigòro. gehéizen uuírdet. tánne ánderèr. Sic et in aliis. Sò íst íz oúh án ánderèn dísen gelíchèn.*

Item excipitur.

*Triangulus vero et quadrangulus non videtur. magis et minus suscipere. nec aliquid aliarum figurarum. Áber driórtèr. únde uierórtèr. ne mág éinér nieht mēr sín. dánne ánderèr. nóh nehéin pildis kescáft hábendèr. Quaecunque diffinitionem trianguli recipiunt et circuli. omnia similiter triangu-<sup>107</sup> la vel circuli sunt. So uuéliu ío dríscozis. únde ríngis nòt méz infängen hábint. tíu sint oúh penòte dríscòze únde rínga. Eorum vero quae non recipiunt. nihil magis alterum altero dicitur. Tíu íro nòtméz ne hábint téro nehéin ne íst mēr. dáz síu sint dánne ánderíz. Nihil enim quadratum magis quam parte altera longior figura circulus est. Ében láng sitíu uiera. ne íst nieht mēr circulus. dánne díu dír únében länge síta hábit.   Nullam enim recipit circuli rationem. Íro ne uuérder (sic)*

ne gât in dia zâla dis circuli. *Simpliciter autem.* Áber offene ze ságènnē. *Si utraque non recipiunt huius propositi vel circuli rationem. non dicitur alterum altero magis.* Úbe íro ne uuéder. ríngis nôt méz ne hábit. sô ne héizet óuh ne uuéder mēr ríng. dānne daz ánder. *Non ergo omnia qualia recipiunt magis et minus.* Fóne díu ne sînt nîeht álliu qualia mēr únde mín i. non omnia recipiunt comparisonem.

Quid sit ei proprium.

*Horum itaque quae predicta sunt. nihil est proprium qualitatis.* Téro uóre námðôn nehéin. ne íst úreiche qualitatis. *Simile autem et dissimile secundum solas dicitur qualitates.* Kêlih únde úngelih. uuerdent fone qualitate  
 103 éigenafto (sic) gespróchen. *Simile autem alterum alteri. non est secundum aliud. nisi secundum id quod quale est.* Éin gelih ándermo. ne uuírdet nîeht fóne ánderèn dîngen gespróchen. áne uóne quali. *Quare proprium erit qualitatis. secundum eam simile et dissimile dici.* Fóne díu íst qualitatis tíu súndera. fóne íro gelih. únde úngelih ze chédenne.

Ratio de communione cathegoriarum.

*At vero non decet conturbari. ne quis nos dicat. i. reprehendat. de qualitate propositionem facientes. multa de relativis interposuisse.* Nû zîmet tien lectoribus in gûotemo ze sinne. nîo íro nehéin únsih ne inchúnne. ze êrist fóne qualitate erhéuen. únde áber dárnâh gnûogez fone relativis ságen. *Habitus enim et dispositio horum quae ad aliquid sunt esse dicebantur.* Tés fúrhto íh fóne díu. uuánda habitus únde dispositio. hína ze relativis kezêllet uuúrtin. únde mán íro ánderêst hîer geuûog. *Pene enim item omnibus talibus genera ad aliquod dicuntur.* Sic súlen uuízen. dáz genera qualitatis. álméistig sînt ad aliquid. *Nihil autem horum quae singularia sunt.* Táz ne sînt áber nîeht íro species. *Nam cum disciplina genus sit. ipsum quod est alterius dicitur.* Alicuius enim disciplina dicitur. Disciplina uuánda sí genus íst. pedíu íst sí ad aliquid. Éteuués íst. ío disciplina. *Eorum quae*  
 109 *singularia sunt. nihil ipsum quod est alterius dicitur.* Íro specierum nehéinez ne chît man éteuués sín. *Ut grammatica non dicitur alterius grammatica. nec musica alicuius musica.* Álsò níoman ne chît relative éteuués grammatica. éteuués musica. *Sed forte secundum genus. et haec ad aliquid dicuntur.* *Ut grammatica dicitur alicuius disciplina. non alicuius grammatica.* Táz genus ánaséhendo. mág mán uuóla chéden. grammatica íst éteuués kelírn. Ér ne chîdet nîeht éteuués grammatica. *Et musica alicuius*



*disciplina. non alicuius musica.* Sò mág ér oúh chéden. *musica íst éteuués kelírn. náls éteuués musica.* *Quapropter quae per se quidem singula sunt. non sunt ad aliquid.* Pedíu ne sínt tíu species keskídotíu ad aliquid. tóh síu án demo genere úngeskídotíu sín. ad aliquid. *Dicimur enim quales. secundum singula.* Táz skínet târ ána. táz uuír quales héízèn nâh tien speciebus. *Haec enim et habemus.* Sic sínt únsere hába. *Scientes enim dicimur. quod habemus singulas scientias.* Uuír héízèn chúnínge. fóne dero hábo dero specierum. *Quare haec erunt etiam qualitates. quae singillatim sunt. secundum quas et quales dicimur.* Fóne díu sínt tíu species qualitatis. nâh tien uuír óuh héízen quales. *Haec autem non erunt eorum quae sunt ad aliquid.* Áber ad aliquid ne sínt síu níeht. *Amplius.* Ferním nóh táz. | *Si*<sup>110</sup> *contingat hoc ipsum quale et relativum esse. nihil est inconueniens idem utrisque. generibus annumerare.* Keskíhet óuli éin uuórt péidíu bezéichenen. qualitatem íoh ad aliquid. sò ne uuírret tir níeht táz sélba ze zélleenne. ze béidèn cathegóriis.

#### De facere et pati.

*Recipit autem facere et pati contrarietates. et magis et minus.* Tíu dir bezechenent (sic) túon álde dólèn. díu sínt ofto éin ánderèn uuíderuuártig. Únde mág uuérden ío uuéderes. mër íoh mín. *Calefacere enim ad frigidum facere contrarium est. et calidum fieri ad frigidum fieri. et delectari ad contristari.* Uuármin únde chuelín. sínt uuíderuuártig. sò sínt óuh uuármen únde cháltèn. frò sín. únde léideg sín. *Sed et magis et minus.* Sò uuírdet óuh án ín. mër únde mín. *Calefacere enim magis et minus est. et calefieri magis et minus. et contristari magis et minus.* Mán mág uuóla uuármin mër íoh mín. únde uuármèn. mër íoh mín. únde trùrèn mër íoh mín. *Recipit ergo magis et minus facere et pati.* Fóne díu íst uuâr. táz túonnes únde dólennis. mër únde mínnera sín mág. *Pro his itaque tanta dicantur.* Fóne ín sí is sus cnúege.

#### De situ.

*Dictum est autem et de situ in his quae ad aliquid sunt. quia denominative a positionibus dicitur.* Fóne ad aliquid ságendo. uuárt óuh keságèt. táz tíu<sup>111</sup> verba sedere. unde stare. díu situm bezéichenent kespróchen sínt fóne nominibus. sessio. statio. díu positionem bezéichent.

De quanto (sic). et ubi. et habere.

*Pro reliquis autem. quando. et ubi. et habere. eo quod manifesta sunt.*



*nihil de eis aliud dicitur, quam quae in principio dicta sunt.* Fóné uuénne únde uóne uuâr. únde uóne hábenne. ne íst nieht nú ze ságenne. uuánda síu sémfte sínt. áne dáz fóre geságet íst. Uuáz íst táz? *Quia habere quidem significat calciatum esse, armatum esse.* Tá z ána háben. bezéichenet keskúhen uuésen. álde gesáreuuit uuésen. *Ubi vero, ut in loco.* Uuâr bezéichenet. in uuélero stéte. *Quando, ut quo tempore.* Uuénne. in uuélemo zíte. *De propositis itaque generibus quae dicta sunt sufficiunt.* Fóné dien generibus íh pedêh ze ságenne. hábo íh cnúoge gesaget.

Quod modis opposita dicantur.

*Dicitur autem alterum alteri opponi quadrupliciter.* Ze uíer uuísón chít man éin gágen ándermo gestéllit uuérden. *Aut ut ad aliquid.* Álde sò díu gágensihtigen. *Aut ut contraria.* Álde sò díu uuíderuuártigin. *Aut ut habitus et privatio.* Álde sò hába únde dárba. *Aut ut affirmatio et negatio.* Álde sò néin únde | íáh. *Opponitur autem unum quodque istorum.* Tíro ío gelíh uuírdet íngágen stéllet. *Ut sit figuratim dicere.* Mít exemplo ze ságenne. *Ut relativa.* Sò relativa túont. *Ut duplum dimidio.* So zuíuált íst témo hálblih. *Ut contraria.* Sò uuíderuuártigiu túont. *Ut malum bono.* Álsò úbel íst kúotemo. *Ut secundum privationem et habitum.* Sò man chít hába únde dárba. *Ut est caecitas visui.* Álsò blíndi íst temo kesíune. *Ut affirmatio et negatio.* Sò uéstenúnga únde lóugen túont. *Ut sedet, non sedet.* Álsò díu sínt. sízzet. ne sízzet.

De relativis.

*Quaecunque igitur ut relativa opponuntur.* Tíu relative gágenstéllet uuérendent. *Ea ipsa quae sunt, oppositorum dicuntur.* Tíu héizent ánderro. *Aut quomodolibet aliter ad ea.* Álde éteuuío sehent síu zu ín. *Ut duplum dimidiū ipsum quod est alterius dicitur.* Álsò zínuált (sic) éteuués zuíuált héizet. tá z íz íst. *Alicuius enim duplum dicitur.* Íz sól ío benóte héizen zuíuált. tá nne des hálbín téiles sí. *Sed et disciplina disciplinato tanquam relativa opposita est.* Lèra íst óuh gágenstéllit temo gelértin. sámó zu ímo sehentíu. *Et dicitur disciplina ipsum quod est disciplinati.* únde dáz tíu lèra íst. tá z uuírt kehéizen des kelértin. *Sed et disciplinatum ipsum quod est ad oppositum dicitur, i. ad disciplinam.* Álsò uuírdit óuh tá z kelèrta hína gespróchen. ze sínéro gágenstáltún lèro. *Disciplinatum enim aliquem dicimus disciplina disciplinatum.* Uuánda uuír héizèn ío den gelértin fóné dero lèro gelértin. *Quaecunque ergo opposita sunt tanquam ad aliquid.*

Tiu io mit témo námin déro gágensihte gágensáltiu héizent. *Ipsa quae sunt aliorum dicuntur.* Tíu sint io ánderro. táz siu sint. *Aut quomodo-cunque ad invicem.* Álde éteuuió séhent siu zéinen ánderèn.

De contrariis.

*Illa ergo quae ut contraria.* Tiu áber dúrh uuíderuuártigi héizent oppo-sita. *Ipsa quidem quae sunt nullomodo ad se invicem dicuntur.* Tíu ne séhent nieht zu éinèn ánderèn. án díu dáz síu sint. síu séhent mër fóne éinèn ánderèn. *Neque enim bonum mali dicitur bonum, sed contrarium.* Uuánda nieman ne chít. táz gúota íst tes úbelin gúota. er chít iz ímo sí uuíderuuártig. *Neque album nigri album, sed contrarium.* Nóh ér ne chít. taz uuíza íst tes suárzen uuíza. ér chít iz ímo sí uuíderuuártig. *Quare differunt hac contrarietates a se invicem.* Fóne díu sint contraria geskéi-den.

De differentia contrariorum. i. medium habentium et non habentium. *Quaecunque vero contrariorum talia sunt.* Tíu contraria sólih sint. *ut alterum ipsorum necessarium est inesse, in quibus nata sunt fieri, et de quibus praedicantur.* Táz éin uuéderiz benôte ána íst. tien siu gesláht sint únde uóne díen man siu spríchet. *Nihil eorum medium est.* Tíu ne hábint ne-héin medium. *Quorum vero non est necessarium alterum inesse.* Téro áber éin uuéderiz ána benôte ne íst. *Horum omnium est | aliquod medium* <sup>11</sup> *omnino.* Téro állero íst io ételih medium.

Exempla de non habentibus medium.

*Ut languor et sanitas in corpore animalis naturam habet fieri.* Álso sie-chelhéit únde gánzi lébendèn corporibus kesláht íst. *Et necessarium est alterum esse in animalis corpore, vel languorem vel sanitatem.* Únde io be-nôte sól éinuuéder sín án des lébentin lichamin. siechi álde gesúndeda. *Sed et par et impar de numero praedicatur.* Sô uuírdit óuh fóne dero nu-mero gespróchen kerád únde úngerád. *Et necessarium est alterum in nu-mero esse, aut habundus i. imparem, aut perfectum, i. parem.* Únde íst io díu numerus úber sláhentíu álde géebenótíu. *Et nihil est in medio ho-rum neque inter languorem et sanitatem, neque inter habundantem et per-fectum.* Únde nieht ne uíndist tú únder gánzemo únde únganzemo. úne-benemo unde ébenemo.

Exempla de habentibus medium.

*Quorum vero non est necesse alterum inesse, eorum est aliquod medium.*

Téro aber éin uuéderiz penôte ána ne íst. tíu hábint medium. *Ut nigrum et album in corpore naturam habet fieri.* Álso corpori gesláht íst. uuíz únde suárz uuérden. *Et non est necessarium alterum horum esse in corpore.* Únde dóh nehéin nôt ne íst. éinuuéder imo ána uuésen. *Non enim omne aut album aut nigrum est.* Uuánda uuíz álde suárz ío gelíh corpus ne íst. *Sed et pravum et studiosum praedicatur quidem et de homine et de*  
<sup>115</sup>*aliis multis.* | Cûot únde úbel chît man óuh fône ménniscôn únde fón ánderên dínghin. *Sed non est necessarium alterum horum inesse aliis. de quibus praedicatur.* Únde ne íst tóh nehéin nôt íro éin uuéder súmelíchên ánauuésen. *Non enim omnia vel prava vel studiosa sunt.* Uuánda dínge-  
líh nieht penôte ne íst úbel álde gûot. *Et est horum medium.* Pedíu hábint síu medium. *Albi quidem et nigri. fuscum et pallidum et quicumque sunt alii colores.* Suárzis únde uuízis media sínt. pléih únde sátrâ únde álle ándere uáreuuâ. s. ut rubrum viride. flavum. furvum. venetum. fulvum. croceum. i. rôr cruêne. fálo. salo. cra. cólftáro. chrûogfaro. *Pravi vero et studiosi.* Áber úbelis unde cûotis medium íst. *Quod neque pravum neque studiosum est.* Táz ne uuéder ne íst cûot nóh úbel. Táz héizent stoici indifferens. álso rihtûm íst únde skôni. Tíu sô getánin uuóltôn síe hábin fúre ne uuéder. *In aliquibus itaque nomina sunt his quae media sunt.* In sumelíchên contráriis sínt námin fúndene íro mediis. *Ut albi et nigri. fuscum et pallidum.* Álsô dien mediis suárzis únde uuízis sínt. pléih únde crísil. *In aliquibus autem nomina quidem in medio assignare idoneum non est.* In sumelíchên íst úmbechâme íro mediis námin ze gébenne. *Sed per utrorumque summorum negationem quod medium est determinatur.* Núbe díu úzeren ferságender uuírdet íro medium geóuget. *Ut quod neque bonum neque malum est. neque iustum neque iniustum.* Álsô díu námelôs sínt. tíu ne uuéder sínt cûot nóh úbel réht nóh únreht. |

## De habitu et privatione.

*Privatio vero et habitus quidem circa idem aliquid, ut visio et cecitas circa oculum.* Hába únde dárba uuírt éteuuâr ána gespróchen álso gesíune únde blíndi án demo óugen gespróchen uuírt. *Universaliter autem dicere est. in quo nascitur habitus fieri. circa hoc dicitur privatio. utrorumque eorum ordine.* Állelíchó ze ságenne. sô uuâr ána díu hába uuírt. tar ána uuírt óuh tíu dárba áfter íro béidero órdeno. dáz chît. áfter déro órdeno íro béidero zites. uuánda sô is únzit íst. sô ne sol man ne uuéder spréchen.

*Privari autem tunc dicimus unum quodque habitus susceptibilem.* Dárbên chédên uuír iogelichiz tero hábemáhtigôn. tanne. *Quando in quo natum est habere nullomodo habet.* Tánne dáz ne hábit. táz háben sólta. *Edentulum enim dicimus, non qui non habet dentes, nec cecum qui non habet visum.* Uuír ne héizen tén nícht áfter réhtemo gechôse zánelôsen. dér zéne ne hábit. nóh tén blínden tér óugen ne hábit. *Sed qui quando contingit habere non habet.* Núbe dén. dér sie ne hábit. sò ér sie hábin sólta. *Quedam enim ex generatione sunt, quae neque dentes neque visum habent.* Súmélíchiu sínt tíu uóne ánabúrte. zéne ne hábint. nóh óugen. *Sed non dicuntur edentati, neque ceci.* Únde dóh ne héizent zánelos. nóh plínt. Uuér mág héizen hólz únde stéin áfter rédo zánelôs únde hárlos. únde plínt. | únde tót. Níouuúht ne íst tòd. áne dáz íu lebeta. noh plínt. áne<sup>117</sup> dáz íu óugen hábeta. álde háben sólta. nóh hárlos. nóh zánelôs. áne dáz síu háben sólta. únde áber ne hábit.

Opposita sub oppositis esse et non cum eis idem significare.

*Privari vero et habere habitum non est habitus et privatio.* Tárben únde éteuuáz hábin. dáz ne íst nícht hába únde dárba. *Habitus enim est visus, privatio vero cecitas.* kesíune íst hába. privatio vero cecitas. Plíndi íst tárba. s. des kesíunis. *Habere autem visum non est visus, nec cecum esse cecitas.* Háben gesíune. táz ne íst kesíune. nóh plínt uuésen plíndi. dáz íst dárba. *Caecum vero esse privari, non privatio est.* Plínt uuésen. dáz íst dárben. náls darba. *Nam si idem esset caecitas et cecum esse, utraque de eodem praedicarentur.* Úbe éin uuâre. blíndi únde blínt uuésen. sò uuúrtín síu uóne éinemo dínge gespróchen. Nunc vero minime. Nû ne íst tés nícht. *Sed cecus dicitur homo, cecitas vero homo nullo modo dicitur.* Uuánda der mán héizet plíndèr nals áber blíndi. *Opposita autem etiam haec videntur, i. privari et habitum habere, tamquam privatio et habitus.* Óúh sínt háben únde dárben. sámó hártó opposita. sò sélbíu hába únde dárba. *Modus enim oppositionis idem est.* Íst ter sélbo mo|dus. táz chít.<sup>118</sup> tísiu oppositio íst álsò getân. sò díu uórdèra. *Nam sicut cecitas visui opposita est, sic caecum esse et visum habere oppositum.* Uuánda álsò díu blíndi demo gesíune gágenstéllet íst. sò íst óuh plínt uuésen. únde geséhen.

De subhabitu et subprivatione. similis ratio.

*Non est autem neque quod sub affirmatione et negatione iacet, affirmatio*



*et negatio.* Táz óuh liget únder uéstenúngo. únde únder lóugene. táz ne íst nícht sélbín diu uéstenúnga noh sélber der lóugen. *Affirmatio namque oratio est affirmativa.* s. ut sedet. Féstenúnga dáz íst éin uésteníg réda. *Et negatio oratio negativa.* s. ut non sedet. Unde lóugen. íst éin lóugeníg réda. *Horum vero que sub affirmatione et negatione sunt nulla est oratio.* Tíu únder dien zuéin rédòn sánt. s. ut sedere. non sedere. Tíu ne sánt nícht réda. *Concedantur autem etiam haec esse opposita alterutris tamquam affirmatio negationi.* Nù íehèn óuh tíu uuésen opposita éin ánderèn. álsò lóugen únde uéstenúnga sánt. *Nam in his oppositionis modus idem est.* Íst ío der eino modus oppositionis. *Sicut enim affirmatio adversus negationem opposita est ut quod sedet ei quod non sedet.* Álso uéstenúnga gágenstéllet íst lóugene. sò dáz íst. sizzet ne sizzet. *Sic et res quae sub utroque posita est i. sedere ad non sedere.* Sò íst óuh táz únder ín béiden stât. íh méino sízzen. unde dára gagene ne sízzen.

119

Ad aliquid discernitur | ab habitu et privatione.

*Quoniam autem privatio et habitus non sic opponuntur ut ad aliquid manifestum est.* Uuír uuízzen dáz hába únde dárba. nícht sólih gágenstélle ne hábint sò ad aliquid. *Non enim dicitur hoc ipsum quod est oppositi.* Táz éina ne héizet nícht tes ánderis. *Visus enim non est cecitatis visus.* Uuánda diu gesíht ne íst tero blíndi. *Nec alio ullo modo ad ipsum dicitur.* Nòh ze ánderro uuís ne uuírdet si kespróchen ze íro. *Similiter autem neque cecitas dicitur cecitas visionis, sed privatio visionis.* Tána mër ne uuírdet plíndi gehéizen gesíunis plíndi. núbe darba gesíunis. *Cecitas vero visionis non dicitur.* Kesíunis plíndi ne chît níoman. *Amplius.* Ferním ío nóh. *Ad aliquid omnia reciprocative dicuntur.* Álliu ad aliquid uuérden kespróchen áfter úmbegángo. *Quare cecitas si esset eorum quae ad aliquid sunt utique et converteretur.* Úbe óuh tánne blíndi uuáre ad aliquid sò hábeti si úmbegáng. *Neque enim dicitur ad illud ad quod dicitur si non convertitur.* Úbe si úmbe ne gât. sò ne uuírdet si óuh nícht gágensihtigo gespróchen zu démo si gespróchen uuírdet. *Neque enim dicitur visus cecitatis visus.* Uuánda níoman ne chît kesíune íst tero blíndi gesíune.

Habitus et privatio discernuntur a contrariis.

12) *Quoniam autem neque ut contraria opponuntur ea | que secundum privationem et habitum dicuntur, ex his manifestum est.* Uuío úngelícho óuh contrariis hába únde dárba sín gespróchen. táz keóffienont tísiu uuort. Quo-



*rum enim contrariorum nihil est medium.* Tero contrariorum diu medium ne hábint. *Necesse est in quibus nata sunt fieri. aut item quibus praedicari. alterum ipsorum inesse semper.* Sól io daz éina benôte ána uuesen dien. án dien siu múgen uuérden. únde uóne dien uuír siu múgin spréchen. *Horum enim nihil est medium. quorum alterum necessarium erat inesse susceptibili.* Uuánda diu ne hábint medium. téro io daz éina benôte sól ána uuésen démo hábenáhtigen. *Ut item languore et sanitati et habundanti et perfecto.* Álsó iz íst in siechi únde in gánzi únde in únébenemo ioh ébenemo. *Quorum vero aliquid est medium. nunquam necessitas est omni esse alterum.* Tíu áber medium hábint. tien ne íst nehéin nôt hértôn ánauuésen. *Neque enim necesse est omni susceptibili. candidum vel nigrum esse. neque frigidum vel calidum.* Uuánda nehéin nôt. ne íst corpori. dáz iz uuíz alde suárz sí. chált álde uuárm. *Horum autem medium aliquid nihil prohibet esse.* Íz mág áber ételih sín déro. diu únder zuískèn stant (sic). *Horum autem erat aliquid medium. quorum non erat necessarium alterum inesse susceptibili.* Íz sóлта óuh penôte sín daz mitta. tò iz tero úzeròn ne-uuéder uuás. *Preter | quibus naturaliter unum inest.* Áne diu lazo íh fóre <sup>121</sup> dien natúrlichó io daz éina ána íst. ána (sic) daz ánder. *Ut igni calidum esse et nivi candidum esse.* Álsò uíure héizi únde snéuue ío uuízi ána íst. *In his autem et determinative necessarium alterum esse. et non alterutrum contingit.* Án disèn geskíhet ío guíslichó ána uuésen daz éina áne hértá. *Non enim possibile est ignem frigidum esse. neque nivem nigram.* Uuánda uíur ne mág chált sín. nóh sné suárz. *Quare omni quidem susceptibili non est necessarium alterum inesse.* Pedíu ne íst nehéin nôt állen corporibus daz éina ána uuésen ána uuéhsal. *Sed solis quibus naturaliter unum in est.* Núbe échert tien daz éina gesláht íst. *Et his determinative unum non alterutrum contingit.* Únde dien daz éina guísso únueruuéhselôt íst. *In privatione vero et habitu nihil horum quae dicta sunt verum est.* Tés álles ne geskíhet nieht in hábo únde in dárbo. *Non enim semper susceptibili necessarium est alterum eorum inesse.* Uuánda dáz íst sár éin úngelichi. táz íro corpori daz éina ío benôte ána ne íst. Uuíó mág? *Quod enim nondum habet naturam ad videndum.* Éin uuélf taz nóh únzítig íst ze séhenne. *Neque cecum neque visum habens dicitur.* Táz ne heizet óuh nóh ne uuéder. plínt nóh keséhende. *Ideoque non erunt haec contrariorum quorum nihil | est medium.* Pedíu ne sint nieht tísiu gelih tien contrariis. <sup>122</sup>

tíu ána medium sint. *Sed neque quorum est medium.* Nicht kelicheren ne sint siu dien medium hábentèn. *Necessarium enim est omni susceptibili alterum eorum inesse.* Uuánda éin uuéder sô hába sô dárba sól ío án demo corpore sín. *Quando enim natum fuerit ad habendam visionem aut cecum aut habens visionem dicetur.* So iz érist zítig uuírdet ze séhenne. sô héizet iz sâr. plint álde geséhende. *Et horum non interminate alterum. sed alterum contingit.* s. determinate. Únde nicht unguísso daz éina. núbe guísso geskíhet éin uuéderiz. *In contrariis autem quibus est medium. nunquam necessarium fuit omni alterum esse. sed quibusdam et his determinative unum.* Áber in dien contrariis tíu medium hábint. ne uuírdet níeht penòte daz éina uuínden in állèn. núbe échert in súmèn. únde óuh taz éina mít quíssemo námin s. sô díu héizi íst án demo uuíre (sic). *Unde palam est quia secundum neutrum modum tanquam contraria opposita sunt ea que secundum privationem et habitum opponuntur.* Tánnân skínet taz hába únde dárba án íro gágenstélledo. neuuédermo modo contrariorum gelih ne sint. *Amplius.* Síu skéident síh óuh ze ánderro uuís. *In contrariis quidem existente susceptibili. possibile est in alterutrum fieri mutationem.* Án éinemo <sup>123</sup>lichamen mág hért uuéhsel uuérden dero contrariorum. | *Nisi alteri naturaliter unum insit. ut igni calidum esse.* Ímo ne sí échert taz éina gesláht. sô uuíre íst hízza. *Namque quod sanum est. possibile est languere. et candidum nigrum fieri. et ex studioso pravum et ex pravo studiosum possibile est fieri.* Áber gesunde uuírt síeh. únde uuíz suárz. cúot úbel. úbel gúot. *Pravus enim ad meliores exercitationes deductus et ad doctrinas vel ad modicum aliquod proficiet. ut melior sit.* Idem quamvis proclivior est semita a bono ad malum. et difficilis transitus a vitiis ad virtutem. non tamen est impossibile. quemlibet peccatis obnoxium per confabulationem sapientum et quandam boni consuetudinem paulatim ad meliora procedere donec ad perfectionem conscendat. Scádel ménnisko ze frómòn únde ze léro gezóhter. kerúechet ío be (sic) déro uuílo só uílo. daz er bézero uuírdet. *Si vero semper vel modicum crementum sumpserit. palam est quia aut perfecte mutabitur aut satis multum crementum sumat.* Úbe er ío éteuuáz zú léget tánnân uuírdet er éin uuéder uílo gúot. álde uuóla gúot. *Si enim bene mobiliior ad virtutem fiet. vel quodcunque crementum sumpserit a principio.* Úbe er uuóla uáhét ze túgede. álde er síh zu érist íeht pézerót. *Ex hoc etiam verisimile est. amplius eum sumere crementum.* Tánnân mág

man in uuânen óuh férròr geruc|chen. *Ex hoc dum semper sit. perfecte*<sup>124</sup>  
*in contrarium habitum restituetur.* Únde dáz ío ána tũendo. chúmet er in  
 ándere chúst. *Nisi forte tempore suspensum sit.* Íz ne uuérde únderno-  
 men. únde uóne díu ze léibo uuérde. *Verum in privatione et habitu. pos-*  
*sibile est mutationem in alterutrum fieri.* In hábo únde in dárbo mág uuóla  
 uuérden uuéhsel. des éinen in daz ander. *a habitum in privationem fit mu-*  
*tatio. a privatione vero in habitum impossibile est.* Ter uuéhsel mág uuér-  
 den fóne hábo in dárba náls áber uóne dárbo in hába. *Neque enim cae-*  
*cus factus. rursus videt.* Uuánda erblindetêr. nío dára nâh ne uuard ke-  
 séhentêr. *Neque cum esset calvus. rursus comatus est factus.* Nóh cháló  
 uuórtênêr. ne uuárd ánderêst keuáhsêr. *Neque cum esset sine dentibus.*  
*dentes ei iterum orti sunt.* Nóh zánelòs uuórtênêr ánderêst ne zánta.

Affirmatio et negatio discernuntur a ceteris.

*Quaecunque vero tamquam affirmatio et negatio opposita sunt. palam est.*  
*quia nullo perdictorum modo opposita sint.* Nũ íst guís. táz áber lóugen  
 únde uéstenúnga. in sêlbên gágenstêllet ne sînt. nâh téro uuisûn dero án-  
 derro. *In solis enim istis necessarium est semper. aliud quidem eorum ve-*  
*rum esse. aliud autem falsum.* An dísen éinên. íst ío daz éina uuâr. daz  
 ánder lúgi.

Contradictio discernitur | a contrariis.

125

*Neque enim in contrariis necessarium est semper. alterum verum esse al-*  
*terum falsum esse.*

Contradictio discernitur ab ad aliquid.

*Neque in his que ad aliquid sunt.*

Contradictio discernitur ab habitu et privatione.

*Neque in habitu et privatione.* An díen êrerên drín modis. ne uíndet nío-  
 man uuâr nóh lúgi. *Ut sanitas et languor contraria sunt et neutrum neque*  
*verum est. neque falsum est. Simile autem et duplum et dimidium. tan-*  
*quam relativa opposita sunt. et non est eorum neque verum neque falsum.*  
*Sed neque ea quae secundum privationem et habitum sunt. sicut visio et ce-*  
*citas.* Tísíu dríu exempla sînt áne lóugen. únde áne uéstenúnga. *Omnino*  
*autem eorum quae secundum nullam complexionem dicuntur. nihil neque*  
*verum neque falsum est. Porro omnia quae dicta sunt. sine complexione*  
*dicuntur.* Állíu éínúzzíu uuórt. ne sînt ne uuéder uuâr nóh lúgi. Tísíu



nû gespróchenen exempla. sînt álliu éinlúzzíu. sô dáz íst sanitas. languor. Únde duplum dimidium únde cecitas visus.

De complexim dictis oppositis.

*Sed et maxime videbitur hoc tale contingere in his quae secundum. complexionem contraria dicuntur.* Állero guissòst múgen dóh keskéhen. uuâr únde lúgi in contrariis. Uuénne íst táz? Sô man síu sprichet zesámíne geléitero uuórto. *Sanum namque esse socratem. ac languere socratem. contrarium est.* Álso dáz nû in zesámíne gelégetèn uuórten contrarium íst. 126 sieh uuésen socratem. únde gesunde uué|sen socratem. *Sed neque in his contrarium est. semper alterum verum aut falsum esse.* Ióh nóh tánne. ne íst nícht ío daz éina uuâr. daz ánder lúgi. Éteuuénne mág iz sîn. *Cum enim sit socrates. erit aliud quidem verum. aliud autem falsum.* Tia uuila er lébet. sô íst taz éina uuâr. daz ánder lúgi. *Cum vero non sit. ambo falsa sunt.* So uuénne ér neíst. sô sînt síu béidiu lúgi. *Neque enim languere neque sanum esse. verum est. cum ipse socrates omnino non sit.* Uuío mág er gesunde álde sieh sîn. tánne ér sélbo ne íst? *In privatione vero et habitu cum non sit. neutrum verum est. Cum sit non erit alterum verum.* In hábo únde in dárbo. úbe ér neíst. uuío mág tánne uuâr sîn teuuéder? Tá|z íst tîen contrariis kelih. Únde áber íst. taz éina dóh uuílon uuâr ne íst. Tá|z íst áber ungelih ten contrariis. *Habere namque visum socratem. ad id quod est cecum esse socratem. oppositum dero hábo. únde dárbo. Et cum sit. non necessarium est. alterum verum vel falsum esse.* Únde ímo lébendemo neíst nehéin nôt ein uuésen uuâr. daz ánder lúgi. *Cum enim nondum natus est habere. utraque falsa sunt. et visum eum habere. et cecum eum esse.* Èr sînemo zíte. sînt péidiu lúgi. socratem geséhen. ióh plint uuésen. *In affirmatione autem et negatione semper sive non sit. sive sit. aliud quidem erit falsum. aliud autem verum.* Áber uéstenòndo. 127 únde | lóugenendo. sacrates sí. álde ne sí. uuírdet ío daz éina uuâr. daz ánder lúgi. *Languere namque socratem et non languere socratem. cum ipse sit. palam est. quia alterum eorum verum. alterum autem falsum est.* Tero zuéio. socratem siechelòn únde ne siechelòn. únz er íst. uuírdet éin uuâr. daz ánder lúgi. *Et cum non sit similiter.* Únde so er neíst. sô sámó. *Languere et enim cum non sit. falsum est. non languere autem verum.* Siechén dóh er ne sí. dáz íst kelógen. Ne siechén íst uuâr. *Quare in his solis proprium erit. semper alterum eorum verum. semper alterum fal-*

*sum esse, quaecunque tamquam affirmatio et negatio opposita sunt.* Fóné díu íst ío daz éina uuâr. daz ánder lúgi. dánne néin únde íáh. éin ánderèn begágenent.

Hucusque de differentiis oppositorum. Sequitur adhuc de contrariis.

quod aliquando quae mala sunt, simul malis et bonis contraria sint.

*Contrarium autem est bono quidem ex necessitate malum.* Úbel íst ío benôte uuíderuuártig cùote. *Hoc autem palam est, per singulorum inductionem.* Táz skínet sâr fóné éinzèn gegébenèn exemplis. *Ut sanitati languor, et iustitiae iniustitia, et fortitudini debiles.* Álsò siechelhéit íst kesúndedo. únde únreht réhte. únde uuéichi dero stárchí. *Malo autem aliquando quidem bonum est contrarium, et aliquando malum.* Áber úbel íst uuilòn gùot uuíderuuártig. uuilòn éin ánder úbel. *Egestati enim cum sit malum, superabundantia contrarium | est, cum etiam ipsa sit malum.* Kéisen únde <sup>125</sup> úrgúse sínt uuíderuuártig. únde béidiu dóh úbel. *Sed in paucis hoc tale quilibet inspiciet, s. ut malum malo sit contrarium.* Sélténòr uindet man dáz éin skádo sì ándermo uuíderuuártig. *In pluribus vero semper malum bono contrarium est.* Óftòr íst úbel gùote uuíderuuártig.

Non sicut relativa semper simul esse contraria.

*Amplius. Contrariorum non necessarium est, si alterum sit, et reliquum esse.* Ferním óuh. táz éin contrarium uuóla uuésen mág s. in corporibus áne daz ánder. *Sanis namque omnibus, sanitas quidem erit, languor quidem non erit.* Uuánda ín állèn ganzèn. íst kesúndeda. áne siechelhéit. *Simile autem cum omnes sunt albi, albedo quidem erit, nigredo non erit.* Únde dâr sie álle uuíz sínt. álsò álbize. tár ne íst nehéin suárz. *Amplius.* Ferním nóh. *Si socratem sanum esse ad id quod est socratem languere contrarium est.* Úbe uuíderuuártig íst. ten mán gesúnde uuésen. únde sieh uuésen. *Cum verum sit possibile utraque simul esse eidem.* Síd siu ímo béidiu ne múgen sáment ána sín. *Non erit possibile, cum alterum contrarium sit et reliquum esse.* Sò íst ún máhtlih. tár daz éina íst taz ánder dáz ímo uuídere íst. sáment ímo dâr uuésen. *Cum enim sit socratem sanum esse.* Sò sócrates gesúnde íst. *Non erit languere sanum | socratem.* Sò ne <sup>129</sup> mág er gesúndèr. sieh uuésen.

Quibus inesse possint contraria.

*Palam vero est quia et circa idem aut specie aut genere, naturam habent fieri contrarietates.* Án dien múgen uuérden contrarietates, tíu éin sínt



specie. álde genere. i. tíu éin speciem. álde éin genus hábint. *Languor namque et sanitas in corpore animalis. naturam habet fieri.* kesúndeda únde siechi. sint kesáht tien corporibus animalium. fone diu íst animal dero corporum genus. *Albedo autem et nigredo simpliciter in corpore.* Áber uuízi únde suárzi. uuírdet kelicho. án lébentemo. únde únlebentemo corpore. Pedíu íst corpus íro allero genus. *Iustitia vero et iniustitia in anima.* Réht únde únreht án dien sêlôn dero ménniskôn. Pedíu íst homo íro species.

Ubi possint investigari contraria.

*Necessarium autem est omnia contraria vel in eodem genere esse vel in contrariis generibus. vel ipsa genera esse.* Nôt íst táz állíu contraria in éinemo genere stándèn. álde in zuéin uuíderuuártigèn. álde síu sêlben sín genera. *Album enim et nigrum in eodem est genere. Color enim genus eorum est.* Uuíz únde suárz sint in éinemo genere. Fáreuua íst íro genus. *Iustitia vero et iniustitia in contrariis generibus. Illius enim virtus. huius* 130 *autem nequitia genus est.* Réht | unde únreht. sint in uuíderuuártigen generibus. álsó túged únde árg sint. *Bonum vero et malum non sunt in genere. sed ipsa sunt genera. aliquorum existentia.* Áber gúot únde úbel ne sint níeht ín demo genere. síu sint sêlben ánderro genera.

De priore.

*Prius autem alterum altero dicitur. quadrupliciter.* Latine uuírdet prius ze uier uuísôn gespróchen. i. *Primo quidem et proprie secundum tempus.* Ze êrist únde állero rêhtòst. zit meinendo. *Secundum quod scilicet antiquius alterum altero et senius dicitur.* Nâh tíu éin dîng héizet êrera. únde altera dânnè daz ánder. *In eo enim quod tempus amplius est. in eo antiquius et prius dicitur.* Uuánda des zitis mër íst. fone diu chît man iz sí êrera. únde altera. II.

*Secundo autem quod non convertitur secundum subsistendi consequentiam.* Ánderêst uuírdet táz prius kespróchen. táz níeht umbe ne gât. án dero nôtfólgúngo des uuésennes. *Ut unus duobus prior est.* Álsó éin êrera íst. únde êrera héizet. tânnè zuéi. uuánda uóne éinemo chóment zuéi. Uuáz sint zuéi. âne zuírrort éinez? *Duobus enim existentibus mox est consequens unum esse. Uno autem existente. non necessarium est. duo esse.* Úbe zuéi sint. sô íst éin benôte. íst áber éin. sô neíst zuéio nehéin nôt. *Id* 131 *circo non convertitur ab uno consequentia. ut sit reliquum.* Pedíu ne gât

iz úmbe, so éin íst sáment zuéin. táz zuéi sín mít éinemo. *Prius autem videtur illud esse. a quo non convertitur. in eo quod est esse consequentiam.* Hoc est. prius est quod non habet consequentiae suae necessitudinem. Unum consequitur duos. et prius est. duo vero unum non necessario consequuntur. Tá z íst érera. des consequentia níeht úmbe ne gát. III. *Tertio vero secundum quendam ordinem prius dicitur.* Ze déro drítún uuís chít man prius. sô iz ordinem bezéichenit. *Quem ad modum in disciplinis et in orationibus.* Álso iz féret in lírnúngon únde in rédon. *Nam et in demonstrativis disciplinis est prius et posterius per ordinem.* Tá z man zéigondo lèren sól. án démo íst éinez ér in órdeno. dánne ánderez. *Elementa enim priora sunt his quae describuntur per ordinem.* Ánaléita des uuéréhis. sint ío ér in órdeno. ér sélbez tá z uuérch. In geometrica sól man ér lèren. uuáz punctum sí. únde línea únde figura. ér man beginne sélbum die figuras scáfòn úzer díen lineis. *Sed in gramatica elementa priora sunt sillabis.* Púohstába hábint óuh in gramatíche érerún ordinem dánne sillabe díe úzer ín uuérden. *Et in oratione simile.* Sô uéret iz óuh in redo. *Proemium enim prius est narratione per ordinem.* Tíu uóresága i. prefatio. díá rehtores (sic) héizent exordium. díu íst ér in órdeno. dánne sélbíu díu sága. III. |

*Amplius. supra ea quae dicta sunt. quod melius est et honorabilius. prius* <sup>131</sup> *naturaliter esse videtur.* Über díu. héizet ío nóh prius. taz pézera. únde érhaftera íst. *Consueverunt autem et plurimi. priores dicere apud se. honorabiliores et magis a se dilectos.* Cnúoge uuéllen únder ín. díe héizen priores. tíe ín uuérderen únde lieberen sint. tánne ándere. *Est quidem et pene alienissimus horum hic mos.* Tér síto íst tóh nâh ter únrehítesto. *Modi qui dicti sunt de priore. sunt isti.* Sús mániga uuísa spríchet man uóne priore. V.

*Videtur autem preter eos qui dicti sunt. alter esse prioris modus.* Áne díse uíere íst ío nóh éin modus prioris. *Eorum enim quae convertuntur secundum essentiae consequentiam.* Téro díu úmbegang hábint íro míteuuíste. íh méino dáz ío uuéderez nóte mít ándermo íst. *Quod alterius alteri quomodolibet causa est. digne prius natura dicitur.* Sô uuéderez téro dáz ánder récchet. taz héizet mít réhte natúrlichó daz érera. *Quia vero sunt huiusmodi. palam est.* Mán bechénnnet uuóla sô getániu. *Esse namque omnem (sic). convertitur. ad veram de se rationem.* Tes ménnisken. s. únde

iouuèles tinges uuésen. hábit úmbegáng mit sínes uuésennes keihlte. *Secundum essentiae consequentiam.* Áfter sámintuuíste. s. ío uuéderis mít  
 133 ándermo. *Nam si est homo. | vera oratio est qua dicitur quia homo est.* Úbe ménnisko íst. sô íst tíu geiht uuâr. dáz er sí. *Et homo convertitur. quia est. Nam si vera oratio est qua dicitur. quia homo est.* Únde úbe díu geiht uuáriu íst. táz er sí. sô gât úmbe dáz oúh er benôte íst.

Huc usque de conversione. nunc quid eorum prius sit.

*Est autem quidem vera oratio. nequaquam causa. quod sit res.* Nû ne íst tíu uuárre réda nehéin machúnga des tings. *Verum tamen videtur quodammodo res causa. ut sit oratio vera.* Áber daz dîng. máchôt tia réda uuárre. *Cum enim res est aut non est. vera oratio aut falsa dicatur necesse est.* Úbe sélbez taz tîng íst. álde ne íst. târ áfter uuírdet tíu réda uuárriu. álde lúkkiu. *Ideoque secundum quinque modos prius alterum altero dicitur.* Fône díu chît man ze uínf uuíson. éin demo ándermo uuésen êrera.

De his quae simul sunt.

*Simul autem dicuntur simpliciter quidem et proprie. quorum generatio est in eodem tempore.* Mán chît uuésen sáment in álarihle. únde guíssôst. in éinero uríste mít éin ánderèn uuórteníu. *Neutrum vero neque prius neque posterius est eorum.* Téro ne uuéder ne uerrúcchet taz ánder. s. álso díu súnna únde íro skîmo. *Simul itaque haec dicuntur. secundum idem tempus.* Tísíu chît man sáment uuésen. íro éina zît ána se|hendo. II. *Naturaliter autem simul sunt. quaecunque convertuntur quidem. secundum id quod est esse consequentiam.* Tíu sínt áber natûrlícho úngeskéiden. tíu uóne éin ánderèn íro uuésen hábint. *Sed nequaquam causa est alterum alteri. ut sit.* Únde doh ne uuéderiz máchunga ne íst. tes ánderis. *Ut in duplo et medio. Convertuntur et enim haec.* Álso zuíuált unde háblíh. Tíu gânt úmbe. *Nam cum sit duplum. est medium. et cum sit medium. est duplum. sed neutrum causa est ut sit.* Síu sínt ío sáment. síu ne múgen âne éin ánderíu nícht. íro ne uuéder ne máchôt toh táz ánder. III.

*Dicuntur simul naturaliter et quae ex eodem genere e diverso dividuntur. ab invicem.* Tíu sínt oúh sáment natûrlícho. díu úzer éinemo genere díezent. *E diverso autem dividi alterutrum dicuntur.* Tíu chît man állenhálbôn úz tízen (sic). *Quae secundum eandem divisionem sunt.* Tíu gelícho skéitúnga tuont. *Ut gressibile. volatile. et aquatile.* Álso gâendez. flíe-

gendez. suúmmendez. *Haec enim alterutrum e diverso dividuntur. quae sunt ex eodem genere.* Tíu skídònt síh kelicho fóne éin ánderèn. tíu ûzer éinemo genere síh strángont. *Animal namque dividitur in haec. in volatile. et gressibile. et aquatile.* Animal uuírdet keskídòt. in uligendez. gàen-dez. suúmmendez. *Et nihil horum prius vel posterius est.* Únde | déro<sup>135</sup> nehéin ne uerrúccet taz ánder. *Sed simul per naturam haec esse videntur.* Sáment kibet síu diu natura. *Dividitur autem et singulum horum in species rursus. ut gressibile animal. et volatile. et aquatile.* Téro ío uuélèz (sic). ih méino gressibile. uolatile. aquatile. kât áber in species. *Erunt ergo et illa simul naturaliter quaecunque ex eodem genere secundum eandem divisionem sunt.* Tíu uóne ío uuélemo genere déro drío in ében cho-ment. tíu sínt óuh sáment. *Genera vero semper priora sunt.* Genera uerskizent ío diu species. *Neque enim convertuntur secundum quod est esse consequentiam.* Nóh úmbe ne gánt síu áfter míteuuíste. *Ut cum sit aquatile. animal est.* Álso animal mít aquatili íst. *Cum vero sit animal. non est necesse ut sit aquatile.* Nóh áber aquatile níeht penòte ne íst mít aní-mali.

#### Repetitio.

*Simul ergo per natura dicuntur. quaecunque convertuntur quidam secundum quod est esse consequentiam. sed nequaquam causa est alterum alteri ut sit.* Nù sínt réhto díu sáment. éin ánderèn nòtfólgig sínt. únde ne uué-der ánder ne récchet. *Et ea quae ex eodem genere e diversa dividuntur ab invicem.* Únde óuh tíu ûzer éinemo genere síh strangont. *Et simpliciter simul sunt. quorum generatio in eodem est tempore.* Únde sáment sínt sléhto ze ságenne. díu sáment uuórteniu sínt.

#### De motu.

136

*Motus autem sunt species sex.* Séhs species sínt tero uuágo álde des uuéh-sales. *Generatio.* kebúrt. *corruptio.* uuárteda. *Augmentum.* Mèrúnga. *Diminutio.* Mínnerrúnga. *Alteratio.* Ánderlichí. *Secundum locum mutatio.* Fúrder rúccheda. *Alii itaque motus palam est. quia alii ab invicem sunt.* Álle motus skéident síh óffenó fóne éin ánderèn. *Non est generatio corruptio.* Péren. ne íst níeht eruúórteni. *Neque augmentum diminutio.* Noh uuáhsen suínen. *Neque alteratio secundum locum mutatio.* Nóh an-derlichí. ne íst stéte uuéhsel. *Similiter autem et alii.* Álso úngelíh sínt sie álle éinánderen.



Quod alteratio a ceteris falso videatur non disceperere.

*In alteratione vero habet quandam questionem. An dero ánderlichi. mág man zuúelôn. Ne forte necessarium sit id quod alteratur per aliquam reliquorum motionem alterari. Úbe óuh penôte éin ánder uuéhsal. ánderlichi sî. Hoc autem non est verum. Tés ne mág áber nieht sîn. Nam pene secundum omnes passiones aut plures alterari accidit. nulla aliarum motionum communicante. Uuánda uóne állen passionibus álde nâh állên. sò hizza. únde uróst sînt. keskihét ánderlichi. áne ándere uuéhsela. Nam neque augeri necessarium est. quod per passionem movetur neque imminui.*  
<sup>137</sup> *Táz skinet fóne díu. uuánda nehéin nôt | ne íst kemérôt uuérden álde gemínnerôt. taz síh uuéhselôt fóne passionibus. Similiter autem et in aliis. Sámó úngeméine íst iz óuh tien ánderên motibus. Ideoque alia erit preter alios motus alteratio. Pedíu íst alteratio keskéiden fóne ín állên. Nam si eadem esset oportebat id quod alteratur mox et augeri et minui. Úbe iz éin uuâre. sò sólti dáz tir kéánderlichôt uuírdet. sâr uuáhsen. únde suínen. Iťel quandam aliarum motionum consequentiam fieri. Álde ételícha sámintuuíst hábin dero ánderro uuéhsalo. Sed non est necesse. Nû ne íst tes nehéin nôt. Similiter autem et quod augetur aut aliqua alia motione movetur. alterari oportebat. Sò sólti óuh keánderlichôt uuérden táz tir uuáhset. álde ze dehéinero uuís síh uuéget. Sed sunt quedam crescentia que non alterantur. Tés ne mág nieht sîn. uuánda gnúgiu (sic) uuáhsent. tiu síh nieht ne ánderlichònt. Ut quadrangulum uóne gnomone zúgelégetemo uuáhsit. únde nieht kéánderlichôt ne uuírdet. Tíz íst quadrangulum □. Sò íst tiz gnomon. ☐ Lége zesámíne díu zuéi. so íst iz*  
<sup>138</sup> *áber quadrangulum ☐☐ Mèròra íst iz. | náls ánderlichòra. Sic et in aliis huiusmodi. Sò íst iz óuh keskéiden fóne díen ánderên motibus. Quare alii sunt motus ab invicem. Pedíu sînt keskéiden álle motus.*

De contrarietate motuum.

*Est autem simpliciter quidem motui quies contrarium. Keméinlichó ze sá-gênne. íst stilli uuágo uuíderuuártig. His autem quae per singula sunt. generationi quidem corruptio. augmento autem diminutio. Aber éinzèn ze ságenne. íst iruuérden uuíderuuártig pérenne. Also án demo bóume éin ást iruuírdet. ánderer píret. Uuíderuuártig íst óuh suínen uuáhsenne. Secundum vero locum mutationi. secundum locum quies maxime videtur oppositum esse. Sò íst óuh uuíderuuártig ín stéte stân. demo rúcchenne.*



*Et forte in contrarium locum motatio* (sic). Únde sêlbez rúcchen in uuideruuártige stéte. *Ut ei quae inferius est. ea quae superius est. et ei quae superius est. ea quae inferius est.* Álso úfrúcchen. uuideruuártig íst temo ní-derrúcchen. *Reliquorum vero assignatorum motuum.* s. qui sunt in sexta specie. *non facile est assignare quid est contrarium.* Uuáz áber uuideruuártig sî démo sêhsten uuéhsale. dáz íst únsénfte ze ságenne. *Videtur autem neque esse aliquid contrarium.* Ímo ne íst sâr nieht uuideruuártig. | *Nisi quis et in hoc secundum qualitatem quietem opponat. aut in contra-*<sup>139</sup>  
*riam qualitatis motationem.* Mán ne chéde oúh hier dero qualitatis ún-uuéhsal. íro uuéhsale uuideruuártig sîn álde uuéhsal dero éinùn in ándera uuideruuártiga. *Sicut et in motatione secundum locum. aut in contrarium locum motionem.* Álso iz oúh férit in stíllo stánne. únde únstíllo. álde in uuideruuártiga stát ze uárenne. sô er uóre chád. *Est autem alteratio motatio secundum qualitatem.* Nû íst réhto ánderlichî uuéhsal uuíolichî. *Quapropter opposita erit secundum. qualitatem motationi secundum qualitatem quies.* Pedíu íst íro uuéhsal. únuuéhsale uuideruuártig. *Aut in contrarium motatio qualitatis.* Álde dero éinùn uuéhsal. in ándera uuideruuártiga. *Ut album fieri. ad id quod est nigrum fieri.* Álsò uuideruuártig uuéhsal íst uuíz uuérden. demo suárz uuérden. *Alteratur enim. in contraria qualitatis. motatione facta.* Uuánda iz ánderlichôt síh. éinero qualitate feruuéhselòtero in ándera uuideruuártiga.

De habere.

*Habere autem multis dicitur modis.* Hábên uuírdet kespróchen. ze máne-gên uuíson. *Aut enim. s. dicimur habere. tamquam habitum et affectum. aut aliam quamlibet qualitatem.* Únsih chît man háben qualitatem. fésta únde únuésta. álde ételícha qualitatem. *Dicimur enim disciplinam habere. atque virtutem.* Uuánda únsih chît | man háben líste. únde túgede.<sup>140</sup> dáz sînt qualitates. *Aut ut quantitatem.* Álde ételícha geuuást (sic). *Ut quod contingit ei qui habet magnitudinem.* Álso man démo chît. tér mícheli há-bit. *Dicitur enim bicubitum.* Oúh chît man éteuuáz háben án ímo zuéio élnòn léngi. *Aut ea quae circa corpus sunt.* Álde chît man únsih ána há-ben. *Ut vestimentum. vel tunicam.* Álso uuír éigen den rógh. únde ándera uuát. *Aut in membro. ut in manu anulum* (sic). Alde án dien líden. sô uuír daz fingeri éigen. *Aut ut membrum ut manum vel pedem.* Alde die líde án demo líchamen. sô uuír hénde únde fûze (sic) éigen. *Aut in vase. ut*

*modius grana tritici. aut languena (sic) vinum. Vinum enim habere languena dicitur et modius grana tritici. In dýutiskûn chédên uuír. táz uáz kehébit ten uuîn. ter ság (sic) kehébit táz chórn. Haec igitur omnia habere dicuntur. ut in vase. Aut ut possessionem. Habere enim domum et agrum dicimur. Aut etiam. uxores habere sed et uxor virum. Uuír chédên únsih háben. dáz in uázze íst. ióh ál dáz in únserro geuualte íst. Hùs únde éigen. únde chénûn ióh sia chédên uuír háben chárel. Sed videtur alienissimus. qui nunc dictus est modus esse. in eo quod est habere. Nihil enim aliud uxorem habendo significamus nisi quia cohabitat. Tá z íst tóh uérróst fóné réhtemo gechóse. tá z man chít chénûn háben. uuánda iz échart míteuuíst méinet. Forte tamen et alii quidam apparebunt modi. de eo quod est habere. Sed qui consuerunt dici. pene omnes enumerati sunt. Mág keskéhen. tá z man óuh ze ánderro uuís chít háben. diz íst tóh kén-gesta.*

#### Prefatiuncula in peri ermenias.

Aristotiles scréib cathégorias. chúnt ze tûenne. uuáz éinkúzzíu uuórt pe-zéichenén. nú uuile er sámó chúnt ketûon in perierminiis. uuáz zesámíne gelégitíu bezéichenén. an dién verum unde falsum fernómen uuírdet. tíu latine héizent proloquia. Án dién áber ne uuéder uernómen ne uuírdet. tíu eloquia héizent. téro uersuigèt er án disemo búoche. Uuánda óuh proloquia geskéiden sînt. únde éiniú héizent simplicia. dár éin verbum íst. ut homo vivit. ánderíu duplicia. dár zuéi verba sînt. ut homo si vivit spirat. sò lèret er hier simplicia. in topicis lèret er duplicia. Fóné simplicibus uuérden predicatori syllogismi. fóné duplicibus. uuérden conditionales syllogismi. Náh peri ermeniis. sól man lésen prima analítica. tár er bédéro syllogismorum keméina regula syllogisticam héizet. tára náh sól man 12 lésen secunda analítica. tár er súnderígo lèret predicatorios syllogismos. tíe er héizet apodicticam. ze iúngist sól man lésen topica. án dién ér óuh súnderígo lèret conditionales. tíe er héizet dialecticam. Tíu partes héizent sámént logica. Nú uerním uuío er díh léite zúo dién proloquiis.

Incipit liber peri ermeniás (sic).

Intentio libri prima est.

*Primum oportet constituere. quid sit nomen. et quid verbum. postea quid negatio et affirmatio. Ze érist sól man ságén. uuáz nomen. únde verbum*

sí. úzer díen negatio uuírdet. únde affirmatio. tára náh. uuáz síu sélben sín. *Et enuntiatio. Et oratio.* Únde uuáz óuh téš genus sí. i. oratio. *Sunt ergo ea quae sunt in voce i. ipsae voces. earum quae sunt in anima passionum i. conceptionum notae. et ea quae scribuntur i. literae. eorum quae sunt in voce. i. vocom.* Ferním ze èrist. táz tíu genámden sêhsíu v-  
oces sint. Samo so er cháde. Nomen. Verbum. Negatio. Affirmatio. Enuntiatio. Oratio. sint óffenúnga. únde zéichen dero gedáncho. únde áber íro zéichen sint litere. Tíe sélben gedáncha. tùont tero sêlo ételicha dólúnga. sò sie conceptae uuérden in anima. Pedíu héizet er sie | pas-<sup>143</sup>  
siones animae. *Et quem ad modum nec literae omnibus eadem sic nec eadem voces.* Únde álso állero liuto scrífte níeht kelih ne sint. tána mër ne sint íro sprácha. *Quorum autem hae primorum notae. eadem omnibus passionibus animae sunt.* Quorum únde primorum. dáz sint neutra. fúre feminina. Íz chít. Eadem passionibus animae sunt omnibus gentibus. quarum primarum. s. passionum. hae voces notae sunt. Allèn liuten sint tie uóre gedáncha gelih. téro zéichen die voces sint. *Et quorum hae similitudines. res etiam eadem. i. res etiam eadem sunt. quarum hae s. passionibus. similitudines sunt.* Íóh tíu dng téro gelihnisse die gedáncha sint. sint in állèn stéten ío díu éinen. Sò éiuériu dng sint. únde suezíu. únde hólz íst. únde stéina. góld únde sílber. únde andere creaturae. Tíu bíldót taz múot. so iz tar ána dénychít. *De his quidem dictum est. in his quae sunt dicta de anima.* Íz chít. in his quae dicta sunt de anima. i. de intellectibus animae de his quidem satis dictum est. Fóne déro sêlo uernúmi-  
ste. íst nù ze mále gnúge geságet. *Alterius est negotii.* Éines ánderes uuérchis íst. fóne íro passionibus ze ságenne. *Quem ad modum autem est in anima. aliquoties quidem intellectus sine vero vel falso. aliquoties autem s. est cui iam necesse est. | horum alterum inesse. sic etiam in voce.*<sup>144</sup>  
Tíu uuórt hábint kelihnisse. dero gedáncho. Álso uuílòn gedáncha sint. nóh uuâr. nóh lúgi. únde áber sár. éin uuéder sint. sò sint óuh tíu uuórt. tíu ín uólgent. *Circa compositionem autem et divisionem. est falsitas. veritasque.* Substantiam. únde accidens zesámene légendo. álde skéidendo. uuírdet uuâr álde lúgi. Lége homo. únde currit zesámene. sò chít iz homo currit. táz íst uuâr álde lúgi. Skéid síu mít temo adverbio non. sò chít iz homo non currit. táz íst áber éin uuéder. uuâr. álde lúgi. *Nomina igitur ipsa et verba. consimilia sunt intellectui. sine compositione. vel*

*divisione.* i. sine est vel non est. Sléhtiu uuórt. sínt kelih. slehtero uernúmist. tánne siu béidiú sínt áne uéstenúnga. únde áne lóugen. uuánda íro ne uuéder íst tánne lúgi. nóh uuár. *Ut homo vel album. quando non additur aliquid. Neque enim adhuc verum aut falsum est.* Also déro ne uuéder nóh tanne uuár. nóh lúgi. ne íst. úbe man dénchit. álde chít. homo vel album. mán ne lége íeht tára zû. *Huius autem signum hoc est.* Íh kibo dir dés exemplum. táz uuár. nóh lúgi ne íst. tóh iz sí compositum. *Hircocervus enim significat aliquid.* Hircocervus pezéichenet. táz <sup>145</sup>péidiú sáment íst. póg ióh | hîrz. únde íst compositum nomen. *Sed quod nondum est verum vel falsum.* Íz íst áber sólih nomen. dáz uuár. nóh lúgi. ne bezéichenet. *Si non vel esse vel non esse addatur. vel simpliciter. vel secundum tempus.* Mán ne spréche verbum dára zû. sléhto áne tempus. álde mít tempore. Dáz chít er. uuánda presens échert keskéite dero temporum íst. únde áber praeteritum. ióh futurum. sélbin die tempora sínt. Tû ne chédèst. hircocervus est vel fuit. vel erit. ánderès ne mág iz sín. uuár. nóh lúgi. dóh iz compositum sí.

Quid sit nomen.

*Nomen est vox significativa.* Nomen íst éin bezéichenlih stímma. únde éin bezéichenlih uuórt. tes tinges. tes námo iz íst. *Secundum placitum.* Áfter dero gelúbedo. die iz érest fúnden. *Sine tempore.* Áne dia (sic) bezéicheníssida temporis. tíu án verbo íst. *Diffinitum.* Kuíssa uernúmist hábin-tiz. únde guíssa bezéichenníssida. *Cuius nulla pars est significativa separata.* Tés syllaba. álde dés litera dúrh síh níeht ne bezéichenit. *In nomine enim quod est equiferus. nihil per se significat.* Uuánda éin uuórt íst equiferus. fóne díu ne hábet túrh síh níeht pezéichenníssedo sín pars ferus. *Quemadmodum in oratione. quae est equus ferus.* Sò iz hábet án déro rédo. i. péitig ros. uuánda ferus tánne níeht ne íst pars nominis. <sup>146</sup>núbe sélbez nomen. | *At vero non quem ad modum in simplicibus nominibus. sic se habet et in compositis.* Íz ne uérit níeht kelicho in éinlien (lege: einlichen) uuórtén. únde zesámene gesáztèn. *In illis enim nullo modo pars significativa est. in his autem vult quidem* i. imaginationem habet significationis. Án dien simplicibus ne íst nóh. tés kelih. an dien compositis péitet iz síh taz pars. únde túot tés kelih. sámo so iz íeht pezéichenne. *Sed nullius separati.* i. nulla separatae partis significatio est. Ío dóh ne pezéichenet iz níeht túrh síh. *Ut in equiferus.* Álso iz skínet án demo



nomine equiferus. Sin pars tūot álso iz hábe dúrh síh significationem. téro iz nieht ne hábit. *Secundum placitum vero. quoniam naturaliter nominum nihil est. sed quando fit nota. s. illa naturalis est.* Íh <sup>(1)</sup> chád nomen uuésen bezéichenlih. áfter gelúbedo. uuánda iz natúrlichó ne uuírdet. so súmelih ándir zéichenúnga tūot. *Nam designant et inlitterati soni. ut ferarum. quorum nihil est nomen.* Táz chád íh fóné díu. uuánda dero tíero stímma. hábent natúrlichá bezéichenníssida. únde ne sínt nieht nomina. Pedíu sínt nomina geskéiden. fone dien stímmôn dero tíero.

De his que possunt videri nomina.

*Non homo vero non est nomen.* Latine non homo álde in díutiskûn nímén|nisko. ne íst nieht nomen. *At vero nec positum est nomen. quo illud oportet appellari.* Nóh óuh sár uúnden ne íst. uuío man iz héizen súle. *Neque enim oratio aut negatio est sed sit nomen infinitum.* Íz ne mág héizen oratio. sine verbo. Íz ne mág héizen negatio. sine vero et falso. Nú héizén iz nomen infinitum. táz chít únguis námo. uuánda iz állíu díng méinen mág. áne ménnisken. únde dóh téro nehéin guísso ne méinet. *Catonis autem vel catoni. et quaecunque talia sunt. non sunt nomina. sed casus nominis.* Obliqui casus ne sínt óuh nieht nomina. uuánda níoman ne héizet catonis. nóh catoni. iz sínt uuéhsela des nominis. Casus íst flexio. táz chít chér. flexio íst alteratio. táz chít ánderlichí. alteratio íst mutatio. táz chít uuéhsel. fóné díu sínt casus uuéhsela. *Ratio autem eius idem nominis. est in aliis quidem s. vocibus casuum. eadem.* Aber diffinitionem nominis. findest tu án sínèn casibus. Also cato íst vox significativa secundum placitum. sò íst óuh catonis únde catoni. *Sed differt.* Íst aber dóh keskéiden. *Quoniam cum est vel fuit vel erit adiunctum i. adiunctus casus. neque verum neque falsum est. nomen vero semper.* Uuánda casus mit verbo. ne tūot lóugen. nóh keíiht. nomen tūot áber. *Ut catonis est vel non est. Non dum enim aliquid. neque verum dicit. neque falsum.* Tú ne légest mēr zû. | sò ne íst iz. uuár. nóh lúgi. 148

Quid sit verbum.

*Verbum autem est. quod consignificat tempus.* Verbum íst. táz sament áctione. álde sament passione. presens álde preteritum álde futurum tempus pezéichenet. *Cuius pars nihil extra significat.* Tés pars nieht túrh

(1) Es steht I'z.



sih ne bezéichenet. *Et est semper nota eorum quae de altero predicantur.* Únde ist iz io bezéichenénde ein déro. diu uóne ánderen gespróchen uuér-  
dent. sô actio túot. únde passio. únde álliu accidentia. Uuánda siu uuér-  
dent io gespróchen. fóne iro subiecto. *Dico autem quoniam consignificat*  
*tempus.* Íh chído iz tempus pezéichenne. mít ánderro bezéichennissedo.  
*Ut cursus quidem nomen est. currit vero verbum.* i. ut sicut cursus nomen  
est sine tempore. sic currit verbum est cum tempore. Táz tu uuóla uuí-  
zist. taz io nomen. sô cursus íst. tempus ne méinet. únde io verbum. sô  
currit íst. tempus nôte méinet. *Consignificat enim nunc esse.* i. consigni-  
ficat presens tempus. Sáment actus méinet iz tia gágenuuértun stúnda. *Et*  
*est semper eorum nota. que de altero dicuntur.* Únde ist io nota. táz chít  
hábit iz io bezéichennissida déro. quae de altero dicuntur. táz sint acci-  
dentia. Fóne diu chít er sár nâh. *Ut eorum quae de subiecto aut in sub-*  
*149 iecto héizent. únde in subiecto.* Táz sint áber accidentia. Sámo so er  
cháde. iz pezéichenet io actionem. únde passionem. tie in subiecto lígent.  
sô álliu accidentia túont. únde óuh táme uuérden kespróchen de subie-  
cto. sô siu sint generalia. únde specialia.

De his quae verba videri possunt.

*Non currit vero. non laborat. non verbum dico.* Ne lóufit. ne rínget. ne  
sint niht mër verba. dánne non homo nomen íst. *Consignificat quidem*  
*tempus. et semper de aliquo est.* Siu hábint diffinitionem des verbi. únde  
ne sint tóh niht verba. *Differentiae autem huic. nomen non est positum.*  
*sed sit infinitum verbum.* Currit. táz íst simplex verbum. fóne démo skéi-  
det sih non currit. Pedíu sô chít er. díro differentiae i. tísemo. dáz sih  
fóne éinemo skéidet. ne íst nóh nehéin námo uúndenêr. nû uúndên ín.  
únde héizên iz infinitum verbum. i. únguis bezéichenéntez verbum. Zíu  
sól iz sô héizen? *Quoniam similiter in quolibet est vel quod est vel quod*  
*non est.* Uuánda iz fóne dínghelichemo gespróchen uuírdet. ióh fóne demo.  
dáz tir íst. ut homo non currit. ióh táz tir ne íst. ut chimera non currit.  
Únde óuh fóne díu. uuánda éina actum uerságet iz. uuélícha iz áber  
uuélle. dáz ne óffenòt iz niht. *Similiter autem de futuro curret. vel cur-*  
*150 rebat. non verbum est. sed | casus est verbi.* Nieht mër ne íst verbum. táz  
man spríchet in futuro tempore. álde preterito. Sed casus verbi. Íz  
héizet casus verbi. *Differt autem a verbo. quod verbum significat presens*

*tempus, illa vero quod complectitur.* Siu sint tār āna geskéiden. uuānda daz nāmahāfesta verbum. pezéichenet presens. áber die casus verbi. die bezeichnenent tíu zuéi tempora. díu úmbe daz presens stānt. Praeteritum únde futurum. stānt in ében. presens. stāt in míttemen. futurum. lóufet zû. taz iz presens uuérde. preteritum. dáz presens uuás. lóufet tána. sélbez presens. íst únder hānden. *Ipsa quidem secundum se dicta verba. nomina sunt.* Sélben díu verba. sint nomina. sò siu éinlúzzíu gespróchen uuérdent. Fóne díu spréchenet greci. infinitivum mít articulo. το τρεχειν. i. hoc currere. Uuír chédèn óuh nominativo. mín lóufen. íst spùotìgera. tάνne daz tin. únde in genitivo. mínes loufennis spùot páz tάνne dínes. Latini chédent ófto. in nominativo. meum velle. meum esse. meum scire. Tánнан skínèt (sic) táz verba. múgen héizen nomina. *Et significant aliquid.* Únde hábint siu dúrh síh. íro bezéichennísseda. samo so nomina. *Constituit enim qui dicit intellectum.* s. audienti. Táz skínèt tār āna. uuānda dér iz éinlúzzez spríchet. tér gíbet | āna uuólga uernúmist<sup>151</sup> temo lósènten. sámo so er nomen sprāche. *Et qui audit. quiescit.* Únde hírmet er sínes lósènnis. sò er iz kehòret. *Sed si est vel non est. nondum significat.* Áber nóh tάνne. ne óuget iz níeht. úbe iz uuār sí. álde ne sí. tû ne légèst mēr zû. *Neque enim esse signum est rei. vel non esse.* Quasi diceret. Neque enim est verbum solum signum eius rei. de qua predicatur. ad intellegendum esse vel non esse. Íz ne mág úns éínez. nehéin díng keságèn uuésen. álde ne uuésen. Táz chît. íz ne íst nehéin zéichen. affirmationis. álde negationis. *Nec si hoc ipsum est. purum dixeris. ipsum quidem nihil est.* Nóh sélbez est. mít témo álle uéstenúnga uuérdent. ne mág éínez proloquium sín. *Consignificat autem quandam compositionem. quam sine compositis non est intelligere.* Íz pezéichenet aber éteuuaz. mít zesámene gelégetèn uuórten. tíu níoman dúrh síh ne uernímet. síu ne uuérdèn zesámene geléget.

#### Quid sit oratio.

*Oratio autem est vox significativa. cuius partium aliquid significativum est separatum. ut dictio.* Oratio íst óuh significativa vox. álso nomen. únde verbum. Si íst áber dóh tés. fóne in geskéiden. taz ío gelih íro téilo. dúrh síh íeht | pezeichenet. Álso éín uuórt tûot án dero rédo pezeiche-<sup>152</sup> net éteuuáz. *Non ut affirmatio vel negatio.* Ní dóh níeth uuār. álde lúgi. sò proloquia tûont. *Dico autem. ut homo significat aliquid.* Íh méino.

also homo ist-éinlúztiz (sic) uuórt. unde dóh éteuuáz pezéichenet. *Sed non quoniam est aut non est.* Náls áber nieht. néin únde iáh. *Sed erit affirmatio. vel negatio. si quid addatur.* Légest tv íeht tara zû. s. doh éin verbum. sô uuírdet iz. proloquium. Ut homo currit. *Sed non una hominis syllaba.* Áber éin syllaba. ho. alde mo. ne múgen nieht pezéichenlih sín. dúrch síh. *Nec in eo quod est. sorex rex significat. Vox est sola.* Nóh án démo uuórte sorex ne-hábit rex nehéina súnderíga bezéichennísseda. tóh iz mánne sô dúnche. Sed vox est sola. Íz ist échert éin stímma. *In duplicibus quidem significat.* Sámint téro ánderún syllaba. pezéichenet iz. *Sed non secundum se.* ní dúrh síh. *Sed quem ad modum dictum est.* Núbe sô iz târ uóre geságet íst. tò man ságeta. úm-bezéichenlih uuesen. partes nominis. sámó so óuh verbi.

153

Item qualis sit omnis oratio.

*Est autem oratio quidem omnis significativa. non sicut instrumentum s. ut plato docuit. sed quem ad modum dictum est secundum placitum.* Álle orationes pezéichenent ío éteuuáz. náls nieht natúrlichó. sô instrumentum. núbe áfter gelúbodo. unde áfter mannis uuíllen. sô iz fóre geságet íst. Táz óuga íst instrumentum dés keséhennis. Natúrlíh íst taz kesíune. natúrlíh íst táz. mít tíu man gesíhet. Sô uuánda plato. mít kechóse. sámó so mít instrumento. keóffenót uuérden. mánnes uuíllen. únde díu béidiu natúrlíh sín. Aber aristotiles uéstenót nomen unde verbum secundum placitum gespróchen uuérden. uuánda éinen gentibus. lichet in éina uuís ze chédenne. ánderên in ándera uuís. Táz uuír héizên góld. táz héizent latini aurum. greci crison. Uuâre iz natura. déro ne uuâre nehéin uuéhsal. Táz skínet târ-ána. uuánda dáz hîer natúrlichó íst súoze. álde bítter. táz íst úberál sô. Uuíó mág oratio sín. secundum naturam. síd íro partes nomen únde verbum. áfter líuto uuíllen keskáfôt sínt? Fóne díu íst oratio nota. náls instrumentum. únde | íst áber díu zúnga. íro instrumentum. uuánda man spríchet. mít tero zúngûn. álsó man gesíhet mít temo óúgen. Instrumentum chédên uuír. kerúste. keskírre. geziug. ázáse. Instrumentum íst. mít tíu man dínghlíh tûon sól.

Enuntiatio discernitur a ceteris orationibus.

*Enuntiatiua vero non omnis. i. non omnis oratio enuntiatiua est. sed in qua verum vel falsum est.* Nehéin oratio ne íst mër enuntiatiua. áne díu uuâr. álde lúgi ságet. Uuír múgin óuh tíuten enuntiatio. sága. Sága íst péidiu.

uuâr ióh lúgi. *Non autem in omnibus s. est verum vel falsum. Ut deprecatio. oratio est. quidem. sed neque vera. neque falsa.* Aber in állên orationibus. ne uíndest tu dóh nieht téro éin uuéder s. uuâr. álde lúgi. uuánda deprecatio ne uuéder ne íst. *Et caetere quidem relinquuntur.* Únde bedíu uuérden hier die ándere uersuigét. i. optativa oratio. vocativa. imperativa. deprecativa. *Rhetoricae enim vel poeticae convenientior consideratio est.* Íro íst uuára ze tuónne poetis. únde rehtoribus (sic) mër. dánne philosophis. *Enuntiatiua vero presentis speculationis est.* enuntiativa éiniú íst tísiss ketráhtedis.

De speciebus enuntiationis et ordine unarum. |

*Est autem una prima oratio enuntiatiua affirmatio. Deinde negatio. s. quae* <sup>155</sup> *natura sunt unae orationes. Aliae coniunctione unae.* Táz er chít una. dáz méinet er significatione. náls numero. Sámo so er cháde. súmeliche enuntiativae orationes sínt éine. sò ze érist íst affirmatio. Síu íst uuílón éiniú naturlícho. únde sámo so uóne selbuuáhste. *Ut homo animal est. Tára nâh íst negatio sò sámo. Ut homo animal non est. Fóne dien íst tiz puòh kесriben. úzer dien uuérden predicativi syllogismi. Súmeliche sínt áber uuílón éine uóne hánde. Tíe sínt úzer zuéin. álde úzer máni-gén. éine uuórtene. Sò dáz íst. Si homo est. animal est. Homo est. animal est. táz uuârín zûo (sic). úbe sí (sic) coniunctio úzer ín éina ne máchôtí. Fóne dien ságet er ín topicis. únde lêret úzer ín uuúrchén. conditionales syllogismos.*

*Quod enuntiationes i. propositiones. sive proloquia verbis constituentur. Necessesse est autem enuntiativam omnem orationem. ex verbo esse. vel casu.* Álliu proloquia máchôt ío dáz verbum. éin uuéder. sò presentis temporis. álde preteriti. álde futuri. *Et enim hominis rationi. si non addatur. aut est. aut erit. aut fuit. aut aliquid huiusmodi. nondum est oratio enuntiativa.* Sámo so er cháde. íh uuíle dir ze exemplo gében diffinitionem <sup>156</sup> hominis. Uuíle dù túon mít diffinitione proloquium. i. propositionem. tú ne légést tánne verbum zû déro diffinitione. verbi gratia hominis. ánderes ne uuírdet si nieht ze proloquio. Chíd homo animal est. táz íst proloquium. únde dáz proloquium héizet diffinitio. Uuíle dù chéden. homo. animal rationale mortale gressibile. áne dáz est. tóh iz mánigíu uuórt sín. síu ne sínt ío nieht proloquium. Mít párén nominibus ne mág nehéin proloquium uuérden. Íz mág áber uuérden mít párén verbis. sò



dáz íst. Ambulare. moveri est. Únde áne nomen. sô dáz íst. Non homo currit.

#### Item de unis.

*Quare unum quiddam est. et non multa. animal gressibile bipes.* Fône diu uerním éin dīng uuésen. tíe dri terminos. íh méino éina enuntiatio-nem. animal. gressibile. bipes. sámó so óuh tíe zuéne. homo currit. *Neque enim in eo. quod dicuntur propinquae. unum erit.* Ní dóh fône diu níeht éin. táz sie átaháftó. únde geslāgo nāh éin ánderēn gespróchen uuérdēn. *Est hoc alterius negotiū.* Táz íst ánders uuār ze lērenne. Sámó so er chāde. lís míne metaphisica. dār lēro íh tích iz. Aber boetius. sá-  
 157 get iz fúre ín. in secunda editione. Er chít tíu bezéichenēn | éin. tíu uóne éinemo dīnge gespróchen uuérden. sô diu tūont. animal gressibile bipes. Fône homine uuérden siu gespróchen. nóh fône ándermo dīnge nehéinemo. Pedíu gāt iz sús úmbe. Uuáz íst homo? Animal gressibile bipes. Uuáz íst animal. gressibile. bipes? Homo. Aber socrates. athe-niensis philosophus est. ne uuírdet níeht fône éinemo gespróchen. uuánda iz úmbe gān ne mág. táz man chéden atheniensis philosophus. táz íst so-crates. *Est autem una oratio enuntiativa. quae unum significat. vel con-iunctione una.* Tíu éin bezéichenet natúrlichó. álde uóne bānde. tíu íst éiníu. Nū íst tíu éiníu túrh síh. animal. rationale. mortale. homo est. Tíu íst áber éiníu. fône bānde. Si dies est. lux est.

#### De pluribus.

*Plures autem quae plura et non unum s. significant.* Tíe sínt mánegē. tíe níeht éin ne bezeichenent. ut canis movetur. Táz mág fône drín uer-nómen uuérden. caelesti marino latrabili. *Vel inconiunctae.* Ióh únge-búndene sínt plures. álso man chéden mág. sol est. pax erit. vox est. caelum volvitur. Tíe sínt plures numero. íoh significatione.

#### Quod sit tantum dictio. nomen et verbum.

*Nomen ergo et verbum dictio sit sola. quoniam non est dicere. sic aliquid*  
 155 *significantem vocem enun|tiare.* Nū sí nomen. únde verbum échert dictio. náls enuntiatio. uuánda sô bezéichenenta vocem. íh méino sô nomen álde verbum bezéichenent. ne mág níoman chéden. íeht fēstenōn. álde lóu-genen. *Vel aliquo interrogante vel non. sed ipso proferente.* Mán dúrh síh spréche vivit. álde er urágēntemo. vivitne socrates. sus ántuuúrte. Vivit. Fuogest tú iz. zú démo óberēn. táz iz chéde. vivit socrates. sô íst



iz enuntiatio. sô ist iz proloquium. Sihest tu án bárez uuórt. sô ne íst is nieht. álso er uóreságeta.

Quid sit simplex et composita enuntiatio.

*Harum autem quidem simplex enuntiatio. ut aliquid de aliquo. s. predicare. vel aliquid ab aliquo. s. segregare. Tero enuntiationum. s. uóne dien uuír chòsoèn. íst sumelichiu sleht. únde sélbuuáhsen. álso dir íst. fóne ételichemo éteuuáz ságen. ut socrates vivit. álde uerságen. ut socrates non vivit. Haec autem coniuncta velud (sic) oratio iam composita. Súmelichiu íst kebúnden. sámó siu sî zesámene geléget. úzer dien sléhtèn. Ut si dies est. lux est. Tíu íst sléht. tár zuène termini sint. sô socrates íst. únde vivit. únde terminorum éinér geságet uuírt témo ándermo. ut socrates vivit. álde uerságet. ut socrates non vivit. Tie predicationes. tie gébent. únde nément. socrati dáz vivere. Táz héizet de aliquo pre|dicare. aut predicando ab eo separare. Éin dǵng hábet éinen terminum.<sup>159</sup> zuéi hábint zuène. dǵngolih hábit sinen. fóne díu uuírt terminus fúre rem gesézzet.*

Diffinitio simplicis enuntiationis.

*Est autem simplex enuntiatio. vox significativa de eo quod est aliquid. vel non est. quemadmodum tempora divisa sunt. Sléhtiu enuntiatio. íst vox. tíu dir bezéichenet éteuuáz uuésen. nû. álde íu. álde nóh uuánne.*

Diffinitio specierum eius.

*Affirmatio vero est. enuntiatio alicuius de aliquo. Negatio vero. enuntiatio alicuius ab aliquo. Féstenúnga. dáz íst ételiches tǵnges ánasága. Lóugen. dáz íst ételiches tǵnges uersága. únde ábesága.*

Duobus modis vera vel falsa esse proloquia.

*Quoniam autem est enuntiare. et quod est non esse. et quod non est esse. et quod est esse. et quod non est non esse. et circa ea quae sunt extra presens tempora. similiter <sup>(1)</sup> contingit omne. quod quis affirmaverit negare. et quod quis negaverit affirmare. Uuánda man liegendo. mág chéden. íz íst. álde ne íst. únde óuh uuâr ságender. chéden íz íst álde ne íst. so uuéder man uuíle sô uóne gágenuuértèn dǵngen. álde ueruárnèn. álde*

---

(<sup>1</sup>) Zu diesem Satze und nicht, wie es der griechische Text erfordert, zum vorigen, hat der lateinische Übersetzer ὁμοίως, *similiter*, gezogen und hiernach hat sich auch die deutsche Übersetzung gerichtet.

160 chûmftigên. pediu geskihê kelicho. dâz êinêr uêstenôt ânderen dês lou-  
genen. âlde dês êinêr lóugenet. ânderen dâz fêstenôn.

Unde fiant opposita.

*Quare manifestum est. quoniam omni affirmationi. est negatio opposita. et omni negationi affirmatio.* Pediu skinet. táz io lóugen stât uuider uêste-  
núngo unde uêstenunga uuider lóugene. *Et fit hoc contradictio. affir-  
matio et negatio oppositae.* Unde dâz hêizet uuider chêtunga. dânnê nêin.  
ûnde iâh. gâgen êin ânderên ringent. *Dico autem opponi i. oppositionem  
fieri. eiusdem s. predicati. de eodem. s. subiecto.* Áber oppositio. sôl  
io uuêrden. mît repetitione éines predicati. fône êinemo subiecto. *Non  
sicut aequivoce.* Táz iz nîcht aequivoce ne sí. Álso dâz aequivoce íst.  
ûbe mân uóne zuêin alexandris chît. alexander regnat. alexander non  
regnat. Tóh târ daz predicatum regnat. péiden hâlb stânde. uuânda áber  
daz subiectum geuuêhsalôt íst. pediu ne íst iz nîcht contradictio. nôh op-  
positum. *Et quaecunque cetera determinamus. s. in libro sophisticon.  
elecheon. contra sophisticas importunitates.* Unde sô írrent tie contra-  
dictionem álliu diu ânderiu. diu uuír zêigoên. ân ânderen bûochen uuider  
dien ánagângen déro falsorum argumentatorum.

161 Secundum res universalis esse proloquia vel particularia | annuendo vel  
abnuendo.

*Quoniam autem sunt haec quidem rerum universalis. illa vero singillatim.  
dico autem universale. quod in pluribus natum est predicari. singulare vero.  
quod non. ut homo quidem universale. plato vero eorum quae sunt singu-  
laria. necesse est enuntiare. quoniam inest aliquid. aut non. aliquotiens  
quidem eorum alicui. quae sunt universalis. aliquotiens vero eorum quae  
sunt singularia.* Sid tero uuórto. sùmelichiu sint keméinlih. sùmelichiu  
éinlúzlih. ih chîdo dâz geméinlih. táz fône mânigên gespróchen íst. ut  
homo. Unde áber dâz éinlúzlih. táz sô ne íst. Ut plato. fône diu íst  
nôt io dâra nâh tíu proloquia éteuuês zihen. âlde éteuuês fersâgen. uuilôn  
diu geméinen. uuilôn dio sùndrigen.

Universales propositiones esse contrarias.

*Si ergo universaliter enuntiet in universali. quoniam est. aut non. contra-  
riae erunt enuntiationes.* Úbe mân fône âllelîchên. âllelîcho sâget nein  
ûnde iâh. tie sâgâ uuêrden uuideruuártig. *Dico autem in universali  
enuntiationem universalem. ut omnis homo albus est. nullus homo albus*

est. Uuánda homo universalis íst. spríh óuh tára zû. universaliter omnis álde nullus. táz héizo íh állelícha ságûn. fóne állelíchemo dinge.

Indiffinitas non | esse contrarias.

162

*Quae autem in universalibus non universaliter. non sunt contrariae. s. sed indefinitae (sic).* Fermíd fóne állelíchèn állelícho ze ságemme s. ut homo albus est. homo albus non est. sò ne sînt iz nieht uuíderuuártige ságâ. *Quae autem significantur est esse contraria.* Fóne dien sie gespróchen uuérden. tíu múgen uuíderuuártig sîn. Uuánda sò er albus níst. sò mág ér niger sîn. díu sînt uuíderuuártig. *Dico autem non universaliter enuntiare in his quae sunt universalia. ut est albus homo. non est albus homo.* Uuile íoman chéden âne omnis. únde âne nullus. est albus homo. non est albus homo. táz héizo íh. únállelícho ságen fóne állelíchemo. *Cum enim universale sit homo. non universaliter utitur enuntiatione.* Sò chédendo. ne spríchet er nieht állelícho daz állelícha. sò homo íst. *Omnis namque non universale. sed quoniam universaliter cansignificat.* Uuánda omnis ne íst nieht taz állelícha. iz pezéichenet áber állelícho. sáment temo állelíchen.

Universaliter subiecto debere apponi. non praedicato.

*In eo vero quod universale praedicatur. id quod est universaliter praedicare non est verum.* Uuile íoman spréchen dáz universaliter. | zû démo<sup>163</sup> universali praedicato. ut omnis homo. omne animal est. sò ne íst iz uuâr. Spréche iz échert zû demo subiecto. ut omnis homo animal est sò ist iz uuâr. *Nulla enim crit affirmatio. in qua de universaliter praedicato universale praedicetur.* i. in qua universaliter ponatur. cum universali praedicato. Nehéin affirmatio ne mág sò getân sîn. daz universaliter stánde sámint temo praedicato. *ut omnis homo omne animal.* Taz íst fone díu. uuánda daz praedicatum ío mērôra íst. tánne daz subiectum. álde ében míchel. Úbe iz mērôra íst. sò líuget iz. ut omnis homo. omne animal est. Íst iz ébenmíchel. só íst iz únnúzze. ut omnis homo. omne visibile est.

Universalibus non universaliter oppositas contradictorias dici.

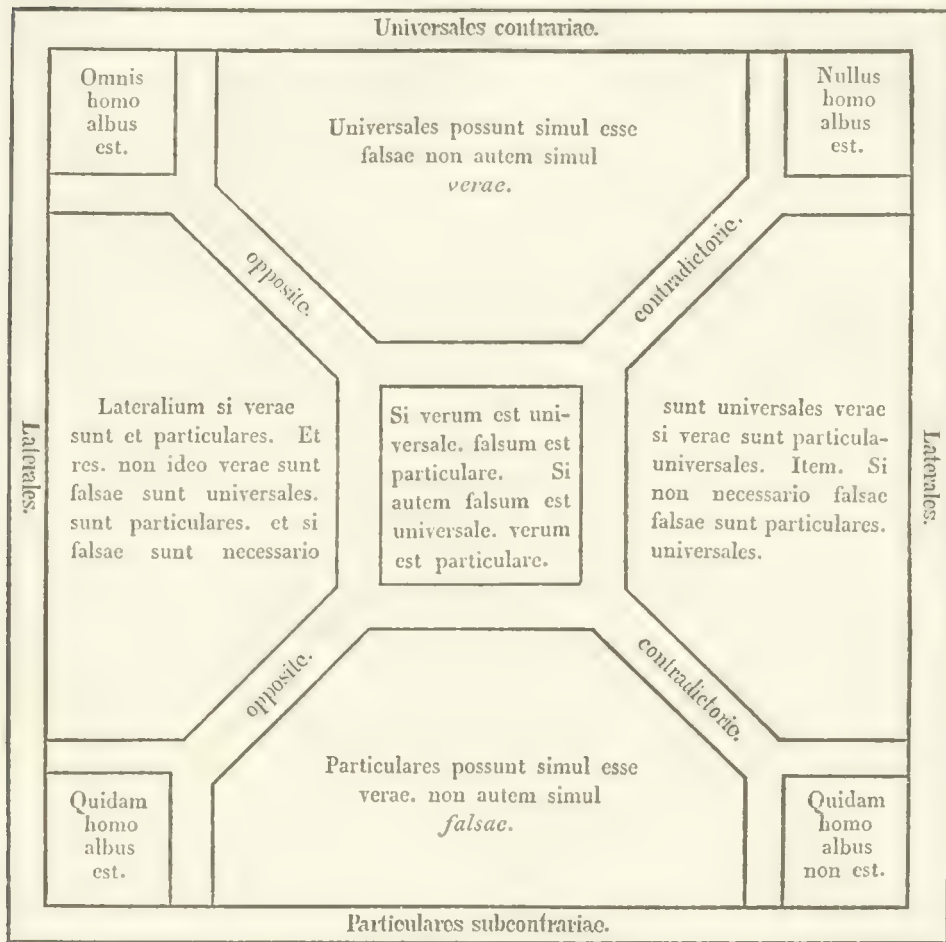
*Dico autem opponi contradictoriae affirmationem quae universale significat. eadem. i. illi quae non universaliter.* Íh chído. áber día únállelíchûn sága. stân gágen dero állelíchûn in uuíderchétungo. Ál uuíderchît sí. téil ne uerságet sí. *Ut omnis homo albus est. Non omnis homo albus est. est quidam homo albus.*

Contrarias non simul esse veras. earum vero contradictorias aliquando. |  
 164 *Contrarie vero universalem affirmationem. et universalem negationem.* Íh  
 chido áber die universales éin ánderèn uuideruuártigo begágenen. *Ut*  
*omnis homo iustus est. nullus homo iustus est. Quo circa has quidem im-*  
*possibile est simul veras esse.* Fóne diu ne mügen sie sáment keuuàre sín.  
*His vero oppositas contingit in eodem.* Íro oppositae. i. íro uuiderchétig-  
 gún mügen sáment keuuàre sín in éinemo dinge. íh méino. *Non omnis*  
*homo albus est. Est quidam homo albus.*

Contradictoriae oppositarum unam esse veram et alteram falsam. similiter  
 et particularium.

*Quaecumque igitur contradictiones universalium sunt universaliter. necesse*  
*est alteram esse veram vel falsam.* Tie uuiderchétunga dero állelichôn  
 állelichó gespróchenero. sint ío éine hálb geuuàre. ánder hálb lúkke.  
 Álso dáz lúgi íst. *omnis homo albus est.* únde áber dáz uuâr íst. *non*  
*omnis albus est.* álde dáz témo gelih íst. *quidam homo albus non est.*  
 Sô sámo. *Nullus homo albus est. táz íst lugi. Nonnullus homo albus*  
 165 *est. táz íst uuâr.* Únde dáz témo gelih íst. *quidam homo albus est.* | *Et*  
*quaecumque in singularibus sunt.* Tíu sint óuh éine hálb uuâr. ánderhálb  
 lúgi. díu man uóne éinlúzzên spríchet. *Ut socrates est albus. non est*  
*socrates albus.* Lírne án dísemo gemále. uuíolih universalia. únde parti-  
 cularia. únde opposita éin ánderèn sín.





Item indefinitas prosequitur.

*Quaecumque autem universalibus non universaliter, non semper haec vera sunt illa falsa.* Indefinita ne skéident nicht uuâr. únde lúgi. síu sínt sáment éin | uuéder. *Simul enim verum est dicere, quoniam est homo* 166 *albus. et non est homo albus. et est homo probus. et non est homo probus.* Uuâr sínt tíu béidiu. íoh táz súnemlichèr albus íst. súnemlih ánderèr áber sò ne íst. unde probus únde ánderèr non probus. *Si enim turpis. non probus.* Íst er skámelih. sò ne íst er liebsam. Sámo so er cháde. Uuír-det óuh éinèr béidiu. turpis. íoh probus. náls aber in éinemo zíte. Et est homo pulcher. et non est homo pulcher. Únde íst éinèr skòne. án-



derêr neîst. Si enim foedus. non est pulcher. Uuánda íst er uuídersih-tih (sic). sô neîst er skône. *Et s. verum est si fit aliquid et non est.* Únde dáz nôh uuírdet. táz neîst nú. Tér nú uuízêt. ter neîst nôh nieht uuíz. Táz chît er áber fône díu. uuánda éinêr uuírdet péidiu. uuíz. ioh suárz. náls áber in éinemo zíte. Pedíu íst albus. et non albus in mísselichen sáment uuâr. nals in éinemo.

Indefinitas non universaliter accipiendas.

*Videbitur autem subito inconueniens esse. idcirco. quoniam videtur non est homo albus significare simul etiam. quoniam nemo homo est albus. Hoc*  
 157 *autem neque | idem significat. neque simul necessario.* Súmelichèn dúnchet ún máhtlih. táz indefinita sáment uuâr sín. uuánda síe uuánent ein bezéichenen. non est homo albus. únde nemo homo albus est. Tés neîst áber nieht. Non est homo albus. témo ne uólgêt nieht. nemo homo albus est. Áber nemo homo albus est. úbe iz uuâr íst. témo uólgêt penôte. non est homo albus.

Unius affirmationis unam esse negationem.

*Manifestum est autem quoniam una negatio unius affirmationis est. Nú*  
 íst ôffen. dáz éinero geihte. éin lóugen íst. *Hoc enim idem oportet negationem negare. quod affirmavit affirmatio. et de eodem.* Uuánda dés man iihet. tés sôl man lóugenen. únde uóne éinemo dinge chéden. néin. únde iáh. *Vel de aliquo singularium.* Sô individua sint. *Vel de aliquo universalium.* Sô appellativa sint. *Vel universaliter.* Táz chît. mít omnis. únde mít nullus. *Vel non universaliter.* Álde áne síu. Dico autem. *ut est socrates albus. non est socrates albus.* Álso díu béidiu uóne éinemo gespróchen sint. *Si autem aliud aliquid. s. praedicaverit negatio. vel de*  
 168 *alio. s. subiecto. idem. s. praedicaverit. non erit | opposita. sed erit ab ea diversa.* Úbe éin ánderez ságet tiu negatio. dánne díu affirmatio ságeti. álde ouh táz sélba uóne ándermo. sô ne síhet sí nieht gágen íro. núbe uóne íro. *Huic vero quae est. omnis homo albus est. opposita est illa. quae est. non omnis homo albus est. Illi vero quae est. aliquis homo albus est. illa opposita est. quae est. nullus homo albus est.* Sih târ uóre án dia descriptionem. târ uíndest tu. dáz er chît i. uuio angulares angularibus enchédent. únde particulares universalibus. Áne díe íst nôh táme. indefinita enuntiatio. fône déro chît er ouh. *Illi autem quae est homo albus est. illa opposita est. quae est. non est homo albus. Manifestum ergo.*

*quoniam in oppositis una negatio unius affirmationis est.* Fóne diu skínet táz in oppositis. ío éin lóugen uuírdet. éinero uéstenúngo.

Recapitulatio superiorum.

*Quoniam aliae sunt contrariae. aliae contradictoriae. et quae sint hae. edictum est. Vel quoniam non omnis vera vel falsa contradictio. et quare. et quando vera vel falsa.* Nû hábo íh keságet. táz súmeliche propositiones. sínt uuideruuártig. sumeliche uuiderchétig. únde uuélehe dáz sín. Únde dáz álle uuiderchétà. níeht ne skéident. uuár. únde lúgi. únde zíu dáz sí. únde uuánne sie geuuáre. álde óuh lúkke sín. *Una autem est affirmatio et negatio. quae unum de uno significat. vel cum universale sit universaliter. vel non similiter.* Táz íst ío éin affirmatio. únde éin negatio. tíu éin ságet fóne éinemo. sò er óuh uóre chát. únde íro subiectum. íoh íro praedicatum. mër dánne éin ne bezéichenet. só iz állelih állelichó sí. álde ne sí. *Ut omnis homo albus est. non est omnis homo albus. Nullus homo albus est. est quidem homo albus.* An dísên. íst éin uóne éinemo geságet. *Si album unum significat.* Úbe album. éin dǐng pezéichenet. íh méino. úbe iz aequivocum ne íst.

Oppositorum regulam propter aequivoca turbari.

*Si vero duobus unum nomen est positum. ex quibus non est unum. non est una affirmatio.* Úbe áber zuéin dǐngen. éin námo gegében íst. túrh tíu zuéi dǐng. tér námo níeht éin námo uuésen ne mág. fóne démo ne uuírdet níeht óuh. éin affirmatio. *Ut si quis ponat nomen. quod est tunica. homini et equo.* Álsò dáz nû íst. úbe gelih námo íst tunica. ménnicken | únde róssis. *Est tunica alba. haec non est affirmatio una. nec negatio una.* Tánne neíst níeht éin affirmatio. uuíz rógh ízzet (sic) nóh éin lóugen. uuíz rógh ne ízzet (sic). *Nihil enim hoc differt quam dicere. est equus albus et homo.* Táz kát álsò man chéde. nû ízzet (sic) uuízros. únde mán. *Hoc autem nihil differt quam dicere. est equus albus. et est homo albus.* Únde gât óuh táz. álsò man chéde. nû ízzet (sic) uuíz ros. unde ízzet (sic) uuíz man. *Si ergo hae multa significant. et sunt plures. manifestum est quoniam et prima multa. vel nihil significant.* Úbe dise propositiones. mër dánne éin dǐng pezéichenent. íh méino. est equus. et homo albus. úbe síe sínt mër dánne éin dǐng. sò skínet. táz óuh tíu èren. íh méino. est tunica alba. mánigíu dǐng pezéichenent. álde nehéin dǐng. Táz man chít est equus albus. et homo. táz ne mag éin dǐng níeht

pezéichenen. *Neque est enim aliquis homo equus.* Uuánda dés ne mág uuésen nieht táz mennsko (sic) rós sí. *Quare nec in his necesse est. hanc quidem contradictionem veram. illam falsam esse.* Fóne diu ne íst nehén nôt. in disèn aequivocationibus sò getàna contradictionem. éine hálb uué-  
 171 sen | uuárra. ánderhálb lúkka.

De presenti et praeterito. definitas fieri contradictiones.

*In his ergo quae sunt. et quae facta sunt. necesse est affirmationem. vel negationem. veram esse. vel falsam. In universalibus quidem universaliter. semper hanc veram. illam vero falsam. Et in his quae sunt singularia. quemadmodum dictum est. Án gágenuuértèn dīngen. únde érgangenèn. íst penôte uuâr. álde lúgī. so uueder man chīt. néin. álde iah. Únde íst óuh quīs. uuéderez íro sí. uuâr. álde lúgī. Án diēn communibus. communiter spréchendo. ut omnis homo in diluvio periit. non omnis homo in diluvio periit. findest tu ío uuâr dáz éina. daz ánder lúgī. So sámó tūost tu in individuīs. Ut in undis noe periit. non in undis noe periit. Únde íst quīs. uuéderez uuâr. álde lúgī sí. *In his quae in universalibus non universaliter dicuntur. non est necesse. Dictum autem et de his. Án diēn indefinitis. múgen siu béidíu uuâr sín. álso er dār uóre chád. Ut homo in undis periit. homo in undis non periit. Sámó so er cháde. Matusalam (sic) periit. noe vero non periit. Nū sint táz praeterita. Sámó-  
 172 lih findest | tu in presentibus. Ut omnis homo sapiens est. non omnis homo sapiens est. Socrates est sapiens. socrates non est sapiens. Homo est sapiens. non est homo sapiens.**

De futuris indefinitas fieri contradictiones.

*In singularibus vero et futuris non similiter. Hoc est. in singularibus de futuro praedicatis. definite verum aut falsum non reperitur. Án chūmf-tūgēn gebéizen. diē man fóne éinemo tuôt. ut alexander pransurus est. alexander non est. neist neuuéderez quīs. Éin uuéder uuírdet uuâr. dúrh nôt. daz ánder lúgī. uuéderez ío dóh uuâr. álde lúgī sí. dáz ne mág man uuízen. Fóne singularibus. uuile er úns zéichenen. dáz universalia sámólih sint. Ut omnes captivi in patriam reversuri sint. Téro ío uuéder. íst sámó únguis. Tia únguissi. begīnnet er nū stérchen. ze mánnigfáltero uuís.*

Propositio.

*Nam si omnis affirmatio vel negatio vera vel falsa est. s. definite. et omnem necesse est vel esse. vel non esse. si hic quidem dicat. futurum ali-*

*quid. ille. vero non dicat. hoc idem manifestum est. quoniam necesse est verum dicere. alterum ipsorum. si omnis affirmatio. vel negatio vera vel falsa est. Utraque enim non | erunt simul in talibus.* Úbe ál dáz man sá-<sup>173</sup> get uuâr. álde lúgi íst. únde iz penôte sô uâren sôl álde ne sôl. únde úbe éiner dáz ságet chûmfûg. dáz ánderer uuiderságet. sô ságet échert ter éino uuâr. péide ne múgen sie.

#### Assumptio.

*Nam si verum est dicere. s. in praesenti. quoniam album vel non album est. necesse est esse album vel non album.* Úbe uuâr íst. taz man chît in praesenti. iz íst. álde neíst. sô íst is óuh nôt. Sâmo uuâr iz íst. sâmo nôt íst is. *Et si est album. vel non album. verum est affirmare vel negare.* Únde úbe iz íst. álde neíst. sô íst is uuâr ze íchenne. álde ze lóugenenne. *Et si non est mentitur. et si mentitur non est.* Únde úbe iz neíst. sô lúget er. lúget er. sô ne íst iz. *Quare necesse est. aut affirmationem aut negationem veram esse s. definite.* Úbe dáz futurum sámoli<sup>h</sup> íst. sô íst ío guíslich<sup>o</sup> uuâr dáz man ságet. álde uuiderságet.

#### Conclusio falsa.

*Nihil igitur neque est. neque fit. a casu. nec utrumlibet. nec erit. nec non erit. sed ex necessitate omnia. et non utrumlibet.* Sôl iz tés sîn. sô neíst tánne nieht uuórten. nóh ío ána ne uuírdet. nóh hína fúre ne uuírdet. nóh ze leibo ne uuírdet. áfter | únguísse<sup>ro</sup> geskihte. nóh áfter éin uuéder.<sup>174</sup> núbe ío uóne nôte. náls fóne béidero uuâne. Sô íst liberum arbitrium ába. únde állíu sélbuuáltígi. *Aut enim qui dicit verus est. aut qui negat.* Íz íst tánne fóne nôte. síd éin uuederêr quísso ságet uuâr. der íchento. álde der lóugenento. Uuâre iz utrumlibet. táz chît péidero uuân. sô gíenge iz kelícho. *Similiter enim vel fieret. vel non fieret.* Íh méino kelícho máhtí geskéhen. dáz iz uuúrte. alde ne uuúrte. *Utrumlibet enim. nihil magis sic vel non sic se habet aut habebit.* Tiz éin uuéder. ne béitet niot mer. ze uuerdenne danne ze ne uuérdinne.

Vere praedicta futura. quasi tollere utrumlibet.

*Amplius.* Pesûochên nóh quárôr die futura. *Si est album nunc. verum erat dicere primo. quoniam erit album.* Táz nú íst. táz máhta man uóre ze uuâre ságen. *Quare semper verum fuit dicere. quodlibet eorum quae facta sunt. quoniam erit.* Sô máhta man ío ze uuâre fóre ságen. dáz nú ergángen íst. *Quod si semper verum est dicere. quoniam est. vel erit. non*



*potest hoc non esse. vel futurum non esse.* Íst iz ío uuâr. dáz man fóre-ságet. só ne mág iz ze léibo uuérden. nóh únchúntig (sic) sín. *Quod autem non potest non fieri. impossibile est non fieri.* Táz ze léibo uuérden ne  
 175 mág. táz íst únmáhtlih ze eruuéndenne. | *Et quod impossibile est non fieri. necesse est fieri.* Únde dáz uuéndig ne uuírdet. táz féret penôte sò. *Omnia ergo quae futura sunt. necesse est fieri.* Fóne diu geskéhent álliu futura benôte. *Nihil igitur utrumlibet neque a casu erit.* Nieht ne íst áber dánne éin uuéder in únguís. nóh uuío iz keuálle. *Nam si ex casu. non ex necessitate.* Uuánda mág iz misselicho geuállen. sò ne duúnget iz nehéin nôt. zû démo éinen.

Non ut contraria. sic contradictoria. utraque falsa reperiri.

*At vero nec quoniam neutrum verum est. contingit dicere. ut quoniam neque erit. neque non erit.* Nû íst óuh úngelímfe ze chédenne. dáz péidiu gelógen sín. uuírdet. íóh ne uuírdet. *Primum enim cum sit affirmatio falsa. erit negatio non vera. Et cum haec sit falsa. contingit affirmationem non esse veram.* Uuánda sò sínt siu hérton gelógen. néin. únde iáh.

Si opposita simul falsa sunt. perire utrumlibet.

*Ad haec si verum est dicere. quoniam album est et magnum. oportet utraque esse. Sin vero erit. s. verum est. dicere. esse cras. s. oportet. Si autem neque erit. neque non erit cras. non erit utrumlibet.* Chît man daz.  
 176 íeht | sí in praesenti geuuâro. táz íst sò. Chît man in futuro sámó geuuâro. dáz iz uuérde mórgene sò uuírdet iz. Ferságet er in guís uuérden. únde ne uuérden gelicho. sò íst utrumlibet ába. *Ut navale bellum s. ad exemplum erit.* Álso man chéden mág navale bellum. quísso uuérden. únde ne uuérden. *Oportebit enim neque fieri navale bellum. neque non fieri navale bellum.* Tara nâh ne mág skéfuung uuérden. nóh ze léibo uuérden.

Perdito utrumlibet. quid sequatur incommodi.

*Quae ergo contingunt inconvenientia haec sunt. et alia huiusmodi.* Tés nieht uuésen ne mág. táz íst táz únde dés gelih. *Si omnis affirmatio vel negatio. vel in his quae in universalibus dicuntur universaliter. vel in his quae sunt singularia. necesse est oppositionem eorum hanc esse veram. illam vero esse falsam. nihil autem utrumlibet esse in his quae fiunt. sed omnia esse vel fieri ex necessitate. quare. i. eo pacto. non oportet neque consiliari. neque negotiari. quoniam si hoc facimus. erit hoc. si vero hoc.*



*non erit.* Úbe álle geihte. únde álle lóugena. keméinliche. íoh súnderige sólih sint. táz | éiner guísso luge. ánderer uuár ságe. únde dáz únder zuéin<sup>177</sup> heizet ába sí. únde ís álles nót sí. so sí óuh ráten. únde chóufen aba. uuánda uuéllen uuír éinez tùon. sò geskíhet fóne nòte ánderez. uuéllen uuír óuh táz. so uuírdet tés tána mèr. *Nihil enim prohibet in millesimum annum hunc quidem dicere hoc futurum esse. hunc vero non dicere. Quare quod ex necessitate erit. quodlibet eorum verum erat predicere tunc.* Éiner mág lichte ío fúre ze mánigen iáren chéden. uuáz chúmftig ne sí. Úbe daz ío tánne dúrh nót so uérit. so uuás íro fóresága uuár. Uuáz feruáhet tánne den ránten. táz er chít tùen sús. unde sús. Nót. tíu án dero uóresagùn ist. ne hénget iz ímo ze skéffenne. Íz féret ío náh tero fóreságun.

Praesagia rebus necessitatem eventus non dare.

*At vero nec hoc differt. si aliqui dixerunt negationem vel non dixerunt.* Nóch târ ána ne stât ís nícht. úbe man uóreságeti. álde uerságeti. *Manifestum est enim quod sic se habeat res. vel si hic quidem affirmaverit. ille vero negaverit.* Íz kât | ál ze éine. man iz kehéize álde ne gehéize. *Non enim propter negare. aut affirmare erit vel non erit.* Uuánda dúrh féstennon. unde dúrh lóugenen. ne tùot iz ne nuéder. *Nec in millesimum annum magis quam in quantolibet tempore.* Nóch úber lang. nóh úber chúrzt. *Quare. Fóne díu uerním. Si in omni tempore sic se habeat. ut unum vere diceretur.* Sólti daz éina. ío ín zítegelih uuár uuésen. *Necesse est hoc fieri. Sò sólti iz penòte so uáren. Et unumquodque eorum quae fiunt. sic se habere. ut ex necessitate fieret.* Unde álle geskíhte. sóltin so getáne sín. táz sie nòte uuúrtin. *Quando enim vere dicit quis quoniam erit non potest non fieri.* Uuánda sò iz ío geuuáro uóre geságet uuírdet. so ne mág iz ze léibo uuérden. *Et quod factum est. verum erat dicere semper. quoniam erit.* Únde dáz nû geskéhen ist. tánnan uuás ío éron uuár. ze chédenne. iz uuírdet. Nóch tánne uerním ío dáz tiu gebúreda geuuárit tia uóreságun. náls tiu uóre sága día gebureda.

Quid voluntas valeat.

*Quod si haec non sunt possibilea. s. ut omnia ex necessitate fiant.* Úbe dés nícht uuésen ne mág. táz álliú díng fóne nòte geskéhen. *Idemur enim esse principium futurorum i. sumus enim ipsi aliquibus principium.* Sò skínet taz uuír bírn ánagénne. únde réccheda dero chúmftigón. náls tiu

uóresága. *Et ab eo quod consiliamur. atque agimus aliquid.* et quoniam est omnino possibile esse. et non. Ióh tánnân skînet iz. táz uuír rátên. únde únsereu mûotuúillen túên. ióh tánnân. dáz péidíu íst. ióh possibile quaedam esse vel non esse. An uuélehên íst táz? *In his quae non semper actu sunt et in quibus utrumque contingit. et esse. et non esse.* An diên. díu nieht nóh in tâte ne sînt. núbe in uuâne. únde díu mán mág túon. únde ne túon. *Quare et fieri et non fieri.* Únde siu óuh fóne díu múgen in futuro uuérden. únde ne uuérden.

Exemplum eorum que possunt fieri. et non fieri.

*Et multa nobis manifesta sunt. sic se habentia.* Únde uuír bechénnên gnûogíu sô getâníu. *Ut quoniam hanc vestem possibile est incidi. et non inciditur. sed prius exteritur.* Álso dáz íst. táz éin láchen mág ferscrôten. ióh uerskáfen uuérden. únde dóh tés nieht ne uuírdet. núbe súu únuerscrôtenez ferslîzen uuírdet. *Similiter autem et non incidi possibile est.* 190 Sâmo uuóla mág iz óuh únuerslîze|nez ferscrôten uuérden. *Non enim esset eam prius exteri. nisi esset possibile non incidi.* Íz ne máhti nieht ólangiz. hoc est. álgánzez. ferslîzen uuérden. iz ne máhti únuerscrôtenez ze léibo uuérden. *Quare et in aliis facturis. quae secundum potentiam dicuntur huiusmodi. manifestum est. quoniam non omnia ex necessitate vel sunt. vel fiunt.* Fóne díu íst iz óuh an ánderên dîngen. íh méino díe. in mánnis keuuálte stânt. sâmo óffen. táz sie nieht álle uóne nôte ne sînt. nóh ne uuérden. *Sed alia quidem utrumlibet.* Nube súmelíchíu ze bédên gelicho. *Et non magis vel affirmatio vel negatio.* Únde nieht quisera neíst affirmatio. tánne negatio. *Alia vero negatio magis quidem in pluribus alterum.* Súmelíchíu sînt. téro éinez in gnûogên dichòr geskîhet. tánne iz ze léibo uuérde. álso grâuuí túot in áltên. *Sed contingit fieri alterum. alterum verum minime.* Tóh keskîhet éteuuénne. dáz séltsánera. álso úngrâuuí íst in áltemo. Únde uuírt ze léibo daz keuuóna. sô díu grâuuí íst in áltemo.

Differre inter necesse esse temporaliter et simpliciter.

181 *Igitur esse quod est quando est. et non esse quod non est. quando non est. necesse est.* Nû íst nôt uuésen. dáz tir íst. sô iz íst. únde ne uuésen dáz tir neíst. sô iz neíst. Uuánda nôt íst. táz man sízze. sô er sízzet. únde álso nôt íst. táz er ne sízze. sô er ne sízzet. *Sed non quod est omne. necesse est. esse. nec quod non est. necesse est non esse.* Áber nehéin nôt

ne íst téno éinen. dáz iz sí. nóh temo ánderen. dáz iz ne sí. s. áne échert tia uuíla. únz iz íst. álde neíst. Sò er uuíle. sò uuéhselòt er iz. *Non enim idem est. omne quod est esse necessario quando est. et simpliciter esse ex necessitate.* Táz íst fóne díu. uuánda níeht ze éine ne gát. penòte uuésen. tia uuíla iz íst. álso sedere íst. únde in zítelih penòte uuesen. sò dáz íst. mortalem esse. *Similiter autem et in eo quod non est.* Án démo non esse. uérit iz so sámó. Not íst mánne. únz er ne sízzet non sedere. ímo íst áber in zítelih nòt. non immortalē esse.

Similitudo contingentis contradictionis. et temporalis necessitatis. Et in contradictione. eadem ratio est. Án déro uuíderchétúngo dero oppositorum. féret iz óuh álso. dáz chít. éin uuéderez íst uuár. non simpliciter. álso óuh temporalis necessitas. uuár íst. non simpliciter. | *Esse* <sup>182</sup> *quidem. vel non esse omne. necesse est. s. in oppositis presagiis.* Nòte sól iz állêz uuár sín. álde lúgi. táz man uóre ságet. *Et futurum esse vel non.* Unde állez chúmftíg sín. álde ne sín. *Non tamen dividendum dicere alterum necessario.* Tú ne uíndest áber nehéinen. díu zuéi skídònten. únde daz éina stérchenten. *Dico autem futurum quidem esse bellum navale cras necesse est vel non esse futurum.* Táz chído ih. táz mórgene skéf-uuíg túrh nòt chúmftíg sí. álde ne sí. *Sed non necesse est. futurum esse cras bellum navale.* Turh táz fóre chéden. ne íst nehéin nòt. táz er sí. Vel non futurum esse. Nóh nehéin nòt. táz er ne sí. *futurum autem esse. vel non esse. necesse est.* Nòt íst áber. dáz er sí. álde ne sí. Uuéder. dero zuéio uuerde simpliciter. dáz chít quíссо. uuér uuéiz táz? éin uuéder uuírdet ío dóh.

Postrema conclusio longe prius propositae quaestionis de oppositis. *Quare quoniam similiter orationes verae sunt. quemadmodum et res.* Fóne díu uuánda die uóresága. álso geuúare sínt. sò die nâh chómenten gebureda. *Manifestum est. Sò skínet. Quoniam necesse est. s. in his rebus. quaecumque sic se habent ut utrumlibet sint. et contraria eorum contingant.* Táz | nòt íst in zuíueligèn dínge tie uuíder dien gehéizen gebúrren mú- <sup>183</sup> gen. *Similiter se habere et contradictionem.* Kelícha uuésen dia uóreságún. s. dien nâh kâendèn gebúredon. *Quod contingit in his quae non semper sunt. et non semper non sunt.* Táz kebúret án dien dínge. die uuílon sínt. uuílon ne sínt. *Horum enim necesse est quidem. alteram partem contradictionis. veram esse. vel falsam.* Án sò getânero dingo

strîte. findest tu iô daz éina uuâr. álde lúgi. *Non tamen hoc. aut illud. sed utrumlibet.* Ni iô dóh quisso. diz álde é niz. núbe éin uuéderez. *Et magis quidem veram alteram. non tamen iam veram vel falsam.* Únde uíndest tu díchôr án súmelíchên dáz éina uuâr. dânnê daz ánder. nî iô dóh nîcht in zitelih. Álso díechôst íst crânuî. án áltemo hóubete. éteuuénne neíst. *Quare manifestum est. quoniam non est necesse. omnes affirmationes. vel negationes oppositionum. hanc quidem esse veram. illam vero falsam. s. definite.* Fóne díu skinet. táz in állên stríten. dâr man féstenôt. únde lóugenet. táz éina nîcht quisso uuâr ne íst. únde dáz ánder lúgi. *Neque enim quemadmodum in his quae sunt. sic se habent in his quae non sunt. possibilibus tamen esse. vel non esse. sed quemadmodum*  
 151 *dictum est.* | Nôh sô iz férit in praesentibus. tíu ána sînt. sô ne uéret in futuris. tíu nóh ne sînt. únde dóh fúre mûgen uuésen. álde ne uuésen. núbe sô ih <sup>(1)</sup> iz fóresageta. Uuáz íst taz? Táz presentia sînt quis. futura sámô únguis.

Explicit de veritate trium temporum. Incipit iterum ostendere vim simplicis et praedicativae propositionis.

*Quoniam autem est affirmatio significans aliquid de aliquo.* Hic suspensio vocis. Uuánda affirmatio éteuuaz ságet fóne éteuuémo. *Hoc autem nomen est vel innominabile.* Et hic. Únde daz. fóne demo sî ságet. nomen íst álde innominabile. taz mûgen uuír diutin únnamig. *Unum autem oportet esse et de uno. hoc quod est in affirmatione.* Et hic. Únde sî éin ságen sol. fóne éinemo. *Nomen autem dictum est et innominabile prius.* Únde dâr fóre geságet íst uuáz nomen sî. únde innominabile. *Non homo enim nomen quidem non dico. sed infinitum nomen unum enim significat infinitum.* Hic remisor vox. quia interposita ratio est. Non homo s. quod est innominabile ne mag ih héizen nomen. núbe infinitum nomen. uuánda iz éin únguis díng pezéichenet. *Quemadmodum vel non currit. non* |  
 135 *verbum est. sed infinitum verbum erit.* Et hic remissa. Álso ouh non currit verbum neíst nube infinitum verbum. *Omnis affirmatio vel ex nomine et verbo. vel ex infinito nomine et verbo erit.* Hic clausula. Pedíu uuírdit iô affirmatio. úzer nomine únde verbo. álde úzer infinito nomine únde verbo.

---

(1) sô ih fehlt in der Handschrift.



Verbum in propositione tenere principatum.

*Praeter verbum autem. nulla erit affirmatio vel negatio.* Áne verbum ne uuírdet nehéin propositio. *Est enim vel erit vel fuit.* Hoc est. preter est. vel erit. vel fuit. *Vel preter alia huiusmodi verba quaecumque ex his sunt quae sunt posita.* Íh méino. áne substantiva verba ne uuírdet propositio. álde áne ánderiu dár uóre gezéigotiu. sô díu sint currit. vivit. disputat. regnat. Consignificant enim tempus. Síu bezéichenent io tempus sámint actione álde passione.

Exempla simplicium propositionum. quae habent unum subiectum et unum praedicatum.

*Quare prima affirmatio et negatio est. est homo. non est homo.* Fóne díu íst tiu êrista. úzer finito nomine. *Deinde. est non homo. non est non homo.* Tíu ánderiu úzer infinito nomine. *Est omnis homo. non est omnis homo.* Tíu drítta úzer universaliter. *Est omnis non homo. non est omnis non homo.* Tíu | uíerda ist. uzer universaliter infinito. *Et in ex-*<sup>186</sup>  
*trinsecus temporibus eadem ratio est.* Mít tien ánderen temporibus. praeterito únde futuro. díu áne presens sint. máht tu so sámó tòn simplicem propositionem. *Ut homo erit homo fuit.* Ferním échert uuóla. dáz omnis únde quidam. determinationes sint. náls termini. Táz chít síu sint zégunga (sic) dero terminorum. náls sélben die termini. Únde uóne díu. ne uuírdet fóne in nieht kemérot. simplex propositio.

De habentibus unum subiectum et duo praedicata.

*Quando est tertium adiacens praedicatur. dico autem ut est iustus homo. dupliciter dicuntur propositiones.* Sô est. ter drító terminus uuírdet. álso er dár ist. est iustus homo. sô uuérden úzer zuéin propositionibus fiere. *Est tertium dico adiacere in affirmatione. nomen vel verbum.* Taz trítta. íh méino est. so iz nomen sí. so iz verbum sí. daz chído íh háften in propositione. zu ándermo uuorte. so iustus ist. Tóh iz stánde ze êrist. iz ne háftet toh nieht zu subiectiva parte. nube zu declarativa. Hier verním sár. uuéleha (<sup>1</sup>) zíuualti (sic) er méine. Éin oppositio íst. úzer finito nomine. íh meino. est homo iustus. non est homo iustus. ánderiu | ist<sup>187</sup>  
úzer infinito nomine. íh meino. est non iustus homo. non est non iustus

(<sup>1</sup>) Es steht uuéhleha.



homo. Fóne dien chît er. daz hara nah fólget. *Quare idcirco quatuor istae crunt.* Pediu uuérden tero propositionum uiere. *Quarum duae ad affirmationem et negationem sese habebunt secundum consequentiam. ut privationes.* i. eandem vim retinent affirmationis et negationis. et similes sunt ad affirmandum aliquid et negandum. his quae sunt privatoriae. Téro zûo (sic) túont álso getána affirmationem únde negationem. sô privatoriae propositiones. Uuélehe sint privatoriae? Est iniustus homo. non est iniustus homo. Uuélehe dirro uiero sint tíen gelih? Est non iustus homo. non est non iustus homo. *Duo vero minime.* Ándero zûo (sic) ne sint ín nícht kelih. Uuélehe? Est iustus homo. non est iustus homo. Infinitae únde privatoriae. habent keliche uernúmist. *Dico autem quoniam est aut iusto adiacet aut non iusto.* *Quare etiam negatio.* Est háftèt zû iusto únde ze non iusto. sô tuónt óuh non. *Quatuor enim sunt.* Fóne diu sint tero propositionum uiere. *Intelligimus vero quod dicitur. ex his quae subscripta sunt.* Fóne dero uólgendun figura. dar sie geórdenot sint. spuet is paz ze uernémenne. *Est iustus homo. huius negatio. non est* 133 *iustus | homo. Est non iustus homo. huius negatio. non est non iustus homo. Est enim hoc loco et non est. iusto et non iusto adiacet.* Fiere sint íro. Án disen uier propositionibus háftet est únde non. ze iusto únde non iusto. *Haec igitur quemadmodum in resolutoriis dictum est. sic sunt disposita.* Tise uier propositiones. únde dara zû privatoriae uuérden sus keórdenót álso ih óuh lèrta in analiticeis. Quare et sequi se se invicem videbuntur i. possibile est esse et non esse. Téro affirmationis possibile est non esse. uuirt kelóugenet mít téro negatione non possibile est non esse. Fóne diu íst óffen dáz tíu sélba affirmatio possibile est non esse. únde óuh tíu possibile est esse. sámint éin ánderèn sint. nals gágen éin ánderèn. Non enim contradictiones sibi invicem huiusmodi sunt possibile est esse et possibile est non esse. Sô getáne praedicationes. ih méino zûo affirmationes sô die sélben sint. tíe ne uuérden nícht éin ánderèn oppositae. Sed possibile esse et non possibile esse. nunquam simul sunt. opponuntur enim. Áber dise ih méino affirmatio únde negatio. ne múgen sámint sín. pediu sint sie oppositae. At vero possibile non esse et non possibile non esse. nunquam simul sunt. Uuánda óuh tise ríngent. pediu ne múgen óuh sie sámint sín. Similiter autem et eius. |

Affirmatio simplex.

Est iustus homo.

Affirmatio privatoria.

Est iniustus homo.

Similes.

Est non iustus homo.

Affirmatio infinita.

Negatio simplex.

Non est iustus homo.

Negatio privatoria.

Non est iniustus homo.

Similes.

Non est non iustus homo.

Negatio infinita.

189

Similes.  
Similes.

*Similiter autem se habet. et si universalis nominis affirmatio sit.* So uérit iz ouh. ube állelih féstenunga állelíchó getân uuírdet. ih méino. dár ne mag ouh keskéhen. daz angulares sámint uuár sagen. *Ut omnis est homo iustus. Non omnis est homo iustus. Omnis est homo non iustus. Non omnis est homo non iustus. Sed non similiter angulares contingit veras esse. contingit autem aliquando.* Áber dóh ne ságent íro angulares nícht io in zíte-gelih sámint uuár. éteuuénne geskíhet iz. Samó so er cháde. Sint tie angulares indifinite. daz chít úngemarchóte. sò sint sie gehélle. álso iz tar uore skínet an dero descriptione. Sint sie aber definite. i. kemárchote mít témo nomine omnis. so sint sie uuílon sámint uuár. also iz skínet ube du an dero descriptione missechêrist tia particulares oppositiones. unde negationem particularem sezzest under affirmatio|ne universali. Unde áber 190 affirmationem universalem únder negatione particulari in hunc modum.

Affirmatio universalis.

Est omnis homo iustus.

Negatio particularis.

Non est omnis homo non iustus.

Negatio particularis.

Non est omnis homo iustus.

Affirmatio universalis.

Est omnis homo non iustus.

Ním aber ába daz omnis. taz sie sín indefinitae. so sint ébengeuuáre die angulares affirmationes. ióh tie angulares negationes in hunc modum.

Affirmatio finiti nominis.

Est iustus homo.

Negatio nominis infiniti.

Non est non iustus homo.

Negatio finiti nominis.

Non est iustus homo.

Affirmatio nominis infiniti.

Est non iustus homo.

Simul verae.  
Simul verae.  
Simul verae.

An sus ketánen praedicationibus. ih méino quae possunt esse et non esse. sint ío sáment uuár die angulares. Áber an dien quae naturaliter insunt. so die sint. est homo animal. est homo non animal. alde ouh naturaliter inesse non possunt. ut est homo lapis. est homo non lapis. ne múgen sie sament uuár sín.

Quot oppositiones fiant ubi est tertium additur.

*Hae igitur duae oppositae sunt.* Nû sint taz zuo oppositiones. s. die ih nu gesaget habo. Éinen ist tíu dir bestât ex finito subiecto. so díu túot. 191 *est homo | iustus. non est homo iustus. Ánderiu ex infinito praedicato. so díu tuot. est non iustus homo. non est non iustus homo. Aliae autem ad id quod est non homo. ut subiectum aliquod additum. Hoc est aliae duae sunt quasi aliquod additum ad id subiectum. quod est non homo.* Nóh sint ándere zuô dero praedicata geléget sint zu démo subiecto. non homo. Tero zuéio gíbet er nu exemplum. Éiniu bestât ex infinito subiecto. so díu túot. *Est iustus non homo. non est iustus non homo. Ánderiu ist tíu dir bestât ex infinitis praedicato et subiecto. so díu tuot. Est non iustus non homo. non est non iustus non homo. Magis plures autem his non erunt oppositiones.* Mánigòrin opposita ne mugen uuérden. so est ter drítto terminus ist. *Hae autem extra illas. ipse secundum se erunt. ut nomine utentes non homo.* Tie áfterin zûo propositiones. sint turh síh. áne de (sic) érerin. infinitum nomen fure nomen hábende. toh iz simpli- citer nieht nomen ne sí.

Non differre inter currit et currens est.

*In his vero in quibus est non convenit. ut in eo quod est currere vel ambulare. idem faciunt sic posita haec ac si est in currere unde (1) in ambulare.* taz chit an demo currit unde an demo ambulat. tar gât iz. also ouh est 192 *tar míte stûende. Ut est currit omnis homo. non currit | omnis homo. Currit omnis non homo. non currit omnis non homo.* An dien propositionibus állen mág man chéden currens est. fure currit.

Quem locum oporteat habere non in praedicatione.

*Non enim dicendum est non omnis homo. sed non negatio ad id quod est homo addendum est.* Úbe du máchon uuíle infinitum nomen. so ne sólst tu nieht légen non zu démo omnis. nube zu demo homo. *Omnis enim non universale significat sed quoniam universaliter.* Uuánda omnis uuírdet kespróchen universaliter. iz ne íst nieht selbez universale. *Manifestum est autem ex eo. quod est currit homo. non currit homo. currit non homo. non currit non homo.* Án dísen skinet iz. Tíse praedicationes sint universales. náls universaliter. *Hae vero ab illis differunt. eo quod uni-*

---

(1) So steht statt *et*.

*versaliter sunt.* Tise skéident sih fónē dien êrren. tie mit omnis universaliter gespróchen sint. *Quare omnis et nullus nihil aliud consignificat. nisi quod universaliter de nomine vel affirmat vel negat.* Fónē diu uuúrdet io mit omnis. únde mit nullus allelīcho uuaz genéstenot. alde gelóugenet fone demo állelichen nomine. *Ergo et caetera eadē oportet opponi.* i. inmutata servari. Álso gnòto súlen alliu diu ánderiu uuórt iro stat hálten.

Item de consentientibus. |

193

*Quoniam vero illa negatio quae est quod nullum animal iustum est. contraria est ei. s. affirmationi. quae est. omne est animal iustum. Haec quidem manifestum est quod numquam erunt. neque verae simul. neque in eodem ipso.* Universalis affirmatio. unde universalis negatio. tie sint uuíderuuárlig. tie ne múgen sament uuár sín. nóh in einemo dinge samint sín. daz ságeta er ouh fóre. *His vero oppositae erunt aliquando.* Aber iro obliqua mugen so sín. so diu sint. Non omne animal iustum est. est quoddam animal iustum. *Sequitur vero eam quidem quae est nullus homo iustus est. illa quae est. omnis est homo non iustus.* Nu hábe fure éin dia. Nehéin man ne íst rehter. unde dia. mánnolih ist únrehter. *Illam vero quae est. aliqui (sic) iustus homo. opposita. ih méino dia. ételih man est rehter.* *Necesse est enim esse aliquem.* Úbe uuár ist non omnis homo non iustus est. so ist not aliquem iustum esse. Táz lerit tisiu descriptio. Universalis negatio finiti nominis. Affirmatio particularis finiti nominis. Nullus homo iustus est. Quidam homo iustus est.

Similes.

Similes.

Omnis homo non iustus est. Non omnis homo non iustus est.  
Universalis affirmatio finiti nominis. Particularis negatio infiniti nominis.  
Hier uernim daz infinitum nomen keméine ist. ióh infinito subiecto. ioh infinito praedicato. | Uuélllest tu ouh keséhen. uuío dise uíere sin oppositae. so sih aber an dísa descriptionem.

|                                               |            |                                                 |
|-----------------------------------------------|------------|-------------------------------------------------|
| Universalis negatio.                          | Similes.   | Universalis affirmatio cum infinito praedicato. |
| Nullus homo iustus est.                       | Oppositae. | Omnis homo non iustus est.                      |
| Particularis negatio cum infinito praedicato. |            | Particularis affirmatio.                        |
| Non omnis homo non iustus est.                |            | Quidam homo iustus est.                         |



Quem negantem sequitur vera conclusio.

*Manifestum est autem. quoniam etiam in singularibus si verum est interrogatum negare. quoniam et affirmare verum est. Ut putasne socrates sapiens est? Non. Socrates igitur non sapiens est.* Socrates ist éinluzzer so alliu individua sint. Sapiens taz ist finitum. also ouh iustus. Non sapiens taz ist infinitum. also ouh non iustus. Fone diu skinet. ube man uragentemo uerságen mag. socratem esse sapientem. taz sar uuar ist ze chedenne. socratem non sapientem esse. Ube er sapiens ne ist. so ist er non sapiens. *In universalibus vero quae similiter dicuntur. non est vera s. affirmatio. vera autem negatio. Ut putasne omnis homo sapiens est? Non. Igitur omnis homo non sapiens est. Hoc falsum est. Sed vera est. s. negatio. Non igitur omnis homo sapiens est.* Ube man uraget so samo fône allen. ist mánnoliu uúise. unde ánderer chît néin. unde éner sar fone diu náh spríchet. so íst mánnoliu non sapiens. so hábet er gelógen. Omnis  
 195 homo non sapiens est. taz ist infinita affir|matio. unde ist lúgi. samo so er chade negando. nullus homo sapiens est. Spríchet er aber. finitum nomen negando. non omnis ergo homo sapiens est. samo so er chade afirmando particulariter quidam homo sapiens est. taz ist uuâr. *Haec opposita est i. non omnis homo sapiens est. illa vero contraria est. hoc est. omnis homo non sapiens est. Tisiu ist opposita. éniu ist contraria. Opposita léibet in universalibus. contraria ne léibet nieht.*

Quasdam falso videri negationes.

*Illae vero contraiacentes. secundum infinita nomina vel verba. ut in eo quod est non homo vel non iustus. quasi negationes esse videbuntur. sine nomine vel verbo. sed non sunt.* So getániu opposita so infinita nomina sint. also non homo. unde non iustus sint. alde ouh infinita verba. so non currit unde non laborat sint. tiu múgen manne dúnchen uuesen negationes. Taz ne sint siu áber nieht noh uuérden mugen. âne nomen. unde âne verbum. Zíu chít (sic) er âne nomen unde âne verbum? Uuánda siu simpliciter nomina ne sint noh verba. Uuârin siu ouh so. noh tánne ne mahti non homo nieht negatio sin. alde ouh non currit. *Semper enim veram vel falsam esse necesse est negationem.* Uuanda negatio sol io uuâr sín. alde lúgi. Non homo unde non currit. ne sint ne uueder. *Qui vero*  
 196 *dixit non homo. nihil magis de homine. s. quam qui | finitum dixit. sed etiam minus verus fuit. vel falsus. si non aliquid addatur. Ter infinitum*



spricht non homo. der ne spricht nicht quisseren. danne der finitum spricht homo. nube er mag ioh mín heizen uuârer. alde lúkker. er ne lége zù mer uuorto. Uuánda guissera ist homo currit tanne non homo currit. pediu ist homo nahera dero uuârhéite. danne non homo. ze exist chit er. non homo ne ist nicht negatio. Tara nah chit er. uuare iz negatio. so bezéichendi iz uuar alde lúgi. Tara nah chit er. síd taz quissera ne bezéichenet uuar noh lugi. uuô danne daz únguissera.

Quae ex infinitis sint similes.

*Significat autem. est omnis non homo iustus. nulli illarum idem.* Aber díu propositio. alle únmennicken réhte sint. tiu neíst tero óberon neheínero gelih. Omnis non homo. daz ist universale. unde infinitum subiectum. iustus est. taz finitum praedicatum. So getân propositio ne stât tar niener uore. *Nec huic opposita. ea quae est. Non est omnis non homo iustus.* Noh tiu dísa lóugenet. ih méino. nicht uuâr. daz alle únmennicken réhte sin. Tie zuò sint úngelih. allen óberèn. *Illā vero quae est. omnis non iustus non homo. illi quae est. nullus iustus non homo. idem significat.* Áber díse zuò sint éin. alle únménnicken. ún|rechte. ne-<sup>197</sup> héine únménnicken rehte. Uuír múgen héizen únménnicken. die áne mennicken sint. sò angeli sint. An dero érrerun dírro zueio. sint zuéi infinita. ein an demo subiecto. mit universali. ander án demo praedicato. Tára nah ist an dero áfterun infinitum subiectum mit universali. unde praedicatum finitum.

Non transposito nomine vel verbo. significationem mutari. sicut transposita negatur.

*Transposita nomina vel verba. idem significant.* Mísse sáztíu nomina alde verba ne uuéhselont nicht ten sin propositionum. *Ut est homo albus. est albus homo.* Also dísiu míssesázten nomina unde verba. des sínnis nehéinen uuéhsel ne tuont. *Nam si hoc non est. eiusdem erunt multae negationes.* Uuánda úbe iz só ne ist. so sulen einero affirmationis uuésin manige negationes. *Sed ostensum est. quia una unius est.* Táz ist áber uóre gesaget taz échert éin negatio éinero affirmationis ist. *Eius enim quae est. est albus homo. negatio est non est albus homo.* Fóne díu ist échert éin negatio dero affirmationis est albus homo. tíu dir chit non est albus homo. *Eius vero quae est. est homo albus. si non eadem est. quae etiam ei quae est. est albus homo.* Ube si aber missechêrtíu fone albus homo. ze homo

albus. tia selbun negationem ne hábit. s. tia si dóh guísso habit. *Erit*  
 198 *negatio*. So uuírt iz ein anderiu. únde so sint iro zuo. *Vel ea quae est.*  
 Alde diu dir chit. *Non est non homo albus. Vel ea quae est.* Alde diu  
 dir chit. *Non est homo albus. Sed altera quidem est negatio eius quae*  
*est. est non homo albus. alia vero eius quae est. est homo albus.* Aber  
 dero iouuéderiu. habit iro affirmationem. ih méino. est non homo albus.  
 unde est homo albus. Nu hábit tiu affirmatio est homo albus. uuánda si  
 ouh éna durh not hábit. non est albus homo. pédiu (sic) habit si zuo. Ube  
 tíu. est homo albus. hábit zuô. so habit ouh est albus homo. die sélbun  
 zuô. *Quare erunt duae unius.* pediu sint zuô negationes einero affirma-  
 tionis in hunc modum.

|                 |  |                           |
|-----------------|--|---------------------------|
| Affirmatio.     |  | Utriusque contradictoria. |
| Est albus homo. |  | Non est albus homo.       |
| Est homo albus. |  | Non est homo albus.       |
| Affirmatio.     |  | Utriusque contradictoria. |

*Quoniam igitur transpositio nomine vel verbo eadem sit affirmatio vel ne-*  
*gatio manifestum est.* Nû ist aber offen. taz fône míssesaztemo nomine  
 alde verbo. neheín uuéhsel ne uuírdet tero affirmationis unde dero nega-  
 tionis. Uuúrte iro dánnan uuéhsel. só man danne chade fone socrate.  
 est albus homo. so ne uuúrte daz nicht kelóugenet kelicho mit témo non  
 est albus homo. unde mit temo non est homo albus.

199 De discer[nendis] propositionibus quae unae sunt. quae multae.  
*At vero affirmare vel negare unum de pluribus vel plura de uno si non est*  
*unum ex pluribus non est affirmatio una. neque negatio.* Uuîle du éin  
 ságen. fône mánigen. alde mánigiu fone éximo (sic). éin species ne uuérde  
 uzer ín ánderis neíst iz éin saga nicht. iéhendo noh lóugenendo. *Dico*  
*autem non si unum nomen sit positum. non sit autem unum ex illis.* Id est.  
 dico etiam non fieri unam affirmationem negationem. si unum nomen  
 commune positum sit multis rebus. et si ex illis non sit unum. Íh ságo  
 dir daz ouh tánnan úz ein affirmatio alde ein negatio ne uuírdet. ube éin  
 nomen geméine fúnde (sic) ist mánigen dingen diu éin speciem nícht keuuúr-  
 chen ne múgen. Taz ist tanne. so ein fone éinemo gespróchen uuírdet.  
 ut canis animal est. Tar ist animal gespróchen fone cane. éin fone enimo

(sic). unde ne ist toh taz nicht éin affirmatio. uuánda canis pezéichenet pediu íoh tén béllenten hunt. íoh ten mérehunt. i latrabilem et maritimum. *Ut homo est fortasse. et animal. et bipes et mansuetum.* Álso ódo uuáno daz nicht ein affirmatio néist. so disiu uieriu sus únderskéiden uuérdent mit coniunctione. dáz man chît. homo est. et animal. et bipes et mansuetum. Ioh áne coniunctiones mag man siu under suígendo geskéiden. taz síu eina affirmationem | ne tùont. Álso daz ist homo est unde <sup>200</sup> dánne uberláng animal. so áber bipes so aber mansuetum. Samoso er châde. homo est. animal est. bipes est. mansuetum <sup>(1)</sup> est. *Sed ex his unum fit.* Aber doh uuírdet éin species úzer in geuuúrchet. so man geslágo chît animal bipes mansuetum homo est. Taz sint mánigiu fóné éinemo. unde doh ein affirmatio. *Ex albo autem et homine et ambulare non unum.* Aber fone homine. unde fone albo. unde fone ambulare. ne uuírdet nehéin species. Ter uone uuízemo man gântemo chît. album et ambulans homo est. ter hábet kesprochen zuéi uone éinemo. tíu éin speciem nîcht ne uuúrchent. Uuíz unde gân uuélih speciem alde uuéleha naturam uuúrchent tiu? *Quare non unum.* Fone díu ne mag iz óuh éin affirmatio sín. *Quare nec si unum aliquid de his affirmet aliquis erit affirmatio.* Fone díu spríchet mán éin dirro. fone dien anderen. i. unum de pluribus. so man nu chád. album et ambulans homo est. alde homo et ambulans album est. alde homo et album ambulans est. taz ne uuírdet nicht ein affirmatio. *Sed vox quidem una affirmationes vero multae.* Nube éin est sprechendo uuérdent tar mánige affirmationes. | *Nec si de <sup>201</sup> uno ista. sed similiter plures.* Noh tána mér ne uuírdet éin affirmatio ube íoman disiu so missechêret. taz plura uóne éinemo gespróchen uuérdent. ih méino daz tíu uuérdent praedicata. díu nú uuâren subiecta. ut album. homo et ambulans est. vel ambulans. homo et album est.

Ad interrogationem plura significantem. unam responsionem non  
sufficere.

*Quo circa ergo.* Fone díu s. uuánda éin propositio mánigiu beceichenit (sic). *Si dialectica interrogatio responsionis est petitio.* Hic suspensio. Ube der ántuuurtis kéròt. ter dialectice uráget alsus. est canis animal an non? *vel propositionis. vel alterius partis contradictionis.* Et hic. Unde er

---

(<sup>1</sup>) Es steht *manifestum*.

gérôt allero propositionis. sô daz ist animal est. animal non est. Alde téilis. so daz ist. est non. *Propositio enim unius contradictionis est.* i. una affirmatio unius est negationis. et hic. Uuánda ein fêstenunga sôochet éinen lóugen. *Huiusmodi interrogationi. non erit una responsio.* Depositio. So getânero frâgo ih méino sús mánigiu dîng pezéichenentero ne begágenet nieht ein ántuuurte. *Ad haec nec una affirmatio.* Noh ouh tara zû ein fêstenunga. *Nec si sit vera est.* Noh sâr uuâr ne ist iz. ube iz ein ántuuurte ist. unde éin fêstenunga. Uuánda chît er canis animal est. taz ist|  
 202 in coelesti signo lûgi. Chit er non est animal. taz ist in latrabili cane lûgi unde in marino. *Dictum autem de his in thopicis (sic).* *Similiter autem manifestum est. quoniam nec hoc ipsum quidem est dialectica interrogatio.* Ih habo ouh ándersuuar dâman gesaget. *Si quis interroget quid est. oportet datum esse.* i. dari. *ex interrogatione. haec eligere.* i. ut possit eligere. *utrum velit contradictionis partem enunciare. quia oportet interrogantem determinare. utrum hoc animal homo. an non homo.* Ter urâgento sol demo geurâgeten an sinero urâgo uuála gében uuéderen teil er uuélle dero contradictionis. unde fone díu sol er in béidero iihten alsus. ist tíz tier. alde diz monstrum mennisko. alde ne ist? Contradictio bestât ío fone affirmatione et negatione. so dáz ist. homo animál est. homo animal non est. Fône diu ist táz dialectica interrogatio. sô man den ántuuurtenen besuôchet uuéderez er uuélle. in hunc modum. Putasne homo animal est? Aber der sús urâget. quid est animal? der urâget scolastice nals dialectice.

Quod quaedam singulatim vera. iuncta. alias vera. alias falsa sint. *Quoniam haec quidem predicantur composita. ut unum sit omne praedicamentum eorum. quae extra praedicantur. alia vero non. quae differentia est.*  
 203 s. dicenda. Ordo est. Quoniam eorum quae extra. i. singillatim | praedicantur. haec quidem composita sic praedicantur. ut unum sit omne praedicamentum eorum. alia vero non. ea differentia dicenda est. Uuánda súde-lichiu dúrh síh kesprócheniu uuâr sint unde zesámene gelegetiu éin bezéichenent unde sámo uuâr sint. tánne aber ánderiu sô ne sint. ter únder-skeit ist ze ságenne. unde mit exemplis ze lèrenne. *De homine enim verum est dicere. et extra animal. et extra bipes. et ut unum.* Fone homine mag man súnderigo chéden. daz er sí animal. unde er sí bipes. unde mág man chéden daz tíu zesámene gelegetiu (sic) éin sín. unde samo uuâr sín. also



daz uuâr ist. homo animal bipes est. *Et hominem et album. et haec ut unum.* Unde mág ouh uuâr sîn. ube man ételih animal sunderigo ságet hominem uuésen. unde album uuésen. unde díu béidiu éin uuésen. *Sed non cytharedus et bonus. etiam cytharedus bonus.* Chît mán aber daz er súnderigo cytharedus sí. unde er gûot sí dúrh taz ne ist nehéin nôt taz er gûot cytharedus sí. unde daz sámint uuâr sí. dez éinzen uuar uuas.

Quaedam simul incongrue dici. quae per se vere dicta sunt.

*Si enim quoniam alterutrum dicitur. et utrumque dicitur. multa inconuenientia erunt.* Sol man daz samint spréchen. daz súndero uuâr ist. so uuér|dent târ uz manigiu gechôse úngelímphiu. *De homine enim. et ho-* 204  
*minem verum est dicere. et album.* Fône ételichemo ménnisken ist áleuuar ze spréchenne. daz er menisko (sic) sí. unde er uuíz sí. *Quare et hominem. rursus et album.* Fone díu mag man aber chéden. denselben uuízen mennisken. ménnisken uuésen ioh uuízen. *Si et album et hominem.* So chído ih ube man ín uore uuârhafto hiez uuízen ménnisken. Vbe man uone socrate einest uuârhafto chéden mag. taz er uuíz mennisko sí. so mág man anderest sámó uuârhafto fone ímo chéden. tiser uuízo mennisko. ist mennisko unde uuíz. *Quare erit homo homo. albus albus.* Fône díu lége dáz zesámene. so uuírdet tar úz tíu únnuzza zála. daz ménnisko mennisko sí. uuíz uuíz sí. *Hoc est in infinitum.* Tes íst únmez taz tu spréchen maht fone ímo. ze êrist súnderigo. unde danne sámint. *Et rursus musicus albus ambulans. haec eadem frequenter simplicitas est.* Also díecho mág ouh keaberet uuérden díu súnderigi ube man uone socrate ze êrist chît taz er sí uuíz musicus kânder. uuánda dû aber chéden maht ter uuízo musicus kânder. ist uuíz unde ist musicus. unde ist kânder. So sol man danne sámint chéden driestunt. uuíz uuíz uuíz ist. unde iro ío geli-  
chez triestunt. | *Amplius. Si enim socrates socrates est et homo. erit so-* 205  
*crates socrates homo.* Ube sunderigo sprécheno uuâr ist. socrates ist socrates. unde aber sunderigo uuâr ist. er ist ouh mennisko. so uuírt tanne samint ze chedenne. daz socrates socrates homo sí. *Et si socrates socrates est. et homo. et bipes. erit socrates homo et bipes.* Tísiu uuort firním samo so er châde. ube diu zû dien zuéin ih meino daz er súnderigo. socrates ist. unde homo ist. taz trítta ouh sunderigo chíst taz er bipes sí. sô sólt tu ouk sámint chéden. déro sélbon zuéi unde sunderigo daz trítta. Et rursus si hic idem bipes est et homo. erit socrates socrates. homo



homo. bipes bipes. Ube socrates sunderigo driu ist. sô sint sámint ze chedenne. diu selben driu. socrates socrates. et homo et bipes et homo et bipes. Taz socrates ist sunderigo socrates. unde homo. unde bipes. taz kemachot in sament uuésen hominem bipedem. So getân compositio ne geuállet nieht. *Quoniam ergo si qui simpliciter ponat. complexiones fieri. inconvenientia contingere manifestum est. quemadmodum autem ponendum. nunc dicemus.* Uuánda nû uuóla skînet. mánigiu úngelimphe dannan ûz uuérden. ube ioman úngeskeideno in alla uuís ze sámene légen uuíle diu prologia. sô ist taz ze lèrenne. uuío er tûon sol.

Singillatim secundum accidens praedicata. simul praedicari non posse. |

- 206 *Quaecumque igitur eorum quae praedicantur. et eorum de quibus praedicantur secundum accidens dicuntur.* Suspensio. Sint taz accidentia díu man spríchet. unde ouh tíu fone díen man síu spríchet. *Vel de eodem vel alterum de altero.* Et hic. Sô man uone einemo subiecto zuei accidentia spréche in hunc modum. Homo albus est. albus musicus est. *Haec non erunt unum.* Depositio. Tíu ne uuírchent nieht ein speciem. *Ut homo albus est et musicus.* Álso díu accidentia béidiu fone homine gespróchen uuérden. álde daz éina accidens fone demo andermo. unde aber daz fone homine. *Sed non est idem musicus et albus.* Síu ne uuírchent toh nieht ein speciem. *Accidentia enim sunt utraque eidem.* Uuío mugen? Sint péidiu éinis tinges accidentia. fone accidentibus ne uuírt nehéin substantia. *Nec si album. musicum verum est dicere. tamen non erit album musicum aliquid.* Unde doh uuâr sí. albus est musicus. siu ne uuérden ío nieht éin. *Secundum accidens enim. musicum album.* *Quare non erit album musicum.* Taz ist fone díu. uuánda síu béidiu sint accidentia. Fone díu ne uuírt níomer albus durh sih musicus. nube der homo albus. ter ist musicus. Ouh irret taz tia praedicationem daz accidentia sih liehto uuéchselont. Ube socra<sup>tes</sup> nû ist albus musicus. er mág aber an dero súnnun uuérden niger musicus. Fone díu ist sí lúkke. *Quo circa nec cytharedus bonus simpliciter.* Fone díu ne uuírdet óuh nieht éin species. cytharedus bonus. uuánda siu béidiu sint accidentia. *Sed animal bipes.* *Non enim secundum accidens.* Aber animal unde bipes uuírchent éin speciem hominis. uuánda siu accidentia ne sint. Chît man homo animal est. homo bipes est. taz mág man sámint uuóla chéden. homo est animal bipes.

Similiter quae insunt in prolatione vel narratione simul iuncta non praedicari.

*Amplius.* Fernémen nóh. *Nec quaecumque insunt in alio.* Noh tíu ándermo ána sint. s. díu ne múgen ouh nieht kespróchen uuérden ze sámíne gelégetiu. *Quare nec album frequenter.* Fone díu ne mag óuh album sô diccho kespróchen uuérden in complexione sô iz extra mag. Chít íoman. uuíz mán ist callias. callias ist uuíz. taz mág uuár sín. chít er dánne sámment. uuíz man callias uuíz ist. taz ist únredelih. uuánda iz ána (sic) ist tero prolationi subiectivae partis. taz ánderest prolatum uuírdet an praedicativa parte. Uuíz mán chédendo. uuírt pegríffen. taz er uuíz ist. Pedíu ne gelímfet nieht sámment. taz sunderigo gelamf. *Neque homo. homo animal. vel bipes.* Noh sús ketán | compositio ne tóug. ube sia íoman uuúr-<sup>203</sup> chet. úzer dien extra praedicatis. So uuér mit téro báldi. daz er fone socrate chéden mag. socrates homo est et animal. sár chéden uuíle. homo homo est et animal. taz ist also er cháde homo animal. animal est. Uuío mág homo. béidíu sín. íoh homo íoh animal? An díu daz er homo ist. sô ist er animal. Chít ouh fóne socrate iste homo homo est. et bipes. taz íst áber álso er cháde. iste homo bipes bipes est. *Insunt enim in homine. animal et bipes.* An démo námen homo. uuírdet animal uernómen íoh bipes. Ter óuh chít socrates. socrates est et homo. der máhti bedíu chéden socrates homo. homo est. uuánda an socrate uuírt homo natúrlichho uernómen.

Hucusque an singulatim vere praedicata. iuncta quoque vera sint. nunc e contra quaeritur. quae vere predicantur iuncta. an eadem verum sit et simpliciter dici.

*Verum est autem dicere de aliquo et simpliciter. aut quendam hominem. hominem. aut quendam album hominem. album.* *Non semper autem.* Tisa sententiam súln uuír urágendero lésen. alsús. Íst ouh súnderigo uuár. daz sámment uuár ist? iz mág éteuuanne uuár sín. náls nieht ío. Mág sámó uuár sín hominem currere. samo quendam hominem currere? Alde ist sámó uuár ze spréchenne. album curre|re. sô daz ist quendam album ho-<sup>209</sup> minem currere? *Sed quando in adiecto quidem aliquid oppositorum inest. quae. s. opposita sequitur contradictio. non verum sed falsum est.* Iz ist tánne lúgi. so demo adiecto ételih oppositum ána ist. unde demo opposito uólget contradictio. *Ut s. falsum est mortuum hominem. hominem*

*dicere.* Also daz lúgi ist. ube mán tóten ménnisken. ménnisken héizet. Homo ist praedicatum. mortuus ist adiectum. Homo unde mortuus i. ín-sêler (sic) unde ána sêla. díu sint opposita. Tien uólget súslíh contradictio. homo vivit. mortuus non vivit. *Quando autem non inest verum.* sô demo adiecto sólih oppositum ána ne ist. so ist súnderigo uuár daz samint uuár (sic) uuás. Samint ist uuár. socrates animal bipes est. *Vel etiam quando inest quidem semper falsum. quando vero non inest. non semper verum.* Alde ióh rehtor ze ságenne. sô díu oppositio ána ist tero praedicationi. sô ist ío daz súnderigo lúgi. taz sáment uuár uuás. Tánne aber oppositio tár ána ne ist. sô ist iz échert uuílon uuár. *Ut homerus est aliquid. ut poeta.* Álso díu ist sine oppositione. homerus ist poeta. unde keskéidiniu lugi ist. Ergo etiam est. aut non. Nû uolget témo daz er poeta ist. taz er selbo ist. alde ne ist. Sih án éna praedicationem. sô ist tísiu lúgi. zíu ist taz? *Secundum accidens enim praedicatur esse de homero quia poeta est. sed non secundum se praedicatur de homero quoniam est.*

210 Uuán<sup>1</sup>da sín accidens uuárd kezéigot tò man chad poeta est. unde bedíu ne uuárd nieht taz est substantialiter gespróchen fone ímo. Tanne díu praedicatio uuár ist. tíu dir chît. homerus est. sô ne ist sí nieht teil tero accidentalis. tiu dir chît. homerus poeta est. *Quare in quantiscunque praedicamentis. neque contrarietas aliqua. aut ulla oppositio inest. si diffinitiones pro nominibus praedicantur.* Suspensio vocis. Fone díu uuízzist. taz án dien praedicationibus an dien nehéin contrarietas. unde nehéin oppositio ne ist. ih méino díu sih pírget an dien nominibus. unde aber danne sich óuget. ube man fure díu nomina so homo ist unde mortuus. iro diffinitiones spríchet. i. animatus et sine anima. *Et secundum se praedicantur. et non secundum accidens.* Et hic. Unde síe durh sih kespróchen uuerdent. náls ánahaftígo. ih méino. also est háftet zu poeta. unde áne poeta ne uuírdet iz praedicatum. *In his et simpliciter verum erit dicere.* Depositio. An díen uuírt iz óuh súnderígo uuár. Sô dú chíst fone socrate. hic homo albus est. unde daz uuár ist. so ist sámó uuár. ube dú fone imo chíst. hic albus est. uuánda albus ne chlébêt nieht zú homo. so est tuot zu poeta. *Quod autem non est quoniam opinabile est. non est verum dicere esse aliquid.* Taz áber ne ist. taz ne mag nieht túrh taz uuésen. daz man iz uuánet uuésen. *Opinatio autem eius non est. quoniam est. sed*

*quoniam non est.* Sîn uuân ist uuórtener fone | ne uuésenne. náls fone 211  
uuésenne. Fone díu álso opinabile est. taz an ímo selbemo ne ist. álso  
íst taz uuâr. daz homerus aliquid ist uuánda er poeta ist. unde ist lúgi  
daz er mit páremo ist aliquid sí. Homerum esse. daz ist párez esse. ho-  
merum poetam esse. alde eloquentem esse. das héizet aliquid esse. Sub-  
stantia getúot ín esse. accidentia getúont in aliquid esse.

Incipit de oppositione earum propositionum. quae cum modo aliquo  
proferuntur.

*His vero determinatis. perspicendum est. quemadmodum se habeant nega-  
tiones et affirmationes. ad se invicem. hae scilicet quae sunt esse possibile  
et esse non possibile. et contingere et non contingere. et de impossibili et de  
necessario. Habent enim aliquas dubitationes.* Hára nâh ist ze chîesenne.  
uuío ouh tiu proloquia. éin ánderen inchéden. díu fone posse uuérdent.  
unde contingere. unde necesse. uuánda siu zuúvelig sint.

Iudicium. quae negatio affirmationi opponenda sit.

*Nam si eorum quae complectuntur. illae sibi oppositae sunt contradictiones.  
quaecumque secundum esse vel non esse disponuntur.* Suspensio. Úbe díu  
ze sámene gelégeten uuórt. uuíderchedâ machont. an dien geiht uuírt  
unde lóugen. *Ut eius quae est esse hominem. negatio est non esse homi-  
nem. | non autem ea quae est esse non hominem.* Et hîc. Also lóugen 212  
uuírt tes esse hominem. mit non esse hominem. nals mit esse non homi-  
nem. *Et eius quae est esse album hominem. negatio est. ea quae est non  
esse album hominem eed non ea quae est esse non album hominem.* Et hîc.  
Vnde also gelóugenet uuírt tes esse album hominem. mit non esse album  
hominem. náls mit esse non album hominem. *Si enim in omnibus aut  
dictio aut negatio vera.* Et hîc. Taz chîesen dâr bî. Vbe in állen contra-  
dictionibus taz éina uuâr ist. taz ánder lúgi. unde ouh tero zuéio. est  
albus homo. est non albus homo. daz éina uuâr ist. taz ánder lúgi. *Lig-  
num erit verum dicere. esse non album hominem.* Depositio. Sô ist tanne  
uuâr ze sprechenne. daz holz uuésen non album hominem. Cum lignum  
falsum sit dicere album hominem esse. erit de eo verum dicere. esse non  
album hominem. Úbe iz uuésen ne mag albus homo. sô sol iz aber uué-  
sen non albus homo. Úbe iz ne uuéder dero zuéio ne ist. só ne sint síu  
nieht opposita.



Idem esse. ambulat et ambulans est.

*Quodsi hoc modo et in quantiscumque esse non additur. idem faciet quod pro esse dicitur.* Ube aber daz esse sús kespróchen ne uuírdet. an sumelichen propositionibus. so hábent ten sélben sín. taz tar uúre stât. *Ut eius quae est ambulat homo. negatio est. non ea quae est ambulat non* 213 *homo. sed non ambulat homo.* Also dû chiesen máht. an de|ro ságun. ambulat homo. díu mit non ambulat homo gelóugenet uuírdet. náls mit ambulat non homo. *Nihil enim differt dicere. vel hominem ambulare. vel hominem ambulans esse.* An íro gât tir einis ze chédenne. homo ambulat. alde homo ambulans est.

An regula secundum esse et non esse praedicandi. ad possibile transeat. *Quare si hoc modo in omnibus. et eius quae est possibile esse. negatio est possibile non esse. non ea quae est. non possibile esse. videtur idem possibile et esse. et non esse.* Fóne díu ube iz so uáren sol an anderen ságon. ih meino ube possibile esse geloúgenet uuírt. mit possibile non esse. náls mit non possibile esse. sô uuérden siu béidiu uuâr an éinemo dinge. *Omne enim. quod est possibile dividi vel ambulare. et non ambulare et non dividi possibile est.* Uuánda an állen dien dividi unde ambulare uuérden mag. an dien mag iz ouh ze léibe uuérden. Ein láchen mag keteilet uuérden. unde ne uuérden. Ter mennisko mág kân. unde ne gân.

Secundum modum potius possibile praedicari.

*Ratio autem est. quoniam omne quod possibile est. non semper actum est.* Aber der únderskeit ist tár ána. taz tiu so getánen possibilia. níeht in actu ne sint. Uuârin síu in actu. so der hímel ist uuánda er suéibôt. so ne uuáre is uuéhsel. *Quare inerit etiam negatio.* Fone díu ist in ána nega- 214 tio | samo so affirmatio. *Potest igitur et non ambulare quod est ambulare. et non videri quod est visibile.* Also án demo skínet. taz tir gân mag unde gesíhtig ist. énez mág. kân unde ne gân. diz mag man séhen. unde ne séhen. At vero impossibile est de eodem oppositas veras esse dictiones. Non igitur est ista negatio. Nú ne mag tes níeht sín an dien oppositis. taz tie predicationes béide uuâr ságeen. fóne éinemo dinge. Pedíu ne ist níeht posse non esse. lóugen des posse esse. *Contingit autem ex his aut idem ipsum dicere et negare simul de eodem. aut non secundum esse vel non esse. quae opponuntur fieri affirmationes vel negationes.* Hín- nan geskíhet ein uuéder so daz péide predicationes fóne éinemo dinge



uuâr ságent. daz nio ne geskáh. alde sie ne inchedent nicht ein ánderen nah esse et non esse. *Si ergo illud impossibilius est.* Ube aber daz ne mag sín. daz sie béide uuâr ságeen. *Hoc erit magis eligendum.* Sô ist pezzera sie ze spréchenne secundum modum. tanne nah esse et non esse. *Est igitur negatio eius quae est possibile est esse. ea quae est non possibile est esse.* Tero affirmationis tíu dir chît. non possibile est esse. *Eadem quoque ratio est. et in eo quod est contingens esse. Etenim eius negatio non contingens esse.* Also begágenet tero affirmationi ouh contingens esse. diu negatio non contingens esse. An dísen ist ío daz éina uuâr. daz ander lúgi. *Et in aliis quidem simili modo. ut in necessario et impossibili.* Also <sup>215</sup> ist ouh an dien anderen negatio ze sezzenne. ih meino an demo necessario. unde an demo impossibili. Temo necessario begagenet. non necessarium. temo impossibili non possibile. *Fíunt enim quemadmodum in illis esse et non esse oppositiones. subiectae vero res. hoc quidem album. illud vero homo. eodem quoque modo hoc loco. esse quidem subiectum sit. possibile vero et contingere oppositiones. determinantes quem ad modum in illis esse et non esse veritatem.* Also an ánderen proloquíis. uuílon homo uuílon albus. subiecta uuâren. unde esse et non esse predicationes uuâren. so mûoz aber an dísen esse uuésen subiectum. unde possibile et contingere predicationes. hîer dia uuârheit skéidende. álso derit (sic) tâten esse et non esse. *Similiter autem haec etiam. in eo quod est esse possibile. et esse non possibile.* Tise oppositiones. ih méino nâh modo geuuórhte. skéident samo uuóla dia uuârheit unde lúgi mit possibile et non possibile. álso dérit (sic) tùont an dien simplicibus taz esse unde daz non esse. Ube uuír chéden pluuiam esse possibile est. so ist pluuiam esse subiectum. possibile est taz ist predicatum. Chéden uuír âna daz possibile simpliciter. pluuiam esse. ih méino sô daz ist. video pluuiam esse super terram. tanne ist pluuiam subiectum. unde ist esse predicatum.

Ordinatio oppositionum secundum modum.

*Eius vero quae est possibile est non esse. | negatio est non possibile est non* <sup>216</sup> *esse. Quare et sequi sese invicem videbuntur.* i. possibile est esse et non esse. Tero affirmationis possibile est non esse. uuírt kelóugenet mit tero negatione non possibile est non esse. Fône díu ist óffen daz tíu selba affirmatio possibile est non esse. unde ouh tíu possibile est esse. sáment ein ánderèn sint. náls gágen ein ánderen. *Non enim contradictiones sibi*

*invicem huiusmodi sunt. possibile est esse et possibile est non esse.* So ge-  
tâne predicationes. ih méino zuô affirmationes sô diésélben sint. tie ne  
uuérdent nicht éin ánderen oppositae. *Sed possibile esse et non possibile  
esse. numquam simul sunt. opponuntur enim.* Aber diése ih méino affir-  
matio unde negatio. ne múgen sáment sín. pedíu sint sie oppositae. At  
vero possibile non esse et non possibile non esse. numquam simul sunt.  
Uuánda óuh tíse ríngent. pedíu ne múgen ouh sie sáment sín. *Similiter  
autem et eius quae est necessarium esse.* So sámó ne uuírt nehéin lóugen  
dero affirmationis necessarium esse. mit tero *affirmatione* necessarium  
non esse nube mit tero negatione non necessarium esse. *Eius vero quae  
est necessarium non esse. ea quae est. non necessarium non esse.* Unde  
dero affirmationis necessarium non esse. uuírt kelóugenet mit tero nega-  
tione non necessarium non esse. *Et eius quae est impossibile esse. non ea*  
217 *quae est impossibile non esse. sed non impossibile esse.* Nóh óuh | tero af-  
firmationis impossibile esse. mit tero affirmatione impossibile non esse.  
núbe mit téro negatione non impossibile esse. *Eius vero quae est impos-  
sibile non esse. ea quae est non impossibile non esse.* Aber dero affirmatio-  
nis impossibile non esse. uuírt kelóugenet mit tero negatione non impos-  
sibile non esse.

In declarativa parte modum esse.

*Et universaliter vero quemadmodum dictum est esse quidem et non esse  
oportet ponere. quemadmodum subiecta. negationem vero et affirmatio-  
nem apponere ad unum hanc facientem. i. ad modum tantummodo.* Ke-  
méinlíchó uerním uóne állen daz óuh fóre geságet ist. daz tu esse unde  
non esse háben sólt fúre subiecta. unde affirmationem ih méino est. ioh  
negationem ih méino non est. sólt tu légen zû demo modo. ter án possi-  
bile ist alde an contingens affirmationem unde negationem máchontemo.  
*Et oportet putare has esse oppositas dictiones* Unde uone diú súln sie sú-  
stân. sus inchédent sie éin ánderen. Uuío? *Possibile non possibile. con-  
tingens non contingens. necessarium non necessarium. verum non verum.*  
Uuile du verum est lóugenen. mit verum non est. taz ne máht tu bedíu  
níeht. uuánda sín negatio ist. non verum non est.

Hucusque de oppositionibus modorum. nunc de consequentiis eorum.  
218 *Et consequentiae vero secundum ordinem fiunt ita ponentibus.* Tie ouh  
gehélle sint unde in ne éin iéhent. tie zéigot tíser ordo. *Illi enim quae*

*est possibile esse illa quae contingit esse.* Tero ságun possibile est. verbi gratia. aliquando esse pluviam. ihet tiu contingit aliquando esse pluviam. *Et hoc illi convertit.* Unde daz kiltit sî iro. uuánda si iíhet iéhentero. Also possibili uolget contingere. sò uolget possibile demo contingere. *Et non impossibile esse. non necessarium esse.* Unde énen zuéin fólgent tísiu zuéi. Uuánda daz tir sîn mág taz kebúrit. unde ne ist níeht únmahtlih. nôt ne ist is aber nicht. Tísiu uíeriu túont éina consequentiam. *Illi vero quae est possibile non esse. et contingere non esse ea quae est. non impossibile non esse. et non necessarium non esse.* Hier íehent aber zuéin ándere zuô. Temo máhtlih ist taz iz ze léibe uuérde. unde demo dáz gebúrit daz iz ze léibe uuérde. temo ne ist níeht únmahtlih taz iz ze léibe uuérde. unde démo ist únnôt taz iz ze léibe uuérde. Taz ist ánderiu consequentia. *Illi vero quae est non possibile esse. et non contingens esse. illa quae est necessarium non esse et impossibile esse.* Hier íehent aber zuéin ságon ándere zuô. | Taz ze leibe uuerden ne mág. noh taz ne gebúrit taz iz ze <sup>219</sup> léibe uuérde. taz ist nôte. unde ist únmahtlih taz iz ne sî. Taz íst tiu uierda consequentia. *Consideretur autem ex subscriptione quemadmodum dicimus.* An dirro náhschrifte séhe man iz.

Consequentes.

|                                  |                              |
|----------------------------------|------------------------------|
| <i>Possibile est esse.</i>       | <i>Contingit esse.</i>       |
| <i>Non impossibile est esse.</i> | <i>Non necesse est esse.</i> |

Consequentes.

|                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| <i>Possibile est non esse.</i>       | <i>Contingit non esse.</i>       |
| <i>Non impossibile est non esse.</i> | <i>Non necesse est non esse.</i> |

Consequentes.

|                                  |                              |
|----------------------------------|------------------------------|
| <i>Non possibile est esse.</i>   | <i>Non contingit esse.</i>   |
| <i>Necessarium est non esse.</i> | <i>Impossibile est esse.</i> |

Consequentes.

|                                    |                                  |
|------------------------------------|----------------------------------|
| <i>Non possibile est non esse.</i> | <i>Non contingit non esse.</i>   |
| <i>Necesse est esse.</i>           | <i>Impossibile est non esse.</i> |

Primam et tertiam consequentiam contradictorie predicari perverso modo.  
preter necessaria.

*Ergo impossibile et non impossibile sequuntur quidem contradictorie. illud*  
220 *quod est contingens et possibile. et non con|tingens et non possibile sed con-*  
*versim.* An dero dríttun consequentia stânt mit impossibili. non possibile  
unde non contingit. án dero èrestun stânt mit non impossibili possibile  
unde contingit. Nû órdenoen die alsus.

Affirmatio. Impossibile esse. Contradictio. Nonimpossibile esse. Negatio.

Negatio. Non possibile esse. Contradictio. Possibile esse. Affirmatio.

Negatio. Non contingit esse. Contradictio. Contingit esse. Affirmatio.

221 Híer séhen uuír die zuô. dien impossibile | unde non impossibile conse-  
quentes sint contradictorie stân. unde conversim. Conversim dáz chít  
misseuuéndigo. uuánda affirmationi uólgent negationes. únde negationi  
affirmationes. Táz zéigôt er mit tísen uuórten. *Illud enim quod est pos-*  
*sibile esse. negatio impossibilis s. sequitur.* Possibile dáz affirmatio íst há-  
bit óbe ímo sín consequens. íh méino non impossibile. dáz tir ist negatio  
des impossibilis. Negationem vero affirmatio s. sequitur. *Illud enim quod*  
*est non possibile esse. sequitur illud quod est impossibile esse.* Táz ánder  
hálb stât gágen possibili. íh méino sín negatio non possibile táz hábit af-  
firmationem óbe ímo. íh méino impossibile esse. *Affirmatio enim est in-*  
*possibile. non impossibile vero negatio.* Uués affirmatio íst sí? Táz íst sí  
non impossibilis. Tía sélbun missechêri hábent óuh tíu contingentia. Pe-  
díu uuérden fóne sex predicationibus tres contradictiones. Tára náh folle  
sézzên die èristun consequentiam mít non necesse esse. ún (sic) dia drít-  
tun mít necesse non esse. uude séhen úbe díu túen quartam contradictio-  
nem. Taz ferságet er hára náh.

De necessario alium modum fieri.

*Necessarium vero quemadmodum sit considerandum est.* Chísen óuh táz  
222 *necessarium. Manifestum est quoniam non | eodem modo. sed contrarie*  
*sequuntur.* Necessaria ne héllent níeht tíen ánderên contradictorie. núbe  
contrarie. Sie ne sínt níeht sélbin contraria ér méinet táz íro zuéio taz  
éina íst contrarium. tes ánderis contradictorio. Táz contradictorium séz-  
zên in míttemen alsús. Non necesse esse. Necesse esse. Necesse non  
esse. Án dero èristun consequentia stât non necesse esse tes contradictio  
íst necesse esse. án dero uíerdún démo íst contrarium. necesse non esse.



án dero drittun consequentia. Fóne diu íst tíu mítta. contradictoria déro éinum. contraria dero ánderún. Die úzeròstun ne sínt ne uuéder nóh contradictorie noh contrarie. *Contradictorie vero extra sunt.* Íro bèdero contradictiones sínt úzeren hálb tírro zuéio consequentiarum. ih méino dero éristun consequentiae unde dero drittun. *Non enim est negatio eius quod est necesse non esse. non necesse esse.* Tise zuò ne lóugenent éin ándere nícht. *Contingit enim veras esse in eodem utrasque.* Táz skínet tár ana. uuánda sie béide uuérdenet fúnden in éinemo dinge. *Quod enim est necessarium non esse. non est necessarium esse.* Tés nóť ist non esse. tes ne íst nehéin nóť esse. Nóť íst non esse ignem frigidum unde nehéin nóť esse frigidum. An démo igne sínt tíe predicationes péide uuár. Nù sézzèn óuh tia ánderún. unde | dia úíerdun consequentiam. tíe aristotiles <sup>223</sup> úber húob hoc modo.

|             |                             |               |                               |             |
|-------------|-----------------------------|---------------|-------------------------------|-------------|
| Affirmatio. | Impossibile est non esse.   | Contradictio. | Non impossibile est non esse. | Negatio.    |
| Negatio.    | Non possibile est non esse. | Contradictio. | Possibile est non esse.       | Affirmatio. |
| Negatio.    | Non contingit non esse.     | Contradictio. | Contingit non esse.           | Affirmatio. |

Hier sínt áber drí contradictiones. Sézzèn uuír nóh zú diu necessaria. úzer díen ne uuírdet tánne nícht contradictio. núbe mēr contrarietas in hunc modum.

Negatio. Non necesse est non esse. Necesse est esse. Affirmatio. Téro érerun predicationis contradictoria tíu hier uersuíget ist. ih méino necesse est non esse. díu ist contraria déro ánderún. áľso iz fóre fúor.

Huius dissimilitudinis ratio.

*Causa autem est cur non sequantur similiter ceteris. quoniam contrarium idem conversum impossibile necessario redditur idem valens.* Uuáz méinet taz necessaria nícht contradictorie ne gehéllent tíen possibilibus? Táz méinet uuánda impossibile geuuéhselótiz unde in uuíderuuartíga uuís ke-<sup>224</sup> sprócheniz ében uílo gemág temo necessario. *Nam si impossibile est esse. necesse est hoc non esse. Si vero impossibile non esse. hoc necessarium est esse.* Táz ist ter uuéhsel. úbe mít impossibili stát esse. sò stát mít necessario non esse. áľso iz ferít án dero drittún (sic) consequentia. Ube áber mít impossibili stát non esse sò stát mít necessario esse. áľso iz ferít án dero uíerdún consequentia. Ána dén uuéhsel ne hábint síu nehéina consequentiam. Tér sélbo uuéhsel uerzíret tia uíerdun contradictionem. An díen aber contradictio uuírdet. tíu ne habent nícht tisen uuéhsel. *Quare si*



*illa similiter. impossibile et non haec e contrario.* Fone díu geskíhet ío dáz uuideruuártigo úbe gelícho uernómen uuérden. éníz íh méino impossibile íéhendo. únde dísiu ídem necessaria lóugenendo. *Nam ídem significat necessarium et impossibile quemadmodum dictum est contrarie.* Síu bezéichenent éin uuideruuártigo gesprócheniu. Nu sézzèn in ében alle díe consequentias mít fier predicationibus alsus.

Impossibile esse.                      contradictorie. Non impossibile esse.

Non possibile esse.                  contradictorie. Possibile esse.

Non contingit esse.                contradictorie. Contingit esse.

225 Necesse est non esse.            contrarie. Non necesse esse. |

Impossibile est non esse.        contradictorie. Non impossibile est non esse.

Non possibile est non esse.      contradictorie. Possibile est non esse.

Non contingit non esse.        contradictorie. Contingit non esse.

Necesse est esse.                  contrarie. Non necesse est non esse.

Hier séhèn uuír dia causam. díu díe consequentiam machòt. unde áber írret tía contradictionem.

Proponit ipsi sibi quasi forte erraverit. ita collocando consequentias.

Aut certe impossibile est sic poni necessarií contradictiones. Alde uuáno íh sús ne múgen stân contradictiones necessarií. náh témo possibili. só sie nú gesézzet sínt. uuánda nah possibili stát non necessarium an dero éristun consequentia. Uuéhselòen. únde sézzèn fure necessarium. daz an dero uierdûn stát. unde dara náh possibile. dáz án dero éristun stát. *Nam quod necessarium est esse. possibile est esse.* Táz mág uuóla fóne díu gelímflíh sín. uuánda daz necessarium íst. taz íst óuh tár míte possibile. Nam sí non negatio sequitur. Álde úbe ímo possibile ne uólget. só uólget ímo sín negatio. íh méino non possibile. *Necesse est enim aut dicere aut negare.* Ímo sól benòte éin uuéder uólgen. possibile álde non possibile. *Quare si non possibile est esse. quod est inconueniens.* Fóne

225 díu. ube necessario possibile | ne fólget. únde ímo áber non possibile fólget. só fólget ímo sámint non possibili daz impossibile. daz uuésen ne mág. *At vero illud quod est possibile esse. non impossibile esse sequitur.* *Hoc vero illud quod est non necessarium esse.* Nú fólgee necessario daz uuír sáztòn in quarta consequentia. possibile daz uuír sáztòn in prima. temo uólget non impossibile esse. unde démo non necessarium esse. Álso uuír dár séhen múgen an díen consequentiis. *Quare contingit. id quod*

*est necessarium esse. non necessarium esse.* Sô ist tanne geskêhen contra naturam. taz necessarium ist non necessarium. Târ skînet taz possibile ne uólget necessario.

Qualiter translatum non necesse non esse pro contrarietate supra dicta.  
contradictionem faciat.

*At vero neque necessarium esse sequitur possibile esse. neque necessarium non esse.* Nû ne mág ouh táz sín. dáz possibili uolgêe necessarium esse. álde necessarium non esse. *Illi enim contingit utraque accidere. Horum autem utrumlibet verum fuerit. non erunt illa vera.* Táz ist fone diu. uuánda possibili geskîhet peidiu. íoh posse esse. íoh posse non esse. únde sô énero deuuéderez uuâr uuírdet. íh méino necesse esse. álde necesse non esse. sô uuérdent síu béidiu uertiligôt. Fóne necesse | esse ze-<sup>227</sup> gât posse non esse unde fone necesse non esse zegât posse esse. Pedíu ne héllènt (sic) síu in éin. *Simul enim. s. contingunt possibile esse et non esse. Sin vero necesse esse vel non esse. non erit possibile utrumque.* Sámint sint uuâr posse esse unde posse non esse. unde uuánda síu sámint sint. pedíu zegant síu óuh sámint. sô necesse esse chúmit álde necesse non esse. *Relinquitur ergo non necessarium non esse. ei quod possibile est esse.* Nû mág áber uolgen possibili taz tir chit non necesse non esse. Táz ist fone díu uuánda daz tir sín mág táz ne hábit tia nôt táz iz ne sí. *Hoc enim rerum est et de necesse non esse.* Nû ist óuh táz fone necesse non esse uuâr. Uuáz ist táz? *Haec enim fit contradictio eius.* Taz éniu predica-  
tio non necesse non esse. iro contradictio íst. *Quae sequitur non possibile esse.* Díu sélba íh méino necesse non esse. stât mít non possibile an dero fólgendun descriptione. *Illud enim i. non possibile esse sequitur hoc quod est impossibile esse et necesse non esse. cuius negatio non necesse esse non esse.* So íihet (sic) áber díu non possibile esse. demo impossibili óbenân. unde démo. sélbin necesse non esse nídenân. dáz énero lóugin íst. íh méino non necesse non esse. *Sequuntur igitur et hae contradictiones secundum predictum modum.* An sús ketânero ordinatione. máchont| tíu necessaria sámó uuóla contradictionem sámó díu possibilia. Et nihil<sup>225</sup> impossibile contingit sic positis. Unde neist nicht úngelichis tien ánderèn contradictionibus. sô man die consequentias sús sézzèt. Táz lèret únsih (sic) tisiu descriptio.

|             |                       |               |                           |             |
|-------------|-----------------------|---------------|---------------------------|-------------|
| Affirmatio. | Impossibile esse.     | Contradictio. | Non impossibile esse.     | Negatio.    |
| Negatio.    | Non possibile esse.   | Contradictio. | Possibile est esse.       | Affirmatio. |
| Affirmatio. | Necesse est non esse. | Contradictio. | Non necesse est non esse. | Negatio.    |

Hinnān skinet táz possibili péidiu gehéllent ióh non necesse esse. ióh non necesse non esse.

Item questio an possibile necessario consentiat.

*Dubitabit autem aliquis. si illud quod necessarium est possibile esse sequitur.* Zuiuel mág óuh sîn ube possibile gehélle necessario. *Nam si non sequitur. contradictio sequitur non possibile esse.* Ube possibile ímo ne gehíllent. sô gehíllent ímo aber sîn lougen. non possibile esse. *Et si quis non hanc dicat esse contradictionem. necesse est dicere possibile non esse.* Únde ne gíbet er ímo dén lóugen sô gíbet er áber disen. i. possibile non<sup>229</sup> esse. *Sed utraque falsae sunt.* Tíu sînt kelógen béidiu. | Tér possibili uerságet ten lóugen non possibile. ter líuget ter ímo óuh tén ságet possibile non esse. ter líuget áber. Uuile óuh ioman stríten daz non possibile necessario uolgée. Uuáz keskíhêt (sic) tánne? Dáz non posse. sámínt necessario sî. Tés ne mág níeht sîn. Ube er ímo óuh fúoget possibile non esse. dáz íst sámó úngelímfe. Tés kíbet er nû exemplum. *At vero rursus idem videtur esse possibile incidi et non incidi. et esse et non esse.* Nû mág éin dîng péidiu uuérden. uerscróten ióh únuerscróten. unde uuésen ióh ne uuésen. *Quare erit necesse esse contingere non esse.* Ze dero uuís keskíhêt (sic) taz tes níeht ne sî. dáz tóh nôte íst. *Hoc autem falsum est.* Táz íst kelógen. dáz iz penote súle uerscróten uuérden unde dóh múge unde ne múge uerscróten uuérden.

Quae creaturae habeant posse et non posse et quae non habeant.

*Manifestum est autem quoniam non omne possibile vel esse vel ambulare. et opposita valet.* Uuir uuízen (sic) dáz álliū possibilia. sô dáz íst possibile esse alde possibile ambulare. níeht ne uuérden non possibilia. *Sed est in quibus non est verum.* Ételíchiu sînt an dîen non possibile lúgi íst. *Et primum quidem in his quae non secundum rationem possunt.* Állero méíst<sup>230</sup> án dîen. díu posse habent ána uuízze. *Ut ignis calefactibilis.* | Álso fiur prénnen mag. *Et habet vim irrationabilem.* Unde día máht hábit iz uuízzelôsiz. Íz hábit posse calefaciendi ána non posse. *Ergo secundum rationem potestates ipsae eadem plurimorum contrariorum i. oppositorum sunt.* Târ uuízenthéit íst. târ sînt péide máhte. faciendi ióh non

faciendi. Homo medicus μάγ curare. er μάγ óuh non curare. *Inrationalibiles vero non omnes sed quemadmodum dictum est. ignem non esse possibile calefacere et non.* Díu rationis tárbènt. tíu ne hábent nieht álliú máhte túennis unde ne tuennis. álso fiur nieht péide máhte ne hábit prénnennis unde ne brennnennis. *Nec quaecumque alia semper agunt.* Noh téro nehéinemo ne íst sámint ána posse unde non posse. díá ío dáz éina tùont. álso fiur ío prennit. *Aliqua vero possunt et secundum irracionales potestates simul quaedam opposita.* Nù sint (sic) tòh ételichiu irrationalia tíu béidiu gemügen. íoh uuérden íoh ne uuérden. tólèn unde ne dólèn. álso uuín μάγ uuérden únde ne uuérden. unde éin hùt uersniten uuérden unde ne uuérden. *Sed hoc quidem idcirco dictum est. quoniam non omnis potestas oppositorum est.* Fóne díu spráh ih táz fóne díen. díu in actu sint. fone díu liez ih | tíu uóre. uuánda<sup>231</sup> álle máhte. oppositorum nieht máhtige ne sint. Taz fiur μάγ taz éina déro oppositorum. ána daz ánder. *Nec quaecumque s.abilia secundum eandem speciem dicuntur.* Únde dù uuízist. taz álliú abilia nieht éinis speciei ne sint. Síu ne sint nieht éin déro rationalium só der medicus íst. núbe óuh irrationalium. sò daz fiur íst unde dáz man uersképfen μάγ.

Non uno modo dici possibile.

*Quaedam vero possibilitates equivocae sunt.* Súmeliche máhte. sint úngelicho gehéizene. *Possibile enim non simpliciter dicitur.* Taz íst fóne díu. uuánda maht ze éinero uuis kesprochen ne uuérdet (sic). *Sed hoc quidem quoniam verum est. ut in actu.* Núbe dännân uuirt súmelichiu gespróchen. daz sì uuâr íst fóne tâte. *Ut possibile est ambulare quoniam actu est quoniam dicitur possibile.* Álso an démo skinet. táz fóne díu gât uuánda iz kân μάγ. unde an déro tâte tíu máht skinet. *Illud vero quod forsitan agit ut possibile est ambulare. quoniam ambulabit.* Ánderiu maht íst tés táz nóh tùon sól álso dés íst. táz kân μάγ. sò iz uuile.

Solutio prioris quaestionis id est cui possibili necessarium conveniat. | 232  
*Et haec quidem immobilibus solis est potestas. illa vero et in immobilibus.* Tíu máht faciendi et non faciendi. díu íst an díen lébenden. áber díu échert faciendi díu íst an díen únlébendèn. *In utrisque vero verum erit dicere. non impossibile esse ambulare vel esse.* An ío uuédermo chît man uuârháfto. dáz iz múge gân unde uuésen. *Et quod ambulat iam et agit. et ambulabile.* Íh méino íoh táz nú ío ána (sic) gât. íoh táz kân μάγ. *Sic igitur possibile non est verum de necessario simpliciter dicere. alterum autem*



*rerum est.* Sô getân possibile. i. faciendi et non faciendi. táz ne gehillet nieht necessario. Táz échert faciendi possibile íst. táz kehillet necessario. *Quare quoniam partem universale sequitur.* Fône diu. uuanda parti totum uolget. verbi gratia dár homo íst. tár íst animal. *Id quod ex necessitate est sequitur posse esse sed non omnino.* Tannân uolget necessario dáz posse. Dár necesse íst tár íst posse. Iz ne gât aber nieht úmbe. so uuâr posse íst. taz tár mitte sí necesse.

Item de ordine consequentiarum.

*Et est quidem fortasse principium quod necessarium est. et quod non necessarium est. omnium vel esse vel non esse.* Únde uuóla mág keskéhen dáz necesse únde non necesse hóubet súlen uuésen állero déro ánderro  
 233 consequentiarum ih méino | possibilium esse vel non esse. *Et alia quidem quae ad modum horum consequentia considerare oportet.* Únde necessariis fóre stânden. diu ánderiu sulen uuésen ungeuolgíg.

Potestatem ordine temporis necessitatem naturae dignitate precedere. *Manifestum autem. ex his quae dicta sunt. quoniam quod ex necessitate est secundum actum est.* Hínnân skínet. táz ío nôt in tâte íst. Táz ío benôte íst. Álso fiur benôte héiz íst. táz tûot óuh ío. iz prénnet ío. *Quare si priora sunt sempiterna s. non sempiternis. et quae actu sunt. potestate priora sunt.* Fone diu. úbe sempiterna. ih méino diu hímiliskin diu éuúga tát hábent ána uuéhsel. fórderòren sint non sempiternis. sô sôl óuh tíu tát téro non sempiternorum. fórderòra sín iro potestate. *Et haec quidem sine potestate actu sunt. ut primae substantiae.* Táz chído ih fone diu. uuanda súmelichiu ding sint án dero tâte. ána día máht tés non faciendi. sô divinae substantiae sint. Síe hábent in actu bonum. Hábetín síe potentiam non agendi bonum. dáz uuâre impotentia. *Alia vero sunt actu cum possibilitate. quae natura priora sunt tempore vero posteriora.* Sô sint ánderiu ding. tíu día tát hábent sámint tero máhte. tero tát íst  
 234 natúrlichó fórderòra. iro máht íst áber álteròra. Tíu máht | fabricandi domum gât fóre tára nah fólget tíu tát. Toh éníz érera sí. díz íst tíu érera. uuánda diu máht efficiendi. ne ferfáhet nieht ána día effectum. *Alia vero numquam sunt actu. sed potestate solum.* Súmelichiu ne hábent tia tát. núbe échert tia máht. Numerus ne íst nieht in tâte infinitus. ér mág áber uuérden infinitus. Decem alde centum ne sint infiniti. síe múgin áber uuáhsen in infinitum.



Explicit de propositionibus secundum modum dictis. Aliud thema inchoat. id est questio. utrum propositae rei negatio vel magis affirmatio contraria sit.

*Utrum autem contraria est affirmatio negationi. et oratio orationi. quae dicit quoniam omnis homo iustus est. ei quae dicit nullus homo iustus est. an ea quae est omnis homo iustus est. ei quae est omnis homo iniustus est. Callias iustus est. callias iustus non est. callias iniustus est. quae horum contraria est?* Uuáz íst téro affirmationi uuíderuuártig. tíu dir chít mán-nolih íst reht. uuédir díu affirmatio mánnolih íst únreht. alde díu negatio. nîoman ne íst réht? Íst téro affirmationi callias íst réht mán. díu affirmatio uuíderuuártig callias íst únreht man. álde díu negatio. callias ne íst nîeht réht man? *Nam si ea quae sunt in voce. sequuntur | ea quae sunt* 235 *in anima.* Sínt tíu uuíderuuártig in rédo. díu uuíderuuártig sínt in mûote. *Illic autem contraria est opinio contrarii. ut omnis homo iustus. ei quae est omnis homo iniustus.* Únde ube dâr uuíderuuártig íst. tér uuân daz mánnolih réht sí. démo uuâne. daz mánnolih únreht sí. *Etiā in his affirmationibus quae sunt in voce. necesse est similiter se habere.* So uérit iz ouh dúrh nôt. an déro rédo. *Quod si neque illic contrarii opinatio. contraria est.* Úbe áber in démo mûote. dér uuân déro éinun affirmationis uuíderuuárto ne íst sínes uuíderuuárten. íh méino dés uuânes téro ánderûn affirmationis. *Vec affirmatio affirmationi erit contraria. sed ea quae dicta est negatio.* Sô ne uuírdet tána mēr an déro rédo. dáz éin affirmatio uuíderuuártig sí tero ánderûn. nûbe díu negatio. Id est nullus homo iustus est. uuíderuuállôt tero affirmationi omnis homo iustus est.

Non universalem prius opinionem aggreditur. ut perveniat ad universalem.

*Quare considerandum est.* Fone díu íst ze séhenne. *Cui falsae opinioni. vera opinatio contraria est.* Uuédermo lúkkemo uuâne. uuârer uuân uuíderuuártig sí. Uuârer uuân íst. táz ter gûoto gûot sí. Tára | gágene 236 sínt tíe zuêne lúkke. táz ter gûoto gûot ne sí. alde er úbel sí. Uuédermo íst er uuíderuuártig? *Utrum negationi.* Uuéder demo sléhten lóugene dáz er gûot ne sí. *An certe ei quae contrarium opinatur.* Álde démo uuíderuuártigin dáz er úbel sí. *Dico autem hoc modo. Est quaedam opinatio vera boni quoniam bonum est. alia vero quoniam non bonum*

*falsa. alia vero quoniam malum. Quae horum contraria est verae?* Uuéder díu uerságenta propositio. dáz tir íst. álde díu ságenta. dáz tir ne íst. uuíderuuállót téro ságentún dáz tir íst? *Et si est una. secundum quam contraria?* Unde úbe zueio uerságentero propositionum éin significatio íst. uuéderiu déro íst contraria? Uuéderiu íst téro propositioni dies-est. uuíderuuartig. tíu dir chít nox est. alde non est dies? Sie bezéichenent éin.

De falsa opinione quae oritur a contrariis.

*Nam arbitrari contrarias opiniones diffiniri in eo quod contrariorum sunt falsum est.* Tér dir uuánit uuésen contrarias opiniones. tíe fóne contrariis sint. tér íst petrógen. *Boni enim quoniam bonum est. et mali quoniam malum est.* Álso die uuána fóne contrariis sint. taz man gûot uuánit uuésen daz kùota únde úbel uuésen daz ubela. *Eadem fortasse opinio. et vera sive plura sint. sive una.* Mág keskéhen dáz íst échert éin  
 237 uuân | únde uuârer uuân. sô er éin uuân sí. alde ne sí. Iz mag éin uuân  
 sín. uuánda éin uuârheit in béiden íst. So uuéder iz sí. uuâr ne íst ío  
 níeht uuíderuuartig uuâre.

Falsae opinionis destructio.

*Sunt autem ista contraria s. quae in opinione sunt.* Nû sint ofto uuíderuuartig tíu in mánnis uuân chomint. *Sed non in eo quod contrariorum sunt.* Ní doh níeht umbe daz. taz sie uone uuíderuuartigen chómen sint. *Sed magis quod contrarie.* Nube dánnan. daz sie uone éinemo dinge in uuíderuuartiga uuís dénchent. sô daz íst. úbe man gûot pediu abtont uuésen guot íoh úbel.

Opinioni de bono quoniam bonum sit. oppositam et contrariam esse quae est de bono. quoniam non bonum sit.

*Si ergo est boni quod bonum est.* Vbe éin uuân íst fóne gûotemo daz iz kùot sí. *Opinatio est autem quoniam non bonum est.* Unde ánder uuân íst. taz iz ne sí. daz iz toh íst. ih méino daz iz kùot ne sí. nóh honestum. noh utile noh expetendum. *Est autem quoniam aliud aliquid quod non est. neque potest esse.* Unde der drítto uuân íst. daz iz sí. daz iz ne íst. noh uuésen ne mag. ih méino daz iz úbel sí. alde iz quantitas sí. alde iz aliquid sí. alde ánderiu díu infinita sint. *Aliorum nulla ponenda est s. contraria nec quaecumque esse quod non est opinantur. neque quaecum-*

que non esse quod est s. praeter oppositam. Sò ne íst temo uuâne daz taz kùota gùot sí. tero mánigon nehéin uuideruuartig. tie iz áhtont uuésen daz iz ne sí. alde ne uuésen daz iz ist. áne sín oppositum. *Infinitae enim | utraque sunt. et quaecumque esse opinantur quod non est. et non*<sup>235</sup>*esse quod est.* Tero uuâno ist únende die iz áhtont uuesen daz iz ne ist. alde ne uuésen daz iz ist. *Sed s. opposita in quibus est fallatia.* s. prima. Opposita sint ío contraria. Fóne dien chóment tie lúgi. álso daz ist. taz man gùot uuânít ne uuésen kùot. Témo uuâne uólgent tíse uuána. daz bonum ne sí honestum. unde iz ne sí utile. nóh appetendum. tie ne sint nicht uuideruuartig témo. daz man uuânít taz kùota uuesen gùot. uuánda sie ímo opposita ne sint. Uuân uone gùotemo. daz iz kùot ne sí. ist uuíderuuartig temo uuâne daz iz kùot sí. *Haec autem s. fallatia. ex his ex quibus sunt generationes.* Sí ist tánnan. dánnan álle gebúrte sint. *Ex oppositis generationes quare etiam fallacia.* Fóne oppositis sint álle gebúrte. sò ist óuh tiu lúkkí. Fóne unsûozemo uuírt sùoze. fóne únher-temo uuírt hérte. fóne unsuárzemo uuírdet suarz. Uuánnan máhtin siu uuérden áne uóne íro oppositis? Uuío mahti sùoze uuérden uóne uuízemo. alde uóne hertemo? Uuío mag ouh fallacia uuérden uone táge? alde uóne naht. alde fone ánderen díu íro opposita ne sint? Fone contradictione veritatis uuírt fallacia. Prima fallacia ist. taz man uuânít alde ehít éin dínɡ ne uuésen daz iz íst. tíu ist uuideruuartig témo uuâne. ter iz áhtot uuésen daz iz ist. Uuánda die zuène uuána oppositum máchont. pedíu ist fallacia in oppositis. |

Item validius argumentum de eadem re.

239

*Si ergo quod bonum est. bonum et non malum est. et hoc quidem secundum se. illud vero secundum accidens.* Úbe daz kùota gùot ist. unde úbel ne ist. sò ist ímo éinez ánaburte. tiz ist ímo zù geslúngen. *Accidit ei malum non esse.* Imo ist taz chómen daz iz úbel ne sí. *Magis autem in unoquoque est vera s. oppinio quae secundum se est.* Nù ist ter uuân ío uuárera. ter ánaburtiges tínɡis ist. tánne der zùgeslungenis tínɡis sí. *Etiam falsa. si quidem vera.* Ube dér uuáro sò ist. tanne ist óuh ter lúkkó sò. *Id est falsa oppinio quae secundum se est. fallacior est illa falsa quae secundum accidens est. Ergo ea quae est quoniam non est bonum quod bonum est. secundum se consistens falsa est.* Ter

uuân ter daz kûota uuânit ne uuésen gûot. ter ist ánaburtigis tingis lúkke. *Illa vero quae est. quoniam malum est. eius quod est secundum accidens.* Ter aber daz kûota zihet úbelis. ter ist fólgentis tingis unde zúgeslunge-  
nis. *Quare magis erit falsa de bono. ea quae est negationis opinio.*  
*quam ea quae contraria est.* Fóné diu ist ter uuân lúkkero tár negatio  
boni ána liútet. ih méino quoniam bonum non est bonum. danne der sí.  
dár malum ána liútit. ih méino quoniam bonum malum. Malum ist ío  
contrarium bono.

Revertitur. ut ex his praemissis. faciat questionis  
solutionem.

*Falsus autem magis circa singula. qui habet.* i. hic habet contrariam  
opinationem. Ter an dínghelichemo der lúkkero ist. ter hábet geuángen  
240 an den uuíderuuar|tigen uuân. *Contraria enim sunt eorum quae pluri-*  
*um circa idem differunt.* Tiu sint ío uuíderuuartig. tíu an éinemo  
dínge síh hártôt skeident. also uuíz unde suárz tûont an dero uáreuuo.  
*Quod si horum contraria est altera.* Ube éin uuederiu uuíderuuartig ist.  
ih meino díu dir chît. bonum non bonum. alde díu dir chît. bonum ma-  
lum est. *Magis vero contraria contradictionis.* Unde ube díu uersá-  
genta hártor uuíderuuartig ist. ih méino quoniam bonum non est bonum.  
*Manifestum est quoniam haec erit contraria.* Sô skínet taz sí héizen sól  
contraria. *Illa vero quae est quoniam malum est quod bonum. implicita*  
*est.* i. non simplex est. Ter uuân daz kûot úbel sí. ter ist zuísker. *Et*  
*enim quoniam non bonum est. necesse est id ipsum opinari.* Uuánda dár  
mite uuânit er iz ouh ne uuésen gûot. Pedíu ist ter slehto uuân sléh-  
temo uuíderuuartig. Síd taz sô ist. taz témo uuáne der daz kûota chît  
uuésen gûot uuíderuuartig ter ist. ter iz chît ne uuésen gûot. mér danne  
der iz chît uuésen ubel. sô ist ouh penôte demo uuáne ioh tero rédo  
omnis homo iustus est uuíderuuartig ter uuân unde díu réda nullus homo  
iustus est. mér dánne omnis homo iniustus est.

Roboratur sententia exemplo.

*Amplius.* Ferním nóh. *Si etiam in aliis similiter oportet se habere. et*  
*hic videtur esse bene dictum.* Ist ouh an ánderen uuánen hártor uuíder-  
uuartig contradictio danne contrarii affirmatio. sô habo ih hier réhto ge-  
241 ságet. *Aut enim utique s. magis contraria est ea quae est con|tradictio-*



*nis. aut nusquam.* Iz sôl iberall sô uâren. daz ter uuân contradictionis sî uuîderuuartig. alde niêner. *Quibus vero non est contraria. de his est quidem falsa. ea quae est vere opposita.* Tiu contrarium ne habent. also homo ne hâbet. fone dien uuîrdet lûkke. der uuîdersagento uuân. *Ut qui hominem non putat esse hominem falsus est.* Also der uuân lûkke ist. ter den mênnsken ne uuânit uuêsen mênnsken. *Si ergo hae contrariae sunt et aliae contradictiones.* Sint tise zuêne uuâna uuîderuuartig. uuânda an in contradictio ist. sô uêrit iz ôuh târ sô. târ ândere contradictiones sint.

Opiniones quae simul verae sunt non posse contrarias fieri.

*Amplius.* Fernim ôuh. *Similiter se habet boni quoniam bonum est. et non boni quoniam non bonum est.* Tie zuêne uuâna sint ében geuuâre. daz kûot kûot sî. unde únguot kûot ne sî. *Et super has boni quoniam non bonum est. et non boni quoniam bonum est.* Unde dâr mîte sint ében lukke die zuêne. daz kûot kûot ne sî. unde ungûot kûot sî. *Illi ergo verae opinioni quae est non boni quoniam non bonum est. quae est contraria?* Uuêler ist temo uuâne uuîderuuartig daz ungûot kûot ne sî? *Non enim ea quae dicit quoniam malum est.* Tâz ne mag ter niêht sîn. ter ungûot chît úbel sîn. *Simul enim aliquando erit vera.* Fône diu ne mág er. uuânda sie samint múgen uuâr sîn. Uuer zuuûelôt uuânda únguot kûot ne ist. iz ne múge ubel sîn? *Numquam vera verae contraria est.* Niomer ne | uuîrt uuâr uuâre uuîderuuartig. *Est enim quiddam* <sup>242</sup> *non bonum malum.* Ungûot ist uuîlon úbel. *Quare contingit simul esse veras.* Fone diu uuêrdent sie sâment uuâr. At vero nec illa quae est non malum. Nôh ter. der ungûot chît ne uuêsen úbel. *Simul enim et haec erunt.* Uuânda ôuh tie sâment uuâr uuêrdent. Álso daz kûot nôh úbel ne ist. ube mán âna dúrfte prîchet aba bóume éin lóub. *Relinquitur ergo ei quae est non boni quoniam non bonum. contraria ea quae est non boni quoniam bonum.* Fone diu ist temo uuâne daz únguot kûot ne sî. uuîderuuartig tér uuân. daz únguot kûot sî. *Quare et ea quae est boni quoniam non bonum. ei quae est boni quoniam bonum.* Sô ist ôuh ter. daz kûot kûot ne sî. demo daz kûot kûot sî.



Universaliter propositionum contraria fieri simili modo sicut  
non universalium. in quo soluta sit  
questio.

*Manifestum est autem quoniam nihil interest nec si universaliter ponamus affirmationem.* Tisemo gelicho uérit iz óuh tánne. ube uuír sézzen den álelichen uuân. *Huic enim oppinioni ut est quae opinatur, quoniam omne quod est bonum bonum est. contraria ea erit universalis negatio quae est nihil horum quae bona sunt bonum est.* Uuánda demo uuáne daz állero gûotelih gûot sí. ist ter uuíderuuartig. daz nehein gûot kûot ne sí. *Nam ei quae est boni quoniam bonum si universaliter sit bonum. ea est quae opinatur quicquid est bonum, quoniam bonum est.* Uuile<sup>23</sup> dū den uuân daz kûot kûot sí állelichu | spréchen sô chist tú állér gûotelih gûot uuésen. *Similiter autem et non bono.* Álso máht tú den uuân daz kûot kûot ne sí. máchon álelichen chédendo. daz nehein gûot kûot ne sí. *Quare si in opinione se sic habet. s. ut sit ipsa opinio universalis et contraria.* Fóne díu ube iz so ist an démo uuáne. daz er állelih sí unde uuíderuuartig ándermo. *Sunt autem haec quae sunt affirmationes et negationes notae eorum. i. eorum passionum quae sunt in anima.* Sága sint ío óffenunga des uuânis. unde dero gedáncho. *Manifestum est quoniam etiam affirmationi universali contraria quidem negatio universalis circa idem.* Sô uuírdet tánnan ih méino fóne dero uuíderuuartigi des álelichen uuânis. samo uuíderuuartig éin állelih sága ánderro. *Ut ei quae est omne bonum bonum est. vel omnis homo bonus est. ea quae est vel quoniam nullum vel nullus.* Álso der állelichun rédo daz áller gûotelih kûot sí. díu réda uuíderuuartig ist. daz nehéin gûot kûot ne sí. alde óuh tero daz mánnoh kûot sí. tiu uuíderuuartig ist daz nehéin man kûot ne sí. *Contradictoriae autem. aut non omnis homo. aut non omne.* Ube aber non omnis. tár stât fure nullus. sô sint sie contradictoriae. nals contrariae. *Manifestum est autem quoniam et veram verae non contingit esse contrariam nec opinione nec contradictione.* Níomer ne geskíhet éinen uuân uuárin alde éina ságun uuâra. ánderen uuâren uuíderuuartig uuérden. <sup>244</sup>*Contraria enim sunt quae circa | opposita sunt.* Taz skínet tár ána uuánda álliu contraria sint opposita. *Oppositio ist*

íro genus. *Circa eadem autem contingit verum i.* duo vera *dicere eundem.* s. quod in oppositis impossibile est. Sò geskíhet éteuuen uuâr ságen. úber ságet éinemo dínge zuéi ána sín. So turpitudini ána ist ut bona non sit. et mala sit. taz in oppositis nío geskehen ne mág. *Simul autem non contingit eidem inesse contraria.* Fone díu ne múgin ouh contraria uuésin an énemo (sic) dínge. uuanda iz iro genus ne mag.

Explicit.





# Zur Geschichte der italienischen Poesie.

Von  
Hrn. R A N K E.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 5. November 1835.]

Heutzutage wird nicht leicht jemand eine Nation oder eine Zeit zu kennen glauben, wenn er nicht neben den Handlungen die sich in Staat und Kirche, in Krieg und Frieden ereigneten, auch die man darf wohl sagen unmittelbaren, von Bedingungen freieren Äußerungen ihres Geistes in Litteratur und Kunst erwogen hat.

Dies ist nicht so schwer, wenn man Nationen betrachtet deren Dasein sich dem Naturzustande nähert. Mit der Poesie, die ihnen, als ein Ausdruck ihrer Sinnesweise, Erinnerungen und Wünsche, fast von selbst kommt, mit der feststehenden nur ein Überkommenes überliefernden, nicht immerfort suchenden Litteratur, die ihre Priester inne haben, können solche lange haushalten. Die Pöften mögen blühen und sterben, neue Hervorbringungen aufkommen und die alten vergessen werden: der Unterschied wird niemals sehr bedeutend sein: immer wird derselbe Baum gleichartige Früchte tragen. Aus dem eingebornen Sinn der Nation und dem großen Umriss ihrer Schicksale ist am Ende alles zu erklären.

Da aber wo das Leben ist, wechseln die Weltalter.— Ich weiß nicht, ob irgend noch ein ander Mal eine solche Umwandlung eintrat, in einer so kurzen Periode so durchgreifend und vollständig, wie diejenige ist welche das Mittelalter von der modernen Zeit trennt. Ein Gefühl derselben dringt sich bei der ersten Bekanntschaft auf. Je mehr man eingeht, desto deutlicher nimmt man eine andere Welt der Gedanken wahr, eine abweichende Form des Ausdrucks, einen verschiedenen Kreis und Zusammenhang jener geistigen Tendenzen welche alle Hervorbringung beherrschen, einen andern Himmel, wenn wir so sagen dürfen, und eine andere Erde.

Philos.-histor. Abhandl. 1835.

E e e

Es wäre unstreitig ein sehr würdiges und Ruhm versprechendes Unternehmen diese Umwandlung allseitig und in ihrem innern Gange zu beobachten; allein in demselben Grade ist es auch schwierig und weitaussehend. Wer will es wagen das Werden zu beschreiben? wer will den Quellen des geistigen Lebens und den geheimen Zuflüssen seines Stromes, den Lauf desselben entlang, nachforschen?

Zunächst mag es wohl erlaubt sein mit Beobachtungen die man in einem beschränkten Kreise, an einem einzelnen Zweige gemacht hat, hervortreten; wie das hier meine Absicht ist.

Man weiß, daß in den litterarischen Bewegungen des funfzehnten und sechzehnten Jahrhunderts am frühesten die italienische Poesie sich ausbildete, und daß es vornehmlich die erzählende Gattung war, in welcher sie zu einer anerkannten Vollkommenheit gelangte. Da gerade diese Gattung den Stoff des Mittelalters ergriff und ihn bis zu der Form brachte die man in neuern Zeiten classisch genannt hat, so scheint es mir der Mühe werth eben sie ins Auge zu fassen und die Veränderungen zu beobachten, die an ihrer Art und Kunst allmählig hervortraten.

Ich will in dieser Absicht von einem alten Buche ausgehn, welches Sinn und Manier des Mittelalters besonders deutlich vergegenwärtigt, und wie es durch eine eigenthümliche Lebenskraft sich noch bis jetzt unter dem Volke erhalten hat, so die Grundlage zu vielen andern romantischen Werken geworden ist: von den *Reali di Francia*. Ich versäume hiebei um so weniger zugleich von den bisher unbekannt gebliebenen und für verloren gehaltenen spätern Theilen dieses Werkes Nachricht zu geben, da der Inhalt desselben auch an sich alle Aufmerksamkeit verdient.

REALI DI FRANCIA.

Nicht eigentlich nemlich jene genealogische Heroenfabel von dem Geschlechte französischer Könige, welche der Titel andeutet, noch auch, wie in ähnlichen Büchern, eine Reihe ritterlicher Abenteuer allein, sondern — um meine Überzeugung ohne Weiteres auszusprechen — eine eingebildete, fantastische Historie der Ausbreitung des Christenthums, die indeß mit jener Fabel auf das genaueste verknüpft ist, macht den Gegenstand der *Reali* aus.

Es wird eine Zeit angenommen in welcher es in Rom einige Christen gab, unter Papst Silvester, die jedoch eben vertrieben wurden, andere in

England und Irland, noch andere, wie es hier heisst, gegen Indien hin, in welcher aber sonst die ganze Welt, Europa wie Asien und Africa, im Besitz von Heiden und Saracenen war. Diese beten ihre Götter, Apollino, Mahomet, Jupiter, Trivigante, Belfagor, an: auf das seltsamste, wie man sieht, ist ihr Bekenntniß zusammengesetzt: ihnen opfern sie (¹).

Wenn nun erzählt werden soll wie das Christenthum ausgebreitet worden, sollte man erwarten daß man von Missionen und Lehre zu hören bekommen würde. Jedoch daran wird kaum gedacht. Die Ausbreitung geschieht durch das Schwert und die Waffen. Die Prinzen von Frankreich, schon bei ihrer Geburt auf der Schulter mit dem Kreuze gezeichnet, sind durch höhere Fügung sie ins Werk zu setzen bestimmt.

Nachdem Kaiser Constantin durch Silvester von dem Aussatz geheilt worden ist, das Christenthum angenommen, die Leiber Peters und Pauls aufgefunden und den Grundstein zu den Kirchen dieser Apostel gelegt hat — dies ist nur die Vorbereitung — geschieht es „um großer Geheimnisse Gottes willen“ daß sein Sohn Fiovo von dem Hofe fliehen muß. Schon im Walde bei Corneto wird derselbe mit der Fahne Oriflamme ausgerüstet, welche die Verheißung des Sieges hat alle Mal sobald sie nicht gegen Christen fliegt. Er überwindet und bekehrt sofort Mailand: doch darf er diesseit der Alpen nicht weilen. In einer Provinz von Frankreich, genannt Sansogna, erwirbt er durch große Waffenthaten ein Reich, das er unverzüglich christlich macht, und eine Gemahlin: gar bald hat er Anlaß weiter zu gehn: er erobert Paris und läßt ganz Frankreich taufen: hierauf erhebt er sich wider das Reich Darbena an den deutschen Grenzen: er schlägt die Deutschen, die sich dort versammeln „wo Rhein und Donau entspringen“, trotz ihrer Tapferkeit, und nöthigt ihnen Christenthum und den Eid des Gehorsams auf hundert Jahr auf. Dergestalt erobert er einen Mittelpunkt christlicher Länder, hauptsächlich in Deutschland und Frankreich, und fast sollte es scheinen als wäre in diesem Flavier eine Erinnerung an die Thaten Chlodwigs und seiner nächsten Nachfolger übrig.

(¹) Man erinnert sich, daß Herzog Conrad von Masovien, als er den deutschen Rittern den Kampf gegen die heidnischen Preußen übertrug, ihnen alles überließ was sie diesen „Saracenen“ abgewinnen würden: *quidquid de personis vel bonis omnium Saracenorum adipisci potuerint*. Sogar in Urkunden drang denn jene Vermischung ein.

Ein solcher Fortgang aber setzt die gesammte Heidenschaft in Schrecken, und in unzählbaren Schaaren kommen sie, Rom „das einst die Frau und das Haupt der ganzen Welt war“ zu erobern.

Hierauf ist nun ausführlich zu lesen wie Fiovo mit seinen Vasallen und seinen Kindern vornehmlich durch die Tapferkeit des ersten Paladins von Frankreich, Riccieri, der aus dem Blute der Scipionen stammt, in langen Schlachten Rom errettet, wie alsdann sein Enkel Fioravante unter den mannigfaltigsten Abenteuern zwei Reiche, die mit Darbena enge verbündet gewesen, Scandia und Balda, sich unterwirft und bekehrt, wie endlich dessen Sohn Gisberto das Christenthum in Oberitalien behauptet. Es scheint das den ersten Theil dieser ganzen Fabel auszumachen, der bis in das dritte Buch der Reali reicht.

Sogleich hierauf nemlich werden wir in andere Länder geführt und andere Helden treten hervor.

Völker, welche, wie es hier heist, Sonne und Mond anbeten, haben England erobert und die Herren daselbst vertilgt. Gegen sie erhebt sich Boyetto, der zwar auch jenem Geschlecht zugehört, aber aus einer Seitenlinie desselben stammt. So wie er gelandet ist, läßt er die Schiffe zurückgehn: „unsere Schwerter, unsere Lanzen“, sagt er, „müssen uns jetzt statt der Schiffe und alle unsere Hoffnung sein“: er erobert erst London, hierauf das übrige England, und stellt das Christenthum her. Dann erscheint Boyettos Enkel, Buovo d'Antona. Durch mannigfaltige Jugendabenteuer wird er in die Länder zwischen dem adriatischen und dem schwarzen Meer verschlagen: nachdem er sein verlorenes Erbe wieder erworben hat, gründet er ein christliches Fürstenhaus in Sinella am adriatischen Meer; dann sucht er den unrechtmäßigen Beherrscher von Dalmatien und Slavonien in seiner Hauptstadt Astillaga auf, besiegt ihn, so wie die Croaten, die ihm zu Hülfe kommen, und nimmt alle drei Länder ein. Wie darauf Arbaul, König von Ungarn, — (der Arpade) — sich mit Türken, Russen und Albanesen vereinigt um Sinella zu erobern, wird dies zwar Anfangs hart bedrängt, auf die Letzt aber sterben die feindlichen Könige durch die Kinder Buoyos; Ungarn wird erobert und zum großen Theil getauft: alle diese Länder gehorchen von dem an einem Geschlecht blutverwandter Könige. Es ist das, wie uns dünkt, ein zweiter Theil der Fabel: am Schlusse des fünften Buches wird er durch ein ausführliches Geschlechtsregister beschlossen.

Das sechste und letzte Buch der *Reali* scheint einen dritten Theil nicht sowohl zu enthalten als zu beginnen. Es erzählt die Geburt Carls des Großen, seine Flucht nach Spanien, die Thaten die er unter dem Namen Mainetto in Armuth, Dienstbarkeit und Tapferkeit am Hofe eines saracenischen Königs vollführte, seine Wiederkehr in sein Reich, die ersten Geschichten Orlandos bis zu dessen Zurückführung nach Frankreich. Dies sind jedoch alles Anfänge, die eine weitere Ausführung erwarten lassen. Wenn Carl seine Gemahlin in Spanien erwirbt, so sollte wie bei Fioravante, Buovo und anderen Helden dieses Gedichtes auch der nemliche Erfolg, die endliche Erwerbung des Landes der Gemahlin, zu erwarten sein. Das ganze christliche Abendland dient Carln: nur Gherardo da Fratta nicht, und das Buch sagt ausdrücklich, daß Carl ihn unterwerfen wolle; man muß vermuthen daß dies in dem Fortgange des Werkes erzählt wurde. Carln gegenüber bildet sich ein großes saracenisches Reich: Agolante, König bereits von Africa, dringt mit drei Heeren in Asien vor: das eine, nicht ohne Hülfe eines christlichen Helden, Milons von Anglante, erobert ihm Persien: mit dem zweiten besetzt sein Sohn Trojano türkische und armenische Länder, während sein anderer Sohn Almonte mit dem dritten über das Gebirg Taurus nach Indien dringt, fünf Könige Leib an Leib besiegt und Indien unterwirft. Nicht ohne Absicht kann dies geschildert sein: — es muß zu einem Zusammenreffen beider Reiche führen, und der Autor sagt ausdrücklich, seine Erzählung werde ferner berichten, wie Agolante mit Almonte nach Italien gegangen. Endlich fordert auch der Anfang der Geschichte Orlandos einen Fortgang zu dessen Heldenthaten.

Eben hier aber bricht das Buch ab. Gerade der Theil fehlt, in welchem die berühmtesten dieser Sagen, von den Paladinen und der Eroberung Spaniens, behandelt sein, das Werk selbst durch seine Vollendung erst in sein volles Licht treten, auch gar manche Erläuterung der aus diesen Fabeln entsprungenen Gedichte zum Vorschein kommen müßte; ein Verlust selbst für die italienische Sprache von Bedeutung, wenn anders Quadrio die *Reali* nicht mit Unrecht zu den *Testi di lingua* rechnet und so viele Kenner sich nicht täuschen, die in ihnen die Reinheit und den treffenden Ausdruck der Schriftsteller des vierzehnten Jahrhunderts wahrzunehmen behaupten.

MANUSCRIPT DER REALI.

Glücklicher Weise können wir anzeigen dafs ein solcher Verlust nicht erlitten worden und dafs die folgenden Theile der Reali noch vorhanden sind.

In der Bibliothek Albani zu Rom findet sich ein Codex in Großfolio, von Francesco di Bartolommeo Cimatore in den Jahren 1508 und 1509 geschrieben, gegen 400 Blätter stark, welcher folgendergestalt anfängt: *Inchominciassi la honorata storia che chiamata Aspramonte, che fue dopo el libro chiamato el Mainetto che fue el sezo libro de reali di Francia si che seguendo l'Aspramonte, nel quale si trattera el passaggio che fece lo re Agholante prima nelle parti di Chalavria, onde ne segui la sua destruzione sechondo Turpino nel suo francioso libro.* So wie das sechste Buch der Reali den besondern Titel Mainetto hatte, so werden die hier folgenden unter den eigenen Namen Aspramonte und Spagna begriffen. Diese nehmen alle jene Fäden auf, die in dem letzten Buche der Reali abgerissen wurden, und führen die Erzählung bis zu entscheidenden Entwicklungen fort.

Es ist dies aber nicht etwa eine Fortsetzung aus späterer Zeit. Bis aufs kleinste in der Weise, in welcher im Mainetto die Erzählungen angefangen waren, werden sie im Aspramonte weiter ausgesponnen. Wie genau diese Bücher mit den früheren zusammenhangen, sehen wir aus einer Stelle des Morgante von Pulci (¹). Wo nemlich Pulci die Thaten des fabelhaften Carl von Lattanzio vortragen läßt, folgt er zuerst dem, was das letzte Buch der Reali von Carls Jugend, Flucht und Rückkehr meldet. Wenn Lattanzio dann ohne Unterbrechung von dem Angriff Agolantes auf Italien, dem Tode Almontes, den Geschichten Gherardos da Fratta, dem Zuge nach Spanien, den Kämpfen bei Lazzera, Stella und Pampelona, den Heldenthaten Orlandos im Orient bis zu seiner Rückkehr und der Eroberung von Pampelona erzählt, so sind das die Umrisse von dem, was unsere Bücher im Zusammenhang mit dem Mainetto ausführlich berichten. Für Luigi Pulci bildeten sie nur Ein Werk. Eben dies scheint auch aus der Betrachtung ihres Inhaltes hervorzugehn, den ich nach Anleitung der alten Handschrift hier nun zunächst kürzlich angeben muß, — zumal da er an sich für die Geschichte der Vorstellungen des Mittelalters von vieler Wichtigkeit ist, und von so man-

(¹) *Morg. Magg.* 27, 33.

chen berühmten Sagen und Gedichten, die sonst zerstreut erscheinen, den inneren Zusammenhang darlegt.

Das Buch Aspramonte schildert einen grossen und zwar einen dreifachen Angriff der Saracenen auf die christlichen Länder, welcher folgenden Ursprung hat. Agolante, an dem Hofe zu Arganoro in Africa, wo ihm vier- undvierzig gekrönte Könige den Eid geleistet haben und mehr als vierhundert Herzöge ernannt worden sind, wird in dem Genusse seines Glückes durch die Behauptung gestört, es gebe einen christlichen König, der zwar nicht so viele Baronen habe, aber ehrenwerthere, der im Ganzen noch herrlicher und treflicher sei als er, Carl den Grossen. Agolante beschliesst hierauf Carl mit Krieg zu überziehen. Indefs er sich rüstet, sendet er seinen Schreiber, Subrino, die christlichen Länder auszuspähen. Sechs Jahr und sechs Monat bringt dieser auf der Reise zu: er findet in der Christenheit freies, wohlbewaffnetes, kriegslustiges Volk; allein es ist in Entzweiung. Besonders der Zwist Carls mit Gherardo da Fratta erweckt ihm Hoffnung zum Siege.

Nach prächtigen Turnieren brechen die Saracenen auf. Mit 700000 Mann und 32 gekrönten Königen gehn Agolante und Almonte wider Italien: Trojano dringt mit 12 Königen und 300000 Mann durch Spanien nach Frankreich vor; indes steigt der König des noch saracenischen Portugal zu Schiff um England anzugreifen ⁽¹⁾.

(1) Der Gang der Erzählung erhellt aus folgenden Summarien der Capitel des ersten Buches:

Cap. 1. *Dicie derre Agholante che aveva presa grande signoria ed era molto amato da suoi signori e sottoposti di nuovo acquistati.*

Cap. 2. *Chome certi baroni lodando lo re Agholante molto per llo più nobile signiore del mondo e uno buffone lodando Charlo magnio fue da altri buffoni battuto e fue liberato da Tramondess figliuolo derre Bramante cherre Charlo amazzo.*

Cap. 3. *Chome un altro buffone per invidia l' ando a dire questo caso a Trojano figliuolo maggiore derre Agholante el quale egli batte e chome si fuggi arre Agholante e conto tutto.*

Cap. 4. *Chome per le parole del buffone lo re Agholante giuro di disfare Charlo e chome Millone d'Angrante si parti sentendo questo per tornare in Francia.*

Cap. 5. *Chome lo re Agholante fece giurare tutti e suoi baroni d'essergli fedeli e disse per di qui a cinque anni mandero per voi, e baroni si partirono e chome mando uno suo segretario a spiare Roma e tutta Europa.*

Cap. 6. *„Disse Subrino: io sono stato a Roma e viddi papa Leone, figli di Bern. di Chiar.*

Zuerst wird der Angriff Agolantes und Almontes auf Risa, an der Meerenge von Sicilien, in dessen Hafen sie ihre Schiffe sichern wollen, geschildert. Die Stadt wird vornehmlich von Riccieri, dem tapfersten von den drei Söhnen des dortigen Königs, vertheidigt. Es geschieht dafs die ritterliche Tochter Agolantes, Ghaliziella, die oft in africanischen Turnieren Siegerin geblieben, wie sie Almonten vom Pferde geworfen sieht, sich auch in den Kampf begiebt: auch sie fällt; aber eben ihr Mißgeschick mufs zur Eroberung der Stadt Anlaß geben. Indem ihr bei dem Fall der Helm aufgeht, verrathen ihre langen Haare ihr Geschlecht; Riccieri liebt sie und vermählt sich mit ihr: hierüber wird sein Bruder Beltram in so hohem Grade neidisch, dafs er Risa an die Saracenen verräth. Bemerken wir gleich hier, dafs sich

e passai per Toschana per Lombardia e andai in Ungheria e in Buemia e nella Magnia alta e nella bassa e vidi Baviera e Bramante e Virgiboris e Brandisborgis e Fiandria e Chologna e Iisola d'Inghilterra e Frigia bassa e Brettagna e Cisbischalia e Maghanza e Ila Borgogna e Savoia e Proenza e poi m'andai a Francia ed a Parigi ed uno anno servi Charllo in chorte."

- Cap. 7. *Chome Subrino fece parlamento a tutti i Baroni confortando gli delle imprese contro Xiani.*
- Cap. 8. *Chome a queste feste vennono molti Signori facendo giostre nelle quali giostre giostro una figliuola d'Agholante sua ed era bastarda e avea nome Galiziella e assai scavalcho.*
- Cap. 9. *Chome poi lo re Agholante per sua prodezza la doto di dua reami e chome ella promise ad Almonte di non tor marito se non e che l'abatteva.*
- Cap. 10. *Chome lo re Ghalafrone venne ad Arghanoro addagholante per avere pace e perche nolla poteva avere, dono Durlindana a Ghaliziella e per quello ebbe la pace e torno in Ispagna.*
- Cap. 11. *Chome lo re Agholante fece chomandamento che ogni uno dovesse entrare in mare e chosi Armonte venne a porre campo alla spiaggia di Chalauria e un indovino gli disse che piglirebbe tutta Europa.*
- Cap. 12. *Chome lo re Almonte navichando si prese parte nell ultime parti d'Italia e achampossi a Ila citta di Risa nel Faro di Messina.*
- Cap. 13. *Chome Almonte s'armo e ando vagando a tutto il paese.*
- Cap. 14. *Chome lo re Agholante volle vedere tutta la provincia e Ila citta e veduta la citta di Risa ordino che quella per ogni modo si pigliasse.*
- Cap. 15. *Chome lo re Almonte mando uno interprete a Risa a domandare che gli dessino la citta ella risposta che gli fu fatta dal signore di Risa.*
- Cap. 17. *Chome Riccieri ordino le schiere per uscire fuori e quello che Beltramo avesse a fare.*
- Cap. 18. *Chome Riccieri e frategli assalirono el campo.*

die Fabel desjenigen Ruggiero hieran knüpft welchen Bojardo und Ariosto besungen haben. Von Ghaliziella liefs man ihn und Marfisen geboren werden. Unser Autor versichert jedoch ausdrücklich, das Buch dem er folge, enthalte hievon nichts.

Mit dem Falle von Risa ist nun der Knoten geschürzt. Carl der Grosse, hierauf noch durch die ausdrückliche Aufforderung Agolantes ihm die Herrschaft von Europa abzutreten beschimpft, zieht ihm mit der Macht seines Reiches und seiner Verbündeten von England, Niederfriesland und Ungarn entgegen. Es ist eine allgemeine freiwillige Bewegung. Carl hätte die Söhne seiner Fürsten, Orlandino, Astolfo von England, Otto und Berlinghieri von Baiern, gern zu Hause gelassen: jedoch sie erschlagen ihre Wächter und kommen ihm nach. Auch Gherardo da Fratta sogar behauptet sich nicht in seiner Feindseligkeit. Einen Erzbischof der ihn mitzuziehen einladet, weist er zwar sehr schnöde ab; aber von seiner Gemahlin überredet, macht er sich zuletzt doch mit einem abgesonderten Heere auf den Weg um Carln beizustehn. So kommen sie nach Calabrien in das Gebirg Aspramonte. Sie treffen zuerst auf Almonte, welcher mit 100000 Mann das Land zu verwüsten ausgezogen war. Der Kampf ist zweifelhaft: schon hier fällt einer der vornehmsten christlichen Helden, Milon von Anglante; aber Gherardon gelingt es, die beisammenstehenden Fahnen der Saracenen zu erobern: die Christen schöpfen wieder Athem: während sie in hellen Waffen, von deren Glanze die Berge umher widerleuchten, gegen die Hügel auf welchen sich die Saracenen noch halten anrücken, flieht Almonte. Unmuthig über sein Mißgeschick, nachdem er auch seine Gefährten verloren, kommt er bei der Quelle an, an welcher einst S. Silvester, als er nach Aspramonte floh, eine Fichte und einen Ölbaum gepflanzt hatte ⁽¹⁾. Hier erreicht ihn Carl, der ihm allein nachgesetzt, und sie beginnen den Zweikampf. Sie fallen und Almonte ist im Vortheil, als Orlando ankommt und den Saracenen erschlägt, der sonst ohne Zweifel den König getödtet haben würde. So ist Almonte vernichtet. Noch aber ist Agolante mit einer viel stärkern Macht übrig: seine Schiffe bedecken die Meerenge. Drei Heilige in weissen Klei-

(1) Zu der Flucht Silvesters nach Aspramonte finden sich in andern Sagen und Legenden Gegenstücke; z. B. flieht Papst Cornelius (dem Leben des h. Dalmatius zufolge) verfolgt von dem Kaiser in die Alpen, wo er auf einem hohen Berge Wohnung nimmt.

dem erscheinen, den Christen zu helfen: sie weihen Orlandon zum Ritter Christi und jeder begabt ihn mit einer Gnade. Man schlägt mehrere Tage: endlich ist es wieder Gherardo, der die Hauptfahne Agolantes niederwirft, sein Sohn Don Chiaro tödtet den großen Saracenenkönig. Hierauf stellt man die von den Feinden zerstörten Kirchen wieder her und verheirathet die Witwe Agolantes an den jungen König von Ungarn.

So ist wohl Italien und Rom errettet, aber indessen ist Trojano, zwar der Bruder Almontes, aber minder edel, „der sich aus seinen Göttern nichts macht, auf Vernunft nicht hört, wenig Wahrheit in seinem Munde, wenig Glück in seinen Sachen hat,“ durch die Provence bis nach Savoiën vorge-
drungen, und plündert die Herrschaften Gherardos. Eilend kehrt dieser zurück. Doch so wenig er anfangs Carl von dem Angriff benachrichtigt, so wenig will er ihn darnach zu Hülfe rufen. Er fürchtet, man werde ihn alsdann zwingen dem König zu huldigen. Dennoch ist er zu schwach den Feind zu verjagen; und Carl muß doch endlich mit seinen Helden erscheinen, um ihn zu beschützen. In einem sehr sonderbaren Zweikampf, erst mit Don Chiaro, dann mit Orlando, endlich mit ihnen beiden wird Trojano erlegt: sein Heer zerstreut sich.

Indefs sind die Schiffe der Portugiesen, die nach England gingen, von ungünstigen Winden zurückgetrieben worden.

Das Gedicht zu vollenden, muß nur noch eins beseitigt werden, das immer fortdauernde schlechte Verhältniß Gherardos zu Carl. Obwohl Carl auf die Huldigung die er gefordert hat, wieder verzichtet, so kommt es doch zuletzt zwischen beiden zum Kriege. Gherardo geräth über die Unfälle die er erleidet, dergestalt in Wuth, daß er das Crucifix zerbricht, ein Renegat wird, nach Spanien geht und mit der Hülfe Marsilios Königs von Saragossa zum Kriege wider Carl zurückkommt. Nun erst hat man volles Recht wider ihn: die Spanier werden geschlagen: schon hat Orlando den Don Chiaro, von ihm selber gezwungen, im Zweikampf erlegt; er besiegt auch den Enkel Gherardos, Uliviero; dieser wird endlich von seinen eigenen Kindern in einen Thurm gesperrt, wo er stirbt. Auch dies Haus erkennt Carl an; in der Christenheit ist Friede, und die Angriffe der Feinde sind abgeschlagen. Schon hat Orlando geschworen die Gemahlin die er in diesem Streit erworben, Alda la bella, Enkelin Gherardos, nicht zu berühren, bis er sie zur Königin von Spanien gekrönt habe: um ihn sammeln sich die zwölf Pa-

ladine: der Papst bestätigt sie ausdrücklich zur Nachahmung der zwölf Apostel. Wie es deren Amt gewesen zu predigen, so sollen die Paladine mit dem Schwert in der Hand den Glauben vertheidigen und mehren.

So kehrt das Gedicht endlich auch in diesem Theile zu seinem ursprünglichen Plane einer Darstellung der Ausbreitung des Christenthums durch Ritterthum und Waffenthaten zurück. Ein neues Buch, von den Thaten Carls, Spanien betitelt ⁽¹⁾, beginnt, und diesmal in der That nach dem Vorgang der unter des Turpin Namen bekannten alten Schrift, mit einer Vision Carls, welchem der Apostel S. Jacob seine Verwunderung bezeugt, daß er nachdem er so viele Gnaden erfahren, dennoch sich nicht rüste das Land Spanien, das ihm ohnehin zukomme, und sein des Apostels Haus zu erobern, damit der Weg für jeden Pilgrim frei werde. Dreimal hat Carl diese Vision: hierauf fängt er an mit einem Eifer Schätze zu sammeln, daß er, der bisher für den freigebigsten, nunmehr für den geizigsten Menschen der Welt gehalten wird, bis er endlich seine Absicht eröffnet, und die Baronen auffordert sich zu rüsten.

Hierüber erschrickt vor allen König Marsilio von Spanien. Den anfragenden Gesandten desselben antwortet Carl, er sammle das Heer allen seinen und des christlichen Glaubens Feinden zu Tod und Verderben. Marsilio rüstet sich: seinen besten Helden, Ferrau, der, in erster Jugend gigantengroß, mit vortreflichen Waffen, jedem Gegner überlegen ist, schickt er nach Lazzera, wo die stärksten Pässe zu überwinden sind; den Serpentin nach Stella; den Mazarigi mit dem verständigen Iseres nach Pampelona. Das Buch schildert, wie das Heer Carls, bei 200000 Mann stark, einen dieser Orte nach dem andern nimmt. Vor Lazzera streitet Orlando mit Ferrau bald in den Waffen, bald über den christlichen Glauben, bald wetteifern sie in guten Sitten: die Christen selbst erkennen daß Ferrau der stärkere ist, und hier ist der Zug daß Ferrau den Orlando bereits fortträgt, als dieser sich wieder ermannt, aus dem alten Turpin beibehalten; endlich gelingt es Orlando'n den Gegner zu durchbohren: man nimmt Lazzera, dringt dann zur weitem Eroberung von Spanien vor, und belagert Pampelona.

(¹) *Inchommincia la nobilissima storia della Spagnia e prima secondo un libro francioso rechato in lingua latina e poi di latina in fiorentina, nella quale si trattera dello acquisto che fece Charllo ella morte di dodici paladini di Francia.*

Sollte aber dies Gedicht vollendet werden ohne daß auch der Unternehmungen im Orient und Jerusalems gedacht würde? Zu unvollständig wäre die Aufgabe gelöst.

Deshalb muß geschehen daß Orlando, indem er während jener Belagerung einstmals auszieht um eine benachbarte Stadt zu nehmen, in die man die Reichthümer des Landes geflüchtet hat, obwohl ihm dies gelingt und er die Stadt nicht allein bezwingt sondern auch bekehrt, dennoch Carls Unwillen erweckt, und bei seiner Rückkehr von dem Könige mit wilder Heftigkeit behandelt wird. Schon greift er nach dem Schwert um sich zu rächen: doch bedenkt er noch, Carl sei doch sein Fürst, und zieht es vor, das Lager allein zu verlassen. Unter mannigfaltigen Abenteuern gelangt er nach Persien, wo eben der Sultan, dessen Tochter den bejahrten König von Syrien und Arabien Machidante verschmählt hat, von diesem deshalb mit Krieg überzogen wird. Orlando, unter dem Namen Lionagi, steht dem Sultan bei: er besiegt den tapfersten Vasallen Machidantes im Zweikampf: er vertheidigt das Land, wie dieser König wiederkommt es zu erobern, und schlägt ihn völlig: alsdann sucht er ihn in seinem eigenen Reich auf. Ganz Syrien findet er bereits in Empörung. Er geht den Feind in Jerusalem zu belagern. Ich finde die weiteren Verwickelungen, durch welche diese Belagerung mit Pampelona in Verbindung gesetzt wird — dem Carl vermißt Orlando und sendet nach ihm — sehr wohl erfunden. Endlich nimmt man Jerusalem ein: Machidante wird erschlagen, und der Sultan, nunmehr Herr aller dieser Länder, macht den Vertrag mit Orlando, daß Jerusalem und Bethlehem den Christen gehören und unter der Botmäßigkeit König Carls stehn sollen.

Nach so wohl vollbrachten Thaten kehrt Orlando vor Pampelona zurück. Durch seine Tapferkeit und die Geschicklichkeit der Lombarden, die König Desiderius von Pavia herbeigeführt hat, wird es erobert. Iseres läßt sich taufen, ganz Pampelona wird getauft: nachdem Stella erobert ist, ziehen diejenigen ab welche nicht Christen werden wollen; aber die meisten werden es; Marsilio weiß keinen Rath mehr als sich zu beugen: sein Botschafter bittet Carl um Frieden und um Verzeihung.

Unerwartet aber bekommt er doch noch einmal Hülfe.

Neben alle den Heldenthaten zieht sich durch dies ganze Werk, ohne Zweifel in dem Gefühle der steten Entzweigungen der Christenheit erfunden,

die Sage von dem verrätherischen Haus von Maganza. Als Fiovo Paris eroberte, blieb aus dem alten Stamme französischer Könige, die von Troja herkamen, eine Tochter übrig und er vermählte sie einem Waффengefährtten. Sofort wider ihm dachten sie auf Verrath: Fiovo mußte den alten Genossen tödten: sie aber entfernte er nur: an dem Jura gründete sie Schloß und Haus Maganza. An den Verräthereien, die in den Reali vorkommen, hat nun dies Geschlecht fast immer Antheil. Die Unglücksfälle, die Buovos Jugend bezeichneten, kamen von ihnen her; bei der Flucht Carls hatten sie die Hand im Spiel; daß Gherardo Krieg wider Carl anfang, war wenn nicht ihr Werk, doch ihre Schuld. Jetzt aber wird die Reihe dieser Verbrechen durch das größte vollendet. Gan von Maganza, obwohl Carls Eidam, unternimmt doch, einer Beleidigung halber die er von Olivier erfahren, seinen Fürsten an Marsilio zu verrathen. Um den Schlufs her sammelt dies Gedicht alle seine Fäden.

Sowohl Berathen als Vollbringen des Verrathes, das Unglück von Roncisvall, wo Orlando den Tribut Marsilios erwartet und mit drei Heeren von ihm angegriffen wird, und den Tod der Paladine schildert es mit anschaulicher Ausführlichkeit.

Auch ein so großes Unglück jedoch kann die Eroberung von Spanien nicht hindern. Carl rächt die in Roncisvall Gefallenen. Er nimmt Saragossa ein, und alles Land das dem Marsilio gehört macht er christlich: einen seiner Helden läßt er daselbst als König. Schon ist Gan bestraft. Das Buch berichtet noch die traurige Rückkehr und den rührenden Tod der Alda bei den Leichen ihres Gemahles Orlando und ihres Bruders Olivier. Carl geht nach Rom um für Orlando Seelenmessen anzuordnen. Auf der Hinreise gründet er Florenz, das „*Totila flagellum Dei*“ zerstört hatte: auf der Rückreise läßt er bei dem Hafen Malamocco, wo derselbe eine andere Stadt zerstört hatte, Venedig aufrichten.

So schließt dieses Werk: gewiß eine der eigenthümlichsten und denkwürdigsten Hervorbringungen die aus dem Mittelalter übrig sind. Man hat bemerkt daß die Sage sich am liebsten mit der Genealogie eines berühmten Geschlechtes in Verbindung entwickele. Die unsere hält sich an einen Stamm der allerdings einmal als der erste von Europa angesehen werden konnte. Die Reali können nicht gedichtet sein als das deutsche Kaiserthum in Italien und über Europa mächtig war: die Poesie würde dann die oberste Macht

nicht so unbedingt in die Hände eines undeutschen Geschlechtes gelegt haben. Damals aber als französische Prinzen in Neapel regierten und eine vorherrschende Gewalt in Florenz und Rom, selbst in der Lombardei ausübten, damals als Könige aus diesem Hause Ungarn und seine Nebenländer beherrschten, als der Einfluß desselben durch die Macht des Hauses Luxemburg in Deutschland, durch die Verhältnisse der Blutsfreundschaft in England und Spanien mächtig, der Papst selbst ihm zu Diensten war, im vierzehnten Jahrhundert ⁽¹⁾, auf welche Zeit Sprache, Ansichten, Geographie dieses Buches weisen, damals konnte auch ein Poet diesem Geschlechte, das in der That so mächtig war, eine erbliche höchste Gewalt zuschreiben, und von dem was er sah ausgehend, sich die Entwicklung von Europa auf die sonderbare Art zusammensetzen wie hier geschehen ist. Sobald die Historie vergessen ist, ja so lange wir sie noch nicht mit dem erkennenden Geist durchdrungen haben, wird man sie sich immer poetisch oder philosophisch zu ergänzen versuchen. Unser Poet behält einige große historische Namen, jedoch knüpft er Constantin wie Carl den Großen an das Geschlecht das er nun einmal im Besitze der Macht sieht. Wie Ritterthum und Frömmigkeit, so fallen ihm Ausbreitung einer höchsten Gewalt und des Christenthums zusammen. Sonderbare Metamorphose die mit dem Evangelium vorgegangen! Der Annahme des Glaubens wird das Geschenk einer unbesiegbaren Fahne hinzugefügt: unter den wunderksamsten Abenteuern werden Italiener, Franzosen und Deutsche, ungarische und slavische Völker, die Engländer zum zweiten Mal, endlich auch die Spanier zum Christenthum gebracht: es wird gleichsam der Umkreis durchgegangen welchen damals die Nationen des lateinischen Bekennnisses, wenn nicht alle, doch diejenigen wenigstens, auf die Frankreich Einfluß hatte, ausmachten. Jerusalem, wovon wenigstens der Titel in der Christenheit geblieben, wird nicht vergessen. Dadurch daß dem Christenthum gegenüber ein mit dem Heidenthum ohne weiteren Unterschied vermischter Mahumetanismus ge-

(1) In der Sammlung der Königin Christina, einem Theil der vaticanischen Bibliothek, findet sich der Roman von Buovo in sehr eintönigen altfranzösischen Reimen. Es ist Nr. 1632. Er schließt: *Ci finist le roman de Buevo de Hanton*; und diesen Worten ist von anderer Hand hinzugefügt: „*qui fut fait le 10^{me} jour de mars mil trois cens et quatre.*“ Auch dies Datum, von dem ich indeß dahin gestellt sein lasse in wiefern es einiges authentische Ansehen hat, würde auf den ersten Anfang des vierzehnten Jahrhunderts hinweisen. Der Codex ist unvollständig, die Fabel weicht von der italienischen bedeutend ab.

dacht wird, dem alle diese Länder eins nach dem andern abgenommen werden, erhält der Plan Einheit. Der Kampf wächst mit der Gröfse des Gegenstandes an Interesse. Wenn man bemerkt hat, dafs das Epos einen glücklichen Ausgang fordere und doch ein grofser Eindruck nur durch die Darstellung grofser Unfälle zu erreichen ist, so ist auch hier beides vereinigt. Man siegt, aber unersetzlich ist der Verlust den man dabei erlitten hat ⁽¹⁾.

Nach allen Seiten hin könnte dies Werk zu historischer Betrachtung Anlaß geben. Es wäre zu erörtern, aus welchen Quellen es erwuchs, in welchem Verhältniß es zu den Helden- und Rittersagen andern Stoffes steht, welchen Antheil die verschiedenen Nationen an seiner Ausbildung hatten.

(1) Ich kann indess nicht verbergen, dafs es doch möglich wäre, dafs dies Werk wenigstens in seiner spätern Ausbildung noch einen andern Theil gehabt hätte. Ein florentinischer Poet, unter dem Namen Altissimo bekannt, unternahm, die ganzen *Reali di Francia* in Ottaven zu bringen. Er hat davon das erste Buch in 98 Gesängen vollendet, und in dem Eingange zu demselben den Umkreis der Fabel, die er behandeln wolle, beschrieben. Er nennt die Sagen von Constantin, Fiovo und seinen Söhnen, von Buovo und Mainetto; alles was die gedruckten *Reali* enthalten: ohne Unterbrechung läßt er die Kriege Agolantes in Aspramonte, die Vertheidigung der Kirche die Carl wider ihn übernahm, den Tod Almontes an jenem Brunnen und die Überwindung Gherardos da Fratta folgen. Hier aber weicht er ab. Er will alsdann die Sage von den Haimonskindern, darnach erst Spanien besingen; endlich will er die Erzählungen von dem Sohne Carls und den Nerbonesen, dem tapfern Tibald, den Schlachten und dem Ruin der Reiche hinzufügen.

Wie es möglich war die Sage von den Haimonskindern in diesen Kreis zu verflechten, da sie doch auf eine sehr abweichende Vorstellung von dem Hofe Carls gegründet ist, während die Spagna sich genau an Aspramonte anschlieft, ohne Rinaldos auch nur zu gedenken, kann ich bei der Manier dieses nichts als die vorliegende Prosa in Ottaven wiedergebenden Poeten nicht recht begreifen. Das dagegen ist gewifs, dafs der Spagna schon früh noch andere Fortsetzungen folgten. In obgedachtem Codex der Bibliothek Albani selbst findet sich eine solche. Sie ist zwar ohne Titel; doch ergibt sich bald, dafs sie „*la seconda Spagna*“ hiefs: sie stellt den Kampf des von Carl in Spanien zurückgelassenen Königs wider Marsilio, der nur geflohen, nicht getödtet war, vor: sie enthält Abenteuer, von denen ausdrücklich gesagt wird, der Ruin grofser Reiche sei von ihnen hergekommen, und am Ende wird noch eine Fortsetzung unter dem Titel Nervonesi angekündigt. Diese findet sich nicht, und ich kann nicht beurtheilen was sie enthalten haben mag. Nur sind schon in der *seconda Spagna* grofse Abweichungen von den früheren Theilen dieses Werkes zu bemerken. Agolante, dessen Unternehmung und Tod einen so wesentlichen Punct der früheren Erzählung bilden, erscheint darin wiederum im Leben. Es kommen schlüpfrige Stellen vor, von denen die vorhergegangenen Bücher frei sind. Die zweite Spagna wird ausdrücklich als eine von einem gewissen Terroso verfaßte Übersetzung aus dem Französischen bezeichnet; die erste war nur durch gar manche Vermittelung aus dem Französischen abgeleitet.

Wohl mag es ursprünglich ein nordfranzösisches Erzeugniß sein ⁽¹⁾. Der italienische Bearbeiter, der mit allem Ernst der Historie verfährt, der z. B. wenn der Fall von Risa auf den 15 März 733 gesetzt wird, aus seiner Kunde der Zeitrechnung anführt was sich dagegen erinnern lasse, erwähnt oft den französischen Turpin, und vergleicht ihn, etwa in der Spagna, mit dem in Reimen unter des nemlichen Turpinus Namen vorhandenen Werke: er führt schon im Aspramonte die abweichenden Angaben burgundischer und französischer Bücher über den Tod Trojanos an: als ein Erfinder will er nicht gelten ⁽²⁾. Wie jedoch schon die Originalität des Ausdrucks eine durchgreifende italienische Bearbeitung verräth, so sollte man eine solche aus gar manchem einzelnen Zug schliessen dürfen. Wenn z. B. die Lombarden die Desiderius nach Pampelona führt mit ihren Hacken und Spaten anfangs verlacht, aber darauf von dem ganzen Heer als die geschicktesten Menschen die es gebe, die in einem Monat mehr zu schaffen wissen als die Übrigen insgesamt in Jahren, anerkannt, wenn sie nachdem Pampelona hauptsächlich durch ihre Maschinen gefallen, mit dem Privilegium begnadigt werden daß unter ihnen nie ein König sein, jeder Italiener aber das Recht haben solle, vor den Königen in Waffen zu erscheinen, so kann so viel Auszeichnung wohl nur italienischer Erfindung beigemessen werden. Auf jeden Fall war dies Werk in Italien außerordentlich verbreitet. Der gedruckte Theil wird noch bis auf den heutigen Tag als ein Volksbuch gekauft. Die Gedichte Aspramonte und Spagna, welche allerdings von der ursprünglichen Erfindung der in Prosa mitgetheilten Sage nicht wenig abweichen, indess doch im Ganzen auf dem nemlichen Grunde der Fabel beruhen, haben sich

(1) Ich gehe absichtlich auf diese Untersuchung, zu der sich jetzt so viel neuer Stoff gesammelt hat, nicht tiefer ein, da sie nach einer andern Seite hin, rückwärts in das Mittelalter und nach Frankreich führen würde, während mein Ziel diesseit in der neuern Zeit und in Italien liegt.

(2) In der Mitte des dreizehnten Jahrhunderts wurden Dinge wie sie die Reali enthalten, für Wahrheit genommen. Die Ritter und Herren von Frankreich hielten im Jahr 1248 dem Papst in einem berühmten Manifest vor, daß Carl der Große und andere Helden Frankreich vom heidnischen Irrthum zum katholischen Glauben gebracht: — *clericorum superstitio, non attendens quod bellis et quorundam sanguine sub Carolo magno et aliis regnum Franciae de errore gentiliū ad fidem catholicam sit conversum etc.* (Matth. Paris *Historia Anglie*. ed. Wats. p. 719) — es ist diese Sinnesweise, gibellinisch, für den Adel, in der unser Werk geschrieben ward.

Mit Einem Wort, das Gedicht Pulcis drückt den Zustand jener Tage aus. Noch waren die Ideen des ritterlichen Christenthums nicht aus den Gemüthern verschwunden: aber sie beherrschten dieselben doch auch nicht mehr so ausschliesslich wie früher. Schon waren entgegengesetzte Richtungen emporgekommen, die den alten Kreis der Gedanken wie im Leben so in der Poesie auf allen Seiten durchbrachen.

Einer der wichtigsten Momente liegt in dem erneuten Studium des classischen Alterthums, und es ist sehr bemerkenswerth wie Pulci sich dazu verhält.

Die Erinnerungen aus dem Alterthum erscheinen zuweilen ein wenig zaghaft: „ich weiß nicht“ sagt er „ob du von Nessus gehört hast“; — „wer war doch Der welcher der Eurydice nachfolgte?“ oft aber sehr speciel. Auf dem Zelte der Luciana sieht man die Ceres nach der Proserpina suchen: der Pyramiden, der Zwölfürsten und des Mycerinus, des Sees des Moeris, des Triumphes den Camillus hielt, gedenkt Pulci: er bemerkt wie Pericles die Athener in Trauer gekleidet habe, er führt sogar an was Thraso irgendwo dem Gnatho sage. In der That aber thut er dies nur wie es ihm die Laune und der Zufall der Erinnerung eingibt. Er ist voll auch von allerlei anderer Gelehrsamkeit: er begnügt sich nicht, Ausdrücke des Dante zu wiederholen oder den Petrarca namentlich anzuführen; er commentirt Stellen der Bibel und citirt den Origenes. Auf seine Form hatten die Alten, so viel ich urtheilen kann, keinen wesentlichen Einfluß. Turpin gilt ihm in dieser Hinsicht so viel wie Horaz. Die Anmuthung daß er den Alten beizukommen strebe, wie so viele seiner Freunde sich beileisigten, wehrt er ausdrücklich ab. „Ich fordere keinen Lorbeerzweig wie Griechen und Römer: es werden Andere kommen, mit anderem Styl, besserer Zitter, vorzüglichere Meister: ich halte mich in dem Gehölz bei den Buchen auf, bei dem Landvolk: die Hülfe des Parnafs habe ich nie begehrt.“⁽¹⁾ Alle seine antiken Studien helfen ihm nur dazu, in das einfache Gewebe das ihm die Sage darbot, neue bunte Fäden einzuschlagen.

(1)

*Infino a qui l'ajuto del Parnaso
Non ho chiesto nè chieggo: — —
Io mi starò tra faggi e tra bifulci,
Che non disprezzin le muse di Pulci.*

Oft verräth er eine natürliche Neigung zu Gewirr und Getümmel. Wo er die Pracht des Thierreiches schildern will, stellt er mehr das Geflatter und Gezappel einer Menagerie vor: mit ermüdender Weitläufigkeit beschreibt er Fische und Vögel vor Lucianens Zelt. So bedient er sich selbst der Fabeln des Alterthums. Die Beispiele glücklicher und unglücklicher Liebe häuft er in sieben Strophen zusammen, nur um zu sagen, sie würden nicht Statt gefunden haben wenn Antea in jenem Jahrhundert gelebt hätte. Nur allzusehr gefällt er sich in dem Gemeinen und Widerwärtigen. Er kann nicht fertig werden den Margutte seine Ruchlosigkeiten aufzählen zu lassen; mit einer Art von Wohlgefallen mahlt er aus, wie Astolfo zum Galgen geschleppt wird.

Die gewohnten oder natürlichen Regeln der Composition vernachlässigt er dergestalt, daß er den 16ten Gesang mitten in einer Rede Rinaldos mit den Worten „Walter, ich nehme dich zu meinem guten Bruder an“ abbricht, sein Schlußwort und das Anfangsgebet des 17ten Gesanges einschleibt, und alsdann fortfahrt: „Wisse, ich bin derjenige —“. Selbst wo er ernsthaft ist, beliebt es ihm zuweilen die Verse ganzer Strophen immer mit denselben Worten anzufangen. Einmal fängt er in drei Strophen hintereinander in der ersten jeden Vers mit *Odi Rinaldo*, in der zweiten mit *Parti chel tempo*, in der dritten mit *A questo modo* an. Er scherzt selber mit seiner Arbeit. Der Reim ist oft gezwungen: die Sprache voll Härten. Von dem, was man Vollendung oder Correetheit der Form nennt, hat Pulci keine Abndung, weder eine bewufste noch eine unbewufste.

Und dennoch ist er ein Dichter von entschiedenem Talent. Nehmen wir uns nur einmal die Mühe, an irgend einer Stelle den Stoff der ihm vorlag, mit seiner Arbeit zu vergleichen.

Wir bemerkten z. B. daß er den Roman Spagna, in dem wir den letztheil der Reali erkennen, in dem ganzen Endabschnitt seines Werkes vor Augen hatte: auch dort wo die große Verrätherei Gans ins Werk gesetzt wird, folgt er diesem Roman Schritt vor Schritt nach. Gan läßt bei Pulci wie in der Handschrift seine Gesinnung den Saracenen merken der ihn nach Saragossa begleitet, und dieser thut davon hier wie dort dem Marsilio Meldung. Beide beschreiben wie dem Gan hierauf außerordentliche Ehre wiederfahren sei: sie theilen die Rede die er öffentlich gehalten habe um Frieden zwischen Marsilio und Carl zu schließen, und seine geheimen

Bedenken mit: sie verlegen beide den Abschluß in den Garten Marsilios an eine schöne Quelle, und gedenken des Ungewitters das den Zorn des Himmels hierüber angezeigt habe. Indem sie aber durchaus übereinzustimmen scheinen, treten doch die bedeutendsten Abweichungen hervor.

In dem Roman entdeckt Gan seinem Begleiter den Verrath den er vorhat, zwar nach und nach und in langsam reifendem Gespräch, aber er entdeckt ihn und sie werden eines Anschlages enig. Pulci wollte das Interesse nicht so von vorn herein wegnehmen. Bei ihm sagt Gan wenige Worte, aber voll Bedeutung: der Begleiter ahnet, aber er weiß nicht: Marsilio hofft, aber er bleibt ungewiß: man widmet der Rede Gan's, die aus der wilden und etwas linkischen Drohung welche die Prosa enthält zu einem sehr vernünftigen und geschickten Vortrag gemildert wird, denn was könnte es helfen den Verräther auch nur in einer erheuchelten Leidenschaft zu zeigen? erwartende Aufmerksamkeit; erst in dem Garten an den Brunnen — eine Scene, die, so wohl erfunden sie ist, doch in dem Roman keine Wirkung macht, weil man da nur dasjenige bestätigen sieht was voraus beschlossen war — kommt Marsilio bei Pulci mit wohlabgemessener Rede dem Verräther bei: der Zug dafs der pflichtige Gan hiebei in das Wasser sieht um an den Mienen Marsilios, die sich da spiegeln, zu beobachten ob er es ernstlich meint, gehört dem Florentiner an; auf diese Stelle sammelt er sein Interesse: hier läßt er den entscheidenden Anschlag fassen. Der Roman ist allenthalben langweiliger und weitläufiger: das Gedicht geht rasch auf das Ziel los, sammelt die Entscheidung auf Einen Punet, und ist dramatisch. Den Streit zwischen Pflicht, Furcht und Rachsucht in Gan, den der Roman mit Liebe ausmahlt, vermindert Pulci zu einer leicht überwundenen Anwandlung von Zweifeln. sein Verräther ist geheimnißvoller und entschlossener und mithin ein besserer Verräther.

Wie sehr bleibt hier Sostegno de Zenobi, der die Spagna ebenfalls zu Grunde legte, hinter Pulci zurück. Ohne alle weitere Umstände läßt er Gan mit seinem Begleiter des verrätherischen Anschlages übereinkommen: er kürzt alles ab: und nur die Schmähungen jener ungehörigen, in dem Roman allein durch das Herkommen zu entschuldigenden Rede führt er mit Behagen aus. Er will seinem schlechten Publicum gefallen: dem Stoff seine innere Bedeutung abzugewinnen ist er weit entfernt. Pulci aber beherrscht diesen Stoff meisterlich und verknüpft die Fäden der Erzählung zur Einheit.

Er thut dies aber nur in den einzelnen Abschnitten seines Gedichtes, nicht im Ganzen. Er hat das den Italienern so besonders eigenthümliche Talent der Novelle, der leichten Erzählung, worin sie, wie mich dünkt, eben so unvergleichlich sind wie die Franzosen in den Memoiren. In der Zusammensetzung des Ganzen dagegen kann ich keinen durchbildenden Geist entdecken: diese ist vielmehr höchst sonderbar. So viele ritterliche und verliebte Abenteuer, Großthaten und Verräthereien, langdauernde Zweikämpfe und rasche Bekehrungen, tief sinnige Betrachtungen und abgeschmackte Schnurren, Lobgesänge und anstößige Reden, sinnige, schöne Sprüche ⁽¹⁾ und schlechte Florentiner Späße, alles durch einander. Ja der Autor gefällt sich darin das Entgegengesetzte unmittelbar zusammenzustellen, die schönsten Scenen mit dem Wildgrotesken abwechseln zu lassen.

Auf die innige und glücklich ausgeführte Erkennung zwischen Roland und Rinald folgt die burleske Beschreibung wie Morgante zwei Helden mit dem Zelt worin sie sich befinden zusammenpackt, sie auf die eine Schulter nimmt, und den Glockenklöpfel in der andern Hand sich Weg durch das Heer bahnt: und hieran wieder schließt sich der Kampf Medianas mit Manfredon, wo sie, bisher wild und kriegerisch, von der Liebe, die sie nicht erwiedert, dennoch gerührt wird, den Manfredon, der den Tod sucht, nicht tödten mag, sondern ihn zu freiwilligem Rückzug bewegt und ihm einen Edelstein zum Geschenk gibt: eine wohlerfundene und gelungene Scene.

Pulci schildert, wie Morgante in der Schlacht Köpfe, Arme, Schultern und Hände um sich her fliegen macht: immer steht und hämmert und die Saracenen wie Hunde erschlägt: wie er die Fliege verscheucht, aber die Wange mitnimmt: den Schmutz wegschafft, aber zugleich das woran er sich befindet: diese wilden und widerlichen Beschreibungen, die ich nicht weiter wiederholen mag, wechseln unmittelbar mit dem zärtlichen Abschied ab den die Übriggebliebenen von den Getödteten nehmen, wie da Mancher seinem

(1) Z. B.

*Benchè a molti huom serve senza frutto,
Per mille ingrati un sol ristora il tutto.*

Gentile alma volentier perdona.

Commetti al savio e lascia far a lui.

*E disse: Iddio non si potè guardare
Di traditori, però chi può guardarsi?*

Sohn, seinem Schwager den Helm auflöst, ihn mit herzlicher Rührung küßt und ohne ihn nach Haus zurückkehren zu müssen beklagt. Beides ist mit gleicher Liebe ausgemahlt. Es stößt um so greller an einander, da die Darstellung Pulcis, ganz naiv, sinnlich, handgreiflich wie sie ist, sich eng an die Gegenstände anschließt und sie ohne alle Vermittlung der Reflexion in scharfen Umrissen heraushebt.

In den letzten Büchern seines Gedichtes, wo sich ihm, wie er treffend sagt, die Comödie die er schreiben wollte, unter der Hand in eine Tragödie verwandelt, läßt er zwar von seinen bizarren Phantasien nicht ganz ab: nachdem z. B. der Erzbischof Turpin dem Volke seine Sünden vergeben, worauf Einer den Andern umarmt und sie der Fahne zum Tode folgen, läßt er ihm selbst die Waffen ergreifen und „springen wie ein Bock“: allein im Ganzen erhebt sich seine Muse: die Ankunft Rinalds in der Schlacht, der Tod Balduins, der, um jeden Verdacht zu vernichten als habe er an dem Verathe Gan's seines Vaters Antheil, die Waffen die ihn schützen selber verwirft, und sich in das offene Verderben stürzt, das Ende Oliviers und die letzten Momente Orlandos gehören zu den schönsten Stellen die jemals gedichtet worden sind.

Dies Werk hat demnach eben so wenig Einheit der Stimmung, der Gesinnung oder des Eindrucks, als der Handlung. Es ist etwas Wildes und Chaotisches darin. Die Elemente die in dem Zeitalter kämpfend liegen, sind in all ihren Gegensätzen auch in dem Gedichte vorhanden. Pulci ist einer der genialsten, geistreichsten Menschen die jemals Verse gemacht haben, obwohl sein Werk von aller Vollendung weit entfernt ist.

MATTEO MARIA BOJARDO.

Vielleicht war auch Florenz mehr der Ort eine bürgerliche Geschichte als ein Rittergedicht zu Stande zu bringen. Man hat sich zwar dort viel damit beschäftigt. Luca, wie Luigi Pulci, jener Cristofano der sich Altissimo nannte, der schon erwähnte Sostegno di Zenobi, Ettore di Lionello di Francesco Baldovinetti, dessen *Rinaldo appassionato* 1528 gedruckt ward, waren Florentiner, und gar mancher Andere, dessen Werke uns anonym überliefert worden, mag diesem Vaterlande der Litteratur angehört haben. Mit den Erfolgen der Ferraresen in dieser Gattung kann sich jedoch Florenz nicht messen.

In Ferrara, an dem ritterlichen Hofe Ercoles I, der mit Neapel und Mailand und durch diese mit allem was es in Europa Glänzendes gab, in Verbindung stand, war Graf Matteo Maria Bojardo einer der ausgezeichnetsten Männer. Sein Geschlecht war dem Haus Este immer sehr ergeben gewesen: einer seiner Ahnherrn z. B. hatte sein Schloß Rubiera, weil es zur Eroberung von Reggio nöthig war, diesen Fürsten überlassen. Matteo selbst war Governorator von Reggio: er führte seinem Herrn die Gemahlin, Eleonore von Aragon, in allem Luxus jener Zeit, mit einem Gefolge von 1500 Personen zu. Der Herzog nennt ihn seinen sehr getreuen und sehr geliebten Cameraden ⁽¹⁾. Nun war aber auch in dem ritterlichsten Adel des damaligen Italiens ein der Richtung des Jahrhunderts auf Studien, Poesie und Kunst zugewandtes litterarisches Bestreben. Für eben diesen seinen Herrn übersetzte Graf Matteo den Herodot und die Kaiserehronik des Ricobaldo von Ferrara ⁽²⁾ ins Italienische. Zu dem Ergötzen des Hofes dichtete er — er sagt es selbst — das Werk von dem wir hier zu reden haben, den *Orlando innamorato*.

In diesem Werke wich Bojardo von der ursprünglichen Rolandssage auf der einen Seite mehr, auf der andern weniger ab als Pulci. Weniger: indem er die Vertheidigung der Christenheit gegen einen großen Angriff, der überdies, da er zur Rache Trojanos welchen Orlando tödtete unternommen wird, mit der alten Sage zusammenhängt, zu schildern unternahm: hiedurch bekam sein Gedicht eine dieser Sage entsprechende Haltung. Mehr aber, indem er den Sinn der Fabel durch Hinzufügung neuer Bestandtheile wesentlich veränderte.

Als die Buchdruckerkunst erfunden war, gingen den alten Autoren zur Seite auch die romantischen Bücher aus den Pressen hervor: auch sie gaben dem Zeitalter eine frische Anregung: die Erzählungen von Artus und der Tafelrunde, welche zu Paris gedruckt wurden, fanden ein ausgebreitetes Publicum ⁽³⁾, und auch Bojardo ward von ihnen ergriffen. Man hat zuwei-

⁽¹⁾ *Consocium nostrum fidelissimum et dilectissimum.*

⁽²⁾ Ein Buch, wie Bojardo sagt, *ripieno di magnanimi gesti*. Bei Barotti: *degli illustri Ferraresi* I, p. 59 findet man unter andern einen Beweis, daß Bojardo die Chronik nicht verfälscht habe, wie Muratori ihm vorgeworfen.

⁽³⁾ Z. B. findet sich in einem Memorienbuch unsers Maximilian: „Item der Kunig sol

len vermuthet, er habe die Feerie seines Gedichtes aus orientalischen Quellen, vielleicht aus Tausend und Einer Nacht entlehnt, vielleicht arabisch gekommt, und was dem mehr ist. Diejenigen Phantasien wenigstens bei deren Erwähnung man dies vermuthet hat, von dem Garten der Morgana, dem Kampfe mit dem Drachen vor dem Eintritt in denselben, der Befreiung der festgehaltenen Ritter — wie sie sich ähnlich in Alcine und Armide wiederholen — sind aus *Lancelot du Lac* genommen, und Orlando spielt nur die Rolle des Lancelot. Wenn demnach Bojardo schon hier die Romane von der Tafelrunde benutzte, so war doch seine Intention noch gröfser und allgemeiner. Hören wir ihn selbst, um den Gang seiner poetischen Betrachtung zu bemerken. „Sehr berühmt“, sagt er, „war der Hof des Artus: in vielen Schlachten zeigten die Ritter ihre Tapferkeit, und mit ihren Damen gingen sie auf Abenteuer: ihr Ruhm dauert noch. Dann hielt König Carl in Frankreich grofsen Hof; doch kam dieser dem ersten nicht gleich, ob er wohl stark und tapfer war, Roland und Rinald besafs: denn er hielt der Liebe das Thor verschlossen und widmete sich allein den heiligen Schlachten.“ Er zeigt sich begeistert so oft er der Sagen der Tafelrunde gedenkt. „Wer ist“, ruft er einmal aus, „der wenn er von Tristan und seiner Dame hört, nicht sie zu lieben bewogen wird? Ihr Ende glücklich: Gesicht an Gesicht, Hand in Hand, das Herz eng an dem Herzen, in so schöner Vereinigung blieben sie in Einem Augenblicke todt.“ Er ist entzückt über die Seelenstärke die Lancelot und seine Königin für einander zeigten. Bojardo fand nun, dafs jedem dieser Fabelkreise etwas mangle: dem einen der grofse und unmittelbar wirksame Gegenstand, dem andern die Bewegung wo nicht der Liebe, doch der Courtoisie. So entsprang in ihm die Idee, die Eigenthümlichkeiten beider mit einander zu vereinigen. Er behielt die Paladine und die Natur ihrer Kämpfe im Grofsen bei, aber ihren Waffen fügte er das andere Element hinzu. Dies ist der Grund weshalb er die von Turpin, wie er scherzhaft sagt, verborgen gehaltene Geschichte von dem verliebten Roland zum Vorschein brachte. Er sagt es ganz ausdrücklich. In jener Stelle, wo

suchen den Risen in Kunig Arthos Chroniken, der mit Kunig Arthos gefochten hat und aus Britani gewesen ist“. In dem romanischen Europa breiteten sich besonders die Pariser Drucke von 1480–1520 aus. Es war die damalige französische Literatur der vornehmen ritterlichen Welt.

er Artus und Carls Hof vergleicht, schließt er: „Liebe ist es die den Sieg verschafft und dem bewaffneten Ritter Kühnheit giebt; deshalb gefällt es mir die Geschichte die ich angefangen habe, von dem verliebten Roland, weiter zu erzählen.“ ⁽¹⁾

Dergestalt entspringen ihm die Hauptbestandtheile seines Werkes: Waffen, Liebe und Zauberei. Zugleich sehen wir die beiden großen Fabeln desselben, von denen die eine die Gefahr Frankreichs, die andere die Person Orlandos angeht, in ihrem Entstehn.

Löst man sich das Gewebe dieses Gedichtes weiter auf, so ist unter andern auch antike Fabel, und zwar nicht, wie bei Pulci, in flüchtiger Anspielung sondern in eigentlicher Ausführung, zu unterscheiden. Bojardo, der den Herodot und Apulejus übersetzte, verräth schon in der Wahl dieser Autoren ein Wohlgefallen vornehmlich an der Mannigfaltigkeit vergnüglicher Erzählungen des Alterthums. Gar manches Wunder der Mythologie und fabelhaften Geschichte hat er nun auch in sein Gedicht verwebt. Es ist wohl sehr wahrscheinlich daß der unsichtbar machende Ring der Angelica dem Ringe des Gyges seinen Ursprung verdankt. Wir finden eine Sphinx mit ihrem Räthsel: einen Polyphem, der denn auch eins von seinen Opfern schont: selbst in dem Namen der Circella erkennen wir die Circe, und die Geschichte des Narciss wird ausführlich wiederholt. — Vielleicht hat die Nachahmung des Alterthums auch an der großen Zusammensetzung dieses Werkes Antheil. Denn obgleich die Fabel von Ruggiero, dem Sohne Ruggieros von Risa und Ghaliziellas, die bereits der Bearbeiter des Aspramonte kannte, unfehlbar älter ist als Bojardo, so ist doch der Bezug dieses Helden auf das Haus Este, es sind die Weissagungen, die sich daran knüpfen, von eben diesem Geschlecht, welches alle Tapferkeit, Güte und gute Sitte bewahren, bei dem Liebe, Ruhm, Tugend und glücklicher Zustand blühen werde, ohne Zweifel ähnlichen Beziehungen der alten Sagen auf die neueste Zeit in den lateinischen Dichtern nachgebildet. Übrigens bildet die Erzählung von Ruggiero die dritte Hauptfabel des Werkes.

(1) *Libro II, canto XVII.* Bezeichnend hiefür ist auch folgende Stelle (III, 5):

*Però diversamente il mio verziere,
Di amore, di battaglia ho già piantato:
Piace la guerra a lo animo più fiero,
Lo amore al cuor gentile e delicato.*

in schlechten Drucken wenigstens bis in das vorige Jahrhundert unter dem Volke erhalten. Das Gedicht *Buovo* wird noch immer gedruckt. Kaum glaublich ist es, welch eine Zahl romantischer aus diesem Stoff hervorgegangener Gedichte in der ersten Hälfte des sechzehnten Jahrhunderts in Italien verfaßt worden sind: sie sind jetzt verschollen, jedoch die Bibliographien sind ihrer Titel voll.

Der Sinn, in dem dies Werk verfaßt worden, ist durchaus ernst, ja streng. Die höchste Idee bleibt immer das Christenthum: zwar nichts als ein historisches Annehmen biblischer Geschichten, aber in sich selbst ein Verdienst: von einem parteiischen, jedoch zugleich dem wahren Gott beschützt. Wer es verwirft, ist eben darum der Vertilgung würdig. Wie man Balda erobert hat, werden alle die welche das Christenthum nicht annehmen wollen, von der Schärfe des Schwertes getroffen: es waren ihrer siebenzig Tausend, meldet der Autor ohne Bedauern. Es ist bemerkenswerth, daß hiebei der Papst nicht gerade ein Gegenstand großer Verehrung ist. Bald ist er von der einen, bald seiner Verwandtschaft gemäß auch von der andern Partei; und ausdrücklich wird bemerkt, daß der Calif bei den Saracenen mehr Ehre genieße als der Papst bei den Christen. Es ist schlechterdings eine Religion der Waffen und der Herren, die man bekennt. Das von Gott zur Ausbreitung derselben bestimmte Geschlecht wird verherrlicht, der Papst spielt nur eine untergeordnete Rolle.

Die Charactere sind einander sehr ähnlich. *Fiovo*, *Fioravante*, *Buovo*, *Carl*, *Orlando* sind in der That immer dieselbe Erscheinung, nur in verschiedenen Zeiten. Auch die untergeordneten Personen gleichen den vornehmern: nur etwa in dem verständigen *Namo* und in *Astolfo* treten abweichende Gestalten auf. Der Hauptunterschied liegt in dem Alter: die Väter sind streng und jähzornig, die Söhne widersetzlich und kühn.

Auch in den Ereignissen wiederholt sich gar vieles. Alle diese jungen Helden, *Fiovo*, *Fioravante*, *Buovo*, *Carl*, *Orlando*, werden von ihrem Vaterhaus verjagt; in der Fremde wachsen sie auf oder gelangen zu Ruhm ⁽¹⁾: mehr als einmal zeichnen sie sich bei der Vertheidigung belagerter Plätze aus: ihre Rückkehr, ihre Eroberungen sind einander sehr ähnlich. So wiederho-

(1) Wesentlich die nemliche Fabel ward von Constantin selbst erzählt.

len sich in dem Heldenbuche von Iran, bei Ferdusi, die Situationen in denen Rustan erscheint, wesentlich bei jedem neuen Ereigniß.

In den Reali ist nicht recht was wir sonst Ritterthum nennen. Selbst bei dem edelsten Helden, dem ersten Paladin, wird die Untreue als Vergeltung einer erlittenen gebilligt. Jene verwickelten Liebesabenteuer, welche in andern Fabelkreisen das eigentlich belebende Element sind, finden wir hier nicht. Die Liebe tritt ein, doch höchst einfach. Sie geht immer von der Frau aus: sie ist allemal eine Nachwirkung großer Thaten: sie wird in der Regel mit außerordentlicher Treue und Keuschheit gehalten. Anstößige, schlüpfrige Stellen finden sich nicht: sie würden dem Sinne dieses Werkes widersprechen.

Hie und da tritt das den übrigen romantischen Gedichten so eigen angehörige Element des Zaubers ein: jedoch ist es sehr selten, und wenn etwa die Mutter Fioravantes ihrem Sohn einen Talisman gegen schädliche Getränke gibt, so erörtert der Autor erst noch worin er bestanden haben möge. Er bestreitet ausdrücklich daß Orlando und Ferrau durch Zauber vor Wunden geschützt worden: in seinem Buche findet er nur daß sie höchst vortreffliche Waffen gehabt. Malagigi gehört der Haimonssage an und findet sich in diesem Werke nicht.

Außer der religiösen Idee und jener einfachen Frauenliebe werden die Menschen in diesem Buche durch eine freiwillige Unterordnung unter den Herrn und König, dem sie unverbrüchlich ergeben sind, durch die Freundschaft des Mannes zum Mann, die in dem Verhältniß des Danese zu Carl, des Sansonetto zu Orlando auf eine sehr schöne Weise hervortritt, und jene unsichtbaren Bande welche die Familie auch getrennt verknüpfen, in eine geistige Bewegung gesetzt.

Die Darstellung ist vornehmlich in Zweikämpfen und Schlachten ausführlich und anschaulich. Das Anrücken der immer wohl gesonderten Schaaren, die Begebenheiten der verschiedenen Schlachttage, entscheidende Ereignisse, Waffen und Kriegswerkzeuge werden mit Liebe und Einsicht beschrieben. Der Verfasser, der eine schlechterdings historische Miene angenommen, wie er denn auch mit dem Ereigniß schließt, mit welchem die Chronisten von Florenz und Venedig beginnen, verfehlt nicht ausführliche Reden in Schlacht und Rath einzuschalten.

Bei all seiner Einfachheit und obwohl selbst in einzelnen Theilen, in nahen Capiteln Widersprüche nicht vermieden werden, hat er doch das Gewebe mit Kunst und beherrschendem Verstand angelegt. Die Entwicklungen der Geschichten des Ottaviano, des Buovo, Gherardos da Fratta, vor allem der Spagna sind sehr wohl erfunden. Die in der letzten Katastrophe wirksamen Momente sind in dem Anfange des Werkes vorbereitet.

BEARBEITUNGEN IN VERSEN.

Hätte ein wahrer Dichter zur rechten Zeit diesen Stoff ergriffen und ihm die Form gegeben, welche doch am Ende allein einem geistigen Werke unvergängliche Dauer sichert, so hätte er ihn so berühmt machen können wie Ferdusi den seinigen.

Unser Werk und der ganze Fabelkreis der sich um dasselbe gebildet hatte, ward zunächst von Poeten bearbeitet die das Volk auf dem Markte zu vergnügen suchten. Den Zustand in dem solche sich befanden, läßt uns unter andern ein Florentiner, Altissimo, der gerade die *Reali* bearbeitet hat, sehr deutlich wahrnehmen ⁽¹⁾. Einmal indem er bekennt, daß die Armuth ihn nöthige dies Gewerbe zu treiben, daß er von der Börse seiner Zuhörer lebe; sodann wenn er diese bei dem Schluß seiner Gesänge auf einen Tag den er nennt, etwa Dienstag oder Donnerstag, nach dem gewohnten Platz wiederbescheidet. Dies war, wie sich ergibt, ein freier Raum wo seine Freunde für ihn und die Zuhörer Bänke einrichteten. Hier war es wo er dem gemäß was er in den Büchern geschrieben fand, wie er ausdrücklich sagt, improvisirte. Einen ähnlichen Zustand läßt Zenobi di Sostegno, welcher seinen ersten Versuch in Reimen an der Spagna machte, voraussetzen: vertraulich redet er die Herren und guten Leute an, welche gekommen ihm zuzuhören, empfängt sie mit Gebeten und entläßt sie mit guten Wünschen. In der That liegt ein solcher selbst der Ökonomie der romantischen Gedichte, den Einleitungen religiöser oder, wie sie schon Altissimo öffentlich versuchte, betrachtender Art, der Eintheilung in kurze Gesänge und andern Eigenthümlichkeiten zu Grunde. Etwas Analoges kann man noch gegenwärtig miterleben.

(1) Ich bediente mich der Ausgabe Venedig 1534. *Incominciassi il primo canto de Reali del poeta Altissimo Fiorentino.*

Auf der Riva Schiavone zu Venedig sieht man alle Tage, ungefähr wenn Feierabend gemacht wird, gegen Ave Maria, und Sonntags etwas früher, den Raccontatore seine Zuhörer um sich sammeln. In einem etwas entfernten Kreise stehn sie um ihn her, drei, vier Personen hinter einander, Männer, Weiber und Kinder, ihn zu vernehmen. Wir hörten ihn die Fabel von den Haimonskindern und darauf die Geschichten Carls XII, nach den Tagen in Abschnitte vertheilt, vortragen, und wenn er es beklagte keine Gabe für die Poesie zu haben, so zeigte er doch für die Erzählung wahrhaft eine Ader. In der Mitte, wenn das Interesse gespannt ist, pflegt er inne zu halten, um seine Centesimi zu sammeln und sich etwa durch einen Trunk zu erquicken. Dann fährt er mit Behagen in seiner ganz lebhaften Darstellung fort, langsam, in wohltönenden Worten, auf- und abgehend, bis die Nacht anbricht.

Wohl mochte sich unter denen die den Stoff der romantischen Bücher auf ähnliche Weise ihrer Nation überlieferten, manches große Talent finden; es mochte einige geben welche ihm poetisch zu durchdringen und wieder hervorzubringen fähig waren. Immer hatten sie es schwerer als die Volksdichter anderer Nationen. Die Sage die sie behandelten, stammte nicht aus nationalen Erinnerungen: sie war nicht einheimisch auf diesem Boden: aus fremden, anderswo erfundenen Büchern mußte sie herüber genommen werden: die Übung der Poesie selbst war an kein Fest, an keine Feierlichkeit geknüpft: persönliches Bedürfnis war in der Regel ihr Ursprung. Gewiß ist, daß die meisten Gedichte welche uns in dieser Gattung aufbehalten worden, von wenig Talent zeugen. Ich weiß nicht ob es dem Bearbeiter der Spagna selbst oder einer schlechteren Quelle der er folgte zuzuschreiben ist, daß er anfangs die Vision die der Grund der Unternehmung ist wegläßt, und von weiter nichts wissen will als daß Carl Spanien zu besitzen gewünscht habe; aber es ist deutlich, wie sehr sein Gegenstand hiedurch an höherem Interesse verliert. Die Reime des Buovo folgen, so weit ich sie verglichen, ihrer Urkunde slavisch nach. Der beste ist noch der Altissimo, dessen Betrachtungen doch hie und da einen nachdenkenden Mann verrathen, viel aber will er freilich nicht sagen. Genug, der improvisatorischen Bearbeitung gelang es nicht diese Sagen zu irgend einem bedeutenden Gedicht durchzubilden.

In dem fünfzehnten Jahrhundert geschah, daß wahrere, mit der Bil-

dung ihrer Zeit vertraute Dichter den nemlichen Stoff, der allmählig tief und tiefer in die Nazion eingedrungen, zu bearbeiten unternahmen. Sofort zeigte sich der merkwürdige Conflict, dessen Entwicklungen zu beschreiben unsere vornehmste Absicht ist.

Es ist wahr, noch war das Ritterthum nicht untergegangen, noch waren in den obern Ständen durch ganz Europa jene Gesinnungen welche das Lehenwesen gegründet und die Kreuzzüge hervorgebracht hatten, nicht verloschen; auch blühte die Kirche in allgemeiner Anerkennung; aber daneben waren doch auch ganz andere Lebensregungen erwacht. In Italien, wo man in den beiden gebildetsten Staaten Kaufleute zu Herren geworden sah, wo man alle Wissenschaften aus den Alten erlernte, wo mitten im Schoofs der Kirche eine Secte weit um sich gegriffen hatte, die sogar die Unsterblichkeit der Seele leugnete, konnten jene Sagen wenigstens von Denen die an Richtung und Bildung ihrer Zeit lebendigen Antheil nahmen, nicht mehr in dem Sinn vorgetragen werden in welchem sie erfunden waren: es war unmöglich, daß jenes ritterliche, bewaffnete Christenthum ferner in dem idealen Licht erschien das ihm die Sagen gaben: die mit Gewalt eindringenden antiken Autoren mußten einen Einfluß auf die Behandlung ausüben; genug man mußte die Sache schlechterdings anders angreifen.

Zu fassen wie dies geschah, wie die einander widersprechenden Elemente sich bekämpften, bis aus der Manier des Mittelalters die moderne hervorging, eben das ist unsere Aufgabe.

LUIGI PULCI.

Es würde nicht gerathen sein, bei allen denen zu verweilen die man eben liest ohne etwas von ihnen sagen zu können, die nur eine nicht üble Erzählung in leidlichen Versen vor dem Leser vorüberführen; unser Augenmerk muß sein diejenigen zu begreifen die an den Bestrebungen ihrer Epoche lebendigen Antheil nehmend etwas Neues vorzutragen, einen eigenen Weg zu betreten versuchten.

Luigi Pulci hängt auf der einen Seite noch sehr mit jenen bänkelsängerischen Volksdichtern zusammen deren wir gedacht. Einzelne Theile seines Werkes, wie die Abenteuer Morgantes und Marguttes, die Eroberung von Babylon, sind entweder zu seiner Zeit oder bald nach ihm als Volksgedichte verbreitet worden; die Beschreibung der Schlacht von Roncisvall

in zwei Gesängen, aus seinem Werk entnommen, ist noch heute unter den neugedruckten Volksbüchern zu finden — eine Auszeichnung die so viel ich weiß keinem seiner gebildeten Nachfolger zu Theil geworden. Auf der andern Seite aber hat doch dieser Tischgenoss Lorenzos de Medici, Freund Agnolo Polizians, Tebaldeos und so vieler anderer von der Antike ergriffener Zeitgenossen eine ganz verschiedene Richtung in sich aufgenommen.

Dem allgemeinsten äußerem Umriss nach ist sein Gedicht einem Theile der Spagna entnommen. Es hebt mit dem Moment an daß Orlando von Carl beleidigt ihn verläßt; es führt denselben, wie die Spagna, in das Lager jener beiden Könige von denen der Mächtigere mit Gewalt um die Tochter des andern freit: Babylon, von dem so viel die Rede ist, wird für eben jenes Lamecca erklärt von dem die Spagna handelt: den Amostante finden wir wieder: beide Werke endigen mit der Schlacht von Roncisvall. Wie Pulci aber hier schon an allen Stellen von seiner Urkunde abweicht, so verflucht er in diesen Umriss tausend andere Sagen welche der Spagna fremd sind: die er bald aus den Hainionskindern — wie sich denn z. B. in Gefangenschaft, Gefahr und Rettung Astolfos eine Nachbildung der Abenteuer Ritsards mit Roland, Carl und Ryper nicht verkennen läßt — bald aus der Regina Aneroia, bald aus eigener Phantasie entnommen haben mag. Weder höhere Absicht aber, noch auch Einheit der Handlung kann ich in dem Gedichte Pulcis entdecken. Es war nicht seine Meinung jene große Sage gelten zu lassen auf welcher die Spagna beruht: den ganzen Hintergrund derselben läßt er fallen: nicht von der Belagerung von Pampelona, sondern von dem Hof zu Paris entfernt sich Orlando: Pulci ist zufrieden Abenteuer an Abenteuer zu reihen: der eigentliche Hebel aller seiner Geschichten ist der treulose Gan, der seine verrätherischen Anschläge unermüdlich, bis zur Ungeduld des Lesers — man verwundert sich daß nicht auch des Dichters — wiederholt. So wird ihm die Schlacht von Roncisvall, wie trefflich er sie auch beschreibt, doch nur ein Abenteuer wie die andern, und die Ansicht der Welt aus welcher die Sage hervorgegangen, bleibt seinem Werke fremd.

Schon in dem ursprünglichen Gedicht spielen die Priester weder die wichtigste noch auch immer eine untadelhafte Rolle: und es ist wenigstens sonderbar, wenn z. B. im Aspramonte der Erzbischof Turpin den Augenblick wahrnimmt wo Gherardo Carl einige sonst unbedeutende Ehren-

bezeugungen erweist, und sie sofort verzeichnet, um daraus für denselben eine Art von Anerkennung seiner Unterthänigkeit herzuleiten: nicht ohne die ausdrückliche Absicht sich für einige von Gherardo erlittene Beleidigungen zu rächen. Viel weiter aber geht Pulci. Man muß sich erinnern daß er sein Werk, welches bereits 1484 erschien, eben damals schrieb als sein Gönner Lorenzo Medici von einem unerbittlich-feindseligen Papst mit offener Gewalt und geheimen Anschlägen unaufhörlich angegriffen ward. Diesem Eindruck ist es wohl zuzuschreiben daß er die Priester, in denen er nichts als Heuchler sieht, bald mit schneidendem Ernst, bald mit heißendem Spott verfolgt. „Er erschlug“, spricht er, „mit dem Schwert, nicht mit dem Hirtenstab.“

Dabei schreitet er zu den kühnsten und ernsthaftesten Fragen über die Religion fort. Er läßt den Zauberer Malagigi sich mit dem Geist den er zu seinem Dienste beruft, Astaroth, über die Geheimnisse der Dreieinigkeit, die Vorausbestimmung des Bösen und den freien Willen berathen: so unheimlich es einem dabei wird, so ist der Autor doch tiefsinnig, hie und da erhaben. Er liebt diese Dinge in die sonderbarsten Situationen zu verflechten. Eben dort wo er den Bajardo solche Sätze machen läßt, daß Phaeton tiefer einhergefliegen sein muß, daß Juno für ihren Scepter fürchtet, läßt er eine Discussion beginnen nicht allein, was schon an sich merkwürdig ist, über die Stellung der Erde, frei unter den Gestirnen, und die andere Hemisphäre ⁽¹⁾, sondern auch über den Ursprung der Menschen und ihre Seligkeit durch Christum. Wenn er hier die ausschließende Wahrheit des Christenthums und die Heiligkeit christlicher Gesetze anerkennt, so trägt er doch kein Bedenken hinzuzufügen, der dürfe nicht verzagen wer sein eigenes Gesetz redlich halte, in allem Volke: die Gesinnung sei es welche verdamme und rette ⁽²⁾.

(1)

*E puossi andar giù all'altro emisperio —**Si che la terra per divin misterio**Sospesa sta fra le stelle sublime. — (c. XXV.)*

Auch XXIV f. 139 heißt es beim Eintritt der Nacht: *Ma il sol l'altro emisperio faceva bello.* Pulci nimmt an, daß die andere Hemisphäre bewohnt sei: es gebe auch da Belagerungen und Feldschlachten u. s. w.

(2)

*La mente è quella che vi salva e dann,**Se la troppa ignorantia non m'inganna.*

Leicht nimmt man wahr dafs Pulci sich in Scherzen gefällt. Ich möchte jedoch darum nicht sagen dafs er sein Gedicht auf Satyre angelegt habe. Ernst und Burleske hatten sich noch nicht in besondere Gattungen getrennt. In allen romantischen Gedichten, von wem sie auch sind, finden wir Scherz und Zweideutigkeiten: dies gehört zu ihrem Wesen; und es mag von ihrer ursprünglichen Bestimmung ein nicht eben gewähltes Publicum zu unterhalten herrühren. Eben so gehört es zu ihrer herkömmlichen Manier dafs die Gesänge mit einem Anfangsgebete eingeleitet werden. Pulci scherzt viel und oft; wenn er darum dennoch die Anfangsgebete, die er nicht erfunden haben würde, beibehält, Gebete, in denen oft reine Frömmigkeit athmet und keine Spur von Schelmerei zu finden ist, so kann ich mich nicht überreden dafs dies für Satyre oder Blasphemie zu halten sei. Ich glaube ihm wenn er sagt: „ich bin nicht so sehr ein Satyr wie ich danach aussehe.“⁽¹⁾

Allerdings stellt Pulci das Ritterthum mit einer gewissen Ironie dar. Die Liebschaften Oliviers und Rinalds, die Schwachheiten Carls des Grofsen, die Gesellschaft des Helden mit dem wunderlichen Riesen von dem das Werk den Namen hat, streifen an das Lächerliche. Aber selbst dieser Riese, obwohl er so grofs ist wie ein Mastbaum und so stark dafs er einen Thurm der Mauer umwirft „besser als es ein Erdbeben vermocht hätte“, wird durch seine freiwillige Unterordnung unter Orlando, vor dem er niederkniet, den er nicht verlassen will, aus einem Ungeheuer zu einem Menschen. Und wie so durchaus edel, mild und grofs ist Orlando! Er läfst sich nicht einmal durch die Liebe verführen: nach den unzähligen Beleidigungen Carls des Grofsen ist er dennoch mit dessen Rettung durch Alda wohl zufrieden: dem zu Gutem oder Bösem leicht entflammten Rinald steht er mit dem Gegensatz einer starken und festen Gesinnung trefflich gegenüber.

Endlich ist es wohl an dem, dafs religiöse und kirchliche Dinge tausendfältigen Spott erfahren; aber dagegen werden doch die tiefern, namentlich speculativen Fragen mit unleugbarem Ernst vorgenommen.

(1) Ich wüßte mit Pulci nichts zu vergleichen als etwa den Orfeo seines Freundes Polizian, eine wilde Skizze, in der Orpheus lateinische Verse machend, gutmüthige Hirten, rasende Bacchantinnen, Tod, Wiederbelebung und neuer Tod flüchtig vorübergeführt werden, in der es zuweilen auch ist als sei alles Scherz und Ironie. Der Orfeo verhält sich zum Aminta Tassos wie der Morgante zur Gerusalemme.

Allerdings besteht dieses hienach aus Elementen verschiedenen Ursprungs: dennoch ist es ganz wie aus Einem Gusse. Wir haben einen Poeten vor uns der selber lebhaft von alle dem ergriffen ist was in dem Ritterthum schön und ehrenwerth und rühmlich war. Unweit von Scandiano lag ihm ein altes Bergschloß Torricella, fern von der StraÙe, ewig einsam, mitten im Gehölz: wohin er sich während der heißen Monate zurückzog: hier oder in Gesso, einer andern seiner Besitzungen, auf einer Anhöhe gelegen, mit weiter freier Aussicht, dichtete er sein Werk ⁽¹⁾. Zur Ergötzung derjenigen Gefährten, die, wie er sagt, wenn sie gleich den Krieg lieben, ihn doch nicht aus Rachsucht und Wuth führen, schrieb er es, um die Ehre der alten Ritter zu erneuen, die jedes furchtbare Ding in der Welt unterwarfen. Er war um so mehr mit ganzer Seele dabei, da er sich überredete daß die Übung ritterlicher Tugenden, eine Weile unterlassen, sich zu seiner Zeit wieder erneue. Jenes üble Wetter, sagt er, jener Winter sei vorüber: die Welt beginne aufs neue sich mit der Blüthe der Tugend zu schmücken ⁽²⁾.

Sehr wohl gelang es ihm, die einförmigen Charactere welche ihm die alte Fabel, zufrieden Richtung des Gemüthes und Stimmung auszudrücken, in wenig großen Zügen überlieferte, zu der Wahrheit durchzuarbeiten die sein bewegteres Gedicht forderte.

Welch ein anderer Rinald ist der seine als jener wilde und entsetzliche Haimonssohn! Der Rinald Bojardos, nicht allemal der stärkste, aber der Fechtkunst Meister, fest auf seinem Roß, immer mit offenen Augen, ein edler Jüngling voll von Thatenlust. Wie ihm Carl das Heer anvertraut, bringt ihm freudige Hoffnung die Thränen in die Augen, und er dankt mit angemessener, fast ablehnender Bescheidenheit.

Ihm gegenüber Rodomont, der nicht weiß ob es einen Gott giebt, denn niemand hat ihn gesehen: sein gutes Schwert, sein Kriegsroß, der Muth den er hat, die sind sein Gott. Von den Gebräuchen der Ritterschaft will er nichts wissen. Er fügt dem Feind so viel Böses als möglich zu. Jedoch seinem König ist er unterthan.

⁽¹⁾ *Vallisneri Lettera intorno del conte M. M. Bojardo. Calogera Raccolta III 351-376.*

⁽²⁾ *Hora è il mal vento e quel verno compiuto
E torna il mondo di virtù fiorito.*

Aus der Spagna ist Astolf, der sich seine Unfälle nicht übel nimmt, die Achseln zuckt und sich zu entschuldigen weifs, weiter ausgebildet.

Es folgen der treue Brandimarte, der nicht hört dafs Orlando weggegangen ohne auch zu gehn, an dem der Dichter das Glück der Freundschaft schildert, das unbeschreibliche Vergnügen mit einem Andern sprechen zu können wie mit sich selber ⁽¹⁾: Fiordelisa, die, so jung und schön und feurig sie auch ist, doch einen Verstand zeigt in welchem etwas Göttliches liegt: Bradamante, ganz Jugend, Kraft und Unschuld: und neben ihnen die bittere Marfise, die auf ihre Unbesieglichkeit trotzend noch gen Himmel zu kommen, den Mahomet zu erschlagen und das Paradies zu verbrennen droht: der winzige Brunell, der sich vermifst dem Himmel den Mond, der Glocke den Ton und der Christenheit den Papst zu stehlen.

Unter ihnen Orlando, wohl der Held des Werkes, jedoch darum lange nicht Ideal. Ich möchte nicht sagen dafs er ohne Ironie gedichtet sei. Er ist gar leicht zu betrügen und unschwer verliebt. Dem boshaften Griechen glaubt er auf sein Wort und dankt ihm dazu. Er geht getrost nach einem Stein von dem ihm gesagt worden man könne da die Hölle sehen. Die Angelica begleitet er von dem äufsersten Asien bis nach Frankreich so sittsam dafs er in seiner Liebe nicht vorwärts kommt, und doch macht die verrätherische Origille auf ihn Eindruck. So streift er hart an das Komische, Lächerliche; er hat einen Zug von Don Quixote: aber er streift nur daran: dieser Zug ist leise und gutmüthig, mehr angedeutet als ausgeführt: bei weitem stärker ist doch das ernste Element: Orlando ist voll edler Einfalt, freudiger Courtoisie, Hingebung und Frömmigkeit ⁽²⁾, im Ganzen grofsartig.

Man verzeihe wenn wir diese Gestalten zu ergreifen suchen, die allerdings nur in der Phantasie eines Poeten lebten. Es kommt uns hier auf seine Eigenthümlichkeit an, die Charactere nicht allein im allgemeinen Umriß, sondern mit den leiseren Zügen darzustellen, die erst eigentlich wahr sind.

(1)

*Potendo palesar l'un a l'altro il core
E ogni dubio che accade raro o spesso
Poterlo ad altrui dir come a se stesso. (III VI)*

(2) Z. B. in dem schönen Gespräch mit Agrican vor ihrem Kampfe, I XIX. Agrican fällt:

O quanto al conte ne rincresce e dole.

Allein zu weit würden wir gehn wenn wir, nach Bezeichnung der Hauptmomente der Fabel und der Charactere, die Entwicklung der Ereignisse vor Augen stellen wollten. Wenige Gedichte werden von eigenen sinnreichen Erfindungen, reizenden Situationen, wohlersonnenen Verwickelungen so voll sein. Man wandelt in diesem Gedicht einen wundervoll verschlungenen Pfad zwischen den seltsamsten lebendigsten Abenteuern, immer neu, immer reizend. Man erwarte aber nicht lauter Tugend und Schönheit, Seelengröße und Gemüth. Derbe Sinnlichkeit tritt in dem naiven Ausdruck ganz unverhüllt hervor und es finden sich anstößige Scherze. Jedoch sollten wohl fromme Betrachtungen erheuchelt sein weil sie Schalkhaftigkeit, die Courtoisie falsch weil sie Sinnlichkeit, und Tapferkeit unecht weil sie Wildheit zur Begleiterin hat? Dieses sonderbare Nebeneinander bildet eben das Gewebe wie des Lebens so denn auch des Gedichtes. Und keinesweges werden wir hier durch grelle Gegensätze gestört. Über diesem Werke breitet sich eine poetische Stimmung aus, die wie sie den Dichter belebte so sich auch dem Leser mittheilt und über alle Schwierigkeiten hinweghilft.

Vorzüglich merkwürdig ist es in dieser Hinsicht, wie Bojardo die Mythen des Alterthums behandelt. Nicht so ganz und gar wie er sie findet nimmt er sie an. Seine Sphinx z. B. ist nicht mehr die thebanische: sie antwortet erst auf die fremde Frage ehe sie die eigene vorlegt; und ich finde es artig und neu dafs sie wie Orlando auf sie zukommt, Schlangenschweif und Greifenklauen verbirgt und dagegen die Pfauenflügel ausbreitet. Jener Polyphem schont seinen Mann nur darum weil er sich an dem Magern hungrig zu essen fürchtet, der Dichter verflucht ihn darauf in seine abenteuerlichsten Begebenheiten. Circella wird von der Liebe zu einem Ritter betrogen und trinkt selbst von ihrem Zaubertrank. Das Grab des Narcifs umgiebt der Poet mit Liebe und Zauberei. Amor ist bei ihm ein nackter Jüngling der unter den Grazien tanzt, und reizend wird die Rache geschildert die er nimmt.

Zuweilen scheint es wohl als wolle Bojardo einem antiken Original genauer folgen: dort wo Orlando wie Cadmus die Zähne des Drachen säet den er erlegt hat, entstehn die Kriegsleute aus dieser Saat ziemlich wie bei Ovid, indem erst ihre bunten Helmbüschel, darauf Helm und Brust aus der Erde hervorgehn: aber gar bald verläßt er die Fabel und ihren Erzähler: die Kriegsleute, die sich, wie man sich erinnert, unter einander selbst tödten

sollten, erheben sich hier sämtlich mit Kriegsgeschrei wider Orlando, der sich nicht wundert daß Übel erntet wer Böses sät, den Bajardo, den er damals reitet, besteigt, die Durindana schwingt, und diese Sparten sämtlich erlegt. — Auf ähnliche Weise nahm das frühere Mittelalter selbst die Mythe des Alterthums auf. Genährt von den romantischen Phantasien dichtet Bojardo die antiken Fabeln in ihren Geist ein.

Er ist ein Dichter der so zu sagen daran glaubt was er besingt und ganz darin lebt: dichtend vergnügte er sich, so lange Welt und Stimmung es gestatteten.

Schon am Ende des zweiten Buches aber klagt er, es helfe ihm nicht mehr alle seine Gedanken dem Gedichte zu widmen. Italien sei von Wehklagen erfüllt; er athme kaum, wie solle er singen? ⁽¹⁾ Die allgemeinen Angelegenheiten stören die Harmlosigkeit seines Lebens.

Noch einmal hofft er mit freierem Geist fortfahren zu können: noch einmal fühlt er sich in der Gesellschaft die sein Werk erheitert glücklich: und so führt er seine Erzählung bis in die Mitte fort, bis dahin wo die Saracenen Paris angreifen, Rodomont die Leiter an die Mauer legt und nur durch die Ankunft Orlandos sie zu ersteigen abgehalten wird: er verspricht gerade die wohlklingendsten Saiten seiner Cither anzuschlagen; da sieht er eben diese Franzosen über die Berge kommen und ganz Italien in Feuer und Flammen. Er läßt seinen Faden mit Schmerzen fallen, und hat ihn nicht wieder aufgenommen. In dem Jahre in welchem die Franzosen erschienen, 1494, starb er noch. Der Welt bereiteten sich andere Zeitalter vor, in der eine Gesinnung keinen Platz hatte wie er sie hegte.

ARIOSTO.

Schon Lodovico Ariosto, obwohl ein Landsmann, beinahe ein Zeitgenoss und der Fortsetzer Bojardos, entwickelte doch eine sehr abweichende Geistesrichtung.

Wo Ariosto hie und da der Jahre seiner Bildung gedenkt, stellt er sich als einen jungen Menschen dar den die Welt nach verschiedenen Seiten

(¹)

*S'intende Italia de lamenti piena,
Non c'horà canti, ma spiro appena.*

hin reizt und anzieht. Er widmet sich den Studien bald des Rechts ⁽¹⁾, bald der Antike. Zuweilen gefallen ihm Hof und Fürstendienst, und in ausbrechenden Kriegen versieht er sich mit Rofs und Waffen: lieber aber ist's ihm doch, in der Vigna am Rodano bei Reggio, in dem vom Bach umschlossenen Garten Landleben und Einsamkeit zu genießen. Die Poesie ergriff er wohl frühe, doch liefs er sie lange Zeit fahren; bis etwa ein wetteifernder Bruder ihn wieder ermunterte, und auch hier waren es bald Schauspiele, wie er denn schon als Knabe Theaterstücke verfaßt hat, bald die romantischen Gedichte der Spanier und Franzosen, bald Horaz und Catull, die er unter jenem Lehrer studirte, der ihn, wie er sagt, aus einer trägen Masse zu einem Menschen gemacht, was ihn beschäftigte. Genug die Wissenschaften des Nutzens und Vergnügens, Krieg und Frieden, öffentliches und privates Leben, antike und moderne Welt, alles zieht ihn an, und er spottet selber über seine Unbeständigkeit.

Wie es aber zu geschehen pflegt, das Leben machte seine Forderungen an ihn geltend und wies ihm seinen Weg an.

Dafs der Vater frühzeitig starb und die zahlreiche Familie von ihrem Erbe nicht leben konnte, dafs Lodovico nunmehr für die Erziehung der Brüder zu sorgen, die Schwestern zu verheirathen, schwierige Processe auszufechten hatte, nöthigte ihn Dienste zu suchen ⁽²⁾. Lange Zeit im Gefolge des Cardinals von Este, alsdann am Hofe des Herzogs von Ferrara, gelangte er zu einer sehr mannigfaltigen, vielseitigen Thätigkeit. Er übernahm Gesandtschaften deren sich kein Anderer unterzogen hätte, wie an Julius II, einen beleidigten und jähzornigen Lehensherrn, er focht in der Schlacht gegen die Venezianer auf dem Po, und erstieg selber eins ihrer Schiffe mit ⁽³⁾; die Garfignana, durch die Verordnungen eines langen Krieges verwildert, verwaltete er zur Zufriedenheit des Herrn und der Landschaft. Er zeigte sich brauchbar und ergeben. Auch sein scenisches Talent zu üben gab ihm der Hof vielfache Gelegenheit; bald mit Übersetzungen aus dem Plautus, denen

(1) Es war nicht allein der Vater der ihn antrieb: „*Mens mi verbosus suavit perdiscere leges.*“ (*Elegia de diversis amoribus.*)

(2) Er schildert das in der siebenten Satyre. Er habe, sagt er, seinen Sinn von Maria auf Marta wenden müssen.

(3) *Gabrielis Ariosti Epicedium* vers. 299 läßt daran nicht zweifeln.

man auch in Hinsicht des Verständnisses ein ausnehmendes Verdienst zuschreibt, bald mit eigenen Versuchen in Prosa oder in Versen, die gewifs immer zu dem Besten gehören was die Italiener in dieser Gattung besitzen, diente er der aufkommenden Bühne von Ferrara. Trotz so vielfacher Dienste war sein Glück nur beschränkt, und nur spät gelangte er zu einer Existenz in der es ihm behagte. Er baute sich, wiewohl nur in einer entfernten Strafe, ein kleines Haus: noch besucht man das Zimmer wo er studirte, mit der Aussicht auf den Garten ⁽¹⁾, den er selber bebaute, und trinkt aus seinem Brunnen. Er war zufrieden: er wufste, wie er sagt, den Hafen wo er Winden und Meer den Sturm verzieh: er meint damit, wie er eröffnet, den Umgang mit seiner Freundin, oder Gemahlin ⁽²⁾, deren „frank und freie Seele, deren edle Sitte und aus dem Quell der Gedanken strömende Beredsamkeit ihn festhielt“: er war glücklich wenn er auf dem Markte zu Ferrara zwischen den Bildsäulen der alten Marchesen auf und ab gehn konnte; es war ihm genug wenn sechs Menschen den Hut vor ihm abnahmen.

In diesen Zuständen dichtete er die Fortsetzung des verliebten, den rasenden Roland: das Werk seines Lebens. Zwischen 1505 und 1516 hat er ihn verfaßt, darauf immer erweitert und verbessert, bis er ein Jahr vor seinem Tode, 1532, eine neue Ausgabe vollendete, die ziemlich als eine andere Arbeit angesehen werden kann.

Schon als eine Fortsetzung nun muß dieses Werk die nemlichen Bestandtheile enthalten aus welchen Bojardo sein Gedicht zusammensetzte. Die karlingische Rolandssage stellt sich in den großen Scenen der Vertheidigung von Paris dar. Ariosto verknüpfte wie sein Vorgänger den Sinn und gar oft die Fabeln des Kreises der Tafelrunde mit derselben. Wenigstens neu ist es nicht daß Orlando rast, da Tristan wie Lancelot aus Liebe in Wahnsinn fallen. Bereits Apostolo Zeno bemerkte daß Origille und Martan aus dem Tristan sind. Ich finde daß auch andere französische Romane von

(¹) Das Hintergebäude das jetzt Garten und Haus trennt ist neu. — Er hatte eine kleine Besoldung. In der „*Bulletta stipendiatorum et familiarium*“ ist er 1518 aufgeschrieben „*cum salario 7 ducatorum pro mense.*“ — Sieben Ducaten! Er bemerkt, daß er den Musen nicht so viel verdanke um sich einen Mantel machen zu lassen. Jedoch:

Il studio se a lo corpo non da pastura,

Lo da a la mente. (Sat. I.)

(²) Alessandra Strozzi: vgl. Fernows Leben Ariostos.

Ariosto benutzt wurden. Zu jenem Fall der Bradamante unter andern, durch welchen sie an das Grab des Merlin geräth um sich das künftige Geschick ihres Geschlechtes weissagen zu lassen, ist das Vorbild in *Giron le courtoys*, wo Breux eben auch in eine wunderbare Grotte gestossen wird, in der er die Geschichte von Giron's Voreltern kennen lernt. Wie Pinabel die Bradamante, will dort die Begleiterin des Breux diesen umbringen: beide ersuchen dazu Höhlen an den Bergen wo sie sich gerade befinden, und beide gehen vor, junge Mädchen in denselben gesehen zu haben ⁽¹⁾. Ariostos Zeitgenossen wußten dies wohl. Pigna vergleicht sein Studium der spanischen und französischen Romane mit dem Bemühen der Biene die vollsten, saftigsten Blumen auf der Wiese zu finden. Ein ähnliches wandte er der alten Mythologie zu. Zwar wollen wir nicht mit einigen italienischen Gelehrten den Ruggiero von dem Achill, Carl vom Latinus, Rodomont vom Turnus, Melissa von der Juturna herleiten; allein unmöglich ist es, in der Befreiung der Angelica von dem Meerungeheuer durch den mit Flügelpferd und Zauberschild ausgerüsteten Helden Perseus und Andromeda, in der Olimpia welche Biren auf der Insel verläßt, Ariadne, in Medor den Nisus, in Orco ein furchtbareres Nachbild des Polyphem zu verkennen.

Ariosto wandelt demnach hier auf den Spuren des Bojardo. Es ist merkwürdig wie er zuweilen ich sage nicht in der großen Anlage, die natürlich ähnlich und doch verschieden sein mußte, sondern in der Manier der Darstellung mit demselben wetteifert. So hat er die Fischerei der Alcina und das Abenteuer des Astolf aus seinem Vorgänger entlehnt. Wenn bei diesem die Fee alle Fische, so viel ihrer sind, aus dem Meer kommen läßt, Thunfische, Delfinen, Schwertfische, Nordcaper, viele andere, große und kleine, und die Ufer erfüllt werden: faßt dies Ariost in einer gesonderten Anschaulichkeit auf. Alcina ruft die Fische welche sie will: geschwind kommen die Delfinen, die dicken Thunen mit offenem Maul, die Robben er-

(¹) *Giron le courtoys*: alter Pariser Druck fol. 233. *Or saichez tout de verité que a la premiere foi que je y commencai a regarder, vy je la aval la plus belle damoiselle que je veisse oncques de tout mon age.* Orlando canto II:

E disse che avea visto in fondo

Una donzella di viso giocondo.

Ferner: Breux sagt: *J'ay été ung peu etourdy du cheoir.* Ariost:

Giacque stordita la donzella alquanto.

wachen aus ihrem Schlaf: schaarenweis, emsig schwimmen die kleinen Gattungen herbei: man sieht die gewaltigen Rücken der großen Ungethüme. Die Schilderung des größten derselben, den man für eine Insel hält, die Anrede der schmeichlerischen Verführerin ist in einem ähnlichen Sinne fleissiger Ausarbeitung herübergenommen ⁽¹⁾. Vor allem erkennt man den Unterschied ihres Talentes in der Art wie sie die Antike benutzen. Wenn Bojardo die antike Fabel bis ins Unkenntliche umbildet, so kann man bei Ariost in ganzen Erzählungen Schritt für Schritt den Dichter erkennen den er gerade vor sich hatte. Wie z. B. bei Ovid Perseus die Andromeda, würde bei Ariost Ruggiero die Angelica für eine Bildsäule halten, sähe er nicht Thränen aus ihren Augen rinnen und ihr Haar im Winde flattern: er redet sie nicht anders an als jener: sie sei der Ketten der Liebe werth, nicht aber solcher. Wie dort Andromeda würde hier Angelica ihr Gesicht mit den Händen verhüllen, wäre sie nicht gebunden. Wie bei Ovid, wird auch hier das kommende Ungeheuer mit einem Schiff und der Bekämpfende mit dem Adler der sich auf die Schlange stürzt verglichen. Dabei ist jedoch Ariost noch weit entfernt unselbständig zu werden. In jedes Bild vertieft er sich und mahlt es mit eigenthümlicher Anmuth aus. Allerdings ist die Beschreibung, wie das Thier, obwohl nach mancherlei Umschweif, von Orlando endlich getödtet wird, der Ovidischen, wo dasselbe bald untertaucht bald sich noch einmal erhebt bald sich herumwälzt wie ein wilder Eber, nachgebildet; allein Ariost schildert anschaulicher, wie es sich erst über das Meer emporhebt, so daß man seine Seiten und seinen schuppigen Rücken sieht, dann niedertaucht, den Sand mit dem Bauche aufwühlt und herauswirft, und dem wilden Stiere ähnlich ist der sich unerwartet den Strick um die Hörner wer-

(¹) Bojardo lib. II canto 13. *Ove la fata sopra la marina*

Facea venir con arte e con incanti

Sin fuor dell'acqua i pesci tutti quanti.

Ariosto canto VI: *E stava sola in ripa a la marina*

E senza hamo e senza rete traeva

Tutti li pesci al lito che volea.

In diesen Worten zeigt sich gleich das ganze Verhältniß. Wie viel anschaulicher ist Ariost: ohne Netz, ohne Angel, statt: durch Zauber; die Fische welche sie wollte, statt alle mit einander. Der Erfinder aber bleibt Bojardo. Ich bitte die Leser denen diese Dinge nicht zu gering vorkommen, die ganze lange Stelle Wort für Wort zu vergleichen.

fen fühlt, nach allen Seiten springt, in den Kreis läuft, sich beugt und erhebt und sich doch nicht losmachen kann. Da ist nun merkwürdig wie Ariost dem Virgil folgt. Virgil, der Erhabenheit seines Gegenstandes immer eingedenk, behandelt selbst das Geringfügige mit Würde. Den Spieler der in der berühmten Nacht des Nisus und Euryalus getödtet wird, schildert er mit Haltung und Anstand: „Serranus hatte in jener Nacht viel gespielt, der wohlgebildete, und lag darnieder, seine Glieder von göttlichem Weingenuß überwältigt.“ Auch von Rhannus, der zugleich König und ein dem Herrscher willkommener Augur ist, wird mit gewählten Worten gedacht, er hauche auf hohen Teppichen den Schlaf aus voller Brust. Den Serran löst Ariost in zwei Bilder auf: in den Trinker, der, an das Weinfäß gelehnt das er ausgeleert hat, eines ruhigen Schlafes zu genießen hoffte, jetzt aber wird ihm der Kopf abgehauen und mit dem Blute springt der Wein hervor; und in ein paar Spieler, einen Griechen und einen Deutschen, welche die Nacht bei Schaafe und Würfel zugebracht haben. Den König-Augur bildet er in den gelehrten Alfeo um, zugleich Arzt, Magus und voll von Astrologie: er hatte sich geweissagt dafs er im Schoofse seiner Frau sterben würde: jetzo traf ihn die Spitze des Schwertes. Man könnte sagen, wenn es nicht zu gesucht klänge, Ariost übersetze den Virgil unbewußt in den Homer zurück. Auf jeden Fall stellt er die Sachen anschaulicher, natürlicher und, wenn man will, gemeiner dar ⁽¹⁾.

Überhaupt aber zeigen sich, wenn wir nicht irren, in Bojardo und Ariost zwei verschiedene Fähigkeiten der Phantasie. Bojardo dichtet im Grofsen: die Ereignisse wie die Erscheinungen stellen sich ihm auf einmal, im Ganzen dar. Ariosts eigenthümliches Talent dagegen liegt in der durchgebildeten Anschauung einzelner Momente, die er in deutlichem Umrifs dar-

(1) So ist nun auch das Verhältniß zu dem Giron im einzelnen Ausdruck merkwürdig, z. B. bei jenem Fall den Ariosto aus Giron entnahm: *Lors s'en vient a ung grand arbre et trenche la branche et puis l'acroche a une part de la roche et oste son haultbert et ses chausses de fer pour etre plus leger. Et maintenant se prend a la branche et entre dedans.* Wie viel anschaulicher und deutlicher wird dies bei Ariost:

*Ecco d'un olmo alla cima frondosa
 Volgendo gli occhi un lungo ramo vede
 E colla spada lo subito tronca
 E lo declina gia nella spelonca etc.*

legt: mit Vergnügen, Wohlgefallen und Absicht geht er auch auf das Kleine ein: Moment nach Moment bringt er so recht mit Behagen und Genuß hervor und stellt sie auf das lebendigste vor unsere Augen. — Diese durch die beiden Werke gehende und in ihrer Grundanlage thätig gewesene Verschiedenheit erklärt schon einigermaassen den so ganz verschiedenen Eindruck, die ganz verschiedene Wirkung welche sie hervorbringen. Es kommen noch einige andere Momente hinzu.

In Bojardo herrschen Vorstellungen und Dichtungen des Mittelalters schlechterdings vor; wird ein Alexander erwähnt, so ist es der mythische: Tristan und Isolde dienen zu Gleichnissen. Bei Ariost dagegen ist der Hintergrund allgemeiner Vorstellungen aus den Alten entnommen, und das Alterthum erficht in ihm einen entschiedenen Sieg. Die Frauen sind so schön wie von Phidias gebildet: oder sie sind in künstlicher Arbeit erfahren wie Pallas: oder ihr Alter ist das der Heecuba und der Cumanerin. Will er einen Mann loben, so war Nireus nicht so schön, Achill nicht so stark, Ulyss nicht so kühn, Nestor, der so lang lebte und so viel wufste, nicht so klug. „Grausames Jahrhundert,“ ruft er einmal aus, „voll von Thyesten, Tantaliden und Atriden: in welchem Scythien ist dies Kriegssitte! — Er war der kühnste Jüngling von den äußersten Küsten der Inder bis da wo die Sonne sinkt. — Bei einem Polyphem hätte er Gnade gefunden: aber du bist ärger als ein Cyclop und Læstrygon.“ Der Duft ist bei ihm wie von Indiern und Sabäern: ein Gastmahl, wie es kein Nachfolger des Ninus genießen könnte; der Buhle der Alcina wird ihr Atys genannt. Wie Orlando mit dem Meerungethüm so gewaltsam gebahrt, vergiftet der alte Proteus seine Heerde und flieht über den Ocean: Neptun läßt den Wagen mit Delfinen bespannen und geht zu den Äthiopen.

Aber überdies führt Ariost die moderne Welt in das Gedicht ein. Nicht allein indem er jenen Bezug der Fabel auf das Haus Este noch weit mehr als Bojardo und in weitläufiger Ausführung hervorhebt, sondern auch indem er statt des Costumes einer eingebildeten Epoche allenthalben die Anschauungen der eigenen einführt. Das Kriegswesen seiner Zeit, das in der That noch viel Ritterliches hatte, erlaubte ihm die Beschreibungen der Zweikämpfe, Turniere, Waffen und Sitten demjenigen gemäß was er täglich sah, darzustellen; allein auch minder poetische Dinge nimmt er auf: Schatz-

meister, die Pferde und Volk, wie er sich ausdrückt, machen ⁽¹⁾, Commissionen die durch Contrasegni bekräftigt werden, u. s. w. Die Vertheidigung von Paris ist der Vertheidigung von Ferrara nachgebildet die Alfonso dem Ersten so wohl gelang. Er enthält sich nicht Minen und Hakenbüchsen zu schildern. Auch auf dem Schiff sieht man die Helden bei widrigem Wind ihre Seekarten durchforschen. Die Beute besteht bei ihm wohl unter andern aus Zimmerbehängen in Flandern gearbeitet: er gedenkt der Seide und des Goldstoffes, so trefflich wie es florentinische Weber machen. Ruggiero ist so verweichlicht als hätte er in Valencia den Damen gedient.

Wie ihm dann das Kaiserthum Carls des Großen und das französische Reich eins sind, die goldenen Lilien von Carl wie von Louis XII vertheidigt werden, so treten ihm die Menschen seiner Zeit unter die Heroen und die Wunder der Fabel ein. Seiner Fürsten und Freunde gedenkt er ausführlich. Ereignisse die er erlebte werden in aller ihrer Breite eingeflochten, und noch als er die zweite Ausgabe des Gedichtes machte, mußte sich ein Platz für Andrea Doria und genuesische Sachen finden. Man versichert übrigens daß der Poet eine Gabrina, einen Caligorante gekannt, daß was er von Ariodante und Ginevra, dem Eremiten und Angelica erzählt, sich damals in seiner Nähe zugetragen hatte ⁽²⁾.

Durch diese unverhüllten Nachahmungen des Alterthums, diese ausgeführten und durchgehenden Darstellungen moderner Dinge erlitt der überkommene Stoff eine völlige Verwandlung. Die Veränderung die die Sprache durch Ariosto erfuhr, ging derselben zur Seite.

Jede Sprache erlebt eine Periode in der sie aus dem schwankenden Gebrauche zur festen Regel gelangt und correct wird. Glücklicher Autor

(1) VII 159.

*Mandò per tutta la sua terra
Suoi tesorieri a far cavalli e gente,
Navi apparecchia e munition di guerra,
Fettopaglie e danar maturamente. —*

Das könnte in Prosa eben so gut im Guicciardini stehn. So theilt Ariosto, um noch eins anzuführen, die spanischen Mauren nach den Provinzen des damaligen Spaniens ein: *I Catalani: la gente di Navarra: il popul di Leone: la minor Castiglia:* was auf die Zeitgenossen um so mehr den Eindruck des Modernen machen mußte, da so eben an die Schlacht von Ravenna von 1512 erinnert worden war, wo jene Spanier gestritten hatten.

(2) Das letzte bemerkt Fornari: *Allusioni del Furioso sopra le cose accadute in der Ausgabe von Orlandini Venezia 1730.*

der noch Zeit hat sich die Regel zu eigen zu machen: da sie allmählig in das Gefühl übergeht, würde jede Beleidigung derselben späterhin mit Mißbehagen wahrgenommen werden. In der Freundschaft mit Bembo, durch welchen die italienische Sprache eine solche Veränderung erfuhr, berührte dies Bemühen Arioston gleichsam persönlich: mit Freuden erkennt er die Verdienste dieses Meisters der Sprache an: er erklärt, von ihm lernen zu wollen was er allein zu Stande zu bringen nicht fähig sei. Sorgfältig sucht er denn Provinzialismen, falsche Ausdrücke die nur den Reim erleichtern wegzuschaffen ⁽¹⁾: er unterwirft sich bereitwillig dem Gebrauche des vierzehnten Jahrhunderts: weil z. B. Boccac und Petrarca statt *gli dei* gesagt *i dei*, nimmt er dies durch sein ganzes Buch auf; er hat wohl hundert Verse geändert um *caval* wieder wegzuschaffen, das er statt *cavallo* zu brauchen sich erlaubt hatte. So in unzähligen Fällen.

Nicht minder aber war er auf den freien Fluß seiner Stanze bedacht. Er entfernt Parenthesen welche die Construction unterbrechen, das Zusammenstoßen harter Consonanten, schwere Reime: er vereinigt den Gedanken der die Stanze schließt und der sich in die drei Verse am Ende ausdehnte, in den rhythmischen Fall der beiden letzten: er versäumt nicht auf das Volk zu hören, das seine Verse gar bald auf den Straßen sang, und die Veränderungen sich anzueignen die sie im Munde desselben erlebt hatten ⁽²⁾. Wie viel Mühe er sich gab, kann man auf der Bibliothek zu Ferrara wahrnehmen. Wer da einmal die Autographen Ariostos und Tassos sah, wird sich ohne Zweifel verwundert haben, zu wie wenig Veränderungen der letzte, obwohl seine Verse mühevoll vollendet scheinen, Veranlassung fand, während die Handschrift Ariostos, für dessen Verdienst die Leichtigkeit gehalten wird, durch unzählige Correcturen und wiederholte Umarbeitungen einzelner Stanzen fast unleserlich geworden ist. Diese Leichtigkeit konnte nur durch großen Fleiß erreicht werden. Nur durch den ist es ihm gelungen seiner Sprache eine Reinheit, Angemessenheit, eine schlanke, freie Bewegung zu

⁽¹⁾ Eine sehr merkwürdige Stelle finde ich in Hortensius Landus: *Sferza de scrittori* 1550: „*Quanti errori appartenenti alla volgar grammatica erano già ne primi volumi (des Orlando) che si stamparono. Furono poi corrette per opera d'un giovane Sanese che gli era molto amico.*”

⁽²⁾ Gianb. Pigna: *Scontri de luoghi i quali M. Ludovico Ariosto mutò dopo la prima impressione*. Am Ende des ersten Bandes derselben Ausgabe von *Orlandini*.

geben, die einen unvergleichlichen Reiz hat. Sie ist ungezwungen, wie im Gespräch, voll Ausdruck und frei von Angewöhnungen oder Willkürlichkeiten. Hierin ist er seinen Vorgängern, selbst dem Bojardo, der noch un gelenk ist und zuweilen etwas von romantischer Manier hat, weit überlegen. Durch diesen sorgsam Fleiß gelang es Arioston auch die Periode der Stanze erst recht auszubilden. Gerade ihm, dessen Verdienst in dem leichten Unterordnen bezeichnender Nebenumstände unter das Ganze einer Vorstellung besteht, kam dies zu. In der That ist der Fluß ariostischer Verse ein zusammenhangender, von Anfang bis zu Ende ununterbrochener flüchtiger Wohl laut.

Und man muß nicht glauben, daß er sich zu dieser angestregten Bemühung zu zwingen gehabt habe: nein, sie war ihm Natur. Er war ein Mensch der sich innerlich mit seinen Gebilden beschäftigte. Wie er an seinem Blumenbeet, am Garten immer etwas zu bessern und umzuändern fand, so arbeitete er immerfort an seinen Versen. Zuweilen vergaß er die Besserung wieder: zuweilen kehrte er zu der alten Lesart zurück; aber in der Regel behielt er jene bei: auf jeden Fall war er immer damit beschäftigt. Natürlich, wie mit den Versen, so mit den Sachen. Er lebte in seine Gedanken vertieft, so daß er oft seine Umgebung vergaß. Man hat bemerkt, daß er zuweilen wenn er gegessen, nicht mehr wußte daß er es gethan hatte. Es mag wohl gegründet sein, daß als ihm sein Vater einmal Vorwürfe machte, er sich zu entschuldigen vergaß, indem er nur die Comödie im Sinne hatte an der er arbeitete und in der eine ähnliche Scene vorkommen mußte. Man sah ihn einst zu Ferrara in seinem Hauskleid ankommen: er war von Carpi aus spazieren gegangen, in seine Phantasien verloren die Hälfte des Weges gekommen, und hatte dann, da er sich einmal so weit sah, den fernern Weg wie er war gemacht ⁽¹⁾.

Von der Natur dieses innerlich bildenden, in sich selber arbeitenden Geistes giebt die Verknüpfung der mancherlei Bestandtheile dieses Werkes zu einem Ganzen Zeugniß. Es kann hier nicht von der strengern Einheit eines von Einer Idee ausgehenden zu Einem Zweck harmonisch angelegten, etwa eine einzige große Handlung ausführenden Poemes die Rede sein. Wir wis-

(1) Erinnerungen Virginio Aristos bei Barotti *Memorie* I p.177. Hätte der gute Virginio doch noch ein paar Stunden angewendet um die Capitel auszuführen, deren Inhalt er nur andeutet.

sen, daß Ariost so zu sagen die Episoden eher machte als das Gedicht. Die Handlung, welche sie jetzt nicht mehr beherrschte sondern nur verknüpfte, setzte er erst darnach dazwischen ⁽¹⁾. In dieser war ihm genug jene drei Fäden fortzuführen die er von Bojardo herübergenommen; und es ist immer merkwürdig, wie er sich zur Vollendung seiner Fabel gerade des mindest tapferen von allen Paladinen, des Astolfo, bedient. Er weiß ihn noch wunderbarer als sein Vorgänger, und auch mit dem Hippogryphen auszurüsten. Mit dem besteht Astolfo jene seltsam erdachten Abenteuer, die ihn fähig machen Bradamante und Ruggiero von ihrem Zauber zu lösen und ihre Verbindung vorzubereiten, den Orlando seiner Raserei zu entheben, die Saracenen endlich durch die Verwüstung ihres africanischen Gebietes, ein wunderlich ausgestatteter Scipio, zur Heimkehr aus Europa zu nöthigen. Diese überraschend erfundene Auflösung ist ein Beispiel seines Verfahrens. Alle die hundert Erfindungen die nicht von ihm kommen, weiß er mit dem Gewebe das ein Anderer angefangen, geschickt zu verbinden. Er pflegt seine Erzählungen bis auf einen entscheidenden Punct zu bringen, gerade hier, oft zum Verdruss des Lesers, sie fallen zu lassen, und wenn er diesen durch neue mit den vorigen in Anmuth wetteifernde Fabeln für etwas anderes interessirt hat, allmählig zu den schon in den Hintergrund getretenen zurückzukehren um die verschlungenen Knoten leicht und natürlich zu lösen. Hierbei gefällt ihm, wo möglich immer zu etwas ganz Verschiedenem fortzuschreiten. Zwischen den Schwertern des Mandricard und Rodemont läßt er die zarte Doralice erscheinen: aus dem Unglück der Pariser Belagerung führt er uns zu dem Feste zu Damascus fort: er ist voll reicher, reizender Abwechslung. In diesen Verknüpfungen zeigt er eine unvergleichliche, seinem Talent ganz eigenthümliche Fähigkeit. Man erlaube uns zu glauben, daß sein der Außenwelt vergessendes Dichten und Denken nicht selten diesem Bemühen gewidmet war.

Und so brachte er dieses verwunderungswürdige Werk hervor, um dessen willen ein Jahrhundert seinen Namen dem andern unter denen überliefert die der Vergessenheit entgangen sind. Allenthalben tritt er uns selbst

⁽¹⁾ *Pigna, Vita di Ariosto: Dal che comprender si può qual fosse la via del comporre da lui usata. Primieramente molti episodi atti ad esser allargati raccoglieva in uno, e le azioni poi inframetteva che gli parebbero a dare spirito al rimanente bastevole.*

entgegen, ein heiterer Mensch, im Grunde gut, obwohl er nicht einem Begriff oder Ideal, sondern seiner Natur nachlebt, der seine Erfahrungen und Neigungen mit Behagen vor uns enthüllt. Trotz seines romantischen Gegenstandes läßt er uns gar oft den Dichter der Comödien und Satyren wahrnehmen. Die Lebensansicht die vornehmlich den Satyren, welche als Briefe über die Ereignisse des täglichen Lebens anzusehen sind, zu Grunde liegt, eine Verachtung nichtiger menschlicher Bemühungen, eine unschuldige Gesinnung welche Ruhe, Beschränktheit und Einsamkeit liebt, die er nicht ohne leichten Spott über seine Schwächen mit einer Einfalt, Ehrlichkeit und Zutraulichkeit schildert welche der Alten würdig sind, tritt uns auch in dem Orlando entgegen. Nur Einen Mangel, wie auch das grösste Talent seine Grenze hat, darf man sich hiebei wohl nicht verhehlen. Man könnte von ihm nicht sagen, dafs er irgend eine Tiefe des menschlichen Wesens und der Natur eröffnet habe. Vor gewissen Dingen hat er eine angeborne Scheu. Wohl trägt auch er kein Bedenken z. B. die Zwietracht in Person statt in der Hölle in einem Kloster, unter andern nichtigen Dingen auf dem Mond die Schenkung Constantins finden zu lassen, dem Eremiten schimpfliche Unzucht zuzuschreiben: und dergestalt auch seines Orts kirchlichen Misbräuchen den Krieg zu machen: jedoch von dem gemeinen Weg des Glaubens abzuweichen hält er für eine unthunliche Sache, da der Verstand, wenn er Gott schauen wolle, verwirrt und blind niederfalle. Sein Gebiet ist die sinnliche Anschauung. Wie sehr man bildende Kraft der Phantasie, unerschöpfliche Darstellungsgabe an ihm bewundern mag, so wird man doch, wenn man ihn lange fort liest, höheren Schwung der Seele und wirksames Gefühl für die höchsten Interessen bei ihm vermissen.

Immer werden diese beiden Gedichte, der verliebte und der rasende Roland, als die gelungensten Hervorbringungen italienischer Romantik zu betrachten sein. Dem ersten wird man vielleicht in Erfindung und tieferer Poesie, dem andern in der Ausbildung einzelner Momente, anschaulicher Darstellung, glücklicher Verknüpfung und der Sprache den Preis zuerkennen müssen. Zusammengenommen lassen sie sich mit einem Januskopf vergleichen. Bojardo enthält die Blüthe der Denkweise und der Lebensformen des spätern Mittelalters: Ariosto die erste Entwicklung der modernen Poesie in vollem Glanze.

BERNI.

Wohin aber war nunmehr jene in dem strengen Sinn des kriegerischen Christenthums erfundene, in einfacher Entwicklung ausgeführte Carls Sage gekommen. Nicht allein Fabeln des Mittelalters, von ganz anderm Geiste ausgegangen, nicht allein Mythen des Alterthums ihrem Inhalte nach, sondern auch ausführliche Nachahmungen antiker Dichter und mannigfaltige Bestandtheile des modernen Lebens waren in dieselbe aufgenommen. Gerade damals als es nicht möglich war ihr noch etwas Neues hinzuzufügen ohne sie vollends zu zerstören, warf sich die Menge der Nachahmer auf ähnliche Arbeiten, und sie mußten belehrt werden, daß es nicht Jedem gegeben sei auf der Bank des Ariost zu sitzen ⁽¹⁾. Und doch hatte sich in dem litterarischen Italien eine Gesinnung entwickelt, die schlechterdings einen weitem Fortgang und andere Versuche forderte.

Die drei Bücher des *Orlando innamorato* von Graf M. Matteo Bojardo waren zuerst 1495 erschienen. Was ist merkwürdiger als daß ehe 40 Jahre um waren, noch bei Lebzeiten Clemens VII ⁽²⁾, Francesco Berni, damals eines der Oberhäupter der italienischen Litteratur dies Gedicht durchaus umzuarbeiten unternahm. Heutzutage kennt man in Italien fast nur den Orlando des Berni, und das echte Werk, so glücklich erfunden, so mannigfaltig im Ausdruck, so wahrhaft poetisch es auch ist, gehört zu den versäumten und vergessenen. Noch im neunzehnten Jahrhundert ist jener fünf bis sechs Mal gedruckt worden, während dieses nur noch in Deutschland Ruf hat. Ohne Zweifel war in jenen 40 Jahren in Bildung und Geschmack eine Veränderung eingetreten, die eine solche Umarbeitung wünschenswerth machte, und aus der noch fortdauernden Billigung derselben darf man schließen, daß sich der neue Geschmack seitdem gleichartig weiter entwickelt habe. Um so mehr ist es der Mühe werth die Unterschiede aufzusuchen die zwischen beiden Gedichten bestehn.

Es würde aber überflüssig sein sie dort zu beobachten wo etwa die Härten, die im Bojardo stehn geblieben, zurückgeschoben und eine correc-

⁽¹⁾ Niccolò Franco, *Dialoghi piacevolissimi* III 65.

⁽²⁾ Berni sagt XIV 28. *Sì che il Settimo mio Signor Clemente*
Vivesse anni piu lieti e piu beati
Che vissuti non ha fin al presente.

tere Sprache hergestellt worden: einmal weil Berni seinem Vorgänger da doch nur den Dienst leistete den Ariosto sich in den spätern Ausgaben selber erwies; sodann aber, weil er in der Regel auch den Sinn ändert, nicht allein den Ausdruck. Ohne die Öconomie des Gedichtes umzugestalten, ohne mehr als zwei bis drei Einschaltungen hinzuzufügen oder etwas Bedeutendes wegzulassen, macht er das Werk doch wesentlich zu einem andern.

Und zuerst bemerken wir dafs es ihm gefällt den Ausdruck seines Autors zu amplificiren. Wenn bei Bojardo Angelica der Morgenstern scheint, die Lilie des Gartens, die Rose vom Beet, so scheint sie bei Berni der leuchtende Stern im Osten, ja um die Wahrheit zu sagen die Sonne ⁽¹⁾. Bojardo läfst sie unter jene Frauen am Hofe Carls treten „welche gütig sind, schöner als er sage, Brunnen der Tugend, von denen aber jede nur so lange schön bleibt bis diese Blume sich zeigt, welche den Preis davonträgt“; bei Berni sind dies Frauen, von denen die eine Pallas, die andere Diana scheint, über jede menschliche Vorstellung hinaus schön, bis diese lebende Sonne sich zeigt, welche den Andern thut was unsere Sonne den Sternen. Ziliante, der Lieb- ling der Morgana, ist bei Bojardo sehr gewandt und schön, in seinem Ant- litz voll Anmuth, zierlich und sauber in seiner Kleidung, verbindlich und höflich in seiner Rede: er gereicht der Morgana zu hohem Trost: sie schaut in sein schönes Gesicht als in einen Spiegel. Bei Berni ist dieser Ziliante auf eine Weise schön dafs es nicht die Schönheit eines Sterblichen scheint, ein Kleinod, dessen Raub man einer Frau verzeihen kann: sie verzehrt sich wie Schnee oder Eis wenn sie in sein Gesicht sieht.

Schon hier bemerkt man wie sehr Berni das Allgemeingültige dem Besondern vorzieht. Vornehmlich in Characterschilderungen ist dies auffal- land: er verweicht die kleinen Züge geflissentlich. Dort z. B. wo Rinald, freudig zu Thaten und jugendlich bescheiden, von Carla die Anführung be-

(1)

Bojardo: *Essa sembrava matutina stella
E giglio d'orto e rosa de verzieri,
In somma a dir di lei la veritade
Non fu veduta mai tanta beltade.*

Berni: *Parea l'oriental lucida stella,
Anzi pareva il sole, a dir il vero,
O s'altro è bel, fra le cose create
Non fu veduta mai tanta beltate.*

kommt, niederkniet und spricht: ich will mich bemühen, hoher Herr, mich so großer Ehre würdig zu machen, läßt ihn Berni schlechtweg „eine schöne Rede halten.“ Bei Bojardo weiß er Jedermann sich sittig zu erbieuten; bei Berni „die Ceremonien sehr wohl zu machen.“ Bei der Schilderung des Astolf läßt Berni gerade weg, daß dieser sich immer zu entschuldigen weiß, und das nächste Mal, ohne Arg, das nemliche thut. Orlando und Ferrau kämpfen: „Ihr könnt denken, sagt Bojardo, ob Orlando zornig war; von Ferrau sag ich nichts, denn so lang er lebte war er nie ohne Zorn.“ Berni sagt: „es war ein Kampf zwischen einem Stolzen und einem nicht Sanften.“

Dies greift dann in die Schilderung aller Begebenheiten und Zustände über. Das eigentlich Unterscheidende derselben vermeidet Berni darzustellen. Wie Ferrau hört daß sein Vaterland verwüstet werde, sein Vater gefangen sei und verlangende Hände nach ihm ausstrecke, bedenkt sich der Stürmische bei Bojardo natürlich nicht: er eilt dahin wie der Sturmwind: eine Stunde scheint ihm so lang wie hundert bis er sich mit dem Feinde messe. Berni dagegen gefällt sich ausführlich zu schildern wie er Liebe und Pietät auf die Wage gelegt habe: Ferrau betrügt sich bei ihm eben auch wie jeder Andere. Die Angelica Bojardos bescheidet sich des treflichen Rinald nicht würdig zu sein, doch sollte er nicht zürnen geliebt zu werden; bei Berni ruft sie nur im Allgemeinen aus: „wo sei ein Herz so hart um diesen Bitten zu widerstehn, eine Bestie so wild und hartnäckig um nicht geliebt werden zu wollen.“ Die zarte Neigung Ruggieros wird dahin erweitert daß der Jüngling alle Sinne verloren habe. Selbst die Nebenumstände die sich gleichsam selber darstellen verwirft er. Bojardo: Sie steigen die Berge immer aufwärts, bis sie Aragonien unter sich rauchen sehen ⁽¹⁾; Berni: „Sie haben schon so viel Land zurückgelegt.“ Dies ist die Weise in der das ganze Buch umgearbeitet ist.

Hiebei versteht es sich gleichsam von selbst daß der Hintergrund den das Gedicht in der Mythe des Mittelalters hatte hinweggenommen wird. Die Vergleichenungen mit Tristan und Isolde läßt Berni ausdrücklich weg wo er sie findet; von Artus und der Tafelrunde will er nicht viel wissen. Seine

(1)

Bojardo: *Montano l'alpe sempre andando in suso:*Berni: *Passato han già tanto spatio di terra. —*

Es ist die Reisekarte ohne Berge.

Heroen sind Theseus, Bellerophon, Hercules. Er hütet sich wohl von jenem Ritter Dolisi der die Circella überwindet zu erzählen: er nennt ihn geradezu Ulysses, einen Mann von Tapferkeit. Gar viele Züge welche einem Gedicht das den Kampf des Christenthums wider die Saracenen zum Gegenstand hat, an sich nicht unangemessen sind — z. B. wenn es bei dem frühen Tod des Argalia heisst: es fehlte ihm nichts als unser Glaube, oder wenn Orlando für den Gegner, den er noch getauft hat, mit gefalteten Händen betet — kann er nicht leiden, und verbannt sie ohne Weiteres.

Genug, durch und durch, in den Beschreibungen der Charactere, Ereignisse, Zustände, in dem allgemeinen Sinne und dem Auffassen des Einzelnen verändert Berni das ihm vorliegende Werk: statt des bezeichnenden Ausdrucks flieht er Concetti oder florentinische Sprüchwörter ein ⁽¹⁾; an dem alten Stoff macht er eine ganz neue Behandlungsart geltend.

Wollen wir sie im Allgemeinen bezeichnen, so dürfen wir vielleicht sagen, daß die alte Darstellungsweise auf Anschauung, die neue auf Reflexion gegründet war. Jene ergriff das Besondere, Individuelle als ein ursprünglich Unterschiedenes, diese das Allgemeine, der Gattung Angehörige, was allerdings alle Mal ein Abstractum ist, und faßte die Unterschiede gleichsam als Grade. Daher mag es kommen, daß während jene, das Partielle verfolgend, hier und da einem der Abstraction gewohnten Geiste unleidlich wird, diese, in jedem Fall immer ein Höchstes zu bezeichnen suchend, auf die Letzt nur allzu einförmig ausfällt. In den Tagen Bernis fing die Manier der Reflexion den Gebildeten des Jahrhunderts, welche vornehmlich das lateinische Alterthum studirten und z. B. Virgil in der Regel höher hielten als Homer, fast ausschließend zuzusagen an. Besonders das rhetorische Verdienst ward geschätzt. Zugleich machte sich in der Gesellschaft eine Sinnesweise geltend welche das Decorum in der jedes Mal beliebten Form als eine Pflicht forderte und die Darstellung des Eigenthümlichen nur in so fern erlaubte als sie jenem nicht widersprach. Diese veränderte Sin-

(1)

Bojardo: *Non non, rispose crollando la testa*

Lo ardito Ferrau, non vi pensare.

Berni: *Tu non hai ben la retorica studiato,*

Rispose quel pagan ch'è di mal seme.

So finden wir bei Berni: „*Nel cader era alquanto latino*“: oder „*Viene il soccorso di Pisa*“ d. h. die Hülfe bleibt aus: oder „*Fa per dargli l'ultime vivande*“ er will ihn tödten u. s. w.

nesweise wollte auch ihre poetische Darstellung. Wir sagen nicht geradezu dafs sie derselben unfähig sei. Allein eine andere Frage ist ob man recht that, Gedichte in ganz anderm Sinn erfunden, in ganz anderer Weise ausgeführt den Forderungen die man jetzo machte gemäß zu bearbeiten: so merkwürdig das Product auch ist das hiedurch zu Stande kam, so konnte es doch höheren Forderungen niemals genügen.

BERNARDO TASSO UND LUIGI ALAMANNI.

Wenn dennoch zwei namhafte Dichter kurz nach einander, zwischen 1546 und 1557, etwas ganz Ähnliches versuchten, Bernardo Tasso, indem er den Amadis aus der spanischen, Luigi Alamanni, indem er Giron le courtois aus der französischen Prosa in toscanische Reime brachte, so müssen wir noch einen Augenblick stehn bleiben um das Verfahren das diese beobachteten wahrzunehmen.

Zuerst fragen wir, ob sie nicht ihre Originale im Wesentlichen umdichteten. In wie fern Alamanni dies that, wird sich aus der Betrachtung eines einzigen Falles ergeben.

Das Gewebe des alten Romans von Giron beruht vornehmlich auf dem Verhältnifs des Helden zum Freund und zur Geliebten und auf dem innern Conflict in welchen er dadurch in seiner Seele geräth. Giron liebt das Weib seines Waffenbruders Danayn, und der Moment wo er in seinem verrätherischen Beginnen durch die Inschrift seines Schwertes ⁽¹⁾ betroffen und Hand an sich selber zu legen bewogen wird, ist der Mittelpunkt in der ersten Handlung des Buches. Darauf geräth Danayn in eine ähnliche Versuchung, besteht aber nur allzu schlecht: er raubt dem Freunde die Schöne, zu deren Herbeiführung er gesendet war. Der Roman erzählt, unter welchen Gefahren und Abenteuern Giron den Danayn sucht, wie er ihn endlich trifft, mit ihm kämpft, ihn besiegt und ihm das Leben schenkt. Allein höchst auffallend ist, dafs der Hauptmoment der die Fabel verknüpft,

(1) Wenn man auf dem Schwerte das Innocenz VIII 1490 dem Landgrafen Wilhelm von Hessen schenkte, in dem Museum zu Cassel, von der etwas unleserlich gewordenen Inschrift die Züge unterscheidet: *Le aute passe tout*; so ist dies wohl nicht zu ergänzen: *La beauté passe tout*, wie man versucht hat; sondern es möchte vielmehr die altberühmte Inschrift von Giron's Schwert sein: *Loyauté passe tout*, an welche zu erinnern einem Papst wohl geziemt.

vom Verrathe des Danayn, auf welchen man doch unzählige Mal zurückkommt, nur ganz im Vorbeigehn angedeutet wird. Da nun der alte Pariser Druck von pag. cx auf cci überspringt, da die Erzählung die wir vermissen gerade in diese Lücke fallen mußte, da auch andere Beziehungen auf etwas deuten das an derselben Stelle ausgefallen (¹), so sollte man vermuthen, daß jener Mangel mehr ein Fehler des Druckes als des Autors sei. Ich kann nicht entscheiden, ob er vielleicht dem Zusammenhang zuzuschreiben ist in welchem Giron ursprünglich mit Meliadus steht, da ich keinen alten Meliadus gesehen habe: auf jeden Fall aber ist die Lücke für die Anschauung der Fabel im Ganzen unerträglich. Sollte man nicht erwarten, daß Alamanni sie auf irgend eine Weise auszufüllen, den Hauptmoment, auf welchem die Folge seiner Erzählung beruht, zu entwickeln versuchen würde? Wir finden davon nichts. Wie er Capitel für Capitel in seine toscanischen Verse bringt, übersetzt er auch ohne allen Anstofs, ohne sich umzusehen die summarische Erwähnung von Danayns Frevelthat, ohne daran zu denken, daß alles was folgt sich hieran knüpft. Auch übrigens war er zwar am Anfang und Ende, wo der Zusammenhang dieses Romans mit einem andern allzu deutlich hervortritt, zu einigen Änderungen genöthigt: im eigentlichen Werke folgt er seinem Autor allenthalben ohne abzuweichen nach.

Es könnte scheinen, als sei Bernardo Tasso ganz anders verfahren. Wenigstens verspricht er allenthalben in die Abenteuer des Amadis eine andere Fabel von Mirinda und Floridante. In Wahrheit aber, diese blieb ein jenen so fremdes Element, daß Torquato Bernardos Sohn die sie betreffenden Episoden aus dem Amadis herausnahm, mit einigen Ergänzungen zusammenstellte die er noch in des Vaters Nachlaß fand, und im Jahr 1587 das Ganze als ein völlig unabhängiges Gedicht erscheinen liefs. Dem Stoffe des Amadis ward durch die neue Fabel nichts hinzugefügt was ihn wesentlich berührt hätte. Bernardo Tasso folgt seinem Autor, etwa auch hier den Anfang ausgenommen, Schritt für Schritt nach.

Ein selbständiges Ergreifen der Fabeln läßt sich an diesen Dichtern demnach nicht wahrnehmen: schöpferische Poesie hat an ihren Werken

(¹) Z. B. pag. cccii erzählt Giron was ihm den Tag zuvor geschehen sei: *Il commence maintenant a dir tout ce que le (vilain) chevalier luy avait fait devant son pavillon etc.*, von welchem Factum in unserm Drucke keine Meldung.

wenig Antheil: betrachten wir in welchem Geiste ihre Behandlung übrigens unternommen ward.

Dann ist das Verhältniß merkwürdig in welchem sie ihre persönliche Stellung in dem Gedichte hervortreten lassen. Wie Tasso, auf Antrieb neapolitanischer Fürsten und Machthaber, damals von Spanien abhängig, den am eigenthümlichsten spanischen Roman ergriff: so liefs sich Alamanni durch Franz I, in dessen Schutz er sich mit andern ausgewanderten Florentinern begeben hatte, zur Bearbeitung des in Sinn und Wesen vielleicht am echtensten französischen Romanes veranlassen. Wie nun dieser sein Werk unter andern zur Verherrlichung Franz I und seines Hofes anlegte — er gesteht es ausdrücklich, — so sah es jener auf eine poetische Erhebung Carls V ab. Es ist auffallend wie sich die Poeten in dem Lobe dieser beiden berühmten Gegner begegnen: wie einer und der andere versichert, der Name seines Helden werde die Geschichtsbücher füllen ⁽¹⁾: man werde ihm die schönsten Zeiten, blühend in edlen Werken, verdanken: wie, nachdem Alamanni alsdann mehr die innern Einrichtungen, Tasso mehr die glücklichen Kriegsthaten seines Helden hervorgehoben, Beide darin übereinkommen daß Jeder dem Sohne des seinigen die Eroberung des heiligen Grabes prophezeit. Übrigens führt Tasso in einer dem Ariosto augenscheinlich nachgebildeten Stelle die ganze Schaar seiner Freunde in das Gedicht ein.

Diesen modernen Beziehungen fügen sie antike Reminiscenzen in grosser Fülle bei. Bei Tasso finden wir nicht allein den ganzen Olymp sondern auch Camilla und Penthesilea, deren Ruhmesflamme noch leuchte, die Furien mit Schlangen behaart, den thracischen Orpheus, der sich nach der Eurydice sehnt. Über die Schönheit seines Amadis seufzt Ebne und Berg: ihn möchten zum Eidam haben Tethys und der Ocean mit dem ganzen Meer. Derselbe Amadis aber zweifelt ob für seine Geliebte die Verdienste eines Caesar und Achilles gross genug sein würden. Bei Giron scheint von zwei Kämpfern ein Jedweder nicht allein ein Tydid, ein Ajax, ein Hector, ein Achilles, sondern ein Mars: Scythien und Numidien sind wegen der Tugend

(1) Alamanni libro XIII. *Quante carte onorate s'empieranno
Di dottissimo inchiostro a suo gran nome.*

Tasso libro XLVII. — *Di colui ben colti carmi
Lucide historie, che fan sempre nuove,
Il nome loderan.*

Girons mit Neid erfüllt: keinen lybischen Tiger, keinen hyrcanischen Löwen kann man sich denken der dem Helden gleich sei. Diese Werke sind mit Anspielungen auf das Alterthum von Anfang bis Ende durchwebt. Zu ausführlichen Nachahmungen haben sie bei der Treue, mit der sie ihren Originalen folgen, wenig Raum. Doch bemerkt man z. B. in der Unterweisung Galaoros durch Perione bei Tasso die Nachahmung einer Stelle des Claudian, und in den Vergleichen begegnet man wohlbekannten Stellen lateinischer Classiker bei dem einen wie bei dem andern nur zu oft.

Noch weit mehr aber ist Sinn und Geschmack des Jahrhunderts in unsere Poeten eingedrungen: und diesen den Werken mitzutheilen die ihnen vorliegen ist ihre eigentliche Arbeit.

Kleiner Umstände zu gedenken enthalten sie sich selbst da wo diese für Personen oder Sachen bezeichnend wären. Es ist dem Amadis eigen daß seine Kraft im Kampfe zunimmt, und hieran läßt das Original die Kampfrichter erinnern wie sie ihn in großer Gefahr sehen ⁽¹⁾; bei Tasso dagegen sagt man ihnen nur: sein Muth ist unendlich, seine Stärke die äußerste. Giron hat das Besondere daß er seinen Feinden Anfangs oft lächelnd und mit wenig Ansehen von Muth antwortet: Alamanni verwischt dies und läßt ihn immer mit dem nöthigen Selbstbewußtsein auftreten.

Damit hängt zusammen daß sie die Entwicklungen der Ereignisse oft nur summarisch behandeln. Die beiden alten Romane sind durch die Fülle eines naiven, aus sich selbst aufwachsenden, das Gemüth darstellenden Gespräches ausgezeichnet. Wie sehr hier das Italienische verwischt, kann man an einer Vergleichung des Ritterschlags, der Erkennung des Amadis bei Tasso und im Spanischen wahrnehmen. Wie Giron im Begriff ist Danayn zu tödten, vernachlässigt Alamanni das ganze Gespräch das zwischen ihnen vorfällt, obwohl gerade hiedurch gezeigt werden soll, wie Giron seine Leidenschaft bei der Erinnerung an das Gesetz überwindet. Aber selbst wenn Galaor und Florestan sich aus Eifersucht auf den Ruhm des Amadis tapfer zeigen, wenn Amadis das Schwert des Königs anzunehmen ablehnt, weil dieser es nie zu einem Zweikampf zu leihen gelobt hatte, gefällt es dem Erneuerer besser die Erfolge ohne dergleichen bestimmende Gründe zu erzählen.

(1) *Sempre parece (im Kampf) que la fuerça se le dobla, sagt der Roman; Bernardo: Infinito è suo ardir, la forza estrema.*

Dagegen substituiren sie dem einfachen Ausdruck — dessen sich der Autor des Amadis wenigstens bewußt ist: er sagt, er wähle ihn darum, weil Jugend und Leidenschaft sich einfach ausdrücke ⁽¹⁾ — wo möglich das Glänzende. In die heitere Unschuld einer ersten Neigung zwischen Amadis und Oriana bringt Bernardo Tasso den ganzen Prunk antiker Erinnerung. So sieht er nach ihr „wie der Steuermann, wenn das aegäische Meer von entzweiten Winden gepeitscht wüthet und brauset, wenn das Schiff seufzt als wollte es sich über seine Mühsale beklagen, wie er dann die Augen auf den festen Stern, seine sichere Hoffnung, richtet und sein kühnes Fahrzeug dahin lenkt wo derselbe die nahe Küste hoffen läßt.“ Den Zweikampf zwischen Amadis und Canileo schildert der Spanier leichtthin: schon von dem ersten Zusammentreffen sagt B. Tasso, er wisse nicht womit ihn vergleichen, zu wenig sei es mit Blitz und Donner, mit dem Wetterschlag der die Mauer niederwirft; wie sie aber dann zu den Schwertern greifen, und dem Spanier zufolge die Funken von Helm und Schwert sprühen, so daß sie zu brennen scheinen, fährt er fort: „die ganze Stadt scheine zu Grund zu gehn: Meer und Küste dröhne: Abila und Calpe höre den Lärm und was hinter diesen Alpen: die Luft, ungewohnt eine solche Unbill zu er leiden, zische und murre: das Schwert scheine ein von höchsten Sphären niederfahrender Feuerstrahl.“ So ermüdet auch Alamanni nicht, die Schlacht mit dem Zusammentreffen der Winde und dem Sturm, den Zweikampf mit dem Streit von Stieren um ihre brüllenden Bräute zu vergleichen.

Das Allgemeine ist ihr Element. Ich bemerke, daß sie sich, wie viele andere italienische Poeten, in einer nur sehr allgemein gehaltenen, aber oft ausschweifenden Beschreibung der Liebe, in einer Erinnerung an die alte Fabel des Amor gefallen. Es ist doch sehr besonders, daß dort wo im Original Giron, wie Danayn sich ihm nähert, durch das Wiehern seines Pferdes aus seinen Gedanken aufgeschreckt wird und Danayn erkennt ⁽²⁾, statt dieses natürlichen Zuges bei Alamanni Amor es sein muß, der zwar selber

(¹) *A cada cosa se deve dar lo que le convien.*

(²) Giron le courtois: *Avoit laissé son penser par le hannissement du cheval.* Alamanni:
Tosto il geloso amor, ch'è per se cieco
Ma fa più che cervier veder altrui,
A buon Giron mostrò chi fu costui.

blind, aber Andern das Auge schärft, durch welchen Giron seinen Nebenbuhler erkennt. An der Stelle des in seiner Einfachheit wohlgehaltenen Gespräches zwischen Giron und der Dame von Malvane setzt Alamanni nur allgemeine Ausführungen von Amor, der aus dem steinigen Gebirg eine gräsige Wiese mache, der auch Giron den Arm erhoben und das Schwert geschwungen, der ihn bald entzünde bald erkälte. So beschreibt Bernardo Tasso, wie Amor, in Oriana's Augen verborgen, diese so lieblich bewegt, daß er dem Amadis Seufzer ablockt, aber auch das Fräulein nicht lange stolz dahingehn läßt, sondern ihr Herz mit dem Pfeile durchbohrt mit dem er selbst über den großen Jupiter und andere Götter gesiegt hat, und was dergleichen Thorheiten mehr sind, denen doch in wahrer Leidenschaft nichts entspricht, die man wohl gesagt sein lassen kann, aber darum nicht zu wiederholen braucht.

Ist nun in diesem Bemühen eine von der Anschauung des Besonderen abgewandte, von den Eindrücken des Allgemeinen durchdrungene Sinnesweise thätig, so ist dieselbe doch weit entfernt den fremden Stoff zu überwältigen; in der Betrachtung dieser Werke fällt uns nur der Contrast auf, in welchem sich die Behandlung mit ihrem Gegenstande befindet.

In der Entwicklung der Gesinnung des Jahrhunderts aber, in wie fern sie sich in dieser Gattung poetischer Werke ausspricht, tritt uns hier ein neuer Moment entgegen: neue Forderungen werden gemacht. In Hinsicht auf den Gegenstand die des Ernstes und der Tugend: in Hinsicht auf die Behandlung die der Einheit. Die erste stellt sich seit der Mitte des Jahrhunderts in allen Zweigen der italienischen Litteratur dar; wie denn überhaupt Sitte und Lehre durch die erwachte Beaufsichtigung der Kirche um vieles strenger wurden. Darum wählten unsre Poeten die Erzählungen von den musterhaftesten Rittern zum Gegenstand ihres Fleißes. Bernardo Tasso den Amadis, von dem sein Sohn Torquato urtheilt, Dante würde sein verwerfendes Urtheil gegen diese Romane verändert haben, hätte er den Amadis von Gallien oder Grecia gelesen: so viel Adel und Standhaftigkeit erscheine darin. Alamanni aber bearbeitete Giron in der Absicht, an diesem Beispiele, wie er sagt, der Jugend zu zeigen wie man Hunger und Nachtwachen, Kälte und Sonnenschein zu ertragen, die Waffen zu führen, gegen Jedermann Gerechtigkeit und Frömmigkeit auszuüben und Beleidigungen zu vergeben habe: das böse Beispiel erwähne er nur damit man es flichen lerne.

Die andere Forderung war ohne Zweifel von der Beschäftigung mit den lateinischen Dichtern hauptsächlich mit Virgil veranlaßt. Indem man diese Muster vor Augen hatte, glaubte man weder die moralischen Einleitungen noch die steten Übergänge von einer Fabel zu der andern noch jenes mannigfach zertheilte Interesse, das noch Berni beibehalten, länger dulden zu dürfen. Alamanni hatte Muth genug die Einleitungen wegzulassen und eine einzige Fabel ohne besondere Einnischung fremdartiger Ereignisse von Anfang bis zu Ende fortzuführen. Freilich war sein Erfolg nicht geeignet Andere zu einem ähnlichen Verfahren aufzumuntern. Jedoch auch Bernardo Tasso hatte Unrecht sich durch denselben abschrecken zu lassen das zu thun was nun doch einmal gethan sein mußte. Er hatte sein Gedicht anfangs ganz eben so angelegt: und wenn es keine Wirkung hervorbrachte, so lag das ohne Zweifel an ganz andern Dingen als an dem Versuch einer einheitvollen Darstellung. Er ist wohl im Ganzen lebhafter und geistreicher als Alamanni, seine Verse sind wohl lautender und periodischer gerundet; jedoch seiner Erzählung mangelt das innere eigene Leben. Da konnte es ihm wenig helfen daß er seine Einheit wieder zerstörte, indem er eine fremde Fabel der alten einflocht; und seine bizarren Einleitungen, in denen er sich die nemliche Sache jedes Mal anders zu sagen beileifsig, konnten ihn nicht halten.

Wie wenig aber auch diese Gedichte gelungen sind, so sind und bleiben sie doch, wie gesagt, für die historische Betrachtung höchst merkwürdig. Die Eigenthümlichkeiten des Romanzo, Mythe des Mittelalters, naive Darstellung, sinnlicher Reiz, Abwechslung, sind vernichtet. Dagegen sind die Fiktionen des Alterthums, so zu sagen, zur Alleinherrschaft gelangt; der Bezug auf die Gegenwart erhält sich: die Darstellung ist auf Reflexion gegründet, und strebt nach rhetorischem Glanze: die Fabel soll zur Einheit erhoben werden, und das ganze Gedicht einen ernsten und würdigen Eindruck hervorbringen.

TORQUATO TASSO.

Es liegt am Tage, daß die Tendenz jener Zeit schon nach einem ganz andern Ziele hinging als welches auf diesem Wege zu erreichen war.

Wenn man sich der Antike in Ton und Geist der Bearbeitung so nahe anschloß, warum ahnte man sie nicht auch im Großen und Ganzen nach? Warum ergriff man nicht gleich von Anfang diesem Geist angemess-

sene antike Stoffe? Warum versuchte man nicht geradezu epische Gedichte im Sinne der Alten?

In der That konnte dies nicht ausbleiben. Es traten Dichter auf welche sich streng an das Muster der Alten ja an die Regeln des Aristoteles banden. Der Costante des Bolognetti, der Ercole des Giraldi machen den Anspruch eigentliche Heldengedichte zu sein. Ohne Zweifel das merkwürdigste Werk in dieser Gattung ist die *Italia liberata* von Johann Georg Trissin. Trissin war ein großer Nachahmer der Alten; er hat Tragödien mit dem antiken Chor, theokriteische Idyllen, horazische Oden versucht; er hat es sich endlich zwanzig Jahre Arbeit kosten lassen um seine Nation mit einer echten Epöee zu bereichern. Er hielt sich hiebei so nah wie möglich an Homer: er wählte sogar den reimlosen Vers.

Alle diese Arbeiten aber hatten nicht den mindesten Erfolg. — Das Publicum war nun einmal an die Ottave gewöhnt: es hatte keinen Sinn mehr für die naive Darstellungsweise, wie sie Trissin wieder aufbrachte; die Regelrechtigkeit schien ihm ermüdend und langweilig; diese Dichter scheiterten vollständig.

Es giebt Epochen in dem Leben eines Volkes, in denen die Lösung einer literarischen, einer poetischen Aufgabe eine allgemeine Nationalangelegenheit wird. Das damalige Italien, wo sich der Geschmack von der romantischen Dichtungsweise so entschieden abgewandt hatte, wurde lebhaft von der Frage beschäftigt, ob es in einer neuen Sprache ein Epos nach dem Muster der Alten überhaupt geben könne. Nachdem jene Versuche mißlungen, hielt man fast dafür, es sei unmöglich. Unter andern glaubte man zu finden, daß der hexametrische Rhythmus und ein größerer Consonantenreichthum das Latein zu einem kriegerischen, einem Heldengedicht, welches allerdings Einheit fordere: die größere Fülle der Vocale dagegen und der Reim das Italienische zum Ausdruck der Liebe, der nur in einem weniger streng gehaltenen Poëme möglich sei, geeigneter mache. Jedoch auch die entgegengesetzte Meinung behielt ihre Verfechter. Wenn Vida einen Dichter erziehen will, gleichviel in welcher Sprache, so läßt er ihn vor allem Virgil studiren, den er den unbezweifelten Sohn des Apollo nennt: vor allem, ruft er aus, verehere den Maro, ihm folge allein und wandle auf seinen Fußstapfen. Vidas Poetik schließt mit einer Art Apotheose dieses Dichters. Die Poetik des Aristoteles ward auf den Universitäten erklärt, und man konnte

sich noch so wenig in dieser Disciplin wie in andern von seiner Autorität losmachen. Seine Aussprüche wurden den Gesetzen der Natur gleich gehalten.

In diesem Augenblicke faßte ein junger Mensch, von achtzehn Jahren, der aber bereits von diesen litterarischen Streitigkeiten mannigfaltig berührt worden, die Absicht ein Heldengedicht zu versuchen, doch auf einem neuen, von allen bisherigen abweichenden Wege.

Es war der Sohn Bernardo Tassos, Torquato Tasso, der damals auf der Universität Padua studirte. Bernardo hatte gewünscht, sein Sohn möchte sich juridischen Studien und nachher einer denselben angemessenen Laufbahn widmen. Wollen wir aber die Wahrheit sagen, so hatte die Erziehung die der Jüngling empfangen, ihn nicht dazu vorbereiten können. Bernardo führte ein herumirrendes Leben: Torquato begleitete ihn, wie Ascanius, sagt er einmal, den Aeneas. Aus einer Jesuitenschule in Neapel war er in seinem zehnten Jahre nach Rom gebracht worden; von da hatte er seinen Vater erst nach Bergamo, dann nach Pesaro, endlich nach Venedig begleitet: halb Italien hatten sie durchstreift. Diese Unstätigkeit des Aufenthalts, die damit verbundene Mannigfaltigkeit der Eindrücke, die Stimmungen wie sie in Verbannten abwechseln, zumal so lange sie noch hoffen und von irgend einer günstigen Wendung der Dinge, einem zufälligen Ereigniß ihr Glück erwarten, konnte keine Neigung zu ernsten abgezogenen Studien in ihm pflegen. Überdies hatte er von früh auf an den poetischen Arbeiten seines Vaters Theil genommen: er hatte ihm einige Abschnitte des *Amadigi* ins Reine geschrieben, die Correspondenz — damals ein so bedeutender Theil der litterarischen Thätigkeit — besorgen helfen: hiedurch war frühzeitig sein eigenes Talent erweckt worden: dem dann ein empfängliches, reizbares, zu Liebe und Melancholie geneigtes Gemüth reichlich Stoff und Nahrung gab: von dem Reize der für den jugendlichen Ehrgeiz in der Beschäftigung mit der Litteratur liegt, war er ergriffen und hingerissen. Wie natürlich daß nun eine etwas trockene Beschäftigung ihn nicht anzog, daß die Vorlesungen Pancirolos keinen Eindruck auf ihn machten: er wollte das Jus gar nicht einmal als eine Wissenschaft anerkennen: seine Seele war schon von einem Gegenstande erfüllt und gefesselt. Nach einem kleineren Versuche, in dem er sein Talent erprobte, faßte er den Plan der sein ganzes Leben erfüllt, dessen Ausführung ihn den berühmten Namen aller Zeiten beigesellt hat.

Er beschloß die Eroberung Jerusalems in dem ersten Kreuzzuge zum Gegenstand eines Heldengedichts zu machen.

Auch ein poetisches Werk wird in den Zuständen der neuern Zeit ohne ernstliche innere Anstrengung schwerlich zu besonderer Bedeutung gelangen: Tasso wenigstens versäumte nicht sich mit Eifer und Nachdenken zur Ausführung seines Entwurfes vorzubereiten. Er widmete sich philosophischen, poetischen, litterarischen Studien: er versäumte nicht sich mit den Zeitgenossen in Berührung zu setzen welche sich mit ähnlichen Versuchen beschäftigten, und seine Meinung gegen die ihre zu erproben. Schon war er einst während eines Aufenthaltes in Urbino zur Composition geschritten, als er es für gerathen hielt noch einmal zu theoretischen Vorbereitungen zurückzukehren. Er ist einer von den wenigen productiven Geistern die von der Theorie ausgegangen sind und zuvörderst diese in sich auszubilden, zu voller Überzeugung zu bringen gesucht haben. In seinem einundzwanzigsten Jahre, 1564, verfaßte er eine ausführliche Abhandlung über das heroische Gedicht — *Discorsi del poema heroico* — die wohl nicht gerade wegen einer besonders tiefen und in sich bedeutenden Ergründung des Gegenstandes merkwürdig ist, sondern dadurch, daß sie uns die Gedanken eröffnet die seiner poetischen Arbeit vorausgingen und derselben zu Grunde liegen.

In jenem Streite zwischen Epos und Romanzo hatte sich in Tasso die Meinung entwickelt, und dies ist die vornehmste Idee die er vorträgt, daß es möglich sei die Vorzüge beider Gattungen zu vereinigen. „Das große Publicum,“ sagt er, „verwerfe die Einheit der Fabel, aber nur darum weil es in den Gedichten, wo man sie beobachtet habe, zugleich auf unpassende Sitten und unglückliche Erfindungen stofse. Dagegen werde von den Gelehrten die Mannigfaltigkeit ritterlicher Abenteuer verschmäht hauptsächlich deshalb weil in den Werken wo sie vorkomme die Muster des Alterthums und seine Regeln verletzt seien. Frage man ihn, wen man nachahmen solle, die alten Epiker oder die modernen Romanzatoren, so sei er der Meinung, daß man sich beiden anzunähern habe.“ Und so unterwirft er sich den Regeln des Aristoteles: er erkennt die Mustergültigkeit Virgils an; aber er hält zugleich dafür, die Einheit, Würde und Wahrscheinlichkeit der Antike lasse sich recht gut mit modernen Gebräuchen und romantischen Dichtungen vereinigen. Er findet diese Ansicht auch von einem höheren Standpunct aus zu

rechtfertigen. „Die Welt,” sagt er, „ist so höchst mannigfaltig, und doch ist es ein einziger Knoten der alle ihre Theile in einmüthiger Zwietracht verbindet. Der Poet heisst darum göttlich weil er sich dem höchsten Werkmeister nähert. Ohne Zweifel kann er ein Gedicht bilden in welchem man wie in einer kleinen Welt hier Rüstungen, Schlachten zu Land und See, Eroberungen, Duelle, Turniere, Beschreibungen von Stürmen und Feuersbrünsten, Hunger und Durst, dort aber Versammlungen im Himmel und in der Hölle, Entzweiungen, Irrfahrten, Abenteuer, Zaubereien, grausame und kühne Thaten, Courtoisie und Edelmoth, glückliche und unglückliche Ereignisse der Liebe findet, und worin doch alles auf eine Weise verknüpft wird dafs eins von dem andern mit Nothwendigkeit oder Wahrscheinlichkeit abhängt und alles eine Einheit bildet.”

Es waren diese und ähnliche Gedanken die der junge Poet seinem Vater, der für seine letzten Jahre eine Freistatt in Mantua gefunden, bei einem Besuche daselbst vortrug. Bernardo hatte im Amadigi andere Grundsätze befolgt, und, wie berührt, die Einheit die in seinem Stoffe lag, absichtlich wieder zerstört, in der Meinung dafs sie bei dem Publicum keinen Beifall finden würde. Torquato legte ihm jetzt seine Theorie mit alle dem Eifer eines von einer neuen Ansicht ergriffenen jugendlichen Geistes vor, und es scheint wohl als habe ihm der Vater zuletzt Recht gegeben. Bernardo sagte, die Liebe zu seinem Sohne vertilge in ihm die Vorliebe die er für sein Gedicht hege: die Unvergänglichkeit seines eigenen Namens liege ihm nicht so sehr am Herzen wie das Ansehen und der Ruhm seines Sohnes.

Dergestalt in seinen Meinungen befestigt, ging Torquato Tasso, als er im Jahr 1565 einen Platz an dem Hofe von Ferrara gefunden, an die Ausführung seines Werkes: eben so bedachtsam wie er es entworfen: zehn Jahre lang, wiewohl natürlich mit Unterbrechungen, hat er daran gearbeitet. Es ist wieder ein lebendig denkender Mensch: er schlägt einen neuen Weg ein; und es ist sehr der Mühe werth die Bestandtheile und die Zusammensetzung seines Gedichtes näher zu betrachten.

Da ist nun zuerst der Stoff merkwürdig den er sich gewählt hat. Allerdings ist derselbe historisch, und Tasso giebt viel darauf dafs er sich bei dieser Wahl dem Muster des Alterthums anschliesse: wie ja auch der trojanische, der thebanische Krieg, die Ankunft des Aeneas in Italien historisch seien. Allein obwohl historisch, hat doch sein Stoff das Eigene dafs er zugleich dem

romantischen, den die Romanzatoren, wie er sie nennt, bearbeitet haben, unendlich nahe verwandt ist. Die Eroberung von Jerusalem ist das Ereigniß aus dessen Idee und Nachwirkung jene alten romantischen Gedichte großentheils entsprungen waren; — an das sich selbst die Sage von Orlando anschließt. Indem Tasso die Fabeln der Romantik verläßt, wendet er sich, von einem glücklichen Genius geführt, zu demjenigen Ereigniß das die weltgeschichtliche Grundlage derselben ausmacht, und ihre wesentlichsten Elemente, die Ausbreitung des Christenthums durch das Schwert, den Kampf mit dem Mahometanismus, in sich enthält.

Bei der Bearbeitung dieses Stoffes nun folgt Tasso zunächst dem Guilelmus Tyrius, den er bei weitem mehr vor Augen hat als etwa, wie man geglaubt, Benedetto Accolti. Nicht allein in dem ersten Entwurf, von dem noch eine Anzahl Stanzas übrig sind, sondern auch in der spätern Bearbeitung der *Gerusalemme liberata* selbst nehmen wir zahlreiche Spuren einer unmittelbaren Benutzung dieses Autors wahr ⁽¹⁾, wie das Capitel eben dem Dichter vorlag. Zu vielen Erzählungen Tassos finden sich bei dem Geschichtschreiber die nächsten Anlässe, z. B. gleich zu der Schilderung und Rede der ägyptischen Gesandten, zu dem Scharmützel in welchem Dudo fällt u. s. w. Hie und da wo Tasso abweicht hat er die Sache nur aus früheren Momenten, etwa der Belagerung von Antiochia herübergenommen. — Aber schon diese erste positive Grundlage ist durchdrungen von romantischem Geist:

(1) Z. B. vergleiche man nur *Belli sacri lib. VII c. 21* mit *Canto I 76-79*. Gleich das Betragen des Satrapen von Tripoli: Tasso scheint der Versification zu Liebe hie und da abzuweichen. Ferner: *A certis quibusdam fidelibus, Seyr montis habitatoribus, qui urbibus illis a parte supereminet orientali excelsus admodum — qui ad eos gratulabundi descenderant etc.*

*Qui del monte Seir, ch'alto e sovrano
Dall'oriente alla cittade è presso,
Gran turba scese de fedeli al piano.*

Diese Christen werden die Wegweiser des Heeres: *Fiam commendaverunt maritimam, ut et directiorem sequerentur, et navium suarum, quae proficiscentem sequebantur exercitum, eis solatium non deesset:*

*Conduce ei sempre a le marittime onde
Vicino il campo per diritte strade,
Sapendo ben che le propinque sponde
L'amica armata costeggiando rade.*

So geht es nun weiter bei der Beschreibung der Schiffe, des Transportes.

wäre die Bearbeitung auch vollkommen in classischem Sinne, so würde sie doch diesen Gehalt nicht vernichten können.

Tasso war nun aber auch weit entfernt das zu wollen. In die überlieferte Erzählung verwebte er nach dem Muster der früheren Romanzatoren Zauber und Feerie. Er nahm nicht selten ihre Erfindungen geradezu herüber. So ist Armida, die in seiner Fabel eine so große Rolle spielt, aus Florisel de Niquea, von Feliciano de Silva, dem neunten und zehnten Theile des Amadis entnommen ⁽¹⁾. Bei Silva befreit Amadis die von Armida gefangenen und mißhandelten Ritter: Armida muß ihn dessemungeachtet lieben und zwar ohne Erwidierung: so daß sie die Schmerzen der Verschmähung, die sie Andern muthwillig gemacht, selbst in hohem Grade zu empfinden bekommt. Es ist augenscheinlich daß dies die Grundlage zu dem Abenteuer des Rinald bildet, der eben auch die Ritter befreit welche Armida an sich gezogen und gefesselt hat, der alsdann zwar von ihr verlockt, aber nicht, wie sie beabsichtigte, bestraft, sondern vielmehr von ihr geliebt wird, sich aber zuletzt von ihr losreißt und sie verläßt. Tasso hat nun auch noch manche andere fremde Erfindungen in diese Dichtung verflochten. Wie die Armida Tassos von ihrem Oheim, so war die Angelica Bojardos von ihrem Vater abgesendet und mit Zauber ausgerüstet um die feindlichen Ritter zu verführen: ihre Reize und Wollüste erinnern unwillkürlich an Alcina. Und auch ernstere Momente entnahm Tasso aus seinen romantischen Vorgängern. Wenn Ginguéné bemerkt, daß die Taufe Clorindens vor ihrem Tode ein Vorbild in der Spagna habe, so kann man hinzufügen, daß das in allen romantischen Gedichten eine herkömmliche Form der Aussöhnung des Siegers mit seinem sterbenden Feinde ist.

Erweiterte dergestalt Tasso seine ritterliche Historie durch anderweite Zusätze in diesem Geist, so gab ihm dazu das Leben, das sich dieser Richtung noch nicht ganz entfremdet hatte, Antrieb und Veranlassung. Noch immer kamen in Italien öffentliche Ritterspiele vor. Im Jahre 1562 z. B.

(1) Auf diese Quelle hat zuerst Schmidt in einer Recension des Dunlop (Wiener Jahrbücher XXXIII p.55) aufmerksam gemacht. Unsere Stelle findet sich *Amadis de Gaul* IX p.288. Die bestimmte Nachahmung zeigt sich gleich von Anfang. Bei Silva ist Armida die Tochter „d'une duchesse — grande magicienne”: sie ist „tant fiere et glorieuse de sa beauté qu'elle dedaigna tous.” Bei Tasso ist sie Tochter eines Königs „famoso e nobil mago”: sie ist „di sua forma altera e de'doni del sesso e dell'etate (libro IV). So geht das weiter.

wird auf dem *Largo di S. Domenico* zu Neapel eine Brücke aufgeschlagen zur Nachahmung der Brücke des Rodomont bei Ariost: Vincenz und Carl Spinello bestanden hier einen Kampf gegen 50 neapolitanische und spanische Cavaliere. Als Tasso 1565 in Ferrara anlangte, fand er Hof und Stadt mit Vorbereitungen zum Empfange der neuen Herzogin, Barbara von Östreich, beschäftigt: es wurden die glänzendsten Ritterspiele gehalten: ein Turnier in dem Hofe des Pallastes, an welchem 100 Ritter Theil nahmen. Es ist wohl wahr: dies waren nicht unmittelbare Äußerungen und Hervorbringungen des Lebens: sie waren schon durch das Medium der Poesie durchgegangen, Rückdarstellungen aus derselben; aber der öffentliche Geist hatte doch noch sein Vergnügen daran: sie mußten einen jungen Poeten entzücken, der hier noch auf die Dinge selber zu stoßen glaubte, mit deren Beschreibung er sein Werk ausschmücken wollte. Analoge Zustände, Begegnisse fehlten dann auch nicht und erregten seine eigene Erfindungsgabe.

Wollte Tasso nun sein Vorhaben ausführen, Romanze und Epos zu vereinigen, so kam es zunächst darauf an ob es ihm gelingen würde die Mannigfaltigkeit der Ereignisse und Erfindungen nach den antiken Mustern zur Einheit einer Handlung zu verbinden.

Recht methodisch unterschied Tasso, wie seine *Discorsi* lehren, vier Theile einer wohlzusammengesetzten Handlung. Den ersten, bestimmt die Lage der Dinge vorzustellen: den zweiten, in welchem die Handlung in Verwirrung gerathe: den dritten, worin sie sich zu einem glücklichen Gange wende: den vierten endlich, worin sie zu ihrem Ziel und ihrer Vollendung gelange. Er nennt sie Einleitung, Verwirrung, Wendung, Schluß. Diese vier Theile lassen sich nun in seinem Gedicht ohne viel Mühe nachweisen. Die drei ersten Gesänge, in welchen die Fäden des Gewebes angeknüpft werden, und das Heer, vor Jerusalem angelangt, schon die Belagerungswerkzeuge bereitet, bilden die Einleitung. Wie sich die unterirdischen Gewalten gegen das Unternehmen rüsten, derjenige hinweggeführt wird ohne den es nicht gelingen kann, Unglücksfälle und hindernde Bezauberungen folgen, — so daß ein griechischer Führer sich bereits hinwegbegeben, und die Franken insgesamt abzuziehen wünschen: diese Verwirrung der Handlung stellt ein zweiter Theil, vom vierten bis gegen das Ende des dreizehnten Gesanges dar. Auf die größte Gefahr folgt unmittelbar die Wendung

der Dinge: ausdrücklich heisst es: „bis hieher die Unglücksfälle; jetzt beginne eine neue Ordnung, Glück und Fortgang.“ In dem dritten Theile, bis in die Mitte des achtzehnten Gesanges, wird der Held zurückgeführt, und die Zauber werden gelöst. Hierauf fügt der vierte die glückliche Beendigung des grossen Unternehmens hinzu. Vielleicht ist Tasso der erste der ein erzählendes Gedicht nach einer so regelmässigen Disposition ausführte. Er gab sich die grösste Mühe alle Episoden diesen Hauptmomenten der Handlung unterzuordnen, mit ihnen in Einklang zu erhalten.

Und diese Regelmässigkeit des Entwurfs ist nicht etwa das Einzige worin er sich der Antike anschloß. Auf die gesammte Bildung seiner Fabel und ihre Zusammensetzung auch im Einzelnen hatten die Dichter des Alterthums unverkennbaren und ohne Zweifel einen noch wahrhafteren Einfluss als die Romantiker.

Rinald, schön, stark und leidenschaftlich wie Achilles, hauptsächlich die Fabel wie durch seine Entfernung Unheil über die Belagerer kömmt und seine Rückkehr das Glück bringt, sind ohne Zweifel dem Homer nachgeahmt. Der Zweikampf Argantes und Tancreds und die Endigung desselben durch das Dazwischentreten der Herolde ist dem Zweikampf zwischen Ajax und Hector unverhohlen nachgebildet. Herminia zeigt dem belagerten König die Schaaren der Franken, wie Helena dem alten Priamus die griechischen. Von vielen Gleichnissen, wie etwa von dem Pferd das sich seiner Bande entledigt und muthig in dem Gefilde erscheint u. s. w. ist der eigentliche Autor am Ende doch Homer, obwohl Tasso zunächst dem Virgil folgt.

Die Discorsi zeigen, welch ein entschiedener Verehrer Virgils Tasso war. Es ist fast keine Lehre die er giebt zu der er nicht das Muster in diesem Dichter fände. Wenn er es aber auch nicht ausdrücklich sagte, so würde sein Gedicht es zeigen, das mit Virgilischen Erinnerungen erfüllt ist. Schon sein Held hat in Aeneas, in welchem, wie Tasso selbst sagt, „Pietät, Religion, Enthaltbarkeit, Stärke, Grobsmuth, Gerechtigkeit und jede andere ritterliche Tugend“ dargestellt werden, sein Vorbild; nur darin übertrifft Gottfried den Trojaner noch dafs er auch der Verführung der Liebe unzugänglich ist. Diese Nachahmung geht bis ins Kleinste. Mit den Worten des Aeneas tröstet Gottfried die entmuthigten Gefährten: so streckt er seine Arme dreimal nach dem ihm im Traume erscheinenden Freunde aus: so unerschrocken gebhehrt er sich, wie er verwundet wird: so wird er geheilt,

ihm thut der Schutzengel den Dienst den Venus bei Virgil dem Aeneas erweist, und pflückt ihm Dictamnium vom Ida: Erotimus, sein Arzt, ist nur eine Wiederholung des Japix. Und von wie viel andern Fictionen findet sich die Grundlage in Virgil! Ganz anders als bei Ariost, und zwar oft nur in umschreibender Übersetzung mit veränderten Namen erscheint die Fabel des Nisus und Euryalus in dem nächtlichen Auszug der Clorinde bei Tasso. Auch die frühere Geschichte dieser Heldin ist in mehreren wesentlichen Theilen der Erzählung von Camilla entnommen. Mit Gildippe wird Clorinde verglichen wie Pallas mit Lausus: „der Himmel gestattet ihnen nicht sich mit einander zu messen, und bewahrt sie größeren Feinden auf.“ Das Gespräch zwischen Argante und Orcan ist aus dem Streite zwischen Turnus und Drances: der jugendlich schöne Page des Sultan aus Chloereus, Priester der Cybele, ausgebildet. Argillan wird, wie Mezentius, seines zukünftigen Geschickes erinnert, und antwortet darauf ganz wie dieser. Aus Virgil sind die Brüder welche oft von den Eltern verwechselt werden: „jetzt macht die Art der Verwundung zwischen ihnen einen entsetzlichen Unterschied.“ Der Greis welcher die Rinaldo suchenden Botschafter in die Tiefen der Erde führt, wo sie die geheimen Quellen der Flüsse sehen, ist die Cyrene aus Virgils Landbau. Klagen und Drohungen der Armida nach der Entfernung des Rinald sind größtentheils wörtlich die der Dido. Wie die geöffneten Augen Neptun und Juno bei Troja, so sehen sie hier schon verstorbene Helden an der Erstürmung Jerusalems Theil nehmen. Genug, auf die Erfindung unsers Dichters, die Ausbildung seiner Fabeln hatte Virgil ungemeinen Einfluß. Aber auch viele Beschreibungen, Gleichnisse, Sentenzen, einzelne Redeformen, uns von den Studien unsrer Jugend her wohlbekannt, begegnen uns in der *Gerusalemme* wieder. Jene glänzende Schilderung des Hafens von Carthago, die Tasso in den Discorsi höchst göttlich findet — *divinissima* — versäumte er nicht aufzunehmen: er brachte sie bei seinen glücklichen Inseln an. Die Abbildung der Schlacht von Actium, der Schiffe, die losgerissenen Cycladen gleichen, nahm er herüber: auf die Meerenge von Gibraltar wandte er an was Virgil von der sicilischen gesagt hat. Die Vergleichen des Helden in seinem überwältigenden Siegeslauf mit dem Felsenstück das losgerissen Waldungen zertrümmert, des selbständigen Mannes mit der Klippe am Meer der die Drohungen von Wind und Wellen nichts anhaben, des Verwundeten mit dem Träumenden der seine Glieder regt und

sie nicht zu bewegen vermag, und wie viele andere, sind wörtlich aus dem Latein entnommen. Die Fama, die eben so gut die Lüge meldet als die Wahrheit, — die Jugend, welche in schönem Körper liebenswürdiger erscheint, — der Liebende, welcher klagt wenn der Tag geht und wenn er wiederkehrt, — jene Botschafter, die in unbekannten Kleidern kommen, — die abgehauene Hand, die noch nach dem Schwerte faßt, — genug, eine Menge Einzelheiten die an sich von einem Jeden wiedererfunden sein könnten, sind doch bei ihm durch Wahl und Stellung der Wörter als Nachahmungen und Wiederholungen des Virgil zu erkennen. Tasso rühmte sich eines glücklichen Gedächtnisses; er hat Stellen von drei- bis vierhundert Versen ohne Anstoß zu recitiren gewußt: es ist offenbar daß bei der Ausarbeitung seines Poems sein Gedächtniß vielleicht nur allzu beschäftigt war.

Denn Virgil und Homer sind nicht die einzigen Alten aus denen er schöpfte. Die Beschreibung des ägeischen Meeres, das noch in Bewegung ist nachdem die Stürme aufgehört haben, die etwas spielende des Mäander der zu seinen Quellen zurückkehrt, sind aus Ovid. Die Vergleichung welche Gernando zwischen seinen und Rinaldos Ansprüchen anstellt, ist der in den Schulen berufenen Rede des Ajax gegen Ulysses in den Metamorphosen nachgebildet ⁽¹⁾.

Nicht selten ward auch Lucan benutzt. Ihm gehört nicht allein der Comet „der die Reiche ändert“, die Beschreibung des Heerführers der den Aufruhr beschwichtigt, sondern auch der schreckenvolle Hain, den Niemand berühren mag, die mannigfaltige Mischung der Stimmen, vor denen sich Alle die sich nähern entsetzen, und zum Theil die Anrufung des Ismen: die Rede Gottfrieds vor dem letzten entscheidenden Kampfe ist wörtlich die Rede Cäsars vor der pharsalischen Schlacht. Von mehr als einem Concetto in dem sich Tasso zu gefallen scheint, sind Lucan oder Claudian die eigentlichen Urheber.

Übrigens sind historische Ereignisse, wie der Busen in welchem Krieg und Frieden gebracht wird, unverhüllt eingeführt, berühmte Worte, wie *Teni vidi vici*: Sentenzen, selbst des Aristoteles, z. B. aus der Metaphysik: die Seele sei Gott gegenüber dem Nachtvogel gleich, der in die Sonne schaue.

(1) Ich halte nicht für nöthig, die Stellen der Classiker nach Buch und Vers zu citiren; die meisten sind sehr bekannt: die übrigen weist jeder Index nach.

Das Wunder der Geburt der Clorinde, der weissen Tochter schwarzer Eltern, ist aus dem Heliodor.

Torquato Tasso war davon durchdrungen, daß immer das Vortrefflichste dargestellt werden müsse. „Unter den schönen Dingen“, sagt er, „wähle der Poet die schönsten, unter den großen die größten, unter den wunderbaren die wunderbarsten, und diesen wunderbarsten suche er noch Neuheit und Grösse zu vermehren.“ Es ist, wenn wir nicht irren, zwischen dem Idealen und dem Höchstvollen, so nahe sie auch einander berühren, noch der Unterschied: daß jenes ausserhalb, dieses innerhalb der Erscheinung liegt: jenes erfunden, dieses aufgesucht werden muß. Tasso bezeichnet dort nicht sowohl jenes als dieses. Damit mag es zusammenhängen, daß er es, wo er es auch finde, sich aneignet.

Tasso beabsichtigte, wie wir sahen, ursprünglich nur einen historisch-romantischen Stoff nach den Regeln der Epöee zusammenzusetzen: auf die Weise aber wie er das anfang, hatte er die Elemente zwei verschiedener poetischer Welten mit einander vereinigt. Er ist bei weitem nicht ein Dichter der uns durch eine freie Hervorbringung der Phantasie zu ergötzen suchte: er ist zugleich ein Gelehrter der einen sehr mannigfachen poetischen Stoff herbeigeschafft, sich angeeignet hat, und nun bemüht ist ihn kunstgerecht und angenehm vorzulegen.

Jedoch würden diese in so verschiedenen Zeiten, so verschiedenen Weltzuständen entsprungenen Phantasien sich wechselseitig abstossen, grell aus einander treten, wofern es nicht ein drittes Element gäbe, in welchem sie sich berührten, durchdrängen. In diesem wird alsdann auch die Eigenthümlichkeit des Poeten am meisten zu erkennen sein.

Das ist nun aber zuerst christliche, modern katholische Auffassungsweise und Mythologie. Die alten Romanzatoren, wie wir an Pulci, Ariosto sahen, setzten sich bei der Behandlung des Stoffes in Widerspruch mit der bestehenden Kirche, und machten ihr auf ihre Weise den Krieg. Die Zeiten aber wo diese Tendenzen nicht allein geduldet wurden, sondern auch in dem großen Publicum Anklang und Billigung fanden, waren vorüber. Zuerst hatte die neulateinische Poesie, die Anfangs auch auf ganz entgegengesetzten Bahnen gewandelt war ⁽¹⁾, christliche Stoffe ergriffen und sie der Forde-

(1) Fracastoro z. B. läßt die syphilitische Pest entstehen nachdem Jupiter, der Allen gü-

lung ihres Inhaltes gemäß zu behandeln versucht. Sannazar von der Geburt der Jungfrau, die Christias des Vida hatten den Beifall der Gelehrten und der Kirche erworben. Auch von dieser Seite empfahl sich nun der Gegenstand den Tasso gewählt: er war historisch nach der Forderung der Antike, romantisch, aber zugleich auch christlich. Eben deshalb ergriffen ihn, als der öffentliche Geist sich auf das Ernste und Religiöse zu wenden anfang, mehrere Dichter zugleich. Girolamo Muzio z. B., der nur davon abstand, weil er hörte, Tasso sei ihm zugekommen: auch Angelo da Barga schon im Jahre 1560; aber dieser liefs sich um so weniger stören da er den ganzen Zug von Anfang bis zu Ende schilderte, nicht einen Abschnitt, wie Tasso. Wir haben das Werk des Angelus Bargaeus: in der Vorrede eröffnet er uns das Motiv seiner Wahl. Er wolle, sagt er, ein Gedicht machen in welchem alles christlich sein solle ⁽¹⁾: er wolle, als ein Christ, lieber ein wahres Ereigniß christlich behandeln als in einem erlogenen Argument einen wenig christlichen Ruhm suchen. Auch Tasso faßte seine Aufgabe von allem Anfang zugleich von dieser Seite. Deshalb gab er seinem Helden aufser den Tugenden des Aeneas auch noch geistlich-würdige Eigenschaften: Gottfried ist, wie ein Heiliger, satt der Welt und ihres vergänglichen Vergnügens; wenn er redet, predigt er gleichsam. Betrachtet man die Hauptmomente der Fabel in der *Gerusalemme*, so sind sie insgesamt aufserweltlich. Die Handlung beginnt durch einen unmittelbaren Beschluß Gottes mit der Sendung eines Engels: durch die Eingriffe einer fürchterlichen und erzürnten Hölle wird ihr Fortgang gehindert. Gott selbst muß durch sein Wort den glücklichen Lauf der Begebenheit herstellen: von dem Traume den er sendet, geht die Wendung der Dinge aus. Bei der endlichen Eroberung ist der Erzengel Michael, es sind die verstorbenen Mitkämpfer, ja ganze Schaaren

tig wäre wenn das Schicksal es verstattete, und Mavors, den nach Blut und Rache gelüstet, mit dem alten Saturn, der noch immer seinen Sohn nicht als Herrn anerkennen will, das Schicksal um Rath gefragt haben.

(1) *Angeli Bargaei Syriacae Praef.* „ut si fieri posset poema extaret in quo nihil non christianum esset.“ Merkwürdig ist, daß das Gedicht ursprünglich auf 13 Gesänge berechnet war, wie man in der ersten Ausgabe der zwei ersten Gesänge wahrnimmt; daß der Autor aber nur zwölf zu Stande brachte; im zwölften ist der Schluß des Ganzen, die Eroberung, nur sehr summarisch behandelt: — wahrscheinlich wollte der Verfasser doch mit Tasso, der ihm zugekommen, nicht in die Schranken treten.

von Geistern zugegen. Dem Dichter kommt zu Statten dafs hiebei das Wunderbare eine grofse Rolle spielt: erst dadurch wird es ihm möglich die Zauberei einzutlechten: er würde es nicht wagen, wenn sie nicht den bösen Gewalten untergeordnet wäre. Die Phantasie des Dichters hat, wie man sieht, eine devote Richtung.

Hiemit stimmt es nun überein dafs Tasso von Anfang bis zum Ende eine gewisse Würde und Hoheit behauptet. Er ist davon durchdrungen dafs das epische Gedicht einen Ausdruck fordere den er mit „*Magnifico*“ bezeichnet. Daher kommt es dafs er jenes *Tacque* oder *Disse* so feierlich wiederholt, dafs er seine Personen durch den Zusatz von *Gran* zu heben sucht. Es tritt selbst in dem Bau seiner Stanze hervor, in welchem er nach dem Rathe eines oder des andern Zeitgenossen die abgekürzten Worte vermeidet, lange in das Ohr fallende Ausdrücke gern aubringt. Am meisten zeigt es sich in der Vermeidung des Details, wie ihm hierin sein Vater, Berni und Alamanni vorangegangen waren. Er ist weit entfernt sich in die Anschauung zu vertiefen wie Ariost, und die Erscheinung in ihrer Farbe und wechselnden Form reproduciren zu wollen: selbst da wo er aus seinem Historiker schöpft und dessen Worte beibehält, fafst er das Einzelne abstrahirend zusammen um einen allgemeinen Eindruck hervorzubringen. Die naive Darstellung welche Trissin beliebt hatte, war ihm widerwärtig: „Wie könne man eine Königstochter heut zu Tage darstellen wollen wie die homerische Nausikaa.“ In alle dem hielt er sich an den Vorgang und das Muster Virgils.

Und hier kommen wir noch auf eine andere, die Natur seines Geistes so wie die allgemeine Verwandlung die in dem literarischen Geschmack vor sich ging, näher bezeichnende Eigenthümlichkeit.

Allerdings hat Tasso fremde Werke vor Augen: er ahmt sie nach: aber wie sehr würden wir ihm Unrecht thun, wenn wir glauben wollten, er folge seinen Vorbildern blindlings, unbedingt. Wie sehr unterscheidet er sich hier von seinem Vater! Auch er ahmt, wie dieser, einen Theil des Amadis nach: Feliciano de Silva, wie wir sahen: aber er nimmt daraus doch nur die äufseren Umrisse der Fabel, Namen und Idee der Heldin. Wenn dann jener Autor dort unter andern in dem verzauberten Schlofs der Armida Hunderte von Rittern Klaggeschrei ausstofsen und die Hand gegen das Herz bewegen läfst, so ist er in der Schule der Alten zu gut gebildet als dafs er an einem so seltsamen Pathos Gefallen finden sollte. Der Zauber seiner Armide

ist durchaus menschlich. Es ist die Natur Tassos, das Ungeheure, Wildphantastische, Ungestalte zu vermeiden. Selbst gegen näher verwandte Geister stellt er sich in ein ähnliches Verhältniß. Die Christias des Vida hat er viel benutzt: die Beschreibung des höllischen Conciliums, der Ruf der tartarischen Drommete, vor welcher die tiefen Höllen erzittern, die Zusammenkunft der aus Schlange und Mensch zusammengesetzten Ungeheuer, der Gorgonen und Centauren, und wie sie sonst heißen, auch die Rede ihres Beherrschers, der sie an ihr einstmaliges Glück und ihre Verdammung in dieses unerfreuliche Reich mahnet, sind ganz aus Vida entnommen. Es wäre der Mühe werth den Ursprung und die Entwicklung dieser christlichen Mythologie moderner Poeten, welche sich darnach in Milton und Klopstock so merkwürdig fortgesetzt hat, genauer zu verfolgen. Was Tasso anbelangt, so folgt er dem Vida Schritt für Schritt ⁽¹⁾. Wie er aber an dessen Beschreibung des Satanas kommt, „mit hundert Köpfen, von Schlangen umwunden, und feurigen Rachen, mit hundert Händen, allen bewaffnet mit Fackel und Dreizack“, so hält er inne. Diese Phantasien überschreiten das Maafs dessen was ihm darstellbar scheint: er weicht ihnen aus. Er schildert seinen Satan, nach der Beschreibung die Claudian von Pluto entworfen, als einen König der Unterwelt. — Und selbst dem Alterthum folgt er nicht überall. So vollkommen er Virgil bewundert, so nimmt er doch auch von ihm nicht alles an. Die Schicksale der Camilla überträgt er, wie wir sahen, größtentheils auf seine Heldin Clorinde: auch er läßt den Wärter mit dem Kinde zwischen Räuber und Strom gedrängt, und genöthigt werden sich zu einem verzweifelten Ausweg zu entschließen. Wenn aber nun bei Virgil das Kind an die Lanze gebunden über den Fluß geworfen wird, so scheint ihm das zu violent, allzu unwahrscheinlich. Er sucht eine andere Art von Rettung. Bei ihm wirft sich der Wärter selbst in die Fluth, und indem er mit dem einen Arme schwimmt, hält er es mit dem andern über derselben empor; jedoch

(1) Gleich der Anfang. Vida Christias lib. I:

*Acciri diros ad regia fratres
Limina — concilium horrendum — et genus omne suorum
Imperat.*

Tasso: *Che sia commanda il popol suo raccolto
Concilio orrendo entrò le regia soglia.*

Man muß die ganze Stelle vergleichen.

diese ist ihm allzu stark, und entreißt ihm seine Bürde. Durch St. Georg, den Beschützer des Kindes, geschieht dafs die Fluth es dennoch unbeschädigt ans Ufer trägt. Indem Tasso das Gewaltsame vermeidet, verpflichtet er zugleich Religion und Wunder in sein Gedicht.

In diesem Sinne der Gestaltung, Milderung und Mäfsigung sind auch die Abänderungen die er bei der späteren Redaction an jenem ersten jugendlichen Entwurfe den er in Urbino gemacht hatte, vornahm. Er hatte da aus dem Guilelmus Tyrius doch zuviel beibehalten: später fühlte er wohl dafs der rein historische Stoff den Gang des Gedichtes hemme, und er that ganz Recht, wenn er davon vieles wegliefs. Ferner kommt in dem Entwurf, bald vom Anfang, wie im jetzigen ersten Gesange, eine Musterung des Heeres vor: alle Anführer, ihre Schaaren, ihre Wappen selbst werden geschildert, in langer Reihe, nicht ohne Wiederholung und Verwirrung: in der spätern Arbeit ist davon vieles bei Seite gelegt: es ist alles gesondert, gegliedert, auf das Ganze berechnet; man empfängt den Eindruck der Ordnung und Gestalt. Die Schilderung der Persönlichkeiten ist ich will nicht sagen besser, aber, wie es der damalige Geschmack forderte, kleiner Züge entkleidet, verallgemeinert. Die lange Rede des Gesandten kommt schon in dem Entwurf ebenso vor wie in dem Werke, aber die Antwort Gottfrieds ist in dem letztern da wo sie abweicht, abgemessener, ruhiger, einleitender. Eine ausführlichere Beziehung auf eine heidnische Fabel wird, der Uniformität und vielleicht um religiösen Einwendungen vorzubeugen, in eine alttestamentliche verwandelt: Enceladus mufs dem Nimrod Platz machen.

Tasso gehört nicht zu jenen ursprünglichen Geistern die den Canon aller Darstellung in sich selbst tragen und durch ihre innere Wahrhaftigkeit verhindert werden davon abzuweichen. Mit diesen Tendenzen, die an sich sehr lobenswürdig wären, hangen doch auch wieder manche Mängel zusammen. Seine Würde ist zuweilen nicht ohne einen Beigeschmack von Pedanterie, wie ihm schon Galilei vorgeworfen ⁽¹⁾. Es finden sich gesuchte Gegensätze, sonderbare Concetti: z. B. werden die Herzen im Wasser angezündet, d. i. von Thränen gerührt; von der weissen Farbe schliesst man bei ihm auf die weisse noch un-

⁽¹⁾ *Considerazioni al Tasso* 1793, ein sehr lebhafter Angriff besonders auf Form und Ausdruck des Tasso. In der römischen Ausgabe ist ein widerlegender Discorso von Giuseppe Iseo hinzugefügt, der aber doch nicht viel sagen will.

befleckte Treue; er sagt einmal: „kaum lebendig in sich, todt in der welche todt.“ Von jener genauen, innerlich vollführten Durcharbeitung ariostischer Diction ist die seinige weit entfernt, und hie und da fühlt man das Willkührliche, Äußerliche des Zusammenhanges. Seine Religion hat etwas Schwärmerisches. Ein den Christen entrissenes Bild wird den Saracenen wieder abgenommen: der Dichter weiß nicht, ist dies das geheime Werk eines Gläubigen oder gar unmittelbar des Himmels. Die steten Vorhersagungen Peters des Einsiedlers welche auch immer eintreffen, streifen an die Legende. Es ist ein Martyrthum wenn Sophronia, unschuldig, erklärt, sie sei die Thäterin, und Olind, gleich unschuldig, mit ihr sterben will: das schöne Schlachtopfer hat die Gestalt einer gen Himmel aufsteigenden Heiligen. Mit fast zu großer Zerknirschung drücken sich die Kreuzfahrer aus, wie sie Jerusalem erblicken: obwohl sie weinen, so verdammen sie sich doch dafs sie es nicht mehr thun: sie klagen über ihr frostiges Herz das sich nicht in Thränen auflöse, über ihr hartes Herz das nicht breche. So zerknirscht und doch nicht ohne Antithese.

Dieser Religion ist der Affect den unser Dichter schildert nahe verwandt. Erminia, die in dem Hause Tancreds war und ihm nie ein Wort sagte, wird plötzlich von der Begierde ergriffen ihn in dem feindlichen Lager aufzusuchen. Tancred sah Clorinden kaum einmal: der Anblick der Entfernten fesselt ihn jedoch in dem Augenblick dafs er zum Zweikampf geht dergestalt dafs er diesen vergiftet. Dürfen wir das Sentimentale, ohne weiteres Eingehn, in die Verbindung der Liebe und des Mitleidens setzen, so ist dieses in Tasso ein sehr bedeutendes Element. Fast alle seine Liebe geht in Mitleiden aus: in Gildippe und Odoardo nicht minder als in Sophronia und Olind, in Tancred und Clorinde, in Erminia und Tancred, ja sogar in Rinald und Armide. Und in welch ein Mitleiden! Die Klagen des Tancred waren dem Orpheus, welchem die Alten ähnliche in den Mund legen, ohne Zweifel angemessener als einem Kriegermann wie Tancred.

Hiedurch kommen Elemente in das Gedicht die demselben eine fast individuelle Färbung geben: in die Epöee tritt die persönliche Stimmung des Dichters ein, etwas zugleich Phantastisches und Düsteres, Melancholie der Liebe und der Religion; die Sentimentalität der modernen Zeit. Selbst der Reiz der Sinnlichkeit wird von Phantasie und Begierde ergriffen: sie schwelgt in ihrer Beschauung und läfst davon nicht los: wie so ganz anders als jene

kecke Ironie, Derbheit, Unmittelbarkeit ich will nicht sagen Pulcis aber noch Ariostos. Und betrachten wir nun wo überall dies vorkömmt, so dürfen wir wohl nicht sagen dafs der Poet hierin frei von Manier sei. Eben das ist Manier dafs der Autor eine ihm eigenthümliche und werthe Gesinnung in Widerspruch mit den Forderungen des Gegenstandes geltend macht.

Alle diese Bemerkungen werden uns jedoch nicht hindern das Verdienst Tassos anzuerkennen. Im Allgemeinen löste er die Aufgabe die er sich gesetzt hatte. Er hatte die Mannigfaltigkeit, welche das grofse Publicum liebt, und die Einheit, die der Gelehrte suche, mit einander zu vereinigen gedacht. Es war ihm dieses über alles Erwarten gelungen. Zum ersten Mal hatte er den romantischen Stoff den classischen Gesetzen unterworfen, ohne ihn darum doch in seinen wesentlichen Forderungen zu verletzen. Obwohl es bei einem Producte das so ganz aus litterarischen Gesichtspunkten die immer streitig bleiben, hervorgegangen war, an Widerspruch nicht fehlen konnte, so ward ihm doch übrigens von allem Anfang ein unermefslicher Beifall zu Theil. Tasso hatte den gesunden Sinn, nicht allein für die Gelehrten, gleichsam den Adel und die Priester der Litteratur, sondern auch für die litterarische Gemeine, für die Mittelmässigen, wie er sich ausdrückt, d. i. für Jedermann zu schreiben: er hatte es glücklich getroffen: ebenhiedurch erwarb er eine allgemeine Zustimmung. Vielleicht hatten daran auch seine Mängel viel Antheil. Eine Gesinnung und Ausdrucksweise wie er sie hegte und wie sie uns als etwas Mangelhaftes auffällt, ward eben allgemein beliebt. Jedoch noch bei weitem mehr that die zugleich leichte und würdige Haltung; die milde, nirgends überwältigende, immer verschönernde Phantasie des Poeten; dafs ein so grofsartiger für Glauben und Phantasie erhebender Gegenstand hier auf eine Weise behandelt wurde die dies darstellte und dabei zugleich dem Sinne des Jahrhunderts entsprach: vor allem der unnachahmliche Wohllaut so vieler glücklich geworfener Strophen. Wir andern werden ohne Zweifel an Ariost ein gröfseres Gefallen finden: die Italiener lassen sich den Vorzug Tassos nicht abstreiten. Man mufs sie diese Stanzas lesen, recitiren hören: mit einer Art von musikalischer Wollust verweilen sie bei den einzelnen Versen: mit entzückter Befriedigung schreiten sie zu den Schlufsreimen fort. Der Genius der Nation hatte hier gleichsam unbewusst in Tasso gearbeitet: er that seinen Landsleuten völlig Genüge: sein Muster beherrscht sie noch heute.

Wie aber der begabte thätige Mensch in der Regel aufser dem was er beabsichtigt, auch noch etwas anderes vollführt, mehr in der Pflicht der Nothwendigkeit und des allgemeinen Geistes, so leistete Tasso in diesem Werke etwas was nicht allein für die poetische Gattung in der er arbeitete, nicht allein für seine Landsleute, sondern für die neuere Litteratur überhaupt von hoher Bedeutung ist. Er ist eigentlich der Erste der ein großes und glänzendes Beispiel des Modern-Classischen aufgestellt hat. Es unterscheidet sich dieß, wie Jedermann eingestehn wird, noch weit von dem Antiken, obwohl es dem Muster desselben folgt, oder vielmehr die aus den Mustern abgezogenen Regeln beobachtet. Aber eben diese Forderung machte man, und im Allgemeinen entsprang sie auch aus der Lage der Sache. Der moderne und der antike Stoff waren nun einmal zugleich vorhanden und wirkten auf Vorstellungen, Poesie und Ideal. Jedoch widersprachen sie einander und schienen sich wechselseitig auszuschließen. Tasso fand eine Form die, der antiken analog und nachgebildet, dennoch den Ausdruck moderner Vorstellungen möglich machte. Hiedurch hatte er eine unendliche Wirkung auf die romanischen Nationen, für welche eine Vereinigung jener Tendenzen noch nothwendiger war als für uns, weil das poetische Alterthum ihrer Nationalität um vieles näher steht.

Zum ersten Mal kommt dergestalt nach langem Kampf und mancherlei Versuchen das Modern-Classische zum Vorschein: Regelmäßigkeit in der Anlage: Befolgung der aristotelischen Vorschriften: Würde und Gehaltenheit des Tones: Vermeidung des Grelten, etwas gedämpfte Lichter: Wahrscheinlichkeit der Zusammensetzung im Einzelnen: Ruhe, Gediegenheit, Mäßigung der Darstellung: ferner der Ausdruck moderner Gesinnung, ja persönlicher Stimmungen, etwas was uns nun einmal alle anspricht und unser geistiges Wesen ausmacht: endlich ein ungezwungener Fluß poetischer Rede: Leichtigkeit und Anmuth in den einmal gezogenen Schranken.

Und hier könnten wir stehn bleiben, da wir auf den Punct gelangt sind den wir erreichen wollten, wenn uns nicht die fernere Entwicklung Tassos, der als er sein Gedicht vollendete erst 31 Jahre zählte, noch einen Augenblick festhielte.

Jedermann kennt das unglückliche Schicksal Tassos im Allgemeinen. Bei weitem weniger bekannt sind die innern Motive desselben, die zugleich mit der universalen Verwandlung des Zeitgeistes zusammenhangen.

Denn an jene Erzählung von einem Verhältniß des Dichters zu der Prinzessin Leonore von Ferrara, die zuerst ein gewisser Brusoni, ein anerkannt fabelhafter Autor in der Mitte des 17ten Jahrhunderts, in Umlauf brachte, ist nun zuvörderst gar nicht zu glauben. Vor mehreren Jahren hat das *Giornale di Milano* einen Fund angekündigt, den man in der Casa Falconieri zu Rom gemacht habe; da seien die Originale der Briefe und Sonette versteckt gewesen die zwischen beiden gewechselt worden, um deren willen Alfonso II den Dichter gefangen gesetzt habe. Gleich als würde der Fürst, nachdem er sich der Person versichert, nicht auch die Papiere an sich genommen haben: er der sogar das unschuldige Gedicht der *Gerusalemme* lange Zeit nicht herausgeben wollte. Gewiß ist hier irgend eine Mystification im Spiele.

Man braucht in der That nur die Briefe Tassos im Zusammenhange zu lesen um sich von dem Ungrund dieser Fabel zu überzeugen.

Tausend Mal erörtert Tasso in denselben sein Unglück: in der Heftigkeit seiner Leidenschaft verschweigt er nichts was er weiß, was zu seiner Entschuldigung dienen kann; jedoch von einem Verhältniß dieser Art, das ja doch nicht unehrenvoll für ihn war, findet sich nicht die leiseste Spur, nicht die entfernteste Andeutung. Er hat dieser Prinzessin einige Sonette gewidmet, in denen er sagt, er würde noch zu andern Gefühlen gegen sie erweckt worden sein, wenn ihn nicht ihr Rang zurückhielte: allein das ist eben nur eine poetische Formel: ihrer Schwester Lucrezia trägt er ganz andere Schmeicheleien mit dem Ausdruck persönlicher Leidenschaft vor. Leonora war sehr zurückgezogen, männlich, gefiel sich in einer stoischen Gleichgültigkeit: sie galt für eine Heilige: man schrieb es z. B. ihren Gebeten zu, daß Ferrara von einem Erdbeben, welches eintrat, nicht härter mitgenommen wurde. Von einer schwachsinnigen Hinneigung zu einem jungen phantastischen Poeten war die ernste, stille, vernünftige Fürstin weit entfernt. Auch könnte man eher sagen, daß Tasso ihrem Andenken Gleichgültigkeit bewiesen habe. Als sie gestorben war, wurde sie von Allem was in Ferrara Verse machte, besungen: Tasso allein, der doch auch da war, und sonst jedes Ge-

fühl in ein Madrigal, ein Sonett gießt, schwieg stille; er hat sie niemals wieder erwähnt.

Weit andere Dinge waren es, die den armen Tasso bedrängten und in innerer Gährung herumwarfen.

Einmal seine Lage am Hof in Ferrara überhaupt. Die italienischen Litteraten pflegten, wenn das Glück sie nicht besonders bedacht hatte, sich irgend einem Großen, einem Fürsten, einem Cardinal, einem reichen Edelmann anzuschließen, und in dessen Hause, ohne bestimmte Bedienung, zu verweilen, bis Glück oder Verdienst ihnen bei diesem ihrem Herrn eine einigermaßen sichere Stellung verschafften. So stand auch Tasso anfangs bei dem Cardinal Este, dann bei dem Herzog von Ferrara: und auf dieß persönliche Verhältniß gründete er die Hoffnungen für seine Zukunft. In seinem Gedicht hatte er nach dem Muster seiner ferraresischen Vorgänger das Haus Este aufs neue verherrlicht: er zweifelte nicht, daß diese Beflissenheit und das Verdienst seines Werkes ihm auf eine höhere Stufe, in eine bequemere, angemessenere Lage befördern würden. Hoffnungen aber, auf Hofgunst gegründet, sind zu allen Zeiten trügerisch gewesen: auch Tasso wurde hingehalten, nicht befriedigt. In dieser Zeit geschah nun daß er einen Antrag erhielt in die Dienste des Hauses Medici zu treten. In der Stimmung in der er war, liefs er sich bewegen darauf einzugehn. Hätte er es nun wenigstens auch sogleich ausgeführt! Da er sich aber doch nicht völlig entschließen konnte, gerieth er in eine unbestimmte, schwankende und höchst unbequeme Stellung. Schon mit sich selber ward er uneins. Indem er in Ferrara darauf antrug daß man ihn zum Geschichtschreiber des Hauses ernennen möge, gelobte er seinen florentinischen Freunden dies Amt nicht anzunehmen, um nicht von dem Haus Medici ungünstig reden zu müssen ⁽¹⁾. Allmählig aber wurde jene Unterhandlung auch Andern bekannt, an dem Hofe ruchtbar. Zwischen Medici und Este bestand eine uralte, eingewurzelte Eifersucht: Alfonso, der von einem Angehörigen unbedingte Verehrung forderte, war davon betroffen daß ein so nahnhafter Mann zu seinen Feinden übergehn wolle. So wie das Vertrauen schwand das der Hof bisher dem Dichter bewiesen, regten sich seine Feinde, seine Neider. Ja Tasso selbst hatte Augenblicke wo er sich wegen seines Vorhabens verdammt: er fürchtete,

(¹) *Lettere di Tasso Opere* Tom. IX p. 412.

man werde es ihm als einen Treubruch auslegen, der ihn beschimpfe. Alle diese Dinge setzten ihn in eine innere Aufregung, die ihn, wenn ich nicht irre, auch deshalb um so mehr beherrschte, da sein Gedicht, das bisher seine Phantasie beschäftigt, sie in einem bestimmten Kreise der Thätigkeit festgehalten, damals im Ganzen vollendet war, und er sich ungestört seinen düstern Imaginationen, seinem menschenscheuen, egoistischen Mißtrauen überlassen konnte.

Und dazu kamen peinliche Gedanken von einer noch schlimmern Art. Tasso fühlte sich, der entschieden religiösen Richtung die er hatte zum Trotz, in dem christlichen Glauben nicht fest. Er hatte den ersten Unterricht in einer Jesuitenschule zu Neapel bekommen: er erzählt selbst, daß er von den Jesuiten bereits in seinem neunten Jahre zum Abendmahl gelassen worden sei, ehe er noch von der Bedeutung desselben etwas verstanden. „Aber die Umgebung, sagt er, die Würde des Ortes, der Apparat, das Murmeln und Sich an die Brust schlagen der Umstehenden brachten in mir eine geheime Devotion hervor“ (1). Die Frömmigkeit welche die Jesuiten bezweckten, beruhte überhaupt mehr auf der Erregung eines dunkeln Gefühles als auf Einsicht, auf Unterricht. Ehe Tasso diesen empfangen konnte, ward er in die Irrfahrten seines Vaters verflochten. Da war er nun wohl übrigens ein guter Katholik geworden, d. h. er hafte, wie er sagt, den Namen eines Lutheraners, eines Ketzers, als etwas Verpestendes, — er wünschte von Herzen, „wiewohl“, nach seinem eigenen Ausdruck, „mehr mit weltlichem als mit geistlichem Eifer“, daß der Sitz des Glaubens, daß das Papstthum sich bis ans Ende der Tage erhalten möchte, — es war in ihm der allgemeine Umschwung der italienischen öffentlichen Meinung von einer Abneigung gegen das Papstthum zu einer Hinneigung zu demselben vorgegangen: aber dieß hinderte nicht, daß ihm nicht gegen die Grundlehren des Glaubens Zweifel aufgestiegen wären. Er konnte die Meinungen der Philosophie denen er Beifall gab, mit diesen Lehren nicht vereinigen. Er hielt Gott für ein ewiges Prinzip, für die erhaltende Weltseele: aber ob er die Welt geschaffen, ob er dem Menschen eine unsterbliche Seele verliehen, ob er sich selbst mit der Menschheit bekleidet habe, alles dieß war ihm zweifelhaft, und daraus folgte denn, daß er an die Wirksamkeit der Sacramente, an Himmel und Hölle, endlich auch an die Autorität des römischen Stuhles nicht vollkommen

(1) *Lettera di Torquato Tasso 1580 17 Maggio bei Serassi Vita di Tasso p.48.*

glauben konnte. Was ihn noch in Schranken hielt, war, wie er sagt, nur eine knechtische Furcht vor den ewigen Höllenstrafen, die ihm eben auch in erster Jugend eingeprägt worden sein wird.

Nicht immer hatte er nun mit diesen Meinungen zurückgehalten; da er sich jetzt von Feinden umgeben und verfolgt glaubte, da er Jedermann in Verdacht hatte, so fing er an zu fürchten, man habe ihn bei dem geistlichen Gericht angegeben. Es kam hinzu, daß viele Einwendungen die gegen sein Gedicht gemacht wurden diesen Punkt betrafen. Nicht alle seine poetischen Phantasien hatten das Gepräge der Rechtgläubigkeit ⁽¹⁾: und ohnehin gab es manchen ehrenwerthen Mann dem alle und jede Dichtung in einem so kirchlichen Stoff unzulässig vorkam. Anfangs hatte sich Tasso darüber hinweggesetzt: allmählig machte es doch einen gewissen Eindruck auf ihn, da es mit seinen übrigen Befürchtungen zusammenfiel. Jedoch das Schlimmste war, daß in ihm selbst Scrupel erwachten. War ihm heute ein religiöser Zweifel aufgestiegen, so verdamnte er sich morgen darüber: es bedrängte ihn selbst daß er ein schlechter Christ sei. Von äußerer Furcht und von innerer Bekümmerniß zugleich getrieben, faßte er endlich den Gedanken sich selbst der Inquisition anzugeben. Zuerst stellte er sich vor dem Inquisitor von Bologna, der ihn mit einigen guten Lehren entliefs. Bald darauf erschien er vor dem Inquisitor in Ferrara: auch dieser absolvirte ihn ⁽²⁾. Jedoch Tasso war damit nicht zufrieden. Es schien ihm, die Untersuchung sei nicht gründlich genug gewesen, die Absolution habe keine volle Gültigkeit: er faßte Briefe an das Tribunal der Inquisition zu Rom, an den Großinquisitor selbst ab, um eine vollständige Absolution zu erlangen. Er gerieth in eine furchtbare Agitation. Eine ungünstige, ja drückende äußere Lage, — ergriffene, wieder verworfene Aussichten, — Mißtrauen gegen Jedermann: unerschütterliche Gesinnung zu keinem Menschen auf der Welt, — ein durch sein Verdienst, das ihm jetzt sogar verderblich ward, gesteigerter Ehrgeiz, den man um so unbarmherziger zurückwies: — und dazu nun religiöse Zweifel, die er verdammt indem er sie hegt: so daß er misbilligt was er thut und es doch thut, seine Gedanken verwirft und sie doch nicht ändern kann; Alles das quält ihn um so mehr, arbeitet und wühlt um so tiefer in ihm, da er

⁽¹⁾ Man sehe unter andern den Brief Tassos an Silvio Antoniani: *Opere* Tom. X p. 147.

⁽²⁾ Serassi p. 232, p. 248, p. 252.

in sich selbst nicht mit Heuchelei umgeht, da er es mit Treue und Religion ehrlich meint: — so wird die Harmonie seines Daseins zerstört: er hat weder die Kraft noch den Willen seine aufgeregten, entflammten Lebensgeister von dem verderblichen Wege zurückzurufen, in Schranken zu halten. Er giebt Anlaß dafs man ihn für wahnwitzig hält.

Zweimal entweicht er von Ferrara: aber die Überredung seiner Freunde und die poetische Meinung, der Herzog werde großmüthig allen Groll fahren lassen wenn er sich wieder in seine Arme werfe, bringen ihn beide Mal dahin, zurückzukehren. Als er das zweite Mal wiederkommt, mit neuen großen Hoffnungen, trifft er gerade zu einer Zeit ein wo man mit Festen beschäftigt ist und Niemand auf ihn achtet. Er empfindet das als eine absichtliche Kränkung: in einem Anfall seiner melancholischen Aufregung stößt er beleidigende Reden gegen den Herzog aus. Der Herzog, der auch nicht mit sich scherzen zu lassen pflegte, hält für das Beste, zugleich um ihn zu strafen und ihn curiren zu lassen, ihn in das Spital von S. Anna einzuschließen. Und hier wurde nun der arme Tasso sieben lange Jahre, von 1579 bis 1586, festgehalten. „Er ist in der That wahnsinnig“, schreibt der florentinische Resident 4 April 1583 an seinen Hof. „doch spricht er zuweilen recht vernünftig und macht poetische Compositionen“ (1). Seine Seele war in ihrer Tiefe zerrüttet und die endlich zurückgegebene Freiheit konnte sie doch nicht völlig herstellen. Er suchte 1589 eine Zuflucht in Rom, wie er denn auch dort eine Zeit lang im Pallast Gonzaga gastfreie Aufnahme fand. Aber sei es nun dafs seine Melancholie den Umgang mit ihm unangenehm machte oder aus welcher Art persönlicher Abneigung auch immer, in kurzem finden wir ihn aus diesem Hause verwiesen. Er mußte in Gasthöfen herumwohnen, und zwar ohne Geld, ohne anständige Kleider, und von seiner Krankheit gepeinigt. Er mußte in ein Hospital gebracht werden, das einer seiner Vorfahren für arme Landsleute gegründet hatte. Es fehlte nicht viel, so hätte der Mann der damals in gewissem Bezug als der ausgezeichnetste in Italien angesehen werden konnte, dessen Geist die italienische Litteratur beherrschte, vor den Kirchthüren betteln müssen. Es

(1) *Dispaccio Horatio Urbani MS Arch. Med. III 23. Il Tasso come sa V. A. S. è qua in carcere, et in effetto è pazzo, se bene molte volte parla a proposito, discorre e fa di componimenti, i quali tutti sono a pocho a pocho andatisi divulgando e stampatisi in diversi luoghi fuori della sua volontà e per lo più imperfetti et ripieni d'infinite scorrettioni et alterationi.*

ging ihm wahrlich noch schlimmer als unserm Kepler oder als seinem Zeitgenossen Camoens.

In diesen verzweiflungsvollen Zuständen nahm aber Tasso eine immer entschiedener geistliche Richtung. In seinem Gefängniß glaubte er durch eine förmliche Erscheinung der heiligen Jungfrau genesen zu sein: als er dann befreit worden, that er das Gelübde seine Poesie nie wieder einem profanen Gegenstande zu widmen. Am liebsten hielt er sich seitdem in Klöstern auf: er studirte nur noch die Kirchenväter, die alten Lehrer: es findet sich ein Exemplar des Augustin durchweg mit Randglossen von seiner Hand: er war glücklich als er endlich einen Thomas von Aquino zu Handen bekam. Allein diese ernsten Studien verhinderten nicht, daß er sich nicht doch noch den ausschweifendsten Phantasien überlassen hätte. Er glaubte alles Ernstes zuweilen von einem guten Engel besucht zu werden, und wollte sich nicht überzeugen lassen daß dieß Imagination sei. Selbst in Gegenwart eines Dritten hatte er einst diese Erscheinung: man hörte ihn zu dem Fenster hinaus über die dunkelsten Fragen der Gottesgelahrtheit mit jenem Genius, den er zu sehen glaubte, Zwiesprache halten.

Schmerzliche Entwicklung eines so reich begabten Geistes. Aber er ist ein Beispiel, welche gewaltsame Lebenserschütterungen die Restauration des Katholicismus, die sich damals vollzog, in einzelnen Gemüthern zur Folge hatte.

In dieser ganzen Epoche fuhr Tasso fort zu dichten; jedoch wie die Zustände, so waren auch die Werke verschieden. Endlich legte er Hand an, auch das befreite Jerusalem umzuarbeiten: natürlich in dem Sinne der ihm jetzt der einzig zulässige schien. In der *Gerusalemme conquistata* — denn so nannte er das Gedicht — sind die Regeln noch viel strenger gehalten, die anstößigen Stellen ausgemerzt, die ungeistlichen Phantasien gestrichen, die Beziehungen auf Ferrara, das er jetzt hafte, mit ängstlicher Peinlichkeit vernichtet, — an die Stelle des Rinald z. B. muß allenthalben ein Riccardo treten, was dann sehr unbequeme, kleinliche Änderungen nothwendig macht — es finden sich neue Zusätze der Devotion oder der Gelehrsamkeit; aber zugleich ist dem Gedichte auch sein Reiz genommen: es ist alles schroffer, gewaltsamer, übergangsloser geworden. Es ist wohl nur Eine Stimme, daß die spätere Arbeit eigentlich durchgehends eine Verderbung der frühern ist.

Allerdings bezeichnet sie auch eine Stufe in der italienischen Litteratur: die noch ausgebildeterere Herrschaft der geistlichen Tendenzen, die sich in Kunst und Gelehrsamkeit ebenfalls durchsetzte. Aber es war nur kein Gedicht mehr: Niemand hatte daran Wohlgefallen.

Wenn wir von Tasso dem Dichter sprechen, so ist es immer der jugendliche den wir meinen, — von jener Zeit in welcher innere Stimmung und äußere Lage ihn allein fähig machten ein Dichter zu sein, jenes Poem zu verfassen, das eine so bedeutende Stufe in der Entwicklung der italienischen, ja der gesammten Poesie überhaupt bezeichnet.

Denn wie unvollkommen auch in einer und der andern Beziehung die *Gerusalemme liberata* sein mag, so liegt doch unleugbar in ihr auch eine Zusammenfassung, eine Vollendung aller frühern Bestrebungen.

Jenes altromantische Werk aus dem 14ten Jahrhundert, von dem wir ausgingen, drückt die Idee der kriegerischen Christenheit, wie sie in dem Mittelalter erschien, in einer universalen Dichtung aus. Die Helden deren Thaten es schildert, die Feinde die es bekämpfen läßt, haben keine andere Bedeutung als von dieser Idee aus: sie sind nicht in freier Wahrnehmung empfangen und wiedergegeben: sie liegen auferhalb der Natur der Dinge: sie sind sich darum so gleichartig, weil sie von dem Gedanken gefesselt sind den sie ausdrücken.

Als nun das Leben sich individueller entwickelte, als die Studien des Alterthums erwachten — ohne dafs man doch jene Dichtungen, die man lieb gewonnen, da sie einen Grundzug des Daseins in sich darstellten, darum verlassen hätte, — machte man einen Versuch sie mit dem Sinne späterer Zeiten zu durchdringen, darin umzudichten.

Dazu war nun vor allem eine entschlossene Lossagung von der Idee der Kirche nothwendig. Wir sahen, wie diese Trennung, dieser Gegensatz zuerst in dem Werke Pulcis hervortritt, einer wilden Composition, die aber in Fülle der Ideen, Kühnheit der Conceptionen, Mannigfaltigkeit der Erfindungen und unbewufster Poesie ihres Gleichen nicht hat. Er bahnte den Weg. Die alte Dichtung durchdrang er zuerst mit den Gedanken und der Sinnesweise eines andern Jahrhunderts.

Hierauf zeigte sich der Einfluß der classischen Studien. Pulci kannte das Alterthum: doch tritt es bei ihm mehr als Gelehrsamkeit und ohne sicht-

baren Einfluß auf die Form hervor. Wann aber wirkten die antiken Formen überhaupt tiefer und vielseitiger als gegen das Ende des fünfzehnten, am Anfang des sechszehnten Jahrhunderts, wo vermöge des Antriebs den sie gaben, Baukunst, Sculptur und Malerei einen neuen Schwung empfangen und die ganze Litteratur umgebildet ward. Bei der ersten Begegnung der antiken Formen mit den modernen Stoffen war die Wirkung am lebendigsten, geistigsten; auch in unserm Gebiete.

Bojardos vornehmstes Verdienst ist es jene einförmigen Charaktere der Romantik mit menschlicher und individueller Wahrheit belebt zu haben. Ariosto folgte ihm nach: er überwand die Manier des Mittelalters im Ausdruck: er arbeitete seinen Stoff bis in die kleinsten Züge naturgetreu aus. Sie wetteiferten mehr mit dem Alterthum als dafs sie es nachgeahmt hätten: sie liefsen den romantischen Ideen ihre poetische Gerechtigkeit widerfahren: so brachten sie es zu Gestalt, Anmuth und romantischer Schönheit.

Aber immer fleissiger und ausgebreiteter wurden die Studien des Alterthums getrieben: in der nationalen Gesinnung ging eine Veränderung vor, bis in die Formen des Privatlebens, der geselligen Mittheilung sichtbar: — nach einiger Zeit schritt man zu neuen Forderungen und Versuchen fort. Noch viel näher wollte man sich den Formen des Alterthums anschliessen. Man unternahm, epische Gedichte nach den Regeln des Aristoteles hervorzu-bringen: man suchte den Ausdruck besonders der lateinischen Dichter, ihre Würde und Reflexion auf den romantischen Stoff überzutragen.

Wir könnten nicht sagen dafs es mit diesem Bestreben sehr gelungen wäre. Es ist eine Epoche wie sie auch in der Kunstgeschichte eintritt, der Nachahmer Michel Angelos und Raphaels, wo die innern Motive erkalten und man sein Heil in der Weiterbildung eines der frühern Kunstübung abge-lernten Formellen sucht.

Was nun damals allen Bestrebungen in der Kunst und allgemeinen Litteratur ein neues Leben gab, war die Restauration der kirchlichen Ideen.

In der Poesie nehmen wir ihre Wirkungen zunächst in Tasso wahr. In der *Gerusalemme liberata* finden wir eine Vermittelung aller Momente: Verständnifs, und Gefühl für den romantischen Stoff: Ernst und Gehaltenheit der Darstellung: eine sehr umfassende Kunde des Alterthums und Nachahmung desselben nach den aristotelischen Regeln: Erneuerung der christlichen Ideen auch in dem Gedicht. Allerdings ist dies Werk weder in Tiefe und

Größe mit Dante noch in Lebendigkeit und Fülle der Anschauung mit Ariost zu vergleichen: aber es ist eine glückliche Vereinigung der mannigfaltigen Bestrebungen des Zeitalters, im rechten Moment concipirt und hingeworfen: nicht die Hervorbringung eines großen Genius voll ursprünglicher Schöpferkraft, aber die gelungene Arbeit eines empfänglichen, fleißigen, phantasiereichen, gelehrten Bildners und Poeten.

Auch war es nur ein Product des Momentes. Weder in Tasso selbst noch in irgend einem Zeitgenossen wäre ein gleiches ein Jahrzehend später möglich gewesen. Denn mit nichts hielt man an dieser Stelle fest: man ging weiter und weiter: aber freilich dann auch aus dem Kreise poetischer Möglichkeiten heraus: erst später suchte man den verlassenen Standpunkt wieder zu gewinnen: einen Standpunkt der wie an sich, so durch die Vereinigung mehrerer Grundbestrebungen welche in den romanischen Nationen mit einer gewissen Nothwendigkeit herrschen, für sie auf alle Zeit bedeutend blieb. Tasso hatte ihn zuerst eingenommen und die Form angegeben, die man dort alsdann weiter ausgebildet und zur Bedingung aller Darstellung gemacht hat, — gegen deren Allgemeingültigkeit erst unsere Tage einen nachhaltigen Widerspruch erheben sahen.



Über die
unter dem Namen der Farnesischen bekannte antike
Onyxschale im K. Bourbonischen Museum
zu Neapel.

Von
H^{rn}. U H D E N.

~~~~~  
[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 8. Januar 1835.]

Die schöne Onyxschale im Königlichen Bourbonischen Museum zu Neapel ist eines der größten <sup>(1)</sup> und merkwürdigsten unter den auf unsere Zeiten geretteten Werken der alten Steinschneidekunst, und von mehreren der berühmtesten Archäologen bald kürzer, bald ausführlicher erwähnt und besprochen worden. Winckelmann <sup>(2)</sup> gedenkt ihrer nur nebenher; Scipione Maffei <sup>(3)</sup> versucht eine Erklärung der auf derselben gebildeten Gegenstände, so auch Barthélemy <sup>(4)</sup>; ausführlicher Ennio Visconti <sup>(5)</sup> und zuletzt hat, vor wenigen Jahren, der um die Alterthumskunde so verdiente Millingen <sup>(6)</sup> eine neue Zeichnung der Schale anfertigen lassen und solche mit einer Deutung des innern Reliefs herausgegeben. Dieser bescheidene Gelehrte hält seine Erklärung indess selbst für unentscheidend, und übergibt sie den Alterthumsforschern, in der Hoffnung, daß diese zu einer neuen und genügenderen Erläuterung eines Kunstwerks veranlaßt wer-

---

(<sup>1</sup>)  $9\frac{3}{4}$ " , 2''' im Durchmesser des Randes und  $1\frac{1}{2}$ " Tiefe.

(<sup>2</sup>) Von der Allegorie der Götter, Bd. II, S. 515 der sämtl. Werke.

(<sup>3</sup>) *Ossero. lett. I. II. Art. IX.* p. 339.

(<sup>4</sup>) *Explicat. de la Mosaïque de Palestrine* in den *Mémoir. de l'Acad. des Inscr.* T. XXX, p. 510.

(<sup>5</sup>) *Mus. Pio - Clement.* T. III, tav. c, n<sup>o</sup>. 1, p. 75.

(<sup>6</sup>) *Anc. unedit. Monum.* pl. xvii, p. 33, 34.



den, in welchem Natur und Kunst zu wetteifern scheinen. Nur damit keine der vorhandenen Abbildungen des Werks unangezeigt bleibe, nenne ich die allerneuste, aber auch die unbedeutendste, von einem Beamten des Königlichen Bourbonischen Museums (<sup>1</sup>) bekannt gemacht, die ein Nachstich der Millingenschen in einem sehr verkleinerten Maafsstabe zu sein scheint.

Alle diese Abbildungen des innern Reliefs der Schale, keine ausgenommen, leiden an Mängeln und an Unrichtigkeiten, besonders in den Details der Attribute der Figuren, welche auf die, jene begleitenden Erläuterungen sehr unangenehm eingewirkt haben. Diese Behauptung darf ich offen auszusprechen wagen, da mir während eines längeren Aufenthalts zu Neapel die Betrachtung dieses vortreflichen Kunstwerks öfter und unter besonders günstigen Umständen gestattet wurde.

Das viereckte Glasgehäuse, in welchem die Schale aufgestellt ist, hindert das Auge, durch die spiegelnden Scheiben auf dem ebenfalls spiegelnden Stein die feinen Gränzen der kleinen Details genau zu unterscheiden und zu bestimmen; und so wird auch der geschickteste Künstler in seiner Nachbildung getäuscht. Mir ward vergönnt, die Schale aus ihrem Gehäuse herauszunehmen und sie so, nahe dem Auge, und nicht durch ein täuschendes Medium, wiederholentlich zu betrachten. Mit bewaffnetem Auge sind die Einzelheiten genau beobachtet, sogleich aufgezeichnet und danach in die anliegende Abbildung des Reliefs der Schale eingetragen worden. Diese wird demnach wenigstens, wenn auch die folgende Deutung des Bildwerks nicht genügend erscheinen sollte, einer vollkommeneren zur Basis dienen können. —

Auf dem inneren Boden der aus dem klarsten, gelbbräunlich und weifsbläulich geschichteten orientalischen Onyx geschnittenen Schale sind sieben menschliche Figuren aus der weifsbläulichen Schicht gearbeitet. Vier derselben umgeben die unverkennbare Figur der Isis, welche, ein wenig links hinschauend, auf einem egyptischen Sphinx liegend ruht, und den linken Arm auf das menschliche Hinterhaupt der symbolischen Thiergestalt stützend, in der aufgehobenen Rechten zwei volle Kornähren emporhält. Der Göttin zur Rechten sitzt auf einem Felsen ein alter, langbärtiger Mann, das Haupt ein wenig vornhin

---

(<sup>1</sup>) *Raccolta di Monum. più interessanti del R. Mus. Borbon. e di var. collez. private pubblicati da Raff. Gargiulo. Napoli 1825. gr. 4°.*

gebeugt; sein rechter Arm lehnt an dem Knorren eines neben ihm stehenden starkstämmigen Baumes, dessen blätterreiche Zweige hinter des Alten Haupte sichtbar sind; mit der Linken faßt er den obern Rand eines großen hornähnlichen Gefäßes, dessen Spitze auf seinem rechten Schenkel schwebend steht. Beine, Schenkel und Hüften bedeckt ein weites, vielfältiges Gewand, von dem ein schmaler Streif sich unter der Brust über den obern nackten Körper hinabzieht. Dem Alten gegenüber, der Isis zur Linken, sitzen auf einer Felserrhöhung zwei jugendliche weibliche Gestalten, deren eine auf der linken Hand eine kleine Schale, die andere ein kleines Trinkhorn, am obern Rande mit der Rechten gefaßt, hält. Beide sind bis zu den Hüften unbekleidet, Schenkel und Beine mit schöngefalteten Gewändern umhüllt; ihr Haupthaar ist in einem Lockenbüschel aufgebunden. Zwischen dem Haupte der letzten und dem aufsteigenden Rande der Schale ist, in gleicher Höhe mit ihrem Sitze, ein Kornfeld durch sechs volle, in einer Reihe nebeneinander stehenden Ähren angedeutet. Hinter der Isis steht, hervorragend, mit gespreizten Füßen, nach links hinschauend, ein kräftiger Jüngling. Die scharf ausgearbeiteten, starken Muskeln seiner Arme, Schenkel und Beine bezeichnen eine zu angestrengrter Arbeit gewölmte, eher gemeine als edle Natur, welche auch in den Gesichtszügen und in dem struppigen über der Stirn starr aufsträubenden Haar nicht zu verkennen ist. Ein leichtes Gewand schlägt sich um seine Hüften, und ist, mit den Zipfeln über der linken Schulter, in einen Knoten geschürzt, hinaufgehoben. Die rechte Hand stützt er auf eine, mit ihm gleich hohe, viereckte Stange, an welcher oben ein bogenähnliches Geräth befestigt ist; am linken Arme trägt er einen kleinen, rundlichen, leeren Sack und in der Hand ein Gartenmesser mit gekrümmter Spitze.

Über diesen fünf Figuren schweben oben, von rechts nach links hin, zwei kleinere jugendliche männliche Gestalten ohne Flügel. Die voranschwebende hält ein über ihr wogendes Gewand an den beiden Zipfeln; die andere mit der Rechten eine Muscheltrompete, in die sie bläst; um den linken Arm flattert ein leichtes Gewand.

Auf der hintern Seite des Bodens der Schale ist aus der gelbbraunlichen Schicht des Steines eine schuppige Aegis mit mehrern, am umgeklappten Rande umher in gleichen Entfernungen vertheilten, sich windenden kleinen Schlangen herausgearbeitet, und in der Mitte der Aegis ein grandio-

ses Medusenantlitz mit üppigreichem Haupthaar und zwei Flügeln über der Stirn, unter welchen zwei Schlangen hervorschießen, deren Schwänze unter dem schönen Kinn in einen Knoten sich schürzen. Diese beiden Schlangen sind unbärtig, alle übrigen am Rande der Aegis sich windenden tragen am untern Kiefer die auf antiken Bildwerken gewöhnlich den Schlangen zugegebenen Bärte. —

Nach dieser allgemeinen Übersicht der bildlichen Darstellungen an diesem vortrefflichen Kunstwerke sind die schön geordneten Figuren auf dem innern Boden der Schale genauer zu betrachten, um sie zu benennen und ihre Verhältnisse gegen einander zu bestimmen, um auf diesem Wege den Sinn des anziehenden und angenehmen Bildes zu errathen.

Zuvörderst erscheint, auf dem egyptischen Sphinx ruhend, unbezweifelt die egyptische Isis, in dem, nach dem alexandrinischen Kunstsystem angenommenen, gräcisirenden Kostüm. Das Haupthaar, mit der königlichen Binde umwunden, ist der Sitte des ptolemäischen Zeitalters entsprechend, in langen herabhängenden Locken geordnet. Die unter den Brüsten gegürtete Tunica bedeckt aber nicht den zum Erquickern der Natur immer bereiten Busen der allernährenden Mutter; die obern Zipfel derselben sind gelöst und zwischen den Brüsten in einen Knoten geschürzt. Ein reiches Pepulum umhüllt vielgefaltet die Schenkel und Füße der Göttin. Jener Knoten bezeichnet, wie Winckelmann zuerst bemerkt, die Kleidung der Isis ausschließlich; er stellt ihn mit Recht als ein charakteristisches Zeichen auf, an welchem auch, übrigens verstümmelte Statuen, als Bild der Isis erkannt werden können. Jedoch hatte an den Bildwerken, die Winckelmann aus der spätern Zeit, aus der Zeit der Regierung Hadrians, kennt, der Knoten von seiner einfachen Bedeutung viel verloren; die Tunica bedeckte, auch mehr der griechischen Sitte angemessen, völlig den Busen der Göttin, und aus dem ihr zugegebenen, hinten herabhängenden Mantel ist mit den beiden oberen Zipfeln der charakteristische Knoten in der Mitte der Brust geschürzt. In der Rechten hält Isis zwei Ähren, als Zeichen ihres Segens, empor. Die Arme sind, nahe den Händen zu, mit zarten gerippten Armspangen umgeben.

Der Sphinx, auf dem die Göttin ruht, ist ganz genau dem ursprünglichen egyptischen Symbol, ein Löwenleib mit starkkralligen Tatzen und mit aufgesetztem kräftigen, jugendlichen Manneshaupte, nachgebildet, in welchem

der starke und weise Genius des Landes sich uns darstellt. Das menschliche Haupt bedeckt die gefaltete Haube, welche gewöhnlicher Calantica genannt wird, an deren breitem Saum über der Stirn sich eine kleine Schlange erhebt. Der Künstler hat diese heilige Figur mit besonderm Fleiße ausgearbeitet und die gelbbraunliche Schicht des Onyx sehr geschickt benutzt, um daraus den gleichfarbigen Löwenleib zu schneiden; zu dem Menschenhaupte aber, zum Halse und zu den daran liegenden Streifen der Haube, die weißbläuliche Schicht, wie zu allen übrigen Figuren, verwandt.

Diese Gruppe des Sphinx mit der Isis, vorn in der Mitte des Bildes aufgestellt, bezeichnet auf das Bestimmteste den Ort der Versammlung der übrigen Gestalten, und läßt keinen Zweifel, daß dieser Egypten sei. Von diesem gewonnenen Standpunkte wird die Betrachtung der übrigen Gegenstände ausgehen und die Deutung des Ganzen versucht werden müssen.

Ennio Visconti erkennt in dem auf einer Felsenhöhe sitzenden Alten den Nil; und wer sollte ihm nicht beistimmen? Doch vielleicht nicht aus dem Grunde, den er für seine Meinung anführt. Der gelehrte Archäolog bemerkt, daß die Bildnisse dieses Flufsgottes durch einen ihnen eigenen Wurf des Haupthaares sich auszeichnen, der auch an dieser Figur wahrgenommen werde, und verweist zur Vergleichung auf eine liegende Statue des Flusses von schwärzlichgrauem Marmor im vaticanischen Museum <sup>(1)</sup>. Allein diese Vergleichung möchte wohl nicht ganz befriedigen und vielmehr der Bart entscheidender sein, welcher nicht in gekräuselten Partien, wie z. B. beim Zeus, oder Aesculap, sondern wie an den Köpfen aller bärtigen Flufsgötter, in langen, sanft wellenlinigen Strähnen vom Kinne herabhängt. Gewöhnlich erscheint der Nil in Bildwerken und auf den alexandrinischen Kaisermünzen liegend, seltener sitzend; eine derselben mit Hadrians Bildniß auf dem Avers, zeigt ihn fast in gleicher Stellung, wie hier auf der Schale. Der Litoglyph hat das Alter des ehrwürdigen Flusses scharf angedeutet, in dem etwas vorgebeugten Haupte, in der gerunzelten Stirn, doch ohne den erhabenen Ausdruck der Würde, in welcher die eben erwähnte und besonders die colossale Statue im Vatican ihn darstellt. Der Gott faßt mit der Linken oben am Rande ein auf seinem Schoofse stehendes großes Horn des Überflusses in der eigentlichen Bedeutung; denn aus diesem schüt-

---

(1) *Mus. Pio-Clement.* I, 37.



tet er seine überschwellenden Gewässer aus zur Befruchtung des Landes. Das mit vollen Ähren prangende Kornfeld, dem Gotte gegenüber, deutet an, daß der segenvolle Überfluß von dem durch ihn gedüngten Boden abgelaufen ist, dieser gekräftigt, die erwartete Frucht schon trägt und der alte Strom wiederum ruhig in dem gewohnten Bette dahin fließt. Daher die gemächliche Stellung des Alten, der das entleerte Horn des Segens leicht mit der Hand schwebend am Rande gefaßt hält. Mit einem solchen großen Horne im Arme, oder dasselbe vor sich mit der Hand umfassend, ist der Nil auf den alexandrinischen Münzen häufig dargestellt. Bald steigt aus dem Horn die wachsende Fluth in Gestalt eines kecken Knäbchens hervor <sup>(1)</sup>, bald quellen aus demselben Früchte mancherlei Art, wie aus den gewöhnlichen Fruchthörnern auf griechischen und römischen Bildwerken. Zur Lehne seines rechten Arms dient dem Flußgott der knorrige Stamm eines starken Baumes, der, wie gewöhnlich die Gegenstände auf alten Bildwerken, genau der Natur gemäß charakterisirt, dasteht. Es ist der in Egypten einheimische, zu heiligen und andern Geräthen, besonders zu Mumienkisten, verwandte holzreiche Sycomoros, deutlich zu erkennen an der knorrigen Bildung des starken Stammes und an der Form der Blätter, welche, verglichen mit mehreren natürlichen, wohl erhaltenen Blättern dieses Baumes in dem hiesigen Königlichen ägyptischen Museum, die vollkommenste Ähnlichkeit mit diesen in ihrer verkleinerten Gestalt zeigen.

Dem Nil gegenüber sitzen zwei jugendliche Gestalten, Flußnymphen, bis an die Hüften nackt, Schenkel und Beine mit Gewändern umhüllt, beide in ruhiger Stellung, den einen Arm, wie der Alte, auf eine Felsenhöhe lehrend. Die vordere reicht, auf der linken Hand eine kleine Schale haltend, diese gegen die Isis, die andere faßt ein kleines Trinkhorn mit der Rechten. Visconti verbreitet sich in mancherlei, von ihm selbst als nicht wohl begründet anerkannte, Vermuthungen über die Benennung dieser Nymphen, welche er Memphis und Anchirrhoe, des Nils Töchter, nennen möchte. Als Töchter des Nil möchten auch wir sie anerkennen, nur nicht mit Beziehung auf jene von Visconti hier berührten griechischen historischen Fabeln, sondern in ihnen erkennend die Nymphen der, von dem großen Flusse ausgehenden und aus ihm erzeugten zwei Ströme, welche bei den Städten

---

(1) Münze des Trajan bei Zoëga *Num. Aegypt. tab. v, 1.*



Cecrops und Pelusium in das Meer münden und die Grenzen des großen Delta bilden. Hier wurde wahrscheinlich das geklärte köstliche Trinkwasser des Nil geschöpft, welches die Trinkgefäße in den Händen der Nymphen anzudeuten scheinen und wovon weiter unten die Rede sein wird.

Die über der Isis hervorragende, in eilender Bewegung stehende, männliche Gestalt ist von den gelehrten Erklärern verschiedentlich benannt worden. Bianchini, der in den oben schwebenden Figuren die Apotheose des großen Alexanders, der von einem Triton begleitet, zu den Sternen sich erhebt, erblickt, sieht in dem Jünglinge des Vergötterten Bruder, Aridaeus; Hirt <sup>(1)</sup> nennt ihn einen Heros, „der für Perseus, als egyptischer Abkömmling, oder für Alexander, oder, was ihm noch wahrscheinlicher ist, für Augustus, den letzten Eroberer von Egypten, gelten kann“ —: Maffei will in ihm einen der Brüder oder Söhne des Ptolemaeus Auletes, für den er den Alten hält, erkennen, welcher als Zeichen seines kriegerischen Muths auf eine Ballista sich stützt; Barthelémy nennt ihn Triptolemus, der, in einer ihm nicht fremden Gesellschaft der Ceres, des bartigen Bacchus und zweier Bacchantinnen sich zeige. Visconti widmet diesem Jüngling eine besondere Aufmerksamkeit, der, nach seiner Meinung, wegen seines edlen Außern und wegen seines Standorts, als eine der Hauptfiguren erscheine; auch sei in dem Instrumente, worauf er sich mit der Rechten stützt, der eigentliche Knoten zum Verständnisse der ganzen Darstellung zu suchen. Die Achtung für die Aussprüche des berühmten Archäologen verlangt, daß wir länger bei ihnen verweilen und sie näher beleuchten. Zuerst müssen wir die edle Gestalt des Jünglings bestreiten. Visconti schrieb seine Bemerkungen nach einer schlechten Abbildung, von welcher er einen Stich in Conturen (sehr wahrscheinlich ein Nachstich des Maffeischen ausgeführten Kupferstichs, mit allen Fehlern und Mängeln) dem dritten Theil des *Musco Pio-Clementino* beigegeben hat. Hier erscheint die Figur in den unbestimmten akademischen Ideal-Formen, wodurch nur zu häufig in dergleichen Zeichnungen antike Gestalten entstellt werden. Im Original ist der Charakter dieser Figur völlig faunenartig; Schultern, Arme, Knie sind stark, die Muskeln am Körper, an den Schenkeln und Waden mächtig ausgearbeitet und kräftig; über der Stirn des ganz gewöhnlichen Antlitzes sträubt sich das Haar, wie bei den

---

(1) Gesch. d. bild. Künste bei d. Alten S.45.

Faunen, in die Höhe. Die ganze Gestalt zeigt eine gemeine menschliche, eine bäuerische Natur.

Aber das Instrument, das der Jüngling mit der Rechten gefaßt hält, könnte wohl über das Wesen dieser räthselhaften Figur entscheiden? Dasselbe veranlaßte auch wirklich Visconti, ihn Horus zu nennen, welcher den Nil, dessen Gewässer und Anschwellen beaufsichtige, und hier in jugendlicher Gestalt, als Sohn der Isis, dastehe, bewaffnet mit dem unter dem Mantel verhüllten Schwerte, welches er in dem Kriege gegen Typhon zückte. Horus, als Symbol der Sonne, meint Visconti, fasse mit der Rechten den künstlich verzierten Handgriff einer zum Heben des Wassers gebrauchten Maschine, etwa der Antlia, oder der ktesibischen Maschine, durch welche die Kraft der Sonne, womit sie auf das Anschwellen und Abfließen der Gewässer des Nil wirkt, symbolisch angedeutet werde. —

Hier ist mancherlei zu berichtigen und erläutern; zuerst das furchtbare Schwert des Horus in ein mäßiges Gartenmesser mit gekrümmter Spitze zu verwandeln, wie Winzer und Gärtner es zum Beschneiden und Entlauben der Hecken und Weinstöcke gebrauchen; denn ein solches faßt die linke Hand des Jünglings, sehr deutlich in der ganzen Form zu erkennen, nicht etwa versteckt unter einem Mantel, mit welchem ohnehin die Figur nicht bekleidet ist. Ferner können die Antlia und die ktesibische Wassermaschine, in ihrer Einrichtung völlig von einander verschieden, nicht, wie hier, zusammengestellt werden. Jene ist ein Tretrad mit Schöpfheimern; die Maschine des Ktesibios ein doppeltes Druckwerk. An der Antlia ist jeder Handgriff in dieser Form undenkbar, und, wenn man auch bei einem Druckwerke eine ähnliche Handhabe wohl annehmen könnte, wozu die an den beiden Enden des gekrümmten Werkzeugs geknüpften und um die viereckten Stangen geschlungenen Stricke? — Allein eben diese Seile sah und erkannte Visconti nicht; ihm erscheinen sie als eine Schlange. Die Schlange, sagt er, die sich um die Röhre der Antlie windet, ein wenig über der Hand der Isis, ist im Allgemeinen ein Symbol der Flüsse und besonders des Nil; auch bei den Egyptern Symbol des Agathodämon oder Kneph, unter dessen Obhut der Nil in Unter-Egypten steht. Nach beigebrachtem gelehrten Beweise für diese seine Aussprüche scheint dem berühmten Gelehrten jedes Detail (auch diese eingebildete Schlange) seine Conjecturen zu unterstützen und zur Wahrheit zu führen, so, daß die Voraussetzung der höchsten Wahr-

scheinlichkeit seiner neuen Erklärung vielleicht keine Täuschung sein dürfte. — So schlüpfrig und gefährlich ist das Feld archäologischer Untersuchungen für Jeden der es betritt, Scheinbilder verfolgend, und nicht an den Monumenten selbst sich festhaltend. —

Von Andern ist, im unüberlegten Anblick, dieses Instrument für eine Ballista gehalten worden; doch verbietet die Kleinheit des allenfalls bogenähnlichen Werkzeugs jede weitere Beachtung dieser Angabe. —

Wie ist nun aber das räthselhafte Werkzeug zu benennen, welches im Verein mit den übrigen Attributen des Jünglings und mit seiner Figur betrachtet, über ihn selbst eine wahrscheinliche Vermuthung begründen könnte?

Hiezu wird eine genaue Beschreibung des Werkzeugs am leichtesten verhelfen.

Dasselbe besteht aus zwei aneinander gefügten Stücken und einer langen, viereckten Stange, an deren oberem Ende ein bogenähnliches, rundliches Geräth angebracht ist, von welchem zwei Stricke herabhängen. Die Stange ist von der Länge eines Mannes: sie steht unbezweifelt mit dem Jünglinge auf gleichem Boden und seine Rechte ruht auf derselben in gleicher Höhe mit seinem Haupte. Mehr als ein Drittheil der Stange wird von der Figur der Isis bedeckt und dem Auge entzogen. Das rundliche, bogenähnliche Geräth, welches oben mit der Stange durch eine Krampe (vermuthlich von einem Metall), in welcher es aber beweglich zu sein scheint, verbunden ist, umfaßt die rechte Hand des Jünglings. An den beiden abgerundeten und mit Knöpfen verzierten Enden dieses Geräths sind zwei lange Stricke festgeknüpft, welche um die Stange lose geschlungen erscheinen. Dafs dieses Geräth kräftigen Widerstand zu leisten habe, zeigen die wahrscheinlich metallenen Schienen, welche die Hauptbiegung an demselben bewahren und befestigen. So viele Abbildungen von Wassermaschinen und Landbauwerkzeugen in den egyptischen Ruinen aufgefunden und bekannt gemacht worden sind, so findet sich doch unter allen keine, welche ein diesem ähnliches Werkzeug darstellte. Nur eine genauere Betrachtung des egyptischen Pfluges kann vielleicht einiges nicht falsches Licht geben. Bekanntlich <sup>(1)</sup> wird

---

(<sup>1</sup>) Heeren histor. Werke Th. 14, S. 354. Reynier *Economie politique et rurale d'Égypte* p. 192.

in Egypten sogleich, nach dem Abflusse der düngenden Gewässer des Nil, die Saat in den erweichten, empfänglichen Boden gestreut. Der höchst einfache Pflug, ohne Räder, von Ochsen oder Menschen gezogen, scheint mehr zum Unterpflügen als zum Vorpflügen gebraucht zu sein. Die merkwürdigen Reliefs in den Tempeln und Grotten zu Eiluthia <sup>(1)</sup> stellen mehrere Pflüge in voller Arbeit dar. Sie bestehn aus einer langen Stange, an welcher eine leichte eiserne Pflugschaar mit einem oder zwei Sterzen befestigt ist, und werden von zwei Ochsen gezogen, um deren Hörner Seile mehrfach gewickelt zu sehen sind, welche mit der Zugstange in Verbindung stehen müssen. Wie diese bewirkt worden, ist aus diesen Bildwerken nicht zu erschen, da alle Figuren im Profil dargestellt sind. Jedoch konnte die Anspannung der Thiere durch Umwicklung der Stricke um die glatte Stange nicht füglich statt finden; es ist ohne Zweifel eine an der Zugstange angebrachte Vorrichtung anzunehmen, an welche die Enden der um die Hörner der Ochsen gewickelten Stricke festgeknüpft wurden. Sollten wir diese nicht in unserm rathschaften Werkzeuge erkennen dürfen? Man stelle sich das bogenförmige Holz in seiner Krampe umgedreht, die Enden desselben nach oben gewandt und die langen mit einem Ende an denselben geknüpften Stricke um die Hörner der an der Stange zu beiden Seiten stehenden Rinder gewickelt vor, so scheint die Anspannung der Thiere und das Ziehen des Pfluges auf die zweckmäfsigste Weise eingerichtet. Die starke Krampe und die Schienen leisten genügenden Widerstand und die Thiere werden zugleich durch diese Vorrichtung von einander in gleicher Richtung erhalten. Das ganze Werkzeug wäre also, nach dieser Ansicht, ein egyptischer Pflug, der in dem Moment, worin er hier erscheint, nicht gebraucht wird; die Schaar ist entweder hinter der Isis versteckt oder abgenommen; der Anspannungsbügel liegt in der Krampe umgebogen, um zu bequemerer Beiseitstellung des Pfluges die Anspannungsstricke um die Deichsel schlingen zu können. So scheint die Figur des ausgedienten Pfluges entstanden, wie wir ihn hier in der Hand des Jünglings sehen. Am linken Arme desselben hängt ein kleiner, runder, mit einem Bügel versehener, leerer Sack; die Hand faßt ein kleines Gartenmesser. Ähnliche kleine Säcke mit Bändern oder Bügeln

---

(1) *Descript. de l'Égypte* Vol. I, pl. 61-70.

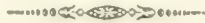


halten auf egyptischen Bildwerken die Säemänner in der Linken und streuen mit der Rechten die Körner aus.

Nach der hier entworfenen genauen Charakteristik können wir in diesem Jünglinge weder einen Gott noch einen Heros erkennen, sondern halten ihn für die aus dem Leben gegriffene Figur eines egyptischen Landmannes, der, neben den Göttern, unter deren Obhut die segenvolle Jahreszeit steht, dieselbe auch durch die Beschäftigungen bezeichnet, welche alsdann dem feiernden Ackersmann obliegen. Denn in Egypten giebt es nach der Saat bis zur Ernte keine Arbeit.

Es bleiben nun noch die zwei oben schwebenden Figuren zu besprechen, deren eine in eine Muscheltrompete bläst, die andere ein wogendes Gewand über sich hält. Mit gleichen Attributen werden auf antiken Bildwerken die Winde dargestellt, und es ist nicht zu bezweifeln, daß diese flüchtigen und brausenden Wesen auch hier bezeichnet sind, namentlich die *Ἐρπία*, jene regelmäßigen Nordwinde, welche, nach alter Meinung, die Gewässer des Nils an seinen Mündungen stauten, die Überströmungen bewirkten, und die nun hier, nachdem diese abgelaufen sind, von Norden nach Süden, von den Mündungen des Stromes her, davon fliehen. —

Aus der bis hierher erläuternden Beschreibung der einzelnen Figuren und ihrer Verhältnisse zu einander, wird der Sinn des Reliefs auf diesem vortrefflichen Kunstwerke von selbst nach und nach erhellt und enträthselt worden sein. Egypten ist dargestellt in dem Schmuck der Fruchtbarkeit, in der segenvollen Jahreszeit, nach der Überschwemmung und dem Ablauf der befruchtenden Gewässer des alten einheimischen Flusses. Isis, ruhend auf dem starken und weisen Genius des Landes, hält die gereiften Ähren empor, der Nil sitzt ruhig bequem auf dem gewohnten Ufer; seine beiden Erzeugten haben das geklärte, süße, köstliche Trinkwasser geschöpft; die Luft ist still; die Felder prangen mit reifender Saat und der Landmann stellt den ausgedienten Pflug weg; der Sack der Saat ist geleert und das Messer zum Garten- und Weinbau wird ergriffen. —





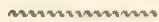






## Nachträgliche Bemerkung zur Geschichte der italienischen Poesie.

Von  
Hrn. RANKE.



Da ich p. 477. der Papiere aus der Casa Falconieri gedacht habe, so will ich doch nicht versäumen, hinzuzufügen, daß der erste Theil derselben so eben wirklich erschienen ist (Lucca 1837.). Noch ist das Buch nicht in unsere Gegenden gelangt, aber ausführliche Inhaltsanzeigen benachrichtigen uns, daß es von jenem geheimen Verhältniß Tasso's zu der Prinzessin Leonore, das man hier in allen Details hervortreten zu sehen erwartete, auch nicht das Mindeste enthält. Natürlich! Schon Serassi benutzte dieselben Papiere, und dieser ehrenwerthe, gelehrte, und alles Zutrauens würdige Mann ist es gerade, der von allen den romanhaften Erzählungen am entschiedensten nichts wissen will. Mit Freuden würde ich aus neuen Documenten neue Kenntniß schöpfen: jetzt ist der Stand der Sache folgender. Für jene Erzählungen werden einige Briefe und Gedichte angeführt, die aber sämmtlich nichts enthalten, was sich nicht auch anders erklären ließe. Welch ein mißliches Unternehmen ist es überhaupt, aus den leichten Schöpfungen der Phantasie eines Poeten die realen Verhältnisse und Lebensbeziehungen desselben ernstlich ermitteln zu wollen. Man mag doch darüber Lessing einmal wiederlesen! In unserm Falle stehen aber auch die überdies in sich unzusammenhängenden Resultate eines solchen Bemühens mit allen glaubwürdigen Zeugnissen im Widerspruch. Da ist gleich der Brief M. Venier's an den Großherzog von Toskana, einen Herrn, dem wahrhaftig die etwanigen Anzüglichkeiten der ferraresischen Hofgeschichte nicht verschwiegen zu werden brauchten: den Tag nach der Gefangennahme Tasso's, über welche dieser Brief überhaupt die einzige glaubwürdige Meldung enthält (Serassi p. 247.).

Venier schreibt das Unglück Tasso's, den er von Herzen bedauert, den melancholischen Grillen desselben, der Einbildung, dafs er ein Ketzer sei, zu. Dann folgen alle die eigenen Erklärungen Tasso's, zuweilen abrupt und in der Aufwallung hervorgestofsen, zuweilen sehr ausführlich und eingehend (z. B. *Opere* S. VIII. p. 255.), die aber einen ganz andern Gang seiner Entwicklung nachweisen. Diese Entwicklung, welche leider der gesammte spätere Verlauf seines Lebens und Dichtens fortführt, diese Rückwirkung der allgemeinen eine Zeit beherrschenden Tendenzen auf den individuellen Geist, der sich ihnen unterwirft, aber von ihnen zerstört wird, ist es auch allein, weshalb der ganzen Sache gedacht worden ist.

















SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01298 8218